

**Vorträge beim 4. DFG-Rundgespräch
im Rahmen des Forschungsvorhabens 'Rotation der Erde'
zum Thema 'Wechselwirkungen im System Erde',
Höllenstein/Wetzell, 08./09. März 2001**

herausgegeben von

**Harald Schuh, Michael Soffel
und Helmut Hornik**

München 2002

Verlag der Bayerischen Akademie der Wissenschaften
in Kommission bei der C. H. Beck'schen Verlagsbuchhandlung München

Vorträge beim 4. DFG-Rundgespräch
im Rahmen des 'Forschungsvorhabens Rotation der Erde'
zum Thema 'Wechselwirkungen im System Erde',
Höllenstein/Wetzell, 08./09. März 2001

herausgegeben von

Harald Schuh, Michael Soffel
und Helmut Hornik

München 2002

Verlag der Bayerischen Akademie der Wissenschaften
in Kommission bei der C. H. Beck'schen Verlagsbuchhandlung München

Adresse der Deutschen Geodätischen Kommission / Address of the German Geodetic Commission:

Deutsche Geodätische Kommission

Marstallplatz 8 • D – 80 539 München

Telefon (089) 23 031 113 • Telefax (089) 23 031 – 283/ – 100

E-mail hornik@dgfi.badw.de • <http://www.dgfi.badw.de/dgfi/DGK/dgk.html>

© 2002 Deutsche Geodätische Kommission, München

Alle Rechte vorbehalten. Ohne Genehmigung der Herausgeber ist es auch nicht gestattet,
die Veröffentlichung oder Teile daraus auf photomechanischem Wege (Photokopie, Mikrokopie) zu vervielfältigen

Vorwort

Die Deutsche Forschungsgemeinschaft fördert im Rahmen ihres Normalverfahrens seit mehreren Jahren Forschungsvorhaben zum Thema *Rotation der Erde*. Seit 1991 geschieht dies insbesondere in Form von Paketanträgen aufeinander abgestimmter Gemeinschaftsvorhaben.

Um die Abstimmung der Einzelvorhaben und die interdisziplinäre Zusammenarbeit zu fördern, hat die Deutsche Forschungsgemeinschaft in den vergangenen Jahren neben Koordinierungsgesprächen der Antragsteller und Projektbeteiligten auch Rundgespräche zur Rotation der Erde finanziert. DFG-Rundgespräche haben bisher stattgefunden:

1. DFG-Rundgespräch 25.-26. Oktober 1993, Fundamentalstation Wettzell

Themen: Erfassung der Kinematik der Erdrotation
 Modellierung und Simulation der Erdrotation
 Validierung der Modelle und Prognosen

2. DFG-Rundgespräch 08.-09. Juni 1995, Fundamentalstation Wettzell

Thema: Systemmodelle zur Darstellung der Rotation der Erde

3. DFG-Rundgespräch 29.-30. April 1998, Hotel Miethaner, Höllenstein bei Wettzell

Thema: Bezugssysteme

4. DFG-Rundgespräch 08.-09. März 2001, Hotel Miethaner, Höllenstein bei Wettzell

Thema: Wechselwirkungen im System Erde

Im vorliegenden Band sind die anlässlich des letzten DFG-Rundgesprächs gehaltenen Vorträge zusammengestellt. Es blieb den Autoren überlassen, eine Vollversion oder eine Kurzfassung abzugeben. Von den drei Herausgebern wurden die eingereichten Beiträge einem Begutachtungsverfahren unterzogen; alle hier abgedruckten Veröffentlichungen erfüllen höchste Qualitätsansprüche und zeigen die Vielfalt der Forschungsaufgaben zum Thema *Rotation der Erde*. Die deutschen Forschergruppen haben in den vergangenen Jahren an zahlreichen internationalen Kongressen und Arbeitstreffen teilgenommen und dabei bewiesen, dass sie auch im internationalen Vergleich eine bedeutende Rolle einnehmen. Erfreulicherweise haben beim 4. Rundgespräch – auch wenn es als deutschsprachige Veranstaltung angekündigt war – Kollegen aus insgesamt sechs Ländern teilgenommen, was das große Interesse an den Arbeiten der deutschen Forschergruppen dokumentiert.

Alle Beteiligten sind sich im klaren, dass das Forschungsvorhaben *Rotation der Erde* nach über 10-jähriger Förderung durch die DFG mit den derzeit noch laufenden Projekten zu einem Ende kommen wird. Die lebhafteste Abschlussdiskussion des 4. Rundgesprächs zeigte, dass weiterhin ein großer Forschungsbedarf besteht, vor allem wenn *Rotation der Erde* in einem gemeinsamen Ansatz mit anderen geophysikalisch/geodynamischen Phänomenen im *System Erde* betrachtet wird. Zur Ausarbeitung entsprechender Vorschläge wurde eine Arbeitsgruppe gebildet, die das Thema Erdrotation im wissenschaftlichen Umfeld beschreiben soll. Zusammenhänge mit anderen Phänomenen sollen aufgezeigt und der Stand der Forschung in den jeweiligen Nachbardisziplinen beschrieben werden. Darauf aufbauend soll ein Konzeptpapier zum Thema *Erdrotation und globale dynamische Prozesse* erstellt werden.

Im Namen der Teilnehmer möchte ich der Deutschen Forschungsgemeinschaft für die Förderung des Forschungsvorhabens *Rotation der Erde* sehr herzlich danken. Der Dank gilt insbesondere Herrn Dr. Johannes Karte für seine Unterstützung in

allen Phasen unserer Anliegen; ebenso danken alle Beteiligten den Mitgliedern der DFG-Prüfungsgruppe für ihre Teilnahme an den Rundgesprächen und ihre umsichtigen Entscheidungen angesichts der oft schwierigen Haushaltslage.

Gedankt sei auch der Deutschen Geodätischen Kommission für die Aufnahme des vorliegenden Bandes in ihre Veröffentlichungsreihe A. So konnte dieser Band professionell bearbeitet werden und es ist sichergestellt, dass die Publikationen einem großen Kreis von Interessenten zur Verfügung stehen werden.

Dem Leiter der Fundamentalstation Wettzell, Herrn Dr. Wolfgang Schlüter, sei herzlich für die perfekte lokale Organisation gedankt, sowie für die abschließende Führung zum neuen Ringlaser-System der Fundamentalstation Wettzell.

Ferner danken wir Herrn Dr. Michael Gerstl, Deutsches Geodätisches Forschungsinstitut, der für einen wesentlichen Teil der Beiträge das Layout besorgte.

Abschließend sei ein besonderer Dank an Herrn Prof. Dr. Manfred Schneider ausgesprochen, meinem Vorgänger als Koordinator des Forschungsvorhabens *Rotation der Erde* – bis zu seiner Pensionierung im September 1999 hat er die Aufgabe über beinahe ein Jahrzehnt mit großer Umsicht und hohem persönlichen Einsatz ausgeübt.

Harald Schuh

– Koordinator des Forschungsvorhabens –

Wien, April 2002

Anmerkung: Diese Publikation ist im Internet unter der Adresse

<http://www.dgfi.badw.de/dgfi/DOC/2002/Hoellenstein-2001.pdf>

veröffentlicht. Soweit möglich, sind in der Internetversion die Abbildungen farbig wiedergegeben. Eine farbige Wiedergabe der Abbildungen im Druck war aus Kostengründen nicht möglich.

Inhaltsverzeichnis

System Erde – aus himmelsmechanischer Sicht	M. SCHNEIDER 7
Erdrotation und Relativitätstheorie	M. SOFFEL, S. KLIONER, C. XU, X. WU 17
Operationelle Bestimmung der Erdrotationsparameter mit VLBI – Arbeiten der VLBI-Gruppe am Geodätischen Institut der Universität Bonn	J. CAMPBELL, A. NOTHNAGEL, C. STEINFORTH 21
Untersuchung der mit VLBI gemessenen Erdrotationsparameter	V. TESMER 25
Rigorese Kombination von Erdrotationsparametern innerhalb des IVS	C. STEINFORTH, A. NOTHNAGEL 28
Ein Wissensbasiertes System zur VLBI Auswertung	W. SCHWEGMANN 34
Precession driven fluid flow	S. LORENZANI, A. TILGNER 40
Wavelet-Analyse von Zeitreihen	M. SCHMIDT 46
Wavelet-Analysen der Erdrotationsparameter im hochfrequenten Bereich	H. SCHMITZ-HÜBSCH 57
On high-frequency fluctuations of Earth’s rotation and LOD	K. ARFA-KABOODVAND, E. GROTEN 63
Sub-diurnal variability of the earth’s rotation – a second approach	E. LEWI, K. ARFA-KABOODVAND, E. GROTEN 70
UT1 series 1955.5 – 1962.0 and their continuity	J. BIELE 77
Vorhersage der Erdorientierungs-Parameter unter Verwendung künstlicher Neuronaler Netze M. ULRICH, H. SCHUH, W. SCHWEGMANN, D. EGGER, J. MÜLLER	87
Untersuchung hydrologischer Einflüsse auf die Rotation der Erde	R. DILL 90
Atmosphärische und ozeanische Massenverlagerungen als Antrieb für ein Kreiselmodell der Erde	F. SEITZ 96
Zur Simulation transienter Prozesse im Ozean und deren Einfluss auf die Erdrotation	M. THOMAS 102
Der saisonale Zyklus in der Polbewegung unter spezieller Berücksichtigung des Ozeans	J. WÜNSCH 109
Die simulierte dreidimensionale atmosphärische Drehimpulsvariabilität	J. STUCK, A. HENSE 117
Die ozeanische Erregerfunktion, abgeleitet aus Altimeterdaten	H. JOCHMANN 125
Lokale Einflüsse auf inertielle Erdrotationssensoren	T. KLÜGEL, U. SCHREIBER 128
Temporal variations in the Earth’s gravity field with emphasis on atmospheric effects T. PETERS, J. MÜLLER, N. SNEEUW	133
Simulationen des ozeanischen Bodendrucks	J. WÜNSCH, M. THOMAS, TH. GRUBER 141
Die Aktivitäten der Fundamentalstation Wettzell	W. SCHLÜTER 148
Stabilitätsbetrachtungen für große Ringlaser	U. SCHREIBER, T. KLÜGEL, G. E. STEDMAN, W. SCHLÜTER 156

*Liegt von der Erde erst mal
ein aus dem Weltraum aufgenommenes Photo vor ...
wird das einen der größten Umdenkprozesse
der Geschichte auslösen.*

Fred Hoyle (1948)

System Erde – aus himmelsmechanischer Sicht

MANFRED SCHNEIDER¹

Vorbemerkung

Die Rotation der Erde, Thema des seit etwa einem Jahrzehnt von der Deutschen Forschungsgemeinschaft geförderten Forschungsvorhabens, ist

- **Kernstück** der Transformation zwischen astronomischen und terrestrischen Bezugssystemen, wie sie bei allen Bahn- und Parameterbestimmungsaufgaben anfällt. Als Beispiel sei der Wechsel zwischen dem

ICRS und dem ITRS bzw. dem ICRF und dem ITRF

genannt wie er derzeit vom Internationalen Erdrotationsdienst IERS empfohlen wird [23];

- **testbares Funktional** der (globalen) Dynamik des Systems Erde

und ihr Zeitverlauf ist

- **Lösung einer Kreiselgleichung**, die aus einer Drehimpulsbilanz abgeleitet ist. Im Rahmen der klassischen Mechanik führt diese auf die EULERSchen Kreiselgleichungen des starren Erdkörpers, und im Falle der deformierbaren Erde erhält man die EULER-LIOUVILLE'sche Gleichung, deren linearisierte Fassung das gekoppelte System der Gleichungen für die Polbewegung und die Tageslänge ergibt [22]. Eine EULER-LIOUVILLE'sche Gleichung läßt sich auch noch in erster postnewtonscher Näherung aus einer post-newtonschen Drehimpulsbilanz herleiten [22, 23].

Warum einen Systemansatz?

*“Charakteristisch für den Erdkörper ist die **Mehrschaligkeit** seines inneren Aufbaus, eine strenge Zonierung im **Chemismus und Aggregatzustand**”* [18].

Das trifft sinngemäß auch für die Atmosphäre [16] der Erde zu, die ebenfalls eine deutliche **Schichtung** aufweist, eine vertikale Gliederung nach Temperatur, Zusammensetzung und Ionisierungsgrad.

Die zahlreichen geowissenschaftlichen Disziplinen haben je eine oder mehrere der **Sphären** der Erde als Gegenstand, die in Abb. 1 aufgezählt sind.

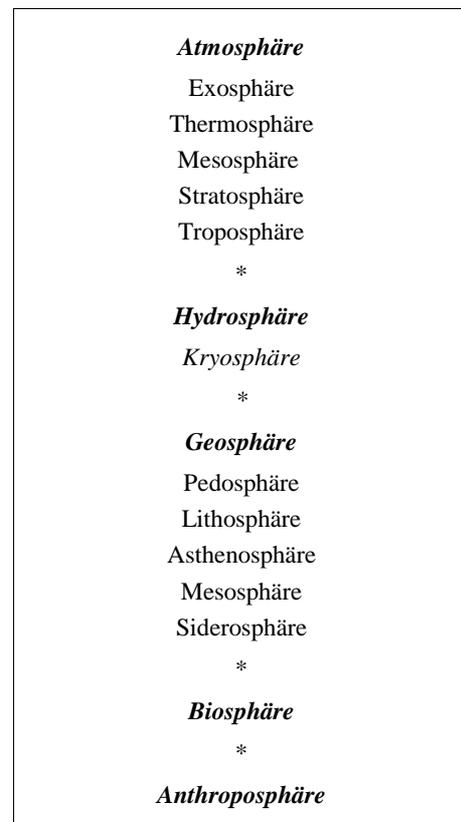


Abb. 1: Sphären der Erde

Diese Sphären weisen eine relativ hohe rezente Beständigkeit auf. Zwischen ihnen und mit der näheren und/oder weiteren Umgebung der Erde bestehen eine Vielzahl von **Wechselwirkungen**, die sich u.a. in vielfältigen Stoff- und Energiekreisläufen widerspiegeln und die ausgeprägte Signaturen im Zeitverlauf verschiedener Observablen wie beispielweise der Erdrotation hinterlassen.

Die Schichtung sowie die vielfältigen endogenen und exogenen Wechselwirkungen legen es nahe, die Erde als strukturierte Einheit zu betrachten.

¹ Manfred Schneider: Forschungseinrichtung Satellitengeodäsie, Technische Universität München, Arcisstraße 21, D - 80290 München; Fax: (089) 2892 3178, Tel.: (089) 2892 3191/3195; e-mail: mxsx.tum@t-online.de

“ *The study of the Earthhas, until the present, advanced largely through the pursuit of specialized disciplines, such as geology or oceanography, each primarily concerned with an individual component of the Earth.* ”

Global connections among the Earth’s components began to be recognized in the last century. Only recently, however, have we gained sufficient understanding of these connections to begin to study the Earth from a more unified point of view.

In anticipation of deeper insights into the interactions among the Earth’s components and the information pathways that describe them, we may now take a systems approach to the Earth science that utilizes global observing techniques together with conceptual and numerical modeling.

*The stage has thus been set for a new approach to Earth studies- **Earth System Science** – which builds upon the traditional disciplines but promises to provide a deeper understanding of the interactions that bind the Earth’s components into a unified, dynamical system. Fundamental to this new approach is a view of the **Earth System** as a related set of interacting processes operating on a wide range of spatial and temporal scales, rather than as a collection of individual components ...” [15].*

Globalisierung, nachhaltige Entwicklung, Erdsystem-Management und Geo-Engineering sind Facetten einer auf das **System Erde** gerichteten Sicht- und Handlungsweise. Von der **Systemtheorie** [7,32] als Metatheorie wird erhofft, dass sie der Komplexität, der hochgradigen Vernetzung der Wechselwirkungen der System-Elemente untereinander und mit der Systemumgebung gerecht werden kann. Vorteilhaft ist, dass ein Systemansatz disziplinübergreifend ist, also von der Thematik bestimmt ist und nicht die Nachteile der Interdisziplinarität aufweist [4].

Hierarchisierung

*Die Begriffe Umwelt, Subsystem und Supersystem kennzeichnen keine Systemeigenschaften. Es handelt sich um Beziehungsbegriffe, mit denen eine gedankliche Ordnung zum Zwecke der Systembeschreibung eingeführt wird. In der Systemwissenschaft bezeichnet man diese Ordnung als **System-Hierarchie** [7,21].*

Ein Beispiel einer solchen System-Hierarchie ist aus der Astronomie bekannt und seit langem Gegenstand der Himmelsmechanik:

Milchstraßensystem	Milchstraßensystem
Sonnensystem	Sonnen- System
Erde-Mond-System	Erde-Mond- System
System Erde (Blauer Planet, GAIA)	System Erde (Blauer Planet, GAIA)

Abb. 2: System-Hierarchie

Während die Abfolge der linken Seite der Abb.2 das Erde-Mond-System, das Sonnensystem und das Milchstraßen-

system als Supersysteme ausweist, ist in der Abfolge rechts das Milchstraßensystem Supersystem des Sonnensystems und das Erde-Mond-System ein Subsystem des Sonnensystems und das System Erde eines seiner Systemelemente bzw. ein Subsystem des Erde-Mond-Systems oder je nach der Fragestellung eines seiner Systemelemente.

Systembegriff

Den Beispielen System Erde, Erde – Mond – System, Sonnensystem, Milchstraßensystem usw. ist gemeinsam, dass sie je eine [21]

*Gesamtheit von (materiellen) Objekten sind, die sich in einem **ganzheitlichen** Zusammenhang befinden, wobei ihre Wechselbeziehungen untereinander diejenigen mit der Umwelt i.allg. stark überwiegen, so dass sie insgesamt als ein von der Umwelt mehr oder weniger unabhängiges Ganzes (mit einer durch ihre Eigenschaften und Wechselbeziehungen festgelegten Struktur) behandelt werden können.*

Zum Systembegriff gehört demnach wesentlich das Überwiegen der Wechselwirkung der Systemelemente untereinander über die mit der Umgebung. Ein System verfügt also über eine [7,21,22]

... inhärente Fähigkeit zur Systembildung durch das ständige Herstellen von (neuen) Relationen und damit Funktionstrukturen.

Ein mathematisches Bild für den Systembegriff muß wiedergeben, dass in einer umfassenderen Gesamtheit, der **Grundmenge** G , eine weniger umfassende Aggregation, die **Trägermenge** X je nach Fragestellung kleinster Einheiten x abgegrenzt wird, und dass diese Einheiten in Wirkungsbeziehungen untereinander und mit den nicht zu X gehörigen Einheiten von G , der Umgebung oder der **Umwelt** von G stehen (Abb.3).

Die Einheiten $x \in X$ können selbst Aggregationen sein; ihre Festlegung in einer bestimmten Fragestellung grenzt diese ihre **Inwelt** gegen X ab.

Bezeichne

$$R = \{ r_{ij} \mid \text{Relationen der } x_i \in X \text{ untereinander} \}$$

die Menge der Wirkungsbeziehungen zwischen den Elementen $x \in X$.

Dann wird das Paar

$$S = \{ X, R \} \quad X \subset G$$

ein **System** genannt, mit der Trägermenge X und der **Struktur** R , die ihrerseits formal durch Angaben über die **Verknüpfungsdichte** und die **Relationseigenschaften** gekennzeichnet wird.

Im Hinblick auf ein betrachtetes System werden die **Systemelemente** $x \in X$, die i.allg. Aggregationen von Elementen einer niedrigeren Ordnungsstufe sind, als **Subsysteme** bezeichnet.

Umgekehrt führt die Verbindung von Systemen zu einem neuen System, dem **Supersystem**.

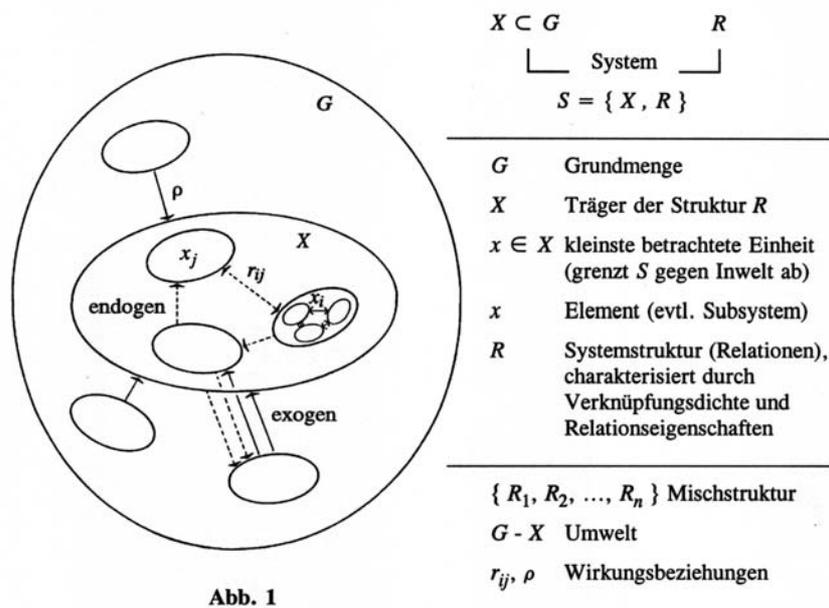


Abb.3: Zur Systemdefinition

Durch die die Systembildung bestimmenden Wirkungsbeziehungen, d.h. für die **Systemintegration**, kommen durch vom System bzw. den Systemelementen ausgehende Aktivitäten zustande. Im Unterschied zu diesen **endogenen** Aktivitäten werden die von der Umgebung $G - X$ des Systems ausgehenden Aktivitäten **exogen** genannt. Auf den Träger X bzw. dessen einzelne Elemente hin gerichtete Wirkungsbeziehungen werden als **Input** bezeichnet, in umgekehrter Richtung als **Output**.

Nach der gegebenen Systemdefinition ist der Trägermenge X eine Struktur R aufgebracht. Meist interessiert der Fall, dass X mehrere verschiedene Strukturen trägt. Es ist daher zweckmäßig, die Definition entsprechend

$$S = \{ X, R_1, \dots, R_n \}$$

zu erweitern. X trägt danach die durch die Relationenmengen R_1, \dots, R_n beschriebene **Mischstruktur** oder **multiple Struktur**.

Schritte zum Systemmodell

Im System werden die Konstituenten Trägermenge X und Struktur R zu einer Einheit S zusammengefaßt und diese gegen eine Umwelt abgegrenzt. Mit dieser **Systemabgrenzung**, also der Festlegung der Aggregation X der – in der Fragestellung – kleinsten Einheiten x , den Systemelementen oder Subsystemen, wird deren Inwelt gegen X festgelegt und eine **Differenz** zur Umwelt $G - X$ hergestellt, durch die sich das System als Einheit gegen seine Umwelt abhebt.

Nach der Festlegung der Trägermenge X des Systems sind die Wirkungsbeziehungen der Systemelemente x untereinander und mit den zur Umwelt $G - X$ gehörigen Einheiten abzubilden: die **Systemstruktur**.

Mit der Festlegung der Trägermenge X und der Systemstruktur, den Entscheidungsvariablen der **Systemplanung**, ist eine bestimmte **Systemauslegung** gegeben. Diese Systemplanung geht von einer Diagnose der Problemstellung und der für die Untersuchung bedeutungsvollen Umwelt aus.

Mit der Systemplanung beginnt die eigentliche Modellentwicklung .

Ein **Systemmodell** muß als Hypothese über das reale System

- die die Systembildung bestimmenden Wirkungsbeziehungen, d.h. die Systemstruktur
- die durch vom System S bzw. den Systemelementen x ausgehenden endogenen Aktivitäten
- die von der Umwelt $G - X$ ausgehenden exogenen Aktivitäten

und damit die Input/ Output – Wirkungsbeziehungen des Systems S mit seiner Umwelt $G - X$ abbilden.

Zur **Gesamtfunktion eines Systemmodells** gehört vor allem die Darstellung des Systemverhaltens, d.h. der **Reagibilität des Systems** auf exogene und endogene Aktivitäten. Von besonderem Interesse ist dabei die **Stabilität des Systems** gegenüber äußeren und inneren Störungen, d.h. wie die Wechselwirkungen seiner Systemelemente/Subsysteme untereinander diejenigen mit der Umwelt überwiegen, über welche inhärente Fähigkeit zur Systembildung das Systems verfügt.

Mit anderen Worten:

- *Wie werden vom System S ständig Relationen und damit Funktionsstrukturen hergestellt, die seiner Selbst-erhaltung und Entwicklung dienen?*
- *In welchem **Suchvorgang** findet das System S in einer kontingenten Umwelt $G - X$ die förderlichen Möglichkeiten?*

Formulierung von Systemmodellen mittels physikalischer Theorien

Mit Hilfe von **Systemmodellen** werden in mathematisch-logischer Form einerseits die in der realen Welt denkbaren Gestaltungsmöglichkeiten eines Systems abgebildet, andererseits das **Systemverhalten**, d.h. die Reagibilität auf exogene und endogene Aktivitäten im System.

Ein Systemmodell ist

... kein isomorphes Abbild des realen Systems, sondern eine Hypothese über das reale System [7]

Insofern kann ein Systemmodell nur nach Kriterien der **Abbildungsgenauigkeit** oder der **Brauchbarkeit** beurteilt werden.

Im Folgenden werden ausschließlich solche Systemmodelle betrachtet, die vermittels physikalischer Theorien formuliert sind.

Eine **physikalische Theorie** ist nach DUHEM [2] ein aus wenigen Prinzipien abgeleitetes System mathematischer Sätze, mit dem so einfach, so vollständig und so genau wie möglich eine Menge empirischer Gesetze dargestellt werden soll. Somit bestimmen drei Teile eine physikalische Theorie [11]

Mathematische Theorie(n) – Anwendungsvorschrift – Wirklichkeitsbereich

Danach wird in einer physikalischen Theorie [10] ein **Wirklichkeitsbereich** (Objektgebiet oder Basisbereich D)

über

einen **Basisteil** (Beobachtungssprache L_0 bzw. Meßsprache L_0')

und

einen **Korrespondenzteil** (Regeln L_c)

begrifflich

im rein **theoretischen Teil** (L_r)

repräsentiert.

Dieser **duale Aufbau** einer physikalischen Theorie (PT) hat als unterste Sprachschicht die **Beobachtungssprache** bzw. die erweiterte Beobachtungssprache (**Meßsprache**), mit deren Hilfe das Objektgebiet deskriptiv erfaßt wird.

Die mittlere Sprachschicht besteht aus **Korrespondenz- bzw. Interpretationsregeln**, die rein theoretische Terme mit empirischen Termen verbindet. Sie ordnet der deskriptiv erfaßten Basis die theoretischen, begrifflichen Aussagen aus der rein theoretischen Sprachschicht zu.

Je nach der Richtung, in der das Aufbauschema durchlaufen wird, spricht man von einem

Modellzugang bzw. **operationellen Zugang**.

Im rein **theoretischen Teil** einer PT wird ein **Repräsentationsraum** ausgebildet, der der begrifflich-mathematischen Repräsentation der Beobachtungs-, Meßaussagen und damit der Repräsentation des Objektgebietes dient.

Über die Zuordnungsregeln des Korrespondenzteils erfolgt die Zu- und Einordnung eines deskriptiv in Beobachtungs- und Meßaussagen erfaßten Ausschnitts der Wirklichkeit in einen theoretisch-begrifflichen Zusammenhang.

Die Struktur des Repräsentationsraums wird geprägt durch die empirische Verfassung des Objektgebietes, in dem Sinne, dass unter den logisch möglichen Strukturen diejenigen interessieren, die – über die Korrespondenzregeln – auch empirisch über D gelten []. Dieser Vorgang wird besonders durchsichtig, wenn man mengentheoretische Modelle und deren Axiomatisierungen im rein theoretischen Teil benutzt [10,11,22]. Die Struktur von L_r wird dann durch Axiome definiert.

Über den Korrespondenzteil einer PT wird eine mathematische Theorie einem realen Sachverhalt zugeordnet. Diese Zuordnung gelingt nur ungenau, die Abbildung der Realrelationen durch mathematische Relationen ist nicht scharf herstellbar. Der Grund liegt in der im rein theoretischen Teil vorgenommenen Idealisierung, die durch Verschmieren mit geeigneten **Unschärfen** rückgängig gemacht werden muß, sollen die in der Beobachtungs- bzw. Meßsprache wiedergegebenen Realrelationen mit dem rein theoretischen Teil vergleichbar sein. Die Idealisierung selbst ist notwendig, weil ein physikalisches Problem ungelöst ist und zurückgestellt werden mußte.

Beispiel: *Die raumzeitliche Struktur des Basisgebietes wird im mathematischen Bild durch differenzierbare Mannigfaltigkeiten repräsentiert, womit das ungeklärte physikalische Problem der Struktur der Ereigniswelt im Kleinen zurückgestellt wird. Diese Idealisierung muß beim Vergleich mit Messungen von Ereignisabständen durch Verschmieren mit geeigneten Unschärfen rückgängig gemacht werden [11].*

Es sind nun die **umfangreicheren** physikalischen Theorien, die mit den geringeren Unschärfen auskommen. Damit ist der Zusammenhang verschiedener PTs angesprochen. Mögliche Zusammenhänge zweier konkurrierender PTs sind, dass sich die Basisgebiete (Extensionen) der Theorien überlappen oder dass der Basisteil der einen Theorie völlig in dem der anderen eingeschlossen ist [10].

Zwei wichtige **Beispiele** sind der Zusammenhang der Einsteinschen und der Newtonschen Gravitationstheorie sowie der Zusammenhang von relativistischer und Newtonscher Mechanik [11,22].

In beiden Fällen gelingt es, zu den umfangreicheren Einsteinschen Theorien Einschränkungen so zu definieren, dass sie mit Teilausschnitten der Newtonschen Theorien identifiziert, d.h. in diese sozusagen eingebettet werden können

$$PT_1 \xrightarrow{\text{Einschränkung}} PT_2 \xrightarrow{\text{Einbettung}} PT_3$$

Durch die **Einbettung** wird deutlich, welcher Teil der Newtonschen Theorien PT_3 physikalisch brauchbar ist [11].

Insofern Systemmodelle in Gestalt physikalischer Theorien, genauer in deren rein theoretischem Teil L_r , zu formulieren

sind, müssen sie zumindest folgenden Grundforderungen Rechnung tragen

- der **Dynamisierung der Geometrie der Ereigniswelt** etwa im Sinne der einsteinschen Gravitationstheorie
- der **Irreversibilität realer Prozesse**
- der **Möglichkeit des Auftretens chaotischen Systemverhaltens**.

*Anm.: Die Dokumente der Erdgeschichte, die Befunde der Astronomie und der Kosmologie belegen eine Entwicklung des Systems Erde, des Erde – Mond – Systems, des Sonnensystems, der Galaxien usw. und endlich des Universums. Diese Entwicklungen sind durch eine immer stärkere **Ausdifferenzierung** in Subsysteme und zunehmend reichere Systemstrukturen gekennzeichnet.*

Ein solches Systemverhalten erscheint nur im Rahmen einer Dynamik nichtlinearer Systeme verständlich. Nur eine solche eröffnet die Möglichkeit

*der **Selbstorganisation**, d.h. des kollektiven, synergischen Verhaltens von Einheiten, also der Entstehung spezieller räumlicher und zeitlicher Strukturen in offenen Systemen.*

In einer solchen Dynamik aber gibt es auch den Weg in ein

***deterministisches Chaos**, d.h. die Möglichkeit eines inhärenten Zufallsverhaltens von Systemen, das keine eindeutige Zuordnung von Ursache und Wirkung zuläßt.*

Dadurch wird grundsätzlich die **Berechenbarkeit** von Prozessen, deren Dynamik deterministischen Gesetzen folgt, eingeschränkt, d.h. die des Langzeitverhaltens. Das betrifft in gleicher Weise die **Prognose** wie auch die **Recognose**, also die Rückrechnung des Systemverhaltens.

Entwicklungsgleichung für den Systemzustand

Bezeichne $\mathbf{Z}(t)$ den **Zustand** des Systems Erde zum Zeitpunkt t und genüge der **Entwicklungsgleichung**

$$\dot{\mathbf{Z}} = f(\mathbf{Z}, t).$$

Danach besteht als Aufgabe die

- Spezifikation des Zustandes \mathbf{Z}
- Formulierung der Funktion f in ihrer Abhängigkeit von \mathbf{Z} und der Zeit t

Die Gleichung ist eine Differentialgleichung 1. Ordnung. Ihre Lösung

$$\mathbf{Z} = \mathbf{Z}(t, \mathbf{Z}_0)$$

enthält frei wählbare Integrationskonstanten, die im Sinne einer Anfangswertaufgabe zu einer Epoche $t > t_0$ interpretiert werden können.

Die Lösung $\mathbf{Z} = \mathbf{Z}(t, \mathbf{Z}_0)$ der Entwicklungsgleichung beschreibt die zeitliche Entwicklung des Systems Erde für die Zeitpunkte $t > t_0$.

Mathematisch läuft die Lösung der Gleichung (1) auf die Frage hinaus, ob diese Gleichung eine Lösung besitzt und ob diese eindeutig für gegebene Anfangswerte \mathbf{Z}_0 ist.

Zu dieser Frage kann auf bekannte Existenz- und Eindeigkeitssätze der Theorie der Differentialgleichungen zurückgegriffen werden.

Diese Sätze sagen aber nicht immer auch aus, über welche Zeiträume eine Lösung erwartet werden kann.

Die Lösungsschar der Entwicklungsgleichung hängt wesentlich von der Funktionsstruktur ihrer rechten Seite $f(\mathbf{Z}, t)$ ab, ob sie beispielsweise

linear oder nichtlinear

von \mathbf{Z} abhängt. In letzterem Fall kann das Systemverhalten chaotisch sein, d.h. das Langzeitverhalten des Systems ist möglicherweise nicht vorhersagbar.

DRESS hat in [33] die hier entwickelte Vorstellung wie folgt beschrieben:

*Die mathematische Modellierung von Prozessen, das heißt von mehr oder weniger gesetzmäßig ablaufenden Veränderungen, denen ein von uns beobachtetes oder gar in Gang gesetztes System S unterliegt, geht in der Regel von der Annahme aus, dass sich ganz unabhängig von den jeweils beobachteten Zuständen der **Inbegriff** aller dem betrachteten System prinzipiell zuschreibbaren **Zustände** bilden und im Sinne der CANTORSchen Mengenlehre als dessen **Zustandsraum** durch eine abgegrenzte und dem System zeitunabhängig zugeordnete (meist zusätzlich strukturierte) **Menge** Z beschreiben lasse.*

Ist ein solcher Zustandsraum Z einmal definiert, läßt sich jeglicher konkrete Prozeßverlauf durch Spezifikation des zu jedem Zeitpunkt t im Zustandsraum Z jeweils erreichten Zustandes

$$\mathbf{z}(t) \in Z$$

*beschreiben, also streng **mengentheoretisch** gesprochen, durch die Angabe einer **Abbildung***

$$\mathbf{z} = \mathbf{z}(\dots) : T \longrightarrow Z : t \longrightarrow \mathbf{z}(t)$$

*vom Zeitparameterraum T in den Zustandsraum Z , oder auch, mehr **geometrisch** gesprochen, durch einen mittels T **parametrisierten Weg***

$$\mathbf{z} = \mathbf{z}(\dots)$$

im Zustandsraum Z .

*Die einen Prozeßverlauf bestimmende Dynamik schließlich läßt sich dann in diesem Rahmen als ein **Regelsystem** beschreiben, welches es erlaubt, aus der Kenntnis früherer Zustände eines solchen Prozeßverlaufes auf die noch früheren Zustände zu schließen.*

Das von DRESS angesprochene **Regelsystem** kann beispielsweise in der Gestalt der Entwicklungsgleichung formuliert werden. Es ist dies die Vorstellung, die ihre extremste Ausgestaltung durch LAPLACE gefunden hat. Die von

LAPLACE vermutete prinzipielle Vorhersagbarkeit allen (physikalischen) Geschehens wird freilich schon auf der theoretischen Ebene der nichtrelativistischen Physik durch eine *sensitive Abhängigkeit von den Anfangsbedingungen* eingeschränkt. Hinter der oben skizzierten Vorstellung steht wesentlich die auf NEWTON zurückgehende Auffassung des inneren Zusammenhangs des physikalischen Geschehens in der Zeitfolge.

Beispiele für Systemmodelle

1. In den Planetentheorien wie auch in der Mondtheorie wird häufig das Modell des Teilchensystems unterstellt, also ein Gebilde aus strukturlosen Massenpunkten (Massenmonopolen). Einem solchen Teilchensystem kann man hinsichtlich seiner fortschreitenden Bewegung als Ganzes seinen Massenmittelpunkt zuordnen und für dessen Bewegung eine Bewegungsgleichung von Newton-Eulerscher Form angeben [22]. Diese ist gleichwertig einer Entwicklungsgleichung für den Ort und die Geschwindigkeit des Massenmittelpunktes. Bei Newtonscher Gravitationswechselwirkung bewegt sich dieser geradlinig-gleichförmig in einem baryzentrischen Inertialsystem, wenn das Teilchensystem abgeschlossen ist.

Als Systemmodell für das Sonnensystems ist das eben entwickelte Modell des Teilchensystems in vielerlei Hinsicht unzureichend. Einige Gründe seien angeführt:

- Die Körper des Sonnensystems sind zwar in ihren charakteristischen Abmessungen klein gegen die Abmessungen der von ihnen durchlaufenen Bahnen, dennoch zeigen sich in den Beobachtungen Abweichungen der tatsächlichen Bahnen von denjenigen, im Rahmen des Teilchensystems gerechneten Bahnen, die auf die Ausdehnung der Körper sowie deren Eigendrehungen hinweisen

Das Sonnensystem ist in einem Spiralarm des Milchstraßensystems angesiedelt und nimmt an dessen Bewegung teil, so dass es nicht als abgeschlossenes System behandelt werden kann.

- Die Charakterisierung des Systems durch die Phase

$$\mathbf{Z} = \{ \mathbf{R}, \mathbf{V} \}$$

ist unvollständig, weil sie der Drehbewegung des Sonnensystems als Ganzes nicht Rechnung trägt. Hierzu könnte man einen Drehvektor vermittelt der Drehimpulserhaltung und dem Jacobischen Virial [3,22] einführen. Daraus resultiert in den Planetentheorien das Konzept der sog. *invariablen Ebene*. Mit der Winkelgeschwindigkeit \mathbf{d} als globale Rotation des Teilchensystems würde dessen Zustand \mathbf{Z} dann beschrieben durch

$$\mathbf{Z} = \{ \mathbf{R}, \mathbf{V}, \mathbf{d} \}$$

- Die Newtonsche Theorie einschließlich der Newtonschen Gravitationstheorie ist unzureichend, das Bewegungsproblem muß auf der Grundlage der Einsteinschen Gravitationstheorie behandelt werden. Das erfordert beispielsweise die Analyse der Lasermessungen zum Mond

[14,17], aber auch die Navigation im interplanetaren Raum.

Das Modell des Teilchensystems ist erweiterbar auf das Unendlich-Viel-Körperproblem, auf inkohärente Kontinua (Staub) und auf Systeme (polarer/nichtpolarer) Kontinua, sowohl newtonsch als auch postnewtonsch, in dem Sinne, dass man diese Gebilde durch Zustände

$$\mathbf{Z} = \{ \mathbf{R}, \mathbf{V}, \mathbf{d} \}$$

global beschreiben kann.

2. In [20] formuliert SCHELLNHUBER Entwicklungsgleichungen für den Zustand eines aus **Ökosphäre N** und **Anthroposphäre A** bestehenden Systems Erde, die Ökosphäre als Synonym für Atmosphäre, Hydrosphäre, Kryosphäre, Geosphäre und Biosphäre. Diese Gleichungen regeln den globalen Wandel

$$\mathbf{Z}(t) = \{ \mathbf{N}(t), \mathbf{A}(t) \}$$

des Systems Erde, seinen Makrozustand $\mathbf{Z}(t)$ als Funktion der Zeit t .

SCHELLNHUBER gibt verschiedene Versionen von Entwicklungsgleichungen für die Ökosphäre bzw. die Anthroposphäre an, z.B.

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{N}} &= \mathbf{F}_0(\mathbf{N}; t) & \dot{\mathbf{N}} &= \mathbf{F}_1(\mathbf{N}, \mathbf{A}; t) \\ \dot{\mathbf{A}} &= \mathbf{G}_0(\mathbf{N}, \mathbf{A}) & \dot{\mathbf{A}} &= \mathbf{G}_1(\mathbf{N}, \mathbf{A}) \end{aligned} \quad \text{bzw.}$$

Der Unterschied der rechts stehenden Gleichungen zu den links stehenden ist

“the dynamic quasi-symmetry between the global quantities N and A. The anthroposphere has now become an active component also at the system scale and therefore represents a significant driving force for coevolution.”

In voller Konsequenz muß hier die himmelsmechanische Sicht einbezogen werden, was in [20] angesichts der dortigen Zielstellung noch nicht deutlich wird.

Das könnte eine **JACOBI – Dynamik** leisten wie sie in [3] skizziert wird, die auf dem von JACOBI eingeführten **Virial** aufbaut und Arbeiten [1] von CHANDRASEKHAR zur Theorie der Gleichgewichtsfiguren fortführt und thematisch erheblich verbreitert.

Arbeitsschritte

Um zu Systemgleichungen für die Entwicklung des Systems Erde zu gelangen und sie zu validieren, sind wenigstens folgende Aufgaben zu bearbeiten:

1. Systemauslegung

- Systemrand (Inwelt, Umwelt, Systemelemente)
- Schichtung (Sphären, Sub-/Teilsysteme)
 - Schichten ein-/mehrkomponentig
 - Schichten polar/nichtpolar

1. Formulierung der Systemgleichungen

- Mechanisch-thermodynamische Bilanzgleichungen
- Feldgleichungen/Potentialgleichungen für Felder
- Sprungrelationen an Schichtgrenzen

2. Formulierung der Stoff-Funktionale

(Materialgleichungen in den Schichten: Rheologie)

3. Aufstellung der Bewegungsgleichungen

der Systemelemente

4. Lösung der Bewegungsgleichungen (Prognose/Recognose)

5. Testbare Funktionale

(Observablen der Systemdynamik)

Hierzu einige Erläuterungen:

- ad 1** Die Systemauslegung wird entscheidend geprägt von den dem Systembegriff beigelegten Eigenschaften wie
- **Kontinuität**
 - **Identität**
 - **Organisation**
 - **Zielgerichtetheit.**

Die Systemdefinition enthält die Vorstellung von einer **Konstanz im Wandel** im Sinne

Erhaltung des Netzwerkes der Beziehungen der Elemente

und die Aspekte

- **Wiedererkennung als Einheit**
- **Selbstbehauptung des Systems.**

Das macht verständlich, warum die oben aufgezählten **Sphären** als Subsysteme aufgefaßt werden können, die Erde selbst als Subsystem des Erde-Mond-Systems etc.

Es ist das die oben schon angesprochene

inhärente Fähigkeit zur Systembildung durch das ständige Herstellen von Relationen und damit von Funktionsstrukturen.

Aus himmelsmechanischer Sicht ist zu entscheiden, ob die einzelnen Schichten ein- oder mehrkomponentig sind, in letzterem Falle, welche chemischen Reaktionen zwischen den einzelnen Komponenten stattfinden. Weiter ist zu entscheiden, ob die Schichten bzw. Komponenten als nichtpolare oder polare Kontinua zu behandeln sind.

- ad 2** Ausgehend von den mechanisch-thermodynamischen Bilanzgleichungen können differentielle und globale Bewegungsgleichungen hergeleitet werden, die zusammen mit den Feldgleichungen als Systemgleichungen verwendet werden können.

Darüber hinaus sind eventuelle Sprungrelationen zwischen bzw. in den Schichten bzw. den Komponenten zu formulieren, also eventuelle Unstetigkeiten in den Bilanz- und Feldgrößen.

- ad 3** Die Bewegungs- und Feldgleichungen enthalten eine Reihe von Platzhaltesymbolen für Kräfte, Dreh-

momente, Quellstärken etc., die u. a. konkret im Rahmen von Materialgleichungen anzugeben sind. Es sind Stoff-Funktionale für die Reaktion der Kontinua auf mechanische, thermische, elektromagnetische Beanspruchung zu formulieren. Das ist vornehmlich mit den Mitteln der Rheologie, sei es der phänomenologischen Rheologie, sei es ausgehend von der Mikrostruktur der Materialien, zu leisten. Damit kann dann auch die prinzipielle Unterbestimmung des gestellten Bewegungsproblems aufgehoben werden.

- ad 4** Sind auch die Kräfte, Drehmomente etc. für die äußeren Wechselwirkungen des Systems Erde seiner planetaren Umwelt explizit formuliert, so sind differentielle /globale Bewegungsgleichungen vollständig formuliert und können aus himmelsmechanischer Sicht als Systemgleichungen für die Beschreibung der zeitlichen Entwicklung herangezogen werden.

- ad 5** Im Hinblick auf die Lösung des Bewegungsproblems kann es zweckmäßig sein, auf alternative Formulierungen zu derjenigen, die zunächst auf Grund der Bilanz- und Feldgleichungen resultiert, zu verwenden, beispielsweise eine kanonische. Dadurch werden für die Lösung unter Umständen leistungsfähigere Lösungsverfahren erschlossen.

Prognose und Recognose sind Vorwärts- bzw. Rückrechnung im Sinne einer Anfangswertdeterminierung des gestellten Bewegungsproblems, die Randwertdeterminierung zielt auf eine Klassifikation der Lösungsgesamtheit nach Großformen der Systembewegung ab. Bestimmte Fragestellungen bringen durchaus auch Mischformen der Determinierung ins Spiel.

Bei der Untersuchung des Langzeitverhaltens des Systems Erde ist von besonderem Interesse, in welchem Ausmaß auf Grund der nichtlinearen Systemdynamik chaotisches Systemverhalten und Strukturbildungs- bzw. Selbstorganisationsprozesse zu erwarten sind, welche Stabilität das Gesamtsystem und seine Subsysteme aufweisen.

- ad 6** Die geodätischen Raumverfahren haben in den letzten drei Jahrzehnten die Erfassung eines breiten Spektrums von Observablen ermöglicht und damit das Testen einer Vielzahl von Funktionalen der Dynamik des Systems Erde, insbesondere ihrer Rotation. In den Signaturen der Zeitverläufe der observablen Kenngrößen werden zunehmend die **Wechselwirkungen im System Erde** sichtbar, die Kopplungen seiner Subsysteme (Kern-Mantel-Kopplung, Kopplung von Atmosphäre und Ozeanen), dem Thema dieses Rundgesprächs.

Diese Schritte sind Teil eines iterativen, mehrfach rückgekoppelten Problemlösungszyklus [21] mit den Aufgabefeldern

Modellierung – Erfassung – Dokumentation – Validierung

Der damit angesprochene Planungs- und Handlungsablauf ist in [21, 22, 23] näher ausgeführt. Hier soll nur die Modellierung angesprochen werden. Führt man die Schritte 1.-5. durch, so gelangt man zu einem **Gefüge von Theorien**

über die Systementwicklung, das meist durch Konsistenzforderungen geprüft werden kann.

Ob eine einzige Theorie der Dynamik des Systems Erde erreichbar ist oder überhaupt sinnvoll, ist derzeit nicht zu sehen. Wenn man in der Systemauslegung bis auf die atomare/molekulare Ebene [20] heruntergehen würde, wäre eine immense Zahl von Bewegungsgleichungen zu formulieren und zu lösen. Würde man als Systemelemente bei kontinuumsphysikalischer Betrachtung die materiellen Punkte wählen, wären es jedenfalls überabzählbar viele solcher Gleichungen. Ein Beispiel, dass diese Aufgabe lösbar ist, zeigt WAHR mit seinen Beiträgen zur Rotation der Erde in [27,28].

Aus himmelsmechanischer Sicht kann nur ein **Gefüge von Theorien** eine angemessene Antwort sein, beispielsweise der Gestalt:

Milchstraßensystem

- Stelldynamik /Theorie der Spiralstruktur und der galaktischen Rotation

Sonnensystem

- Kosmogonie und Entwicklung
- Theorie der Planetenbahnen
- Theorie der Planetoidenbahnen

Erde- Mond- System

- Mondtheorie (incl. Librationen)

System Erde

- Dynamik der Atmosphäre
- Dynamik der Ozeane
- Geodynamik(Gezeiten, Seismik, Tektonik)
- Theorie der Rotation

Aspekte der **Dynamik des Systems Erde**, diese eingebettet in den Wirkungszusammenhang einer Systemhierarchie, aus himmelsmechanischer Sicht sind im einzelnen die

- **Translationsbewegung der Erde**
 - als **Planet** im Sonnensystem
 - **Planetentheorien (Monopole, 1pN, Spin-Bahn-Kopplung)**
 - als **Zentralkörper** des Erde-Mond-Systems
 - **Mondtheorien (Multipole, 1pN, Kopplung mit Librationen)**
- **Drehbewegung der Erde**
 - **Theorien der Erdrotation (Polbewegung und Rotationsphase, Präzession, Nutation)**
- **Deformationen der Erde u.a.**
 - **Theorie der Eigenschwingungen**
 - **Theorie der Gezeiten, Seismik**
 - **Theorie der Plattentektonik**

Das besondere Interesse gilt bei diesem Gefüge von Theorien der Stabilität der einzelnen Systeme gegenüber den exogenen /endogenen Wirkungsbeziehungen, und zwar im Hinblick

auf den Erhalt der Systemstrukturen. Mit anderen Worten: Bleiben die Systemstrukturen etwa des Systems Erde langfristig bestehen angesichts eines sich wandelnden Wirkungszusammenhangs der übergeordneten Systeme wie er aus der langfristigen Entwicklung des Erde – Mond- Systems, des Sonnensystems resultiert? Wesentlich wird dabei sein, die Entwicklung dieser Supersysteme angemessen zu beschreiben.

So mag es beispielsweise bei einer Langzeitrechnung für das Sonnensystem vielleicht noch angehen, eine unveränderliche Monopolstruktur der Körper anzunehmen und ihre Eigendrehungen sowie Spin – Bahn – Kopplungen bei der Frage eines eventuellen chaotischen Systemverhaltens zu vernachlässigen, sie trägt dann aber in keiner Weise der kosmogonischen Entwicklung Rechnung. Was die Sonne als Zentralkörper betrifft, so muß man deren Entwicklung zum Roten Riesen hin berücksichtigen, aber es muß dann in der Langzeitentwicklung des Sonnensystems die Berechnung der Planetenbahnen der Massenverlust der Sonne beachtet werden.

Schließlich muß sich die Rechnung auf allgemeinrelativistische Bewegungsgleichungen und eine damit konsistente Materialtheorie stützen.

Eine durchgängig konsistente Theorie für die vielschichtige Dynamik der angesprochenen Systemhierarchie ist bisher nur in Ansätzen erkennbar. Die Ausarbeitung einer angemessenen Lösung der resultierenden Systemgleichungen ist noch nicht geleistet.

Dabei wird das Stabilitätsproblem auf den einzelnen Ebenen der Systemhierarchie eine zentrale Rolle spielen, besonders wenn es wie im Falle der Erde um eine wünschenswerte nachhaltige Entwicklung bzw. Beeinflußbarkeit der Systementwicklung geht.

Dabei kommt ohne Zweifel auch der Drehbewegung der Erde Bedeutung zu.

Es soll abschließend noch einmal das Thema des bisherigen Forschungsvorhabens **Rotation der Erde** [5,6,8,9,22,23, 27,28,31] angesprochen werden:

Was heißt Erdrotation?

Wie eingangs ausgeführt, ist die Erdrotation Kernstück der Transformationen zwischen Bezugssystemen, die in der Ephemeridenrechnung, der Bahn- und Parameterbestimmung auftreten.

Während man in der Newtonschen Mechanik zur Definition der Rotation der Erde auf das Konzept des starren Körpers zurückgreifen kann, ist das in der relativistischen Himmelsmechanik nicht mehr möglich.

Um auch hier zu einem mit der allgemeinen Relativitätstheorie verträglichen Rotationsbegriff zu gelangen, hat Hermann WEYL [22, 26] vorgeschlagen, einen Kompaß zu verwenden, ausgeführt als

<i>Sternenkompaß</i>	<i>Trägheitskompaß</i>
Fixsterne	Foucault-Pendel
Planeten	Ringlaser [23]
Mond	Helium-Kreisel [23]
Erdsatelliten	

SOFFEL [26] schlägt als weitere Variante einen **Gravitationskompaß** vor.

So kann beispielsweise ein Ringlaser die lokale Rotation der Erde an dessen Aufstellungsort im lokalen Fermi-System absolut messen [22].

Versuche, zu einem theoretisch befriedigenden Rotationsbegriff im Rahmen der allgemeinen Relativitätstheorie zu gelangen, haben u.a. KLIONER und SOFFEL unternommen [21].

Denkbar wäre auch, ähnlich wie die Definition der Winkelgeschwindigkeit eines deformierbaren Körpers durch eine Mittelung der Vortizität [22,23,27] in der Newtonschen Mechanik eine globale Rotation aus dem korrespondierenden Anteil der Zerlegung des Vierergeschwindigkeitsfeldes über dem relativistischen Kontinuum durch eine Mittelung zu definieren, gegebenenfalls unter Zuhilfenahme der von LANDAU und RAYCHAUDHURI angegebenen Gleichungen [23] für die irreduziblen Bestandteile des Vierergeschwindigkeitsfeldes.

Auch könnte man im Anschluss an die physikalisch motivierte Aufspaltung der Einsteinschen Bewegungsgleichung durch SCHMUTZER [22] eine solche ausgehend von einer postnewtonschen Drehimpulsbilanz versuchen.

Abschließende Bemerkungen

Die himmelsmechanische Sicht des Systems Erde ist eine notwendige, aber keineswegs hinreichende. Sie gibt nur die Sichtweise der Astronomie und einiger Geowissenschaften wieder. Hinzugenommen werden müssen alle Sichtweisen der Disziplinen, deren Gegenstand die in Abb. 1 genannten Sphären sind, also neben den einschlägigen Geowissenschaften die Bio- und die Sozialwissenschaften. Hierzu sei verwiesen auf [15, 24] und auf die von WEIDLICH [29] angestellten Untersuchungen der

“universellen Gesetzmäßigkeiten von dynamischen Makrostrukturen, welche in Multikomponentensystemen durch die Wechselwirkung zwischen deren Elementen entstehen”.

Auch ist die Aufzählung der Sphären in der Abb. 1 nicht vollständig.

Dort sind Sichtweisen noch nicht berücksichtigt, wie sie etwa in der **GAIA-Hypothese** von Lovelock zum Ausdruck kommen, ein Aspekt, der schon in Keplers Weltharmonik zu Beginn des 17. Jahrhunderts anklingt.

Ein ganz anderer Aspekt ist die von Teilhard de Chardin in seinem Buch *Le phenomene humaine* [26] diskutierte **Noosphäre**.

Abschließend sei aus C.F. von Weizsäckers *Der Garten des Menschlichen* zitiert[30]:

Im Abschnitt Heidegger und die Naturwissenschaft heißt es:

“Ich bin überzeugt, dass er in seiner späten Zeit die Signatur unseres Zeitalters in einem entscheidenden Punkt richtig gesehen hat. Das Ge-Stell ist die Zerlegung der Wirklichkeit in begriffliche Vorstellungsakte und der Versuch der Wiederherstellung des Ganzen als Summe wechselwirkender Elemente. Diese begriffliche Wiederherstellung eines Ganzen nennt man heute Systemtheorie.”

Und im Abschnitt *Die Rückseite des Spiegels, gespiegelt* schreibt v. Weizsäcker:

“Der Unterschied zwischen höheren und niederen Strukturen ist phänomenologisch eine Realität (bei Lorenz [13] tritt er in der Gestalt der Schichten Nicolai Hartmanns auf), ist aber in einer informationstheoretischen Auffassung der Physik formulierbar und der heutigen im Ansatz ebenso reduktionistischen Systemtheorie (auch im soziologischen Sinne des Worts, vgl. N. Luhmann [12]) geläufig. Lorenz selbst schildert den Übergang von Gesetzmäßigkeiten einer Schicht zu denen einer höheren Schicht durch den Zusammenschluß mehrerer spezieller Systeme zu einem umfassenderen System unter dem Titel der “Fulguration”, des blitzartigen Entstehens neuer Struktur.”

Mit dem Rekurs auf die **Systemtheorie** verbindet man jedenfalls die Hoffnung

- auf eine der außerordentlichen Vielfalt von Systemen angemessene Metatheorie;
- auf eine Darstellungsform, die flexibel genug ist im Hinblick auf Komplexität, auf Ausdifferenzierung der Konstituenten von Systemen, auf Selbstorganisation in Systemen.

Sie verbindet eine dynamische mit einer strukturalen Sichtweise, wie es seit langem in der Himmelsmechanik der Fall ist.

Literaturhinweise

- [1] CHANDRASKEHAR S.: *Ellipsoidal Figures of Equilibrium* Yale University Press, 1969
- [2] DUHEM P.: *The Aim and Structure of Physical Theory* Atheneum, New York 1962
- [3] FERRONSKY V.I., DENISIK S.A., FERRONSKY S.V.: *Jacobi Dynamics – Many-Body Problem in Integral Characteristics*. Astrophysics an Space Library Reidel Publ. Comp. Dordrecht 1987
- [4] GATZEMEIER M. (Hrsg.): *Verantwortung in Wissenschaft und Technik* BI-Wissenschaftsverlag Mannheim 1989
- [5] GETINO J., FERRANDIZ J.M.: *Cel.Mech.*, Vol.51-53 (1991-1992), Vol.58 (1994) und Vol. 61 (1995)

- [6] HARTMANN T.: *Hochgenaue Nutationsbewegung einer starren Erde aus einer verbesserten Gezeitenpotentialentwicklung* Diss. Universität Tübingen, 1996
- [7] HUBER R. K.: *Systemanalyse zur Entscheidungsvorbereitung – Entwicklung, Wesen und Möglichkeiten, Grenzen* Angew. Systemanalyse, Bd. 1, Heft 1, 1980
- [8] KINOSHITA H.: *The Theory of the Rotation of the Rigid Earth* Cel.Mech. Vol. 15, 1977
- [9] KINOSHITA H., SOUCHAY J.: *The Theory of the Nutation of the Rigid Earth at the second order* Cel.Mech. Vol.48, 1990
- [10] LEINFELLNER W.: *Einführung in die Erkenntnis- und Wissenschaftstheorie* BI-Hochschultaschenbuch, Bd.41/a, Mannheim, 1967
- [11] LUDWIG G.: *Einführung in die Grundlagen der Theoretischen Physik* Verlag Vieweg, Braunschweig, 1978ff.
- [12] LUHMANN N.: *Soziale Systeme- Grundriß einer allgemeinen Theorie* Suhrkamp Verlag, Frankfurt, 2.Aufl. 1988
- [13] LORENZ K.: *Die Rückseite des Spiegels – Versuch einer Naturgeschichte des menschlichen Erkennens* Piper-Verlag, München, 1973
- [14] MÜLLER J.: *Analyse von Lasermessungen zum Mond im Rahmen einer post-Newtonschen Theorie* Veröff. d. Dt. Geod.Komm. Reihe C, Heft Nr.383, München 1991
- [15] NASA: *Earth System Science – A Closer View* Report of the Earth system Sciences Committee NASA Advisory Council, Washington 1988
- [16] PICHLER H.: *Dynamik der Atmosphäre*, 3.aktualisierte Auflage Spektrum Akademischer Verlag, Heidelberg 1997
- [17] REICHHOFF B.: *Verfeinerung und objektorientierte Implementierung eines Modells zur Nutzung von Lasermessungen zum Mond* Veröff. d. Dt. Geod. Komm. Reihe C, Heft Nr. 512, München 1999
- [18] RUDER H.: *Evolution des Kosmos* in: "Evolution", hrsg. von R. Siewing, UTB 748, Gustav Fischer Verlag, Stuttgart 1978
- [20] SCHELLNHUBER H.-J., WENZEL W. (EDS.): *Earth System Analysis-Integrating science for Sustainability*, Springer-Verlag, Berlin 1998
- [21] SCHNEIDER M.: *Satellitengeodäsie – Grundlagen* BI-Wissenschaftsverlag, Mannheim 1988
- [22] SCHNEIDER M.: *Himmelsmechanik*, Bde. I–IV Spektrum Akademischer Verlag, Heidelberg 1992ff
- [23] SCHNEIDER M. (Hrsg.): *Bezugssysteme, 3.DFG-Rundgespräch*, Mitt. des Bundesamtes für Kartographie und Geodäsie, Band 5, Frankfurt a.M. 1999
- [24] SKINNER B.J., BOTKIN D.B.: *The Blue Planet – An Introduction to Earth* Porter, S.C. *System Science*, 2.Auflage John Wiley & Sons, Inc., New York 1999
- [25] SOFFEL M.: *Relativity in Astrometry, Celestial Mechanics and Geodesy* Springer Verlag Berlin, 1989
- [26] TEILHARD DE CHARDIN P.: *Der Mensch im Kosmos* 6.Auflage, Verlag C.H. Beck, München, 1959
- [27] WAHR J.: *The tidal motion of a rotating elliptical, elastic and oceanless Earth* Diss. University of Colorado, 1979
- [28] WAHR J.: *Normal Modes of the coupled Earth and Ocean System* J.of Geophys.Res. Vol.89, B9, 1984
- [29] WEIDLICH W.: *Das Modellierungskonzept der Synergetik für dynamische sozio-ökonomische Prozesse* in "Quanten, Chaos und Dämonen", hrsg. von K. Mainzer und W. Schirmacher, BI -Wissenschaftsverlag Mannheim 1994
- [30] WEIZSÄCKER C.F. VON: *Der Garten des Menschlichen* Carl Hanser Verlag, München, 2.Aufl. 1992
- [31] WOOLARD E.W.: *Theory of the Rotation of the Earth around its Center of Mass* Astronomical Papers, Vol. VI, Part I, Washington 1953
- [32] ZANGEMEISTER CH.: *Nutzwertanalyse in der Systemtechnik – Eine Methodik der multidimensionalen Bewertung und Auswahl von Projektalternativen* – Wittmannsche Buchhandlung, München 1976
- [33] KÜPPERS B.O. (Hrsg.): *Ordnung aus dem Chaos*. Piper-Verlag, München/Zürich 1987

Erdrotation und Relativitätstheorie

MICHAEL SOFFEL¹, SERGEI KLIONER¹, CHONGMING XU¹, XUEJUN WU¹

Zusammenfassung

Es werden die verschiedenen Formalismen zur Beschreibung der Erdrotation betrachtet. Zunächst wird ein Überblick über die diversen Newtonschen Theorien gegeben. Danach werden verschiedene Ansätze zur Beschreibung der Erdrotation im Rahmen der Einsteinschen Gravitationstheorie vorgestellt und der gegenwärtige Stand der Forschung wird aufgezeigt.

1 Newtonsche Theorie

Dieser Artikel behandelt die Beschreibung der Rotationsbewegung der Erde im Rahmen der Einsteinschen Gravitationstheorie. Hierzu ist es zweckmäßig sich zunächst die verschiedenen Beschreibungsweisen im Rahmen der Newtonschen Theorie vor Augen zu führen. Die Newtonsche Theorie hat die bemerkenswerte Eigenschaft, dass hier globale ausgezeichnete inertielle Bezugssysteme Σ_{iner} mit Inertialkoordinaten (t, x^i) existieren, welche direkte physikalische Bedeutung besitzen. Betrachten wir zunächst nur einen einzelnen rotierenden Körper. Über

$$\mathbf{S} = \int d^3x \rho(\mathbf{x} \times \mathbf{v}) \quad (1)$$

wird der *Spin* (Gesamtdrehimpuls) des Körpers definiert, der in diesem Fall zeitunabhängig ist. Mit ρ wird hier die Dichte der Materie bezeichnet. Im Rahmen der Newtonschen Theorie kann über das Geschwindigkeitsfeld \mathbf{v} der verschiedenen materiellen Elemente auf einfache Art und Weise ein *starr rotierender* Körper eingeführt werden. Hierfür gilt

$$\mathbf{v} = \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{x}, \quad (2)$$

wenn $\boldsymbol{\Omega}$ den Vektor der Winkelgeschwindigkeit bezeichnet. Dies führt auf die übliche Zerlegung

$$S^i = I_{im} \Omega^m \quad (3)$$

mit dem Trägheitstensor I_{im} des Körpers. Dieser ist ein reeller symmetrischer Tensor, so dass auf die übliche Art und Weise das Hauptachsensystem Σ_{ABC} mit Koordinaten (t, \tilde{x}^i) so eingeführt werden kann, dass

$$I_{im} = \text{diag}(A, B, C). \quad (4)$$

Der Übergang von \mathbf{x} nach $\tilde{\mathbf{x}}$ kann etwa mit Hilfe von drei Eulerschen Winkeln (ψ, ω, φ) (z.B. Bretagnon et al., 1998) beschrieben werden.

Betrachten wir nun ein Ensemble von N gravitativ wechselwirkenden Körpern und konzentrieren wir uns auf die Rotationsbewegung des Körpers A . Anstelle von Σ_{iner} werden wir ein mit dem Körper A mitbewegtes, beschleunigtes aber nicht rotierendes Bezugssystem $\Sigma_{\text{non-rot}}^A$ mit Koordinaten (t, X^i) einführen. Den Spin des Körpers A werden wir dann über

$$\mathbf{S} = \int_A d^3X \rho(\mathbf{X} \times \mathbf{V}) \quad (5)$$

definieren und die lokalen Bewegungsgleichungen (Kontinuitätsgleichung; Euler-Gleichung) liefern die Zeitabhängigkeit von \mathbf{S} :

$$\frac{d\mathbf{S}}{dt} \equiv \mathbf{D} = \int_A d^3X \rho(\mathbf{X} \times \mathbf{f}_{\text{tidal}}) \quad (6)$$

mit

$$\mathbf{f}_{\text{tidal}} = \nabla U_{\text{tidal}},$$

wobei U_{tidal} das Gezeitenpotential bezeichnet. Auf analoge Art und Weise geschieht hier die Einführung eines starren Körpers, des Trägheitstensors, des Hauptachsensystems Σ_{ABC}^A mit Koordinaten (t, \tilde{X}^i) und der Euler-Winkel (ψ, ω, φ) . Die Transformation der dynamischen Gleichung $\dot{\mathbf{S}} = \mathbf{D}$ ins Hauptachsensystem Σ_{ABC}^A und Einsetzen von $\boldsymbol{\Omega} = \boldsymbol{\Omega}(\psi, \omega, \varphi)$ liefert Differentialgleichungen 2ter Ordnung in der Zeit für (ψ, ω, φ) . Eine Lösung dieser Gleichungen, basierend auf den analytischen Ephemeriden VSOP87A und ELP2000 stellt SMART97 (Bretagnon et al., 1998) dar. Sie ist die derzeit genaueste Nutationsreihe einer starren Erde. In ihr werden alle Amplituden größer als $0.01 \mu\text{s}$ in der Länge und $0.004 \mu\text{s}$ in der Schiefe explizit berücksichtigt.

1.1 Nicht starre Körper

Nun ist die Erde kein starrer Körper. Erdmantel und innerer Kern sind aus elastisch verformbaren Materialien aufgebaut, welche Dissipation (anelastisches Verhalten) aufweisen. Bei den heute erreichbaren Genauigkeiten müssen nicht nur Mantel, flüssiger äußerer Kern und fester innerer Erdkern betrachtet werden, sondern zumindest auch die Ozeanosphäre und die Atmosphäre, sowie deren Wechselwirkungen untereinander. Betrachtet man zunächst nur den Erdmantel sowie die Erdkerne, so existieren zwei unterschiedliche Vorgehensweisen zu ihrer Beschreibung.

¹ Lohrmann-Observatorium, TU Dresden, Mommsenstr. 13, 01062 Dresden
email: soffel@rcs.urz.tu-dresden.de

In den *Schichtentheorien* wird der Erdkörper zunächst in drei Schichten (elastischer Mantel, flüssiger äusserer Kern, fester innerer Kern) aufgeteilt. Für jede der Schichten wird ein entsprechender Drehimpulsvektor definiert. Anschließend werden die Wechselwirkungen zwischen den Schichten untereinander und mit den gezeiterregenden Körpern festgelegt und Drehimpulsbilanzen formuliert. Eine solche Vorgehensweise geht wenigstens auf Hough (1895), Sloudzky (1895) und Poincaré (1910) zurück. Sie fand Verwendung in den bekannten Artikeln von Molodensky (1961), Sasao-Okubo-Saito (1980), Mathews et al. (2001), sowie von Getino-Ferrándiz (1999).

Der zweiten Vorgehensweise liegt eine lokale Theorie, welche ein sogenanntes Verschiebungsvektorfeld $\mathbf{s}(t, \mathbf{X})$ an jedem Punkt im Inneren eines Körpers definiert zugrunde. Aus diesem können die Größen, welche das Rotationsverhalten des Körpers beschreiben oder aber Parameter der Schichtenmethode (z.B., Love-Zahlen) abgeleitet werden. Für das Problem der globalen Geodynamik wurde diese Methode insbesondere von Wahr (19981) (siehe auch Dehant und Defraigne (1997) und Schastok (1997)) vorangetrieben.

1.2 Newtonsche Theorie für s

In der Theorie des Verschiebungsvektorfeldes betrachtet man zwei Konfigurationen ein und desselben Körpers:

- einen einzigen stationären, gleichförmig mit Ω_N rotierenden Körper (elastomechanischer Grundzustand) und
- einen entsprechend deformierten Körper zusammen mit entfernten gezeiterregenden Körpern.

In einem kanonischen Koordinatensystem wird ein Materieelement bei \mathbf{x}_0 im Grundzustand auf eines bei $\mathbf{x}_0 + \mathbf{s}(t, \mathbf{x}_0)$ abgebildet. Die dynamische Gleichung für \mathbf{s} enthält den mechanischen Spannungstensor

$$p_{ij} = p_{ij}(t, \mathbf{X}, \mathbf{s}; \lambda, \mu); \quad (7)$$

hierbei sind μ, λ die sogenannten Lamé-Parameter, welche die elastischen Eigenschaften des Körpers beschreiben.

Im sogenannten Nutationssystem Σ_{Nut}^A welches mit konstanter Winkelgeschwindigkeit Ω_N gegen $\Sigma_{\text{non-rot}}^A$ rotiert findet man bezüglich des Grundzustandes die gewünschte Gleichung in erster Ordnung von \mathbf{s} (z.B., Moritz und Mueller, 1988)

$$\rho(\ddot{\mathbf{s}} + 2\boldsymbol{\Omega} \times \dot{\mathbf{s}})^i = R^i \quad (8)$$

mit

$$R^i = -\rho \frac{\partial s^k}{\partial x^k} \frac{\partial U_{\text{geo}}}{\partial x^i} + \rho \frac{\partial s^k}{\partial x^i} \frac{\partial U_{\text{geo}}}{\partial x^k} + \rho s^k \frac{\partial^2 U_{\text{geo}}}{\partial x^i \partial x^k} + \rho \frac{\partial}{\partial x^i} (U_{\text{tidal}} + \delta U) + \frac{\partial p_{ij}}{\partial x^j}$$

$$U_{\text{geo}} = U + \frac{1}{2}(\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{X})^2$$

und

$$\Delta(\delta U) = 4\pi G \operatorname{div}(\rho \mathbf{s}).$$

δU ist hierbei die Euler-Variation von U .

2 Einsteinsche Theorie

Eines der Hauptprobleme einer relativistischen Gravitationstheorie resultiert aus dem Umstand, dass raumzeitliche Koordinaten keine unabhängige physikalische Bedeutung mehr besitzen. Vielmehr kann der physikalische Inhalt der Theorie erst über den metrischen Tensor $g_{\mu\nu}$ gewonnen werden. Er beschreibt die Distanz ds zweier infinitesimal benachbarter Punkte in der Raumzeit. In Koordinaten $x^\mu = (x^0, x^1, x^2, x^3) = (ct, x^i)$ ist diese durch

$$ds^2 = \sum_{\mu, \nu} g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu \quad (9)$$

gegeben. In der Einsteinschen Gravitationstheorie sind die gravitativen Potentiale alle im metrischen Tensor g enthalten, deren Komponenten sich als Lösungen der Einsteinschen Feldgleichungen ergeben

$$F(g, \partial g, \partial^2 g) = \kappa T. \quad (10)$$

Hier ist die linke Seite ein Funktional des metrischen Tensors, welche die ersten und zweiten partiellen Ableitungen von g enthalten und T ist der Energie-Impuls Tensor der Materie. Die lokalen Bewegungsgleichungen der Materie ergeben sich aus der Divergenzfreiheit des Energie-Impuls Tensors.

Im Sonnensystem ist nun

$$\frac{U}{c^2} \sim \left(\frac{v}{c}\right)^2 < 10^{-5},$$

so dass die sogenannte post-Newtonsche Näherung (z.B., Misner et al., 1973) Anwendung finden kann. Basierend auf dieser post-Newtonschen Näherung wurde von Damour, Soffel und Xu (1991, 1992, 1993, 1994) ein neuer Formalismus der relativistischen Himmelsmechanik eingeführt, der bereits Eingang in die Praxis gefunden hat. Dieser sogenannte DSX-Formalismus liefert:

- eine neue relativistische Theorie astronomischer Bezugssysteme, ein baryzentrisches Himmelsreferenzsystem (BCRS) mit Koordinaten (ct, x^i) , ein entsprechendes geozentrisches Himmelsreferenzsystem (GCRS) mit Koordinaten (cT, X^a) , entsprechende metrische Tensoren, sowie deren Zusammenhänge;
- den Zusammenhang zwischen baryzentrischen und geozentrischen Koordinaten. Er besteht aus verallgemeinerten Lorentz-Transformationen, welche die Newtonschen Transformationen $T = t, X^i = x^i - z_E^i$ verallgemeinern (\mathbf{z}_E : baryzentrische Koordinaten des Geozentrums);

- relativistische Potentialkoeffizienten der Körper (Massen etc.);
- relativistische Translationsbewegungsgleichungen für N rotierende Körper beliebiger Gestalt und Zusammensetzung, sowie
- relativistische Definition des Spins eines Körpers in dessen lokalem System und Herleitung eines PN-Drehmomentes

$$\frac{d}{dT} \mathbf{S}_{\text{PN}} = \mathbf{D}_{\text{PN}}. \quad (11)$$

Orientiert man die räumlichen geozentrischen Koordinaten X^a gemäß der entsprechenden baryzentrischen Koordinaten x^i (d.h., man wählt kinematisch nicht rotierende geozentrische Koordinaten), so enthält das post-Newtonsche Drehmoment einen Term aufgrund der geodätischen Präzession

$$2\Omega_{\text{GP}} \times \mathbf{X}; \quad \Omega_{\text{GP}} = \frac{3}{2} \frac{GM_S}{c^2 r^3} \mathbf{z}_E \times \mathbf{v}_E. \quad (12)$$

Hierin bezeichnet \mathbf{v}_E die baryzentrische Koordinatengeschwindigkeit des Geozentrums, $r = |\mathbf{z}_E|$ und M_S die Sonnenmasse. Dies führt zu einer geodätischen Präzession von rund $2''$ pro Jahrhundert und wegen der Exzentrizität der Erdbahn zu einer jährlichen geodätischen Nutation mit einer Amplitude von 0,153 mas (Fukushima 1991).

2.1 Trägheitstensors und Winkelgeschwindigkeit

Es ist festzustellen, dass im Rahmen des DSX-Formalismus weder der Begriff der Winkelgeschwindigkeit eines Körpers noch der eines Trägheitstensors auftaucht. Zunächst ist die Konstruktion starrer Körper im Sinne von (2) nicht verträglich mit der Relativitätstheorie, allenfalls in erster Ordnung von Ω (quadratische Terme sind etwa mit Lorentz-Kontraktionen verknüpft). In Klioner (1996) werden die soeben erwähnten Begriffe auf elegante Art und Weise eingeführt. Man geht dazu zunächst von den X^a -Koordinaten auf mit $\Omega(T)$ rotierende Koordinaten über. Eine entsprechende Transformation des post-Newtonschen Spinvektors \mathbf{S}_{PN} liefert:

$$\mathbf{S}_{\text{PN}} \longrightarrow \tilde{\mathbf{S}}_{\text{PN}} + \hat{I}_{\text{PN}} \Omega \quad (13)$$

wobei $\tilde{\mathbf{S}}_{\text{PN}}$ als intrinsischer Drehimpuls im rotierenden System gedeutet werden kann. Post-Newtonsche Tisserand-Achsen können dann über

$$\tilde{\mathbf{S}}_{\text{PN}} = 0$$

festgelegt werden; Ω ist dann als Winkelgeschwindigkeit des Tisserand-Systems im GCRS zu interpretieren. \hat{I}_{PN} ist der post-Newtonsche Trägheitstensor des betrachteten Körpers.

2.2 Starre Modelle

In letzter Zeit haben wir uns intensiver mit dem Problem einer relativistischen Verallgemeinerung des so wichtigen Newtonschen Konzeptes eines starr rotierenden Körpers auseinandergesetzt. Um die Eulerschen Kreisgleichungen zu erhalten ist die lokale Bedingung (2) nicht notwendige Voraussetzung. Nehmen wir an, es existiert ein mit $\Omega(T)$ rotierendes Koordinatensystem derart, dass der Trägheitstensor diagonal ist und alle Potentialkoeffizienten konstant sind. Mit diesen Annahmen gelingt es, die Eulersche Kreiselmtheorie relativistisch zu verallgemeinern. Dieses Modell starr rotierender Multipole ist zunächst ein ad hoc Modell und muss nicht notwendigerweise konsistent mit der ART sein. Es genügt, wenn es im Rahmen eines umfassenderen, konsistenten Modells eine hinreichend genaue Näherung liefert. Für mehr Details verweisen wir auf Klioner und Soffel (1997) und Klioner et al. (2001).

2.3 Elastisch deformierbare Körper

Im Rahmen eines DFG-Projektes wurde erstmals eine relativistische Theorie für das Verschiebungsfeld einer rotierenden Erde formuliert. Eine post-Newtonsche Verallgemeinerung der weiter oben diskutierten Jeffreys-Vicente Gleichung wurde dabei abgeleitet. Auch im Rahmen der Relativitätstheorie vergleicht man zwei Konfigurationen eines deformierbaren Körpers miteinander. Für den ungestörten Zustand betrachtet man einen einzelnen isolierten Körper in einem global nicht-rotierenden Koordinatensystem (cT, X^a) . Die Metrik nimmt man dazu in der Form

$$\begin{aligned} G_{00} &= -1 + \frac{2W}{c^2} - \frac{2W^2}{c^4} + \mathcal{O}(c^{-5}) \\ G_{0a} &= -4 \frac{W^a}{c^3} \\ G_{ab} &= \delta_{ab} \left(1 + \frac{2W}{c^2} \right) + \mathcal{O}(c^{-4}) \end{aligned} \quad (14)$$

an, wobei die metrischen Potentiale W und W^a die harmonischen Feldgleichungen erfüllen (Damour et al., 1991)

$$\Delta W - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 W}{\partial T^2} = -4\pi G \Sigma; \quad \Delta W^a = -4\pi G \Sigma^a.$$

Hier sind Σ und Σ^a die gravitative Massendichte und Massenstromdichte. Die lokalen Bewegungsgleichungen können dann aus der Divergenzfreiheit des Energie-Impulstensors gewonnen werden. Die Einführung eines Nutationssystems geschieht wie in der Newtonschen Theorie, d.h. man geht von $X^\alpha = (cT, X^a)$ auf rotierende Korodinen $\bar{X}^\alpha = (c\bar{T}, \bar{X}^a)$ über mit

$$\bar{T} = T; \quad \bar{X}^a = R^{ab} X^b; \quad \frac{dR^{ab}}{dT} = \varepsilon_{bcd} \Omega^c R^{ad}.$$

Man transformiert dann den metrischen Tensor ins Nutationssystem Σ_{nut} . Z.B. gilt

$$\bar{G}_{00} = -\exp\left(-\frac{2W_{\text{geo}}}{c^2}\right) + \mathcal{O}(c^{-6}) \quad (15)$$

mit $(\mathbf{V} = \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{X})$

$$W_{\text{geo}} = W + \frac{1}{2}\mathbf{V}^2 + \frac{1}{c^2}\left(2W\mathbf{V}^2 + \frac{1}{4}\mathbf{V}^4 - 4W^aV^a\right).$$

Man bemerke, dass W_{geo} eine relativistische Verallgemeinerung des Newtonschen Geopotential darstellt und die letzte Gleichung eine post-Newtonsche Definition eines Geoides enthält. Man betrachtet dann die lokalen Bewegungsgleichungen im Nutationssystem und formuliert die post-Newtonschen Bedingungen für das hydrostatische Gleichgewicht.

Danach führt man die Konzepte der Euler- und der Lagrange-Variation tensorieller Objekte ein. Details dazu findet man etwa in Carter (1973). Mit einem gewissen Trick gelingt es entsprechende materielle Elemente der zwei Konfigurationen einander zuzuordnen. Man bildet dazu die 4-dimensionale Raumzeit auf eine 3-dimensionale Mannigfaltigkeit materieller Elemente ab. Man verwendet ein kanonisches Koordinatensystem für beide Konfigurationen. Dann betrachtet man die Koordinatenposition eines solchen Elementes mit Koordinaten Z^α im ungestörten und $Z^\alpha + \Delta Z^\alpha$ im gestörten Zustand. Die Größe ΔZ^α stellt dabei die Lagrangesche Verschiebung des materiellen Elementes dar. Setzt man die Zeitkomponente dabei Null, so wird das Verschiebungsfeld S^a durch

$$\Delta Z^\mu = (0, S^a)$$

definiert. Im nächsten Schritt betrachtet man die Euler-Variation der lokalen Bewegungsgleichungen. Eine dieser vier Gleichungen lautet

$$\delta\rho = -\rho_{,a}S^a - \rho S^a_{,a} + c^{-2} - \text{Terme}, \quad (16)$$

wobei die $1/c^2$ -terms explizit abgeleitet wurden. Die verbleibenden Gleichungen stellen die post-Newtonschen Jeffreys-Vicente Gleichung dar. Details sind in Xu et al., 2001 nachzulesen. Die Arbeiten zur Entwicklung des Verschiebungsfeldes nach verallgemeinerten Kugelflächenfunktionen, die Implementierung der Theorie in ein numerisches Programm und die Abschätzung der Größenordnung relativistischer Terme sind noch im Gange.

Referenzen

- Bretagnon, P., Rocher, P., Simon, J.-L., 1997, *Astron.Astrophys.*, **319**, 305
 Bretagnon, P., Francou, G., Rocher, P., Simon, J.-L., 1998, *Astron.Astrophys.*, **329**, 329
 Carter, B., 1973, *Commun.Math.Phys.*, **30**, 261
 Damour, T., Soffel, M., Xu, C., 1991, *Phys.Rev.*, D **43**, 3273
 Damour, T., Soffel, M., Xu, C., 1992, *Phys.Rev.*, D **45**, 1017
 Damour, T., Soffel, M., Xu, C., 1993, *Phys.Rev.*, D **47**, 3124
 Damour, T., Soffel, M., Xu, C., 1994, *Phys.Rev.*, D **49**, 618
 Dehant, V., Defraigne, P., 1997, *J.Geophys.Res.*, **102 (B12)**, 27, 659, 687
 Fukushima, T., 1991, *Astron.Astrophys.*, **244**, L11
 Getino, J., Ferrandiz, J.M., 1999, *M.N.R.A.S.*, **306**, L45
 Getino, J., Ferrandiz, J.M., 2000, in: M.Soffel, N.Capitaine, *Proceedings of 'Les Journees 1999', Systeme de Reference Spatio-Temporels and IX. Lohrmann-Kolloquium, Observatoire de Paris*
 Hough, S.S., 1895, *Phil.Trans.R.Soc.London*, A **186**, 469
 Jeffreys and Vicente, 1957, *Mon.Not.R.Astr.Soc.*, **117**, 142
 Klioner, S.A., 1996, In: S.Ferraz-Mello, B.Morando, J.E.Arlot (eds.), *Dynamics, ephemerides and astrometry in the solar system*, Kluwer, Dordrecht, 309–320
 Klioner, S.A., Soffel, M., 1997, In: Johannes Andersen (ed.), *Highlights of Astronomy*, 11A, 173–176
 Klioner, S.A., Soffel, M., Xu, Ch., Wu, X., 2001, *Proceedings of 'Les Journees 2001', Systeme de Reference Spatio-Temporels, Observatoire de Paris*, in press
 Misner, C., Thorne, K., Wheeler, J.A., 1973, *Gravitation*, Freeman
 Molodensky, M.S., 1961, *Commun. Obs. Roy. Belgique*, **188**, *S.Geophys.*, **58**, 25
 Moritz, H., Mueller, I., 1988, *Earth Rotation*, Ungar, New York
 Poincaré, H., 1910, *Bull.Astron.*, **27**, 321
 Sasao, T., Okubo, S., Saito, M., 1980, in Fedorov et al., *Nutation and the Earth's Rotation*, Reidel, Dordrecht, Holland
 Schastok, J., 1997, *Geophys.J.Int.*, **130**, 137
 Sloudzky, F., 1895, *Bull.Soc.Natur.Moscou*, **9**, 285
 Wahr, J., 1981, *Geophys.J.R.Astr.Soc.*, **64**, 651, 677 und 705
 Xu, C., Wu, X., Soffel, M., 2001, *Phys.Rev.*, D **63**, 043002 und 109901
 Xu, C., Wu, X., Soffel, M., 2002, *Proc. of the 7th International Winter Seminar on Geodynamics*, Sopron, Hungary
 Xu, C., Wu, X., Soffel, M., 2002, *Proc. of the 16th International Conference on General Relativity and Gravitation*, Durban, South Africa
 Xu, C., Wu, X., Soffel, M., 2002, *Proc. of IAU Symposium 202*, Manchester, 2000
 Xu, X., Wu, X., Soffel, M., 2002, *Proc. of the 9th Marcel Grossmann Meeting*, Rome, 2000

Operationelle Bestimmung der Erdrotationsparameter mit VLBI

Arbeiten der VLBI-Gruppe am Geodätischen Institut der Universität Bonn

JAMES CAMPBELL¹, AXEL NOTHNAGEL¹, CHRISTOPH STEINFORTH¹

Zusammenfassung

Die VLBI-Gruppe am Geodätischen Institut der Universität Bonn trägt im Rahmen des International VLBI Service for Geodesy and Astrometry (IVS) mit einem Operations-, einem Korrelations- und einem Auswertezentrum zu den weltweiten operationellen Arbeiten auf dem Gebiet der Erdrotation sowie der Schaffung und Aktualisierung globaler Referenzsysteme bei. Die damit verbundenen organisatorischen und auswertetechnischen Maßnahmen wurden auf der Grundlage der langjährigen Erfahrungen der Bonner Gruppe im Bereich VLBI den vorhandenen Möglichkeiten angepasst. So werden derzeit die Ergebnisse von fünf verschiedenen Analysezentren in einer stabilen wöchentlichen Kombinationslösung dem IERS (Internationaler Erdrotationsdienst) zugeleitet. Die am Geodätischen Institut im Rahmen des Geotechnologienprogramms durchgeführten Forschungsarbeiten sind auf eine weitere Verbesserung und modellmäßige Verfeinerung der Kombinationsmethodik ausgerichtet. In diesem Zusammenhang unterstreicht die hier etablierte Position des IVS-Analysekoordinators die Bedeutung der Beteiligung der Universität Bonn an diesem Projekt.

1 Einleitung

Neben rein wissenschaftlichen Untersuchungen hat die geodätische VLBI (Very Long Baseline Interferometry) in den beiden vergangenen Jahrzehnten als Grundlage für die Überwachung der Erdrotation und für die neuen Satellitennavigationssysteme kontinuierlich an Bedeutung gewonnen. Die VLBI bildet aufgrund ihrer direkten Anbindung an das Inertialsystem der extragalaktischen Radioquellen das tragende Element zur Beobachtung von Erdrotationsschwankungen und zur Realisierung globaler Bezugssysteme (Campbell et al. 1992a). Am Geodätischen Institut der Universität Bonn hat sich aufgrund der jahrzehntelangen Erfahrungen auf dem Gebiet der geodätisch genutzten VLBI ein einschlägiges Spezialwissen sowohl im experimentellen als auch im methodischen Bereich gebildet. Die Bonner VLBI-Arbeitsgruppe hat sich im Jahr 1977 konstituiert und wurde von 1978 - 1983

durch DFG-Normalverfahren gefördert. Mit der Einbindung der Bonner Gruppe in den Sonderforschungsbereich (SFB) 78 „Satellitengeodäsie“ in 1983 erhielten die Bonner VLBI-Aktivitäten im Rahmen der Vorarbeiten zur Errichtung des 20 m Radioteleskops in Wettzell einen zusätzlichen Impuls.

Zu den Gründungsmitgliedern der Forschungsgruppe Satellitengeodäsie (FGS), die in Verbindung mit dem SFB 78 im Jahr 1984 ins Leben gerufen wurde und in die der SFB 78 entsprechend einer am 1.7. 1983 geschlossenen Vereinbarung überführt worden ist, gehört auch die Universität Bonn mit dem Geodätischen Institut (Schneider 1986). Durch die intensivierte Zusammenarbeit der am VLBI-Projekt beteiligten Institutionen konnte nunmehr das gesamte Spektrum der geodätischen VLBI von der Beobachtungsplanung über die Beobachtungen und die Korrelation bis hin zur Datenanalyse abgedeckt werden. Von Beginn an arbeitet die Bonner Gruppe auch sehr intensiv mit den Wissenschaftlern des Max-Planck-Instituts für Radioastronomie (MPIfR) in Bonn zusammen, insbesondere auf dem Gebiet der VLBI-Korrelation (vergl. Abb. 1).

2 Internationale Einbindung

Seit der Gründung des International VLBI Service for Geodesy and Astrometry (IVS) im Februar 1999 ist das bis dahin eher lose Gefüge zwischen den internationalen VLBI-Forschergruppen durch eine strukturierte Organisation zur zielgerichteten Bündelung der Ressourcen und zur Koordination der Beobachtungsprogramme ersetzt worden. Der IVS versteht sich als internationale Kooperation der Organisationen, die VLBI-Komponenten betreiben oder unterstützen. Primäres Ziel ist die Förderung geodätischer, geophysikalischer und astrometrischer Forschungs- und Serviceaktivitäten durch abgestimmte Koordinierung der Beobachtungen, der Auswertungen und der Nutzung der Ergebnisse (IVS 1999). Eine weitere Zielsetzung des IVS besteht in der Unterstützung der internationalen Forschungs- und Entwicklungsaktivitäten sowie in der Aus- und Weiterbildung aller aktiven

¹ Geodätisches Institut der Universität Bonn, Nußallee 17, D-53115 Bonn
email: campbell@sn-geod-1.geod.uni-bonn.de, nothnagel@uni-bonn.de, steinforth@uni-bonn.de

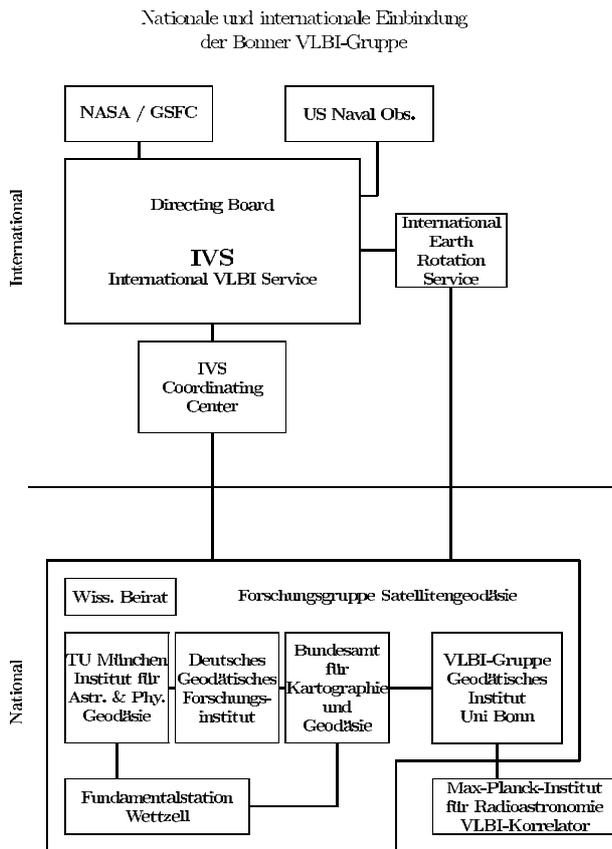


Abb. 1: Schematische Einbindung

Teilnehmer am IVS-Programm.

Die Organisationsstruktur des IVS wurde bewusst nach dem bewährten Muster des International GPS Service (IGS) gestaltet (IVS 1999). Das Zusammenwirken der Netzwerkstationen sowie der Operations-, Analyse- und Datenzentren wird von einem Koordinierungszentrum aus moderiert, wobei einzelne Bereiche von unabhängigen Netzwerk-, Technologie- und Analysekoordinatoren betreut werden. Über die gesamte Organisationsstruktur wacht ein Direktorium (Directing Board), das zweimal im Jahr zusammentritt. Die notwendigen Mittel für den Betrieb der einzelnen IVS-Komponenten werden individuell von den teilnehmenden Staaten getragen.

Die Bundesrepublik Deutschland ist im Rahmen der FGS sowohl in operationeller Hinsicht als auch auf dem Forschungssektor stark im IVS engagiert. Auf der Seite der Beobachtungsstationen sind in der Hauptsache die Beobachtungsstationen Wettzell im Bayerischen Wald, O'Higgins in der Antarktis und die mobile Fundamentalstation TIGO in Concepcion, Chile, zu nennen, die alle vom Bundesamt für Kartographie und Geodäsie (BKG) bzw. zusammen mit der TU München (Wettzell) betrieben werden. Das Geodätische Institut der Universität Bonn betreibt eines der Operationszentren und, zusammen mit dem BKG, das nationale VLBI-Korrelations- und Auswertezentrum

in Bonn. Parallel dazu trägt das Deutsche Geodätische Forschungsinstitut (DGFI) in München ein assoziiertes VLBI-Analysezentrum mit speziellen Untersuchungen im Bereich der Kombinationsmethodik zum IVS bei (Tesmer et al. 2001).

Das Korrelationszentrum mit dem vom BKG beschafften und im Jahr 2000 installierten 8-Stationen Mark IV-Korrelator wird gemeinsam von einem Konsortium bestehend aus dem MIPfR, dem BKG und dem Geodätischen Institut am MIPfR in Bonn betrieben. Die Routineauswertung wird mit Unterstützung des Geodätischen Instituts bei der BKG-Außenstelle Leipzig im Rahmen eines globalen IVS-Analysezentrums sichergestellt. Die BKG-Außenstelle Leipzig betreibt außerdem eines von drei IVS-Datenzentren, die eine zentrale Funktion zwischen den IVS-Komponenten untereinander und zwischen dem IVS und den Nutzern der Produkte einnehmen. Innerhalb des IVS legen z.B. die Korrelationszentren ihre Daten in den Datenzentren ab, so dass diese von den Analysezentren dort heruntergeladen werden können. Die Produkte des IVS werden von den Analysezentren bzw. vom Analysekoordinator an die Datenzentren geliefert und stehen damit allen Interessierten zur Verfügung (<http://ivscc.gsfc.nasa.gov>).

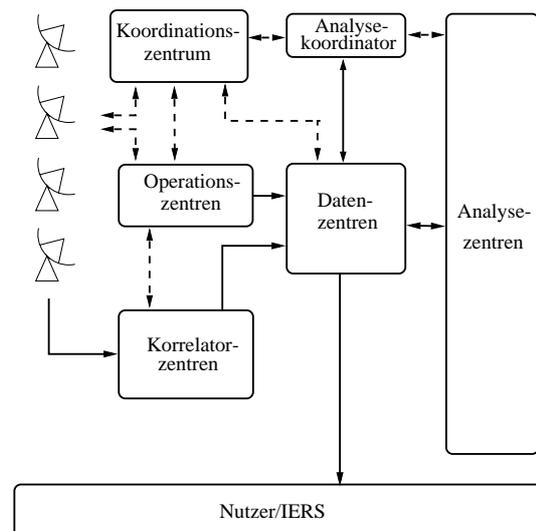


Abb. 2: Datenfluss innerhalb des IVS

3 Beiträge des Geodätischen Instituts

3.1 Operationszentrum

Zur regelmäßigen Durchführung von VLBI-Beobachtungen ist eine straff organisierte Koordination unerlässlich. Dies hängt damit zusammen, dass die Beobachtungen der Radioquellen, z.B. Quasare und Radiogalaxien, immer simultan durchgeführt werden müssen und dafür maßgeschneiderte und optimierte Beobachtungspläne zu erstellen sind. Für jede Messung,

die in aller Regel ca. 24 Stunden dauert, werden fünf bis acht Beobachtungsstationen eingeplant. Mit den technischen Gegebenheiten, wie z.B. Fahrgeschwindigkeit der Teleskope und gemeinsam sichtbarer Himmelsbereich, wird dann ein Messprogramm aufgestellt, mit dem die Teleskope und Aufnahmegeräte zeitgerecht gesteuert werden. Neben der Beobachtungsplanung ist außerdem dafür zu sorgen, dass die Beobachtungsstationen über eine ausreichende Anzahl von Magnetbändern für die Aufzeichnung der Beobachtungsdaten verfügen.

Am Geodätischen Institut wurde zu diesem Zweck bereits ein Operationszentrum eingerichtet, das in Zusammenarbeit mit dem Koordinierungszentrum am NASA Goddard Space Flight Center (Greenbelt MD, USA) für den reibungslosen Ablauf verschiedener Messreihen sorgt und die Beobachtungspläne erstellt. Zur Zeit ist dieses Operationszentrum für folgende Projekte verantwortlich:

- *International Radio Interferometric Surveying–South (IRIS-S)*
mit den Stationen Wettzell (Bayerischer Wald), HartRAO (Südafrika), Fortaleza (Brasilien), Fairbanks (Alaska), Hobart (Tasmanien), O’Higgins (Antarktis) und Westford (USA)
- *Measurement of Vertical Crustal Motion in Europe by VLBI (EUROPE)*
mit den Stationen NyAlesund (Spitzbergen), Onsala (Schweden), Simeiz (Ukraine), Effelsberg (Eifel), Wettzell (Bayerischer Wald), Madrid, Yebes (Spanien), Medicina, Matera und Noto (Italien)
- *Continuous Observations of the Rotation of the Earth (CORE-OHIG)*
mit den Stationen HartRAO (Südafrika), Fortaleza (Brasilien), Hobart (Tasmanien), O’Higgins, Syowa (Antarktis), Kokee Park (Hawaii) und DSS45 (Australien).

3.2 Korrelationszentrum

Im Rahmen einer Vereinbarung zwischen BKG, MPIfR und dem Geodätischen Institut steht der vom BKG beschaffte Mark-IV-Korrelator zu 50% der nutzbaren Zeit für die Korrelation geodätischer Beobachtungen zur Verfügung. Die Korrelationen werden von Mitarbeitern und studentischen Hilfskräften des Geodätischen Instituts, zum Teil finanziert durch das BKG, durchgeführt.

Der Korrelationsprozess nimmt in der Regel etwa doppelt soviel Zeit in Anspruch wie die reine Beobachtungsdauer. Hinzu kommen Zeiten für Vor- und Nachbereitung, so dass im Durchschnitt mit drei Tagen pro 24-h-Messung zu rechnen ist. Nach Anlieferung der Magnetbänder wird zuerst eine Überprüfung der Wiedergabequalität der Bänder und der in den Stations-Logbüchern angegebenen Ablage der Atomuhren von UTC durchgeführt. In Zweifelsfällen ist der Uhrenstand mit Hilfe einer Suchfunktion zur

Auffindung des Interferenzmusters bei unbekanntem Uhrenstand (fringe search) zu bestimmen (Campbell et al. 1992b). Nach Aufsetzen der Steuerdateien und erfolgreicher „fringe search“ kann die Korrelation der gesamten Messung in aller Regel von studentischen Hilfskräften durchgeführt werden. Eine anschließende Qualitätskontrolle entscheidet, ob einzelne Beobachtungen erneut zu korrelieren sind (re-correlation), um entstandene Fehler beim Abspielen der Magnetbänder zu beseitigen.

Neben den drei oben genannten Messreihen wird am Bonner Korrelationszentrum routinemäßig ein Teil der Messungen in der Reihe CORE-3 (Continuous Observations of the Rotation of the Earth) mit jeweils sechs Stationen korreliert. Hinzu kommen außerdem verschiedene Testkorrelationen zur Überprüfung neuer Radioteleskope oder neuer Komponenten an den Beobachtungsstationen. Im letzten Jahr wurden diese Tests in der Hauptsache für das VLBI-Modul des Transportablen Integrierten Geodätischen Observatoriums (TIGO) des BKG durchgeführt, das zur Zeit (Okt. 2001) auf der Station Wettzell für den Transport nach Chile vorbereitet wird.

3.3 Auswertezentrum

Die deutschen VLBI-Auswertegruppen bei der Außenstelle Leipzig des BKG, beim DGFI und am Geodätischen Institut verbindet eine langjährige fruchtbare Zusammenarbeit. Die Aufteilung der Arbeitsbereiche erfolgte einvernehmlich in der Weise, dass die VLBI-Gruppe der Außenstelle Leipzig des BKG schwerpunktmäßig die Routine-Auswertungen durchführt (Thorandt und Engelhardt 2000). Dies betrifft insbesondere die Messprogramme zur Bestimmung der Erdrotationsparameter mit durchschnittlich zwei bis drei 24-h-Messungen pro Woche. Die Arbeiten der VLBI-Gruppe am Geodätischen Institut in Bonn konzentrieren sich hauptsächlich auf die Erzeugung der offiziellen IVS-Endprodukte als Kombination der Ergebnisse der beteiligten Auswertegruppen. So gehen auch die Ergebnisse der Auswertung in Leipzig in die IVS-Kombinationslösung ein (vergl. Steinforth und Nothnagel, in dieser Ausgabe).

Auf der Basis aller bis zum Jahresende angefallenen Beobachtungen berechnen die Gruppen beim BKG und am Geodätischen Institut gemeinsam einmal im Jahr eine Gesamtlösung. Die Ergebnisse, die hauptsächlich aus der Zeitreihe der Erdrotationsparameter und aus einer Realisierung eines terrestrischen Referenzsystems mit Stationskoordinaten und -geschwindigkeiten bestehen, werden an den Internationalen Erdrotationsdienst (IERS) übermittelt. Im Rahmen der Berechnung des ITRF2000 (International Terrestrial Reference Frame), das in jüngster Zeit als allgemein anerkannte Grundlage für die weltweite Referenzierung von Geodaten eingesetzt wird, ist die letztjährige Gesamtlösung, die unter der Federführung der Bonner Gruppe berechnet wurde, eine der drei vom IERS akzeptierten VLBI-Beiträge. Damit trägt die VLBI-Gruppe in Bonn einen entscheidenden Anteil zur

Realisierung des ITRF bei, da nur die VLBI- und die Satellite Laser Ranging (SLR)-Lösungen den Maßstab des Netzes definieren. Parallel zu diesen Aufgaben werden in Bonn sowie auch am DGFI außerdem spezielle wissenschaftliche Untersuchungen im Bereich der Kombinationsverfahren durchgeführt.

3.4 Analyse-Koordinator

Seit dem 1. Oktober 1999 ist am Geodätischen Institut die Position des IVS-Analysekoordinators etabliert. Dieser hat die Aufgabe, die Erstellung und Verbreitung hochwertiger VLBI-Daten und -Produkte zu koordinieren sowie die offiziellen IVS-Produkte herzustellen. Im Rahmen dieser Aufgabe werden insbesondere die von IVS-Analysezentren regelmäßig übermittelten Erdrotationsparameterserien zu einer offiziellen IVS-Serie kombiniert und bereitgestellt (Steinfort und Nothnagel, in dieser Ausgabe). Damit verbunden sind regelmäßige Qualitätskontrollen mit Hilfe geeigneter Vergleiche sowohl zwischen verschiedenen Auswertprogrammen und Analysestrategien als auch mit anderen Verfahren, z.B. GPS, soweit dies möglich ist. Im Rahmen von Pilotprojekten, zu denen neben den hauptamtlichen Analysezentren auch die assoziierten Analysezentren hinzugezogen werden, lassen sich spezielle Bereiche vertieft untersuchen.

Jährlich stattfindende Treffen im Rahmen von IVS-Analyse-Workshops, die vom Analysekoordinator einberufen werden, geben allen Beteiligten die Möglichkeit zu einem intensiven Meinungs- und Erfahrungsaustausch. Bei diesen Gelegenheiten werden die neuesten Modelle, technische Neuerungen und Erkenntnisse sowie deren Einfluss auf die zukünftigen Arbeiten diskutiert. Der IVS-Analysekoordinator ist Mitglied im Direktorium des IERS.

4 Ausblick

Der in den vergangenen zwei Jahrzehnten am Geodätischen Institut der Universität Bonn aufgebaute Erfahrungsschatz im Bereich der geodätischen VLBI ist für die Realisierung der im Rahmen des IVS auf eine neue breitere Basis gestellten Ziele, vor allem der kontinuierlichen Messung und Überwachung der Erdrotation, von besonderem Wert. Mit dem Beginn der neuen operationellen Phase des IVS konnten ohne zeitlichen Verzug mit der Erzeugung eines kombinierten VLBI Ergebnisses seit Oktober 2000 die Zeitreihen der Erdrotationsparameter fortgesetzt werden (Nothnagel und Steinfort 2001). Diese Zeitreihen bilden durch die direkte Anbindung an das extragalaktische Inertialsystem den stabilen Rahmen für die Erdrotationsbestimmung im IERS und damit auch die Grundlage für die weitergehende Erforschung und Überwachung des Systems Erde.

Die Qualität der Voraussage von Erdrotationsparametern für Anwendungen in der globalen Navigation u.a. mit

dem GPS System hängt in hohem Maße vom zeitlichen Abstand vom letzten tatsächlich gemessenen Wert ab. Daher ist der Bedarf an kurzfristig bereitgestellten Erdrotationsparametern, insbesondere an der Rotationsphase UT1-UTC, in den letzten Jahren erheblich gestiegen. Aus diesem Grund arbeitet eine Planungsgruppe im IVS zur Zeit daran, neben den wöchentlich unter der Bezeichnung NEOS durchgeführten Messungen eine zweite Messreihe aufzubauen, die an einem weiteren festen Tag in der Woche beobachtet wird und die mit hoher Priorität sowohl beim Bandversand als auch bei der Korrelation und Auswertung bearbeitet wird. Dadurch wird der Abstand der Beobachtungen, die speziell der kurzfristigen Bereitstellung von Erdrotationsparameter dienen, von jetzt sieben auf dreieinhalb Tage reduziert. Die VLBI-Gruppe am Geodätischen Institut der Universität Bonn wird einen großen Teil der damit verbundenen Organisations- und Korrelationsarbeiten übernehmen und dadurch den deutschen Anteil auf dem Gebiet der geodätischen VLBI weiter steigern.

Referenzen

- Campbell, J., A. Nothnagel und H. Schuh (1992a): *VLBI-Messungen für geodynamische Fragestellungen*, Zeitschr. f. Vermessungswesen, 117. Jg., S. 214–227
- Campbell, J., A. Nothnagel und H. Schuh (1992b): *Die Radiointerferometrie auf langen Basislinien (VLBI) als geodätisches Meßverfahren höchster Genauigkeit*, Allgem. Verm. Nachr., 99. Jg., S. 484–502
- IVS (1999): IVS 1999 Annual Report, NASA/TP-1999-209243, Hanover MD, 279–287
- Nothnagel, A., Ch. Steinfort (2001): *Analysis Coordinator Report*, IVS 2000 Annual Report, NASA/TP-2001-209979, Hanover MD, 55–64
- Schneider M. (1986): *Die Arbeiten des Sonderforschungsbereiches 78 Satellitengeodäsie der technischen Universität München – 1984 und 1985*, Veröffentlichungen der Bayer. Kommission für die Internationale Erdmessung der Bayer. Akademie der Wissenschaften – Astronomisch-Geodätische Arbeiten, Heft 48, München, 7–8
- Thorandt V., G. Engelhard (2001): Beitrag in: Bericht über die Tätigkeit des Bundesamtes für Kartographie und Geodäsie, 1.7.1998 – 30.6.2000, Bundesamt für Kartographie und Geodäsie, Frankfurt a.M.
- Steinfort Ch., A. Nothnagel (2001): *Rigorese Kombination von Erdrotationsparametern innerhalb des IVS*, in diesem Heft
- Tesmer V., H. Kutterer, H. Drewes (2001): *DGFI Analysis Center Annual Report*, IVS 2000 Annual Report, NASA/TP-2001-209979, Hanover MD, 215–217

Untersuchung der mit VLBI gemessenen Erdrotationsparameter

VOLKER TESMER¹

Zusammenfassung

Gegenstand dieser Untersuchung sind mit VLBI gemessene Erdrotationsparameter (ERP), für deren Bestimmung die VLBI-Software OCCAM 4.0 verwendet wurde. Dabei wurde eine Ausgleichung nach der Methode der kleinsten Quadrate im Gauss-Markov-Modell angewendet. Die berechneten Zeitreihen der Erdrotationsparameter wurden auf Systematiken untersucht, insbesondere auf Abhängigkeiten von der Netzkonfiguration. Vergleiche von ERP, die aus simultan beobachtenden, aber voneinander völlig unabhängigen Netzen gewonnen wurden, sollen Hinweise auf die äußere Genauigkeit der Ergebnisse liefern. Schließlich wurden zeitlich hochaufgelöste ERP aus einer Beobachtungsserie von 1995 berechnet, bei der an fünf aufeinanderfolgenden Tagen ein identisches Netz von Teleskopen beobachtet hatte. Am dritten Tag, an dem eines der sechs beobachtenden Teleskope im Netz fehlte, weisen die Ergebnisse Unterschiede zu den sonstigen Tagen auf. Alle Untersuchungen zeigen, dass die Netzkonfiguration einen deutlichen Einfluss auf die berechneten ERP hat. Diese unter anderem systematischen Einflüsse spiegeln sich unzureichend in den mittleren Fehlern der Parameter wider.

1 Einleitung

VLBI ist das einzige moderne Raumverfahren, das einen nichtdynamischen Referenzrahmen benutzt. Es werden Beobachtungen zu Quasaren durchgeführt, die im Gegensatz zu Erdsatelliten als Fixpunkte im Inertialsystem angenommen werden können. Dadurch ist VLBI besonders geeignet, die Orientierung der Erde im Inertialsystem zu bestimmen. Üblicherweise beobachtet bei einer VLBI-Session ein Netz von vier bis sechs VLBI-Teleskopen innerhalb 24 Stunden etwa 60 Quasare. Pro Woche werden zur Zeit allerdings nur etwa zwei bis drei solcher Sessions durchgeführt. Um lückenlose Zeitreihen erzeugen zu können, ist im Rahmen des vom "International VLBI Network (IVN)" initiierten Programms "Continuous Observation of the Rotation of the Earth (CORE)" geplant, das Beobachtungsprogramm so auszubauen, dass an jedem Tag der Woche ein anderes Netz von Teleskopen eine Session durchführt. Deshalb ist die zentrale Frage dieser Untersuchung der Einfluss der Konfi-

guration der Teleskope auf die Ergebnisse.

2 Erdrotationsparameter aus unterschiedlichen VLBI-Netzen

2.1 Vorbemerkungen

In der VLBI werden Erdrotationsparameter in der Regel so bestimmt, dass das durch die beobachteten Radioquellen realisierte Inertialsystem, und das durch die Stationen realisierte terrestrische Referenzsystem fixiert werden. Freie Parameter sind die ERP. In einer VLBI-Session repräsentieren nur vier bis sechs Teleskope den terrestrischen Referenzrahmen.

2.2 Versätze der ERP Reihen aus unterschiedlichen Netzen

Um Hinweise auf Abhängigkeiten zwischen den ERP und der Netzkonfiguration zu bekommen, wurden die Beobachtungen der geeigneten NEOS-A, CORE-A, CORE-B und IRIS-S Sessions von 1997 bis Ende 1999 analysiert. Die Modelle wurden entsprechend der IERS Conventions (McCarthy, 1996) gewählt. Die Zeitreihen der ERP aus den vier verschiedenen Netzen weisen meistens signifikante Versätze zu IERS-C04 auf (siehe Tab. 1). Alle vier haben für die beiden Polkoordinaten und $\Delta UT1$ jeweils

Tab. 1: Versätze zw. ERP Zeitreihen unterschiedlicher Netze (1997–1999) und IERS-C04

VLBI Netz	Zahl der Sessions	Xpol [mas]	Ypol [mas]	$\Delta UT1$ [ms]
NEOS-A	149	-0.089	0.073	0.0211
		± 0.014	± 0.013	± 0.0006
CORE-A	62	-0.016	0.194	0.0182
		± 0.024	± 0.020	± 0.0011
CORE-B	44	-0.083	0.005	0.0160
		± 0.029	± 0.034	± 0.0020
IRIS-S	34	-0.019	0.097	0.0163
		± 0.034	± 0.039	± 0.0038

¹ Deutsches Geodätisches Forschungsinstitut (DGFI), Marstallplatz 8, 80539 München, email: tesmer@dgfi.badw.de

dasselbe Vorzeichen, was auf eine von der benutzten VLBI Software OCCAM 4.0 (Titov, 1997) hervorgerufenen Systematik gegenüber IERS-C04 hinweisen könnte. Die Versätze der Ergebnisse aus den vier Netzen für die Polkoordinaten und $\Delta UT1$ unterscheiden sich zum Teil deutlich. Als Ursache sind neben den Modellen in OCCAM 4.0 Inhomogenitäten im hier benutzten ITRF97 zu vermuten. Der Grund für den besonders großen Versatz in $\Delta UT1$ aller vier Reihen gegenüber IERS-C04 war eine inzwischen behobene Inkonsistenz in der Software.

2.3 Simultane NEOS-A und CORE-A Sessions

Vergleiche von ERP, die aus zwei voneinander völlig unabhängigen, simultan beobachtenden VLBI Netzen gewonnen werden, können klare Hinweise auf die äußere Genauigkeit dieser Parameter liefern. In Abb. 1 ist zu erkennen, dass die Unterschiede der ERP aus simultan beobachtenden NEOS-A und CORE-A Netzen Versätze, eventuell andere Systematiken und eine gewisse Streuung aufweisen. Die Versätze entsprechen den in der Tab. 1 dargestellten Werten. Einzelne Unterschiede sind bis zu zweimal so groß wie ihre mittleren Fehler. Die Ergebnisse sind denen in einer Veröffentlichung von MacMillan et al. (1999) beschriebenen sehr ähnlich, bei der das

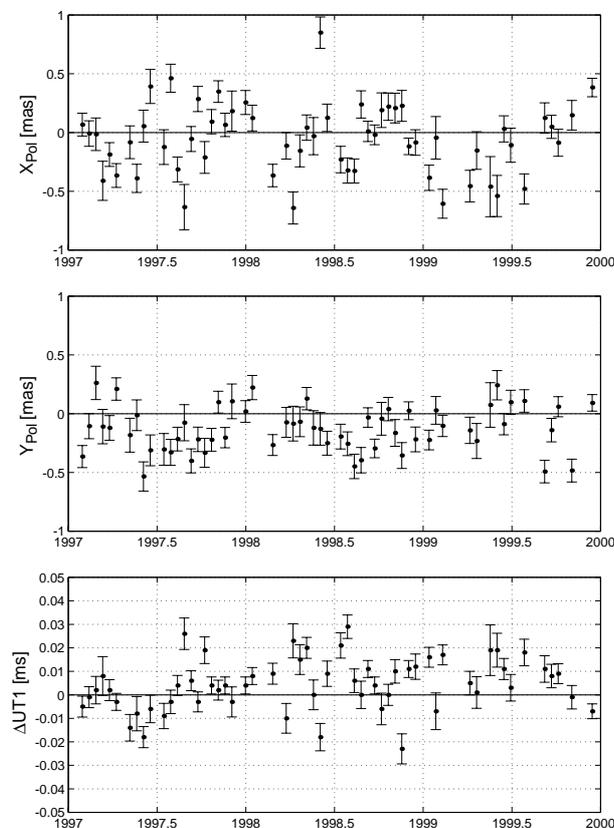


Abb. 1: Differenzen der ERP aus simultanen NEOS-A und CORE-A Sessions

CALC/SOLVE Software Paket verwendet wurde.

3 Zeitlich hoch aufgelöste Erdrotationsparameter aus CONT95 Sessions

Die hier verwendete CONT95 Beobachtungsserie hatte eine Dauer von fünf Tagen, an denen bis auf eine Ausnahme am dritten Tag stets die selben sechs Teleskope beteiligt waren. In Abb. 2 sind die jeweils für ein Zeitintervall von zwei Stunden gelösten ERP als Zuschläge zu IERS-C04 dargestellt. Sie sind unter Berücksichtigung ihrer mittleren Fehler signifikant. Die Abhängigkeit der mit VLBI bestimmten ERP von der Stationskonfiguration ist hier deutlich zu erkennen: Die Werte am dritten Tag, in der Abbildung durch Sterne gekennzeichnet, haben vor allem in der X-Pol Komponente ein deutlich anderes Verhalten als die der anderen Tage. Das Teleskop in Westford (Massachusetts, U.S.A.) war während dieser 24 Stunden nicht an den Beobachtungen beteiligt. Der über die fünf Tage gleichmäßige Verlauf wird dort deutlich unterbrochen, was sich auch durch einen Versatz für diese 12 Werte zeigt, wobei $\Delta UT1$ deutlich am stabilsten ist. Dies ist wohl darauf zurückzuführen, dass das beobach-

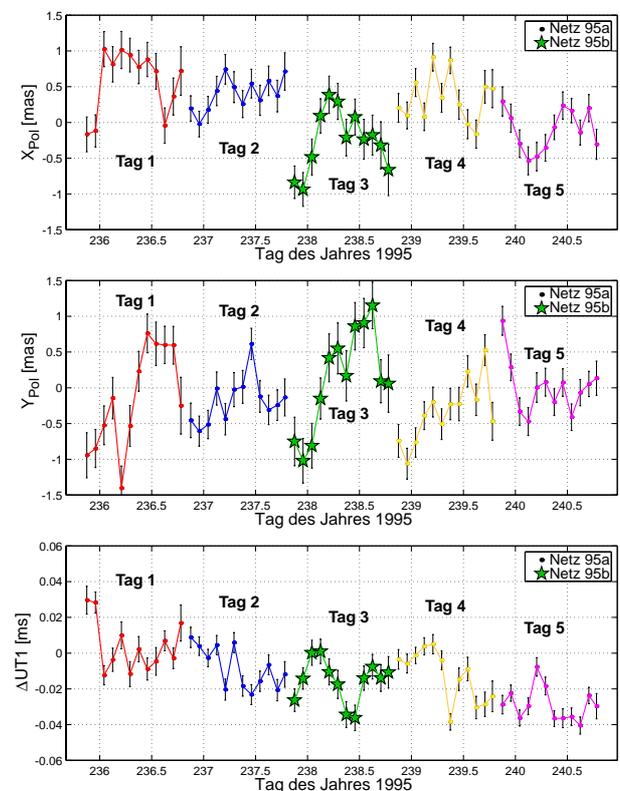


Abb. 2: Zuschläge zu IERS-C04, CONT 23.–27.08.95
 Netz 95a: Kokee, Gilcreek, Ny-Alesund, Onsala, Wettzell, Westford
 Netz 95b: (dritter Tag) Netz 95a ohne Westford

tende Netz auch ohne Westford eine sehr große Ost-West-Ausdehnung hat, und die für die $\Delta UT1$ -Bestimmung entscheidende Ost-West-Komponente stabil ist.

4 Ausblick

Die Ursachen für die durch die Netzkonfiguration hervorgerufenen Systematiken in den ERP können durch das Lösen der ERP und eines terrestrischen Referenzrahmens in einem gemeinsamen Ansatz unter Verwendung geeigneter Bedingungen untersucht werden. Dadurch sollten sich Systematiken ausschließen lassen, die durch einen fehlerhaften bzw. nicht zu den Modellen in der verwendeten Software OCCAM passenden terrestrischen Referenzrahmen hervorgerufen werden.

Wenn die beobachtenden Teleskope auf der Erde schlecht verteilt sind, sind hohe Korrelationen zwischen den gelösten Orientierungswinkeln zu erwarten, weil sie nicht eindeutig voneinander zu trennen sind. Diese Abhängigkeiten können bei bestimmten Netzen systematisch auftreten. Es muss untersucht werden, ob sich diese Abhängigkeiten auch systematisch auf die gelösten ERP selbst auswirken.

Desweiteren ist insbesondere im Hinblick auf eine zeitlich sehr hohe Auflösung der ERP das stochastische Modell der VLBI zu verbessern. Dazu sollen Arbeiten zur Verfeinerung des Gewichtsansatzes wie auch zu a-priori Korrelationen zwischen den Beobachtungen durchgeführt werden.

Weitere interessante Erkenntnisse sind zu erwarten, wenn für die Bestimmung der ERP ein Kombinationsansatz mit VLBI, GPS und SLR verwendet wird. Die Kombination soll möglichst auf der Normalgleichungsebene durchgeführt werden.

Literatur

MacMillan, D.S., Himwich, W.E., Thomas, C.C., Vandenberg, N.R., Bosworth, J.M., Chao, B., Clark, T.A. and Ma, C.: CORE, High-Accuracy Earth Orientation Measurements. In: Schlüter, W., Hase, H. (eds.): 13th Working Meeting on European VLBI for Geodesy and Astrometry, pp 166-171, Viechtach, 1999

McCarthy, D.D. (ed.): IERS Conventions (1996), IERS Technical Note 21, Observatoire de Paris, 1996.

Titov, O., Zarraoa, N.: OCCAM 3.4 Users Guide, Communications of the Institute for Applied Astronomy (IAA), St. Petersburg, No. 69, 1997.

Rigorese Kombination von Erdrotationsparametern innerhalb des IVS

CHRISTOPH STEINFORTH¹, AXEL NOTHNAGEL¹

Zusammenfassung

In den Zuständigkeitsbereich des Analysekoordinators des International VLBI Service for Geodesy and Astrometry (IVS) fällt u.a. die Veröffentlichung und Verbreitung von qualitativ hochwertigen Erdrotationsparametern (ERP) als offizielles IVS Produkt. Verschiedene Analysezentren des IVS erzeugen regelmäßig ERP-Serien, die anschließend vom Analysekoordinator zu einer einzigen, IVS-zertifizierten Serie kombiniert werden. Die gegenwärtige Kombinationsstrategie lässt sich im wesentlichen in zwei Schritte aufteilen. Zunächst erfolgt eine relative Gewichtung der einzelnen Serien basierend auf den Streuungen der Nutationsparameter. Nach Abzug einer konstanten Ablage relativ zur C04-Serie des International Earth Rotation Service (IERS) wird für jede verfügbare Epoche ein kompletter Satz von ERP berechnet und mit der gesamten Varianz-/Kovarianzinformation veröffentlicht.

Als Test für die Kombinationsstrategie wurde Ende 2000 ein Pilotprojekt initiiert, das auch einen tieferen Einblick in unterschiedliche Analysestrategien und Softwarepakete vermitteln sollte.

1 Einleitung

Anfang 1999 wurde der International VLBI Service for Geodesy and Astrometry (IVS) gegründet, um die weltweiten Ressourcen und Aktivitäten auf dem Gebiet der geodätischen und astrometrischen VLBI zu koordinieren (vgl. Campbell et al. in dieser Ausgabe). Den Terms of Reference des IVS (IVS 2001) entsprechend ist es eine der Hauptaufgaben des IVS Analysekoordinators, durch Kombination aller VLBI-Einzelauswertungen qualitativ hochwertige Datenprodukte zu bestimmen und einem möglichst großen Nutzerkreis zugänglich zu machen. Eines der Hauptprodukte des IVS sind komplette Sätze von Erdrotationsparametern (ERP), also Nutationsablagen in Länge ($d\psi$) und in Schiefe ($d\epsilon$), $UT1 - UTC$ (im weiteren mit $dUT1$ bezeichnet) und die Komponenten x_p und y_p der Polbewegung.

Es sei hier erwähnt, dass die geodätische VLBI das einzige Weltraumverfahren ist, das eine direkte Verbindung zwischen dem quasi-inertialen himmelfesten Bezugsrahmen der extragalaktischen Radioquellen (Celesti-

al Reference Frame, CRF) und dem erdfesten Bezugsrahmen (Terrestrial Reference Frame, TRF) herstellen kann. Neben den ERP bietet der IVS außerdem Lösungen zum CRF und zum TRF sowie Zeitreihen von gemessenen Basislinienlängen an. Geplant sind ERP mit einer subtäglichen Auflösung.

Für die Bestimmung von ERP stehen gegenwärtig zwei Beobachtungstypen zur Verfügung. Zum einen sind dies Ergebnisse aus globalen VLBI-Netzmessungen, bei denen über einen Zeitraum von 24 Stunden hinweg an fünf bis acht Stationen Beobachtungen durchgeführt werden. Aus diesen Messungen lassen sich alle fünf ERP ableiten. Eine (quasi-)tägliche Bestimmung von $dUT1$ ermöglichen zum anderen Messungen, die auf einer einzelnen Basislinie (Wetzell-Kokee Park, Hawaii) stattfinden und nur zwei Stunden dauern (Schlüter und Vandenberg 2000). Die Beobachtungen aus den 2h- und 24h-Messungen werden regelmäßig von den fünf IVS Analysezentren

- **AUS** – Australian Surveying and Land Information Group, Canberra, Australien
- **BKG** – Bundesamt für Kartographie und Geodäsie, Leipzig, Deutschland
- **GSF** – NASA Goddard Space Flight Center, Greenbelt MD, USA
- **IAA** – Institut für Angewandte Astronomie, St. Petersburg, Russland
- **SPU** – Astronomisches Institut der Universität St. Petersburg, Russland

ausgewertet, so dass die ERP-Ergebnisse anschließend für die weitere Nutzung an die IVS Datenzentren übertragen werden können.

Es muss an dieser Stelle angemerkt werden, dass es in allen Analysezentren gelungen ist, die internen Strukturen auf diesen neuen Servicebetrieb umzustellen. Schließlich ist ein regelmäßiger Beitrag von möglichst vielen Analysezentren von großer Bedeutung für die Kontinuität und Konsistenz einer aus den Einzelserien resultierenden Kombinationsserie. Die Kombinationslösung an sich bietet eine Reihe von Vorteilen gegenüber den einzelnen

¹ Geodätisches Institut der Universität Bonn, Nussallee 17, D-53115 Bonn
email: steinforth@uni-bonn.de, nothnagel@uni-bonn.de

Lösungen der Analysezentren. In einer Kombination ergänzen und kontrollieren sich die Einzellösungen gegenseitig, so dass sich dadurch die Zuverlässigkeit erhöht. Außerdem läßt sich der Einfluss von Ungenauigkeiten einer einzelnen Lösung durch die Mittelung über die Ungenauigkeiten aller Lösungen beträchtlich reduzieren (Canon 2001). Im Vergleich zu einer einzelnen Serie bietet die kombinierte Serie außerdem die Möglichkeit, realistischere Genauigkeitsmaße anzugeben. Schließlich läßt sich durch eine Kombinationsserie ein zeitlich begrenzter Ausfall bzw. der Totalausfall eines oder mehrerer Analysezentren reduzieren.

Da die Analysezentren letztlich alle auf das gleiche Beobachtungsmaterial zurückgreifen, liegt hier streng betrachtet allerdings eine Verletzung der statistischen Grundregel vor, dass die Information einer Beobachtung nur einmal in einem Ausgleichungsprozess verwendet werden darf. Andererseits muss man davon ausgehen, dass durch die Bearbeitung des Beobachtungsmaterials in den Analysezentren, also durch unterschiedliche Parametrisierungen, unterschiedliche Modelle und Grenzen bei der Ausreißereliminierung, unterschiedliche Gewichtsansätze usw., wieder unabhängige Ausgangswerte entstehen. Mögliche Abhängigkeiten lassen sich wahrscheinlich durch die in Zukunft vorgesehene Einführung von Korrelationen zwischen den Analysezentren weiter abschwächen.

Seit dem 1. Oktober 2000 werden die Einzelserien vom Team des IVS Analysekoordinators mit einer geeigneten Kombinationsstrategie zu einer IVS-zertifizierten Serie zusammengefasst. Im Moment bestehen die Einzelserien aus Ergebnissen der wöchentlich beobachteten NEOS-Serie mit Stationen in Europa, Nord- und Südamerika sowie Hawaii, die mit höchster zeitlicher Priorität bearbeitet werden. Im folgenden Kapitel wird die derzeitige Kombinationsstrategie ausführlich erläutert.

2 Kombination von ERP

Die Kombinationsstrategie kann grob in zwei Schritte aufgeteilt werden. Im ersten Schritt erfolgt eine Vorverarbeitung der Einzelserien. Dabei werden zunächst aus einem Vergleich der einzelnen Lösungen relative Gewichtungsfaktoren abgeleitet. Anschließend erfolgt die Bestimmung von systematischen Ablagen relativ zu einer Referenzserie, um eine gewisse Konsistenz mit einer bereits vorhandenen ERP-Serie zu erzielen. In diesem Fall wurde die C04-Serie des Internationalen Erdrotationsdienstes (International Earth Rotation Service, IERS) gewählt, da diese Serie international aufgrund ihrer hohen Langzeitstabilität als Referenz für derartige Aufgaben anerkannt ist. Im zweiten Schritt werden dann die Gewichtungsfaktoren und die Ablagen an die Einzelserien angebracht und die kombinierten Datenpunkte je Epoche durch strenge Ausgleichung berechnet.

Da der offizielle Start der Kombinationsserie der 1. Ok-

tober 2000 ist, wurde als Zeitraum für die Bestimmung der Gewichtungsfaktoren und der systematischen Ablagen vorläufig die Spanne zwischen dem 1.1.1999 und dem 30.9.2000 gewählt.

2.1 Vorverarbeitung der Einzelserien

2.1.1 Gewichtungsfaktoren

Für die Berechnung der Gewichtungsfaktoren wird die Streuung der Nutationsablagen $d\psi$ (Nutation in Länge) und $d\epsilon$ (Nutation in Schiefe) verwendet. Als Grund dafür ist zu nennen, dass die Radioquellenpositionen im International Celestial Reference Frame (ICRF), die von fast allen Analysezentren benutzt werden, eine sehr hohe Stabilität im Sub-Millibogensekunden-Bereich aufweisen. Ungenauigkeiten einzelner Positionen werden durch die große Anzahl der bei der geodätischen VLBI verwendeten Quellen herausgemittelt. Somit spiegeln die Nutationsablagen in erster Linie das „Analyserauschen“ wieder, also die Art und Weise, in der die Analyse ausgeführt wird (z.B. Parametrisierung der Lösung, eingesetztes Softwarepaket etc.). Abbildung 1 skizziert das Verfahren zur Ableitung der Gewichtungsfaktoren.

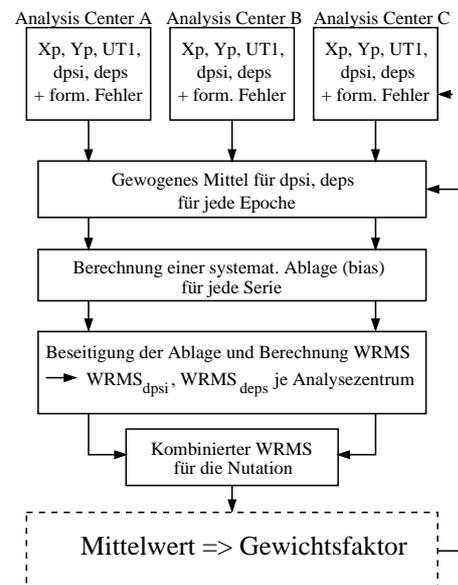


Abb. 1: Ableitung von Gewichtungsfaktoren

In einem ersten Schritt werden je Epoche gewogene Mittelwerte für die Nutationsablagen berechnet, wobei die Gewichtung nur auf der Basis der von den Analysezentren berechneten Standardabweichungen erfolgt (Gl. 2.1-1 und 2.1-2) ¹

¹ Anm.: Im folgenden sind die Analysezentren mit dem Index i versehen, die Gesamtzahl der Analysezentren mit n ; die Epochen haben den Index j , die Gesamtzahl der Epochen ist mit m bezeichnet.

$$\overline{d\psi}_j \sin \epsilon_0 = \frac{\sum_{i=1}^n p_{d\psi_{ij}} d\psi_{ij} \sin \epsilon_0}{\sum_{i=1}^n p_{d\psi_{ij}}} \quad (2.1-1)$$

und

$$\overline{d\epsilon}_j = \frac{\sum_{i=1}^n p_{d\epsilon_{ij}} d\epsilon_{ij}}{\sum_{i=1}^n p_{d\epsilon_{ij}}} \quad (2.1-2)$$

mit den Gewichten

$$p_{d\psi_{ij}} = \frac{1}{\sigma_{d\psi_{ij}}^2} \quad (2.1-3)$$

und

$$p_{d\epsilon_{ij}} = \frac{1}{\sigma_{d\epsilon_{ij}}^2} \quad (2.1-4)$$

Im nächsten Schritt werden aus den Residuen je eine systematische Ablage (engl. bias) für $d\psi \sin \epsilon_0$ und $d\epsilon$ pro Analysezentrum berechnet:

$$bias_{i,d\psi \sin \epsilon_0} = \frac{\sum_{j=1}^m p_{d\psi_{ij}} v_{d\psi_{ij} \sin \epsilon_0}}{\sum_{j=1}^m p_{d\psi_{ij}}} \quad (2.1-5)$$

sowie

$$bias_{i,d\epsilon} = \frac{\sum_{j=1}^m p_{d\epsilon_{ij}} v_{d\epsilon_{ij}}}{\sum_{j=1}^m p_{d\epsilon_{ij}}} \quad (2.1-6)$$

mit

$$v_{d\psi_{ij} \sin \epsilon_0} = d\psi_{ij} \sin \epsilon_0 - \overline{d\psi}_j \sin \epsilon_0 \quad (2.1-7)$$

und

$$v_{d\epsilon_{ij}} = d\epsilon_{ij} - \overline{d\epsilon}_j \quad (2.1-8)$$

Als Maß für die Streuung wird nun ein so genannter Weighted Root Mean Square (WRMS) (Bevington 1969) für jede Nutationsablage berechnet. Der WRMS ist ein guter Vergleichsmaßstab für Messreihen, da er sowohl von den a priori Gewichten als auch von der Stichprobengröße unabhängig ist (Nothnagel 2000). Mit den systematischen Ablagen (2.1-5) und (2.1-6) folgt dann

$$wrms_{i,d\psi \sin \epsilon_0} = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^m p_{d\psi_{ij} \sin \epsilon_0} (v_{d\psi_{ij}} - bias_{i,d\psi \sin \epsilon_0})^2}{\sum_{j=1}^m p_{d\psi_{ij}}}} \quad (2.1-9)$$

und

$$wrms_{i,d\epsilon} = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^m p_{d\epsilon_{ij}} (v_{d\epsilon_{ij}} - bias_{i,d\epsilon})^2}{\sum_{j=1}^m p_{d\epsilon_{ij}}}} \quad (2.1-10)$$

Die beiden WRMS (2.1-9) und (2.1-10) je Analysezentrum werden quadratisch addiert (Root Sum Square, RSS) und zu einem WRMS für die Nutation zusammengefasst:

$$wrms_{i,nut} = \sqrt{wrms_{i,d\psi \sin \epsilon_0}^2 + wrms_{i,d\epsilon}^2} \quad (2.1-11)$$

Anschließend folgen die Gewichtungsfaktoren f_i für die Analysezentren:

$$f_i = \frac{\overline{wrms}_{nut}}{wrms_{i,nut}} \quad (2.1-12)$$

mit

$$\overline{wrms}_{nut} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n wrms_{i,nut} \quad (2.1-13)$$

Schließlich ergeben sich die modifizierten Gewichte für alle Komponenten

$$p^{(new)} = f_i p^{(old)} \quad (2.1-14)$$

Die aktuellen Gewichtungsfaktoren sind in Tabelle 1 zusammengefasst (Stand: Oktober 2001).

Tab. 1: Aktuelle Gewichtungsfaktoren

Analysezentrum	Gewichtungsfaktor
AUS	1.37
BKG	0.84
GSF	0.77
IAA	1.07
SPU	1.18

2.1.2 Bestimmung der relativen Ablage

Eine wichtige Anforderung an die kombinierte ERP-Serie des IVS ist die Konsistenz mit bestehenden Referenzserien. Konsistenz kann dabei durch die Beseitigung systematischer Abweichungen zwischen Kombination und Referenz erreicht werden.

Bei den Nutationsparametern $d\psi$ und $d\epsilon$ ist die Anbindung der Kombination an eine Referenz nicht notwendig, da hier nur Ablagen relativ zu einem Modell (IAU 1980 Nutationsmodell) berechnet werden. Wenn von allen Analysezentren das gleiche himmelsfeste Bezugssystem verwendet wird, z.B. das ICRF, treten nur noch geringe systematische Differenzen zwischen den einzelnen Serien und der Kombination auf (vgl. Tabelle 4).

Da von den Analysezentren bei der Auswertung der VLBI-Messungen im Gegensatz zur Wahl des CRF kein einheitliches TRF verwendet wird, zeigt ein Vergleich der Einzelserien systematische Differenzen für Polbewegung und $dUT1$. Um den Einfluss solcher Abweichungen in der Kombination zu minimieren, sollte für die genannten Parameter die Anbindung an eine Referenz erfolgen, indem relativ dazu systematische Ablagen bestimmt und diese anschließend in den Einzelserien beseitigt werden.

Aufgrund ihrer hohen Langzeitstabilität eignet sich die Serie IERS C04 besonders für derartige Aufgaben. Zur Bestimmung der systematischen Ablagen von der Referenzserie werden zunächst einfache Differenzen, jeweils unabhängig für die einzelnen ERP-Komponenten, in der Form ²

$$v_{x_{ij}} = x_{ij} - x_{C04,j} \quad (2.1-15)$$

gebildet und mit

$$bias_{i,x} = \frac{\sum_{j=1}^m p_{x_{ij}} v_{x_{ij}}}{\sum_{j=1}^m p_{x_{ij}}} \quad (2.1-16)$$

ein gewogenes Mittel für jedes Analysezentrum berechnet. In Tabelle 2 sind die aktuellen systematischen Ablagen zusammengestellt.

Im Moment werden sowohl die Gewichtsfaktoren (Gl. 2.1-12) als auch die systematischen Ablagen (Gl. 2.1-16) unverändert beibehalten. Eine regelmäßige Überprüfung ist allerdings unerlässlich, um Änderungen dieser Parameter entsprechend berücksichtigen zu können.

² **Anm.:** Die Ableitung der systematischen Ablage relativ zur Referenzserie wird anhand der Polbewegungskomponente x_p gezeigt, der Rechenweg gilt analog für y_p und $dUT1$.

Tab. 2: Aktuelle Werte für die Ablagen relativ zu IERS-C04

Analysezentrum	x_p [μas]	y_p [μas]	$dUT1$ [μs]
AUS	-35.9	367.3	6.9
BKG	116.3	-14.5	-17.3
GSF	-43.0	281.7	8.4
IAA	-135.5	263.9	9.3
SPU	-46.3	155.1	16.6

2.2 Berechnung der Kombination

Der eigentliche Kombinationsschritt besteht nun darin, dass an die Beobachtungen zunächst die jeweiligen Gewichtsfaktoren und systematischen Ablagen angebracht werden. Anschließend werden die kombinierten Datenpunkte je Epoche in einer strengen Ausgleichung mit voller Varianz-/Kovarianzmatrix gemäß Gl. (2.2-1) bis (2.2-3) berechnet. Aus Gründen der Übersichtlichkeit wurden die Kovarianzen in der Darstellung der folgenden Gleichungen vernachlässigt:

$$x_{j,combi} = \frac{\sum_{i=1}^n f_i p_{x_{ij}} (x_{ij} - bias_{i,x})}{\sum_{i=1}^n f_i p_{x_{ij}}} \quad (2.2-1)$$

mit der zugehörigen Varianz

$$\sigma_{x_{j,combi}}^2 = \frac{\hat{\sigma}_{0,x_j}^2}{\sum_{i=1}^n f_i p_{x_{ij}}} \quad (2.2-2)$$

und der Varianz der Gewichtseinheit (Koch 1986)

$$\hat{\sigma}_{0,x_j}^2 = \frac{\sum_{i=1}^n f_i p_{x_{ij}} [x_{j,combi} - (x_{ij} - bias_{i,x})]^2}{n-1} \quad (2.2-3)$$

Die Formeln für die Nutationskomponenten unterscheiden sich von diesen nur dadurch, dass die Subtraktion einer systematischen Ablage entfällt.

2.3 Ergebnisse

In der praktischen Umsetzung wird die Kombinationsserie zur Zeit immer dann aktualisiert, wenn ein neuer Datenpunkt in den Beiträgen aller Analysezentren vorhanden ist. Die Ergebnisse liegen damit ca. 15-20 Tage nach der Durchführung der Beobachtung vor und sind über die IVS-Homepage (<http://ivscc.gsfc.nasa.gov>) mit direktem Zugang zu anonymem FTP abrufbar.

Auf der Homepage des Analysekoordinators (<http://giub.geod.uni-bonn.de/vlbi/IVS-AC>) kann der

Nutzer dazu außerdem numerische Informationen in Form von Statistiken und graphische Repräsentationen der Kombination finden. Als Beispiel zeigt die Abbildung 2 die kombinierte Polbewegung seit dem 1. Januar 1999.

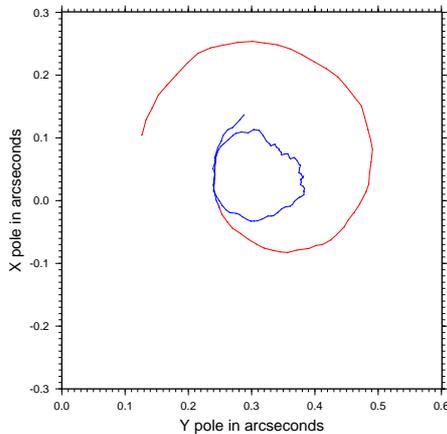


Abb. 2: Kombinierte Polbewegung seit dem 1.01.1999

2.3.1 „Innere Genauigkeit“ der Kombination

Zur Kontrolle der Qualität und Stabilität sowohl der Kombinationsserie als auch der einzelnen Beiträge der Analysezentren werden einige statistische Berechnungen durchgeführt. Für alle ERP und Analysezentren werden die Abweichungen relativ zur Kombination und die daraus folgenden WRMS-Werte analog zu (2.1-16) bzw. (2.1-9) berechnet, um eventuelle Restsystematiken erfassen zu können.

Die Tabellen 3 und 4 fassen die aktuellen Statistiken zusammen. Eine geringe Restablage ist zu erwarten, da die Zeiträume, für die die Ablagen relativ zu C04 bzw. zur Kombination berechnet werden, geringfügig differieren. Lediglich die Serie des australischen Analysezenters weist etwas größere Abweichungen und Streuungen auf, was allerdings auf die Tatsache zurückzuführen ist, dass

Tab. 3: Aktuelle Statistiken – Polbewegung

	x_p		y_p		$dUT1$	
	bias [μ as]	wrms [μ as]	bias [μ as]	wrms [μ as]	bias [μ s]	wrms [μ s]
AUS	-38	131	-60	78	6	3
BKG	-22	90	27	86	-1	7
GSF	8	99	-12	89	3	7
IAA	9	76	0	70	1	4
SPU	10	63	-5	58	-2	4

diese Gruppe erst seit kurzer Zeit an der Kombination teilnimmt und damit auch der vorhandene Datensatz noch sehr kurz ist. Ansonsten liegen die Streuungen unterhalb von 100μ as, was etwa 3 mm auf der Erdoberfläche entspricht.

Tab. 4: Aktuelle Statistiken – Nutation

	$d\psi$		$d\epsilon$	
	bias [μ as]	wrms [μ as]	bias [μ as]	wrms [μ as]
AUS	26	48	26	55
BKG	-26	63	-5	61
GSF	-13	65	-32	61
IAA	13	66	69	58
SPU	18	56	-33	52

2.3.2 „Äußere Genauigkeit“ der Kombination

Während die in Kapitel 2.3.1 vorgestellten statistischen Angaben dem Konzept der „precision“, also einer inneren Genauigkeit entsprechen, ist der Nutzer auch an einer äußeren Genauigkeit (engl. „accuracy“) interessiert. Diese kann nur durch den Vergleich der VLBI-Kombinationsserie mit einer unabhängigen Serie, z.B. eines anderen Messverfahrens, erreicht werden. Dazu bietet sich aufgrund der hohen inneren Genauigkeit und Konsistenz die ERP-Serie des International GPS Service (IGS) an.

Tab. 5: Mittlere gewogene Differenzen (WMean) und WRMS IGS – IVS

	x_p [μ as]	y_p [μ as]	$dUT1$ [μ s]
WMean	4.8	-28.9	3.2
WRMS	109.0	101.1	6.3

In Tabelle 5 sind die gewogenen mittleren Differenzen und WRMS aus einem solchen Vergleich zusammengefasst. Auch hier liegen die Streuungsmaße im Bereich von 100μ as, was für die hohe Qualität beider Serien spricht. Abbildung 3 stellt die Einzeldifferenzen für x_p dar. Die Rate von 24μ as pro Jahr ist auf die Verwendung unterschiedlicher TRF zurückzuführen.

3 IVS Analyse-Pilotprojekt

Um verschiedene Aspekte der Kombination von ERP-Serien aus VLBI-Messungen ausführlicher testen zu kön-

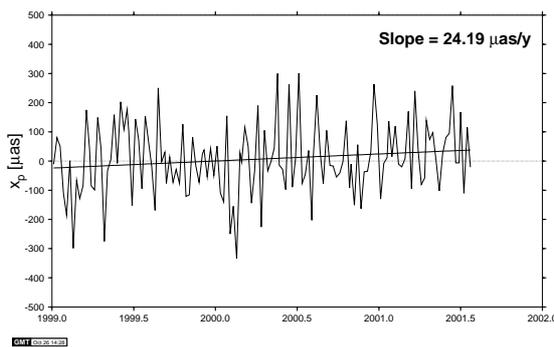


Abb. 3: Differenzen zwischen der IGS-Serie und der IVS-Kombination

nen, wurde Ende 2000 ein Analyse-Pilotprojekt innerhalb des IVS initiiert. Alle IVS Analysezentren und assoziierten Analysezentren waren dazu aufgerufen worden, die 52 NEOS-A-Messungen des Jahres 1999 auszuwerten und die resultierenden ERP-Serien zur Verfügung zu stellen. Insgesamt konnten so 13 verschiedene Lösungen zusammengestellt werden. Neben ausführlichen Tests der oben beschriebenen Kombinationsstrategie war damit auch ein Vergleich der verschiedenen Softwarepakete möglich, die von den Analysezentren zur Auswertung der VLBI-Messungen eingesetzt wurden. Weitere Einzelheiten bezüglich des Pilotprojekts und Ergebnisse sowie Schlussfolgerungen sind in (Nothnagel und Steinforth 2001) und auf der Homepage des Analysekoordinators (s.o.) unter dem Punkt ‚Activities‘ zu finden. Aufgrund der guten Erfahrungen mit diesem Pilotprojekt sind in der Zukunft weitere Aktivitäten dieser Art innerhalb des IVS geplant.

4 Zusammenfassung und Ausblick

Die Berechnung der kombinierten Serie ist zu einem Routinebetrieb innerhalb des IVS geworden. Aufgrund der hohen inneren und äußeren Genauigkeit der Serie wird diese bereits von verschiedenen Institutionen als offizielle ERP-Serie aus VLBI-Messungen anerkannt und in weiteren Kombinationen aller Weltraumverfahren verwendet, z.B. in einer vom U.S. Naval Observatory herausgegebenen Kombinationsserie (Luzum und Ray 2001).

Zusätzlich zu der regelmäßig aktualisierten Kombinationsserie ist auch die Veröffentlichung weiterer ERP-Serien aus dem vorhandenen VLBI-Datenmaterial geplant, z.B. eine Serie, die die VLBI-Messungen von etwa Mitte der 1980er Jahre an berücksichtigt. Ferner ist die regelmäßige Veröffentlichung von Jahreslösungen geplant.

Es muss allerdings auch angemerkt werden, dass sich die Arbeiten zur Kombination von ERP innerhalb des IVS erst in einem Anfangsstadium befinden. In diesem Zusammenhang muss noch weiter an dem zugrunde liegen-

den stochastischen Modell gearbeitet werden. Als Beispiel sei hier die Behandlung von Ausreißern im Beobachtungsmaterial genannt. Eine Routine zur statistischen Bewertung von Ausreißern steht kurz vor der Fertigstellung, es stellt sich aber noch die Frage, welche Zeitspanne einem Analysezentrum zu einer notwendigen „Nachbesserung“ des betreffenden Datenpunktes eingeräumt werden soll. Eine zu lange Verzögerung ist hier nicht tragbar, damit die Kombinationsergebnisse möglichst aktuell bereitgestellt werden können.

Die Aktualität der Kombination ist grundsätzlich begrenzt durch die Aktualität der Einzelserien. Die Verzögerung zwischen den VLBI-Beobachtungen und der Veröffentlichung der neuesten Datenpunkte durch die Analysezentren beträgt etwa zwei bis drei Wochen und ist in erster Linie auf technische und logistische Gründe zurückzuführen (Bandtransport von den Beobachtungsstationen zu den Korrelatoren und Korrelation). Im Zuge künftiger Aktivitäten innerhalb des IVS bezüglich der Optimierung von Beobachtungsprogrammen soll diese Verzögerung minimiert werden, so dass die Korrelationsergebnisse den Analysezentren schneller vorliegen und die Datenprodukte somit dem externen Nutzer mit einer möglichst hohen Aktualität zur Verfügung stehen.

Referenzen

- Bevington, P.R. (1969): *Data reduction and error analysis for the physical sciences*, McGraw-Hill Book Comp., New York
- Campbell J., A. Nothnagel, Ch. Steinforth (2001): *Operationelle Bestimmung der Erdrotationsparameter mit VLBI – Arbeiten der VLBI-Gruppe am Geodätischen Institut der Universität Bonn*, in diesem Heft
- Cannon W.H. (2001): *Comments on VLBI as a Fundamental Geodetic Positioning Technique and IVS Combined VLBI Products*, Memorandum abrufbar von der IVS-Homepage <http://ivscc.gsfc.nasa.gov> unter ‚Analysis Coordinator‘
- IVS (2001): *IVS Terms of Reference*, IVS 2000 Annual Report, NASA Publication TP-2001-209979, Hanover MD, 289–298
- Koch K.-R. (1986): *Parameterschätzung und Hypothesentests*, Dümmler, Bonn
- Luzum B., J. Ray (2001): persönliche Kommunikation
- Nothnagel A. (2000): *Der Einfluss des Wasserdampfes auf die modernen raumgestützten Messverfahren*, Mitteilungen des Bundesamtes für Kartographie und Geodäsie Band 16, Frankfurt am Main
- Nothnagel A., Ch. Steinforth (2001): *IVS Analysis Coordination*, CSTG Bulletin No. 17, München (im Druck)
- Schlüter W., N.R. Vandenberg (2000): *International VLBI Service for Geodesy and Astrometry (IVS)*, CSTG Bulletin No. 16, München

Ein Wissensbasiertes System zur VLBI Auswertung

WOLFGANG SCHWEGMANN¹

Zusammenfassung

Ein wichtiger Beitrag zur Beschleunigung der VLBI Prozedur ist eine schnellere und automatische Auswertung, insbesondere im Hinblick auf die in den nächsten Jahren zu erwartende stetig steigende Anzahl an geodätischen VLBI Experimenten. Die VLBI Auswertung ist ein sehr komplexer Vorgang und erfolgt noch immer weitgehend manuell. Zur Unterstützung des Auswerters und zur Automatisierung der Auswertung wurde ein Wissensbasiertes System (WBS) entwickelt, in dem das Wissen über den Ablauf der VLBI Auswertung gespeichert und entsprechend bestimmter Regeln und Instruktionen verarbeitet wird. Hierzu müssen die erforderlichen Daten und Informationen von der existierenden Software zum WBS transferiert werden, um dann von diesem weiterverarbeitet zu werden und um gegebenenfalls mögliche Probleme beheben und Fehler aufdecken zu können. Nachdem die Ergebnisse des WBS von der Auswertesoftware verarbeitet wurden, wird die Auswertung fortgesetzt.

1 Einleitung

Die Auswertung geodätischer VLBI Experimente ist ein äußerst komplizierter Vorgang, der noch weitgehend manuell erfolgt, da die meisten Aufgaben ein umfassendes Wissen über die VLBI Auswertung erfordern und der Automatisierungsgrad bestehender Auswerteprogramme sehr niedrig ist. Daher ist die Auswertung sehr zeitaufwendig und schon eine teilweise Automatisierung würde sie wesentlich beschleunigen. Dies ist insbesondere im Hinblick auf die zu erwartende kontinuierlich steigende Anzahl an geodätischen VLBI Experimenten von Bedeutung.

Entsprechend der Definition eines Wissensbasierten Systems (WBS) (Sundermeyer, 1991) kann es zur Modellierung des zur VLBI Auswertung notwendigen Wissens und damit zur automatischen Lösung der komplexen Probleme während der Auswertung eingesetzt werden. Ein WBS ist weniger anfällig für Fehler, erlaubt die Konser-vierung des Wissens mehrerer Experten und eine Kontrolle der Entscheidungen des Auswerters. Weitergehende Informationen zu Wissensbasierten Systemen finden sich in Schnupp et al. (1989).

In der VLBI Auswertung kann ein WBS für verschiedene Aufgaben eingesetzt werden:

- Unterstützung des Auswerters während der Auswertung.
- Automatisierung der Auswertung.
- Kontrolle und Verifizierung von Daten.
- Aufdecken von Fehlern und Beheben von Problemen.
- Unterrichtung wenig erfahrener Auswerter.

Untersuchungen anhand des *Mark-4 Data Analysis System*, einer weit verbreiteten VLBI Auswertesoftware (Ryan et al., 1980, Petrov, 2000), haben gezeigt, dass nahezu alle Schritte der Auswertung im Hinblick auf mindestens eines der oben angegebenen Anwendungsgebiete durch ein WBS unterstützt werden können (Schwegmann und Schuh, 1999). Aus diesem Grunde wurde ein WBS entwickelt, das sowohl eine Unterstützung und Anleitung des Auswerters als auch eine weitgehend automatische Auswertung ermöglicht. Das System ist ein wichtiger Bestandteil innerhalb eines allgemeinen Konzeptes für VLBI in genäherter Echtzeit (Schuh und Schwegmann, 2000).

Eine erste erfolgreiche Realisierung eines „on-line“ VLBI Systems ist das japanische *Keystone* Projekt, in dem vier Radioteleskope in einem Gebiet um Tokio geodätische Ergebnisse in genäherter Echtzeit liefern (Koyama et al., 1998).

In dem WBS wird das Wissen über die VLBI Auswertung gespeichert und entsprechend spezifischer Regeln und Instruktionen zur Automatisierung oder Behandlung von Problemen herangezogen. Das Konzept und der Aufbau dieses *Intelligent Assistent for VLBI Data Analysis* (IADA) wird in Kapitel 2 beschrieben. Obwohl das System mit der Entwicklung einer geeigneten Schnittstelle an verschiedene Softwarepakete angepasst werden kann, wurde es dennoch von Anfang an im Hinblick auf eine optimale Zusammenarbeit mit dem Mark-4 Auswertesystem entwickelt, da dies die derzeit umfassendste VLBI Auswertesoftware ist.

Beim Einsatz von IADA werden zunächst alle notwendigen Daten und Informationen über eine Schnittstelle an das WBS weitergeleitet, wo sie verarbeitet werden, um eventuell vorhandene Fehler aufzudecken, die Ergebnisse der Auswertung zu überprüfen oder die nächsten Schritte

¹ ehemals: Geodätisches Institut der Universität Bonn,
jetzt: Bundesamt für Kartographie und Geodäsie, Richard-Strauss-Allee 11, D-60598 Frankfurt am Main
email: schwegmann@ifag.de

der Auswertung festzulegen. Die Ergebnisse werden an das Mark-4 System zurückgegeben und dort verarbeitet, bevor die reguläre Auswertung fortgesetzt wird. Die Entwicklung dieser Schnittstelle wird in Kapitel 3 beschrieben und Beispiele zur Anwendung des WBS in der VLBI Auswertung werden in Kapitel 4 gegeben.

2 Entwicklung des Wissensbasierten Systems

Wissensbasierte Systeme sind Softwaresysteme, bei denen das Wissen über einen eng begrenzten Problembereich in einer sog. Wissensbasis (WB) gespeichert und mit einer problemunabhängigen Problemlösungskomponente verarbeitet wird (siehe Abb. 1). Ein bedeutender Vorteil solcher Systeme ist, dass Veränderungen und Erweiterungen der WB die Problemlösungskomponente nicht beeinflussen. Somit ist lediglich die WB an neue Situationen anzupassen, um diese bearbeiten zu können.

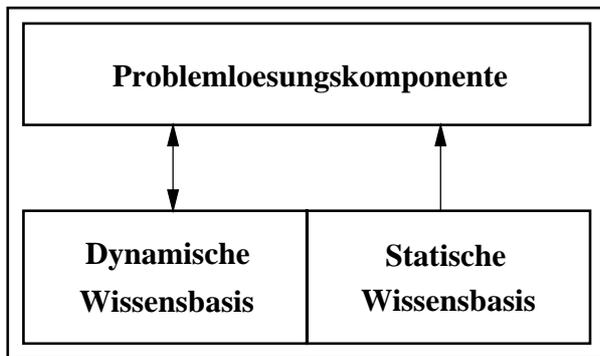


Abb. 1: Prinzipielle Architektur eines Wissensbasierten Systems.

Die entscheidende Aufgabe bei der Entwicklung eines WBS ist der Aufbau der Wissensbasis. Sie ist der wichtigste Bestandteil eines WBS, da seine Effizienz wesentlich von der Qualität der WB abhängt. Sie sollte modular, flexibel und erweiterbar sein, um sie zukünftigen Anforderungen leicht anpassen zu können. Die Generierung der WB erfolgt in zwei aufeinander aufbauenden Schritten. Zunächst wird das zur Behandlung des Problems notwendige Wissen im Zuge der sog. *Wissensakquisition* zusammengetragen und strukturiert. Danach wird dieses Wissen so formalisiert, dass es in der WB gespeichert werden kann. Dieser Vorgang wird *Wissensrepräsentation* genannt.

Unter Berücksichtigung der in Kapitel 1 dargelegten Einsatzgebiete eines WBS wurden vier Modi definiert, in denen das System arbeiten kann. Im *Interaktiven Modus* werden alle Entscheidungen des Auswerter durch das WBS kontrolliert, der Auswerter wird auf mögliche Fehler und Probleme aufmerksam gemacht und es werden Vorschläge zu deren Behebung gegeben. Der *Automatische Modus* dient einer komplett automatischen Auswertung, bei der der Experte nur noch in Problemfällen

eingreifen muss, die das WBS nicht automatisch lösen kann. Zur Bewertung und genaueren Untersuchung der (Zwischen)Ergebnisse der Auswertung sowie zur Lösung eventuell vorhandener Probleme dient der *Diagnose Modus*. Schliesslich ist ein *Tutorial Modus* vorgesehen, der zur Ausbildung wenig erfahrener Auswerter eingesetzt werden soll. Im interaktiven und automatischen Modus sowie im Diagnose Modus arbeitet das WBS prinzipiell im Hintergrund, d.h. es wird von der bestehenden Auswertesoftware aufgerufen und die Ergebnisse werden innerhalb der Auswertesoftware verarbeitet. Das WBS wird nur dann explizit gestartet, wenn Probleme auftreten, die es nicht mit den standardmäßig verwendeten Methoden lösen kann, oder wenn der Auswerter explizit Anfragen an das System stellen will.

2.1 Wissensakquisition

Zur Strukturierung des Wissens über den Problembereich muss ein *Konzept* zur Beschreibung der VLBI Auswertung definiert werden, d.h. ihre generelle Prozedur muss beschrieben werden. Dies erfolgte unter besonderer Berücksichtigung des Auswerteaufbaues im Mark-4 Data Analysis System, da mit diesem Softwarepaket die gesamte Auswerteprozedur von der Verarbeitung der Ergebnisse der Korrelation bis hin zur Ermittlung der endgültigen Ergebnisse durchgeführt werden kann. Da aber der generelle Ablauf der Auswertung in allen Auswertesystemen nahezu identisch ist, konnte die Auswerteprozedur innerhalb des Mark-4 Data Analysis System als Referenz für die Erstellung des Konzeptes verwendet werden. Somit wurde eine umfassende Beschreibung der VLBI Auswerteprozedur erzeugt.

Das Konzept gliedert sich in drei Teile: die *Analysis Steps*, die *Analysis Substeps* und die *Substep Descriptions*. Die *Analysis Steps* beschreiben den globalen Ablauf der Auswertung. Sie werden nacheinander ausgeführt und unterteilen sich nochmals in die *Analysis Substeps*, in denen die Aufgaben der einzelnen *Steps* näher beschrieben werden. Die Unterteilung der Auswerteprozedur in *Steps* und *Substeps* ist in Tabelle 1 wiedergegeben.

Tab. 1: *Steps* und *Substeps* der VLBI Auswerteprozedur.

ANALYSIS STEPS	ANALYSIS SUBSTEPS
Data Loading	-
Initial Solution	Apriori Clock
	Ambiguity Solution
	Evaluate Residuals
Intermediary Solution	Outlier Elimination
	Evaluate Residuals
Final Solution	Outlier Elimination
	Examine Solution
	Final Outlier Elimination
	Check Cable Cal
	Evaluate Results
Database Update	-

Das WBS kann entweder auf den gesamten Auswertelauf oder nur für einzelne Schritte angewendet werden. Zur Charakterisierung der *Analysis Substeps* wird jeder von ihnen in den sog. *Substep Descriptions* näher beschrieben, um z.B. die notwendige Parametrisierung für den entsprechenden Schritt der Auswertung zu bestimmen. Durch einen Vergleich dieser Angaben mit der tatsächlichen Parametrisierung innerhalb der Auswertesoftware kann das System alle Festlegungen seitens des Auswerters im interaktiven Modus überprüfen. Im automatischen Modus kann dagegen automatisch die korrekte Parametrisierung gesetzt werden. Um schließlich die Ergebnisse eines jeden *Substeps* beurteilen zu können, werden weiterhin sog. *Evaluation Criteria* angegeben. Außerdem werden in diesem Teil des Konzeptes Methoden beschrieben, die zur Aufdeckung und Behebung von Problemen eingesetzt werden, beispielsweise wenn die Ergebnisse nicht den *Evaluation Criteria* entsprechen. Ein Beispiel für eine *Substep Description* ist in Tabelle 2 dargestellt.

Tab. 2: Ein Beispiel zur Beschreibung der *Analysis Substeps*.

STEP: Intermediary Solution	
SUBSTEP: Evaluate Results	
Parameter	estimate station positions
	estimate baseline dependent clocks
	estimate atmosphere path delay
	estimate clock parameters
Evaluation Criteria	solution is good if total wrms is less than 100 psec and more than 80% of observations are in solution
	solution is poor if total wrms is between 100 and 250 psec and between 50% and 80% of observations are in solution
	solution is unsatisfactory if wrms is greater than 250 psec and/or less than 50% of observations are in solution
Problem Handling	check calibration
	check parameterization
	check for clock breaks

2.2 Wissensrepräsentation

Nach der Wissensakquisition wurde das Konzept zur VLBI Auswertung in der Wissensbasis des WBS gespeichert. Um das zu modellierende Wissen dabei bestmöglich zu repräsentieren, wurden verschiedene Formalismen verwendet. Im Wesentlichen sind dies *FRAMES* und *REGELN*:

FRAMES werden zur Darstellung von Wissen über Objekte, wie z.B. VLBI Stationen, verwendet. Sie setzen sich aus verschiedenen *Slots* zusammen, die die Eigenschaften des dargestellten Objektes definieren. Konkrete Ausprägungen einer solchen allgemeinen Objektbeschreibung werden *Instanzen* genannt (siehe Abb. 2).

Diese können sowohl dynamisches Wissen, wie die aktuelle Parametrisierung in der Auswertung, als auch statisches Wissen, wie die apriori Koordinaten oder das Uhrenverhalten an einer VLBI Station, enthalten. Im Gegensatz zu dem statischen Wissen hängt das dynamische Wissen vom aktuellen Experiment ab und ändert sich im Laufe der Auswertung. Während das statische Wissen ein fester Bestandteil der WB ist, wird das dynamische Wissen im Laufe der Auswertung immer wieder von der Auswertesoftware in die WB überführt.

WETTZELL	
Instance of Frame: VLBIStation	
SLOT	VALUE
Name	Wettzell
Diameter	20 m
AxisType	AZEL
Nuvel-1	EURA
ClockBehavior	GOOD
...	...
ClockPara	ReferenceStation
CoordPara	0 0 0
CableCalData	available (not checked)
...	...

Static Knowledge
 Dynamic Knowledge

Abb. 2: Eine Instanz des *FRAMES* VLBIStation.

REGELN werden zur Modellierung von Wissen, das von Bedingungen abhängt, verwendet. Sie werden beispielsweise benutzt, um die aktuelle Parametrisierung zu überprüfen oder um die Ergebnisse der Auswertung zu analysieren. Regeln werden in sog. *Rule-sets* zusammengefasst, wobei jeder Satz von Regeln eine bestimmte Aufgabe erfüllt. Innerhalb eines *Rule-sets* kann die Auswertung eines weiteren Satzes von Regeln angestoßen werden, wodurch sich diese sehr modular und übersichtlich gestalten lassen. Außerdem können Regeln nach verschiedenen Strategien ausgewertet werden: Bei der *Vorwärtsverkettung* werden ausgehend von konkreten Daten Schlussfolgerungen gezogen, bei der *Rückwärtsverkettung* kann dagegen das Zutreffen von Hypothesen überprüft werden. Bei der Auswertung von Regeln wird versucht, die im Bedingungsteil der Regel stehenden Argumente zu verifizieren. In den meisten Fällen sind diese Argumente Attributwerte von Objekten, auf die die Problemlösungskomponente des WBS über die Slots der entsprechenden Instanzen direkt zugreifen kann.

Je nach Stand der Auswertung können verschiedene *Rule-sets* mit unterschiedlichen Auswertestrategien eingesetzt werden. Dies wird in den sog. *Instructions* der WB festgelegt. In Tabelle 3 sind Regeln eines *Rule-sets*

zur Beurteilung der Ergebnisse des *Analysis Steps* Intermediate Solution aufgelistet. Mit den ersten drei Regeln wird ermittelt, ob die Ergebnisse insgesamt zufriedenstellend sind. Die dazu in den Bedingungszeilen spezifizierten Argumente werden aus einer Instanz des *FRAMES* Solution, der verschiedene Argumente zur Beurteilung der aktuellen Lösung enthält, gelesen. Ist die Lösung *POOR* oder *BAD*, so wird diejenige der verbleibenden Regeln ausgeführt, deren Bedingung *solution=POOR* oder *solution=BAD* ist. Im sog. Aktionsteil der entsprechenden Regel sind dann Funktionen oder auch weitere *Rule-sets* angegeben, mit denen nach der Ursache für die unzufriedenstellende Lösung gesucht werden kann (vgl. Tabelle 3).

Tab. 3: Ausschnitt aus einem *Rule-set* zur Beurteilung von Ergebnissen der VLBI Auswertung.

STEP: Intermediary Solution	
SUBSTEP: Evaluate Results	
IF	total wrms < 100 psec
THEN	solution = GOOD
IF	total wrms >= 100 psec AND total wrms <= 250 psec
THEN	solution = POOR
IF	total wrms > 250 psec
THEN	solution = BAD
IF	solution = POOR
THEN	check calibrations check for outliers
IF	solution = BAD
THEN	check ambiguity solution check for clock breaks check for strong outliers

Die *Substep Descriptions* sind ein bedeutender Bestandteil der Wissensbasis, da in ihnen das Wissen zu den einzelnen Schritten der VLBI Auswertung formalisiert ist. Sie enthalten Angaben über die empfohlene Parametrisierung und über die zum gegenwärtigen Zeitpunkt der Auswertung zu überprüfenden Daten. So werden beispielsweise die in Tabelle 2 in den Zeilen *Evaluation Criteria* und *Problem Handling* gemachten Festlegungen zur Generierung der in Tabelle 3 angegebenen Regeln verwendet. Ändert der Auswerter die in der ersten Tabelle angegebenen numerischen Werte, so werden die Regeln automatisch angepasst. Das Wissen in den *Status Descriptions* muss also als dynamisch angesehen werden, da es von der verwendeten Auswertesoftware, vom jeweiligen Schritt der Auswertung, ja sogar vom jeweiligen Auswerter abhängt. Es wird vor Beginn der eigentlichen Auswertung mit dem WBS in Abhängigkeit von der Auswertesoftware und dem aktuellen Schritt der Auswertung aus externen Dateien geladen. Diese können sehr einfach und ohne fundiertes Wissen der Wissensrepräsentationstechniken verändert werden. Somit kann das WBS an eine neue Auswertesoftware angepasst werden, ohne die eigentliche WB verändern zu müssen. Da die Auswerteprozedur in allen Programmen ähnlich ist, muss hierzu

lediglich angegeben werden, welche *Steps* und *Substeps* von der Software unterstützt werden und welche Parametrisierungen hierzu benutzt werden sollen.

3 Die Schnittstelle zum Mark-4 Data Analysis System

Um das WBS während der Auswertung mit einer bestimmten Auswertesoftware anwenden zu können, muss eine Schnittstelle zu dieser entwickelt werden. Diese ist für den Informations- und Datenaustausch zwischen den Systemen zuständig und muss die folgenden Aufgaben erfüllen:

1. Extrahieren der Daten und Informationen, die das WBS zur Kontrolle und Automatisierung der Auswertung benötigt.
2. Übergabe der Daten an das WBS und Start der Analyse der Daten im WBS.
3. Verarbeitung der Ergebnisse des WBS.

Da das WBS auf einem Lisp-Interpreter aufbaut, ist bei der Entwicklung einer Schnittstelle zu berücksichtigen, dass die Informationen von der bestehenden Auswertesoftware direkt in der Notation der Programmiersprache LISP an das WBS übergeben werden. So können die Daten direkt in die Wissensbasis des Systems geladen werden, ohne dass nach bestimmten Schlüsselwörtern oder Ähnlichem in den Daten gesucht werden müsste. Sofern dies berücksichtigt wird bestehen seitens des WBS keine weiteren Anforderungen an die Schnittstelle. Demgegenüber wird jedoch für jede Auswertesoftware eine eigene Schnittstelle entwickelt werden müssen, um die erforderlichen Informationen extrahieren und die Ergebnisse des WBS verarbeiten zu können. Die Schnittstelle für den Daten- und Informationsaustausch zwischen IADA und der Mark-4 Data Analysis Software SOLVE ist in Abb. 3 vereinfacht dargestellt.

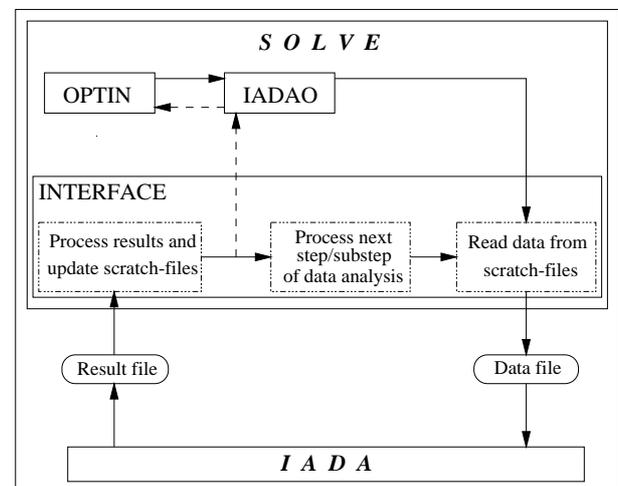


Abb. 3: Die Schnittstelle zwischen IADA und SOLVE.

SOLVE besteht aus einer Vielzahl von Programmen, die alle vom Programm OPTIN aus aufgerufen werden (vgl. Abb. 3), und wird zur Bestimmung der gewünschten Parameter, wie z.B. Stationskoordinaten oder Erdrotationsparameter, verwendet. Außerdem dient es der Beurteilung der Qualität der Daten. Dabei werden die Daten und Informationen über den Stand der Auswertung in sog. *scratch-files* gespeichert. Abbildung 3 skizziert die Arbeitsweise der Schnittstelle, wenn das WBS im interaktiven oder im automatischen Modus verwendet wird, um die Auswertung in SOLVE zu kontrollieren oder zu automatisieren. Dabei wird das WBS im Hintergrund gestartet und die Ergebnisse werden über die Schnittstelle in SOLVE dargestellt.

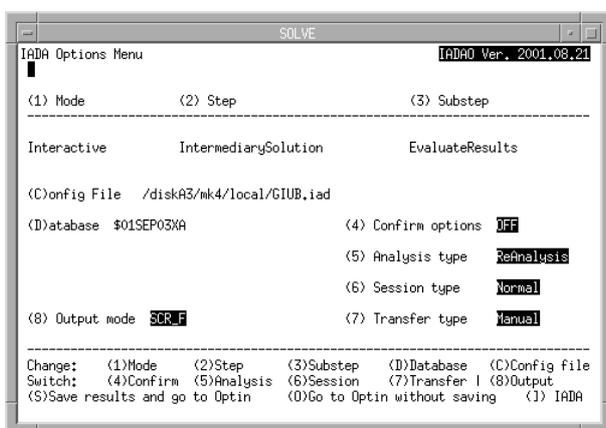


Abb. 4: IADAO - Das Menü zur Festlegung der Optionen für die Anwendung von IADA.

Mit dem Programm IADAO („IADA Options Menu“) werden in SOLVE alle für den Einsatz von IADA notwendigen Informationen spezifiziert (s. Abb. 4). Dies sind im Wesentlichen der Modus, in dem das System arbeiten soll, sowie *Analysis Step* und *Substep*, für die es angewendet werden soll. Mit dem Aufruf des WBS aus IADAO heraus beginnt die Schnittstelle die gemäß der Festlegungen im IADAO Menü benötigten Daten und Informationen aus den *scratch-files* zu extrahieren und in eine Datei zu schreiben. Diese wird sodann vom WBS gelesen und verarbeitet. Die Ergebnisse werden wiederum in eine Ergebnisdatei geschrieben und von der Schnittstelle in entsprechende Änderungen in den *scratch-files* umgesetzt. Danach kann mit dem nächsten Schritt der Auswertung fortgefahren oder zum OPTIN Menü zurückgekehrt werden.

4 Beispiele

Um die Interaktion von IADA und SOLVE sowie die Funktionalität des WBS zu verdeutlichen werden im Folgenden zwei Beispiele gegeben. Sie zeigen wie mit Hilfe von IADA Uhrensprünge an einer VLBI Station, sog. *clock breaks*, bzw. Fehler in der Lösung der Ambiguities in einer Basislinie aufgedeckt werden können.

Generell erfolgt am Ende von jedem *Analysis Step* eine Kontrolle der Ergebnisse. Dazu wird zunächst mit Hilfe der in den *Substep Descriptions* festgelegten Kriterien überprüft, ob das Gesamtergebnis zufriedenstellend ist (vgl. Tab. 2). Ist dies nicht der Fall, wird der Verlauf der Residuen der einzelnen Basislinien im Hinblick auf bestimmte „Muster“ durchsucht, um so einen bestimmten Fehler nachweisen zu können. So zeigt beispielsweise Abb. 5 eine typische Verteilung der Residuen einer Basislinie, bei der die Uhr einer Station einen Uhrensprung aufweist. Um die betreffende Station zu bestimmen, muss überprüft werden, für welche der beiden Stationen alle Basislinien mit eben dieser Station ein solches Verhalten zeigen. Dies äußert sich in einem deutlich höheren WRMS dieser Basislinien im Vergleich zu allen übrigen Basislinien. Sobald auf diese Art und Weise eine „verdächtige“ Station gefunden wurde, erfolgt mit Hilfe eines in SOLVE implementierten Algorithmus, auf den hier nicht weiter eingegangen werden soll, die genaue zeitliche Lokalisierung des Uhrensprungs.

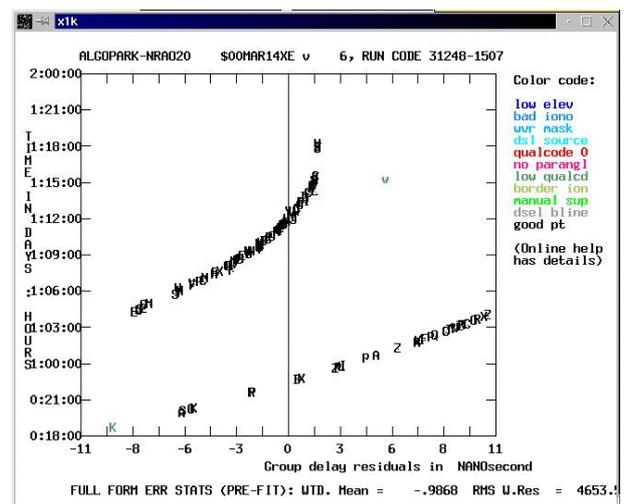


Abb. 5: Charakteristischer Residuenplot einer Basislinie mit einem Uhrensprung.

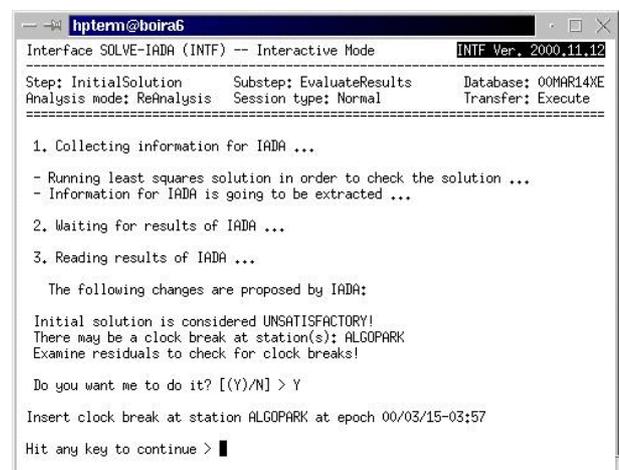


Abb. 6: Meldungen der Schnittstelle bei der Detektion des in Abb. 5 dargestellten Uhrensprungs.

Der Ablauf dieser Prozedur ist in Abbildung 6 wiedergegeben. Bevor die erforderlichen Daten aus den *scratch-files* extrahiert werden, wird zunächst die Parametrisierung vom WBS kontrolliert. Dann erfolgt eine Ausgleichung, wobei die Ergebnisse unter Berücksichtigung der aktuellen Parametrisierung in die *scratch-files* geschrieben werden. Nachdem die Daten dann extrahiert und in eine Datei geschrieben wurden, wird die Analyse in IADA angestoßen. Die Resultate werden in eine Ergebnisdatei geschrieben, die von der Schnittstelle gelesen wird. Im Beispiel schlägt IADA vor, an der Station ALGOPARK nach einem Uhrensprung zu suchen. Dazu ruft die Schnittstelle die geeignete Routine auf und die Ergebnisse werden dargestellt. Schließlich gelangt der Auswerter im interaktiven Modus ins Menü von IADAO und kann mit einem beliebigen Schritt der Auswertung fortfahren, während im automatischen Modus direkt zum nächsten Schritt der Auswertung gegangen wird.

Im zweiten Beispiel wird vom WBS ein Fehler in der Lösung der Ambiguities einer Basislinie aufgedeckt. Das WBS zeigt dieses an und fordert den Auswerter auf, die entsprechende Basislinie anhand des Residuenplots zu überprüfen. Hierzu ist derzeit kein automatischer Algorithmus implementiert, da ein solches Problem selten vorkommt. Abbildung 7 zeigt die Meldungen der Schnittstelle für dieses Beispiel.

```

hpterm@boira6
Interface SOLVE-IADA (INTF) -- Interactive Mode      INTF Ver. 2000.11.12
Step: IntermediarySolution  Substep: EvaluateResults  Database: 99SEP21XE
Analysis mode: ReAnalysis   Session type: Normal     Transfer: Execute
=====
1. Collecting information for IADA ...
- Running least squares solution in order to check the solution ...
- Information for IADA is going to be extracted ...
2. Waiting for results of IADA ...
3. Reading results of IADA ...

Messages from IADA:
Intermediary solution is considered POOR!
There is a wrong ambiguity solution in X-Band data for baseline:
FORTLEZA-KOKEE
-> Deselect estimation of baseline dependent clock for this baseline and
check residuals.

>>> Commands: (0)ptin -- (1) IADAO -- (N)ext Step [0]/(N) >>>

```

Abb. 7: Meldungen der Schnittstelle bei der Detektion von falsch gelösten Ambiguities in einer Basislinie.

5 Ausblick

Die Anwendung von wissenbasierten Techniken zur Automatisierung der VLBI Auswertung bringt eine Reihe von Vorteilen, da sie eine explizite Modellierung des vielschichtigen Wissens in diesem Problembereich erlauben. So kann das Wissen verschiedener Experten konserviert und vom WBS zur Automatisierung weiter Teile der Auswertung angewendet werden. Gleichzeitig kann das System aber auch zum Training wenig erfahrener Auswerter eingesetzt werden. Das sehr allgemeine, aber doch

umfassende Konzept des WBS erlaubt es, dieses an verschiedene VLBI Softwarepakete anzupassen, ohne größere Ergänzungen an der bestehenden WB vornehmen zu müssen. Allerdings kann die Entwicklung einer Schnittstelle zur bestehenden Auswertesoftware einen erheblichen Zeitaufwand verursachen, wie sich am Beispiel des Mark-4 Data Analysis System gezeigt hat. Untersuchungen zur VLBI Auswertesoftware OCCAM geben aber zu der berechtigten Hoffnung Anlass, dass die Entwicklung einer Schnittstelle zu diesem System mit einem drastisch geringeren Aufwand verbunden wäre. Unabhängig davon hat sich IADA in ersten Einsätzen mit SOLVE bewährt und teilweise konnten Auswertungen schon vollautomatisch ohne jegliche Interaktion seitens des Auswerter durchgeführt werden. Um dies routinemäßig durchführen zu können, muss die Wissensbasis von IADA allerdings im Hinblick auf besondere Problemfälle in der Auswertung erweitert werden.

Danksagung

IADA wurde im Rahmen des von der DFG geförderten Forschungsprojektes „Anwendungen von Methoden der Künstlichen Intelligenz in der VLBI Auswertung“ (Projekt: Schu 1103/2-1) aufgebaut. Die Entwicklung der Schnittstelle zwischen IADA und SOLVE wurde im Rahmen des von der Europäischen Union unter dem Vertrag FMRX-CT960071 geförderten TMR Programmes durchgeführt.

Literatur

- [1] Koyama, Y., Kurihara, N., Kondo, T., Sekido, M., Takahashi, Y., Kiuchi, H. and K. Heki: *Automated Geodetic Very Long Baseline Interferometry Observation and Data Analysis System*, Earth Planets Space, 50, 109–722, 1998.
- [2] Petrov, L.: *User's Guide to Interactive SOLVE*, http://gemini.gsfc.nasa.gov/solve_root/solve_help/solve_guide_01.html, May 2000.
- [3] Ryan, J.W., Ma, C. and N.R. Vandenberg: *The Mark III VLBI Data Analysis System*, NASA Goddard Space Flight Center, publication X-945-80-25, 1980.
- [4] Schnupp, P., Huu, C.T.N. and L.W. Bernhard: *Expert Systems Lab Course*, Springer-Verlag, Berlin/Heidelberg, 1989.
- [5] Schuh, H. and W. Schwegmann: *A Vision Towards Automated Real-Time VLBI*, Physics and Chemistry of the Earth, Vol. 25, No. 12, 813-817, 2000.
- [6] Schwegmann, W. and H. Schuh: *On the Automation of the Mark III VLBI Data Analysis System*, Proc. of the 13th Working Meeting on European VLBI for Geodesy and Astrometry, ed. by W. Schlüter and H. Hase, Bundesamt für Kartographie und Geodäsie, Wettzell, 1999.
- [7] Sundermeyer, K.: *Knowledge-Based Systems: terminology and references*, BI-Wissenschaftsverlag, Mannheim/Wien/Zürich, 1991.

Precession driven fluid flow

S. LORENZANI¹, A. TILGNER¹

Abstract

The contribution of precession driven flow to the dynamo mechanism in the Earth's core is still unknown. Recent numerical simulations summarized here have complemented older theoretical calculations and experiments in providing a description of precession driven flow. The basic laminar flow can become unstable via a viscous or an inertial mechanism. Apart from a boundary layer instability, the flow excited by the instability has always columnar shape and a structure similar to flows which are known to be dynamos. The inertial instability may lead to large amplitude oscillations of the energy contained in the unstable modes.

1 Introduction

We will consider a simple model for precession driven flow in the Earth's core: An ellipsoidal shell is filled with liquid and rotating about its axis of symmetry. At the same time, the axis of rotation is executing a precessional motion. We inquire about the response of the liquid to the precessional forcing. Without the precessing motion of the container, the fluid would simply be entrained by viscous forces at the boundaries until it rotates uniformly like a solid body. Precession disturbs the solid body rotation. Perturbations of uniformly rotating fluids, in particular due to precession, have already been studied in the past for a number of reasons: Fluids in rotation are the rule rather than the exception in engineering flows (e.g. in turbomachinery). One case in which the role of precession is particularly obvious is the problem of attitude control of satellites. Spacecrafts are frequently stabilized by spinning them about an axis. But they also contain liquid fuel. When the orientation of the spin axis needs to be changed during some maneuver, the reaction of the liquid fuel must be taken into account. The engineering community was led by this problem to perform experiments with precessing containers which are very much the same as those motivated by geophysical problems ((33), (34)).

Geophysics has been the main motivation for the study of precession driven flow in its simplest form. The Earth's liquid core and the flow driven in it by the precession of the Earth's rotation axis has a direct bearing on two geophysical problems: the rotation of the Earth and the generation of the Earth's magnetic field.

The question whether the Earth's liquid core is in a laminar or disordered state due to precession is of interest in connection with the origin of the Earth's magnetic field and its chaotic reversals. It is generally accepted that the Earth's magnetic field is generated by the motion of the liquid conductor in the core, i.e. by a dynamo effect. We are less certain about what is driving the flow in the core ((1), (17)). Convection is a popular candidate, where the buoyancy force may arise from thermal or compositional inhomogeneities, or both. The structure of buoyancy driven flows in rotating systems is well documented and it is in particular established that these flows can produce a dynamo effect (for recent simulations see refs. (5), (11), (3), (25), (9) and (8)). It is not certain whether such a dynamo is realized in the Earth. The energy budget is tight and it could well be that buoyancy is insufficient to power the geodynamo. Hence the interest in precession. The energy stored in the rotational motion of the Earth is plenty enough to sustain the magnetic field of the Earth since the planet's creation (22). It is not known on the other hand if that energy is actually available in a velocity field suitable for dynamo action. If the flow was purely laminar for instance, the energy input would be insufficient and mostly be dissipated in the boundary layers ((12), (24)). If the flow is unstable on the other hand, more energy may be drawn from the background rotation. Precession is potentially a very powerful driving mechanism. Whether it actually is relevant for the geodynamo remains to be decided.

2 Equations of motion

Two different frames of reference are useful for the problem of precession. The first one is attached to the container and will be called the "mantle frame", the second one is chosen such that the precession and rotation axes are stationary and will be called the "precession frame", see fig. 1 for definitions.

In order to derive the Navier-Stokes equation for an incompressible fluid in an arbitrary frame of reference rotating with the instantaneous angular frequency ω_{ref} relative to inertial space, one applies twice the relation between time derivatives of vectors in the two frames (7) $(\frac{\partial}{\partial t})_{\text{inert}} = (\frac{\partial}{\partial t})_{\text{rot}} + \omega_{\text{ref}} \times$. The subscripts specify whether the time dependences are viewed from the inertial or the rotating system. Let ν denote the viscosity

¹ Institute of Geophysics, University of Göttingen, Herzberger Landstr. 180, D-37075 Göttingen
email: Andreas.Tilgner@physik.uni-goettingen.de

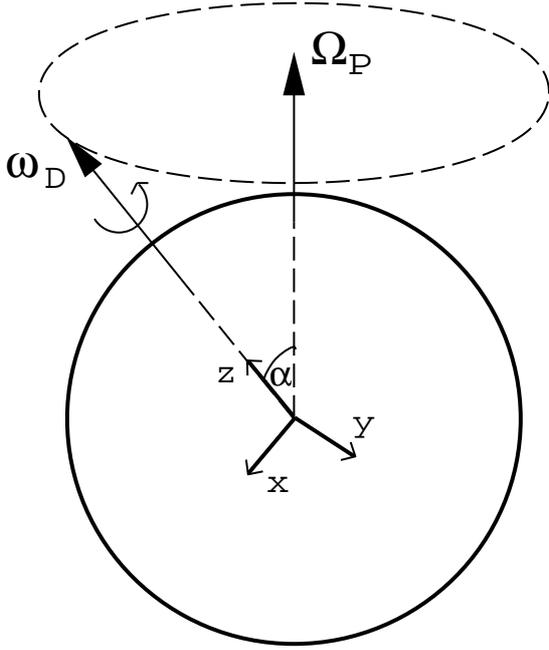


Fig. 1: The z -axis is chosen to coincide with the axis of diurnal rotation ω_D , i.e. the axis connecting geographic north and south poles. This axis precesses around the precession axis Ω_P . The "mantle frame" is attached to the core mantle boundary (CMB). In this frame of reference, the boundaries are therefore at rest but the precession axis is revolving around the z -axis. The "precession frame" is chosen such that both ω_D and Ω_P are independent of time, but the boundaries move with velocity $\omega_D \times \mathbf{r}$ where \mathbf{r} is the position vector of a point on the boundary measured from the center of the sphere. Viewed from an inertial system, the tripod x, y, z of the precession frame is precessing around Ω_P such that Ω_P always remains in the x, z -plane.

of the fluid and ρ its density. The mantle rotates with a diurnal rate ω_D whose precession is described by the precession vector Ω_P such that $\omega_{\text{ref}} = \omega_D + \Omega_P$ and $(\frac{\partial}{\partial t} \omega_{\text{ref}})_{\text{inert}} = \Omega_P \times \omega_D$. Dropping subscripts, the equation of motion for the velocity field $\mathbf{v}(\mathbf{r}, t)$ becomes in the mantle frame :

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{v} + (\mathbf{v} \nabla) \mathbf{v} + 2(\omega_D + \Omega_P) \times \mathbf{v} \\ = \nu \nabla^2 \mathbf{v} - \nabla p - (\Omega_P \times \omega_D) \times \mathbf{r} \end{aligned} \quad (1)$$

with a reduced "pressure" p which contains the centrifugal term and the factor $1/\rho$. The no slip boundary condition at the outer boundary is $\mathbf{v} = 0$. Gravitational forces do not enter the equation of motion because they derive from a potential and can thus be absorbed into the pressure gradient.

It is convenient to rescale all variables so that the equation becomes non-dimensional. In the following sections time is measured in units of $1/\omega_D$ and the length scale d is chosen either as the radius of the outer boundary or as the

gap size between the inner core and the outer boundary if the inner core is taken into account. In these units, the Navier-Stokes equation becomes:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{v} + (\mathbf{v} \nabla) \mathbf{v} + 2(\hat{z} + \Omega) \times \mathbf{v} \\ = E \nabla^2 \mathbf{v} - \nabla p - (\Omega \times \hat{z}) \times \mathbf{r} \end{aligned} \quad (2)$$

where hats denote unit vectors and $\Omega = \Omega_P/\omega_D$. In order to avoid a proliferation of symbols, velocity, length and time are denoted by the same letters in (1) as their non-dimensional counterparts in (2). The Ekman number E is given by $E = \nu(\omega_D d^2)^{-1}$ and measures in order of magnitude the ratio of viscous to Coriolis forces. Another non-dimensional number of interest is the Rossby number $V(\omega_D d)^{-1}$, where V is a typical velocity, which estimates the ratio of the non-linear to the Coriolis term. If this number is small, as is the case in many applications, the non-linear term may be omitted from (2).

The non-dimensional control parameters of the fluid dynamic problem are therefore the Ekman number E , the precession rate Ω , the angle α between precession and rotation axes, and the ellipticity $e = 1 - c/a$ where c and a are the semi-axes of the ellipsoid. The parameters for the Earth are approximately $E = 10^{-15}$, $\Omega = -10^{-7}$, $\alpha = 23.5^\circ$ and $e = 1/400$. The core mantle boundary and the inner core have slightly different ellipticities. The effect of this difference on the basic laminar flow is investigated in (29). The Ekman number is too small to be simulated directly or to be reproduced in a laboratory experiment. Both simulations and experiments use larger E , typically in the range $10^{-4} - 10^{-7}$, which stabilizes the flow. In order to find instabilities, some other parameter needs to be modified as well (increasing $|\Omega|$, α , or e helps to destabilize the flow). Since we cannot directly simulate the core, we need to understand the flow structures so that we can extrapolate numerical or experimental results to the Earth.

3 The basic state

An analytical solution to the equations of motions is known in the limit of zero viscosity, i.e. for an ideal fluid. In this limit, the full no slip boundary condition $\mathbf{v} = 0$ is dropped and only the velocity component normal to the boundary is forced to be zero. This analytical solution is usually referred to as "Poincaré solution" (21) even though others have found this solution before (26). The Poincaré solution has spatially uniform vorticity and reduces to a solid body rotation in a spherical container. Figure 2 summarizes the main geometrical properties of the Poincaré solution in an ellipsoidal container: Streamlines lie on ellipsoidal surfaces defined by $(x/a)^2 + (y/a)^2 + (z/c)^2 = \text{const}$. In addition, streamlines are confined to planes. Streamlines are therefore ellipses with identical ellipticities lying in these planes. The normal to these planes is different from the line running through the centers of the ellipses. The entire pattern

is time independent in the precession frame (see fig. 1 for definitions).

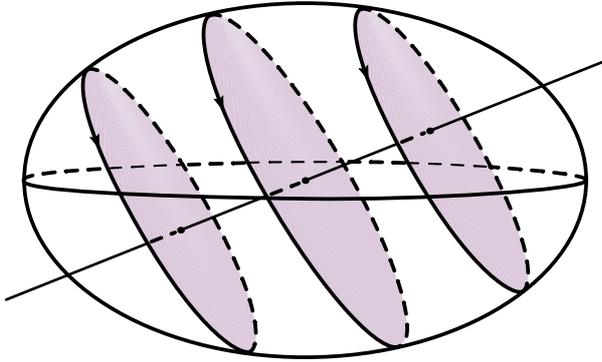


Fig. 2: Sketch of the Poincaré flow. Three streamlines are shown together with the normal to the planes to which streamlines are confined.

Fig. 2 also highlights the similarities between precession driven and tidally driven flow. The same figure with a prolate instead of an oblate ellipsoid would represent a rotating core in a planet with a tidal companion placed along the z -axis.

The inviscid equation of motion does not uniquely determine a solution. If viscosity is taken into account, one needs to find solutions which satisfy the no slip boundary conditions. The first analytical attempts to include viscous effects represented the full solution as a Poincaré solution modified near the boundaries by a viscous boundary layer ((27), (23)). In a linear theory which assumes zero Rossby number and small Ekman number, a particular orientation of the Poincaré flow is selected. Busse (2) extended the previous theory by including non-linear effects and determined the flow from an expansion in Ekman and Rossby numbers. The non-linear effects introduce modifications of the Poincaré solution in the interior of the fluid in the form of a differential rotation. This correction is a second order effect in the sense that its amplitude is proportional to the square of the precession rate. Crucially however, the correction contains a singularity in the limit of zero Ekman number: In a spherical container of radius 1, it diverges at a distance $\cos 30^\circ$ from the rotation axis of the fluid. One therefore does not recover the Poincaré solution from the full Navier-Stokes equation for an Ekman number tending to zero. This conclusion is only obtained when non-linearity is taken into account.

The divergence found in the theory has its counterpart in the real system in the form of a cylindrical shear layer coaxial with the rotation axis of the fluid. Experiments (see next section) have revealed a shear layer at the location predicted by theory and also additional weaker layers. These shear layers are also reproduced in numerical simulations. The numerical results concerning the modifications of the basic flow due to viscous effect are detailed in the references ((28), (29), (30), (14), (13), (19)).

4 Experiments

Several groups have made experiments with precessing ellipsoids filled with water. An inner core was absent in the vast majority of the experiments. That's why an inner core is also frequently removed from the simulations or at least reduced to negligible size. Figure 3 in (32) shows a typical experimental apparatus which sets a container into precessional motion. It consists basically of two superposed turntables. Corotating cameras allow visual observation of dye tracers or flakes suspended in the fluid. The torque exerted by the motors in order to maintain the precessional motion of the container gives a direct measure of the energy dissipated in the fluid.

Figure 6 in (31) summarizes visual observations. At low precession rates, nested cylindrical shear layers appear which are approximately coaxial with the rotation axis of the fluid. Suspended flakes preferentially align with the shear in these layers but are randomly oriented in regions of low shear. The orientation of the particles is revealed by how they scatter incident light: Viewed perpendicular to a plane of illumination, zones of high shear appear bright. When the precession rate is increased, these shear layers develop wave like instabilities and the flow ultimately becomes turbulent at high enough precession rates. A sudden increase in energy dissipation, and hence in the torque applied by the motors, accompanies the onset of turbulence (15). The onset of the wave like instability occurred in one experiment (15) at $E = 3.6 \times 10^{-6}$ and $\Omega_P/\omega_D = 1/60$ in a container of ellipticity $1/25$. There is no systematic data available on how this onset depends on the control parameters.

5 Instability

This section returns to numerical simulation. We are now interested in unstable flows. The flows obtained in simulations of the basic state are all centrosymmetric with respect to the origin, i.e. $\mathbf{v}(\mathbf{r}) = -\mathbf{v}(-\mathbf{r})$. The instabilities described in the present section break this symmetry. It is therefore useful to separate the full velocity field into symmetric and antisymmetric components, such that $\mathbf{v} = \mathbf{v}_a + \mathbf{v}_s$, with $\mathbf{v}_s = (\mathbf{v}(\mathbf{r}) - \mathbf{v}(-\mathbf{r}))/2$ and $\mathbf{v}_a = (\mathbf{v}(\mathbf{r}) + \mathbf{v}(-\mathbf{r}))/2$. The energy E_a contained in the velocity field \mathbf{v}_a is a convenient indicator for the onset of instability.

The instabilities can be classified into two broad groups. They are either "inertial" and occur also in an ideal fluid, or they are "viscous" and exist only for a viscosity different from zero. It has been known for some time from theory ((20), (6)) that flows with elliptically distorted streamlines undergo inertial instability. The Poincaré solution possesses elliptical streamlines so that inertial instability must be expected. The elliptical streamlines of the Poincaré flow lie in planes. A normal to these planes passing through the center of one of the ellipses does not

pass through the center of any other ellipse (see fig. 2) which shows that there must be shearing motion between adjacent planes. This shear also leads to inertial instability (10).

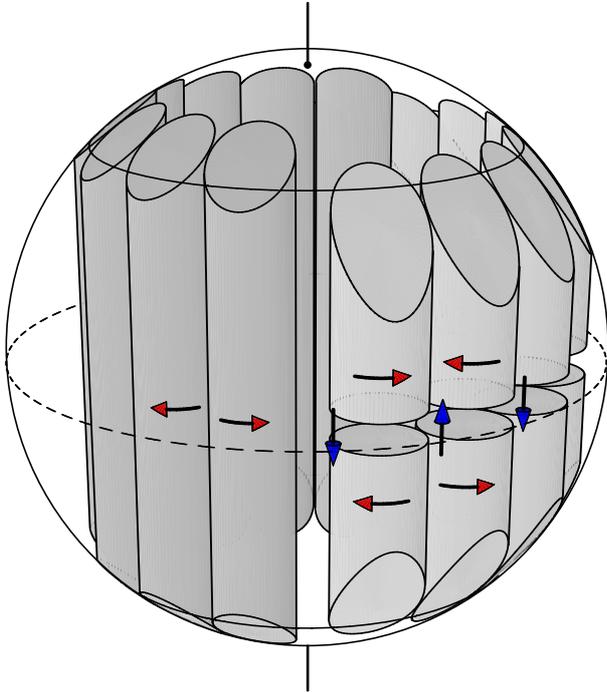


Fig. 3: Sketch of the structure of the unstable mode.

The viscous mechanism on the contrary occurs also in a sphere where the elliptical distortions essential for the inertial instability are absent. However, the Poincaré flow (which is simply a solid body rotation in a sphere) is not an exact solution for a viscous fluid. The deviations from the Poincaré flow induced by viscosity lead to instability if the flow is driven hard enough. The motion which is excited through this instability is sketched in figure 3. Two sets of columnar vortices centered at different distances from the fluid axis exist, with wavenumbers differing by one, i.e. one set has one more pair of rolls than the other. For clarity, the figure shows only about half the rolls making up each set. The entire pattern is antisymmetric with respect to reflection at the origin. Individual rolls in the wave with odd wavenumber therefore have equal vorticity in the northern and southern hemisphere. Rolls belonging to the wave with even wavenumber on the contrary have opposite vorticities in both hemispheres. The same sketch is qualitatively valid for all parameters which have been simulated, but the actual azimuthal wavenumbers depend on the precise values of the control parameters.

A distinguishing feature of viscous rotating fluids are the Ekman layers they form at solid boundaries. These Ekman layers can become unstable independently of what happens in the bulk of the fluid. Figure 4 gives an impression of the structure of this instability which remains confined to the boundary layer and has little effect on the

bulk. A complete description of the viscous instabilities can be found in (13).

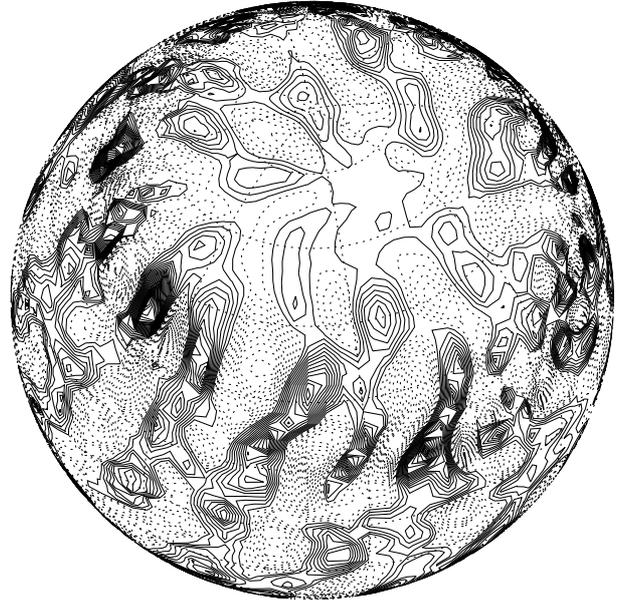


Fig. 4: The radial component of velocity of the antisymmetric contribution v_a at a distance of 0.0069 from the outer boundary (which has the radius 1/0.9) for $\alpha = 30^\circ$, $e = 0.04$, $E = 2 \times 10^{-5}$ and $\Omega = -1.8 \times 10^{-2}$. Continuous and dashed contour lines mark positive and negative values, respectively.

These viscous instabilities exist in addition to the inertial instabilities. In order to identify without ambiguity an inertial instability, the viscous mechanism needs to be eliminated. This is done most elegantly by using free slip boundary conditions which do not lead to Ekman layers. The Poincaré flow is not an exact solution for these boundary conditions either, but the difference between the exact solution and the Poincaré solution is so small as to be negligible.

Two paths have been followed to predict analytically the parameters at which a Poincaré flow becomes inertially unstable ((6), (10)). The first one is a perturbation approach in which the differences between the Poincaré solution and a solid body rotation is assumed small. In the second approach, it is assumed that the unstable modes can be described by a combination of low order polynomials. This yields sufficient conditions for instability. Both calculations start from the Euler equation and the damping effect of viscosity is introduced in a somewhat empirical fashion at the end.

From theory, inertial instability is expected for $\alpha = 90^\circ$, $\Omega = 0.1$, $E = 10^{-4}$ and $e = 0.15$. These parameters have been chosen for a numerical run and instability indeed occurred with growth rates and wave numbers compatible with theory. Because the theory is a linear stability analysis, it can not predict the saturation behavior. The numerical simulation has shown that during its entire

nonlinear evolution, the flow retains a structure as shown in figure 3, i.e. there are two sets of columnar rolls with azimuthal wavenumbers differing by one, one set being symmetric and the other one antisymmetric with respect to the equatorial plane. Figure 3 thus summarizes all the bulk instabilities observed so far in the simulations.

For the particular parameters given above, the flow does not reach a stationary state but starts to oscillate instead. The same behavior has been observed in experiments ((18), (16), (4)), in which inertial modes after a growth phase disintegrate into turbulence and decay. The flow then relaminarizes, the instability grows and breaks down again. The cycle repeats indefinitely. This oscillation has been interpreted as secondary instabilities which grow on top of the modes excited by the basic flow. Figure 5 presents the first numerical simulation of this so-called "inertial wave breakdown" mechanism.

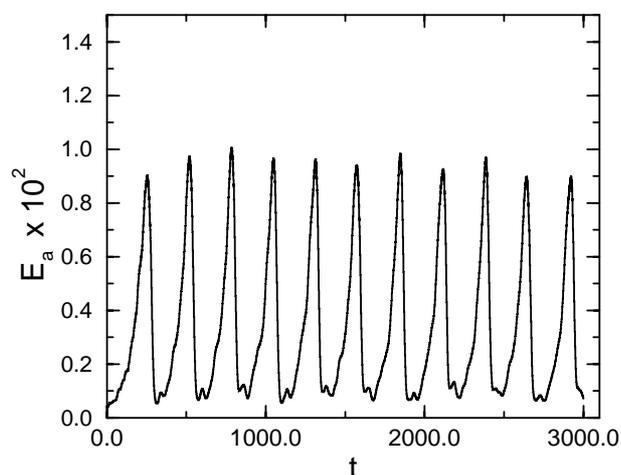


Fig. 5: Time evolution of the energy E_a contained in the velocity components antisymmetric with respect to reflection at the origin for $\alpha = 90^\circ$, $e = 0.15$, $E = 10^{-4}$ and $\Omega = -0.1$. E_a is zero for a laminar flow.

6 Summary and outlook

Instabilities in precession driven flow have been discovered by experiments, but only the recent numerical simulations have allowed us to determine how the flow is modified by instability. Neither numerical simulations nor experiments are able to reproduce the extreme values of the control parameters believed to be adequate for the Earth's core. We therefore have to extrapolate all results to core values. Despite this extrapolation, we can be sure that the Ekman layers in the core are unstable. It is likely that the bulk is unstable as well through viscous or inertial instabilities.

Are the unstable flows able to maintain a magnetic field? The pattern in figure 3 has similarities with convection

driven rolls which are known to be dynamos. It is therefore plausible that precession might drive a dynamo, too. Numerical simulations have so far failed to prove this point. Calculations of the inertial instability are too recent and have not yet been continued into an investigation of the dynamo effect. The viscous instability excites flows (at the parameters simulated so far) with too small an energy to act as a dynamo.

Even if precession is not directly the energy source for the geodynamo, it may still be of importance to temporal variations of the magnetic field. Oscillations as in figure 5 may disturb a magnetic field generated by different means, e.g. by convection.

Convection (either thermal or chemical) is at present considered by most geophysicist as the most likely driving mechanism of the geodynamo. It has the definite advantage that numerical simulations have shown that convection driven flow is indeed able to generate magnetic fields. On the other hand, it is difficult to imagine at present how it will ever be possible to decide from observations whether convection actually occurs in the Earth's core. A precession driven dynamo on the contrary implies effects in principle amenable to observation.

In this paper, we treated the problem of an ellipsoidal container with prescribed rotation and precession. In the full celestial mechanics problem however, it is not the precession of the mantle which is prescribed, but the torque exerted on the Earth or alternatively the planet's and Moon's positions. Depending on whether precession is involved in the dynamo process or not, there will be little dissipation in response to the precessional torque, or a dissipation on the order of the ohmic losses which are estimated to be around $10^{11}W$. In the latter case, there must be a concomitant loss of rotational energy in the Earth-Moon-Sun system, which leads to a temporal variation of orbital parameters (22). It is a challenge for the future to predict theoretically what these changes should be, whether there is a specific signature of dissipation due to precession, and to determine from observations how much energy precession actually dissipates in the Earth's core.

References

- [1] E.C. Bullard. The magnetic field within the earth. *Proc. Roy. Soc. A*, 197:433–453, 1949.
- [2] F.H. Busse. Steady fluid flow in a precessing spheroidal shell. *J. Fluid Mech.*, 33:739–751, 1968.
- [3] U. Christensen, P. Olson, and G.A. Glatzmaier. A dynamo model interpretation of geomagnetic field structures. *Geophys. Res. Lett.*, 25:1565–1568, 1998.
- [4] C. Eloy, P. Le Gal, and S. Le Dizès. Experimental study of the multipolar vortex instability. *Phys. Rev. Lett.*, 85:3400–3403, 2000.

- [5] G.A. Glatzmaier and P.H. Roberts. A three-dimensional self-consistent computer simulation of a geomagnetic field reversal. *Nature*, 377:203–209, 1995.
- [6] E.B. Gledzer and V.M. Ponomarev. Instability of bounded flows with elliptical streamlines. *J. Fluid Mech.*, 240:1–30, 1992.
- [7] H. Goldstein. *Classical Mechanics*. Addison-Wesley, Reading, Mass., 1980.
- [8] E. Grote, F.H. Busse, and A. Tilgner. Convection driven quadrupolar dynamos in rotating spherical shells. *Phys. Rev. E*, 60:R5025–5028, 1999.
- [9] E. Grote, F.H. Busse, and A. Tilgner. Regular and chaotic spherical dynamos. *Phys. Earth Planet. Inter.*, 117:259–272, 2000.
- [10] R.R. Kerswell. The instability of precessing flow. *Geophys. Astrophys. Fluid Dyn.*, 72:107–144, 1993.
- [11] W. Kuang and J. Bloxham. An earth-like numerical dynamo model. *Nature*, 389:371–374, 1997.
- [12] D.E. Loper. Torque balance and energy budget for the precessionally driven dynamo. *Phys. Earth Planet. Inter.*, 11:43–60, 1975.
- [13] S. Lorenzani and A. Tilgner. Fluid instabilities in precessing spheroidal cavities. *J. Fluid Mech.*, 447:111–128, 2001.
- [14] S. Lorenzani and A. Tilgner. Precession driven flow in ellipsoidal cavities. In E. Krause and W. Jäger, editors, *High performance computing in Science and Engineering 2000*. Springer, 2001.
- [15] V.W.R. Malkus. Precession of the earth as the cause of geomagnetism. *Science*, 160:259–264, 1968.
- [16] V.W.R. Malkus. An experimental study of global instabilities due to the tidal (elliptical) distortion of a rotating elastic cylinder. *Geophys. Astrophys. Fluid Dyn.*, 48:123–134, 1989.
- [17] V.W.R. Malkus. Energy sources for planetary dynamos. In M.R.E. Proctor and A.D. Gilbert, editors, *Theory of Solar and Planetary Dynamos: Introductory lectures*. Cambridge University Press, 1993.
- [18] R. Manasseh. Breakdown regimes of inertia waves in a precessing cylinder. *J. Fluid Mech.*, 243:261–296, 1992.
- [19] J. Noir, D. Jault, and P. Cardin. Numerical study of the motions within a slowly precessing sphere at low ekman number. *J. Fluid Mech.*, 437:283–299, 2001.
- [20] R.T. Pierrehumbert. Universal short-wave instability of two-dimensional eddies in an inviscid fluid. *Phys. Rev. Lett.*, 57:2157–2159, 1986.
- [21] H. Poincaré. Sur la précession des corps déformables. *Bull. astronom.*, 27:321–356, 1910.
- [22] P.H. Roberts and D. Gubbins. Origin of the main field: Kinematics. In J.A. Jacobs, editor, *Geomagnetism*. Academic Press, 1987.
- [23] P.H. Roberts and K. Stewartson. On the motion of a liquid in a spheroidal cavity of a precessing rigid body. II. *Proc. Camb. Phil. Soc.*, 61:279–288, 1965.
- [24] M.G. Rochester, J.A. Jacobs, D.E. Smylie, and K.F. Chong. Can precession power the geomagnetic dynamo? *Geophys. J. R. Astr. Soc.*, 43:661–678, 1975.
- [25] G.R. Sarson and C.A. Jones. A convection driven geodynamo reversal model. *Phys. Earth Planet. Inter.*, 111:3–20, 1999.
- [26] Th. Sloudsky. De la rotation de la terre supposée fluide à son intérieur. *Bulletin de la Société Impériale des Naturalistes*, 9:285–318, 1895.
- [27] K. Stewartson and P.H. Roberts. On the motion of a liquid in a spheroidal cavity of a precessing rigid body. *J. Fluid Mech.*, 17:1–20, 1963.
- [28] A. Tilgner. Magnetohydrodynamic flow in precessing spherical shells. *J. Fluid Mech.*, 379:303–318, 1999.
- [29] A. Tilgner. Non-axisymmetric shear layers in precessing fluid ellipsoidal shells. *Geophys. J. Int.*, 136:629–636, 1999.
- [30] A. Tilgner and F.H. Busse. Fluid flows in precessing spherical shells. *J. Fluid Mech.*, 426:387–396, 2000.
- [31] J. Vanyo, P. Wilde, P. Cardin, and P. Olson. Experiments on precessing flows in the earth’s liquid core. *Geophys. J. Int.*, 121:136–142, 1995.
- [32] J.P. Vanyo. A geodynamo powered by lunar precession. *Geophys. Astrophys. Fluid Dyn.*, 59:209–234, 1991.
- [33] J.P. Vanyo and P.W. Likins. Measurement of energy dissipation in a liquid-filled, precessing, spherical cavity. *Trans. ASME J. Appl. Mech.*, 38:674–682, 1971.
- [34] J.P. Vanyo and P.W. Likins. Rigid-body approximations to turbulent motion in a liquid-filled, precessing, spherical cavity. *Trans. ASME J. Appl. Mech.*, 39:18–24, 1972.

Wavelet-Analyse von Zeitreihen

MICHAEL SCHMIDT¹

Zusammenfassung

Bei beobachteten Messreihen handelt es sich um Realisierungen von Zeitreihen oder Zufallsprozessen, die neben deterministischen Zielgrößen auch stochastische Signalanteile beinhalten. Ist ein eindimensionaler Prozess durch eine zeitvariable Energieverteilung gekennzeichnet, stellt die klassische Fourier-Transformation kein geeignetes Instrument der Signalanalyse dar. In einem solchen Fall lässt sich mit Hilfe der Wavelet-Transformation eine Signaldarstellung in dem durch den Verschiebungsparameter und den Skalierungsparameter aufgespannten Phasenraum gewinnen. In diesem Artikel wird auf die Signalanalyse im Rahmen der Wavelet-Theorie eingegangen. Die beschriebene Vorgehensweise ermöglicht es, sowohl einzelne Zeitreihen zu analysieren als auch verschiedene Zeitreihen miteinander zu vergleichen. Angewendet werden einzelne Komponenten dieser Prozedur auf generierte Zeitreihen.

1 Einführung

Die linearisierten Euler-Liouvilleschen Differentialgleichungen liefern Lösungen für die komplexwertige Polbewegung $p(t) = p_1(t) + j p_2(t)$ und die Variation der Tageslänge (length of day) $\delta lod(t)$ in Abhängigkeit von der äquatoralen Anregungsfunktion $\chi(t) = \chi_1(t) + j \chi_2(t)$ und der axialen Anregungsfunktion $\chi_3(t)$; siehe z.B. BARNES ET AL. (1983). Dabei lassen sich die Anregungsfunktionen als Eingangssignale des Systems Erde interpretieren, das hierauf mit der Polbewegung und der Variation der Tageslänge als Ausgangssignale reagiert; siehe Abb. 1.

Die Koordinaten $p_1(t)$ und $p_2(t)$ des zälestischen Ephemeridenpols lassen sich heutzutage mit geodätischen Raumverfahren, wie z.B. VLBI, GPS oder SLR) sehr präzise messen und werden ebenso wie die Variation der Tageslänge vom Internationalen Erdrotationservice



Abb. 1: System Erde mit Eingangs- und Ausgangssignalen

(IERS) veröffentlicht. Andererseits existieren für die Anregungsfunktionen $\chi_1(t)$, $\chi_2(t)$ und $\chi_3(t)$ ihrerseits hoch entwickelte Modelle, die z.B. atmosphärische Daten wie Wind- und Luftdruckmessungen berücksichtigen.

Es erscheint daher sinnvoll, aus den vorliegenden Eingangs- und Ausgangssignalen das Zusammenwirken verschiedener Zeitreihen zu untersuchen, um somit auch Rückschlüsse auf das System Erde ziehen zu können. Bei all den in diesem Zusammenhang betrachteten Zeitreihen handelt es sich um Signale mit zeitvariablen Amplituden und/oder Frequenzen. Es wird demnach ein Analyseverfahren benötigt, das sowohl

- die Untersuchung einzelner Zeitreihen als auch
- den Vergleich zweier/mehrerer Zeitreihen

mit zeitabhängigen Amplituden und/oder Frequenzen ermöglicht. Die hier vorgestellte Prozedur verbindet die Wavelet-Theorie mit der Theorie stochastischer Prozesse.

Die Analyse stochastischer Prozesse im Zeit- und im Frequenzbereich wird von vielen Autoren behandelt; siehe z.B. PAPOULIS (1984, S.299), MEIER UND KELLER (1990) oder KOCH UND SCHMIDT (1994). Stellt die zu untersuchende Zeitreihe jedoch einen Prozess dar, der durch eine zeitabhängige Energieverteilung gekennzeichnet ist, erweist sich die klassische Fourier-Transformation als Instrument der Signalanalyse als ungeeignet. In diesem Fall bietet sich die Wavelet-Transformation an, da sie sich auf Grund des zeitlokalen Charakters einer Wavelet-Funktion hervorragend zur Untersuchung von Signalen mit zeitabhängigen Amplituden und/oder Frequenzen einsetzen lässt.

Am DGFI wurde in den letzten Jahren ein Wavelet-Analyseverfahren entwickelt, das die oben genannten Punkte beinhaltet. Diese ausführlich von SCHMIDT (2001a) beschriebene Prozedur ist in Abbildung 2 nochmals dargestellt und wird nach einer kurzen Einführung in die Theorie stochastischer Signale im dritten Abschnitt dieses Artikels kurz zusammengefasst. Um statistisch gesicherte Aussagen zu erhalten, sind strenge Genauigkeitsuntersuchungen notwendig. Die einzelnen Schätzgrößen sind somit nur im Zusammenhang mit ihren Varianzen und Kovarianzen interpretierbar. Im vierten Abschnitt wird daher die in Form des Wavelet-Skalogramms ermittelte Energieverteilung einem Signifikanztest unterzogen. Schließlich wird im letzten

¹ Deutsches Geodätisches Forschungsinstitut (DGFI), Marstallplatz 8, D-80539 München
email: schmidt@dgfi.badw.de

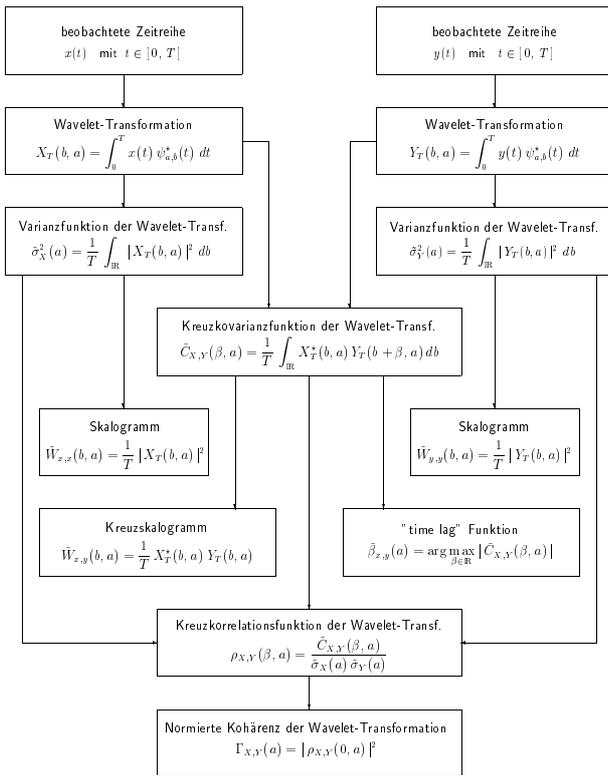


Abb. 2: Komponenten der Wavelet-Analyse stochastischer Prozesse mit $t_0 = 0$ und $t_N = T$

Abchnitt die Wirkungsweise verschiedener Bausteine des vorgestellten Analyseverfahrens an drei generierten Beispielen demonstriert.

2 Stochastische Signale

Eine Folge zeitabhängiger Zufallsvariablen $X(t, \epsilon_0) =: X(t)$ für ein bestimmtes Elementarereignis ϵ_0 bezeichnet man als *stochastisches Signal*, *stochastischen Prozess* oder *Zeitreihe* und $x(t)$ als *Realisierung* des Prozesses (KOCH UND SCHMIDT 1994, S.161). Allgemein werden die statistischen Eigenschaften eines Prozesses durch dessen Verteilungsfunktion beschrieben. Vielfach wird diese jedoch nicht bekannt sein, sodass man sich zur Charakterisierung des Prozesses mit den *Momentenfunktionen* für das erste und das zweite Moment begnügen muss. Man bezeichnet die Funktion

$$\mu_x(t) = E(X(t)) = \mu_{x_r}(t) + j \mu_{x_i}(t) \quad (2.1a)$$

als *Erwartungswertfunktion* (Momentenfunktion des ersten Moments) des i.A. komplexwertigen stochastischen Prozesses $X(t) = X_r(t) + j X_i(t)$. Hierin bezeichnen $X_r(t)$ und $X_i(t)$ den Real- und den Imaginärteil des Prozesses, $j = \sqrt{-1}$ bedeutet die komplexe Einheit. Weiter bezeichnet man die Funktion

$$C_{x,x}(t_1, t_2) = E((X^*(t_1) - \mu_x^*(t_1))(X(t_2) - \mu_x(t_2))) \quad (2.1b)$$

als *Autokovarianzfunktion* (Momentenfunktion des zweiten zentralen Moments) des Prozesses. Hierin bedeutet $X^*(t)$ der zu $X(t)$ konjugiert komplexe Prozess. Für $t_1 = t_2 =: t$ geht die Autokovarianzfunktion in die *Varianzfunktion*

$$C_{x,x}(t, t) = E((X(t) - \mu_x(t))^2) =: \sigma_x^2(t) \quad (2.1c)$$

über. Befindet sich ein Prozess in einem stabilen Zustand, so bezeichnet man ihn als *stationär*. Ein im weiteren Sinne *stationärer* Prozess $X(t)$ zeichnet sich nach

$$\mu_x(t) = E(X(t)) = \mu_x \quad (2.2a)$$

durch einen konstanten *Erwartungswert* μ_x aus. Weiterhin hängt seine Autokovarianzfunktion (2.1b) nicht von der Zeit t , sondern nur von der Zeitdifferenz $\tau = t_2 - t_1$ zwischen zwei beliebigen Zeitpunkten t_1 und t_2 ab

$$C_{x,x}(\tau) = E((X^*(t) - \mu_x^*)(X(t+\tau) - \mu_x)) \quad (2.2b)$$

Setzt man in (2.2b) $\tau = 0$, erhält man die konstante Varianzfunktion

$$\sigma_x^2 := C_{x,x}(0) = E((X(t) - \mu_x)^2) \quad (2.2c)$$

des Prozesses gemäß (2.1c). Mit (2.2a-c) wurden die Eigenschaften der im weiteren Sinne stationären Prozesse vorgestellt. Für einen im engeren Sinne stationären Prozess sind auch die Momentenfunktionen der Momente höherer Ordnung nicht von Zeitpunkten, sondern nur von Zeitdifferenzen abhängig. Hinsichtlich ihrer stationären Charakteristiken lassen sich allgemein stochastische Prozesse wie folgt klassifizieren (SCHLITGEN UND STREITBERG 1994, S.100):

- Einen Prozess, der die Eigenschaften (2.2a-c) nicht besitzt, bezeichnet man als *nicht-stationär*.
- Zeichnet sich ein Prozess nach (2.2a) durch einen konstanten Erwartungswert aus, nennt man ihn *mittelwertstationär*.
- Erfüllt ein stochastischer Prozess die Bedingungen (2.2b,c) für die Autokovarianz- und die Varianzfunktion, bezeichnet man ihn als *kovarianzstationär*.
- Trifft für einen stochastischen Prozess nur die Annahme (2.2c) einer konstanten Varianzfunktion, nicht aber die Eigenschaft (2.2b) für die Autokovarianzfunktion mit $\tau \neq 0$ zu, nennt man ihn *varianzstationär*. Ein kovarianzstationärer Prozess ist somit auch immer varianzstationär.
- Ein im weiteren Sinne stationärer Prozess ist sowohl mittelwert- als auch kovarianzstationär ist.
- Ein im engeren Sinne stationärer Prozess ist auch im weiteren Sinne stationär.

Die Umkehrung dieser letzten Aussage gilt i.A. nicht, wobei jedoch die sogenannten *Gauß-Prozesse* eine Ausnahme bilden. Gauß-Prozesse besitzen nämlich die Normalverteilung, die durch das erste und zweite Moment vollständig beschrieben ist. Einen reellwertigen stochastischen Prozess $X(t)$ mit $X \in \mathbb{R}$ bezeichnet man als *Gauß-Prozess*, wenn der $N \times 1$ Zufallsvektor $\mathbf{x} = (X(t_i))$, der die in den N Zeitpunkten t_i mit $i = 1, \dots, N$ definierten Zufallsvariablen $X(t_i)$ enthält, nach

$$\mathbf{x} \sim N(\boldsymbol{\mu}_x, \boldsymbol{\Sigma}_x) \quad (2.3a)$$

die multivariate Normalverteilung mit dem $N \times 1$ Vektor $\boldsymbol{\mu}_x = (\mu_i)$ und der positiv-definiten $N \times N$ Matrix $\boldsymbol{\Sigma}_x = (\sigma_{i,j})$ besitzt. Gauß-Prozesse zeichnen sich durch besonders günstige Eigenschaften aus. So folgen nämlich aus (2.3a) für den Erwartungswert $E(\mathbf{x})$ und die Kovarianzmatrix $D(\mathbf{x})$ die Zusammenhänge

$$E(\mathbf{x}) = \boldsymbol{\mu}_x \quad \text{und} \quad D(\mathbf{x}) = \boldsymbol{\Sigma}_x. \quad (2.3b)$$

Für die Erwartungswertfunktion (2.1a) gilt somit

$$\mu_x(t_i) = E(X(t_i)) = \mu_i. \quad (2.3c)$$

Ebenso ergibt sich für die Autokovarianzfunktion (2.1b) der Ausdruck

$$\begin{aligned} C_{x,x}(t_i, t_j) &= E((X(t_i) - \mu_i)(X(t_j) - \mu_j)) \\ &= \sigma_{i,j} = \sigma_{j,i}. \end{aligned} \quad (2.3d)$$

Insbesondere folgt für die Varianzfunktion (2.1c)

$$\sigma_x^2(t_i) = C_{x,x}(0) = \sigma_i^2. \quad (2.3e)$$

Im Fall eines mittelwertstationären Gauß-Prozesses lässt sich der Erwartungswertvektor $E(\mathbf{x}) = \boldsymbol{\mu}_x$ nach (2.2a) mit $\mu_i =: \mu_x = \text{const}$ und dem $N \times 1$ Einsvektor $\mathbf{1}_N = [1, 1, \dots, 1]'$ durch

$$\boldsymbol{\mu}_x = \mu_x \mathbf{1}_N \quad (2.4a)$$

ausdrücken. Geodätische Messgrößen werden üblicherweise als normalverteilt angenommen, wobei nach

$$\boldsymbol{\Sigma}_x = \text{diag}(\sigma_1^2, \sigma_2^2, \dots, \sigma_i^2, \dots, \sigma_N^2) \quad (2.4b)$$

die Kovarianzmatrix $\boldsymbol{\Sigma}_x$ häufig als Diagonalmatrix eingeführt wird. Die Einbringung verschiedener Varianzen für die N Werte der Zeitreihe $X(t_i)$ mit $i = 1, \dots, N$ ist insofern von großer Bedeutung, da auf Grund der steigenden Messgenauigkeit vieler geodätischer Messsysteme, jüngere Beobachtungen in der Regel eine viel höhere Genauigkeit aufweisen als zeitlich weiter zurückliegende Messungen. Liegen nun verschiedene Varianzen vor, erkennt man aus (2.3e), dass es sich bei (2.4b) um die Kovarianzmatrix eines *nicht-varianzstationären* Gauß-Prozesses handelt. Im varianzstationären Fall (2.2c) gilt hingegen $\sigma_i^2 =: \sigma_x^2 = \text{const}$, sodass die Kovarianzmatrix

$$\boldsymbol{\Sigma}_x = \sigma_x^2 \mathbf{I}_N \quad (2.4c)$$

folgt. Hierin bedeutet \mathbf{I}_N die $N \times N$ Einheitsmatrix. Es kann also resümiert werden, dass Gauß-Prozesse mit dem Erwartungswertvektor (2.4a) und einer Kovarianzmatrix (2.4c) im engeren Sinne stationär sind. Nicht-stationäre oder nur mittelwertstationäre Gauß-Prozesse, beispielsweise mit der Kovarianzmatrix (2.4b), lassen sich unter bestimmten Voraussetzungen in stationäre Gauß-Prozesse überführen. Um dies zu zeigen, wird nun angenommen, ein Gauß-Prozess $\bar{X}(t)$ sei durch

$$E(\bar{\mathbf{x}}) = \mu_{\bar{x}} \mathbf{1}_N = \mathbf{0}, \quad (2.5a)$$

$$D(\bar{\mathbf{x}}) = \boldsymbol{\Sigma}_{\bar{x}} \neq \sigma_x^2 \mathbf{I}_N \quad (2.5b)$$

charakterisiert, wobei $\bar{\mathbf{x}} = (\bar{X}(t_i))$ mit $i = 1, \dots, N$ wieder ein $N \times 1$ Zufallsvektor bedeutet. Der nur mittelwertstationäre Prozess $\bar{X}(t)$ lässt sich mittels der Transformation

$$\mathbf{x} = \mathbf{G}' \bar{\mathbf{x}} \quad (2.5c)$$

in den stationären Gauß-Prozess $X(t)$ überführen, falls als Transformationsmatrix die $N \times N$ Matrix \mathbf{G} der *Cholesky-Faktorisierung*

$$\boldsymbol{\Sigma}_{\bar{x}}^{-1} = \mathbf{G} \mathbf{G}' \quad (2.5d)$$

der Kovarianzmatrix $\boldsymbol{\Sigma}_{\bar{x}}$ gewählt wird. Wendet man nämlich das Fehlerfortpflanzungsgesetz auf (2.5c) an (KOCH 1997, S.107), erhält man für die Kovarianzmatrix $D(\mathbf{x})$ des Prozesses $X(t)$ wegen (2.5d) das Ergebnis $D(\mathbf{x}) = \mathbf{G}' \boldsymbol{\Sigma}_{\bar{x}} \mathbf{G} = \mathbf{I}_N$. Der Prozess $X(t)$ ist also multivariat normalverteilt wie

$$\mathbf{x} \sim N(\mathbf{0}, \mathbf{I}_N) \quad (2.5e)$$

und stellt daher einen *standardisierten Gauß-Prozess* dar, der selbstverständlich stationär ist.

Nimmt man nun $X(t) = X_r(t) + j X_i(t)$ mit $X \in \mathbb{C}$ und $X_r, X_i \in \mathbb{R}$ wieder als komplexwertigen Prozess an, bildet man zweckmäßigerweise mit den beiden $N \times 1$ Vektoren $\mathbf{x}_s = (X_s(t_i))$ mit $s \in \{r, i\}$ und $k = 1, \dots, N$ die $N \times 2$ *Prozessmatrix*

$$\mathbf{X} = [\mathbf{x}_r, \mathbf{x}_i]. \quad (2.6a)$$

Mit Hilfe des *vec*-Operators und des Kronecker-Produktes ' \otimes ' (KOCH 1997, S.44 und S.20), erhält man entsprechend (2.4a,c) die Zusammenhänge

$$E(\text{vec } \mathbf{X}) = \begin{bmatrix} \mu_{x_r} \\ \mu_{x_i} \end{bmatrix} \otimes \mathbf{1}_N = \text{vec } \mathbf{M}_x \otimes \mathbf{1}_N, \quad (2.6b)$$

$$D(\text{vec } \mathbf{X}) = \begin{bmatrix} \sigma_{x_r}^2 & \sigma_{x_r, x_i} \\ \sigma_{x_i, x_r} & \sigma_{x_i}^2 \end{bmatrix} \otimes \mathbf{I}_N = \boldsymbol{\Sigma}_x \otimes \mathbf{I}_N \quad (2.6c)$$

für den Erwartungswertvektor $E(\text{vec } \mathbf{X})$ und die Kovarianzmatrix $D(\text{vec } \mathbf{X})$ der Prozessmatrix \mathbf{X} . Dabei bedeuten μ_{x_r} und μ_{x_i} die konstanten Erwartungswerte, $\sigma_{x_r}^2$

und $\sigma_{x_i}^2$ die konstanten Varianzen der Zeitreihen $X_r(t)$ und $X_i(t)$ sowie $\sigma_{x_r, x_i} = \sigma_{x_i, x_r}$ die konstante Kovarianz zwischen den beiden Prozessen. Analog zu (2.3a) ist also die Prozessmatrix \mathbf{X} mit (2.6b,c) multivariat normalverteilt, sodass sich

$$\text{vec}\mathbf{X} \sim N(\text{vec}\mathbf{M}_x \otimes \mathbf{1}_N, \Sigma_x \otimes \mathbf{I}_N) \quad (2.6d)$$

schreiben lässt. Die folgenden Betrachtungen beziehen sich zunächst auf stationäre Prozesse, deren Erwartungswertvektoren durch (2.4a) und deren Kovarianzmatrizen durch (2.4c) gegeben sind. Liegt hingegen ein mittelwertstationärer Prozess mit dem Erwartungswertvektor (2.4a) und der Kovarianzmatrix (2.4b) vor, so kann im Fall $\mu_x = \mathbf{0}$ nach (2.5c) vorgegangen werden. Die Matrix \mathbf{G} berechnet sich dann aus (2.5d) mit (2.4b) zu $\mathbf{G} = \text{diag}(\sigma_1^{-1}, \sigma_2^{-1}, \dots, \sigma_i^{-1}, \dots, \sigma_N^{-1})$.

3 Wavelet-Analyseverfahren

3.1 Analyse einer Zeitreihe

Oftmals sind die Momentfunktionen aus (2.1) oder (2.2) des Prozesses nicht bekannt, sodass sie geschätzt werden müssen. Um nun Schätzwerte für den Erwartungswert und die Autokovarianzfunktion eines stationären Prozesses zu erhalten, wird der Zufallsprozess als *ergodisch* vorausgesetzt, sodass die statistischen Eigenschaften des Prozesses aus einer einzigen Realisierung bestimmt werden können. Aus Vereinfachungsgründen wird im Folgenden stets die Annahme $\mu_x = 0$ unterstellt. Weiter sei wieder angenommen, dass die komplexwertige Zeitreihe $X(t)$ mit $X \in \mathbb{C}$ nur in dem endlichen Beobachtungszeitraum $T = t_N - t_0$ beobachtet wurde, sodass die Realisierung $x(t)$ nur für $t_0 \leq t \leq t_N$ vorliegt. Eine geeignete, jedoch nicht erwartungstreue Schätzung $\tilde{C}_{x,x}(\tau)$ der Autokovarianzfunktion erhält man dann aus

$$\tilde{C}_{x,x}(\tau) = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_N - \tau} x^*(t) x(t + \tau) dt \quad (3.1)$$

mit $\tilde{C}_{x,x}(\tau) = \tilde{C}_{x,x}^*(-\tau)$ für $0 \leq \tau \leq T$. Bei dem in Abbildung 2 vorgestellten Wavelet-Analyseverfahren wird zunächst die *Wavelet-Transformation* auf die beiden Zeitreihen $x(t)$ und $y(t)$ angewandt, beispielsweise

$$X_T(b, a) = \int_{t_0}^{t_N} x(t) \psi_{a,b}^*(t) dt \quad (3.2a)$$

im Fall der Zeitreihe $X(t)$. Die Wavelet-Transformation (3.2a) überführt ein Signal vermittels der Funktionen

$$\psi_{a,b}(t) = |a|^{-1/2} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) \quad (3.2b)$$

aus dem Zeitbereich in den durch den *Verschiebungsparameter* b und den *Skalierungsparameter* a aufgespannten *Phasenraum*. Um die statistischen Eigenschaften der Wavelet-Transformation zu ergründen, werden

ihre Momentfunktionen benötigt. Auf Grund der *Zulässigkeitsbedingung* $\int_{-\infty}^{\infty} \psi(t) dt = 0$, der die *Wavelet-Funktion* $\psi(t)$ unterliegt, und der Annahme der Stationarität des Prozesses, gilt für den *Erwartungswert der Wavelet-Transformation* mit $|a| < \infty$ stets $\mu_X(b, a) = 0$. Weiterhin berechnet sich die *Autokovarianzfunktion der Wavelet-Transformation* aus

$$C_{X,X}(\beta, a) = \int_{-\infty}^{\infty} C_{x,x}(\tau) \zeta_{a,\beta}^*(\tau) d\tau, \quad (3.3a)$$

wobei $C_{X,X}(\beta, a) = C_{X,X}^*(-\beta, a)$ mit $\beta = b_2 - b_1$ gilt. Die Funktionen $\zeta_{a,\beta}(\tau)$ ergeben sich aus

$$\begin{aligned} \zeta_{a,\beta}(\tau) &= \int_{-\infty}^{\infty} \psi_{a,\beta}(t) \psi_{a,\tau}^*(t) dt \\ &= \zeta\left(\frac{\tau - \beta}{a}\right) = \zeta_{a,\tau}^*(\beta). \end{aligned} \quad (3.3b)$$

Da $\zeta(\tau)$ die oben erwähnte Zulässigkeitsbedingung für Wavelet-Funktionen erfüllt, lässt sich aus (3.3a) schlussfolgern, dass sich die Autokovarianzfunktion $C_{X,X}(\beta, a)$ der Wavelet-Transformation aus einer Wavelet-Transformation der Autokovarianzfunktion $C_{x,x}(\tau)$ des Prozesses mit der Wavelet-Funktion $\zeta(\tau)$ ergibt. Eine Schätzung $\tilde{C}_{X,X}(\beta, a)$ erhält man, indem man die Schätzung $\tilde{C}_{x,x}(\tau)$ aus (3.1) in (3.3a) substituiert. Nach einigen Umformungen ergibt sich unter Berücksichtigung von (3.2a) und (3.3b)

$$\tilde{C}_{X,X}(\beta, a) = \frac{1}{T} \int_{-\infty}^{\infty} X_T^*(b, a) X_T(b + \beta, a) db. \quad (3.3c)$$

Für $\beta = 0$ folgt mit $\tilde{C}_{X,X}(0, a) =: \tilde{\sigma}_X^2(a)$ die *Varianzfunktion der Wavelet-Transformation*

$$\tilde{\sigma}_X^2(a) = \frac{1}{T} \int_{-\infty}^{\infty} |X_T(b, a)|^2 db, \quad (3.3d)$$

worin die zweidimensionale Funktion

$$\tilde{W}_{x,x}(b, a) := \frac{1}{T} |X_T(b, a)|^2 \quad (3.3e)$$

eine Schätzung des *Wavelet-Skalogramms* $W_{x,x}(b, a)$ bedeutet. Die *Gesamtenergie* E_x des Signals $x(t)$ im Beobachtungsintervall $[t_0, t_N]$ lässt sich nach

$$\begin{aligned} E_x &= \int_{t_0}^{t_N} |x(t)|^2 dt \\ &= \frac{1}{C_\psi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} |X_T(b, a)|^2 db \frac{da}{a^2} \end{aligned} \quad (3.4)$$

entweder im Zeitbereich oder im Phasenraum berechnen. Die Schätzung (3.3e) kann daher als *Energie-Dichtefunktion* interpretiert werden. In (3.4) bedeutet C_ψ eine von der verwendeten Wavelet-Funktion abhängige Konstante.

3.2 Vergleich zweier Zeitreihen

Analog zu (3.1) ergibt sich für zwei stochastische Prozesse $X(t)$ und $Y(t)$, die als stationär und ergodisch vorausgesetzt werden und für die $\mu_x = \mu_y = 0$ gilt, eine Schätzung $\tilde{C}_{x,y}(\tau)$ der Kreuzkovarianzfunktion $C_{x,y}(\tau)$ aus

$$\tilde{C}_{x,y}(\tau) = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_N - \tau} x^*(t) y(t+\tau) dt \quad (3.5)$$

mit $\tilde{C}_{x,y}(\tau) = \tilde{C}_{y,x}^*(-\tau)$ für $0 \leq \tau \leq T$. Entsprechend (3.3c) lässt sich die Schätzung

$$\tilde{C}_{X,Y}(\beta, a) = \frac{1}{T} \int_{-\infty}^{\infty} X_T^*(b, a) Y_T(b+\beta, a) db \quad (3.6a)$$

der *Kreuzkovarianzfunktion der Wavelet-Transformation* gewinnen, wobei $Y_T(b, a)$ die Wavelet-Transformation des beobachteten Signals $y(t)$ mit $t \in [t_0, t_N]$ analog zu (3.2a) bedeutet. Weiter lässt sich mit den Schätzungen $\tilde{\sigma}_X^2(a)$ und $\tilde{\sigma}_Y^2(a)$ der Varianzfunktionen der beiden Prozesse $X(t)$ und $Y(t)$ sowie der Schätzung $\tilde{C}_{X,Y}(\beta, a)$ der Kreuzkovarianzfunktion die *Kreuzkorrelationsfunktion der Wavelet-Transformation*

$$\rho_{X,Y}(\beta, a) = \frac{\tilde{C}_{X,Y}(\beta, a)}{\tilde{\sigma}_X(a) \tilde{\sigma}_Y(a)} = \rho_{Y,X}^*(-\beta, a) \quad (3.6b)$$

mit $0 \leq |\rho_{X,Y}(\beta, a)| \leq 1$ definieren. Setzt man dann in (3.6b) $\beta = 0$ und quadriert den Ausdruck, erhält man die *normierte Kohärenz der Wavelet-Transformation*

$$\Gamma_{X,Y}(a) := |\rho_{X,Y}(0, a)|^2, \quad (3.6c)$$

wobei $0 \leq |\Gamma_{X,Y}(a)| \leq 1$ gilt. Aus der Kreuzkovarianzfunktion der Wavelet-Transformation (3.6a) kann die als *“time lag” Funktion* bezeichnete Funktion

$$\tilde{\beta}_{x,y}(a) := \arg \max_{\beta \in \mathbb{R}} |\tilde{C}_{X,Y}(\beta, a)| \quad (3.6d)$$

gewonnen werden, die als skalen- bzw. frequenzabhängiges Maß für die Ähnlichkeit der beiden Messsignale $x(t)$ und $y(t)$ interpretiert werden kann. Setzt man im Integranden von (3.6a) wieder $\beta = 0$, erhält man analog zu (3.3e) die Schätzung

$$\tilde{W}_{x,y}(b, a) := \frac{1}{T} X_T^*(b, a) Y_T(b, a) \quad (3.6e)$$

des *Wavelet-Kreuzskalogramms*. Da es sich hierbei um eine komplexwertige Funktion handelt, berechnet man sinnvollerweise das *quadratische Kreuzskalogramm*

$$|\tilde{W}_{x,y}(b, a)|^2 = \tilde{W}_{x,x}(b, a) \tilde{W}_{y,y}(b, a), \quad (3.6f)$$

das sich aus dem Produkt der beiden Einzelskalogramme gemäß (3.3e) ergibt. Es ist leicht einzusehen, dass das quadratische Kreuzskalogramm nicht ausreicht, um Ähnlichkeiten zu ermitteln. Bei einem Wert $|\tilde{W}_{x,y}(b_i, a_j)|^2 =$

0 an der Position (b_i, a_j) im Phasenraum ist nämlich beispielsweise nicht festzustellen, ob $\tilde{W}_{x,x}(b_i, a_j) = 0$ und $\tilde{W}_{y,y}(b_i, a_j) \neq 0$, $\tilde{W}_{y,y}(b_i, a_j) = 0$ und $\tilde{W}_{x,x}(b_i, a_j) \neq 0$ oder $\tilde{W}_{x,x}(b_i, a_j) = \tilde{W}_{y,y}(b_i, a_j) = 0$ gilt. In den beiden ersten Fällen sind sich die beiden Skalogramme an der Position (b_i, a_j) möglicherweise völlig unähnlich, während sie im dritten Fall vollkommen identisch sind. Das Kreuzskalogramm ist daher im Zusammenhang mit der normierten Kohärenz (3.6c) zu beurteilen, die als skalen- oder frequenzabhängige Korrelationsfunktion betrachtet werden kann.

4 Test der Skalogrammwerte

Es wird nun die Wavelet-Transformation der Realisierung $x(t) = x_r(t) + j x_i(t)$ der komplexwertigen Zeitreihe $X(t) = X_r(t) + j X_i(t)$ mit dem Erwartungswert $\mu_x = \mu_{x_r} + j \mu_{x_i} = 0$ näher betrachtet. Mit der ebenfalls als komplexwertig angenommenen Wavelet-Funktion $\psi(s) = \psi_r(s) + j \psi_i(s)$ erhält man für den Realteil $X_{T;r}(b, a)$ und den Imaginärteil $X_{T;i}(b, a)$ der Wavelet-Transformation

$$X_T(b, a) = X_{T;r}(b, a) + j X_{T;i}(b, a) \quad (4.1a)$$

die Zusammenhänge

$$X_{T;r}(b, a) = X_{T;r,r}(b, a) + X_{T;i,i}(b, a) \quad (4.1b)$$

$$X_{T;i}(b, a) = X_{T;i,r}(b, a) - X_{T;r,i}(b, a). \quad (4.1c)$$

Die in (4.1b,c) enthaltenen vier Integraltransformationen

$$X_{T;s,u}(b, a) = \int_{t_0}^{t_N} x_s(t) \psi_{a,b;u}(t) dt, \quad (4.1d)$$

$$s, u \in \{r, i\},$$

stellen ihrerseits reellwertige Wavelet-Transformationen dar und werden zweckmäßigerweise in der 2×2 Matrix

$$\Theta_T(b, a) = \begin{bmatrix} X_{T;r,r}(b, a) & X_{T;i,r}(b, a) \\ X_{T;r,i}(b, a) & X_{T;i,i}(b, a) \end{bmatrix} \quad (4.1e)$$

zusammengefasst. Für die numerische Auswertung muss die Wavelet-Transformation diskretisiert werden. Nimmt man an, dass der komplexwertigen Prozess $x(t)$ im Zeitraum $T = t_N - t_0$ zu den N gleichabständigen Zeitpunkten $t_k = t_0 + k \Delta t$ mit $k = 1, \dots, N$ beobachtet wurde, lautet die *diskretisierte Wavelet-Transformation*

$$X_{T;s,u}(b, a) = \sum_{k=1}^N w_k \psi_{a,b;u}(k) x_s(k), \quad (4.2a)$$

$$s, u \in \{r, i\},$$

worin $x_r(t_k) =: x_r(k)$ und $x_i(t_k) =: x_i(k)$ die diskreten Messwerte bedeuten. Δt bezeichnet das *Abtastintervall*

und für die Integrationsgewichte w_k gilt

$$\sum_{k=1}^N w_k = T. \quad (4.2b)$$

Da für die Erwartungswerte der beiden Beobachtungsvektoren

$$\mathbf{x}_s = \left[x_s(1), x_s(2), \dots, x_s(k), \dots, x_s(N) \right]' \quad (4.2c)$$

$E(\mathbf{x}_s) = \boldsymbol{\mu}_{x_s} = \mathbf{0}$ vorausgesetzt wird, gilt für den Erwartungswert der Prozessmatrix $\mathbf{X} = [\mathbf{x}_r, \mathbf{x}_i]$ gemäß (2.6a)

$$E(\mathbf{X}) = \mathbf{0} \quad \text{oder} \quad E(\text{vec } \mathbf{X}) = \mathbf{0}. \quad (4.2d)$$

Führt man ferner die beiden $N \times 1$ Spaltenvektoren

$$\boldsymbol{\psi}_{a,b;u} = \left[w_1 \psi_{a,b;u}(1), w_2 \psi_{a,b;u}(2), \dots, w_k \psi_{a,b;u}(k), \dots, w_N \psi_{a,b;u}(N) \right]', \quad (4.2e)$$

$u \in \{r, i\}$, der $N \times 2$ Wavelet-Matrix

$$\boldsymbol{\Psi}_{a,b} = \left[\boldsymbol{\psi}_{a,b;r}, \boldsymbol{\psi}_{a,b;i} \right] \quad (4.2f)$$

ein, erhält man aus (4.2a) mit (4.1e) die Matrixgleichung

$$\boldsymbol{\Theta}_T(b, a) = \boldsymbol{\Psi}'_{a,b} \mathbf{X}. \quad (4.2g)$$

Nach Anwendung des vec-Operators sowie einer Rechenregel für das Kroneckerprodukt (GRAFAREND UND SCHAFFRIN 1993, S.419) lässt sich (4.2g) auch in der Form

$$\begin{aligned} \text{vec } \boldsymbol{\Theta}_T(b, a) &= \text{vec}(\boldsymbol{\Psi}'_{a,b} \mathbf{X}) \\ &= (\mathbf{I}_2 \otimes \boldsymbol{\Psi}'_{a,b}) \text{vec } \mathbf{X} \end{aligned} \quad (4.2h)$$

schreiben. Bildet man mit dem Realteil $X_{T;r}(b, a)$ und dem Imaginärteil $X_{T;i}(b, a)$ der Wavelet-Transformation (4.1a) den 2×1 Vektor

$$\mathbf{x}_T(b, a) = \begin{bmatrix} X_{T;r}(b, a) \\ X_{T;i}(b, a) \end{bmatrix}, \quad (4.3a)$$

erhält man aus (4.1b,c) unter Berücksichtigung von (4.1e) die Matrixgleichung

$$\mathbf{x}_T(b, a) = \mathbf{A} \text{vec } \boldsymbol{\Theta}_T(b, a) \quad (4.3b)$$

mit der 2×4 Matrix

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad (4.3c)$$

Berechnet man die Erwartungswerte von (4.2h) und (4.3b), erhält man die Ergebnisse

$$E(\text{vec } \boldsymbol{\Theta}_T(b, a)) = \mathbf{0}, \quad (4.3d)$$

$$E(\mathbf{x}_T(b, a)) = \mathbf{0}. \quad (4.3e)$$

Ferner liefert die Anwendung des Fehlerfortpflanzungsgesetzes (KOCH 1997, S.107) auf (4.2h) mit der Kovarianzmatrix (2.6c) der Prozessmatrix \mathbf{X} die Kovarianzmatrix

$$\begin{aligned} D(\text{vec } \boldsymbol{\Theta}_T(b, a)) &= \\ &= (\mathbf{I}_2 \otimes \boldsymbol{\Psi}'_{a,b}) (\boldsymbol{\Sigma}_x \otimes \mathbf{I}_N) (\mathbf{I}_2 \otimes \boldsymbol{\Psi}_{a,b}) \\ &= \boldsymbol{\Sigma}_x \otimes (\boldsymbol{\Psi}'_{a,b} \boldsymbol{\Psi}_{a,b}) \\ &=: \boldsymbol{\Sigma}_{\theta_T}(b, a) \end{aligned} \quad (4.3f)$$

des Vektors $\text{vec } \boldsymbol{\Theta}_T(b, a)$. Die nochmalige Anwendung des Fehlerfortpflanzungsgesetzes auf (4.3b) führt dann mit (4.3f) auf die Kovarianzmatrix

$$D(\mathbf{x}_T(b, a)) = \mathbf{A} \boldsymbol{\Sigma}_{\theta_T}(b, a) \mathbf{A}' =: \boldsymbol{\Sigma}_{x_T}(b, a) \quad (4.3g)$$

des Vektors $\mathbf{x}_T(b, a)$ aus (4.3a). Da die Matrix $\boldsymbol{\Psi}_{a,b}$ aus (4.2f) vollen Spaltenrang besitzt, gilt $\text{rg}(\boldsymbol{\Psi}'_{a,b} \boldsymbol{\Psi}_{a,b}) = 2$. Mit der als positiv definit vorausgesetzten Kovarianzmatrix $\boldsymbol{\Sigma}_x$ aus (2.6c) erhält man also für die Matrix $\boldsymbol{\Sigma}_{\theta_T}(b, a)$ aus (4.3f) $\text{rg } \boldsymbol{\Sigma}_{\theta_T}(b, a) = 4$ (GRAFAREND UND SCHAFFRIN 1993, S.414). Da ferner die Matrix \mathbf{A} aus (4.3c) vollen Zeilenrang besitzt, ist die Matrix $\boldsymbol{\Sigma}_{x_T}(b, a)$ positiv definit und es gilt $\text{rg } \boldsymbol{\Sigma}_{x_T}(b, a) = 2$ (KOCH 1997, S.51). Nimmt man nun an, dass es sich bei der Zeitreihe $X_s(t)$, $s \in \{r, i\}$, um einen Gauß-Prozess handelt, stellt die diskretisierte Wavelet-Transformation $X_{T;s,u}(b, a)$ aus (4.2a) eine normalverteilte Größe dar, da $\psi_{a,b;u}(t)$ eine deterministische Funktion bedeutet. Für die Vektoren $\text{vec } \boldsymbol{\Theta}_T(b, a)$ und $\mathbf{x}_T(b, a)$ aus (4.2h) und (4.3b) gilt demnach auf Grund von (4.3d-g)

$$\text{vec } \boldsymbol{\Theta}_T(b, a) \sim N(\mathbf{0}, \boldsymbol{\Sigma}_{\theta_T}(b, a)), \quad (4.4a)$$

$$\mathbf{x}_T(b, a) \sim N(\mathbf{0}, \boldsymbol{\Sigma}_{x_T}(b, a)). \quad (4.4b)$$

Ausgehend von den Darlegungen im dritten Abschnitt wird nun auf die Schätzung (3.3e) des Wavelet-Skalogramms $\tilde{W}_{x,x}(b, a)$ eingegangen. Zunächst erhält man aus (3.3e) nach Substitution von (4.1b) mit (4.3a)

$$\begin{aligned} \tilde{W}_{x,x}(b, a) &= \frac{1}{T} \left((X_{T;r}(b, a))^2 + (X_{T;i}(b, a))^2 \right) \\ &= \frac{1}{T} |\mathbf{x}_T(b, a)|^2. \end{aligned} \quad (4.5a)$$

Bis auf den Faktor $1/T$ berechnet sich demnach die Schätzung $\tilde{W}_{x,x}(b, a)$ aus dem Quadrat des Betrages des Vektors $\mathbf{x}_T(b, a)$, der nach (4.4b) normalverteilt ist. Der Erwartungswert $E(\tilde{W}_{x,x}(b, a))$ der Schätzung (4.5a) ergibt sich daher nach

$$E(\tilde{W}_{x,x}(b, a)) = \frac{1}{T} \text{sp}(\boldsymbol{\Sigma}_{x_T}(b, a)) \quad (4.5b)$$

aus der Spur der Kovarianzmatrix $\boldsymbol{\Sigma}_{x_T}(b, a)$ (KOCH 1997, S.144). Ebenso erhält man für die Varianz $V(\tilde{W}_{x,x}(b, a))$ den Ausdruck

$$V(\tilde{W}_{x,x}(b,a)) = \frac{2}{T^2} \text{sp} \left(\Sigma_{x_T}(b,a) \Sigma_{x_T}(b,a) \right). \quad (4.5c)$$

Weiterhin lässt sich zeigen, dass die quadratische Form

$$(\mathbf{x}_T(b,a))' (\Sigma_{x_T}(b,a))^{-1} \mathbf{x}_T(b,a) =: d_x(b,a) \quad (4.5d)$$

die χ^2 -Verteilung besitzt, sodass

$$d_x(b,a) \sim \chi^2(\text{rg}(\Sigma_{x_T}(b,a))^{-1} = 2) \quad (4.5e)$$

gilt (KOCH 1997, S.146). Der Freiheitsgrad der χ^2 -Verteilung entspricht dem Rang der Inversen der Kovarianzmatrix (4.3g). Die auch als *Mahalanobis-Distanz* bezeichnete quadratische Form $d_x(b,a)$ eignet sich als Testgröße zur Beurteilung des Ergebnisses (4.3b) für den Vektor $\mathbf{x}_T(b,a)$. Es wird nun festgelegt, dass sich für

$$d_x(b,a) > \chi_{1-\alpha;2}^2 \quad (4.5f)$$

der Vektor $\mathbf{x}_T(b,a)$ mit einer Wahrscheinlichkeit von $100(1-\alpha)\%$ signifikant vom Nullvektor unterscheidet. Wählt man beispielsweise $\alpha = 0.05$, so gilt für den Fraktilewert $\chi_{0.95;2}^2 = 5.99$. Ist die Ungleichung (4.5f) nicht erfüllt, wird mit

$$\tilde{W}_{x,x}(b,a) = 0 \quad (4.5g)$$

der Schätzwert des Wavelet-Skalogramms zu Null gesetzt.

Als Wavelet-Funktion $\psi(t)$ sei nun die in Abbildung 3 dargestellte komplexwertige *Morlet-Funktion* gewählt, die nach

$$\psi(t) \approx e^{j\omega_0 t} e^{-t^2/2\sigma^2}. \quad (4.6a)$$

näherungsweise aus der komplexen Schwingung $e^{j\omega_0 t}$ besteht, deren Amplitude durch eine Gauß-Funktion mit dem Gestaltparameter σ gesteuert wird (SCHMIDT 2001b, S.79). Für die Konstante ω_0 wird üblicherweise $\omega_0 = 5.336$ oder $\omega_0 = 2\pi$ gewählt. Im zweiten Fall entspricht der Wert des Skalierungsparameters a dem Wert der Periode. Substituiert man die Eulersche Formel $e^{j\omega_0 t} = \cos(\omega_0 t) + j \sin(\omega_0 t)$ in (4.6a) lauten Realteil $\psi_r(t)$ und Imaginärteil $\psi_i(t)$ der Morlet-Funktion

$$\begin{aligned} \psi_r(t) &= \cos(\omega_0 t) e^{-t^2/2\sigma^2} \\ &= \frac{1}{2} (e^{j\omega_0 t} + e^{-j\omega_0 t}) e^{-t^2/2\sigma^2}, \end{aligned} \quad (4.6b)$$

$$\begin{aligned} \psi_i(t) &= \sin(\omega_0 t) e^{-t^2/2\sigma^2} \\ &= \frac{1}{2j} (e^{j\omega_0 t} - e^{-j\omega_0 t}) e^{-t^2/2\sigma^2}. \end{aligned} \quad (4.6c)$$

Die Funktionen (4.6b,c) stellen ihrerseits näherungsweise reellwertige Wavelet-Funktionen dar. Es sollen nun die

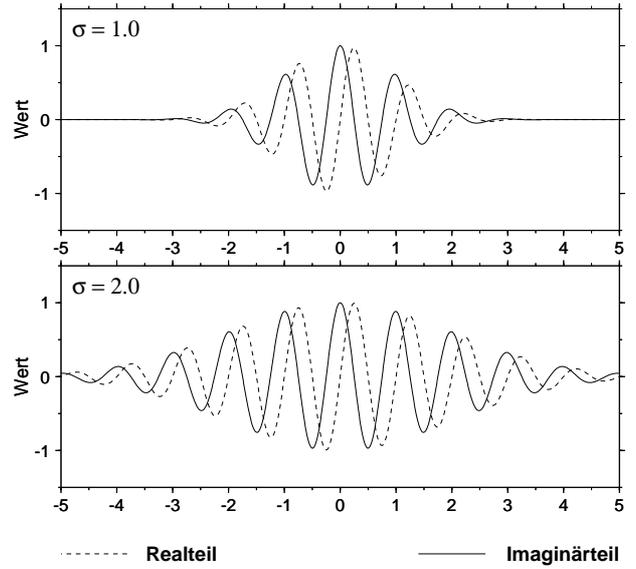


Abb. 3: Morlet-Wavelet-Funktion mit $\omega_0 = 2\pi$ für $\sigma = 1$ und $\sigma = 2$

Elemente der Matrix $\Psi'_{a,b} \Psi_{a,b} = (\Psi_{a,b;u,w})$ mit $u, w \in \{r, i\}$ untersucht werden. Zunächst folgt mit (4.2f)

$$\begin{aligned} \Psi'_{a,b} \Psi_{a,b} &= \begin{bmatrix} \Psi_{a,b;r,r} & \Psi_{a,b;r,i} \\ \Psi_{a,b;i,r} & \Psi_{a,b;i,i} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \psi'_{a,b;r} \psi_{a,b;r} & \psi'_{a,b;r} \psi_{a,b;i} \\ \psi'_{a,b;i} \psi_{a,b;r} & \psi'_{a,b;i} \psi_{a,b;i} \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

Das Element $\Psi_{a,b;u,w}$ berechnet sich demnach mit (4.2e) aus

$$\Psi_{a,b;u,w} = \sum_{k=1}^N w_k^2 \psi_{a,b;u}(k) \psi_{a,b;w}(k). \quad (4.7a)$$

Wählt man für die Gewichte $w_k = T/N = \Delta t$, folgt weiter unter Berücksichtigung von (3.2b)

$$\begin{aligned} \Psi_{a,b;u,w} &= \Delta t \sum_{k=1}^N \psi_{a,b;u}(k) \psi_{a,b;w}(k) \Delta t \\ &\approx \frac{\Delta t}{|a|} \int_{t_0}^{t_N} \psi_u\left(\frac{t-b}{a}\right) \psi_w\left(\frac{t-b}{a}\right) dt. \end{aligned}$$

Nimmt man schließlich noch einen langen Beobachtungszeitraum T an und substituiert $s = (t-b)/a$ beziehungsweise $t = as + b$, ergibt sich

$$\Psi_{a,b;u,w} \approx \Delta t \int_{-\infty}^{\infty} \psi_u(s) \psi_w(s) ds. \quad (4.7b)$$

Führt man nun die jeweils zweiten Darstellungen aus (4.6b,c) in (4.7b) ein, folgt für die Matrix $\Psi'_{a,b} \Psi_{a,b}$ im

Fall der Morlet-Funktion

$$\Psi'_{a,b} \Psi_{a,b} = c \mathbf{I}_2 . \quad (4.8a)$$

Darin hängt die Konstante

$$c := \frac{\sqrt{\pi} \sigma \Delta t}{2} \quad (4.8b)$$

nur vom Abtastintervall Δt und vom Gestaltparameter σ ab. Substituiert man das Ergebnis (4.8a) in (4.3f), erhält man für die Kovarianzmatrix $\Sigma_{\theta_T}(b, a)$ des Vektors $\text{vec } \Theta_T(b, a)$

$$\Sigma_{\theta_T}(b, a) = c (\Sigma_x \otimes \mathbf{I}_2) =: \Sigma_{\theta_T} \quad (4.8c)$$

oder in Elementdarstellung mit (2.6c)

$$\Sigma_{\theta_T} = \begin{bmatrix} \sigma_{x_r}^2 & 0 & \sigma_{x_r, x_i} & 0 \\ 0 & \sigma_{x_r}^2 & 0 & \sigma_{x_r, x_i} \\ \sigma_{x_i, x_r} & 0 & \sigma_{x_i}^2 & 0 \\ 0 & \sigma_{x_i, x_r} & 0 & \sigma_{x_i}^2 \end{bmatrix} . \quad (4.8d)$$

Mit diesem Ergebnis und der Matrix \mathbf{A} aus (4.3c) ergibt sich aus (4.3g) für die Kovarianzmatrix $\Sigma_{x_T}(b, a)$ des Vektors $\mathbf{x}_T(b, a)$

$$\Sigma_{x_T}(b, a) = c_x \mathbf{I}_2 =: \Sigma_{x_T} , \quad (4.8e)$$

worin die Konstante

$$c_x := c (\sigma_{x_r}^2 + \sigma_{x_i}^2) = \frac{\sqrt{\pi} \sigma \Delta t}{2} (\sigma_{x_r}^2 + \sigma_{x_i}^2) \quad (4.8f)$$

von den Varianzen $\sigma_{x_r}^2$ und $\sigma_{x_i}^2$ der Vektoren \mathbf{x}_r und \mathbf{x}_i , nicht jedoch von der Kovarianz $\sigma_{x_r, x_i} = \sigma_{x_i, x_r}$ zwischen \mathbf{x}_r und \mathbf{x}_i abhängt. Aus (4.8f) ist nun zu schlussfolgern, dass die beiden Elemente (4.1b,c) des Vektors $\mathbf{x}_T(b, a)$ unkorreliert sind. Substituiert man (4.8e) mit (4.8f) in (4.5b), erhält man für den Erwartungswert der Schätzung (4.5a) des Wavelet-Skalogramms mit $T = N \Delta t$

$$\begin{aligned} E(\tilde{W}_{x,x}(b, a)) &= \frac{\sqrt{\pi} \sigma \Delta t}{T} (\sigma_{x_r}^2 + \sigma_{x_i}^2) \\ &= \frac{\sqrt{\pi} \sigma}{N} (\sigma_{x_r}^2 + \sigma_{x_i}^2) . \end{aligned} \quad (4.9a)$$

Auf die gleiche Weise ergibt sich für die Varianz (4.5c)

$$V(\tilde{W}_{x,x}(b, a)) = \frac{\pi \sigma^2}{N^2} (\sigma_{x_r}^2 + \sigma_{x_i}^2)^2 . \quad (4.9b)$$

Die Mahalonobis-Distanz (4.5d) lautet mit $\Sigma_{x_T}^{-1} = c_x^{-1} \mathbf{I}_2$ unter Berücksichtigung von (4.5a)

$$\begin{aligned} d_x(b, a) &= \frac{2}{\sqrt{\pi} \sigma \Delta t (\sigma_{x_r}^2 + \sigma_{x_i}^2)} |\mathbf{x}_T(b, a)|^2 \\ &= \frac{2N}{\sqrt{\pi} \sigma (\sigma_{x_r}^2 + \sigma_{x_i}^2)} \tilde{W}_{x,x}(b, a) . \end{aligned} \quad (4.9c)$$

Schließlich folgt aus (4.5f), dass für den Hypothesentest

$$\begin{aligned} H_0 : W_{x,x}(b, a) &= 0 \\ \text{gegen} & \end{aligned} \quad (4.9d)$$

$$H_1 : W_{x,x}(b, a) > 0$$

die Nullhypothese H_0 dann abgelehnt wird, wenn

$$\tilde{W}_{x,x}(b, a) > \frac{\sqrt{\pi} \sigma (\sigma_{x_r}^2 + \sigma_{x_i}^2) \chi_{1-\alpha;2}^2}{2N} \quad (4.9e)$$

gilt. In diesem Fall trifft also die Alternativhypothese H_1 zu. An dieser Stelle soll nochmals darauf hingewiesen werden, dass im Fall (2.5a,b) in Gleichung (4.2g) die Prozessmatrix \mathbf{X} durch das Matrizenprodukt $\mathbf{G}' \bar{\mathbf{X}}$ zu ersetzen ist. Für den Fall einer diagonalen Kovarianzmatrix gemäß (2.4b) ist die Matrix \mathbf{G} am Ende des zweiten Abschnitts angegeben. Liegt nach (2.3a) ein normalverteilter Vektor \mathbf{x} eines reellwertigen stationären Prozesses $X(t)$ vor, für den $\mu_x = 0$ gelte, lautet die Kovarianzmatrix Σ_{x_T} des Vektors

$$\mathbf{x}_T(b, a) = \mathbf{A} \Psi'_{b,a} \mathbf{x} \quad (4.10a)$$

nach Berücksichtigung der Kovarianzmatrix (2.4c)

$$\Sigma_{x_T} = c \sigma_x^2 \mathbf{I}_2 . \quad (4.10b)$$

Dabei ist zu beachten, dass die Matrix \mathbf{A} in (4.10a) nur aus den beiden ersten Spalten der Matrix \mathbf{A} aus (4.3c) besteht.

Auch für die übrigen im dritten Abschnitt angegebenen Funktionen der Wavelet-Theorie lassen sich selbstverständlich Genauigkeitsangaben herleiten. Hierauf kann in diesem Artikel jedoch nicht eingegangen werden.

5 Numerische Beispiele

Beispiel 1: Betrachtet werden zunächst die in Abbildung 4 dargestellten diskreten Werte $x(k)$ und $y(k)$ mit $k = 1, \dots, 10000$ der Testdatensätze $x(t)$ und $y(t)$ zweier reellwertiger Zeitreihen $X(t)$ und $Y(t)$, die jeweils zwei Schwingungen mit Perioden von $T_1 = 170$ Tagen und $T_2 = 300$ Tagen beinhalten. Bei beiden Signalen wurden die Amplituden in festgelegten Zeitintervallen vergrößert. Im Fall der Periode T_1 beträgt der Zeitunterschied zwischen den Amplitudenverstärkungen der beiden Signale 340 Tage. Dies bedeutet, dass die Amplitudenmanipulation beim zweiten Datensatz 340 Tage später auftritt als beim ersten Datensatz.

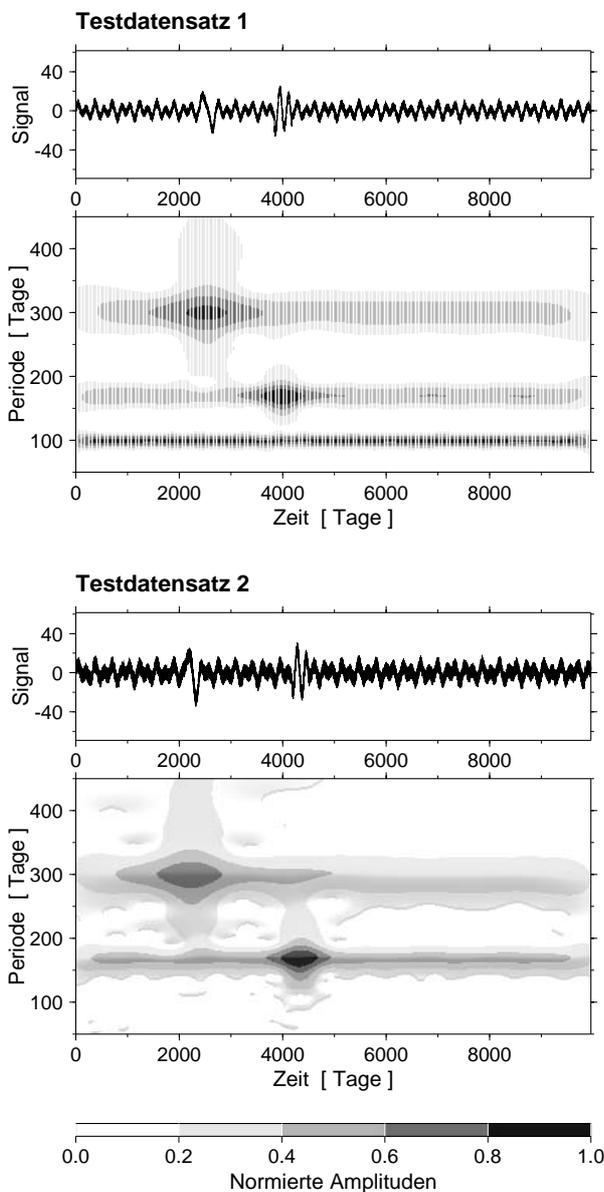


Abb. 4: Morlet-Wavelet-Scalogramme zweier Testdatensätze $x(t)$ und $y(t)$ mit Perioden von $T_1 = 170$ und $T_2 = 300$ Tagen; $\sigma = 2$

Im Fall der zweiten gemeinsamen Periode T_2 hingegen tritt die Amplitudenverstärkung beim zweiten Datensatz 300 Tage früher als beim ersten Datensatz auf. Sowohl die Amplituden als auch das resultierende Gesamtsignal wurden mittels eines Zufallsgenerators verrauscht. Unterhalb der beiden Datensätze sind in der Abbildung 4 die jeweils zugehörigen Wavelet-Skalogramme dargestellt, die nach (4.5a) und (4.10a) mit der Morlet-Funktion (4.6a) berechnet wurden. Um eine anschaulichere Darstellung zu erhalten, wurden nicht die Skalogrammwerte selbst, sondern die auf den Wert Eins normierten ‘Amplitudenwerte’

$$\tilde{A}_x(b, a) \approx \frac{2}{\sqrt{2\pi}\sigma} \sqrt{\frac{\tilde{W}_{x,x}(b, a)}{|a|}} \quad (5.1)$$

berechnet; siehe hierzu SCHMIDT (2001b, S.87). Deutlich erkennt man die Signalbänder um die Perioden T_1 und T_2 mit ausgeprägten Energiemaxima in den Zeitintervallen der Amplitudenverstärkungen.

In Abbildung 5 sind die Absolutwerte der Kreuzkovarianzfunktion aus (3.6a) dargestellt. Darin bedeuten die beiden weißen Kreuze zwei Werte der ‘time lag’ Funktion (3.6d) für die Perioden T_1 und T_2 . Die beiden vorgegebenen Zeitdifferenzen der Amplitudenverstärkungen lassen sich mit $\beta_1 = 340$ Tage und $\beta_2 = -300$ Tage ablesen. Es lässt sich also schlussfolgern, dass eine *skalenabhängige Verschiebung* des ersten Signals $x(t)$ in Bezug auf das zweite Signal $y(t)$ um die Werte der ‘time lag’ Funktion zur größten Ähnlichkeit zwischen beiden Signalen führt. Ein reales Beispiel hierzu ist der in der Einführung erwähnte Vergleich der Polbewegung $p(t)$ mit der Anregungsfunktion $\chi(t)$; siehe SCHMIDT (2001a).

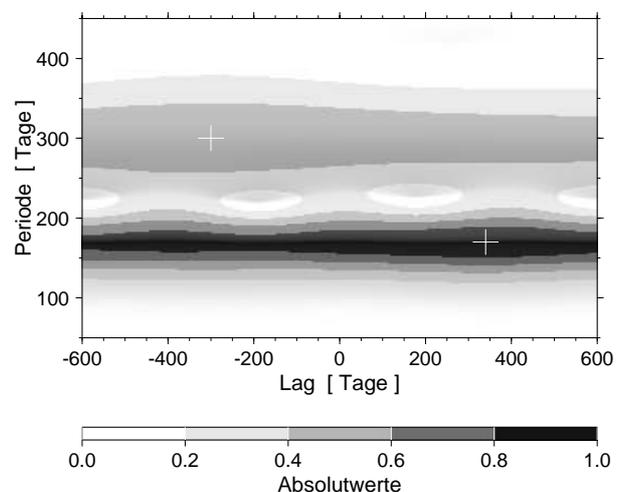


Abb. 5: Absolutwerte der Kreuzkovarianzfunktion $C_{X,Y}(\beta, a)$ für $-600 \leq \beta \leq 600$; $\sigma = 1$

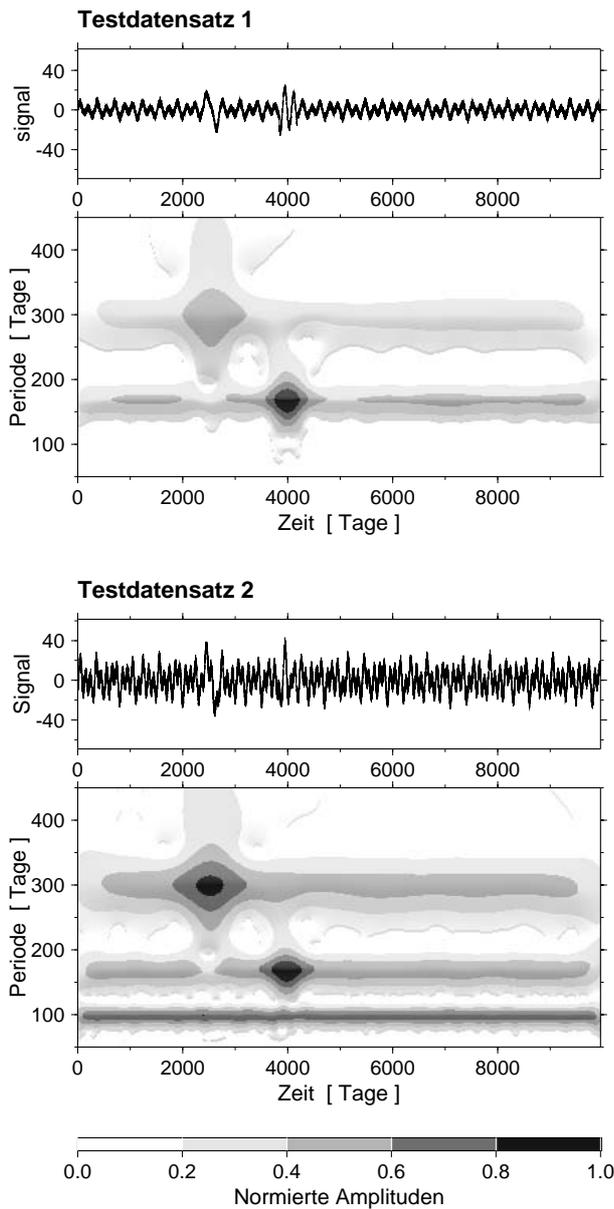


Abb. 6: Morlet-Wavelet-Skalogramme $\tilde{A}_x(b, a)$ und $\tilde{A}_y(b, a)$ zweier Testdatensätze $x(t)$ und $y(t)$ mit Perioden von 100 (nur $y(t)$), 170 und 300 Tagen; $\sigma = 1.5$

Beispiel 2: In Abbildung 6 sind wieder $N = 10000$ diskrete Werte $x(k)$ und $y(k)$ zweier Testdatensätze $x(t)$ und $y(t)$ mit zeitgleichen Amplitudenverstärkungen gemeinsam mit ihren Wavelet-Skalogrammen gemäß (5.1) dargestellt. Dabei enthält der zweite Datensatz neben den Anteilen mit Perioden von $T_1 = 170$ Tagen und $T_2 = 300$ Tagen auch eine Schwingung mit einer Periode von $T_3 = 100$ Tagen, jedoch ohne zusätzliche Amplitudenverstärkung.

In Abbildung 7 ist links das quadrierte Kreuzskalogramm dargestellt, das nach (3.6f) das Produkt der beiden Einzelskalogramme bedeutet. Deutlich sind die zeitgleichen Amplitudenverstärkungen in den Periodenbändern um T_1 und T_2 erkennbar. Die hohe Übereinstimmung zwischen den beiden Testdatensätzen in diesen Periodenbereichen ist auch aus der in Abbildung 7 rechts dargestellten normierten Kohärenz gemäß (3.6c) ablesbar. Im Periodenbereich kleiner als 120 Tage sind indes nur geringe Übereinstimmungen erkennbar, da nur der zweite Testdatensatz eine Schwingung mit der Periode T_3 enthält. Ein hohe Übereinstimmung herrscht aber auch im Periodenbereich $T \geq 350$ Tage. Dies ist unmittelbar einsichtig, da beide Zeitreihen nahezu keine Signalanteile in diesen Periodenbereichen aufweisen.

Es lässt sich also zusammenfassen, dass das quadrierte Kreuzskalogramm und die normierte Kohärenz Funktionen sind, die gemeinsam die Ähnlichkeit zweier gegenüber nicht verschobener Wavelet-Skalogramme feststellen. Ein reales Beispiel hierzu ist wiederum der in der Einführung genannte Vergleich einer Zeitreihe $\delta \text{lod}(t)$ der Variation der Tageslänge mit der Anregungsfunktion $\chi_3(t)$; siehe SCHMIDT (2001a).

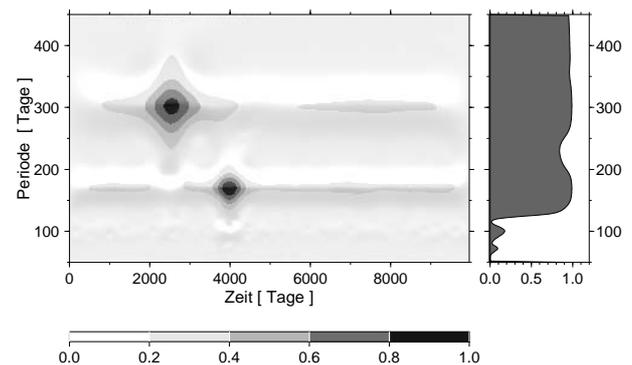


Abb. 7: Quadriertes Kreuzskalogramm $|W_{x,y}(b, a)|^2$ (links) und normierte Kohärenz $\Gamma_{X,Y}(a)$ (rechts)

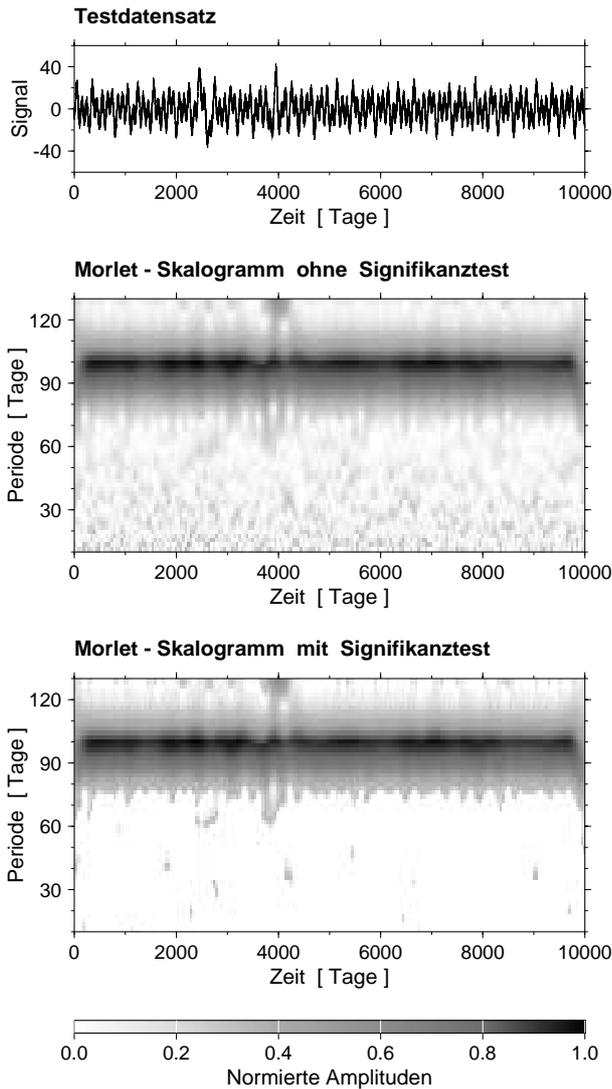


Abb. 8: Morlet-Wavelet-Skalogramm $\tilde{A}_x(b, a)$ eines Testdatensatzes (oben) ohne und mit Signifikanztest; $\sigma = 1.5$

Beispiel 3: Schließlich soll in diesem letzten Beispiel die Signifikanzprüfung der Werte des Wavelet-Skalogramms vorgestellt werden. Zu diesem Zweck wurde der in Abbildung 8 oben nochmals dargestellte Testdatensatz $y(t) =: x(t)$ aus dem zweiten Beispiel (siehe Abb. 6) im Periodenbereich zwischen 10 Tagen und 130 Tagen analysiert. Der mittlere Teil der Abbildung 8 zeigt die Schätzwerte $\tilde{A}_x(b_i, a_j)$ des mit der Morlet-Funktion nach (4.5a), (4.10a) und (5.1) berechneten Wavelet-Skalogramms $W_{x,x}(b, a)$ ohne Signifikanzprüfung an den 24321 diskreten Positionen (b_i, a_j) mit $i = 0, \dots, 200$ und $j = 0, \dots, 120$. Deutlich erkennt man im kurzperiodischen Teil des Phasenraums (kleiner 60 Tage) Energieanteile, die aus dem überlagerten Rauschteil resultieren. Der untere Teil der Abbildung zeigt die Verteilung der signifikanten Energieanteile. Im kurzperiodischen Teil kleiner 60 Tagen verbleibt nur noch ein geringfügiger Anteil, wobei für die Varianz σ_x^2 aus (4.10b) der Wert $\sigma_x = 6$ vorgegeben wurde. Von den ursprünglich 24321 Wavelet-Koeffizienten verbleiben nach der Signifikanzprüfung nur noch 10361, sodass eine Datenreduktion von mehr als 55% vorliegt. Mit diesen modifizierten Wavelet-Koeffizienten lässt sich anschließend die inverse Wavelet-Transformation berechnen, sodass ein gefiltertes Signal resultiert.

Literatur

- BARNES, R.T.H., HIDE, R., WHITE, A.A., WILSON, C.A. (1983): Atmospheric angular momentum fluctuations, length-of-day changes and polar motion. *Proc. R. Soc. Lond. A* 387: 31-73
- GRAFAREND E., SCHAFFRIN B. (1993): *Ausgleichsrechnung in linearen Modellen*. BI-Verlag, Mannheim
- KOCH, K.R. (1997): *Parameterschätzung und Hypothesentests in linearen Modellen*. Dümmler, Bonn
- KOCH, K.R., SCHMIDT, M. (1994): *Deterministische und stochastische Signale*. Dümmler, Bonn
- MEIER, S., KELLER, W. (1990): *Geostatistik*. Springer, Wien
- PAPOULIS, A. (1984): *Signal Analysis*. Mc-Graw-Hill, Auckland
- SCHLITTEG R., STREITBERG, B. (1994): *Zeitreihenanalyse*. Oldenbourg, München
- SCHMIDT, M. (2001a): Wavelet-Analyse von Erdrotationsschwankungen. *Z Vermessungswesen* 126: 94-100
- SCHMIDT, M. (2001b): *Grundprinzipien der Wavelet-Analyse und Anwendungen in der Geodäsie*. Habilitationsschrift, Shaker, Aachen

Wavelet-Analysen der Erdrotationsparameter im hochfrequenten Bereich

HARALD SCHMITZ-HÜBSCH¹

Zusammenfassung

Mit der Lösung der linearisierten Euler-Liouvilleschen Bewegungsgleichungen lassen sich sowohl die Tageslänge als auch die Polbewegung als Funktionen ihrer gemeinsamen Anregung ausdrücken. Die größten Wirkungen auf die Erdrotation haben die atmosphärischen und ozeanischen Massenverlagerungen. Aus Massenverlagerungen werden die so genannten Anregungsfunktionen berechnet und mit den gemessenen Erdrotationsparametern über ein modernes Auswerteverfahren, der Wavelet-Transformation, untersucht und verglichen. Bei der Variation der Tageslänge ist die atmosphärische Anregung noch bis in die Perioden von 30 Tagen nachweisbar, darunter überwiegen die durch Erd- und Ozeangezeiten bedingten Einflüsse.

In den Zeitreihen der aus hochauflösenden VLBI-Beobachtungen stündlich geschätzten $\Delta UT1$ werden Amplitudenvariationen auf Grund ganz- und halbtägiger Gezeiteneinflüsse nachgewiesen. Bei speziellen VLBI-Sessionen werden Kohärenzen bis zu 4 Stunden aufgedeckt.

In den Zeitreihen der zweistündigen Erdrotationsparameter aus GPS werden Amplitudenschwankungen genau in den Perioden von 8 und 6 Stunden lokalisiert. Dies steht im Gegensatz zu den Amplituden dreier global verteilter Pegel, die exakt in den Gezeitenfrequenzen M3 und M4 variieren, also in den Perioden knapp über 8 und 6 Stunden.

1 Einleitung

Unter Erdrotationsparametern werden allgemein die Variation der Tageslänge als Änderung der Rotationsgeschwindigkeit der Erde und die Polbewegung als Richtungsänderung der Rotationsachse im terrestrischen System verstanden. Diese Erdrotationsparameter werden heute überwiegend aus geodätischen Raumverfahren (VLBI, GPS, SLR, ...) mit hoher Genauigkeit gewonnen. Der IERS (International Earth Rotation Service) berechnet aus allen Techniken Kombinationslösungen, z.B. die eopC04-Reihe, die aber nur eine tägliche Auflösung hat.

Gerade in jüngster Zeit haben sich aber die Genauigkeiten und zeitlichen Auflösungen der einzelnen Raumtechniken wesentlich verbessert. Die Genauigkeiten liegen heute bei 0,3 mas für den Pol, d.h. ca 1 cm auf der Erdoberfläche, und 0,02 ms für die Tageslänge, so dass heute hochpräzise Erdrotationsparameter mit einer Auflösung unter zwei Stunden vorliegen. Ein Hauptaugenmerk liegt daher in der Untersuchung von Variabilitäten in den Zeitreihen dieser Parameter vom subsaisonalen bis hinunter zum Periodenbereich unter einem Tag.

Da auf der Modellseite eine ähnliche Genauigkeit angestrebt wird, ist eine genaue Kenntnis der verursachenden Vorgänge im rotierenden System Erde notwendig. Die größten Wirkungen sowohl auf die Tageslänge als auch auf die Polbewegung haben die atmosphärischen und die ozeanischen Massenverlagerungen (NASTULA ET AL., 1997; JOHNSON ET AL., 1999).

In jüngster Zeit gewinnen die großen El Niño-Ereignisse an Bedeutung, die in manchen Jahren um die Weihnachtszeit (El Niño = das Kind) sehr große ozeanische Wassermassen von Indonesien entlang des Äquators nach Ecuador/Peru führen und die Erdrotation zusätzlich beeinflussen (SALSTEIN ET AL., 1999). Das größte bislang beobachtete El Niño-Phänomen ereignete sich zum Jahreswechsel 1982/83.

Kleinere Änderungen der Erdrotation resultieren aus Schwankungen des Grundwasserspiegels, aus veränderlichen Schnee- und Eisauflasten und aus Wasserstandsänderungen in großen Seen oder in künstlich angelegten Stauseen. Sie bleiben hier unberücksichtigt wie auch die noch kleineren Änderungen der Erdrotation aufgrund von Deformationen der Erde durch die o.a. Auflasten (BROSCHKE und WÜNSCH, 1993; DILL, 2001).

2 Erdrotationsparameter

Zur Berechnung des Einflusses von atmosphärischen und ozeanischen Massenverlagerungen auf die Erdrotationsparameter werden die Euler-Liouvilleschen Differentialgleichungen angesetzt. Diese beschreiben die Drehimpulsbilanz im rotierenden Bezugssystem einer deformierbaren Erde (LAMBECK, 1988; ZHARKOV ET AL., 1996):

¹ Deutsches Geodätisches Forschungsinstitut (DGFI), Marstallplatz 8, D-80539 München
email : schmihue@dgfi.badw.de

$$\frac{d}{dt} \vec{H}(t) + \vec{\omega}(t) \times \vec{H}(t) = \vec{L}(t) \quad (2.1)$$

mit $\vec{H}(t)$ = Drehimpulsvektor der Erde,
 $\vec{\omega}(t)$ = Rotationsvektor der Erde,
 $\vec{L}(t)$ = äußere Drehmomente, hier zu 0 gesetzt.

Der Gesamtdrehimpuls der Erde $\vec{H}(t)$ lässt sich weiter aufspalten in:

$$\vec{H}(t) = \vec{\omega}(t)\Theta(t) + \vec{h}(t), \quad (2.2)$$

wobei $\Theta(t)$ der Trägheitstensor der Erde ist, der durch die veränderliche Lage aller ihrer Massen bestimmt ist (*Massenterm*), und $\vec{h}(t)$ der Drehimpulsvektor aufgrund der Bewegungen dieser Massen relativ zum terrestrischen Bezugssystem ist (*Bewegungsterm*).

In Gleichung (2.2) wird also in einem körperfesten, rotierenden Bezugssystem der Rotationsvektor $\vec{\omega}(t)$ mit dem Trägheitstensor $\Theta(t)$ verknüpft. Neben den konstanten Hauptträgheitsmomenten $\Theta_{11} = \Theta_{22} = A$ und $\Theta_{33} = C$ enthält er durch Massenverlagerungen verursachte kleine Zuschläge $\delta\Theta_{ij}(t)$ sowohl in den Haupt- als auch in den Nebendiagonalelementen.

Über eine Linearisierung erhält man für die Lösung der 3-dimensionalen Bewegungsgleichung (2.1) aus den beiden ersten Komponenten die *komplexe* Darstellung der Polbewegung $p(t) = p_1(t) + ip_2(t)$ als zeitabhängige Richtungsänderung des zälestischen Ephemeridenpols (GROSS, 1992), und unabhängig davon aus der dritten Komponente die *reelle* Darstellung der Variation der Tageslänge ΔLOD (length of day) als Schwankungen der Rotationsgeschwindigkeit (BARNES, HIDE, WHITE und WILSON, 1983):

$$p(t) = p_0 e^{i\sigma t} - i\sigma \int_0^t \chi(t-\tau) e^{i\sigma\tau} d\tau \quad (2.3)$$

$$\Delta LOD(t) = -LOD_0 \cdot \chi_3(t) \quad (2.4)$$

wobei $p_0 = p(t=0)$ ist. Die Chandler-Frequenz σ mit einer Periode von 434 Tagen berechnet sich nach $\sigma = (C-A)/A \cdot \Omega(1 - k_2/k_f)$ aus der Euler-Frequenz und den Loveschen Zahlen k_2 und k_f , die die Deformation einer elastischen Erde infolge ihrer Rotation berücksichtigen (MUNK und MACDONALD, 1960). $LOD_0 = 86400s$ ist die konstante Tageslänge von 24 Stunden. Die ersten beiden Komponenten der so genannten Anregungsfunktion χ sind für die Polbewegung in *komplexer* Schreibweise $\chi(t) = \chi_1(t) + i\chi_2(t)$ zusammengefasst.

Mit der Lösung (2.3 und 2.4) lassen sich also sowohl die Polbewegung als auch die Variation der Tageslänge als unabhängige Funktionen ihrer gemeinsamen Anregungsfunktion χ ausdrücken.

3 Anregungsfunktion der Erdrotation

Die Anregungsfunktion χ für die Schwankungen der Erdrotationsparameter lautet in Komponentendarstellung:

$$\begin{aligned} \chi_1(t) &= \frac{1}{\Omega(C-A)(1 - \frac{k_2}{k_f})} [\Omega\delta\Theta_{13}(t) + h_1(t)], \\ \chi_2(t) &= \frac{1}{\Omega(C-A)(1 - \frac{k_2}{k_f})} [\Omega\delta\Theta_{23}(t) + h_2(t)], \\ \chi_3(t) &= -\frac{1}{\Omega C} [\Omega\delta\Theta_{33}(t) + h_3(t)]. \end{aligned} \quad (3.1)$$

Sie enthält im wesentlichen die Änderungen des Trägheitstensors in den Elementen $\delta\Theta_{13}(t)$, $\delta\Theta_{23}(t)$ und $\delta\Theta_{33}(t)$ des Massenterms und die Geschwindigkeiten im Bewegungsterm $\vec{h}(t)$. So besteht z.B die atmosphärische Anregungsfunktion aus dem aus globalen Luftdruckdaten (pressure) berechneten Massenterm und dem aus Windgeschwindigkeiten abgeleiteten Bewegungsterm:

$$\chi_i = \chi_i^P + \chi_i^W = \text{Massenterm} + \text{Bewegungsterm}$$

Eine Entwicklung des Trägheitstensors und des Bewegungsterms in Kugelkoordinaten ergibt dann die endgültige Form der Anregungsfunktion χ in Komponentendarstellung (BARNES ET AL., 1983; FURUYA und HAMOANO, 1998):

$$\begin{aligned} \chi_1^P &= -\frac{a^2(1+k_2')}{(C-A)(1 - \frac{k_2}{k_f})} \int_A \rho \zeta \cos \varphi \sin \varphi \cos \lambda dA, \\ \chi_1^W &= -\frac{1}{\Omega(C-A)(1 - \frac{k_2}{k_f})} \int_V \rho r (u \sin \varphi \cos \lambda \\ &\quad - v \sin \lambda) dV, \\ \chi_2^P &= -\frac{a^2(1+k_2')}{(C-A)(1 - \frac{k_2}{k_f})} \int_A \rho \zeta \cos \varphi \sin \varphi \sin \lambda dA, \\ \chi_2^W &= -\frac{1}{\Omega(C-A)(1 - \frac{k_2}{k_f})} \int_V \rho r (u \sin \varphi \sin \lambda \\ &\quad + v \cos \lambda) dV, \\ \chi_3^P &= -\frac{a^2(1+k_2')}{C} \int_A \rho \zeta \cos^2 \varphi dA, \\ \chi_3^W &= -\frac{1}{\Omega C} \int_V \rho r u \cos \varphi dV \end{aligned} \quad (3.2)$$

mit

$$\begin{aligned} a &= \text{mittlerer Erdradius,} \\ r, \varphi, \lambda &= \text{Kugelkoordinaten,} \\ \rho, \zeta &= \text{Dichte und Mächtigkeit der Massenelemente,} \\ u, v &= \text{zonale und meridionale Geschwindigkeit,} \\ dA &= r^2 \cos \varphi d\varphi d\lambda \quad \text{Flächenelement,} \\ dV &= r^2 \cos \varphi d\varphi d\lambda dr \quad \text{Volumenelement.} \end{aligned}$$

In den Massentermen wird mit k_2' die zusätzliche Deformation der Erde aufgrund von Massenaufasten (z.B.

Schneebedeckungen) berücksichtigt (DZIEWONSKI, 1981).

Mit Hilfe der Gleichungen (3.2) lassen sich nun verschiedene Anregungsfunktionen, z.B. aus atmosphärischen Drehimpulsen (AAM = Atmospheric Angular Momentum), ozeanischen Drehimpulsen (OAM = Oceanic Angular Momentum), Drehimpulsen aufgrund von Ozeangezeiten (OTAM = Oceanic Tidal Angular Momentum) und hydrologischen Drehimpulsen (HAM = Hydrologic Angular Momentum) getrennt berechnen. Die gesamte Anregungsfunktion für die Schwankungen der Erdrotationsparameter ergibt sich dann aus der Summe ihrer Einzeleffekte:

$$\chi = \chi^{AAM} + \chi^{OAM} + \chi^{OTAM} + \chi^{HAM} + \dots$$

Die Punkte deuten an, dass es noch weitere kleine Anregungen gibt, z.B. durch die Variationen des Erdmantels, des Erdkerns und des Gravitationsfeldes der Erde, die hier jedoch unberücksichtigt bleiben.

4 Wavelet-Analyseverfahren

Die klassische Fourier-Transformation hat den Nachteil, daß sie ein Zeitsignal ausschließlich in die Komponenten der harmonischen Fourier-Basis $e^{i\omega t} = \cos \omega t + i \sin \omega t$ mit dem Skalierungsparameter ω abbildet. Eine zeitliche Zuordnung der ermittelten Frequenzen ist dabei nicht möglich.

Im Gegensatz dazu arbeitet die Wavelet-Transformation mit einer zeitlich lokalen Wavelet-Basis $\Psi\left(\frac{t-b}{a}\right)$, wobei $\Psi(t)$ ein kurzes Wellenstück (Wavelet) darstellt, das mit dem Verschiebungsparameter b über die Zeitachse verschoben und mit dem Skalierungsparameter a skaliert wird. Die Wavelet-Transformation wurde von GROSSMANN und MORLET (1984) eingeführt und von SCHMIDT (2001) für die Geodäsie eingehend untersucht. Sie hat die Form:

$$W_{\Psi}[f(t)](a, b) = \frac{1}{\sqrt{|a|}} \int_{\mathbb{R}} f(t) \cdot \overline{\Psi}\left(\frac{t-b}{a}\right) dt \quad (4.1)$$

$a \neq 0, \quad a, b \in \mathbb{R}$

mit $\overline{\Psi}(t)$ = Wavelet, konjugiert komplex,
 a = Skalierungsparameter,
 b = Verschiebungsparameter.

Das analysierende Wavelet $\Psi(t)$ ist darin eine oszillierende, lokalisierende Funktion, definiert auf der reellen Linie. In Geophysik und Geodäsie hat sich das komplexe Morlet-Wavelet bewährt, das auch hier benutzt wird:

$$\Psi(t) = e^{ipt} \cdot \left[e^{-t^2/(2\sigma^2)} - \sqrt{2} e^{-t^2/\sigma^2} \cdot e^{-p^2 \sigma^2/4} \right] \quad (4.2)$$

mit p = Variable ($p > 5$; hier $p = 2\pi$),
 σ = Gestaltparameter des Morlet-Wavelets.

Über den so genannten Gestaltparameter σ lässt sich in der Morlet-Transformation die Zeit-Frequenz-Lokalisierung an die Problemstellung anpassen. In Abbildung 1 ist dargestellt, wie mit einem wachsenden Wert für σ die Morlet-Transformation in die Fourier-Transformation übergeht. Der Grund dafür ist, dass dann die Einhüllende des Morlet-Wavelets immer langsamer abklingt und im Grenzfall $\sigma \rightarrow \infty$ schließlich von einer Zeit und Frequenz lokalisierenden in eine reine Frequenz lokalisierende Funktion übergeht.

Die Wahl des analysierenden Wavelets $\Psi(t)$ mit dem darin enthaltenen Parameter σ zur Steuerung der Zeit- und Frequenzlokalisierung bietet dem Anwender eine hohe Flexibilität, das moderne Auswertemodell an die Daten anzupassen (CHAO und NAITO, 1995; SCHMIDT und SCHUH, 1999, 2000; SCHMITZ-HÜBSCH, 1998; SCHMITZ-HÜBSCH und SCHUH, 1999; SCHUH und SCHMITZ-HÜBSCH, 2000; KOLACZEK ET AL., 2000).

Die Wavelet-Skalogramme der Polbewegung und ihrer Anregungsfunktionen enthalten auf Grund ihrer komplexen Darstellung sowohl positive als auch negative Perioden. Positive Perioden bedeuten dabei Kreisbewegungen mit progradem Umlauf-, negative Perioden Kreisbewegungen mit retrogradem Umlaufsin. Treten positive und negative Perioden gleichzeitig auf, liegen elliptische Bewegungen vor, deren Umlaufsin sich nach der größten Kreisbewegung richtet. In den Skalogrammen der Abbildung 2 b, c sind auf der Zeitachse vertikale Linien eingetragen, die das größte bislang beobachtete El Niño-Ereignis um die Jahreswende 1982/83 anzeigen.

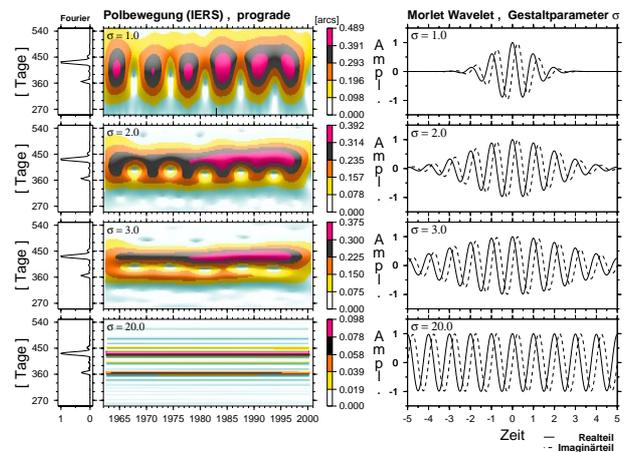


Abb. 1: Zeit-Frequenz-Lokalisierung in der Morlet-Wavelet-Transformation über den Gestaltparameter σ am Beispiel der prograden Polbewegung. Für $\sigma \rightarrow \infty$ geht die Morlet-Wavelet-Transformation in die Fourier-Transformation über.

5 Hochfrequente Anteile der Erdrotation aus IERS

Da die Erdrotationsparameter des IERS Tageswerte aus einer Kombinationslösung verschiedener geodätischer Beobachtungstechniken sind, wurden nur ihre subsaisonalen Schwankungen im Periodenbereich von 150 bis hinunter zu 5 Tagen betrachtet.

Als Beispiel für diesen Periodenbereich sind in Abbildung 2 a, b die Morlet-Wavelet-Skalogramme sowohl für die Variation der Tageslänge als auch für die entsprechende atmosphärische Anregung dargestellt. Die atmosphärische Anregung χ_3^{AM} wurde dabei aus dem Atmosphärenmodell NCEP (National Centers for Environmental Predictions, Washington) nach den Gleichungen (3.2) berechnet. Erkennbar ist, dass die Schwankungen der Tageslänge in den Perioden unter 150 Tagen noch bis hinunter zu den Perioden von 30 Tagen mit dem globalen atmosphärischen Druck- und Windfeld gekoppelt sind.

Korrelationsrechnungen zeigten, dass hier eine sehr hohe

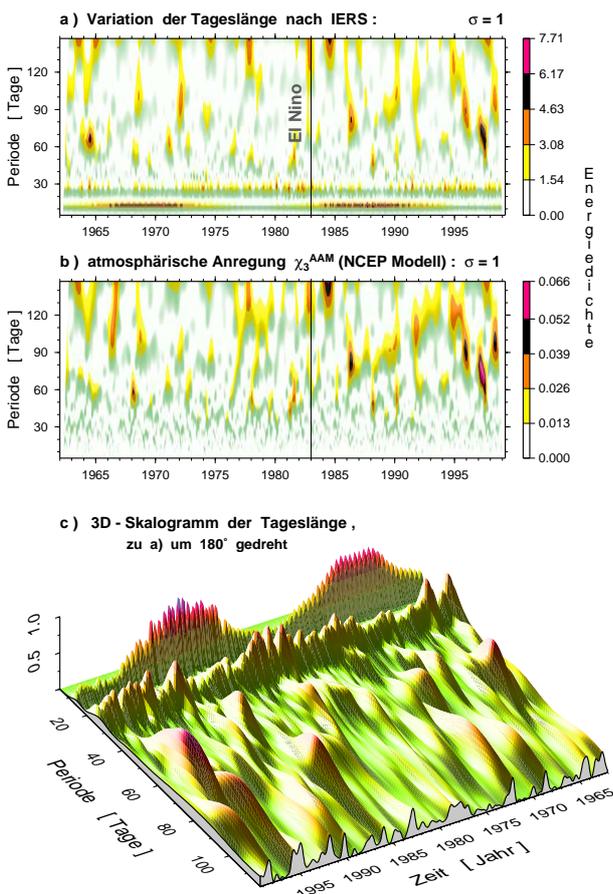


Abb. 2: Morlet-Wavelet-Skalogramme a) der Variation der Tageslänge und b) der entsprechenden atmosphärischen Anregung χ_3^{AM} für die Perioden von 5 bis 150 Tagen im Zeitraum 1962 bis 1999; in c) eine um 180° gedrehte perspektivische Darstellung des Morlet-Wavelet-Skalogramms von a)

Kohärenz zwischen Tageslänge und atmosphärischer Anregung besteht. Auffallend ist, dass es nur in diesem Periodenbereich zu Schwankungen sowohl in den Amplituden als auch in den Perioden kommt, ein Zeichen für die hohe Sensitivität der Erdrotation auf die atmosphärische Anregung in diesem Periodenbereich.

Im Periodenbereich unter 30 Tagen wird die Tageslänge nach Abbildung 2 a ausschließlich nur noch von drei Gezeitenperioden beeinflusst: den beiden größten und dicht nebeneinanderliegenden Gezeitenperioden von 13.63 und 13.66 Tagen mit ihrer erkennbaren Schwebungsperiode von 18.6 Jahren und der etwas schwächeren monatlichen Gezeitenperiode von 27.6 Tagen. In der entsprechenden atmosphärischen Anregung, Abbildung 2 b, sind diese Perioden so schwach, dass sie nicht mehr erkennbar sind.

Die perspektivische Darstellung des Skalogramms der Tageslänge in Abbildung 2 c zeigt nochmal deutlich das Wechselspiel der beteiligten Gezeiten auf die Variation der Tageslänge: Im Rhythmus von 9.3 Jahren, d.h. der halben Schwebungsperiode der 14-tägigen Gezeitenwelle, wird die Variation der Tageslänge abwechselnd mehr von den halbmonatlichen oder mehr von den monatlichen Gezeiten beeinflusst.

6 Hochfrequente Anteile der Erdrotation aus VLBI

Erst die neueren VLBI-Messungen mit ihrer hohen zeitlichen Auflösung erlauben eine Untersuchung hochfrequenter Anteile der Erdrotationsparameter im Periodenbereich unter einem Tag. Analysiert wurden die hoch aufgelösten Zeitreihen der Erdrotation, die am DGFI aus speziellen VLBI-Sessions abgeleitet wurden.

Da gerade die hochfrequenten Anteile der Erdrotation von den Ozeangezeiten beeinflusst werden, wurde zum Vergleich das Ozeanmodell OMCT (Ocean Model with Circulation and Tides, Hamburg 1998) herangezogen. Es ist das einzige Ozeanmodell, das neben der reinen Zirkulation der ozeanischen Wassermassen auch die zeitabhängigen Erd- und Ozeangezeiten enthält. Ferner werden in diesem Modell die atmosphärischen Antriebe nicht wie üblich über Klimamodelle sondern über ECHAM3-Echtzeitdaten, also über Messwerte von Meeresoberflächentemperaturen, ausgeführt.

Als Beispiel werden in Abbildung 3 a die stündlichen Schätzwerte der $\Delta UT1$ -Schwankungen aus zweiwöchigen CONT-Daten und deren ozeanische Anregung im Zeitbereich dargestellt. Die ozeanische Anregung χ_3^{OAM} wurde dabei aus den ozeanischen Drehimpulsänderungen des Ozeanmodells OMCT nach den Gleichungen (3.2) berechnet. Ihre beiden Morlet-Wavelet-Skalogramme in Abbildung 3 b, c zeigen die typischen Variationen auf Grund der ganz- und halbtägigen Gezeiten. Noch ungeklärt ist, warum in der ersten Woche die ozeanische Anregung größer als die Variation von $\Delta UT1$ ist und in der zweiten Woche sich die Verhältnisse umkehren.

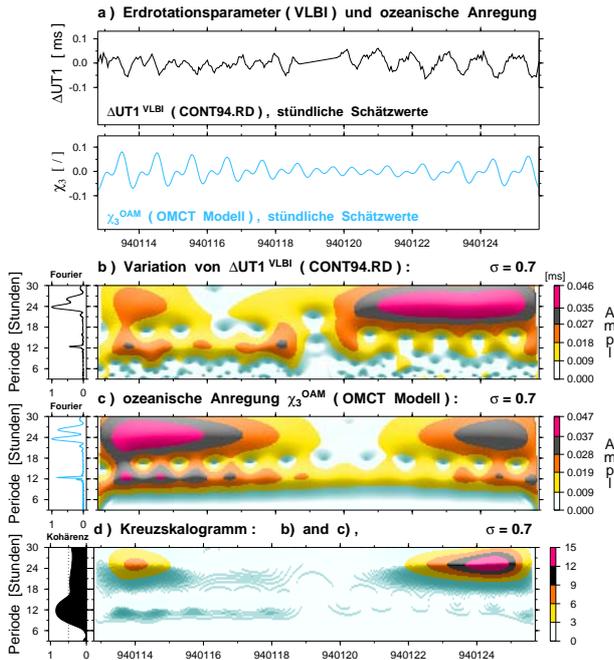


Abb. 3: Morlet-Wavelet-Analyse der hochaufgelösten Zeitreihen der Erdrotation $\Delta UT1$ aus CONT-Daten und der ozeanischen Anregung aus dem OMCT-Modell.

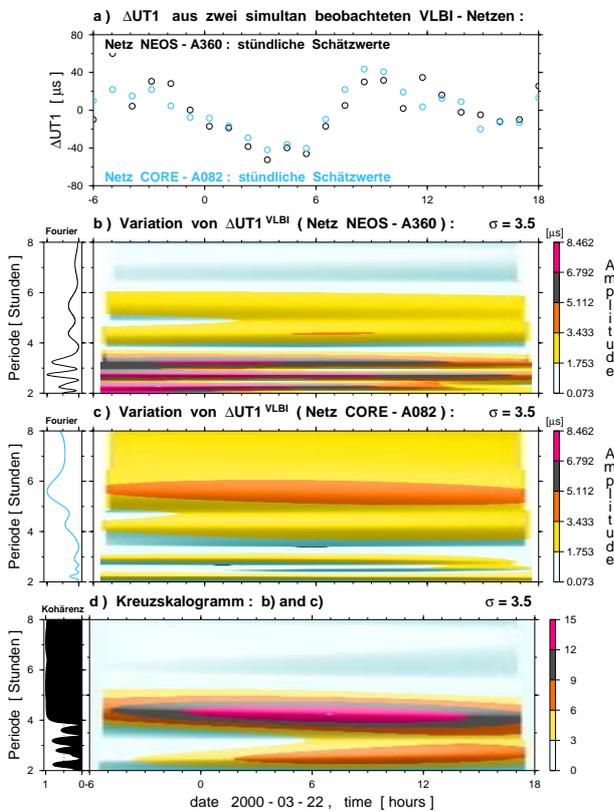


Abb. 4: Morlet-Wavelet-Analyse der hochaufgelösten Zeitreihen der Erdrotationsschwankungen aus den zwei simultan beobachteten VLBI-Netzen NEOS und CORE.

Das Kreuzskalogramm beider Zeitreihen in Abbildung 3 d zeigt die größte Kohärenz in der halbtägigen Periode.

Ein weiteres Beispiel sind die simultanen VLBI-Beobachtungen in zwei unabhängigen VLBI-Netzen an einem Tag. In Abbildung 4 a sind die stündlichen Schätzwerte von $\Delta UT1$ aus den Tagesbeobachtungen vom 22.03.2000 der beiden VLBI-Netze NEOS-A (National Earth Orientation Service) und CORE-A (Continuous Observation of the Rotation of the Earth) im Zeitbereich dargestellt. Ihre Morlet-Wavelet-Skalogramme in Abbildung 4 b, c zeigen, dass mit zwei unabhängigen VLBI-Netzen im hochfrequenten Bereich noch Schwankungen von $\Delta UT1$ mit Perioden von ca 5.6 Stunden nachgewiesen werden können. Das Kreuzskalogramm beider Zeitreihen in Abbildung 4 d zeigt eine sehr hohe Kohärenz bis zu den Perioden von 4 Stunden.

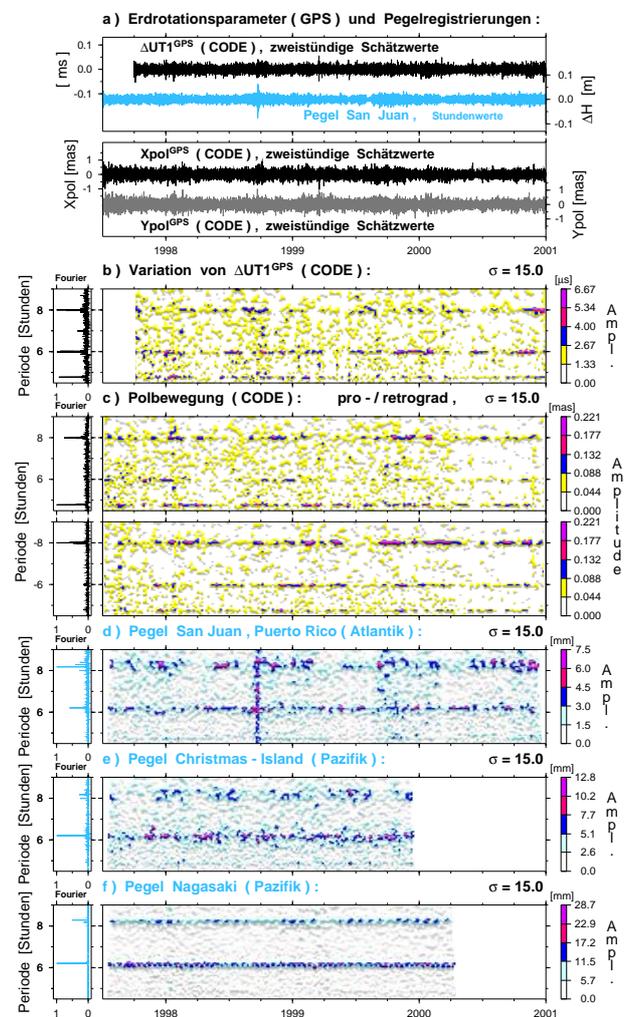


Abb. 5: In a) Hochfrequente Oszillationen in den Zeitreihen zweistündig geschätzter Erdrotationsparameter aus kontinuierlichen GPS-Messungen für die Jahre 1997 bis 2000, in b) und c) deren Morlet-Wavelet-Skalogramme und in d) bis f) die entsprechenden Morlet-Wavelet-Skalogramme von einstündigen Pegelregistrierungen auf drei global verteilten Stationen.

Darunter ist keine Kohärenz mehr gegeben. Dieses Korrelationsverhalten ist noch weitgehend ungeklärt.

7 Hochfrequente Anteile der Erdrotation aus GPS

In jüngster Zeit werden aus kontinuierlichen GPS-Messungen ebenfalls Erdrotationsparameter mit hoher zeitlicher Auflösung ermittelt. Analysiert wurden die zweistündigen Erdrotationsparameter, die am Institut für Geodäsie und Geophysik der TU Wien aus vorprozessierten CODE-Daten gewonnen wurden.

In Abbildung 5 a sind die Erdrotationsparameter im Zeitbereich und in den Abbildungen 5 b, c als Skalogramme im Morlet-Wavelet-Bereich für die Jahre 1997 bis 2000 dargestellt. Da im Periodenbereich unter 12 Stunden noch keine atmosphärischen oder ozeanischen Anregungsfunktionen zur Verfügung standen, wurden zum Vergleich Pegelregistrierungen mit stündlicher Auflösung auf drei global verteilten Stationen herangezogen (Abbildung 5 d, e, und f). Alle Pegel zeigen Amplitudenvariationen in den Gezeitenfrequenzen M3 und M4, also "knapp über" 8 und 6 Stunden. Die Amplitudenschwankungen in den Zeitreihen der Erdrotationsparameter liegen genau "in" den Perioden von 8 und 6 Stunden. Eine Klärung dieser Unterschiede steht noch aus.

Literatur

- BARNES R., HIDE R., WHITE A., WILSON C. (1983): *Atmospheric angular momentum fluctuations, length-of-day changes and polar motion*. Proc. R. London, A 387, 31–73.
- BROSCHÉ P., WÜNSCH J. (1993): *On the rotational angular momentum of the oceans and the corresponding polar motion*. Astron. Nachr., 315, 181–188.
- CHAO B., NAITO I. (1995): *Wavelet analysis provides a new tool for studying Earth's rotation*. EOS, Trans. AGU, 76, 161–165.
- DILL R. (2001): *Der Einfluss von Sekundäreffekten auf die Rotation der Erde*. Dissertation an der Fakultät für Bauingenieur- und Vermessungswesen der TU München.
- DZIEWONSKI A. (1981): *PREM-model*. Earth planet. Inter., 25, 297–356.
- FURUYA M., HAMOANO Y. (1998): *Effect of the Pacific Ocean on the Earth's seasonal wobble inferred from NCEP oceanic analysis data*. Journal of Geophysical Research, 103, 20131–20140.
- GROSS R. (1992): *Correspondence between theory and observations of polar motion*. Geophys. J. Int., 109, 162–170.
- GROSSMANN A., MORLET J. (1984): *Decomposition of Hardy functions into square integrable wavelets of constant shape*. SIAM J. Math. Anal., 15 4, 723–736.
- JOHNSON T., WILSON C., CHAO B. (1999): *Oceanic angular momentum variability estimated from the Parallel Ocean Climate Model*. Journal of Geophysical Research, 104, 25183–25195.
- KOLACZEK B., KOSEK W., SCHUH H. (2000): *Short-period oscillations of Earth rotation*. In S. Dick (Herausgeber), Proc. of the IAU Colloquium 178 Polar Motion: Historical and scientific problems. Cagliari, Sept. 1999, Astronomical Society of the Pacific.
- LAMBECK K. (1988): *Geophysical Geodesy*. Oxford University Press, New York.
- MUNK W.H., MACDONALD G.J.F. (1960): *The Rotation of the Earth*. Cambridge University Press, New York.
- NASTULA J., KOSEK W., KOLACZEK B. (1997): *Analysis of zonal atmospheric excitation functions and their correlation with polar motion excitation functions*. Space Res. Centre, PAS, Warsaw, Poland.
- SALSTEIN D.A., KOLACZEK D., GAMBIS D. (1999): *The impact of El Niño and other low-frequency signals on Earth rotation and global Earth system parameters*. IERS Technical Note, 26.
- SCHMIDT M. (2001): *Grundprinzipien der Wavelet-Analyse und Anwendungen in der Geodäsie*. Habilitationsschrift, Shaker, Aachen.
- SCHMIDT M., SCHUH H. (1999): *Wavelet-Analyse der mit VLBI beobachteten Nutationsreihen*. Zeitschr. für Verm., 124, 25–30.
- SCHMIDT M., SCHUH H. (2000): *Abilities of Wavelet Analysis for investigating short-period variation of Earth rotation*. IERS Technical Note, 28.
- SCHMITZ-HÜBSCH H. (1998): *Wavelet Analysis of Earth Rotation*. In Proc. of III. Venezuelan Congress of Geodesy. Maracaibo, 23.-27.02.1998, Univ. of Caracas. In press.
- SCHMITZ-HÜBSCH H., SCHUH H. (1999): *Seasonal and short-period fluctuations of Earth Rotation investigated by Wavelet Analysis*. In F. Krumm, V. Schwarze (Herausgeber), Festschrift für Erik W. Grafarend, Report Nr. 1999.6-2, S. 421–431. Univ. Stuttgart, Dep. of Geodesy and Geoinformatics.
- SCHUH H., SCHMITZ-HÜBSCH H. (2000): *Short period variations in Earth rotation as seen by VLBI*. Surveys in Geophysics, 21, 499–520.
- ZHARKOV V.N., MOLODENSKY S.M., BRZEZINSKI A., GROTEN E., VARGA P. (1996): *The Earth and its Rotation*. Herbert Wichmann Verlag, Heidelberg.

On high-frequency fluctuations of Earth's rotation and LOD

KOUROSH ARFA-KABOODVAND¹, ERWIN GROTEN²

Zusammenfassung

Als Grundlage für die Analyse der Erdrotationsparameter wurden Datensätze aus GPS-Messungen (Astronomisches Institut der Universität Bern) mit äquidistanten Tageslängen (0.04 Tageswerte) angewendet. Für die Untersuchung der ganz- und halbtägigen Polschwankungen (PM) und Länge der Tage (LOD) wurden neben den komplexen spektralanalytischen Verfahren auch Standardverfahren eingesetzt. Die Ergebnisse aus den spektralen Untersuchungen im kurzperiodischen Bereich deuteten auf den elliptischen Bewegungsablauf des PM und LOD. Desweiteren war die Existenz der 4 täglichen Tiden Q_1 , O_1 , P_1 und K_1 sowie der 4 halbtägigen Tiden N_2 , M_2 , S_2 , K_2 zu erkennen (Varga et al., 2001). Der größte Teil der Energiedichtenverteilung von halb- und ganztägigen Gezeiten können mit Hilfe dieser ozeanischen Gezeiteffekte begründet werden. Die Ursachen des restlichen Teils sind unter anderem in der Variation der halbtägigen atmosphärischen und ozeanischen Drehmomenten sowie den ganz- und halbtägigen thermischen Gezeiten durch die Atmosphäre, den Erdbeben und der inhomogenen Massenverteilung der Erde zu suchen. Diese spektralanalytischen Betrachtungen dienen dem Studium der Ursachen und der Erregerfunktion der Polschwankung im kurzperiodischen Bereich. Während für den niederfrequenten Periodenbereich die Erregung von Polschwankung und $\Delta UT1$ durch atmosphärische Drehmomentänderungen recht klar gefunden worden ist, sind die Erregerfunktionen im höherfrequenten Bereich nicht eindeutig klar, obwohl Hinweise auf atmosphärische und ozeanische Ursachen andeutungsweise vorliegen. Um Rückschlüsse für eine deterministische Detailmodellierung von PM und LOD im hochfrequenten Periodenbereich zu gewinnen, wurden aus einer Vielzahl von Resultaten die bevorzugten Spektralbereiche und die dominanten Anteile der Erregerfunktion verglichen. Zusätzlich wurden zu den stochastischen Analysen auch statistische Analysen durchgeführt, um die Korrelation der Polkoordinaten bei der Modellentwicklung mitzuberücksichtigen.

Abstract

The hourly Earth rotation data (diurnal and semi-diurnal) computed by the International GPS Service were used to analyse the daily/sub-daily variations of polar motion (PM) and length of day (LOD). Systematic and advanced spectral analytical investigations of the degree of period variability have been carried out and showed that the prominent periodical components can be found at the tidal frequencies of zonal, tesseral and sectorial waves (Varga et al., 2001). These investigations should give better insight into the physical processes, which influence the Earth orientation (i.e. due to the tidal forces, atmospheric and oceanic motions etc). It should be the basis for the detailed modeling of excitation functions in the sub-diurnal range of the high-frequency spectrum.

Keywords: Earth rotation, polar motion, advanced spectral analysis, excitation functions.

1 Introduction

Nowadays, on the basis of new polar motion (PM) measurement techniques of increased precision (i.e. GPS) and a mixture of densely (GPS) and sparsely (VLBI) distributed data, we are well able to investigate periods shorter than about one third of a day. Such data, that make sub-diurnal variability available, exist only since a few years. Diurnal and sub-diurnal variations are, of course, dominated by diurnal and sub-diurnal tides, where ocean and solid earth tides attribute the major part. The combined effect of limited resolution in tidal bands together with observational errors makes the complete separation of tidal from non-tidal constituents (extremely noisy and relatively small values) in universal time (UT1) and polar motion observations problematic. There are severe gaps in the remaining part of the spectrum, where the atmosphere, mainly in terms of atmospheric angular momentum (AAM) variations, is dominant. In a variety of special studies we tried to get insight into the variable periods of sub-diurnal polar motion, UT1 or length of day (LOD), derived from GPS observations. To what extent the tidal effects in GPS orbits are fully eliminated is not absolutely clear, so the oceanic and Earth tidal perturbation may

¹ Geomathematik, Universität Kaiserslautern, Postfach 30 49, D-67653 Kaiserslautern

² Institut für Physikalische Geodäsie, TU Darmstadt, Petersenstr. 13, D-64287 Darmstadt
e-mail: groten@ipgs.ipg.verm.tu-darmstadt.de

somehow affect some of our results. Such tidal remnant influence may be negligible, if they do exist at all. Most investigations in the field of high-frequency variations of the Earth rotation are mainly focused on the diurnal and semi-diurnal variations in the Earth's rotation rate (e.g. Ray et al. 1994, Lichten et al. 1992 etc.). Therefore, the analysis and modeling of variations in Earth rotation at high-frequencies domain, especially the polar motion, was the main goal of our investigations. These variations are predominantly the result of the changes in the oceanic height and currents. Global numerical models of ocean tides may be used to predict variations in Earth rotation, i.e. Brosche et al. (1989) or Seiler (1991), but also some atmospheric excitations are to be expected.

2 Earth rotation data and numerical analysis technique

The Earth rotation data used in this work stems from the Center for Orbit Determination (CODE). It was computed from the global IGS network (include 40 to 90 sites) with a sampling interval of approximately 0.042 days. To remove the low-frequency variations (i.e. annual parts) in the polar motion a smooth a priori polar motion series, e.g., Bulletin A series from the International Earth Rotation Service (IERS) were used. The IERS-set was subtracted from the CODE data after a spline interpolation (Figure 1 and 2) to cover the data gaps in the Bulletin A. Besides, we used also other interpolation methods, i.e. least squares adjustment (LSA) or generalized spline method (GSM). However they cannot serve as stand-alone methods to eliminate periods longer than one day. To obtain diurnal and sub-diurnal components after LSA or GSM, two different methods were applied: an enhanced Butterworth high-pass filtering (BHF) and a trigonometric interpolation (TI). Since our interest focus is on the daily and sub-daily polar motions, the first method seems to be the best solution for the purpose of our studies. Additionally, it could be a basis for the further modeling and model improvement (e.g. Rothacher 1998). In view of LOD we applied the LSA in combination with TI. In case of TI, the interpolant is a cosine function with amplitude and phase as unknowns. These unknowns could be estimated by means of LSA. The period is a positive integer value. This procedure allows to remove components of a specific period.

The simultaneous estimation of the sub-daily polar motion and orbital elements of the GPS satellite leads to huge retrograde diurnal terms, therefore any exactly diurnal retrograde signal was suppressed by using special a priori constraints (Rothacher 1998). However, our analysis indicated some diurnal retrograde signals (Figure 8) within the 3 years data set (consisting of 5 different subsets; see Figure 7). We suppose that the different kinds of orbital models and observational numbers are responsible for that.

In view of satellite orbit data gaps we consequently used different spectral analysis techniques as reference (with fixed periods) in the non-tidal and tidal bands of the sub-diurnal ranges and compared the results with those obtained from the complex Wavelets (Arfa-Kaboodvand et al., 1998, 1999a and 1999b). The results of our investigations are represented in the following figures. Figure 3 represents the amplitude spectra for the short periodic, diurnal and semi-diurnal frequencies. The biggest anomaly in the semi-diurnal frequency band corresponds to the main lunar wave M2. We notice that the S1 and S2 constituents are much bigger than defined in the theory of terrestrial and oceanic tides. This phenomenon may be more of meteorological nature than an atmospheric tide effect (Zharov et al., 1996 and Varga et al., 2001). Similar analyses have been done also for the LOD (Arfa-Kaboodvand et al., 2000).

Figures 6 to 9 show the maximum energy density distribution of tre-, semi- and diurnal pro and retrograde polar motion and LOD as a function of time. In Figure 5 we compare the maximum energy density distribution (MEDD) of prograde polar motion to the MEDD of Topex-Posidon tidal variation model C as well as the AAM-data (Figure 4) and Ray96 tidal model. We noticed a drift from T/P relative to the polar motion data. This drift is probably due to systematic effects in the GPS data such as orbit mis-modeling in the GPS estimation process. So for further investigations this drift should be removed (see also Rothacher : preparation of subdaily EOP). Figure 10 show the the cross-correlation study of polar motion data, AAM- IB, AAM-pressure as well as tidal models.

3 Conclusion

In this work we tried to get more insight into both cases, polar motion as well as length of day, but we have to be fully aware of two aspects: the modeling errors inherent in tidal reductions of solid and fluid Earth effects may perturb interpretations of tidal as well as non-tidal components; consequently, not all frequency modulations may be real. Because of the relatively concise and short total length of the Earth rotation data, it is not possible to realize any significant yearly coherence between the prograde and retrograde spectra, or LOD. We discovered some dependencies between the prograde and retrograde spectra in the polar motion. Since the daily/sub-daily variability due to AAM is quite small compared to oceanic tidal effects, further research is necessary to model, investigate and reduce the Earth rotation data. The precisely defined tidal band makes it attractive to look for similar and also particular aspects in the sub-diurnal spectral areas, all the more as we meanwhile know more on frequency modulation in dynamic oceanic short-period motion.

Acknowledgment

The support of Deutsche Forschungsgemeinschaft is appreciated. The data were kindly provided by Astronomical Institute of the University of Bern.

References

- [1] Arfa-Kaboodvand K., Groten E., 1998: Einsatz des Wavelet-Transforms zur Untersuchung der kurzperiodischen Variation der Polbewegung. *Zeitschrift für Vermessungswesen*, 123, 8, 259-265
- [2] Arfa-Kaboodvand K., Groten E., Zavoti J., Varga P., 1999a: Stochastische und deterministische Analyse sowie Modellierung der Erdrotation mit Schwerepunkt: Polschwankung und DUT1 (LOD), basierend auf GPS-Daten (3. DFG-Rundgespräch zum Thema Bezugssysteme), *Mitteilungen des Bundesamtes für Kartographie und Geodäsie*, Verlag des Bundesamtes für Kartographie und Geodäsie, 5, 126-133
- [3] Arfa-Kaboodvand K., Groten E., 1999b: In sub-diurnal effects in Earth rotation, *Studia geophysica et geodaetica*, Academy of sciences of the Czech Republic, 3 (43), 275-283.
- [4] Arfa-Kaboodvand, K., Groten E., Varga P., Zavoti J., 2000: Interpretation of high frequency polar motion and length of day variations, *IERS Technical note* 28.
- [5] Brosche P., Seiler U., Sýndermann J. and Wýnsch J., 1989: Periodic Changes in Earth's Rotation Due to Oceanic Tides, *Astronomy and Astrophysics.*, 220, 318-320.
- [6] Lichten S.M., Marcus S.L. and Dickey J.O., 1992: Sub-Daily resolution of earth rotation variations with global positioning system measurements, *Geophysical Research Letters*, 19 (6), 537-540.
- [7] Munk W. H., and McDonald G. J. F., 1960: *The rotation of the Earth*, Cambridge University Press, New York.
- [8] Ray R.D., Steinberg D.J., Chao B.F. and Cartwright D.E., 1994: Diurnal and semi-diurnal variations in the Earth's rotation rate included by oceanic tides, *Science*, 264, 830-832.
- [9] Rothacher M., 1998: *Recent Contributions of GPS to Earth Rotation and Reference Frames*, Habilitationsschrift, Druckerei der Universität Bern.
- [10] Seiler U., 1991: Prediction changes of the angular momentum budget due to the tides of the world ocean, *Journal of Geophysical Research*, 96 (B6), 287-300.
- [11] Varga P., Zavoti J., Groten E., Arfa-Kaboodvand, K., 2001: Tidal observations derived from GPS based length of day and polar motion data, *Journal of Geodetic Society of Japan*, Vol. 47, No. 1, pp. 193-197.
- [12] Zharov V. E., Gambis D., 1996: Atmospheric tides and rotation of the Earth., *Journal of Geodesy*, 70, 321-326.

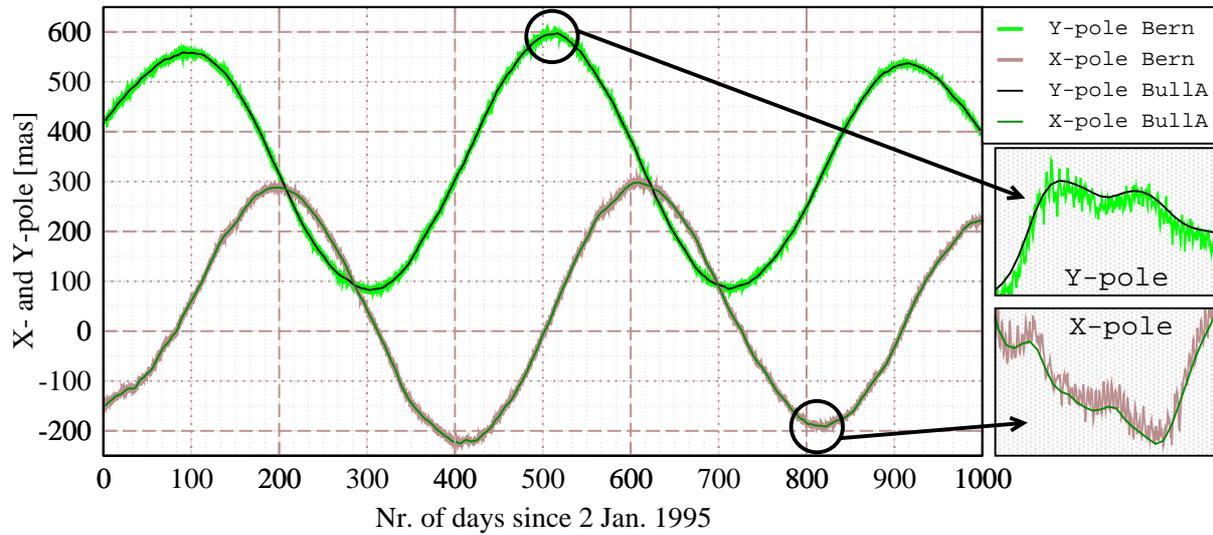


Fig. 1 : Polar motion data based on Bulletin-A series and data from the Astronom. Institute of University of Berne

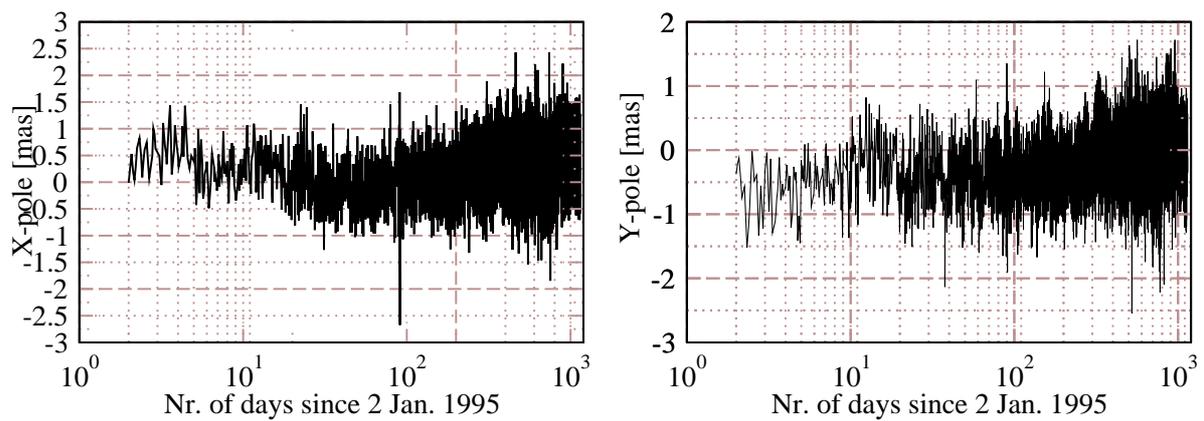


Fig. 2: Differences in x- and y-pole values among the Bulletin-A and Berne data set

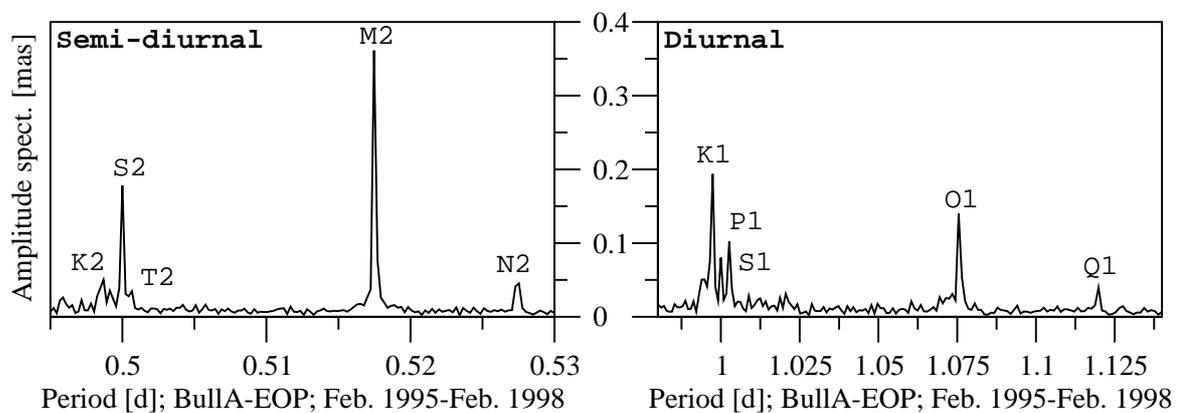


Fig. 3: Amplitude spectra of the diurnal and semi-diurnal tidal frequency bands generated from 1140 days of polar motion data

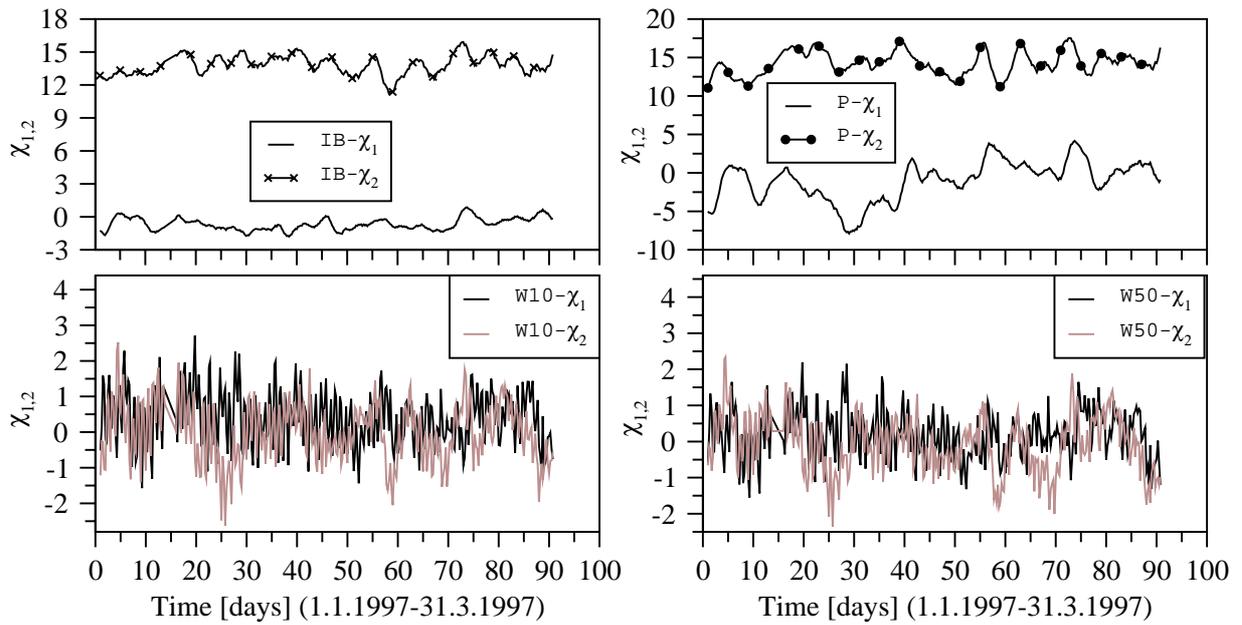


Fig. 4: AAM-Data (excitation func. $\chi_{1,N+S}, \chi_{2,N+S}$), $N+S :=$ North+south Hemisphere

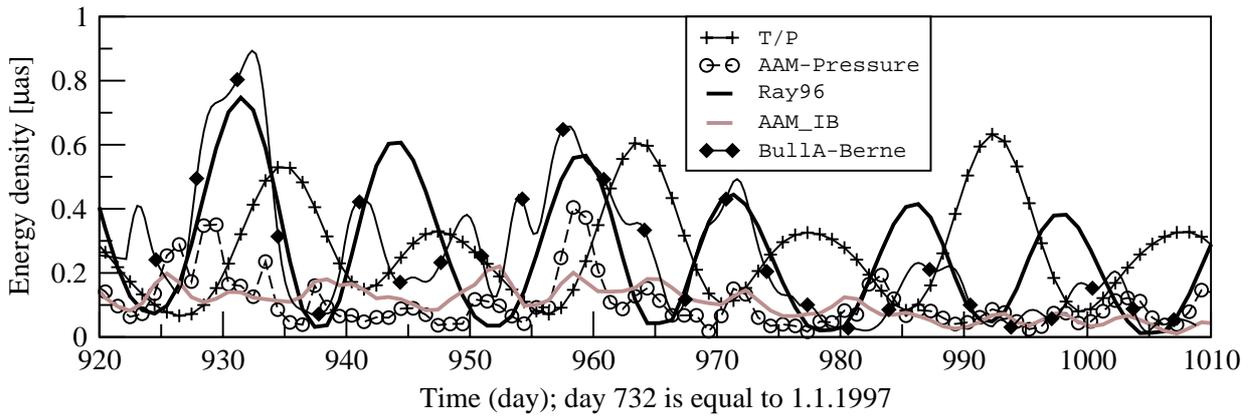


Fig. 5: Energy density distribution of prograde polar motion (BulletinA-Bern), tidal variations (T/P model C) and AAM-pressure and IB (reanalyzed NMC) as well as ray96 tidal model.

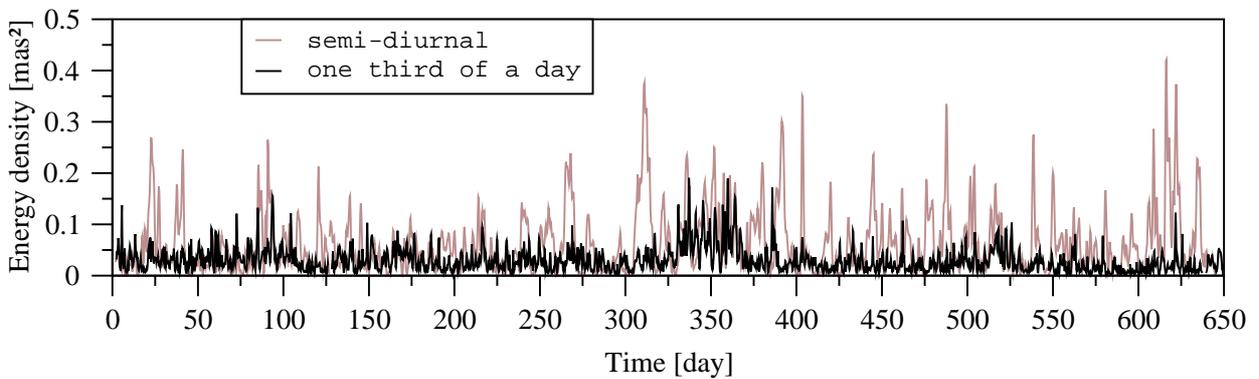


Fig. 6: Maximum Energy density spectra of semi-diurnal and one third of day prograde polar motion generated from 1140 days of polar motion data

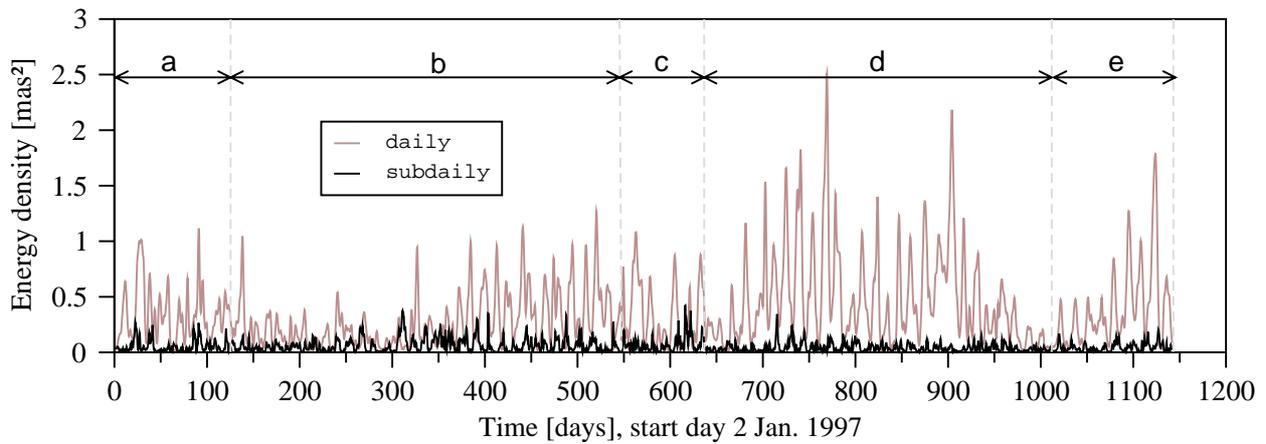


Fig. 7: Maximum Energy density spectra of the diurnal and semidiurnal prograde polar motion generated from the 1140 days polar motion data. The different dotted vertical lines and legend above mark the start and end of the different parts of the series (serie a to e), as described in Rothacher (1998)

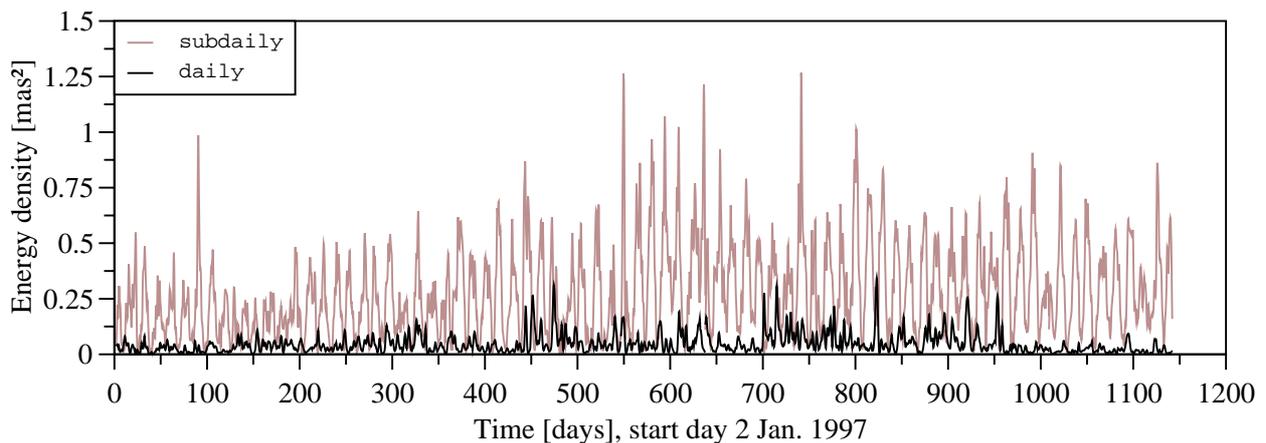


Fig. 8: Maximum Energy density spectra of diurnal and semidiurnal retrograde polar motion generated from 1140 days of polar motion data

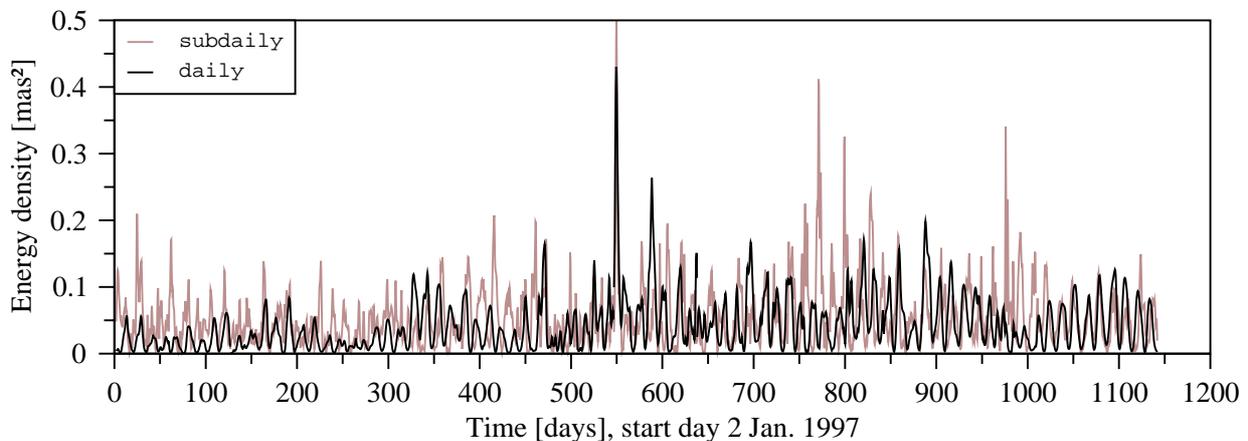


Fig. 9: Maximum Energy density spectra of the diurnal and semidiurnal retrograde length of day (LOD) generated from the 1140 days Earth rotation data.

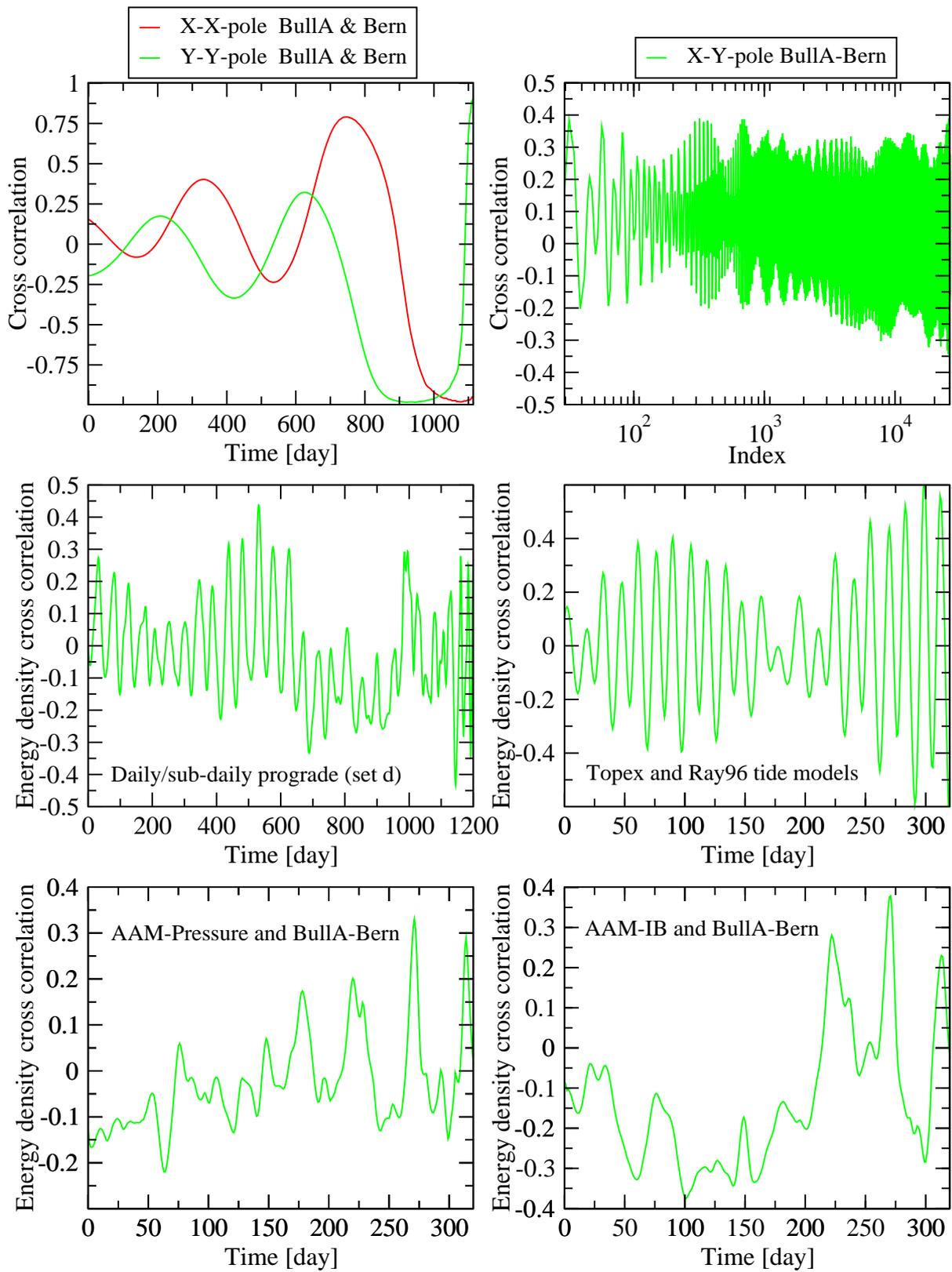


Fig. 10: Cross correlation study of polar motion, AAM and tidal models.

Sub-diurnal variability of the earth's rotation – a second approach

ELIAS LEWI¹, KOUROSH ARFA-KABOODVAND, ERWIN GROTEN¹

Zusammenfassung

Die Analyse der "diurnal" und "sub-diurnal" Polschwankungen wurde zum einen mithilfe der Wavelet-Analyse in Zeit-Frequenzbereich und zum anderen mithilfe der Partiiellen Korrelations-Methode (Zeitbereich) durchgeführt. Die Ergebnisse bestätigen, daß der Hauptbeitrag zur Anregung der "diurnal" und "sub-diurnal" Änderungen von Gezeiteneffekten herrührt. Desweiteren wurde beobachtet, daß der "matter term" der atmosphärischen Erregerfunktion einen stärkeren Einfluß im "diurnal" und "sub-diurnal" Band-bereich hat verglichen zum "motion term". Die Studie führt uns zum Schluß, daß der Modellierungsprozeß auf determinische Weise ausgeführt werden sollte, um die Effekte der verschiedenen Erregerfunktionen getrennt voneinander studieren zu können. Um diese Aufgabe zu erfüllen, haben wir die äquatoriale Komponente der Liouville-Gleichung in der Richtung des Greenwich-Meridians (x) und 90° östlich dazu (y) gelöst, sodaß die numerische Integration anstatt numerischer Differentiation eingesetzt werden kann. Diese Formulierung wird weiterhin untersucht um den Linearisierungseffekt im "diurnal" und "sub-diurnal" Bandbereich besser zu verstehen.

1 Introduction

In a first approach (Arfa-Kaboodvand and Groten, 1998), we had been using Wavelet-analysis of different types in studying a set of GPS-observations, over more than 3 years, generated by the University of Berne. Such data, that make sub-diurnal variability available, exist only since a few years. Meanwhile, similar VLBI-data have been made available (IERS, 1988-1998). Contrary to longer-period variability of earth's rotation, here, we may not expect such dominant variability due to changes in Atmospheric Angular Momentum (AAM).

Diurnal and Sub-diurnal variations are, of course, dominated by diurnal and sub-diurnal tides, where ocean and solid earth tides contribute the major part. The fact that the non-tidal part is extremely noisy and relatively small, sets limits to the possibility of analyzing and interpreting it. On the other hand, the limited knowledge about oceanic tides and other tidal components as well as constraints in the orbital computations puts limits on the in-

terpretation of the tidal part of various frequencies within the diurnal, semi-diurnal and ter-diurnal band.

2 Short note about the previous work

Two years ago we had presented here a large series of Wavelet analysis data. An attempt was made to interpret the apparent variability of periods within the sub-diurnal band (Arfa-Kaboodvand et al., 1999a; Arfa-Kaboodvand and Groten, 1999b). This variability may be either attributed to modeling deficiencies in the related tidal bands or to the noisy non-tidal part which could be generated by oceanic and atmospheric interactions as well as some other similar contributions. Deficiencies in ocean tide modeling are considered to have the major contribution.

There are other effects which we had pointed out: For instance, the non-vanishing diurnal retrograde part which still clearly exists in the frequency domain indicates deviations from the theoretical model.

3 A second approach

Two different Earth rotation parameter sets were used in this work. On the one hand the Earth rotation parameter estimations computed from the global IGS network (includes 40 to 90 sites) with a sampling interval of approximately 0.042 days (Berne-data). This set has been computed at the Astronomical Institute of University of Berne. On the other hand a smooth a priori parameter series (Bulletin A series) from the International Earth Rotation Service (IERS), which was subtracted from the first set after a spline interpolation (Figure 1).

As one can see from Figure 1, the variabilities are of high frequency in nature and there are different data sets, with distinct character, that have been aggregated together. This characteristic differences among the different data sets are due to the repeated changes made on the routine data processing of the GPS data (Rothacher, 1998).

Figures 2a and 2b show the maximum energy density distribution of diurnal and semidiurnal polar motion as a function of time (III and IV) and period (I and II). Similar analysis has been done for the retrograde case of polar motion. As was shown in (Arfa-Kaboodvand and Groten,

¹ Institut für Physikalische Geodäsie, TU Darmstadt, Petersenstr. 13, D-64287 Darmstadt
e-mail: elias@ipgs.ipg.verm.tu-darmstadt.de

² Geomathematik, Universität Kaiserslautern, Postfach 30 49, D-67653 Kaiserslautern

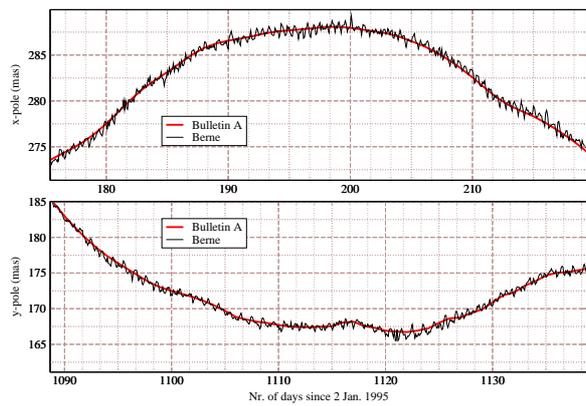


Figure 1a The x - and y -pole data obtained from the Astronomical Institute of University of Berne (thin line) and from IERS Bulletin-A series (bold line).

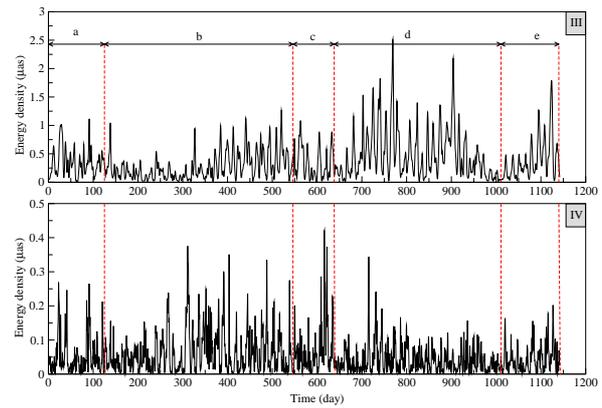


Figure 2a Maximum Energy density spectra of the diurnal and semidiurnal prograde polar motion generated from the 1140 days polar motion data.

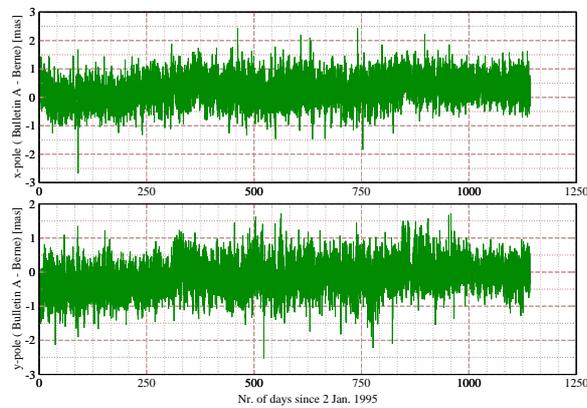


Figure 1b The difference between Berne and IERS Bulletin A, for the x - and y -pole. Remark: In both Figures start value for x -axis with $x=2$ refers to 2. Jan. 1995.

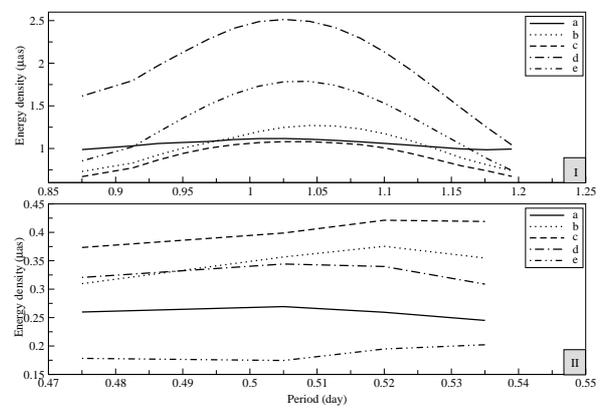


Figure 2b Maximum Energy density spectra of the diurnal and semidiurnal prograde polar motion generated from the 1140 days polar motion data. The different dotted vertical lines in III and IV and legend above mark the start and end of the different parts of the series (a to e), as described in Rothacher (1998).

1998), any (exactly) diurnal retrograde signal has been suppressed in the estimation of polar motion. Nevertheless, some peaks in the diurnal retrograde energy density is found, especially in the middle of the data series d and at the end of series b . Both upper diagrams in Figure 2 (I and II) show that the diurnal prograde polar motion is more energetic (e.g. series d and e) than their counterpart of semidiurnal retrograde. The maximum energy density range of semidiurnal retrograde polar motion is slightly smaller in magnitude than the diurnal progrades, but they are distributed more evenly, also compared to the diurnal retrogrades.

In our analysis we also noticed that the period variation in diurnal and semidiurnal prograde case is stronger than in semidiurnal retrograde case. It is well known that tides play a dominant role in exciting sub-daily polar motion. Nearly 60% of the sub-daily polar motion and approximately 90% of the corresponding UT1 power can be explained by the tidal constituents (Chao et al., 1996). Therefore the modeling of tidal variations in polar motion is important. Considering the Liouville equation (Munck

Remarks to Figures 2a and 2b: Figures I and III view the daily maximum energy density and their corresponding periods. Figures II and IV view the sub-daily maximum energy density and their corresponding periods.

and McDonald, 1960) in that context, the complex polar motion can be expressed as a linear combination of exponential functions.

To get a deeper insight into the behavior of those functions, which may represent the excitation of the short-term variability of polar motion (PM) we have analyzed the Effective Atmospheric Angular Momentum (EAAM) data and oceanic tide effects. The EAAM data is derived from wind and pressure data (Salstein and Rosen, 1997) using the effective angular momentum functions of the atmosphere (Barnes et al., 1983). The analysis is expected to lay the corner stone for the deterministic model. To

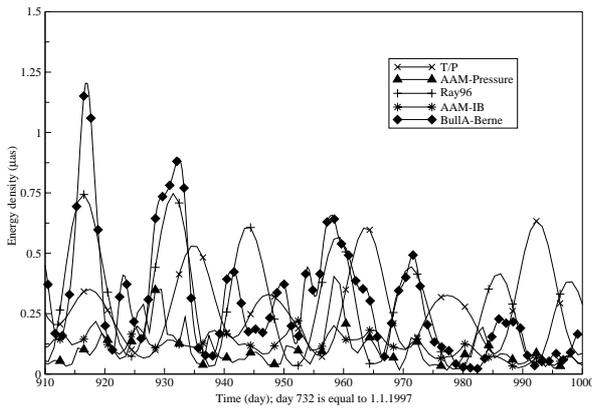


Figure 3 Energy density distribution of prograde polar motion (Bulletin A-Berne), tidal variations (TOPEX/Poseidon model C) and AAM-pressure (reanalyzed NMC).

serve this purpose, we have also analyzed both ocean and atmospheric excitation of earth rotation variability in the time and frequency domain.

The time domain analysis is done using the linear correlation method. For this purpose, the PM data is obtained by taking the Berne-data and filter it using the Butterworth high-pass filter (Arfa-Kaboodvand and Groten, 1998). Though the linear correlation (Pearson correlation) between any two data sets doesn't fully describe the extent of correlation, especially at the presence of non linearity in the correlation, its usage with different delay helps in pattern recognition and to look for the existence and extent of linear correlation. Here, it should be also noted that the mathematical relation between the excitation functions (independent variables) and PM (dependent variable) is incorporating different factors as a multiple of trigonometric functions. Therefore, the correlation analysis given here below is just a preliminary overview of the correlation of the different causes of the excitation of polar motion with the polar motion data and hence will be taken as a direction indicative instead of conclusive result.

The Pearson correlation requires meeting all the assumptions of: linearity of relationships (though, of course, variables may be nonlinear transforms), homoscedasticity, interval or near-interval data and data whose range is not truncated. In our case the independent variable and the PM data are both sampled at an interval of 0.25 days (interval data) and it is assumed that there is the same level of relation between the independent and dependent variables through out the range (homoscedasticity). Moreover, it is known that there exist certain level of linear correlation between the dependent and the independent variables. The criterion of non-truncated data, is also believed to be satisfied for we are investigating diurnal and sub-diurnal effects while the data taken for interpretation spans time range that is more than 6 months.

It is also a known fact that the usage of the correlation coefficient can be misleading in suggesting the existence of more covariation than what actually exists. Therefore, it is customary to use the square of the correlation coefficient at zero delay parallel to the usage of the correlation coefficient itself. From a statistical point of view, the square of the coefficient (or r square) is equal to the percent of the variation in one variable that is related to the variation in the other.

Using these ideas, the auto-correlation of the earth rotation variability and the cross-correlation of the polar motion with the corresponding oceanic tide and atmospheric angular momentum data have been carried out. In this way, perhaps, not the details but rather general trends of oceanic atmospheric interaction and related rotation variability are expected to be detected.

The cross-correlation $r(\tau)$, at a delay of τ , between two series x and y is given by equation (1)

$$r(\tau) = \frac{\sum_i [(x(i) - mx) * (y(i + \tau) - my)]}{\sqrt{\sum_i (x(i) - mx)^2} * \sqrt{\sum_i (y(i + \tau) - my)^2}} \quad (1)$$

Here mx and my are the means of the corresponding series with $i = 1, 2, \dots, N$ and N being the total number of data points in each series. For our purpose it is assumed that the data is cyclic and hence data wrapping is used.

To ascertain whether the two-variable linear correlation coefficient, r , differs significantly from zero, a t test is being used. Here the null hypotheses being the value obtained for r is that of a random sample from a population of paired variable having correlation coefficient of zero. The value of t can be obtained using equation (2).

$$t = \sqrt{\frac{r^2(N - 2)}{1 - r^2}} \quad (2)$$

Where $N - 2$ is the degree of freedom. Then the probability of obtaining value of t equal to or greater than the one computed using equation (2) will be made using standard t distribution tables. If the probability is greater than 0.05 then the correlation will be considered as insignificant.

The autocorrelation of the PM data for sets b (Figure 4) and d (Figure 5) depicted that there is a periodicity in the correlation, with a period of about 7 days. Qualitative comparison of this result with the oceanic tide effect, from Ray96 model (RA), and the cross-correlation of the PM data with the data from Ray96 model (Figure 6) shows that this periodicity is due to causes related to tidal effects.

For the d data set, the maximum correlation between the polar motion data and that from ray96 model occurred at zero delay in the x direction and it has a value of -0.75. Taking the square of this value will give 0.56. As one can see from the P value in Table 1 this correlation is significant. From this, it can be roughly said that 56% of the high frequency (for diurnal and below) variation of this data set is attributed to tidal

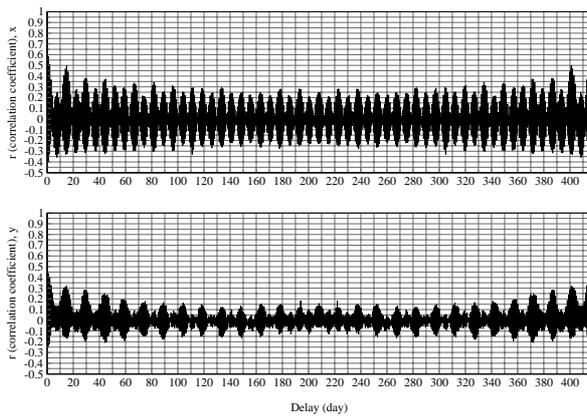


Figure 4 Autocorrelation of PM data (Set b).

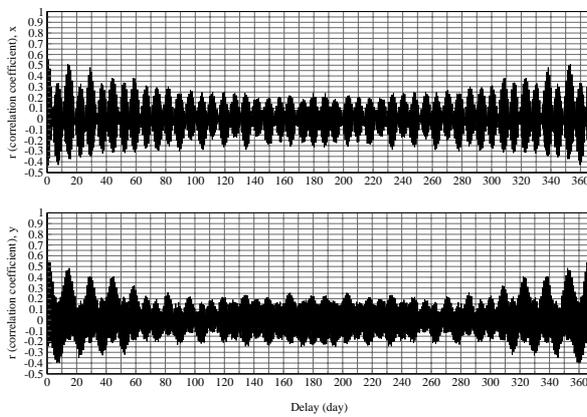


Figure 5 Autocorrelation of PM data (set d).

effects. is a strong correlation between tide and polar motion the statement can be generally accepted. Had it not be the case, the cause and effect relation could have been uncertain, because two data series that are generated by the same cause, but due to two different physical parameters, could have a very good correlation, while one being not the cause of the variation to the other.

The maximum correlation for the *b* data set occurred at zero delay, with a squared value of 0.36. This roughly indicates that about 36% of the high frequency variation

Table 1. The significance of correlation for set *d* (second half), at zero delay.

<i>xy.z</i>	<i>r</i>	<i>r</i> ²	<i>t</i>	<i>p</i>
PM IB	0.398	0.158	9.83	< 0.01
PMRA	-0.750	0.560	31.03	< 0.01
IB RA	-0.412	0.170	10.23	< 0.01
PMPR	0.189	0.036	5.25	< 0.01
PMRA	-0.750	0.560	31.03	< 0.01
PRRA	-0.236	0.056	6.63	< 0.01
PMW1	0.270	0.072	7.10	< 0.01
PMRA	-0.750	0.560	31.03	< 0.01
W1RA	-0.260	0.068	7.36	< 0.01

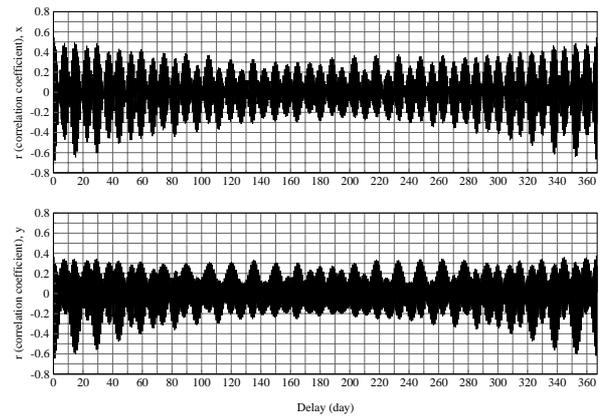


Figure 6 Cross-correlation of PM data with Ray96 model.

of this data set is caused by effects related to tide. The obvious reason for the usage of the *b* and *d* data sets is the minimum time span of one year that both data have. Moreover, the *d* data set has been deducted from a large number of contributing stations with more observation (Rothacher, 1998) and it is represented by high energy density (Figure 2b).

In a similar manner, analysis has been carried out to study the correlation of the data with atmospheric effects. The EAAM data used are those from NCEP (U.S. National Center for Environmental Prediction) as calculated from NCEP/NCAR (U.S. National Center for Atmospheric Research) reanalysis, archived on pressure surfaces (Salstein, 1997; Salstein 2000).

For the wind excitation functions both sets of wind at 10 millibar (WIN10 or W1) and at 50 millibar (WIN50 or W5) are taken into consideration. Similarly the pressure with and without inverted barometer correction are considered as the matter term. Unlike the data from set *b*, the EAAM data for set *d* depicted that the computation of the EAAM has been carried out using two different approaches.

The cross-correlation of all the PM data with all the EAAM data of set *b* is generally weak compared to that of set *d*. Since the pattern of correlation of the *d* data set is found to be similar to the *b* data set the discussion will focus only on the *d* data set with more emphasis given to the second half.

The maximum correlation of polar motion with the matter term of the EAAM data of set *d* (Figure 7) both for the Inverted Barometer (IB) and pressure (PR), shows a relative better correlation compared & MacDonald, 1960; Barnes et al., 1983). Since the win50 value was not available, for the second part of the *d* data set, it has not be analyzed.

The cross-correlation of the second half of the PM data, with the IB data (Figure 7) shows a value which is relatively larger in comparison to the other sets of EAAM

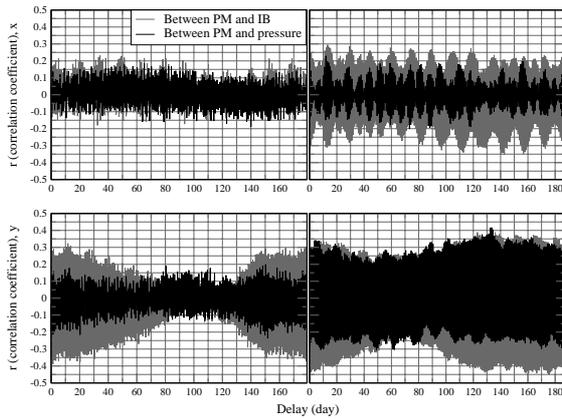


Figure 7 Cross-correlation of PM with IB and pressure data (set *d*).

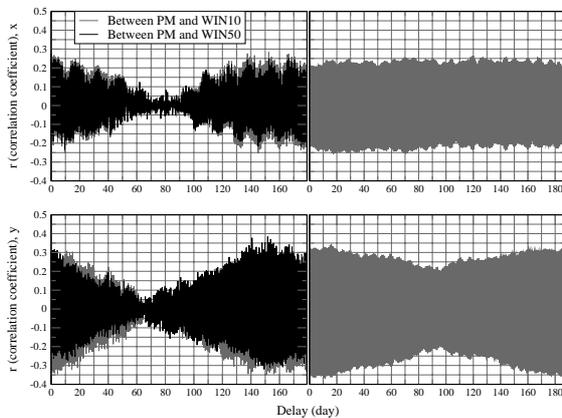


Figure 8 Cross-correlation of PM with Win 10 data (set *d*).

data. However, even this value is only 0.493, in the *y* direction, and it is at a delay of 175.5 days.

In the second half of the correlation of the PM data of set *d* with the IB and pressure (Figure 7) as well as with Win 10 data (Figure 8), it has been observed that there are wave forms that have a period of about 7 days. This is assumed to be related with tide effects.

It is also known that atmospheric tides play a significant role in the periodic variations of the pressure and the wind velocity field and hence on the atmospheric excitation functions (Munk and McDonald, 1960; Zahrov and Pasynok, 2000). Then it is logical to ask if the PM data will have correlation with the part of EAAM data that are not caused by tidal effects after removing all data that are related with atmospheric tide and oceanic tide effects. A first hand and preliminary approach to answer this question can be by using the partial correlation method assuming the significant periods that cause the atmospheric tides are the same as in the oceanic tide.

The partial correlation between two data series *x* and *y*,

when the third data set *z* is controlled ($r_{xy.z}$), is given by equation (3)

$$r_{xy.z} = \frac{r_{xy} - r_{xz} * r_{yz}}{\sqrt{1 - r_{xz}^2} * \sqrt{1 - r_{yz}^2}} \quad (3)$$

Where r_{xy} , r_{xz} and r_{yz} are the cross-correlation between the data set *x* with *y*, *x* with *z* and *y* with *z* respectively. The partial correlation still requires meeting all the usual assumptions of Pearsonian correlation. As we did for the computation of Pearson correlation, here also we have considered that some of the criterion are partially fulfilled and the rest are fully fulfilled.

The interpretation of partial correlation results is normally done by comparing the controlled correlation $r_{xy.z}$ with the original correlation (r_{xy}) and if there is no much difference, both in magnitude and sign, the inference is that the control variables have no effect. If the partial correlation approaches zero, the inference is that the original correlation is spurious, i.e. there is no direct causal link between *x* and *y* because the control variable *z* is either (a) common antecedent causes, or (b) intervening variable. There is another case in which spurious explanation can occurs when r_{xz} and r_{yz} have the same sign, with the result that the partial correlation is lower than the original correlation and thus may be misinterpreted as a full or partial explanation effect.

The computation of the partial correlations, for the different variables, are made using the correlations at zero delay for the second half of the *d* data set. This data set is selected because it showed the best correlation among the different variables. To carry out the computation one of the independent variables is controlled in turn and the correlation of dependent variable with the other independent variable is made using equation (3).

The t test for the partial correlation is made in a similar fashion to *r*, by using the partial correlation coefficient ($r_{xy.z}$) instead of *r* in equation (2). Here also, if the probability is more than 0.05 then the correlation will be considered as insignificant.

The result which is listed in Table 2 shows that the partial correlation (r_p) of the PM with EAAM data, specially their square value (r_p^2), are reduced significantly, when the data from Ray96 model is controlled. However, it is interesting to note that the partial correlation of the win10 data is pronounced compared to the pressure data, when the the data from the Ray96 model is controlled.

The above discussion in general leads us to the alternative choices, that either the original correlation between PM and EAAM data is spurious or the explanation itself is spurious. Having known the effect of tides on the atmosphere, here we have considered the former alternative. The explanation that can be given to understand the outcome is that the data from the Ray96 model and the large part of the EAAM data have a common antecedent cause,

Table 2. The significance of the partial correlation for the second half of the d data set, at zero delay.

$xy.z$	r_p	r_p^2	t_p	p_p
PMIB.RA	0.148	0.022	4.05	< 0.01
PMRA.IB	-0.701	0.491	-26.69	< 0.01
IBRA.PM	-0.187	0.035	-5.17	< 0.01
PMPR.RA	0.019	0.000	0.51	0.610
PMRA.PR	-0.739	0.546	-29.80	< 0.01
PRRA.PM	-0.145	0.021	-3.98	< 0.01
PMW1.RA	0.117	0.014	3.21	< .001
PMRA.W1	-0.731	0.535	-29.10	< 0.01
W1RA.PM	-0.090	0.008	-2.46	< 0.01

which is the tide. Here it should be noted that, this saying doesn't exclude the interaction of the ocean and the atmosphere in which one is intervening to the other.

Though a conclusive result can not yet be given with certainty, the outcome of our discussion lead to the conclusion that the daily and sub-daily EAAM data are mainly caused by atmospheric tides.

As mentioned above, the interpretation of the data as given here has to be done with great care and caution; this can only be considered as an attempt to get the best information from the data. The real picture can only be seen by also taking into account the result of the deterministic part. Moreover, the above discussion reveals that it is necessary to handle the modeling in a deterministic way so that one can study the effects of oceanic tides on polar motion separated from the effect of the EAAM. Otherwise the modeling process by simply using analytical functions that are dependent on a series of periodic functions for either of the effects separately might lead to the removal of the effect caused by the other as if it is caused by the modeled parameter. Therefore, such modeling process should be done with a great care.

4 Deterministic approach

The aim of the deterministic model is to reproduce the measured polar motion data from available information on forces that are causing it, using physical laws. The physical law that govern the relation between the perturbing forces and the earth rotation variability is given through Liouville equation (Munk and McDonald, 1960). Here, we focus only in the linearized form of Liouville equation (equation 4).

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{\sigma_E} \frac{dm_x}{dt} + m_y &= \phi_y \\ \frac{1}{\sigma_E} \frac{dm_y}{dt} - m_x &= -\phi_x \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Where m is the measure of the pole position and ϕ is the excitation function. Wherever the subscripts x and y appear it is meant that the components are equatorial com-

ponents in the direction of the Greenwich meridian and 90°E longitude respectively. σ_E is the Euler frequency.

If we assume that the excitation is caused by the external torque and the atmospheric angular momentum only, then we can write the right hand side of equation (4) as

$$\left. \begin{aligned} \phi_x &= \chi_x + \frac{d\chi_y}{dt} - L_y \\ \phi_y &= \chi_y - \frac{d\chi_x}{dt} + L_x \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

Here L is the external torque and χ is the AAM function, which is the sum of the matter and motion terms (Barnes et al., 1983). Since the main aim of the present work is to model the effect of the atmosphere in the daily and sub-daily polar motion, we will simplify the problem by assuming that there is no external torque ($L = 0$) and use the EAAM instead of the AAM function. In this case, in equation (4) we use σ_c (Chandler frequency) instead of σ_E (Barnes et al., 1983).

Since the theoretical, time dependent, functional behavior of χ is unknown the solution can be found from measured data using numerical techniques. This can be done by either solving the differential equation numerically, which will involve numerical differentiation, or solving the differential equation for m and carry our numerical integration. We preferred to use the later approach which makes use of numerical integration. The reason behind this preference is that, in the low frequency spectrum where the signal/noise ration is relatively low numerical differentiation will intensify the effect of noise.

The solution of the differential equation (4) using (5) is

$$\left. \begin{aligned} m_x(t) &= \sin \sigma_c t \left[-m_y(0) + \int_0^t \xi(\tau) d\tau \right] \\ &+ \cos \sigma_c t \left[m_x(0) + \int_0^t \eta(\tau) d\tau \right] \\ &- \frac{\sigma_c}{\Omega} \left[\chi_x(t) - \alpha(t) \right] \\ m_y(t) &= \cos \sigma_c t \left[m_y(0) - \int_0^t \xi(\tau) d\tau \right] \\ &+ \sin \sigma_c t \left[m_x(0) + \int_0^t \eta(\tau) d\tau \right] \\ &- \frac{\sigma_c}{\Omega} \left[\chi_y(t) - \beta(t) \right] \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Here

$$\left. \begin{aligned} \xi(\tau) &= c_1 (\chi_x(\tau) \cos \sigma_c \tau + \chi_y(\tau) \sin \sigma_c \tau) \\ \eta(\tau) &= c_1 (\chi_y(\tau) \cos \sigma_c \tau - \chi_x(\tau) \sin \sigma_c \tau) \\ \alpha(t) &= \chi_x(0) \cos \sigma_c t - \chi_y(0) \sin \sigma_c t \\ \beta(t) &= \chi_y(0) \cos \sigma_c t + \chi_x(0) \sin \sigma_c t \\ \chi &= \chi^p + 1.43 \chi^w \\ c_1 &= \left(1 + \frac{\sigma_c}{\Omega} \right) \sigma_c \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

where χ^p is the matter term and χ^w is the motion term. Equations (6) and (7) are readily available to compute the effect of atmosphere on polar motion, using numerical techniques. At present we are testing this relations in the computation of the diurnal and sub-diurnal polar motion from EAAM data and try to understand the impact of linearization in the modeling process of polar motion.

5 Conclusions

Results showed that the cross-correlation of PM with EAAM data, at some time spans, have periodicity with a period of about 7 days. The correlation of PM data with the Ray96 model and the EAAM data, at a different delay, indicated that this periodicity are caused by tide effects. This result is also conformed through the usage of the partial correlation method. Moreover, it has been observed that the major contribution to the PM in the diurnal and semi-diurnal band comes from tidal effects. This in turn leads us to the conclusion that the modeling process should be done in a deterministic way so that one can study the effects of oceanic tides on polar motion separated from the effect of atmospheric tide. Otherwise, the modeling of the tide effect by using a series of periodic functions dependent analytical methods might lead to the removal of the effect of the atmosphere together with the oceanic tide effects as if they are caused by oceanic tide.

The correlation analysis also indicated that the matter term is more correlated with the PM data than the motion term at the diurnal and sub-diurnal band. This is in agreement with previous findings.

Satellite data such as the GPS results as applied by us suffer, in general, from orbital modeling. This is a serious limitation. As non-linearities are also often significant in this context (mainly in case of small amplitudes) the linearization for deterministic modeling has to be done extreme carefully. Because of this reason, it has been preferred to formulate the deterministic approach, so that numerical integration can be used instade of differentiation to avoid the amplification of the noise in the modeling process. In general we found that the analysis of the tidal as well as of the non-tidal part is worth being further investigated.

Acknowledgment

The financial support by DFG is well appreciated. Data are used from the Astron. Institute of Berne University, the International Earth Rotation Service (IERS) and U.S. National Center for Environmental Prediction (NCEP).

References

- [1] Arfa-Kaboodvand, K., Groten, E., 1998, Einsatz des wavelet-Transforms zur Untersuchung der kurzperiodischen Variation der Polbewegung, *Zeitschrift für Vermessungswesen*, 123, 8, 259-265.
- [2] Arfa-Kaboodvand, K., Groten, E., Zavoti J., Varga P., 1999a: Stochastische und deterministische Analyse sowie Modellierung der Erdrotation mit Schwerepunkt: Polschwankung und DUT1 (LOD), basierend auf GPS-Daten (3. DFG-Rundgespräch zum Thema Bezugssysteme), *Mitteilungen des Bundesamtes für Kartographie und Geodäsie*, Verlag des Bundesamtes für Kartographie und Geodäsie, 5, 126-133.
- [3] Arfa-Kaboodvand, K., Groten, E., 1999b; In subdiurnal effects in Earth rotation, *Studia geophysica et geodaetica*, Academy of Sciences of the Czech Republic, 3 (43), 275-283.
- [4] Barnes, R. T. H., Hide, F. R. S., White, A. A. and Wilson C. A., 1983, Atmospheric angular momentum fluctuations, length-of-day changes and polar motion, *Proc. R. Soc. London*, A387, 31-73.
- [5] Chao B. F., Ray R. D., Gipson J. M., Egbert G. D., and Ma C., 1996, Diurnal/semidiurnal polar motion excited by oceanic tidal angular momentum, *Journal of Geophysical Research*, Vol. 101, No. B9, 20,151-20,163.
- [6] IERS, 1988-1998, IERS Annual Report for 1988-1998, Observatori de Paris, France.
- [7] Munk, W. H., and MacDonald, G. J. F., 1960, *The Rotation of the Earth* (323 pages), Cambridge University Press, Cambridge.
- [8] Salstein, D. A., and R.D. Rosen, 1997, Global momentum and energy signals from reanalysis systems, Preprints, 7th Conf. on Climate Variations, 344-348, American Meteorological Society, Boston, MA.
- [9] Salstein, D. A., 2000, Atmospheric Excitation of Polar Motion; Polar Motion: Historical and Scientific Problems, IAU Colloquium 178, ASP Conference Series, Vol. 208, 437-446, eds. Dick, S., McCarthy, D. and Luzum, B.
- [10] Rothacher, M., 1998, Recent Contributions of GPS to Earth Rotation and Reference Frames, *Habilitationschrift*, Druckerei der Universität Bern.
- [11] Zhariv, V.E. and Pasynok, 2000, Atmospheric Angular Momentum Variations and Diurnal Polar Motion; Polar Motion: Historical and Scientific Problems, IAU Colloquium 178, ASP Conference Series, Vol. 208, 555-564, eds. Dick, S., McCarthy, D., and Luzum, B.

UT1 series 1955.5–1962.0 and their continuity

JENS BIELE¹

Zusammenfassung

Im Rahmen eines Reviews von Erdrotations- (UT1-) Daten analysiere ich hier UT1-Daten im Zeitraum 1955–1962, als Atomzeitskalen (Vorgänger von TAI) erstmals verfügbar wurden. Die seinerzeit eingeführte Atomzeit, noch nicht international koordiniert, ersetzte damals die rein astronomisch definierte (und nur a posteriori verfügbare) Ephemeridenzeit (ET) als Referenz, gegen die UT1 verglichen werden kann. In den letzten Jahren sind Re-reduktionen von UT1 veröffentlicht worden, scheinen aber noch nicht weithin bekannt zu sein; es wird gezeigt, dass von 1956.0 bis ca. 1983 der neueste Datensatz von Vondrák die derzeit offenbar beste Zeitreihe ist, während für den kurzen Beobachtungszeitraum vor 1956.0 größere Unsicherheiten bleiben. Die Kontinuität der Vondrák'schen Reihe mit den rein astronomischen Beobachtungen vor 1955.5 und den IERS-Reihen nach 1962.0 wird analysiert.

Abstract

In the context of a review of Earth Rotation (UT1) data, I analyse UT1 data for the period 1955–1962 when atomic timescales (predecessors of TAI) were introduced. Atomic time replaced and continued, in this period, the purely astronomic Ephemeris time (ET) as a standard against which UT1 can be compared. New reductions of these early observations have become available over the past years, but are not yet recognized widely. It is shown that from 1956.0 until about 1983, Vondrák's dataset should be used, whereas for the first half year of regular data (1955.5 to 1956.0) larger uncertainties persist. Continuity with the purely astronomical data before 1955.5 and the standard IERS data sets after 1962.0 is analysed.

1 Introduction

For many geophysical analyses of the Earth's rotation, long, homogeneous and accurate time series are required. The International Earth Rotation Service, IERS, has (until recently) been publishing data on UT1–TAI only from 1962.0 onwards, while early accurate measurements reach back to the year 1955. Various authors (e.g. Liao

and Greiner-Mai, 1999) have used different sources for those “missing” 7 years; as we will see, these data sets differ quite significantly among themselves and may lead to errors in work based upon them. This paper shall contribute to establish a well-referenced time series of UT1–TAI since 1955.

2 Historical Outline

Before about 1955, UT1 could only be compared to Ephemeris Time (ET), which was realized by observation of the Moon's motion. Typical errors of a single (lunar occultation) observation were ± 0.9 sec; systematic errors might reach ± 0.1 sec.

In the years 1954–55, atomic time standards based on the Cs-137 microwave resonance became operational (Essen et al., 1958; Markowitz et al., 1958); the first comparisons with ET, beginning in 1955, served to determine the length of the Ephemeris second in terms of the caesium frequency, but also allowed monitoring of the variable rotational speed of the Earth. Note that the first atomic “clocks” were operated only intermittently in order to calibrate and monitor the frequency of permanently running Quartz clocks. In 1955, the United States Naval Observatory (USNO) established its atomic timescale A.1 (which has an offset to TAI, see below) and performed regular (at first, only monthly) comparisons with UT1 (McCarthy, 1976). One needs to be careful when Universal Time Coordinated, UTC, is mentioned in early work: UTC was only internationally defined after Jan. 1, 1961; before, each national timekeeping agency used its own definition of UTC (usually some atomic timescale steered with offsets and frequency biases to match UT2 closely and transmitted by longwave radio signals). UT1 observations during those early years were, of course, optical observations of transits of stars, usually by photographic zenith tube (PZT). Therefore changes in the adopted astronomical constants (e.g. the aberration constant) and errors in the star positions are reflected in the UT1 data.

Guinot (1993), unpublished, gives a comprehensive history of atomic timescales and UT1 determinations in the “early years”. Below I cite his letter (translation from French into English by J. Biele et al.):

The different questions that you had asked about the

¹ DLR Cologne RS-MUSC, Linder Höhe, D-51147 Köln
email: jens.biele@dlr.de

old values of UT2 and TAI have no satisfactory answers. I have already asked myself the same questions, but after some work I gave up trying to forward any 'official' values. Anyway, here comes some information on this subject.

1. Atomic Time Scale continuous with TAI

July 1955 – end of 1957 AM
(Scale made with help of caesium standards of the NPL and Research Laboratory of the Navy (Washington)).

1st January 1958 – end of 1968 A3
(Scale made until the end of 1965 with help of 3 standards. After this, the number of standards has increased, whilst the same acronym has been preserved.)

1st January 1969 – end of 1970 TA \equiv TA(BIH) \equiv AT \equiv AT(BIH)
(Scale made as average of time, whereas before we used to make an average of frequency.)

1st January 1971 - Nowadays TAI
In the following we apply the name TAI for all these scales, which are, I repeat, continuous.

2. Values of UT2–TAI

1st January 1962 – today: The BIH has published a series 1962–1968 which is homogeneous with the remainder in the annual report of 1970.

1955–1962: There is only the TU2def. of Stoyko. These values have been calculated in a very different way and actually they are not homogeneous with the data above. For example, on 1st January 1962, the difference between the two groups of data was at about 6 msec. The difference was almost 0 on 25th May 1962. What can be done? Nothing reasonable! We can either accept the jump or we can connect the values in May 1962.

Here I enclose, as manuscript, the values of TU2def. – TAI that I have reconstructed.

3. Values of TAI–WWV

We can deduct these from the following quantities:

TU2def. – TAI (the same as I have calculated and which I have enclosed here).

TU2def. – WWV (published in the BIH Bulletin Horaire, series "letter").

Besides, the values of TAI–WWV are given in the BIH no. 3, series H, and, by the list in each BIH "letter", by the indication WWV3. Note: These values are given at 20^h UT.

4. Values of TAI–A1 (USNO)

Here, a warning is appropriate:

– I do not know what A1 was before the year 1967.

- Before 1967, the uncertainties of frequency could be of the order of 1×10^{-10} , meaning 3 msec per year; this can not be neglected in terms of UT1.
- Before 1967, we compared only the frequencies. The comparison of scales of times could be affected with accumulated errors that could be at the level of some msec/year.

The first comparisons of times per transport of clocks took place in 1967. In the annual report of BHI, 1968, we can find the first results. There were:

13th April 1968 TAI (\sim A3) – A1 = 34410 μ sec.

In my opinion, there is no disadvantage to set that value before. True, we are then going to make an error not negligible on the values of UT1 – atomic times, but I can not see how to avoid it.

According to this, everything here above is very disappointing, but nothing allows us to project the today's accuracy into the past. Even if we can improve the homogeneousness of UT1, there will be some inaccuracy on the time reference. But these inaccuracies are long-term. This illustrates, once more, the distinction between the "times"; the astronomical one is directly measured while the atomic one is "integrated".
(end quote)

I will show below that some of Guinot's concerns can be resolved and a homogeneous data set does exist now.

3 Data sources considered

3.1 Essen, Markowitz et al.

Essen et al., 1958; Markowitz et al., 1958; Markowitz, 1959. These short papers report the earliest data. The points given in Markowitz (1959) in Fig. 8; they show a systematic bias of up to 1 sec compared to other data, as will be shown below.

3.2 BIH reports of 1955–62 / Morrison

It proved extremely difficult to find the old volumes of "Bulletin Horaire" of the BIH (Bureau International de l'Heure), except Stoyko (1960), reporting only the data 1955.5–1960.0; the data, however, are reprinted in Morrison (1978), table 5, which is on microfiche). The latter paper gives TAI–UT2 and UT1–UT2 (1955 July 1–1961 Dec. 26) rounded to 0.01 sec in 10d-intervals; they apply for 0^h UT. Data for 1962–1972 are given as well, but are not revised (change of astronomical constants, see BIH annual report for 1970) as was done in the BIH series; Morrison mentions that this can produce differences to the revised BIH series which can reach 10 msec in 1962 and remain less thereafter. I use here a series (Morrison (2001), priv. comm.) that Morrison sent me; it consists of UT2–TAI given to 0.0001 sec at 10-day interval,

starting on JD 2435294.5 = 1955 July 6.0 and ending JD 2437664.5 = 1961 December 31.0 (which differs from Morrison (1978)). No uncertainties are given. Morrison suggests to obtain UT1–TAI by subtracting the conventional expressions ΔUT2 (see below, page 80). Morrison also comments that in these early data some tidal terms (short-period ones ?) were not removed; these tidal terms are removed in more recent data. So, in this respect, the data-set is not entirely homogeneous. The data from Morrison's file seem to be identical (to 0.01 sec) to table 5 given in Morrison (1978). The one series was moved 5 days with respect to the other probably to bring it into phase with occultation observation series.

3.3 A1(USNO)

A1 is the timescale of the United States Naval Observatory and described by McCarthy (1976). The actual values of A1–UTC and A1–UT1 (to 0.0001 sec in 1-day intervals for 1955.999–1982.182) were provided by McCarthy (D. D. McCarthy, priv. comm. 2000); no uncertainties are given. See also the comment by Guinot, page 78. The epoch of A.1 was defined such that on Jan. 1, 1958, 0^{h} UT2 , $A.1 = 0^{\text{h}}$ (exact). Before 1967, August 20, the U.S.N.O. (United States Naval Observatory) provided broadcast time signals called UT2C, i.e. a steered timescale that was kept to within 0.1 sec to UT2. Offset: $A.1 - \text{TAI} = 0.0343985$ sec on 3 Jan 1972 with a rate not exceeding $\pm 5 \times 10^{-13}$ (McCarthy, 1976); this is consistent with the 1968 measurement, Guinot (1993). From the data, we can derive $\text{TAI} - \text{UTC}(\text{USNO}) = (A.1 - \text{UTC}) - 0.0343985$ sec which is *not* identical to $\text{TAI} - \text{UTC}(\text{BIH/IERS})$; differences of up to 4 msec (in 1962) occur. A minor correction of 1.85×10^{-5} sec to this difference is necessary to bring it, after 1972.0, exactly in line with $\text{TAI} - \text{UTC}$ as given by IERS. Thus,

$$\Delta T = A.1 - \text{UT1} + 32.14962 \text{ sec.}$$

3.4 Stoyko/Guinot/Gambis dataset

This data-set was provided by D. Gambis (priv. comm., 1995, referred to in Guinot (1993)) and probably based on the early data reported by Stoyko (1960). The data seem to be based on the Paris Danjon astrolabe observations and have been processed in an unknown way (see discussion below). The data file gives, for MJD 435289.0 to MJD 438759.0, apparently UT1–TAI (not UT1–UTC as printed in the header) to 0.00001 sec at 10-day interval until 1958.0 and at 5-day interval thereafter with a constant uncertainty of 2 msec.

The original data-set of Stoyko (1960) has also been considered. The author gives (from 1955 July 1 to 1959 December 27, every 5 days, to 0.1 msec) a list of UT2–TAI of different laboratories (and their unweighted arithmetic average) with each timescale TAI(i) normalized to $\text{UT2} - \text{TAI}(i)(1958, \text{Jan.1}) = 0$. For 1955 and until

July 1956, the data rest only one one laboratory, that is the National Physical Laboratory, NPL, in Teddington. Later, the timescales of up to up to 5 laboratory have been averaged, although strong systematic trends between them (reaching tens of msec) are clearly visible.

3.5 Greiner-Mai/Liao transformation of BIH data

Described in Liao and Greiner-Mai (1999) and (Liao, pers. Comm., 2001). This series is based on connecting the Morrison (1978) series with the IERS series after 1962.0 and correcting the former with empirical terms (there were a constant term and some periodic terms fitted by using least square method to the differences of two data systems in common time period (1962–1971)). All data were weakly smoothed and interpolated at monthly intervals.

3.6 Vondrák's re-reductions

The following data sets were provided by J. Vondrák (priv. comm. 2000, 2001) and are described in Vondrák et al. (1995), Vondrák et al. (1998), Vondrák and Ron (2000), Vondrák and Ron (2000d), and Ron and Vondrák (2001). In short, the values of instantaneous latitude and UT0–UTC observations made at a set of selected observatories and based on individual star observations have been collected by Vondrák and co-workers at the Astronomical Institute in Prague during the past years. They were recalculated using the most recent astronomical standards and the Hipparcos catalogue (in older solutions the Hipparcos input catalogue is used) as a celestial reference frame, and used to determine the Earth orientation parameters (polar motion, celestial pole offsets and Universal time after 1956.0) with 5-day resolution. In all solutions, Vondrák et al. say they use the atomic timescale (TAI and its predecessors A1, A3..) since 1956; they did, however, not attempt to analyse the observations in 1955.5–1956.0 because of the lack of information on comparison of local clocks used at observatories with then brand new atomic clock scales.

1. Vondrák et al. (1995) (=IERS C01 1956-62). Data taken from IERS server. Hereafter called Vondrák(1).
2. Vondrák et al. (1998). Hereafter called Vondrák(2).
3. Vondrák and Ron (2000). Hereafter called Vondrák(3).
4. Vondrák and Ron (2000d) and Ron and Vondrák (2001). Hereafter called Vondrák(4). This solution is available on the web page of the IERS, IERS (2001) and called OA00 there.

3.7 JPL series

NASA/JPL maintain combined EOP series known as SPACEyyyy, COMByyyy, and POLEyyyy (Gross,

2001b), where yyyy stands for the year of analysis (I use yyyy=2000 here). Here independent Earth orientation measurements taken by the space-geodetic techniques of lunar and satellite laser ranging, VLBI, and GPS have been combined using a Kalman filter. The resulting EOP series, SPACE2000, has been combined with optical astrometric measurements (from the B.I.H.) to form COMB2000 with daily UT1 values (and rates) that span from January 20.0, 1962 to January 5.0, 2001.

For the study of decadal LOD variations Gross (2001a) produced another series, LUNAR97, a combined length-of-day series spanning 1832–1997. This has been done by merging Jordi’s (1994) lunar occultation series, Vondrák’s series (it is not quite clear, which one) and COMB97 with a Kalman filter and applying heavy smoothing: 5 year moving averages for 1832.5–1879.5, 3 years for 1880.5–1955.5 and 1 year thereafter. All (solid Earth, ocean) tidal effects for periods between 5 days and 18.6 years have been removed. Only LOD values, rather excess LOD variations

$$\Delta\Lambda = -\Lambda_0 \frac{d(\text{UT1} - \text{TAI})}{dt}$$

(with $\Lambda_0 = 86400$ sec) and their uncertainties in yearly intervals are given. I re-calculate $\Delta T(\text{LUNAR97})$ by integrating a spline-representation of $\Delta\Lambda$, and determine the integration constant by comparison with COMB2000 (with all tidal terms and the conventional annual terms removed) in the interval 1962–2001. The integration constant I obtain is 8.2949 ± 0.0107 sec. For comparison with the other timeseries discussed here, I also add back the large (amplitude 0.17 sec) 18.6 year tidal term in UT1 and the conventional annual terms which are also suppressed in the original LUNAR97 series.

3.8 IERS series

IERS EOP C01: 1997 IERS system, at 0.05 year interval (1890 – now); for UT1 since 1956.0 based on Vondrák et al. (1995).

IERS EOP C04: 1997 IERS system, daily, slightly filtered, tidal terms present, uncertainty 1962-67 given as ± 2.0 msec.

These data sets can be accessed via the IERS server in Paris (IERS, 2001).

4 Analysis

I reduce all data sets to $\Delta T = (\text{TAI} + 32.184\text{sec}) - \text{UT1}$. ΔT is a continuation of $\Delta \text{ET} = (\text{ET} - \text{UT1})$.

Note that some time series are given as UT2, i.e. UT1 with the seasonal variation removed by a conventional formula with an amplitude of about 30 msec. There are two conventional formulas before and after March 1,

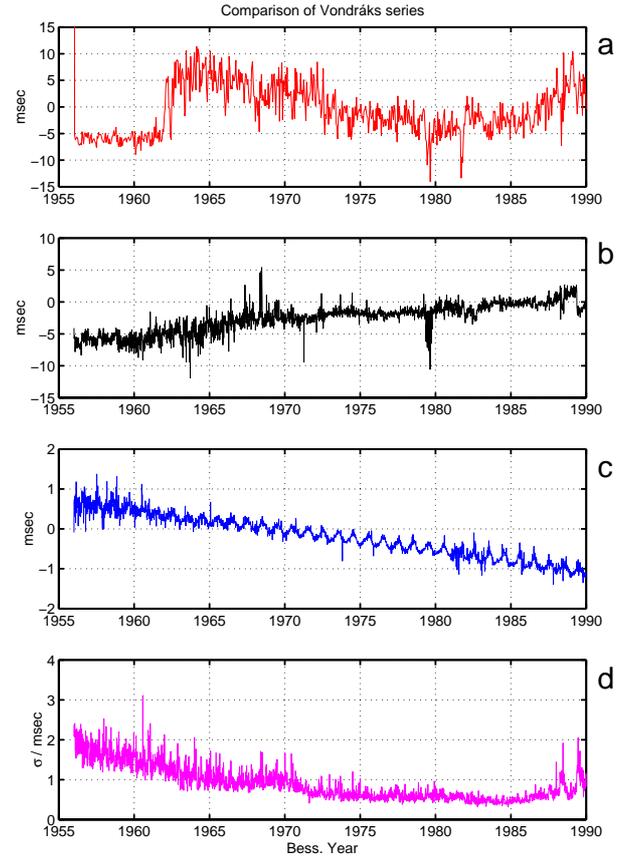


Fig. 1: Comparison of Vondrák’s older solutions (1,2,3, panel (a) to (c)) with Vondrák(4). The standard deviation of the most recent (4) solution is given in panel (d). Note the different ordinate scales !

1962 (at that instant of time the difference between the two formulas is zero; else it they differ by up to 6 msec):

$$\begin{aligned} (\text{UT2} - \text{UT1})/\text{seconds} &= \\ &= 0.0220 \sin(2\pi t) - 0.0170 \cos(2\pi t) \\ &\quad - 0.0070 \sin(4\pi t) + 0.0060 \cos(4\pi t); \end{aligned}$$

this is the BIH formula adopted 1955, valid up to March 25, 1962, and

$$\begin{aligned} (\text{UT2} - \text{UT1})/\text{seconds} &= \\ &= 0.0220 \sin(2\pi t) - 0.0120 \cos(2\pi t) \\ &\quad - 0.0060 \sin(4\pi t) + 0.0070 \cos(4\pi t) \end{aligned}$$

after March 25, 1962, where

$$t = 2000. + (\text{MJD} - 51544.03)/365.242199$$

is the Besselian year.

Large discrepancies (up to 0.1 sec) exist between some data sets (see Fig. 2, Fig. 7), much larger than the claimed uncertainty (few to tens of msec). This is thought not to be due to observational errors in optical observations, but differences in underlying timescales and reductions (UT1–UT2 conventional formulae, tidal reductions, use of different definitions of UTC, use of different reference systems).

In the following figures I show the differences of data sets to the most recent one, Vondrák(4). To calculate the differences I interpolated the solution (4) by cubic splines and subtracted these values from the other data points.

First of all, Fig. 1 shows a comparison of the evolving results of Vondrák, namely the solutions Vondrák(1,2,3) compared to the Vondrák(4) solution along with the formal uncertainties of the latter. The analysis extends from 1956.0 to the 1990ies (we will restrict ourselves here to 1990.0) and has a mean time resolution of 5 days, which in fact varies between about 2.7 and 23 days. It is obvious that the two oldest solutions show differences up to 10 msec and strong trends. In the solution (3) the discrepancies have diminished to almost always less than 1 msec (there is a systematic trend plus an annual term,

$$\begin{aligned} \text{Vondrák(3)} - \text{Vondrák(4)} \approx & \\ \approx & + 5.103 \times 10^{-5} (\text{year} - 1969.31) + \\ & + 0.000113 \cos(2\pi \cdot \text{year}) \text{ [sec] } \end{aligned}$$

which is well within the combined error bounds of the two solutions. It is clear that the 1995 solution Vondrák(1) (still presently used in IERS EOPC01) is considerably less accurate, since it is based on the HIPPARCOS input catalogue (INCA), while the more recent solutions are based on the HIPPARCOS catalogue itself with various improvements (especially regarding double and multiple star corrections).

In Fig. 2 Gambis' dataset is compared to Vondrák(4). We recognize a steep jump of about 0.4 sec from 1961.0 to 1962.0. Careful analysis shows that although the header in the file suggests the data being UT1–UTC, they must be UT1–TAI; furthermore, there is no jump in TAI–UTC in 1961 that is larger than 45 msec. Possibly somebody had tried to bring the old data in line with the more modern post-1962.0 series or the definition of TAI used here changed during the year 1961. Obviously, one should ignore these data.

Stoyko's series is compared, in Fig. 3, to Morrison (2001). First, Stoyko's data have been converted into UT1 by applying the old conventional ΔUT2 -formula and normalized to the Vondrák(4) value at January 1, 1958, which meant subtracting 0.00053 sec from Stoykos series. A constant offset of 10.9 msec is obvious, and a scatter of a few msec around this value. Had the normalization of Stoykos data set been done with the Morrison (2001) series at January 1, 1958, then the offset would be near zero; it can be concluded that the Stoyko data are nearly identical to Morrison's values, with an rms of 1.55 msec.

Fig. 4 presents Morrison's (2001) series. Differences to the Vondrák(4) solution are surprisingly small, except pre-1962.0 where deviations up to 35 msec occur. Note that this series continues back to 1955.5. The systematics of the differences between 1965 and 1990 resemble the trend in fig. 11 and could be due to deficiencies in the merging of primarily ground based optical and space-based techniques; see discussion in section 5.

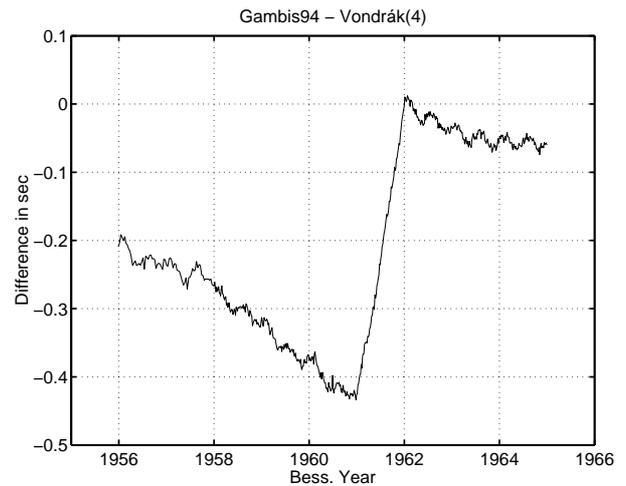


Fig. 2: Comparison of Gambis (1994) with Vondrák(4).

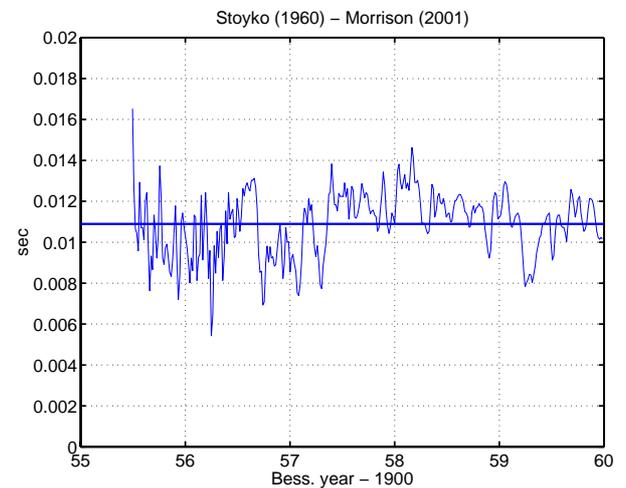


Fig. 3: Comparison of Stoyko (1960) with Morrison (2001).

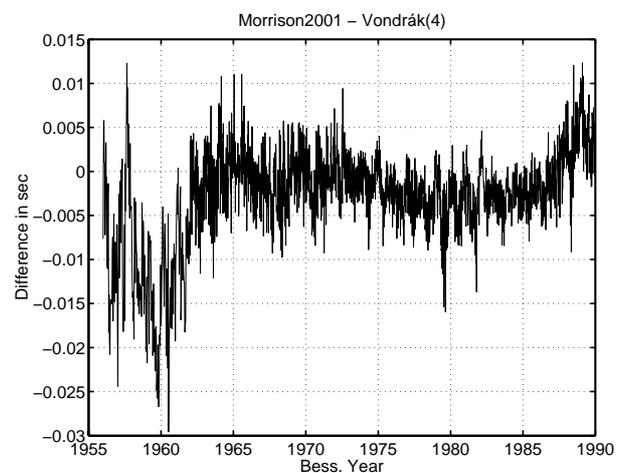


Fig. 4: Comparison of Morrison (2001) with Vondrák(4). Morrison (1978) gives the same data but rounded to 0.01 sec and only up to 1972.0.

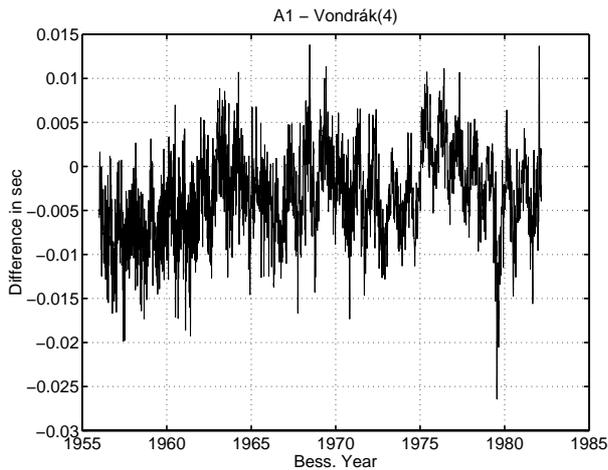


Fig. 5: Comparison of USNO’s A1 data (McCarthy, 2000) with Vondrák(4). A1 has first been transformed to TAI using a constant offset (see text).

The A.1 data are plotted in Fig. 5. A negative bias of about 5 msec is obvious, plus periodic terms in the range of 10 msec amplitude. A suspicious jump occurs 1975.0 and there is an outlier at 1979.55.

JPL’s COMB2000 series is compared to Vondrák(4) and EOPC04 in Fig. 6. Systematic trends reaching 10 msec for the Vondrák case and 6 msec for the IERS C04 are visible, as well as very good agreement between COMB2000 and EOPC04 after about 1984.

The re-analysed data of Liao and Greiner-Mai (1999) are shown in Fig. 7. They are based on the Morrison (1978/2000) series but “corrected” prior to 1962.0. Obviously the correction introduced serious errors, as the differences to Vondrák(4) now reach 0.1 sec !

Summarizing, only the Vondrák, A.1 and Morrison series seem to be accurate and reliable pre-1962. The Morrison (2001) data are the only ones that extend back to 1955.5, with a probable uncertainty (judging from the comparison with Vondrák(4) in the period 1956.0–1962.0) of at least 30 msec.

5 Continuity to ET before 1955.5

Morrison (1979) made an analysis of 14000 lunar occultations in the time range 1943.0–1955.5 and fitted the UT1–ET results with a parabolic formula. The underlying lunar theory was LE/j=2 (IAU 1968), $\dot{n} = -26''/\text{cy}^2$, the star catalog FK4 was simultaneously corrected; UT1–ET was adjusted to give 31.24 sec on July 1, 1955 and represented by a parabolic formula (originally a cubic fit,

$$\begin{aligned} \Delta\text{ET} = & 31.24 + 0.3310(\text{year} - 1955.5) \\ & - 0.0090(\text{year} - 1955.5)^2 \\ & + 0.0002(\text{year} - 1955.5)^3 \end{aligned}$$

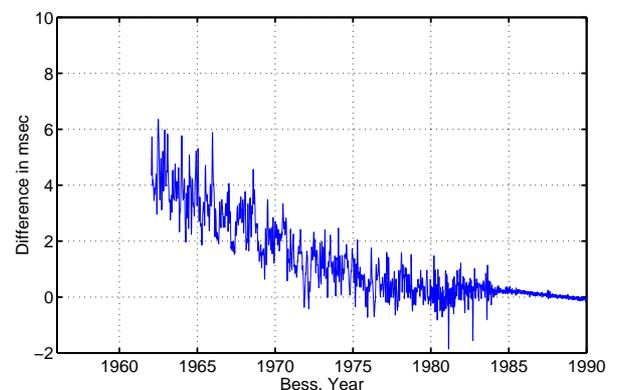
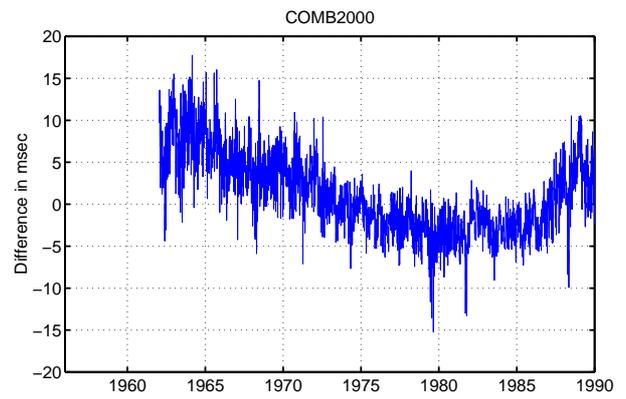


Fig. 6: Comparison of JPL’s COMB2000 (daily) data (Gross, 2001) with Vondrák(4) (upper panel) and with IERS EOPC04 (lower panel), 1962–1990.

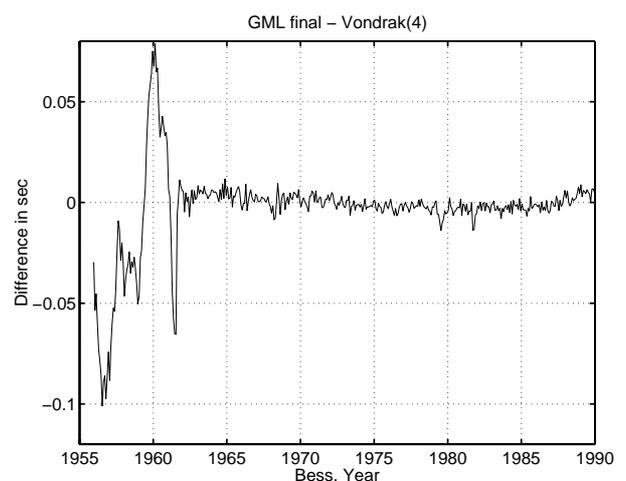


Fig. 7: Comparison of Liao’s (1999) final combined series with Vondrák(4). Clearly the methods used to transform the early data to the IERS system lead to a degradation of the series.

which was cut off after the quadratic term). I use an improved quadratic formula,

$$\Delta ET = 31.221 + 0.3123(\text{year} - 1955.5) - 0.0128(\text{year} - 1955.5)^2,$$

here, which was fitted to the original cubic equation (maximum difference 0.02 sec compared to an error of up to 0.4 sec if the cubic term is simply neglected). After Morrison, the uncertainty of this formulation is about 0.1 sec.

Markowitz (1959) reports the measurements with photographic zenith tubes (PZTs) and the dual-mode moon position camera performed from 1952–1958 at Richmond and Washington, U.S.A. Until 1955.5 the PZT measurements were compared to quartz-crystal clocks, and the seasonal variation could be retrieved quite accurately; after 1955.5, AT–UT1 is given where AT is the provisional atomic timescale (later A.1). The moon camera gives semi-annual ΔET values since 1952.75. Smoothed values, based on transit circle observations and occultations derived by Brouwer (1952) are given as well. The analysis is based on old lunar ephemerides (Improved Lunar Ephemeris, 1952–1959) and star catalogues (Yale Zone Catalogue, N30 equinox) and provisional corrections for the lunar limb profile.

The systematic uncertainty of these values may reach 1 sec. These data points are given as squares in Fig. 8; we see that they lie systematically ca. 1 sec below the modern analyses and thus they should be disregarded.

The most accurate and comprehensive lunar occultation data have been collected and analysed by Jordi et al. (1994); they give UT1–ET up to 1955.5 in 1-lunation averages, i.e. the temporal resolution is 29.53 d. The lunar theory used (DE200/LE200) implies a lunar acceleration $dn/dt = -23.9''$ whereas newer results indicate $dn/dt = (-25.8 \pm 0.3)''$; the resulting error around the year 1955 is negligible (Stumpff and Lieske, 1984). Due to a large number of observations going into the monthly means, the resulting mean error is formally around 50 msec, which is not realistic; rather, an uncertainty of about ± 200 msec for a monthly mean should be assigned. I used the formal uncertainty of the monthly mean plus an empirical systematic contribution of 0.14 sec for a smoothing cubic spline which has the constraint that the *a-posteriori* sum of squares is identical to the sum of squared uncertainties.

The agreement between Morrison and Jordi is about $\approx \pm 0.1$ sec (1949–1955), compare fig. 8.

Fig. 8 and 10 show the Jordi (1994) and Morrison (1979) data together with ΔT taken from Morrison (2001) and Vondrák(4) for 1955.5 resp. 1956.0 onwards. It can be seen that Morrison (2001) closely matches the Vondrák(4) solution at 1956.0 in value but not in first derivative (LOD). The extrapolation of Jordi's smoothed data similarly match the Vondrák(4) time series closely in

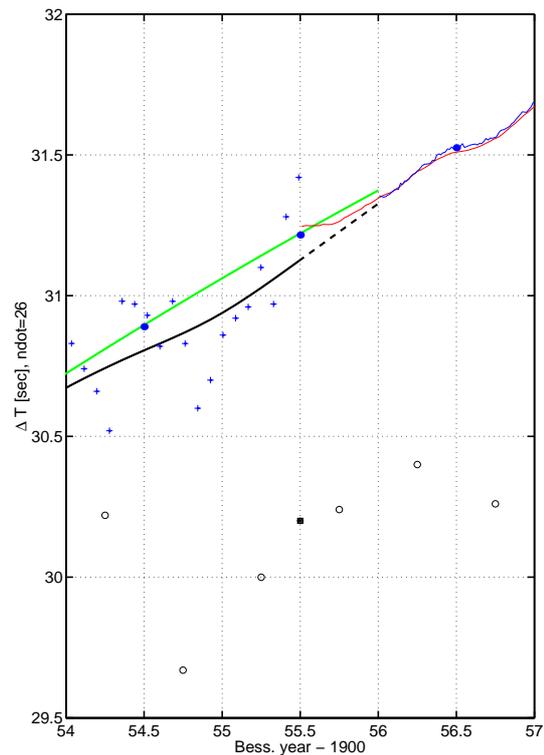


Fig. 8: *The transition from ET to TAI. Crosses depict the ΔT -values of Jordi (1994), while the black solid line is a smoothing spline through the data; the grey line depicts the improved (see text) fit of Morrison (1979) while the broken black line is the spline linearly extrapolated. Thin solid lines show the atomic data sets: Morrison (2001) (extending back to 1955.5) and Vondrák(4) (back to 1956.0). Filled circles are annual LUNAR97-values, with long period tides and the conventional annual variation added back; open circles are moon-camera ΔET observations, squares/stars are moon-camera ΔT observations from Markowitz (1959).*

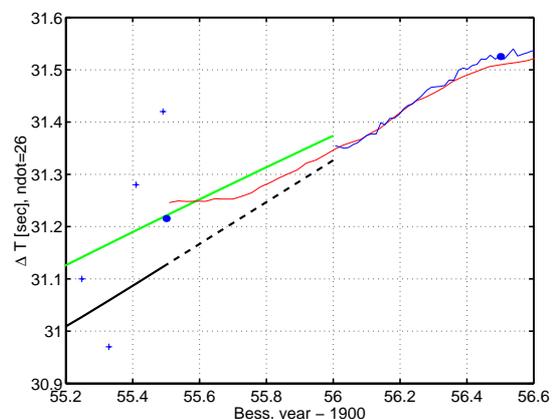


Fig. 9: *The portion of figure 8 around the years 1955-56.*

1956.0, but again not in LOD. Morrison (2001) can be joined to the Morrison (1979) polynomial in 1955.5, again not very well in LOD. The annual LUNAR97 values match closely the Morrison (1979) curve.

In Fig. 10, I plot the difference between Morrison's (1979) improved quadratic fit and a smoothing spline based on Jordi's (1994) data showing that occultations of the Moon appear to give Ephemeris time to an accuracy of around 0.1 sec only. The curve with circles presents the difference of the LUNAR97 (including tides, and, for the circles, also the annual variation) with Morrison (1979).

Summarizing, there remains the question of how to join the atomic time ΔT series prior to 1956.0 to the purely astronomical data before that time and especially during 1955.5 to 1956.0. A possible idea that could be tried would be to extrapolate Vondrák(4) backwards in time, e.g. by neural network methods. The prediction error of this method increases only approximately linearly with time at a rate of about 25 msec/year (Ulrich et al., 2002, this volume); that means that a backwards extrapolation of two years still gives an error of less than the 0.1 sec for purely astronomical data. Hence it should be possible to connect the Jordi (1994) dataset to a backward extrapolation of Vondrák(4) in 1955.0, subject to the constraint that first (and second) derivatives of the two series can be made continuous.

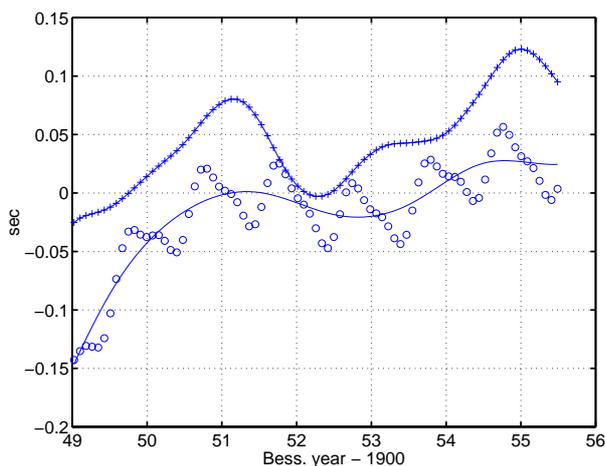


Fig. 10: Difference between Morrison's (1979) improved quadratic fit and smoothing spline based on Jordi's (1994) data (bold line with crosses); difference between Morrison's (1979) improved quadratic fit and LUNAR97 (thin line; circles include the conventional annual variation added back). Note that LUNAR97 annual ΔT values have been spline-interpolated at monthly (Jordi epoch) intervals, then the long period tides (period > 35 days) and $\Delta UT2$ were added back.

6 Continuity after 1962.0

We consider here only the two principal IERS combined EOP time series here, C01 and C04.

C01: This series is the basis of the IERS system. It contains normal values at 0.05 year interval (1890–now); for UT1 1956.0–1962.0 based on Vondrák et al. (1995) = Vondrák(1). The first value (0.508251 sec) seems to be a typing error:

Bess. Date	UT1-UTC	σ (UT1)
1956.000	.508251	.001458
1956.050	.836439	.002464
1956.100	.815850	.001739

C04: This series contains daily values, slightly filtered to remove high-frequency noise, all tidal terms are present (except oceanic diurnal/sub-diurnal effects); the uncertainty 1962–67 is given as ± 2.0 msec. C04 is regularly recomputed since 1983 to take advantage on the one hand of the improvement of the various individual contributions and on the other hand of the refinement of the analysis procedures. To date, it is twice-weekly updated. The oscillations in UT and duration of the days due to zonal tides for periods under 35 days, as well as the 14d terms in $d\Psi$, $d\mathcal{E}$ are present in full size in the series despite the smoothing (cutoff period is 17 days, 1962.0–1972.0, see Feissel, M. and Essaïfi, N. (1994) from which the table below is taken).

Period	σ (UT1) (msec)	cutoff period (d)
1962–1967	2.0	17
1968–1971	1.5	17
1972–1979	1.0	15
1980–1983	0.4	10
1984–1995	0.04	3
1996–1999	0.02	3

Fig. 11 compares Vondrák's most recent solution (4) with C01 and C04. Of course, before 1962.0 Vondrák(4) is compared only to Vondrák(1); after 1962.0, we see the suspicious change of trend around 1983 (Vondrák and Ron, 1997), when the importance of optical astrometry rapidly diminished and space geodetic methods with different analysis methods began to dominate the combined (IERS) series. The uncertainty level of Vondrák(4) in the period 1980–83 is comparable (cf. Fig. 1) to the uncertainty of the IERS C04 solution, namely ± 0.4 msec. The differences between the two series, however, range between +3 msec and –15 msec.

One can conclude that the new (No. 4) reduction by Vondrák et al. seems to be superior to the early IERS (1962–1983) series, until the increasing accuracy of space technologies (LLR, SLR, VLBI) leads to dramatically improving combined IERS solutions (ca. 1984). Vondrák's all-optical solution then loses its superiority. The remaining task is to gradually switch (see, e.g., Vondrák and Čepěk, 2000) from the Vondrák series to the IERS series somewhere around 1982...1984.

7 Conclusion

It has been shown that the most recent UT1 solution by Vondrák and Ron (2000d), Ron and Vondrák (2001), based on a re-reduction of all available data since 1956.0 in the HIPPARCOS reference frame, is the time series of choice if early UT1 data are needed for other analyses. Before the year 1956.0, it can be continued provisionally by earlier, less accurate data and connected before 1955.5 with the all-astronomical ΔT -series by Jordi et al. (1994). After 1983.0, the IERS combined solutions EOP C01, C04 or the JPL Kalman filtered series should be used.

A combination of all these datasets into a single, harmonized series is desirable. An approach like Gross (2001a) using a Kalman filter seems feasible, only that the temporal resolution should remain as high as possible and not only LOD, but also ΔT should be produced.

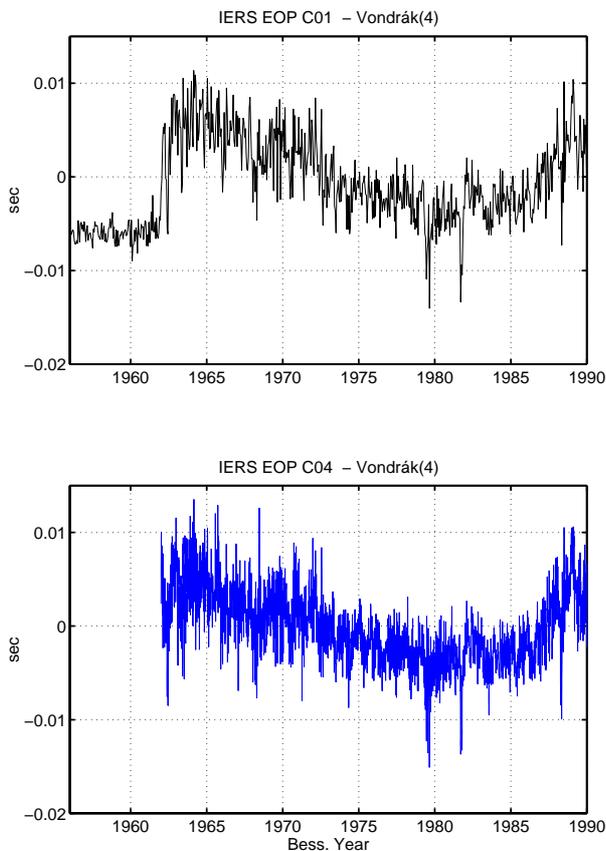


Fig. 11: Comparison of IERS series with Vondrák(4). C01 (upper panel) and C04 (lower panel). Note that C04 series are slightly filtered and with 1-day resolution, while C01 consists of normal points in 0.05yr-intervals.

Acknowledgements

I am very much indebted to J. Vondrák, D. Gambis, M. Feissel, L. V. Morrison, D.D. McCarthy, D.C. Liao and H. Greiner-Mai for sending me their data and for most helpful discussions. H. Schuh and S. Barber gave valuable comments.

References

- Brouwer, D. (1952). *A.J.* 57, 125.
- Essen, L., J. V. L. Parry, W. Markowitz, and R. G. Hall (1958). Variation in the Speed of Rotation of the Earth Since June 1955. *Nature* 181, 1054.
- Feissel, M. and Essaïfi, N. (Ed.) (1994). *1993 IERS Annual Report*. Observatoire de Paris: IERS.
- Gross, R. S. (2001a). A Combined Length-of-Day Series Spanning 1832-1997: LUNAR97. *Phys. Earth and Planet. Int.* 123, 65–76.
- Gross, R. S. (2001b). Combination of Earth Orientation Measurements: SPACE2000, COMB2000, and POLE2000. Technical Report JPL 01-02, Jet Propulsion Laboratory, Pasadena, California.
- Guinot, B. (1993, June). Letter to M. Feissel regarding old values of UT2 and TAI. In french; translation in English available. Pers. comm. by D. Gambis to J. Biele, Paris 1994.
- IERS (2001). WWW-server. <http://hpiers.obspm.fr/eop-pc/>.
- Jordi, C., L. V. Morrison, R. D. Rosen, D. A. Salstein, and G. Rosselo (1994). Fluctuations in the Earth's Rotation Since 1830 from High-Resolution Astronomical Data. *Geophys. J. Intern* 117, 811–818.
- Liao, D. C. and H. Greiner-Mai (1999). A New Δ LOD Series in Monthly Intervals (1892.0 - 1997.0) and its Comparison with Other Geophysical Results. *Journal of Geodesy* 73, 466–477.
- Markowitz, W., R. Glenn Hall, L. Essen, and J. V. L. Parry (1958). Frequency of Cesium in Terms of Ephemeris Time. *Phys. Rev. Lett.* 1, 105–107.
- Markowitz, W. (1959). Variations in Rotation of the Earth, Results Obtained with the Dual-Rate Moon Camera and Photographic Zenith Tubes. *A.J.* 64, 106–113.
- McCarthy, D. D. (1976). The Determination of Universal Time at the U.S.N.O. Technical Report 154, United States Naval Observatory (USNO), Washington, D.C.
- Morrison, L. V. (1978). Catalogue of Observations of Occultations of Stars by the Moon for the Years 1943-1971. *Royal Observatory Bulletin* 183, 5–14 and table 5 only on microfiche.

- Morrison, L. V. (1979). An Analysis of Lunar Occultations in the Years 1943-1974 for Corrections to the Constants in Brown's Theory, the Right Ascension System of the FK4, and Watt's Lunar-Profile Datum. *Mon. Not. R. Astr. Soc.* 187, 41–82.
- Ron, C. and J. Vondrák (2001). On the Celestial Pole Offsets from Optical Astrometry in 1899–1992. In N. Capitaine (Ed.), *Journées 2000 Systemes de Reference Spatio-Temporels*, pp. 201–202.
- Stoyko, A. (1960, March-April). Temps Atomique Intégré. *Bulletin Horaire du Bureau International de l'Heure (B.I.H.)* 8(Série G), 241–245.
- Stumpff, P. and J. H. Lieske (1984). The motion of the Earth-Moon system in modern tabular ephemerides. II - Inertial motion, mean longitude of the Sun, and general precession in longitude. *Astron. Astrophys.* 130, 211–226.
- Ulrich, M., H. Schuh, W. Schwegmann, D. Egger, and J. Müller (2002). Vorhersage der Erdorientierungs-Parameter unter Verwendung Künstlicher Neuronaler Netze. DGK. Deutsche Geodätische Kommission, Eds.: Schuh, H., Soffel, M. and Hornik, H.
- Vondrák, J., C. Ron, I. Peseck, and A. Čepek (1995). New Global Solution of Earth Orientation Parameters from Optical Astrometry in 1900-1990. *Astron. and Astrophys.* 297, 899–906.
- Vondrák, J. and C. Ron (1997). Analysis of Universal Time as Determined by Optical Astrometry (1956-1992). In N. Capitaine (Ed.), *Systemes de Reference Spatio-Temporels*, Journées 1996, Paris, pp. 116–121.
- Vondrák, J., I. Peseck, C. Ron, and A. Čepek (1998). Earth Orientation Parameters 1899. 7-1992. 0 in the ICRS based on the HIPPARCOS Reference Frame. *Publ. Astron. Inst. Acad. Sci. Czech R.* 87, 1–56.
- Vondrák, J. and C. Ron (2000d). How do present precession-nutation models agree with the observations by optical astrometry and VLBI? *Models and Constants for Sub-microarcsecond Astrometry, 24th meeting of the IAU, Joint Discussion 2, August 2000, Manchester, England.*, E22+.
- Vondrák, J. and C. Ron (2000). Survey of observational techniques and HIPPARCOS reanalysis. *to be published in Proc. of IAU Coll. 178*, 1–12 TBC.
- Vondrák, J. and A. Čepek (2000, December). Combined smoothing method and its use in combining Earth orientation parameters measured by space techniques. *A&AS* 147, 347–359.

Vorhersage der Erdorientierungs-Parameter unter Verwendung künstlicher Neuronaler Netze

MARKUS ULRICH¹, HARALD SCHUH², WOLFGANG SCHWEGMANN³, DIETER EGGER⁴, JÜRGEN MÜLLER⁵

Abstract

Die Erdorientierungs-Parameter (EOP) werden unter Verwendung künstlicher Neuronaler Netze (NN) vorhergesagt. Von den beobachteten EOP werden zunächst diejenigen Einflüsse subtrahiert, die durch funktionale Modelle beschrieben werden können. Diese sind hauptsächlich auf die Gezeiten der festen Erde, die Meeresgezeiten und auf jahreszeitliche atmosphärische und ozeanische Variationen zurückzuführen. Zum Trainieren des künstlichen Neuronalen Netzes und zur anschließenden Vorhersage werden lediglich die Differenzen zwischen den modellierten und den beobachteten EOP genutzt, also die quasi-periodischen und unregelmäßigen Variationen. Die Ergebnisse der Vorhersage werden analysiert und mit den Ergebnissen anderer Vorhersageverfahren verglichen.

1. Vorhersage der Erdrotation mit Neuronalen Netzen

Der Ablauf des hier verwendeten Verfahrens zur Vorhersage der Erdorientierungs-Parameter EOP (Polbewegung, length of day (LOD) bzw. UT1-UTC) wird im Flussdiagramm der Abbildung 1 gezeigt. Die beobachteten EOP können in eine erste, relativ gut bekannte und funktional modellierbare Komponente und in eine zweite, unbekanntere stochastische Komponente aufgeteilt werden. Die bekannte Komponente, die im folgenden als a-priori Modell bezeichnet wird, besteht aus streng periodischen Schwankungen der EOP, die z.B. durch die Gezeiten der festen Erde und die Meeresgezeiten verursacht werden, sowie aus den sog. jahreszeitlichen Schwankungen mit Perioden von einem Jahr und einem halben Jahr, verursacht durch atmosphärische und ozeanische Anregung. Das a-priori Modell der Polbewegung umfasst zusätzlich die Chandlersche Schwingung mit einer Periode von ca. 1.18 Jahren. Nach der Reduktion der beobachteten

Zeitreihen um das a-priori Modell werden aus den Residuen Muster erstellt, die zum Trainieren des künstlichen Neuronalen Netzes (NN) verwendet werden. Das Netz wird anschließend solange trainiert, bis der Extrapolationsfehler einen minimalen Wert erreicht hat. Die nachfolgend sukzessiv vorhergesagten Residuen werden dann zum a-priori Modell addiert, um präzidierte Werte für die EOP zu erhalten.

Um verschiedene Arten Neuronaler Netze zu konstruieren und ihre Eigenschaften zur Vorhersage zu bewerten, wurde der Stuttgarter Neuronale Netze Simulator (SNNS) (Zell, 1994) verwendet. SNNS, ein äußerst mächtiges Werkzeug zur Erstellung Neuronaler Netze, wurde an der Universität Stuttgart entwickelt und in den letzten Jahren für sehr unterschiedliche Anwendungen erfolgreich eingesetzt. Durch Testen zahlreicher NN Varianten war es möglich, die für die Vorhersage der EOP optimale Netztopologie, den ökonomischsten Trainingsalgorithmus und das günstigste Einbringen der Datenmuster in das Netz zu ermitteln.

Für kurz- und für langfristige Vorhersagen wurden zum Trainieren des künstlichen Neuronalen Netzes EOP-Reihen unterschiedlicher Quellen verwendet. Dazu gehörten die C04-Reihe des Internationalen Erdrotationsdienstes (IERS) und die Zeitreihe, die aus Re-Analysen der astronomischen Beobachtungen erhalten wurde, basierend auf dem Sternkatalog des Satelliten HIPPARCOS.

Eine detaillierte Beschreibung des hier nur kurz skizzierten Verfahrens wurde von Ulrich (2000) und Schuh et al. (2001) gegeben, wo auch die Ergebnisse der kurz-, mittel- und langfristigen Vorhersagen dargestellt und weitere Referenzen aufgeführt sind.

¹ M. Ulrich, Lehrstuhl für Photogrammetrie und Fernerkundung, Technische Universität München, Arcisstr. 21, D - 80290 München, Germany, markus.ulrich@bv.tum.de, Ph.: +49 89 22643

² Harald. Schuh, Institut für Geodäsie und Geophysik, Techn. Univ. Wien, Gusshausstr. 27-29, A - 1040 Wien, Austria, hschuh@luna.tuwien.ac.at, Ph.: +43 1 58801-12860, E-mail: hschuh@luna.tuwien.ac.at

³ Wolfgang Schwegmann, C.N.R. Istituto Di Radioastronomia, Via P. Gobetti, 101, I - 40129 Bologna, Italy, schwegma@ira.bo.cnr.it, Ph.: +39 051 6399383

⁴ Dieter Egger, Forschungseinrichtung Satellitengeodäsie, Technische Universität München, Arcisstr. 21, D - 80333 München, Germany, Dieter.Egger@bv.tum.de, Ph.: +49 89 289 23183

⁵ Jürgen Müller, Institut für Astronomische und Physikalische Geodäsie, Technische Universität München, Arcisstr. 21, D - 80333 München, Germany, jxmx@bv.tum.de, Ph.: +49 89 289 23192

neue Adresse: Institut für Erdmessung, Universität Hannover, Schneiderberg 50, D - 30167 Hannover, E-mail: mueller@ife.uni-hannover.de

2. Vorhersagefehler und Vergleich mit anderen Methoden

Die Vorhersagegenauigkeit lässt sich leicht ermitteln, wenn die Vorhersage in der Vergangenheit beginnt und mit späteren Messungen verglichen wird. Ein Vergleich der Vorhersagefehler des NN-Verfahrens mit anderen Vorhersagemethoden wird in den Abbildungen 2 und 3 gezeigt. Die Genauigkeit der Vorhersage der Polbewegung und die der kurzfristigen Vorhersage von UT1-UTC mittels künstlicher neuronaler Netze ist mit den besten derzeit in der Literatur zu findenden Methoden vergleichbar. Die mittelfristige Vorhersage von UT1-UTC auf länger als 100 Tage ist sogar signifikant besser als die Ergebnisse anderer Methoden.

Literatur

CHAO, B.F.: *Predictability of the Earth's polar motion*, Bull. Géod. 59, 81-93, 1984.

MALKIN, Z.: *On Estimation of Real Accuracy of EOP Prediction*, In: DICK, S., MCCARTHY, D., LUZUM, B. (eds) *Polar Motion: historical and scientific problems*, IAU Colloquium 187, Cagliari, September 1999. Astronomical Society of the Pacific, San Francisco, 208, 505-510, 2000.

MALKIN, Z., SKURIKHINA, E.: *On Prediction of EOP*, Comm. IAA 93, 1996.

MCCARTHY, D.D., LUZUM, B.J.: *Prediction of Earth orientation*, Bull. Géod. 65, 18-22, 1991.

SCHUH, H., ULRICH, M., EGGER, D., MÜLLER, J., SCHWEGMANN, W.: *Prediction of Earth orientation parameters by neural networks*, Journal of Geodesy (in Druck), 2001.

ULRICH, M.: *Vorhersage der Erdrotationsparameter mit Hilfe Neuronaler Netze*, IAPG/FESG No. 9, Institut für Astronomische und Physikalische Geodäsie, Technische Universität München, 2000.

ZELL, A.: *Simulation Neuronaler Netze*, Addison-Wesley, 1994.

ZHU, S.Y.: *Prediction of polar motion*, Bull. Géod. 56, 258-273, 1982.

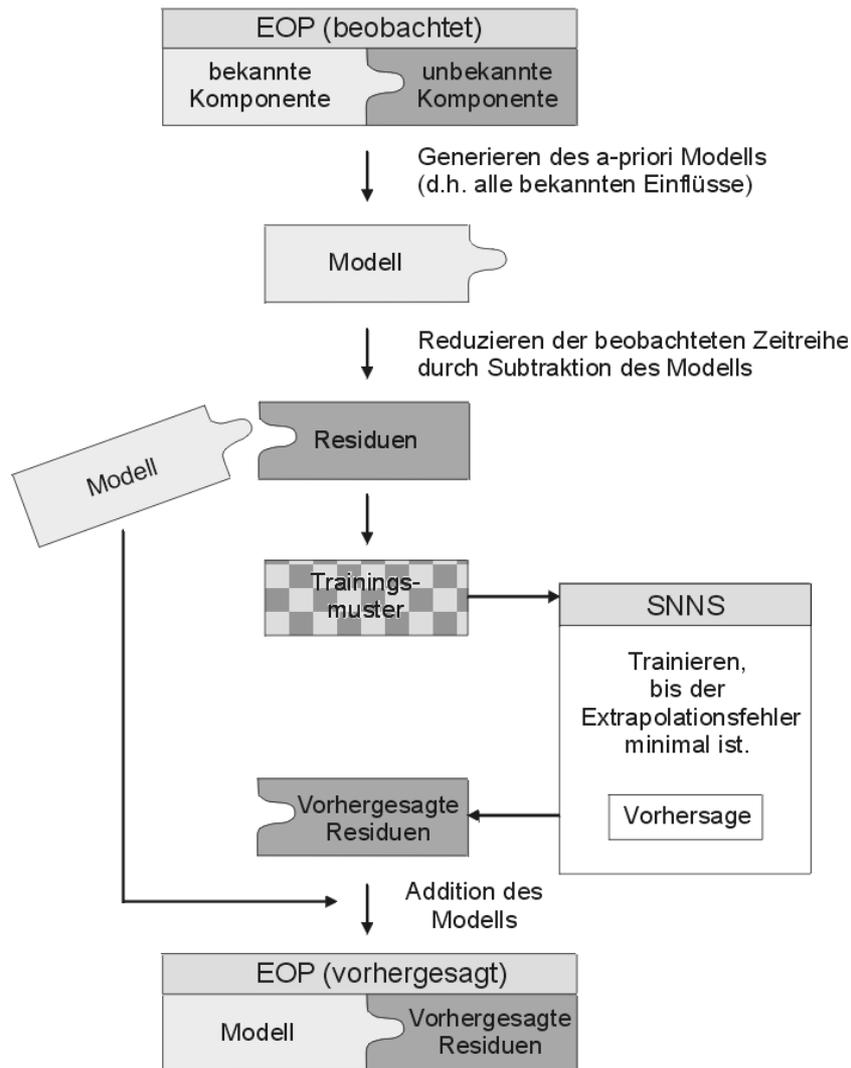


Abbildung 1: Ablauf der EOP-Vorhersage mit künstlichen Neuronalen Netzen

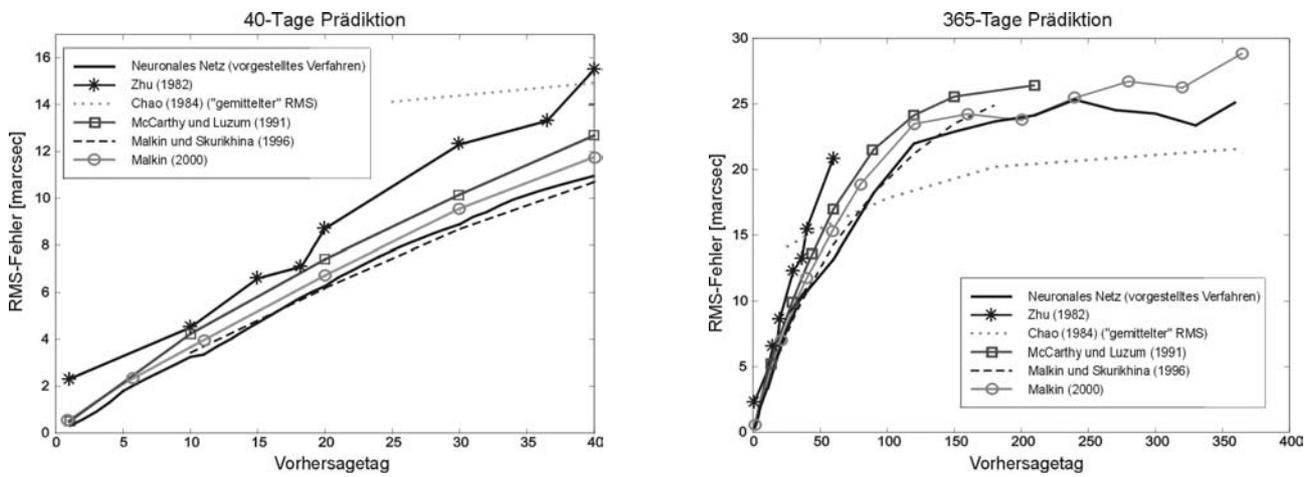


Abbildung 2: Mittlerer Fehler (RMS) verschiedener Vorhersagemethoden der Polbewegung (die von Chao (1984) angegebenen RMS-Fehler sind gemittelte Werte, d.h. der Wert am Vorhersagetag n repräsentiert den Mittelwert der Vorhersagetage von 1 bis n, und sind deswegen nicht direkt mit den anderen Fehlerangaben vergleichbar).

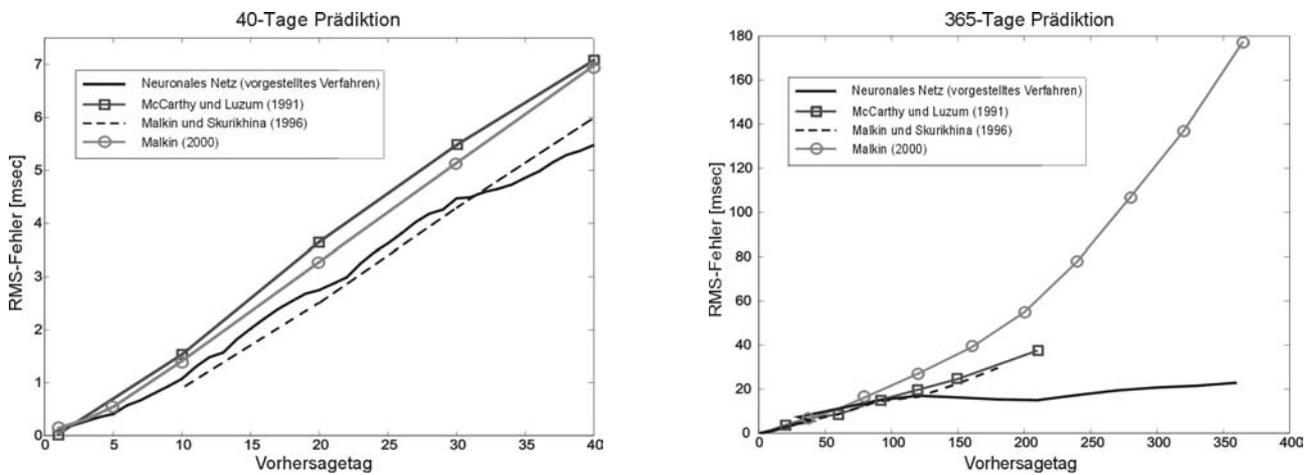


Abbildung 3: Mittlerer Fehler (RMS) verschiedener Vorhersagemethoden von UT1-UTC

Untersuchung hydrologischer Einflüsse auf die Rotation der Erde

ROBERT DILL¹

1. Einleitung

In dem Forschungsvorhaben "Sekundäreffekte Erdrotation" wurden verschiedene dynamische Vorgänge, die *direkt* oder *indirekt* über eine Deformation der Erde auf die Erdrotation wirken, untersucht. Ozeanische und atmosphärische Schwankungen führen sowohl *direkt* durch ihre Massenbewegungen und die damit verbundene Änderung des Trägheitstensors, als auch *indirekt* über ihre Auflast (loading) und die dadurch hervorgerufenen Deformationen der festen Erde zu Variationen der Erdrotation. Ähnlich verhält es sich mit anderen geophysikalisch oder klimatisch erzeugten Vorgängen, wie Massenverlagerungen durch Grundwasserspiegelschwankungen, veränderlichen Schnee- und Eisbedeckungen, Erdbeben und Vulkanausbrüchen. Viele dieser kleineren Effekte (Sekundäreffekte) wurden in bisherigen Analysen entweder völlig vernachlässigt oder nur grob und unzureichend modelliert. Unter dem Begriff Sekundäreffekte wurden sämtliche Effekte zusammengefasst, die wesentlich kleiner als die bekannten Primäreffekte von Atmosphäre und Ozean sind und teilweise bisher noch nicht untersucht wurden. Die heute erreichten Messgenauigkeiten der Erdrotationsparameter erfordern es, in Zukunft die Sekundäreffekte bei der Auswertung der Messdaten und der Interpretation der Ergebnisse zu berücksichtigen.

Die Ursachen für Erdrotationsschwankungen sind in den Massenverlagerungen in und auf der Erde zu finden. Die Auswirkungen zeigen sich im terrestrischen Bezugssystem in der Polbewegung und der Tageslängenänderung. Diese Verbindung von Ursache und Wirkung spiegelt den interdisziplinären Charakter dieser Untersuchungen zwischen Geophysik und Geodäsie wider. Das Projekt gliederte sich demnach in zwei Aufgabenbereiche. Zum einen die Untersuchung und Modellierung der Ursachen und zum anderen die Abschätzung der Auswirkungen auf die Rotation der Erde. Aus dem großen Bereich der Sekundäreffekte sollen hier exemplarisch nur die hydrologisch bedingten Einflüsse beschrieben werden. Neben der Modellierung des *direkten* Einflusses wurde auch ein Modell für die *indirekten* Auswirkungen durch Oberflächendeformationen entwickelt. In Simulationsrechnungen wurden die Größenordnungen abgeschätzt und ein abschließender Vergleich von modellierten Erdrotationsschwankungen mit gemessenen Daten von Polbewegung und Tageslängenänderung zeigt, inwiefern sich die Diskrepanz zwischen den bisherigen Modellen der Erdrotation und den gemessenen Erdrotationsparametern durch

die Hinzunahme der hydrologischen Sekundäreffekte verringern lässt.

2. Modellierung von hydrologischen Sekundäreffekten

Grundlage aller Untersuchungen zu den Sekundäreffekten war der Drehimpulsansatz für die Erdrotation in einem terrestrischen Referenzsystem. Die daraus abgeleiteten linearisierten Liouvilleschen Bewegungsgleichungen liefern als Lösung die Polbewegung und die Tageslängenvariation für die entsprechende Modellerde. Eine verbesserte Anpassung an die realen Gegebenheiten der Erde wurde durch die Berücksichtigung der Rotationsdeformation, der entkoppelten Drehung von Erdmantel und Erdkern um die z-Achse sowie einer Dämpfung der Chandlerbewegung aufgrund einer Energiedissipation der nicht völlig elastischen Erde erreicht. Rotationsschwankungen sind dann zurückzuführen auf Änderungen des Trägheitstensors der Erde durch Massenverlagerungen und relative Drehimpulsanteile durch Massenbewegungen relativ zum rotierenden terrestrischen Referenzsystem. Diese beiden Anteile werden als Massenterm und Bewegungsterm in den sogenannten Anregungsfunktionen zusammengefasst. Für den Massenterm wurde der *direkte* und der *indirekte* Einfluss getrennt in eigenen Anregungsfunktionen formuliert. Für jeden einzelnen hydrologischen Sekundäreffekt wie Niederschlag, Verdunstung, Abflussraten, Bodenfeuchte und Schneebedeckungen können solche Anregungsfunktionen modelliert werden.

3. Bestimmung *indirekter* Sekundäreffekte

Üblicherweise werden Auflastdeformationen mit der Loveschen Auflastzahl k_2' berücksichtigt. Man nimmt an, dass Massenauflasten zu kleinen Deformationen der Erdkruste führen. Die Größe der Deformation soll in linearer Abhängigkeit zur verursachenden Masse stehen. Das zusätzliche Störpotential durch die Deformation lässt sich somit beschreiben als ein Bruchteil des Gravitationspotentials der auflastenden Masse. In einer Kugelfunktionsdarstellung dieses Gravitationspotentials ist der Trägheitstensor der Erde nur mit den Stokeschen Koeffizienten 2. Grades verbunden. Die Anregungsfunktion für den deformationsbedingten indirekten Effekt erhält man dann aus der Anregungsfunktion des direkten Effekts durch Multiplikation mit dem Loading-Faktor k_2' . Setzt man für k_2' den Wert $-0,3$ an, so erhält man in der Summe von direktem und indirektem Effekt für den

¹ Robert Dill, Forschungseinrichtung Satellitengeodäsie, Technische Universität München, Arcisstr. 21, D - 80333 München, Germany, dill@bv.tu-muenchen.de

Massenterm eine um 30% geringere Anregungsfunktion als die reine direkte Anregung. Allerdings werden in diesem Ansatz nur diejenigen Deformationswirkungen berücksichtigt, die durch die elastische Reaktion der Erde am Ort der Massenauflast entstehen.

Es wurde daher untersucht, ob nicht ein globaler Ansatz geeigneter wäre. Über die Formulierung von sogenannten Greenschen Funktionen lässt sich die Deformation der Erdoberfläche aufgrund von Massenauflasten berechnen. Die Greenschen Funktionen treten als Gewichtungsfunktionen auf und geben an, wie groß die Deformationswirkung in einer bestimmten Entfernung von einer Punktauflast ist. Diese Greenschen Funktionen wurden für verschiedene Erdmodelle bestimmt. Sie unterscheiden sich jedoch nur in unmittelbarer Nähe zur Punktauflast. Für die globale Berechnung von Deformationen lässt sich ein mittleres Erdmodell verwenden. Es stellte sich nun die Frage, wie sich der Trägheitstensor der Erde aufgrund der berechneten Deformationen verändert. Dazu ist die Kenntnis des Deformationsprozesses im Erdinneren notwendig. Einige Modellsimulationen verschiedener Deformationsmechanismen zeigten, dass ein Plattenbiegemodell, wie in Abbildung 1 dargestellt, am besten die Erwartungen aus Beobachtungen des Schwerfeldes und der Erdrotation erfüllt.

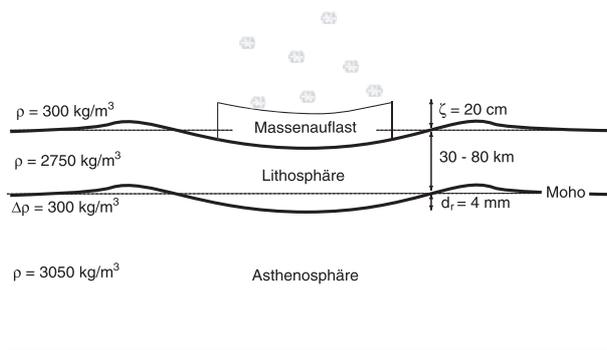


Abbildung 1: Modell einer Plattenbiegung der Lithosphäre

Die an der Erdoberfläche bestimmte radiale Deformation setzt sich demnach in einer Durchbiegung der gesamten Lithosphärenplatte in die Tiefe fort. Die Lithosphärenplatte liegt auf der viskoserer Asthenosphäre auf und verdrängt diese. Die wesentliche Massenverlagerung tritt also im Grenzbereich zwischen Lithosphäre und Asthenosphäre auf. Entsprechend den Greenschen Funktionen kommt es ausserhalb der Region der Massenauflast auch zu geringen Erhebungen. Wendet man dieses Modell auf jeden Punkt der Erde an und summiert die Deformationen über die gesamte Erdoberfläche, so erhält man ein globales Bild der Massenverlagerung aufgrund der Auflastdeformationen.

4. Einfluß von hydrologischen Sekundäreffekten auf die Erdrotation

Um den Einfluss von verschiedenen Sekundäreffekten auf die Erdrotationsparameter abzuschätzen wurden Modelle

entwickelt, die es ermöglichen aus den zur Verfügung stehenden Daten über Niederschlag, Verdunstung, Abfluss, Bodenfeuchte und Schneebedeckungen hydrologische Massenverlagerungen zu bestimmen. Zusätzlich wurden die Massenverlagerungen aufgrund der Auflastdeformationen berechnet. Die Änderungen des Trägheitstensors ließen sich durch eine globale Integration der veränderten Massenverteilung in und auf der Erde bestimmen. Hieraus ergaben sich die Anregungsfunktionen für den direkten und den indirekten Effekt. Es wurden folgende Sekundäreffekte simuliert und ihre Auswirkungen auf die Rotation der Erde untersucht:

Massenverlagerungen aufgrund der Schwankungen des kontinentalen Grundwasserspiegels. Entsprechend einem globalen hydrologischen Kreislaufmodell, siehe Abbildung 2, konnte über eine hydrologische Bilanzgleichung aus der Differenz des Niederschlags und der Summe von Verdunstung und Abfluss die Veränderung des Grundwasserhaushalts gewonnen. Qualitätsmängel in den Niederschlagsdaten und teilweise fehlende Abflussraten wurden in einem eigens entwickeltem Modell mit Hilfe von beobachteten Meeresspiegelschwankungen aufgefangen. Im folgenden wird dieses Modell mit GW bezeichnet.

Hydrologischer Kreislauf

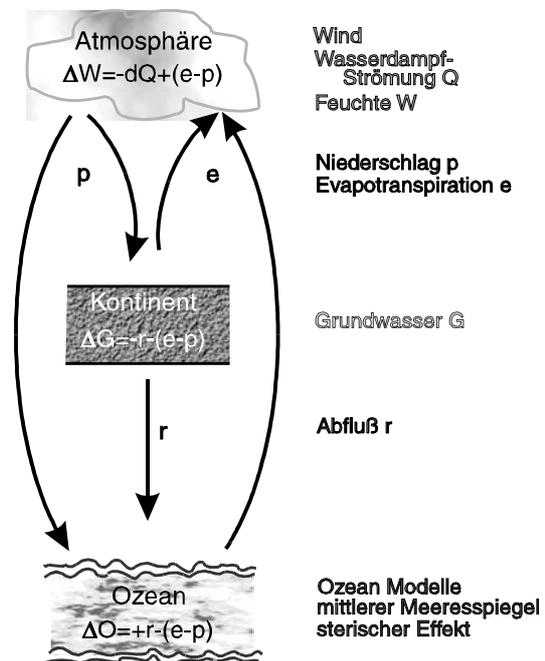


Abbildung 2: Der globale hydrologische Kreislauf.

Alternativ zu diesem Grundwassermodell (GW) wurden Bodenfeuchtedaten und Schneehöhen herangezogen. Für die Schneehöhen wurden Daten aus dem Klimamodell ECHAM 3 sowie aus SMMR-Satellitenmessungen gewonnene Daten vom Distributed Active Archive Center (DAAC) verwendet. Die Bodenfeuchtedaten stellte das Data Assimilation Office (DAO) zur Verfügung. Die Summe aus den Veränderungen

der Bodenfeuchte und der Schneemassen wurde mit den obigen Grundwasserdaten verglichen.

Neben diesen globalen Massenverlagerungen wurden beispielhaft auch zwei regional begrenzte Effekte modelliert: die Austrocknung des Aralsees und der Bau und der Betrieb des weltgrößten Staudamms, des Drei-Schluchten-Staudamm in China.

In allen Fällen wurde versucht, die Massenverlagerung räumlich zu erfassen und über die Formulierung des Trägheitstensors die entsprechende Anregungsfunktion für den direkten Effekt zu bestimmen. Parallel dazu wurde aus einer Deformationsrechnung der indirekte Effekt berechnet. Setzt man die Summe aus direkter und indirekter Anregung in die Liouvilleschen Bewegungsgleichungen ein, so erhält man für jeden Sekundäreffekt die Auswirkungen auf Polbewegung und Tageslängenänderung.

Um die Ergebnisse der neu entwickelten Berechnung des indirekten Effektes mit denen des herkömmlichen Verfahrens der Loveschen Auflastzahl zu vergleichen, kann der indirekte Effekt im Verhältnis zum direkten Effekts betrachtet werden. Für Schneeauflasten ergaben sich für die ersten beiden Komponenten der Anregungsfunktion konstante Werte um -28% (Abbildung 3). Nur für die dritte Komponente wichen die Werte stark von den erwarteten -30% ab. Der Unterschied

zwischen dem bisherigen und dem neuen Verfahren liegt in der Berücksichtigung von Deformationen ausserhalb der durch Massen, wie Schnee, belasteten Regionen. Deutlich wird dies, wenn man sich die Deformationen, Abbildung 4, ansieht. Die durch die Biegung der Lithosphärenplatte verdrängte Masse der oberen Asthenosphäre bewirkt in unbelasteten Regionen wie den Ozeanen eine leichte Aufwölbung. Es bildet sich ein Massenwulst im Bereich des Äquators aus. Diese Massenänderung geht in die Berechnung des indirekten Effekts über die Lovesche Auflastzahl nicht ein. Der Ansatz über die Greenschen Funktionen beinhaltet dagegen auch diese Massenverlagerungen. Auf die Polbewegung hat der Massenwulst jedoch kaum eine Auswirkung, da er im Bereich des Äquators liegt. Anders sieht der Einfluss auf die Tageslängenänderung aus. Die dritte Komponente der Anregungsfunktion hängt von der Entfernung der Massen von der Rotationsachse ab. Massenverlagerungen im Bereich des Äquators haben hier relativ große Auswirkungen. Die Effekte der Deformationen unter den Massenauflasten werden durch die Ausbildung des Massenwulstes fast ausgeglichen. Es bleiben nur kleine Variationen durch den indirekten Effekt von maximal $\pm 10\%$, wobei die größten Schwankungen mit sehr kleinen Werten in der Tageslängenvariation korrelieren. Die effektive Einfluss auf die Tageslänge beträgt dadurch nur etwa $\pm 5\%$.

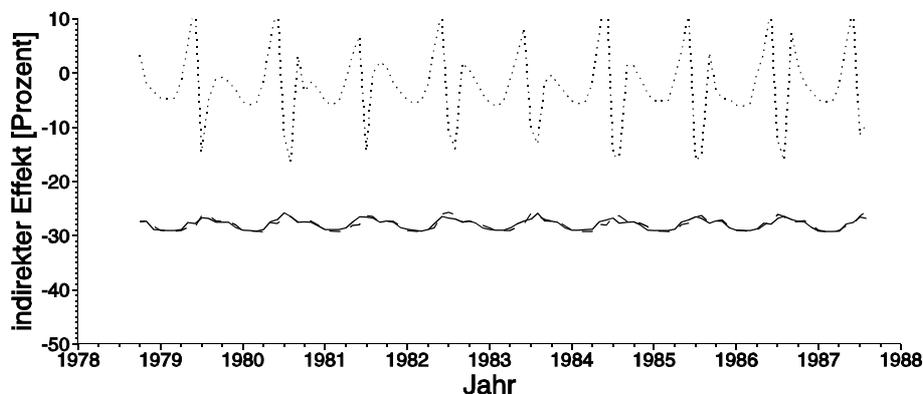


Abbildung 3: Indirekter Effekt aufgrund von Schneeauflasten, aufgetragen im Verhältnis zum direkten Effekt. Anregungsfunktion c_1 durchgezogen, c_2 gestrichelt, c_3 punktiert. Angaben in Prozent zum direkten Effekt.

5. Diskussion der Einzelergebnisse

Eine ausführliche Präsentation der Ergebnisse wird in der Dissertation „Der Einfluss von Sekundäreffekten auf die Rotation der Erde“ (R. DILL) veröffentlicht. Hier sollen stellvertretend nur einige der wichtigsten Ergebnisse vorgestellt werden. Den größten Einfluss hatten erwartungsgemäß die hydrologisch bedingten Sekundäreffekte. Die Berechnungen ergaben für Schnee 10 bis 70 Millibogensekunden (mas) in der Polbewegung und 0,020 bis 0,035 Millisekunden (msec) in der Tageslängenänderung. Für das Grundwasser wurden 9-14 mas bzw. 0,012 msec berechnet. Die Größenordnung für die Auswirkung des Schnees erscheinen etwas hoch, die des Grundwassers liefern vermutlich die untere

Grenze. Ein ausführlicher Vergleich der eigenen Berechnungen mit den Resultaten früherer Abschätzungen anderer Autoren zeigt, wie unterschiedlich die Einflüsse bisher modelliert wurden. Für Massenverlagerungen aufgrund von Grundwasserspiegelschwankungen liegen bis heute noch ziemlich ungenaue Daten vor. Es kann weder das eigene, noch ein anderes Modell als besonders realistisch angesehen werden. Hier werden in Zukunft nur verbesserte Daten der hydrologischen Parameter exaktere Abschätzungen erlauben. Einfacher gestaltete sich die Untersuchung regionaler Massenverlagerungen. Die Austrocknung des Aralsees führte in den letzten 45 Jahren zu einer Drift des Rotationspols in Richtung des Aralsees um 0,33 mas pro Jahr. Die Rotations-

geschwindigkeit der Erde nahm dabei nur unwesentlich zu. Der Bau des Drei-Schluchten-Staudamms wirkt sich mit etwas mehr als 1 mas auf die Polbewegung aus und verursacht jährliche Schwankungen von nur 0,0002 msec in der Tageslänge. In der Summe dürften die hydrologisch

bedingten Sekundäreffekte (HAM) zwischen 10 und 80 mas in der Polbewegung und etwa 0,04 msec in der Tageslängenänderung bewirken.

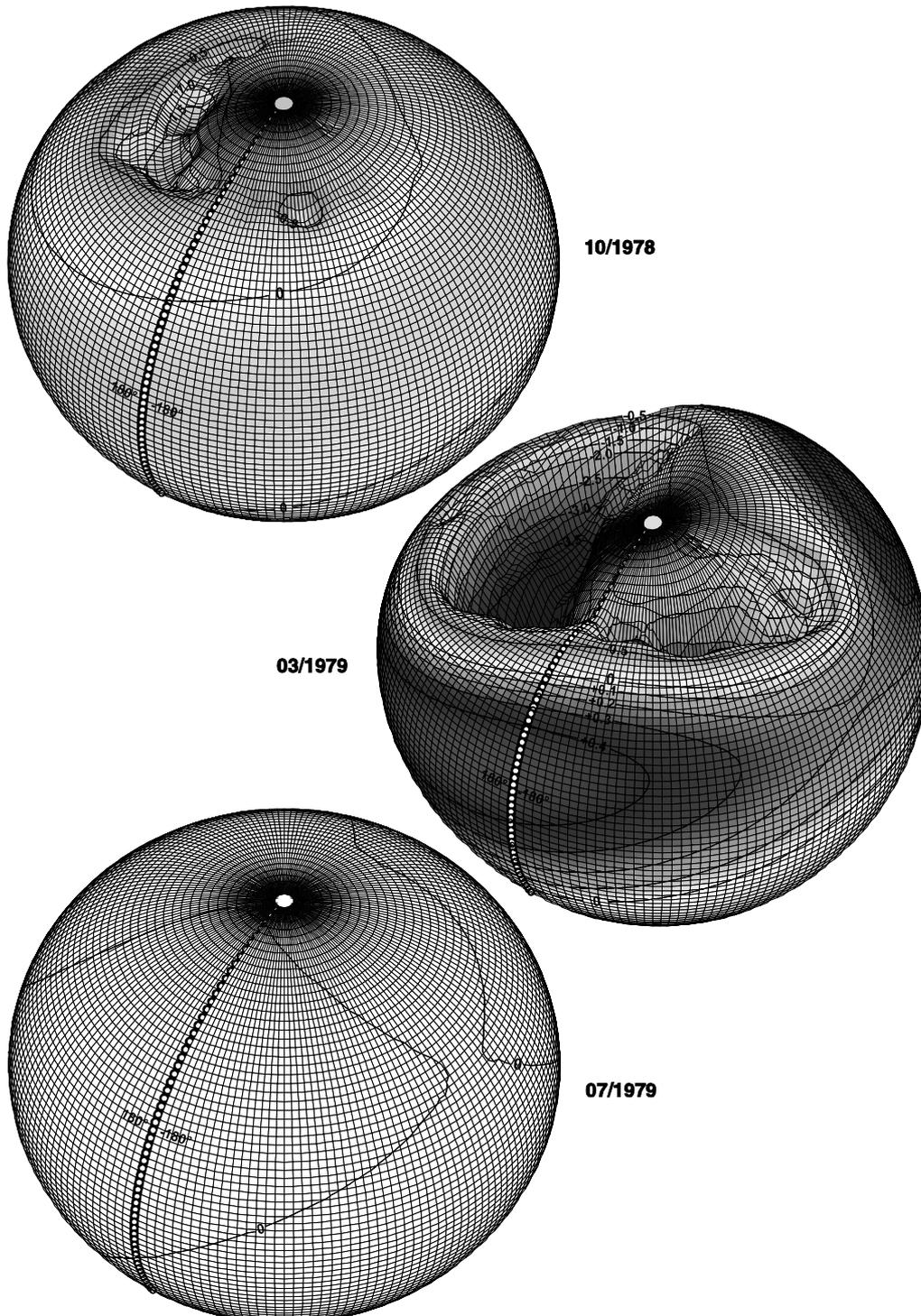


Abbildung 4: Radiale Oberflächendeformationen durch Schneeauflasten, stark überhöhte Darstellung. Angaben in Millimeter für Oktober 1978, März und Juli 1979.

Berücksichtigt man zusätzlich den indirekten Effekt aufgrund von Auflastdeformationen, so ist für alle auf die kontinentale Landmasse beschränkten Massen-auflasten der direkte Effekt in der Polbewegung um 25-29 % zu reduzieren. Der Einfluss auf die Tageslängenänderung fällt wesentlich geringer aus und schwankt zwischen 0 und -5 % und kann damit vorerst vernachlässigt werden. Eine Berücksichtigung mittels der Loveschen Auflastzahl wäre jedenfalls nicht korrekt. Anders sieht die Situation für nicht auf den Kontinenten stattfindende Auflasten, wie ozeanische Massenverlagerungen, aus. Entsprechende Simulationsrechnungen zeigten, dass in diesem Fall die Anwendung der Loveschen Auflastzahl den Berechnungen über die Greenschen Funktionen fast gleicht. Vermutlich konzentrieren sich die nicht berücksichtigten Ausgleichserhebungen überwiegend auf den Bereich des Nordpols. Massenänderungen in dieser Region haben weder auf die Polbewegung noch auf die Tageslängenänderung einen wesentlichen Einfluss.

6. Vergleich mit der beobachteten Polbewegung

Für den Vergleich von beobachteter Polbewegung mit der Summe aus Primäreffekten und hydrologisch bedingten Sekundäreffekten eignet sich die Kombination der Einzeleffekte auf der Ebene der Anregungsfunktionen. Die Anregungsfunktionen enthalten nicht die dominierende Chandlerperiode, so dass die wesentlichen Anregungsperioden besser zu erkennen sind. Hierzu wird durch eine Dekonvolution beobachteter Poldaten die theoretisch nötige Gesamtanregung berechnet. Der Vergleich wurde für einzelne Perioden getrennt durchgeführt. Hauptsächlich äussern sich die hydrologisch bedingten Sekundäreffekte in einer Jahresperiode. Betrachtet man nur diese Jahresperiode in den einzelnen Anregungsfunktionen und zerlegt sie in ihren prograden und retrograden Anteil, so läßt sich die Anregung durch zwei Vektoren darstellen. Abbildung 5 zeigt die Kombination der jährlichen Anteile der Primäreffekte von Atmosphäre und Ozean mit denen der eigenen Abschätzung für das Grundwasser.

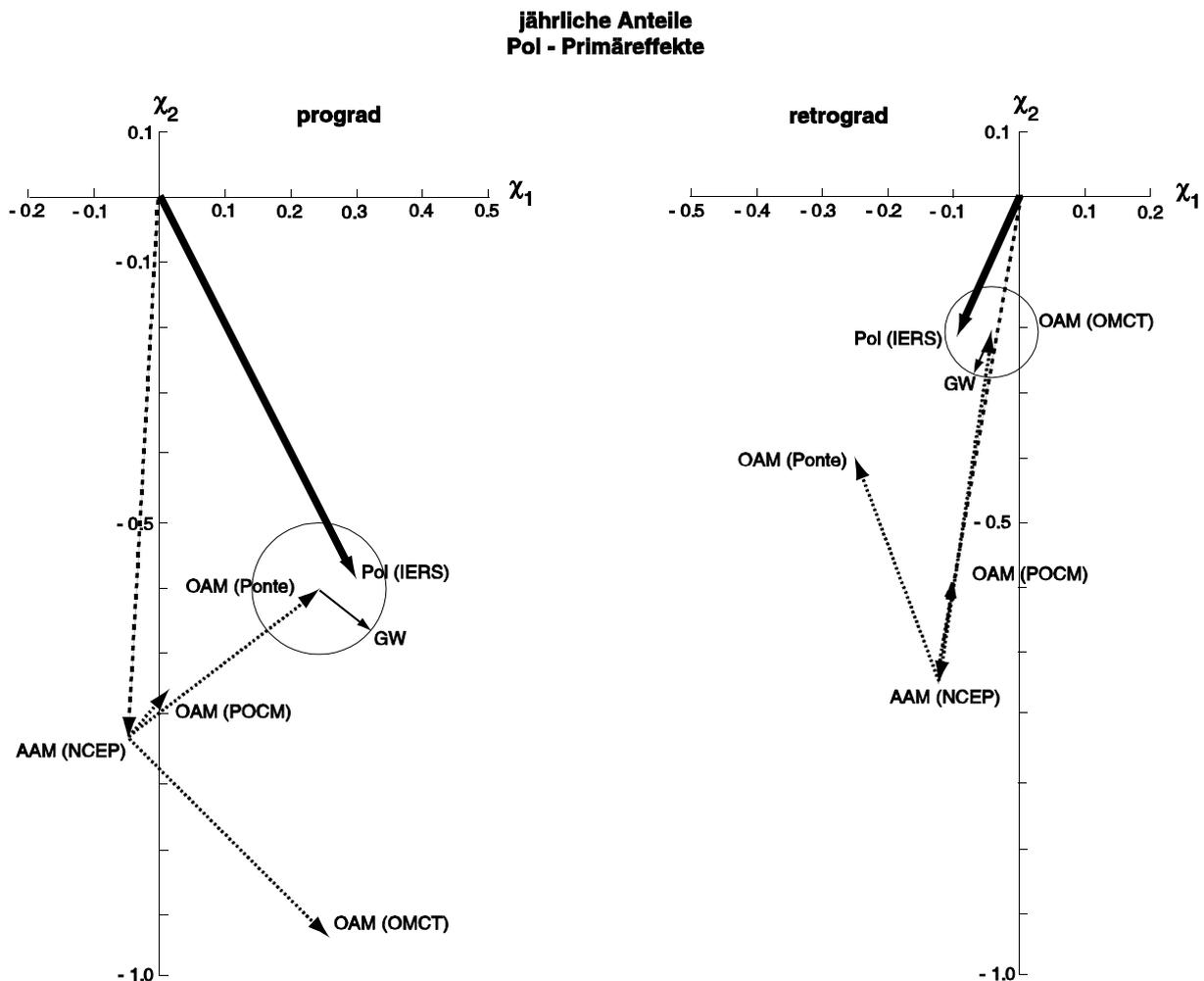


Abbildung 5: Kombination der Primäreffekte und des Einflusses von Grundwasser in Vektordarstellung. Jährliche Anteile der Anregungsfunktion von beobachteter Polbewegung (Pol), der Summe der Primäreffekte Atmosphäre (AAM) und Ozean (OAM) und der eigenen Grundwasserabschätzung (GW). Einheiten in 10^{-7} . Links die prograden, rechts die retrograden Anteile.

Dargestellt ist die theoretisch benötigte Gesamtanregung (Pol), die Anregung der Atmosphäre (AAM), die Anregung des Ozeans (OAM) sowie des Grundwassers (GW), jeweils als Vektor für den prograden und den retrograden Anteil. Für AAM wurden die vom National Center for Environmental Prediction (NCEP) veröffentlichten Daten verwendet, für OAM wurden Daten aus drei verschiedenen Ozeanmodellen (Ponte, POCM, OMCT) herangezogen und GW beruht auf der eigenen Modellierung des Grundwasserhaushalts aus Niederschlag, Verdunstung und Abfluss. Die atmosphärische Anregung besitzt im jahresperiodischen Bereich den größten Anteil. Er hat sogar einen größeren Betrag als die beobachtete Anregung der Polbewegung. Die ozeanischen Anteile der Anregung sind im Mittel nur halb so groß, wirken der Atmosphäre aber teilweise entgegen. Zu erkennen ist aber auch, wie unterschiedlich die Ergebnisse der einzelnen Ozeanmodelle ausfallen. Geht man davon aus, dass Atmosphäre und Ozean fast 90 % der Gesamtanregung ausmachen sollen, so lassen sich Ozeanmodelle finden, die einen relativ kleinen Rest in der Anregung ergeben. Dieser Rest ist nun durch die Sekundäreffekte zu beschreiben. Erwartet wird, dass Grundwasserspiegelschwankungen den größten Beitrag davon liefern. In der Größenordnung entspricht die Lücke der Sekundäreffekte in etwa den eigenen Ergebnissen für das Grundwasser (Kreis). Die Richtung der Vektoren passt dagegen nicht ganz so gut. Die Phasenwinkel sind jedoch relativ sensibel gegenüber der genauen zeitlichen Einordnung der Modelldaten gegenüber den gemessenen Daten. Die gewählten Zeitschritte von monatlichen Mittelwerten dürften noch zu grob sein, um hier genauere Ergebnisse zu liefern. 'Beunruhigender' als die Abweichungen in der Phasenlage ist die große Differenz zwischen den einzelnen Realisierungen der ozeanischen Anregung. Die Ergebnisse aus den Ozeanmodellen passen im prograden und retrograden Anteil nicht gleich gut. Es lässt sich kein Modell angeben, dem eindeutig der Vorzug zu geben ist. Dies macht deutlich, wie wichtig eine verbesserte Modellierung der Primäreffekte ist, bevor eine Kombination der Primäreffekte mit den größten Sekundäreffekten sinnvoll ist.

7. Schlussbemerkungen

Abschließend bleibt festzuhalten, dass die in diesem Projekt erarbeiteten mathematischen Formulierungen der Sekundäreffekte einschließlich der des indirekten Effekts hinreichend genau sind, die notwendige Modellierung der einzelnen zugrunde liegenden Massenverlagerungen jedoch noch einer wesentlichen Verbesserung bedarf. Dies gilt nicht nur für den Bereich der hydrologisch bedingten Sekundäreffekte, sondern auch für die Modellierung ozeanischer Massenänderungen. Dieses Projekt hat damit gezeigt, dass auch in Zukunft die intensive Zusammenarbeit zwischen den einzelnen Erdrotationsprojekten in den Bereichen Atmosphäre, Ozean und Sekundäreffekte fortzuführen ist. Der entwickelte Ansatz für die Berechnung des indirekten Effekts zeigte viele neue Aspekte über dessen Auswirkungen auf die Gesamtanregung und sollte in Zukunft noch weiter verfeinert werden.

Eine umfassende Darstellung aller Ergebnisse sowie eine ausführliche und detaillierte Interpretation im Vergleich mit

den Ergebnissen anderer Autoren findet sich in der erwähnten Dissertationsschrift.

8. Literatur

- ABARCA DEL RIO R. (1997): *La rotation de la terre*. Dissertation, Academie de Toulouse.
- BARNES R., HIDE R., WHITE A., WILSON C. (1983): *Atmospheric angular momentum fluctuations, length-of-day changes and polar motion*. Proc. R. London, A 387, 31-73.
- BROSCHÉ P., WÜNSCH J. (1993): *On the rotational angular momentum of the oceans and the corresponding polar motion*. Astron. Nachr., 315, 181-188.
- BROSCHÉ P., SCHUH H. (1998): *Tides and Earth Rotation*. Surveys in Geophysics, 19, 417-430.
- BRZEZINKSKI A. (1994): *Atmospheric excitation of nutation estimated from the 4-times daily effective angular momentum data*. 22nd General Assembly of the IAU, Den Haag, Niederlande.
- CHAO B. (1987): *Snow Load Effects on the Earth's Rotation and Gravitational Field*. J. Geophys. Res. Astr. Soc., 92, 9415-9422.
- DILL R. (1997): *Einfluß globaler Massenänderungen auf die Erdrotation*. Extended Abstract, Geodätische Woche Berlin, <http://www.geodesy.tu-berlin.de/~gw97/exa.html>.
- DILL R. (1998): *Einfluß globaler Massenverlagerungen auf die Erdrotation*. DGK Reihe A, Heft 115.
- DILL R. (2002): *Der Einfluss von Sekundäreffekten auf die Rotation der Erde*. DGK Reihe C, Nr. 550.
- FARRELL W. (1972): *Deformation of the Earth by Surface Loads*. Rev. Geophys. Space Phys., 10, 761-797.
- HAAS R., SCHERNECK H.-G., SCHUH H. (1997): *Atmospheric loading corrections in geodetic VLBI and determination of atmospheric loading coefficients*. 12th Working Meeting on European VLBI for Geodesy and Astrometry. Hønefoss (Norwegen), 12.-13. September 1997, Proc. ed. By B.R. Pettersen, 122-132.
- LAMBECK K. (1980): *The Earth Variable Rotation*. Cambridge University Press, New York.
- MUNK W.H., MACDONALD G.J.F. (1960): *The Rotation of the Earth*. Cambridge University Press, New York.
- RANALLI G. (1995): *Rheology of the Earth*, S. 225-235. Chapman and Hall, London.
- SCHERNECK H.G. (1990): *Loading Green's functions for a continental shield with a Q-structure for the mantle and density constraints from the geoid*. Bulletin d'Information Mareées Terrestres (BIM), 108, 7757-7792.
- SCHMITZ-HÜBSCH H., DILL R. (2001): *Atmosphärische, ozeanische und hydrologische Einflüsse auf die Erdrotation*. ZfV, in Druck.
- SCHUH H., HAAS R. (1997): *Bestimmung von Gezeitendeformations-Parametern mit VLBI*. Extended Abstract, Geodätische Woche Berlin, <http://www.geodesy.tu-berlin.de/~gw97/ea/C3-13.ps>.
- WAHR J.M. (1982): *The effects of the atmosphere and oceans on the Earth's wobble- I. Theory*. Geophysical Journal, 70, 3941-3954.
- WANG H. (2000): *Surface vertical displacements and level plane changes in front reservoir area caused by filling the Three Gorges Reservoir*. Journal of Geophys. Res., 105 No B6, 13,211.

Atmosphärische und ozeanische Massenverlagerungen als Antrieb für ein Kreiselmodell der Erde

FLORIAN SEITZ¹

Kurzfassung

Gegenstand der Untersuchung ist die Variation der Richtung und des Betrags des Erdrotationsvektors infolge zeitveränderlicher Strömungen in Atmosphäre und Ozean. Die Grundlage für die Simulation der Rotationsdynamik bildet ein Kreiselmodell der Erde, dessen Antrieb durch zeitlich hochauflösende Modelle für Atmosphären- und Ozeanzirkulation erfolgt. Neben diesen Primäreinflüssen können auch Sekundäreffekte wie Grundwasserschwankungen und Auflastdeformationen berücksichtigt werden. Verfeinerte Modellannahmen im Kreiselmodell verhindern die übliche getrennte Berechnung der Richtungsänderung des Rotationsvektors und der Tageslängenvariation. Dazu gehören die Berücksichtigung der triaxialen Gestalt des Erdkörpers und die Rückkopplung der Polbewegung über die Rotationsdeformation. Die Lösung des nichtlinearen Liouvilleschen Differentialgleichungssystems muß daher durch numerische Integration erfolgen. Geodätische Beobachtungen der Reihe C04 des Internationalen Erdrotationsdienstes (IERS) werden ersten Ergebnissen für die Tageslängenvariation gegenübergestellt.

Summary

The redistribution of atmospheric and oceanic masses directly affects the Earth's rotation. Time-dependent circulation processes in these media yield variations in polar motion and length of day. A gyroscopic model is being developed to simulate the rotational dynamics of the Earth. The excitation functions for the gyro are derived from model simulations for atmosphere and oceans having a high time resolution. In addition to these primary effects also secondary influences like, e.g., hydrological excitation and loading deformations are considered. In order to make the estimation more realistic, some refinements concerning the shape of the Earth's body and back coupling mechanisms like rotational deformation are regarded in the model. As a consequence no simplification can be achieved by decoupling the system of the Liouville differential equations and calculating the coordinates of the rotation pole and the variation of length of day independently. This leads to the necessity to solve

the non-linear initial value problem numerically. First results for the variation of length of day are compared with the geodetic observations published in the series C04 by the International Earth Rotation Service (IERS).

1 Einleitung

Im Rahmen des von der DFG geförderten Projekts *Ein prognostisches Modell des Erdrotationsvektors mit zeitabhängigen ozeanischen und atmosphärischen Drehmomenten* (Dr 143/10) soll die zeitliche Änderung des Erdrotationsvektors unter dem gemeinsamen Einfluß von Primär- und Sekundäreffekten untersucht werden. Langjährige Datenreihen, die aus zeitlich hochauflösenden Atmosphären- und Ozeanmodellen gewonnen werden, dienen zum Antrieb eines Kreiselmodells. Daneben werden auch Sekundäreffekte wie Massenverlagerungen im Grundwasserhaushalt und bei der Schneebedeckung berücksichtigt, deren zeitliche Variationen aus Modellrechnungen oder Meßergebnissen gewonnen werden. Aus den Massenverlagerungen der Einzelkomponenten lassen sich zeitvariable Antriebsfunktionen für die Integration der Liouvilleschen Kreiselgleichungen ableiten. Die Durchführung des Projekts gliedert sich in drei Abschnitte:

- Untersuchung der Rotationsdynamik der Erde unter simultaner Berücksichtigung von Primär- und Sekundäreffekten auf Skalen von Tagen bis Dekaden (*Systemstudie*)
- Anpassung freier Parameter des Kreiselmodells bei Verwendung hochauflösender Reanalysedaten von Atmosphäre und Ozean (*Assimilationsstudie*)
- Vergleich der Modellergebnisse mit geodätischen Beobachtungen für Polbewegung und Tageslängenvariation (*Klimastudie*)

2 Modellierung des Erdrotationsvektors

Die Reaktion der Erde auf Massenverlagerungen folgt aus der Lösung der Bewegungsgleichungen für deformierbare Körper. Im rotierenden Bezugssystem wird die Drehimpulsbilanz durch die Liouvilleschen Differential-

¹ Deutsches Geodätisches Forschungsinstitut (DGFI), Marstallplatz 8, D-80539 München
email: florian.seitz@dgfi.badw.de

gleichungen beschrieben. Für den Zusammenhang zwischen extern auf einen Körper ausgeübten Drehmomenten \mathbf{L} und seinem Eigendrehimpuls \mathbf{H} gilt

$$\frac{d}{dt}\mathbf{H} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{H} = \mathbf{L}.$$

Darin bezeichnet $\boldsymbol{\omega}$ den Rotationsvektor des Körpers.

Der Eigendrehimpuls eines deformierbaren Körpers läßt sich in zwei Summanden aufspalten. Ein Anteil entspricht dem Drehimpuls eines rotierenden Starrkörpers, der sich als Produkt seines Trägheitstensors \mathbf{I} mit dem Rotationsvektor $\boldsymbol{\omega}$ ergibt. Der zweite Anteil kann als Drehimpuls \mathbf{h} relativ zur Starrkörperrotation aufgefaßt werden, der als Folge von Massenbewegungen relativ zu dem gleichförmig rotierenden Körper entsteht (SCHNEIDER, 1988). Für die Liouvilleschen Differentialgleichungen folgt daher

$$\frac{d}{dt}(\mathbf{I}\boldsymbol{\omega} + \mathbf{h}) + \boldsymbol{\omega} \times (\mathbf{I}\boldsymbol{\omega} + \mathbf{h}) = \mathbf{L}. \quad (1)$$

Alle in dieser Gleichung vorkommenden Größen sind aufgrund der Massenverlagerungen zeitvariabel:

$$\mathbf{I} = \mathbf{I}(t), \mathbf{h} = \mathbf{h}(t), \boldsymbol{\omega} = \boldsymbol{\omega}(t), \mathbf{L} = \mathbf{L}(t).$$

Zeitliche Schwankungen der Erdrotation werden gegenüber einem gleichmäßig mit der Winkelgeschwindigkeit Ω rotierenden geozentrischen Referenzsystem betrachtet. Dessen z-Achse, um die die Rotation erfolgt, zeige genähert in die Richtung des größten Hauptträgheitsmoments C der Erde. Für den Rotationsvektor dieses Referenzsystems gilt daher

$$\boldsymbol{\omega}_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \Omega \end{pmatrix}, \quad \Omega = \frac{2\pi}{86164\text{s}}.$$

Aufgrund von Massenverlagerungen ergeben sich kleine Zuschläge $\Delta\boldsymbol{\omega}(t)$ gegenüber der gleichförmigen Rotation:

$$\Delta\boldsymbol{\omega}(t) = \Omega \cdot \begin{pmatrix} m_1(t) \\ m_2(t) \\ m_3(t) \end{pmatrix}, \quad m_i \ll 1.$$

Der Erdrotationsvektor $\boldsymbol{\omega}(t)$ nimmt daher folgende Gestalt an: $\boldsymbol{\omega}(t) = \boldsymbol{\omega}_0 + \Delta\boldsymbol{\omega}(t)$ (LAMBECK, 1980). Die Zuschläge $m_i(t)$, ($i = 1, 2, 3$) sind die unbekanntnen Größen der Liouvilleschen Differentialgleichungen. Dabei beschreiben die Größen $m_1(t)$ und $m_2(t)$ die zeitabhängige Richtungsänderung der Rotationsachse (Polbewegung) und $m_3(t)$ die Schwankung in der Rotationsgeschwindigkeit (Tageslängenvariation). Der Trägheitstensor \mathbf{I}_0 des Starrkörpers bezüglich der Hauptachsen des gleichmäßig rotierenden Bezugssystems läßt sich angeben als

$$\mathbf{I}_0 = \begin{pmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & B & 0 \\ 0 & 0 & C \end{pmatrix}.$$

Für die Hauptträgheitsmomente des Körpers gilt $C > B > A$. Wie beim Rotationsvektor ergeben sich auch im Trägheitstensor aufgrund der Massenverteilung beim Übergang von einem starren auf einen deformierbaren Körper kleine Zuschläge in den einzelnen Komponenten:

$$\Delta\mathbf{I}(t) = \begin{pmatrix} c_{11}(t) & c_{12}(t) & c_{13}(t) \\ & c_{22}(t) & c_{23}(t) \\ \text{sym.} & & c_{33}(t) \end{pmatrix}$$

mit $c_{ij} \ll A, B, C$.

Damit gilt analog $\mathbf{I}(t) = \mathbf{I}_0 + \Delta\mathbf{I}(t)$.

Zwei unterschiedliche Lösungsansätze, der Drehimpulsansatz und der Drehmomentansatz, eignen sich für die Lösung der Differentialgleichungen. Sie unterscheiden sich in der Betrachtungsweise des Körpers, für den diese Gleichungen aufgestellt werden.

2.1 Drehimpulsansatz

Beim sogenannten Drehimpulsansatz soll der Gesamtdrehimpuls für die feste Erde, die Atmosphäre und die Ozeane unter Berücksichtigung der äußeren, lunisolaren Drehmomente $\mathbf{L}(t)$ erhalten bleiben.

Jede Massenverlagerung in einer dieser Teilkomponenten, wie sie beispielsweise durch Deformationen der festen Erde als Reaktion auf ein gezeitenerzeugendes Potential, Auflasten und Polgezeiten verursacht werden, führt unmittelbar zu einer zeitlichen Änderung des Trägheitstensors $\Delta\mathbf{I}(t)$. Daneben ergeben sich Deviationsmomente aufgrund der Massenverlagerungen in Atmosphäre, Ozeanen und weiteren Teilbereichen wie Grundwasserhaushalt und Vegetation. Als Folge der Relativbewegung der bewegten Massen gegenüber dem gleichförmig rotierenden System treten relative Drehimpulse auf. Die Trägheitstensorvariationen $\Delta\mathbf{I}(t)$ und die relativen Drehimpulse $\mathbf{h}(t)$ für die Primär- und Sekundäreffekte werden aus Modellannahmen und Meßergebnissen erhalten. Die Drehmomente $\mathbf{L}(t)$ auf der rechten Seite des Differentialgleichungssystems (1) sind rein gravitativen Ursprungs. Unter Vernachlässigung weiterer Himmelskörper gilt für die lunisolaren Drehmomente (BEUTLER, 1997):

$$\mathbf{L}(t) = \sum_{j=s,m} \frac{3GM_j}{r_{ej}^5(t)} \begin{pmatrix} y_j(t)z_j(t)(C-B) \\ x_j(t)z_j(t)(A-C) \\ x_j(t)y_j(t)(B-A) \end{pmatrix}.$$

Dabei bezeichnen die Indizes $j = s, m$ Sonne und Mond. M_j ist die (Punkt-)Masse des jeweiligen Himmelskörpers, $r_{ej}(t)$ sein geozentrischer Abstand und $x_j(t)$, $y_j(t)$, $z_j(t)$ die Koordinaten bezüglich eines erdfesten Systems.

Daneben tritt als säkularer Effekt die sogenannte Gezeitenreibung auf. Sie wird vor allem durch die Trägheit der Wassermassen verursacht. Da die Reaktion der Ozeane auf das gezeitenerzeugende Potential nicht instantan

erfolgt, wird eine Relativbewegung zwischen fester Erde und Gezeitenwelle hervorgerufen. Die dadurch verursachte säkulare Zunahme der Tageslänge beträgt etwa 1.8 ms pro Jahrhundert (MUNK UND MACDONALD, 1960).

Der Drehimpulsansatz entspricht somit einer Bilanz der Drehimpulse voneinander als unabhängig erachteter Teilsysteme. Die Einflüsse der einzelnen Komponenten können additiv überlagert werden:

$$\begin{aligned}\Delta \mathbf{I}(t) &= \Delta \mathbf{I}_{\text{Atm}}(t) + \Delta \mathbf{I}_{\text{Ozean}}(t) + \dots \\ \mathbf{h}(t) &= \mathbf{h}_{\text{Atm}}(t) + \mathbf{h}_{\text{Ozean}}(t) + \dots\end{aligned}$$

2.2 Drehmomentansatz

Beim Drehmomentansatz werden die Einflüsse der Komponenten Atmosphäre und Ozean auf die Drehimpulsbilanz über die externen Drehmomente $\mathbf{L}(t)$ modelliert. Die Variation des Trägheitstensors $\Delta \mathbf{I}(t)$ entsteht wie beim Drehimpulsansatz durch die Einwirkung eines gezeiten-erzeugenden Potentials. Daneben verursachen Auflasten und Polgezeiten Deformationen der festen Erde, die sich in Deviationsmomenten niederschlagen. Da Atmosphäre und Ozeane als nicht zum Körper gehörend betrachtet werden, haben deren Massenverlagerungen keinen direkten Einfluß auf den Trägheitstensor. Auch relative Drehimpulse treten nicht auf. Dafür werden die konkreten Wechselwirkungen zwischen der festen Erde einerseits und Atmosphäre und Ozean andererseits über die Drehmomente $\mathbf{L}(t)$ berechnet. Reibung bei der Relativbewegung von Atmosphäre und Ozeanen gegenüber der festen Erde und der ausgeübte Druck auf die Erdoberfläche verursachen neben der Gravitationswechselwirkung von Sonne und Mond zusätzliche externe Kräfte auf den rotierenden Körper. Für $\mathbf{L}(t)$ gilt daher

$$\mathbf{L}(t) = \mathbf{L}_{\text{Grav}}(t) + \mathbf{L}_{\text{Reibung}}(t) + \mathbf{L}_{\text{Druck}}(t) + \dots$$

Bislang gibt es allerdings keine ausreichend genauen Modelle für die durch Reibung und Druck verursachten Drehmomente. Die Schwierigkeiten entstehen vor allem durch zu grobe räumliche Auflösung der Berechnungsgitter. Die zu ungenauen Topographiemodelle erlauben bislang keine realitätsnahen Simulationen. Aus diesem Grund wird im Folgenden der Drehimpulsansatz verwendet.

3 Das Kreiselmodell

Über die Lösung der Liouvilleschen Differentialgleichungen kann die Reaktion der Erde auf Massenverlagerungen in einem rotierenden Referenzsystem berechnet werden. Gleichung (1) läßt sich unter Vernachlässigung von Termen zweiter Ordnung schreiben als

$$\begin{pmatrix} \dot{m}_1 \\ \dot{m}_2 \\ \dot{m}_3 \end{pmatrix} = \mathbf{L}(t) - f(\mathbf{I}(t), m_i(t), \mathbf{h}(t)). \quad (2)$$

Ausgehend von einem Rotationsellipsoid werden die Hauptträgheitsmomente A und B bei den traditionellen Ansätzen zur Modellierung der Erdrotation gleichgesetzt (MUNK UND MACDONALD, 1960). Bleiben auf der rechten Seite des Gleichungssystems auftretende Produkte der kleinen Größen m_i unberücksichtigt (Linearisierung), läßt sich das Differentialgleichungssystem entkoppeln und die dritte Gleichung für $\dot{m}_3(t)$ unabhängig von den ersten beiden auswerten. Für die Berechnung von $\dot{m}_1(t)$ und $\dot{m}_2(t)$ können die ersten beiden Zeilen des Systems zu einer komplexwertigen Gleichung zusammengefaßt und über ein Faltungsintegral analytisch gelöst werden (BARNES ET AL., 1983).

Soll jedoch die Gestalt des Erdkörpers realitätsnäher über ein triaxiales Ellipsoid modelliert werden ($A \neq B$), so lassen sich die Gleichungen für $\dot{m}_1(t)$ und $\dot{m}_2(t)$ trotz Linearisierung nicht länger in komplexer Form darstellen. Damit entfällt auch die Möglichkeit der analytischen Berechnung. Das Differentialgleichungssystem ist daher numerisch zu lösen. Die Entkopplung von $\dot{m}_3(t)$ bringt keine weitere Vereinfachung.

Als Modellverfeinerungen werden zusätzlich berücksichtigt:

- Deformation des Erdkörpers aufgrund eines gezeiten-erzeugenden Potentials
- Verformung der Erde infolge Polbewegung und Tageslängenvariation (Polgezeiten)
- Einführung extraterrestrischer Drehmomente

Zur modellhaften Beschreibung der Deformation des Erdkörpers, die infolge der Anelastizität des Erdmantels zeitverzögert erfolgen soll, werden komplexe Love'sche Zahlen eingeführt (MCCARTHY, 1996).

Das gekoppelte Differentialgleichungssystem läßt sich als Anfangswertproblem formulieren. Als Anfangswerte für den Zeitpunkt $t = t_0$ werden die $m_i(t_0)$ von geodätischen Beobachtungen abgeleitet. Vom Internationalen Erdrotationsdienst (IERS) werden mit der Zeitreihe C04 die über geodätische Raumverfahren bestimmten Koordinaten $p_x(t)$ und $p_y(t)$ des zälestischen Ephemeridenpols sowie die Tageslängenvariationen $\Delta \text{LOD}(t)$ in täglicher Auflösung zur Verfügung gestellt¹. In komplexer Schreibweise besteht zwischen $p(t) = p_x(t) + ip_y(t)$ und $m(t) = m_1(t) + im_2(t)$ folgender Zusammenhang (GROSS, 1992):

$$m(t) = p(t) - \frac{i}{\Omega} \frac{dp}{dt}.$$

Für die Variation der Tageslänge gilt:

$$\dot{m}_3(t) = -\Omega \frac{\Delta \text{LOD}(t)}{2\pi}.$$

¹ Nach einer Resolution der IAU, die im August 2000 auf der Generalversammlung in Manchester verabschiedet wurde, soll der zälestische Ephemeridenpol (CEP) ab 2003 durch den zälestischen Zwischenpol (engl.: Celestial Intermediate Pole, CIP) abgelöst werden. Siehe hierzu auch http://danof.obspm.fr/IAU_resolutions/Resol-UAI.htm

Damit lassen sich die benötigten Anfangswerte $m_i(t = t_0)$ und $\dot{m}_i(t = t_0)$ bestimmen. Die über das Modell gewonnenen Ergebnisse $m_i(t > t_0)$ können über inverse Berechnung zum Vergleich mit tatsächlichen Meßwerten in Koordinaten des zälestischen Ephemeridenpols und Tageslängenvariationen umgewandelt werden.

Zur numerischen Lösung des gekoppelten Differentialgleichungssystems wird ein Runge-Kutta Integrator vierter Ordnung verwendet. Bei diesem Einschrittverfahren wird eine Näherungslösung für die Unbekannten y_{n+1} zum Zeitpunkt t_{n+1} aus den Ergebnissen $y_n(t_n)$ gewonnen (ENGELN-MÜLLGES UND REUTTER, 1993; PRESS ET AL., 1987):

$$y_{n+1} = y_n + x f'(t_n, y_n), \quad y_n := \begin{pmatrix} m_1(t_n) \\ m_2(t_n) \\ m_3(t_n) \end{pmatrix}.$$

Dabei bezeichnet $f'(t_n, y_n)$ eine Funktion zur Auswertung der rechten Seite des Differentialgleichungssystems (2). Für die Schrittweite x der Berechnung gilt $t_{n+1} = t_n + x$. Um die Effizienz des Verfahrens zu steigern, ist eine automatische Schrittweitensteuerung unverzichtbar. Über einen zusätzlichen Algorithmus wird ein geeigneter Wert für x gemäß den vorgegebenen Genauigkeitsanforderungen berechnet. Die Obergrenze für die Schrittweite beträgt 12 Stunden.

Da die zeitliche Auflösung der Ergebnisse m_i einen halben Tag betragen soll, werden die aufgrund der automatischen Schrittweitensteuerung unregelmäßig vorliegenden Ausgabewerte des Integrators auf 12-stündige Werte interpoliert.

4 Modellergebnisse für ΔLOD und Bewertung

Die numerische Simulation des Erdrotationsvektors geschieht durch die Einführung der durch Atmosphäre und Ozeane verursachten Trägheitstensorvariationen $\Delta \mathbf{I}(t)$ und relativen Drehimpulse \mathbf{h} in das Kreiselmodell. Zusätzlich können die weiteren genannten Modellverfeinerungen berücksichtigt werden.

Erste Simulationsergebnisse für die Tageslängenvariation ΔLOD zeigen bereits eine gute Übereinstimmung mit den geodätischen Beobachtungen der Zeitreihe C04 des IERS. Zum Antrieb des Kreiselmodells werden atmosphärische und ozeanische Massenverlagerungen in halbtägiger Auflösung eingeführt. Um die Güte des Modells überprüfen zu können, sollen zunächst möglichst realitätsnahe Informationen über Trägheitstensorvariationen und relative Drehimpulse verwendet werden.

Ein vom *National Center of Environmental Prediction* (NCEP) zur Verfügung gestellter Datensatz, der auf realen Beobachtungen basiert (sog. Reanalyse), ermöglicht die derzeit zuverlässigsten Aussagen über

atmosphärische Massenverlagerungen (<http://ggfc.ustrasbg.fr/pub/sba/sba.html>). Zur Beschreibung der Ozeandynamik wird das kombinierte Zirkulations- und Gezeitenmodell *OMCT* des Instituts für Meereskunde der Universität Hamburg herangezogen (THOMAS ET AL., 2001). Bei der Kombination der Reanalysedaten mit dem Ozeanmodell wird angenommen, daß der Ozean vollständig invers barometrisch auf atmosphärische Druckvariationen reagiert. Die Ozeandynamik wird also neben dem Einfluß der Gezeiten durch Windschubspannungen, Variationen der Meeresoberflächentemperatur und Frischwasserzuflüsse verursacht. Druckantriebe über die Atmosphäre werden hingegen nicht berücksichtigt.

Tabelle 1 zeigt verschiedene Läufe des Kreiselmodells unter schrittweiser Hinzunahme der weiteren Modellverfeinerungen Gezeitendeformation, Polgezeiten, lunisolare Drehmomente \mathbf{L} und triaxiale Erdgestalt ($A \neq B$). Das Ergebnis der ersten Simulation entspricht der traditionel-

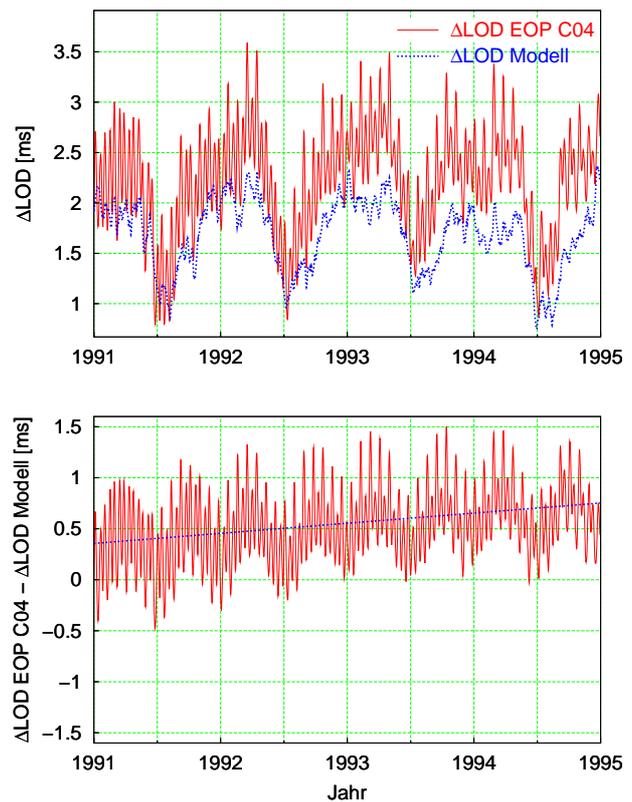


Abb. 1: Oben: Ergebnis der traditionellen Berechnung der Tageslängenvariation ΔLOD über Entkopplung der Liouvilleschen Differentialgleichung unter Annahme einer rotationssymmetrischen Erdfigur (Hauptträgheitsmomente $A = B$). Polgezeiten und die Reaktion des Erdkörpers auf ein gezeiterzeugendes Potential sind nicht berücksichtigt. Auch lunisolare Drehmomente werden vernachlässigt. Unten: Differenz zwischen der Reihe C04 und dem Modellergebnis und ausgleichende Gerade.

Beschreibung des Modells						Vergleich mit IERS C04		
	Modellantrieb	Gezeiten- deform.	Pol- gezeiten	\mathbf{L}	$A \neq B$	Korrelation mit IERS C04 [%]	Drift [$\mu\text{s/a}$] C04-Modell	Varianzfaktor $\hat{\sigma}_0$ [10^{-5}]
1	NCEP					74	95	33
2	NCEP				×	74	89	33
3	NCEP	×			×	98	44	8
4	NCEP	×	×	×	×	98	43	8
5	OMCT	×	×	×	×	62	-59	40
6	NCEP+OMCT	×	×	×	×	99	-15	9

Tab. 1: Gegenüberstellung unterschiedlicher Kreiselsimulationen für die Berechnung der Tageslängenvariation und Vergleich mit den geodätischen Beobachtungen der Reihe C04 des IERS.

len Berechnungsweise über die Entkopplung des Liouvilleschen Differentialgleichungssystems unter der Annahme von Rotationssymmetrie der Erdgestalt. Die Korrelation zwischen Modellergebnis und Messung beträgt lediglich 74 %. In einer Ausgleichung nach der Methode der kleinsten Quadrate werden für die Differenz zwischen den Werten der Reihe C04 und dem Modellergebnis ein konstanter Versatz und eine lineare Drift geschätzt. Die Qualität des jeweiligen Modelldurchlaufs gegenüber den geodätischen Meßergebnissen wird durch den dimensionslosen Varianzfaktor $\hat{\sigma}_0$ beschrieben. Ein kleiner Varianzfaktor bedeutet eine gute Übereinstimmung der verglichenen Zeitreihen unter Berücksichtigung der beiden ausgeglichenen Parameter. Für den ersten Modelldurchlauf tritt eine deutliche Drift zwischen beiden Kurven auf (Abbildung 1). Durch die Berücksichtigung der triaxialen Gestalt der Erde gelingt es, die Drift ein wenig zu verringern.

Den größten Effekt auf die Variation der Tageslänge hat, insbesondere im kurzperiodischen Spektralbereich, die Berücksichtigung der Gezeitendeformation der festen Erde. Die Korrelation mit den Meßergebnissen erreicht nach der Hinzunahme dieses Effekts 98 %. Dagegen ist der Einfluß der Polgezeiten und lunisolaren Drehmomente auf die Tageslängenvariation vernachlässigbar.

Beim alleinigen Antrieb des Kreisels mit dem Ozeanmodell OMCT erreicht die Jahresperiode der Tageslängenvariation wesentlich geringere Amplituden als unter Verwendung der NCEP-Daten. Daraus resultiert die geringe Korrelation mit der gemessenen Zeitreihe von lediglich 62 %.

Werden beide Modelle kombiniert und ihr gemeinsamer Effekt auf die Kreiselsbewegung untersucht, so zeigt sich eine sehr gute Übereinstimmung mit der tatsächlichen Erdrotation. Die Korrelation beträgt 99 % und die Drift zwischen Modellergebnis und Meßkurve erreicht ihren minimalen Wert (Abbildung 2).

Weitergehende Untersuchungen sollen sich mit der Hinzunahme von Sekundäreffekten befassen. Jedoch ist auf-

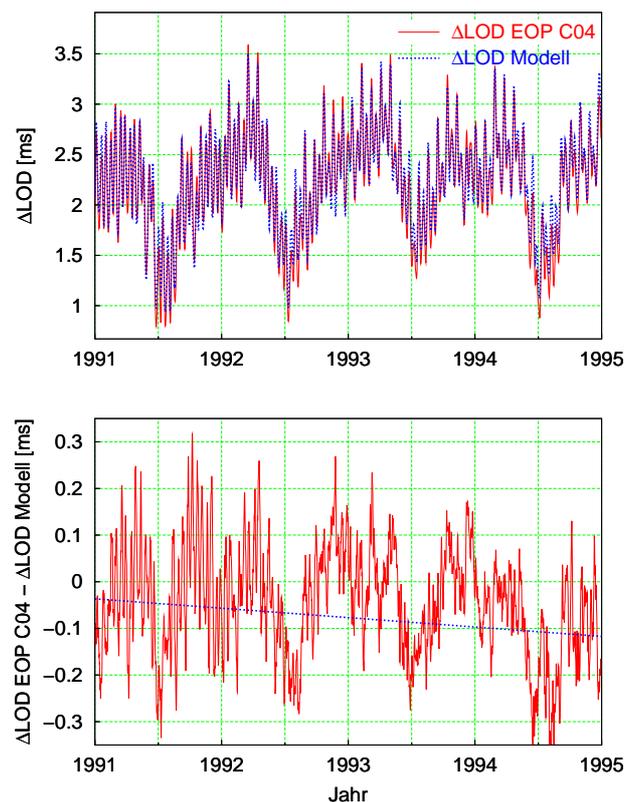


Abb. 2: Oben: Ergebnis für die Tageslängenvariation ΔLOD bei Verwendung eines Runge-Kutta Einschrittintegrators zur numerischen Lösung des Liouvilleschen Differentialgleichungssystems. Berücksichtigt sind Polgezeiten, die Reaktion des Erdkörpers auf ein gezeiten-erzeugendes Potential und lunisolare Drehmomente. Die Gestalt des Erdkörpers ist über ein triaxiales Ellipsoid angenähert ($A \neq B \neq C$).

Unten: Differenz zwischen der Reihe C04 und dem Modellergebnis und ausgleichende Gerade.

grund der bereits erreichten Korrelation von 99 % mit keinem wesentlichen Einfluß auf die Tageslängenvariation zu rechnen. Hingegen ist ersten Ergebnissen zufolge die durch Atmosphäre und Ozeane hervorgerufene Anregung bei weitem nicht in der Lage, die gemessene Polbewegung hervorzurufen. Die Kombination weiterer Einflußfaktoren ist bei der Berechnung der Richtungsänderung des Erdrotationsvektors daher unerlässlich. Zusätzliche Einblicke in die Rotationsdynamik der Erde werden durch die Verwendung des globalen Zirkulationsmodells ECHAM 4 für die Berechnung der atmosphärischen Drehimpulsanteile anstelle des NCEP-Reanalysedatensatzes erwartet. Stochastische Signalanteile als Folge unterschiedlicher Anfangszustände der Atmosphäre sollen für einen Zeitraum von mehreren Jahrzehnten berechnet und ihr Einfluß auf die Rotation der Erde abgeschätzt werden. In Kombination mit den deterministischen ozeanischen Drehimpulsanteilen kann damit die Rolle des beschriebenen Erdmodells als physikalisches Filter für die Anregungen untersucht werden.

5 Zusammenfassung

Zeitlich hochauflösende Modelle für atmosphärische und ozeanische Massenverlagerungen liefern die Antriebsfunktionen für ein Kreiselmodell zur numerischen Simulation des Erdrotationsvektors. Aus der Lösung der Liouvilleschen Differentialgleichungen folgt sowohl der Einfluß auf die Polbewegung als auch auf die Tageslängenvariation der Erde. Bei klassischen Ansätzen wird das Differentialgleichungssystem linearisiert und entkoppelt, wodurch sich die Veränderung der Rotationsgeschwindigkeit und die Richtungsänderung des Rotationsvektors unabhängig voneinander berechnen lassen. Als Folge der Annäherung der Erdfigur durch ein triaxiales Ellipsoid anstelle eines Rotationsellipsoids ist die Entkopplung allerdings nicht länger möglich. Daher ist das Differentialgleichungssystem numerisch zu lösen. Als Antrieb für den Kreisel werden Drehimpulse atmosphärischer Reanalysedaten (NCEP) und ozeanischer Modellsimulationen (OMCT) verwendet. Erste Ergebnisse für die Variation der Tageslänge zeigen bei Verwendung eines Runge-Kutta Einschrittintegrators eine gute Übereinstimmung mit der geodätischen Zeitreihe C04 des IERS. Durch die Hinzunahme von Modellverfeinerungen wie Gezeitendeformation, Polgezeiten und den Einfluß externer Drehmomente wird eine Korrelation zwischen Modellergebnis und Meßreihe von 99 % erreicht.

Literatur

- R. T. H. BARNES, R. HIDE, A. A. WHITE, C. A. WILSON, 1993: *Atmospheric angular momentum fluctuations, length-of-day changes and polar motion*. Proc. R. Soc., A 387, London.
- G. BEUTLER, 1997: *Rotation der Erde, Theorie, Methoden, Resultate aus Satellitengeodäsie und Astrometrie*. Vorlesungsskript, Universität Bern.
- G. ENGELN-MÜLLGES, F. REUTTER, 1993: *Numerik- Algorithmen mit Fortran 77-Programmen*. Bibliographisches Institut, Mannheim.
- R. S. GROSS, 1992: *Correspondence between theory and observations of polar motion*. Geophysical Journal Int., 109, 162-170.
- K. LAMBECK, 1980: *The Earth's Variable Rotation: Geophysical Causes and Consequences*. Cambridge University Press, New York.
- D. D. MCCARTHY, 1996: *IERS Conventions*. IERS Technical Note 21, Paris.
- W. H. MUNK, G. J. F. MACDONALD, 1960: *The Rotation of the Earth: A Geophysical Discussion*. Cambridge University Press, New York.
- W. H. PRESS, B. P. FLANNERY, S. A. TEUKOLSKY, W. T. VETTERLING, 1987: *Numerical Recipes*. Cambridge University Press, New York.
- M. THOMAS, J. SÜNDERMANN, E. MAIER-REIMER, 2001: *Consideration of ocean tides in an OGCM and impacts on subseasonal to decadal polar motion excitation*. Geophys. Res. Lett. Vol. 28, No. 12, 2457-2560.
- M. SCHNEIDER, 1988: *Satellitengeodäsie*. Bibliographisches Institut, Mannheim.

Zur Simulation transienter Prozesse im Ozean und deren Einßuss auf die Erdrotation

MAIK THOMAS¹

Kurzfassung

Mit dem bei Thomas (2001) sowie Thomas u. a. (2001) beschriebenen Simultanmodell für Zirkulation und Gezeiten des Weltozeans werden auf Zeitskalen von Tagen bis Jahrzehnten verschiedene ozeanische Prozesse und Effekte im Hinblick auf ihren Einßuss auf die Erdrotation geschätzt. Berücksichtigung finden die thermohaline und windgetriebene Zirkulation, lunisolare Gezeiten, statische und dynamische Effekte des Atmosphärendruckes, das Sekundärpotential infolge von Außast und Selbstanziehung der Wassermassen sowie nichtlineare Wechselwirkungen zwischen Zirkulation und Gezeiten.

Die Schätzungen hinsichtlich des Einßusses einzelner Komponenten der totalen ozeanischen Dynamik auf die Anregung von Rotationsschwankungen lassen sich unter Verwendung der die Anregung repräsentierenden Drehimpulsfunktionen χ zusammenfassen mittels der Relation:

$$\chi^{\text{thermohal. + windgetr. Zirk.}} \approx \chi^{\text{Atm.-druck}} > \chi^{\text{LSA}} > \chi^{\text{Nichtlin.}} > \chi^{\text{Gezeiten}},$$

wobei die Anregungen durch Atmosphärendruck bei Überlagerung mit der Atmosphäre weitgehend kompensiert werden.

Einleitung

Die mit modernen geodätischen Raumverfahren beobachteten zeitlichen Änderungen von instantaner Richtung und Betrag des Erdrotationsvektors lassen sich in auf externe Kräfte zurückzuführende und geophysikalisch angeregte Schwankungen separieren. Im Unterschied zu den durch Gravitationswechselwirkung mit anderen Himmelskörpern entstehenden externen Anregungsmechanismen sind die internen, durch Massenverlagerungen und Bewegungsvorgänge in den einzelnen Teilsystemen angeregten Rotationsvariationen infolge ihrer Komplexität nicht durch rein theoretische Ansätze darstellbar. Eine

Quantifizierung der Anregungsbeiträge der als Haupteinflussfaktoren geltenden Teilsysteme Erdkern, Hydrosphäre und Atmosphäre mittels Beobachtung ist nur sehr begrenzt möglich, insbesondere bei ersterem Teilsystem, das sich einem direkten Zugriff weitgehend entzieht. Der Entwicklungsstand der routinemäßigen Erfassung der atmosphärischen Zustandsgrößen ist dagegen aufgrund ihrer schon frühzeitig erkannten weitreichenden Bedeutung für alltägliche und wirtschaftliche Belange am weitesten fortgeschritten; operationell wird der Atmosphärenzustand von den jeweiligen Wetterdiensten erfasst, so dass er beispielsweise mit Reanalysemethoden auch für die integralen Größen relevante konsistente Globalfelder erstellt werden können. Verfahrenstechnisch ist eine äquivalente Bestimmung des dynamischen Zustandes des Ozeans als Teilkomponente der Hydrosphäre zwar denkbar, doch verhindert bereits die räumliche Ausdehnung der Weltmeere eine umfassende dreidimensionale in-situ-Beobachtung. Methoden der Fernerkundung liefern seit einigen Jahrzehnten und mit fortschreitender Genauigkeit nahezu flächendeckende Informationen über physikalische Größen an der Meeresoberfläche; Aussagen hinsichtlich des physikalischen Zustandes des Ozeans jenseits weniger Zentimeter der Oberfläche sind jedoch bislang aus den mit Satelliten erhobenen Daten nur unter Zuhilfenahme stark vereinfachender Annahmen ableitbar.

Eine alternative Möglichkeit zur Beschreibung der dreidimensionalen transienten ozeanischen Dynamik bietet die Modellbildung auf Basis der hydrodynamisch-numerischen Methode, bei der er vereinfacht ausgedrückt die physikalischen Prozesse mathematisch in Form von Gleichungen formuliert und nach Diskretisierung auf numerischem Wege approximativ gelöst werden. Der hierzu nötige Rechenaufwand ist maßgeblich bestimmt durch die Auflösung des Modells in Raum und Zeit sowie durch Anzahl und Parametrisierungsart der einbezogenen physikalischen Prozesse. Aus ökonomischen Gründen werden deshalb bei den Modellen des Weltozeans traditionell die Hauptkomponenten ozeanischer Dynamik entsprechend der Hauptantriebsquellen, nämlich Gravitationskräfte von Sonne und Mond sowie Antrieb durch die Atmosphäre, getrennt simuliert, so dass sich bis heute ozeanische Globalmodelle streng

¹ Lohrmann-Observatorium, TU Dresden, Mommsenstr. 13, D-01062 Dresden
email: mthom@rcs.urz.tu-dresden.de

in Gezeiten- und Zirkulationsmodelle einteilen lassen. Implizit setzt eine derartige Separation voraus, dass nichtlineare Wechselwirkungen zwischen den beiden Hauptkomponenten des ozeanischen Bewegungsspektrums, Zirkulation und Gezeiten, vernachlässigbar sind. Da auch die theoretische Simulation weltozeanischer Gezeitenerscheinungen bislang ausschließlich über Partialtiden, also mittels einer linearen Zerlegung des lunisolaren Gezeitenpotentials erfolgt, ist eine Beschreibung der instantanen Ozeandynamik lediglich bedingt über eine Linearkombination abzählbarer Komponenten des Bewegungsfeldes möglich. Doch auch diese lineare Approximation ist infolge der zumeist sehr unterschiedlichen Variationszeitskalen von Zirkulation und Gezeiten begrenzt; denn während die Gezeitenerscheinungen dominiert sind von halb-, ganz- und vierzehntägigen Perioden, liegen die charakteristischen Variationen der großskaligen Zirkulation im Periodenbereich von einigen Monaten bis Dekaden. Infolgedessen sind globale Gezeiten- und Zirkulationsmodelle auf voneinander abweichenden Zeitskalen ausgerichtet. Zu erwarten ist allerdings, dass insbesondere im Bereich benachbarter Perioden, wie es beispielsweise bei saisonalen Variationen und ganzjährigen Tiden der Fall ist, nichtlineare Wechselwirkungen signifikant sind.

Mit einem gegenüber der traditionellen Vorgehensweise konzeptionell erweiterten Modell, das eine simultane Modellierung der weltozeanischen Zirkulations- und Gezeitendynamik erlaubt, werden nachfolgend die von unterschiedlichen Komponenten der instantanen ozeanischen Dynamik ausgehenden Einflüsse auf das Rotationsverhalten der Erde untersucht. Die Gezeitenkräfte werden hierbei aus Ephemeriden ohne Zerlegung in Fourierkomponenten (Partialtiden) ermittelt und in die hydrodynamischen Bewegungsgleichungen eingesetzt. Neben thermohalinen und windgetriebenen Komponenten der allgemeinen Zirkulation finden ferner sowohl die statischen und dynamischen Wirkungen des Atmosphärendruckes auf die Meeresoberfläche als auch sekundäre Effekte Berücksichtigung, die bislang noch nicht beziehungsweise nur eingeschränkt auf der globalen Skala modelliert wurden. Hierzu gehören insbesondere das durch Auflast und Selbstanziehung der Wassermassen in einem baroklinen Ozean verursachte Sekundärpotential, das bisher lediglich in barotropen Gezeitenmodellen Beachtung fand. Die Zulässigkeit der bislang in numerischen Modellen des Weltozeans vollzogenen Trennung von Zirkulation und Gezeiten wird zudem durch Schätzung der während der Simultansimulation auftretenden nichtlinearen Wechselwirkungen beider Bewegungskomponenten im Hinblick auf die für die Erdrotation relevanten integralen Größen geprüft.

Nach einer Skizzierung der Antriebsbedingungen, die bei den durchgeführten transienten Langzeitsimulationen Verwendung fanden, wird die relative Bedeutung einzelner Komponenten ozeanischer Dynamik bei der Anregung von Erdrotationsschwankungen am Beispiel der ho-

rizontalen dimensionslosen Drehimpulsfunktionen $\chi_{1,2}$ geschätzt, bevor schließlich die Sensitivität einer Überlagerung der Teilsysteme Atmosphäre und Ozean an einem Beispiel demonstriert wird.

Antriebsbedingungen

Zur Untersuchung der von den verschiedenen dynamischen Prozessen im Weltozean verursachten Einflüsse auf die Erdrotationsparameter wurden mit dem bei Thomas (2001) sowie Thomas u. a. (2001) beschriebenen Simultanmodell für Zirkulation und Gezeiten OMCT (Ocean Model for Circulation and Tides) fünf Echtzeitsimulationen für den Zeitraum von 1949 bis einschließlich 1994 durchgeführt, die sich lediglich in der Wahl der Antriebsbedingungen unterscheiden:

1. Antrieb ausschließlich mit lunisolem Gezeitenpotential einschließlich barotroper Auast- und Selbstanziehungseffekte (LSA);
2. Atmosphärischer Antrieb aus ECHAM3-Simulationen Deutsches Klimarechenzentrum (DKRZ) Modellbetriebsgruppe (1992) ohne Gezeiten:
 - (a) Antrieb mit Windschubspannungen, 2m-Temperaturen und Frischwasserssen;
 - (b) Antrieb mit Windschubspannungen, 2m-Temperaturen, Frischwasserssen sowie Atmosphärendruck in mittlerer Meereshöhe;
 - (c) Antrieb mit Windschubspannungen, 2m-Temperaturen, Frischwasserssen und Atmosphärendruck in mittlerer Meereshöhe unter Berücksichtigung barokliner Auast- und Selbstanziehungseffekte;
3. Antrieb mit Windschubspannungen, 2m-Temperaturen, Frischwasserssen sowie Atmosphärendruck in mittlerer Meereshöhe aus ECHAM3-Simulationen und lunisolem Gezeitenpotential einschließlich der Effekte von Auast- und Selbstanziehung.

Aus dem Vergleich der verschiedenen Simulationen soll im folgenden einerseits die Bedeutung einzelner ozeanischer Prozesse, andererseits die Relevanz nichtlinearer Wechselwirkungen zwischen den Hauptbewegungskomponenten Zirkulation und Gezeiten bei der Anregung von Erdrotationsschwankungen abgeleitet werden.

Horizontale Anregungsfunktionen

Prinzipiell bieten sich drei theoretisch äquivalente Ebenen an, die beobachteten Erdrotationsparameter mit den modellierten numerischen Resultaten bzw. die Simulationsergebnisse untereinander zu vergleichen: die Ebene

der dimensionsbehafteten Drehimpulse, die der dimensionslosen Anregungen χ (Öexcitation domainÓ) und die der beobachtbaren Parameter Tageslänge und Polbewegungen (Öwobble domainÓ).

Messungen liegen ausschließlich in der Öwobble domainÓ vor und reflektieren die Gesamtheit geophysikalischer und externer Einflüsse. Im Unterschied zu diesen Integralgrößen der Rotation liefern die numerischen Modellschätzungen der Beiträge bestimmter Komponenten einzelner Teilsysteme des Gesamtsystems Erde im Drehimpulsbereich. Eine Gegenüberstellung von Beobachtungs- und Modelllösung erfordert demnach eine Transformation eines oder beider Datensätze auf eine gemeinsame Vergleichsebene. Sensitiv ist insbesondere der Übergang vom Anregungs- in den Rotationsbereich für die Horizontalschwankungen, da die Verknüpfung hier mittels einer Resonatorgleichung zur Erfassung der resonanten Freien Kern-Nutation und der Chandlerschen Bewegung erfolgt. Die resultierenden Polbewegungen hängen nicht nur von den empirisch bestimmten Resonanzfrequenzen einschließlich der Dämpfungskonstanten Q ab, sondern laufen zudem Gefahr, die im Anregungsbereich noch signifikanten kleineren Variationen zu überdecken.

Daher wird es dieser direkten Vergleichsmethode auf Ebene der Rotationsschwankungen zumeist vorgezogen, die Analyse der Polbewegungen invers durchzuführen, wozu die beobachteten Größen einer Dekonvolution zu unterziehen sind. Unter Vernachlässigung möglicher Messfehler werden die geodätischen Anregungen aus den beobachteten Polbewegungen ermittelt, indem die Differentialausdrücke der den Zusammenhang zwischen

Anregung χ und Polbewegung beschreibenden Relationen ersetzt werden durch finite Differenzen (Wilson (1985); Brzezinski (1987)).

Bei einer Gegenüberstellung von Beobachtung und Simulation im Anregungsbereich sind mittlere Zustände der resonanten Freien Kern-Nutation und der Chandlerschen Bewegung eliminiert. Daher ist im Anregungsbereich zwar ein deutlich geringeres Maß an Korrespondenz zwischen Beobachtung des Integraleffektes und Simulation einzelner Teilsysteme zu erwarten als bei den Polbewegungen, doch erlaubt erst der Wegfall dieser dominanten Bewegungen eine Identifikation der die Rotationsschwankungen verursachenden geophysikalischen Anregungen. Wenngleich die inverse Methode weniger sensitiv hinsichtlich der Wahl der empirisch bestimmten mittleren Resonanzperioden als ein direkter Vergleich der Polbewegungen ist, wird sich doch jede Abweichung der δ von der momentanen Massenverteilung der Erde abhängigen Resonanzperioden vom angenommenen Mittelwert in den geodätischen Anregungen niederschlagen. Beiträge, die von momentanen Abweichungen der Resonanzperioden vom gewählten Mittelwert herrühren, sind folglich stets in den invers bestimmten geodätischen Anregungsfunktionen enthalten.

Unter Verwendung der Notation von Barnes u. a. (1983) werden die instantanen relativen Drehimpulse und relevanten Trägheitstensoranteile ausgedrückt in Form der dimensionslosen Drehimpulsfunktionen $\chi_{1,2}$, wobei χ_1 in Richtung des Greenwich-Meridians, χ_2 in Richtung $90^\circ E$ weist. In der obersten Darstellung von Abbildung 1 sind für die letzten dreissig Simulationsjah-

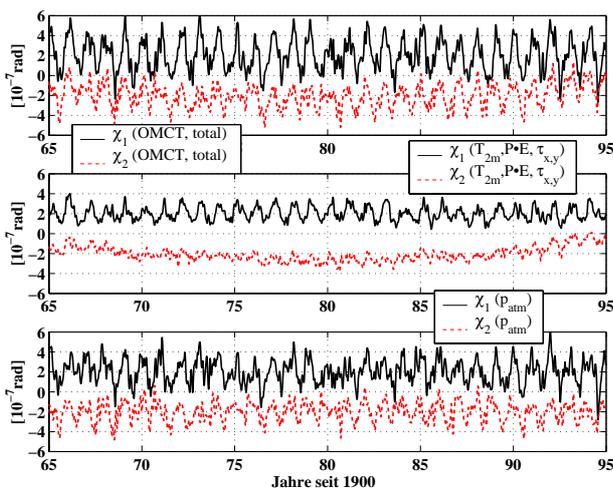


Abb. 1 : Mit einer Cutoff-Periode von 30 Tagen tiefpassgefilterte Zeitserien der horizontalen Anregungsfunktionen χ : totaler ozeanischer Anregungsbeitrag als Resultat des Simultanlaufes 3 (oben) sowie die auf thermohaline und windgetriebene (Mitte), druckgetriebene (unten) Zirkulation zurückzuführende Anregungsbeiträge.

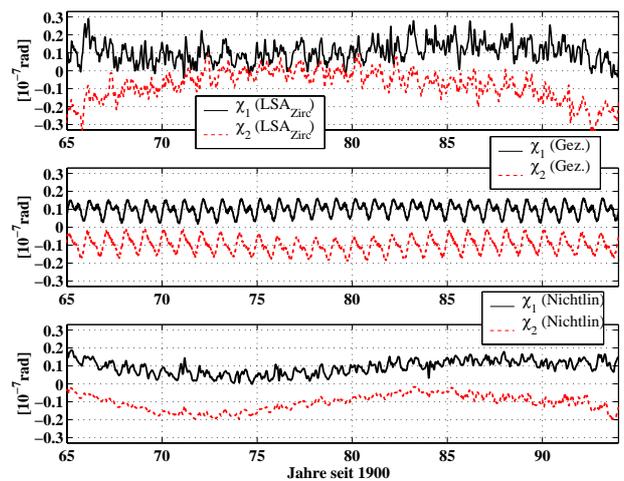


Abb. 2 : Mit einer Cutoff-Periode von 30 Tagen tiefpassgefilterte Zeitserien der horizontalen Anregungsfunktionen χ : auf Auast- und Selbstanziehung (oben), langperiodische Gezeiten (Mitte) und nichtlineare Wechselwirkungen (unten) zurückzuführende Anregungsbeiträge.

re die resultierenden horizontalen Drehimpulsfunktionen des Simultanlaufes 3 aufgetragen, die den Einfluß aller einbezogenen physikalischen Beiträge repräsentieren. Die Zerlegung dieses Signals mit Hilfe der Simulationen 1 und 2 in die auf einzelne Komponenten entfallenden Anteile zeigt, dass thermohalin und windgetriebene Zirkulation sowie insbesondere die durch variierenden Atmosphärendruck verursachte Dynamik den maßgeblichen Beitrag bei der Anregung der Polbewegung auf Zeitskalen von Monaten bis Dekaden leisten (Abbildungen 1 und 2). Die nächstgrößten Anregungen werden von den sogenannten sekundären Effekten Außer und Selbstanziehung der Wassermassen verursacht, die knapp 10 % des Beitrages der thermohalinen und windgetriebenen Zirkulation erreichen und damit von höherem Einfluß als die langperiodischen primären Tiden sind. Wenngleich die auf nichtlineare Wechselwirkungen zwischen Zirkulation und Gezeiten zurückzuführenden Anregungen mit etwa 2 % des totalen ozeanischen Signals einen nur geringen Beitrag liefern, zeigt dieses Resultat jedoch deutlich, dass eine lineare Superposition von Zirkulation und Gezeiten nur in erster Näherung die instantane Dynamik zu approximieren vermag, da der Fehler dieser Approximation repräsentierende Term in der Größenordnung eines Summanden der linearen Überlagerung ist.

Gemäß Abbildung 3 erreichen die während der Simulationsmodellierten totalen ozeanischen Drehimpulsfunktionen die Größenordnung der aus den gemessenen Erdorientierungsparametern abgeleiteten Anregungen des Gesamtsystems Erde und überschreiten letztere sogar im Falle der χ_1 -Komponente, weshalb das numerische Resultat für den ozeanischen Beitrag zunächst als unrealistisch hoch bewertet werden mag. Die durchgeführte Zerlegung des totalen ozeanischen Signals in die von einzelnen physikalischen Prozessen geleisteten Anregungsbeiträge identifizierte atmosphärische Druck-

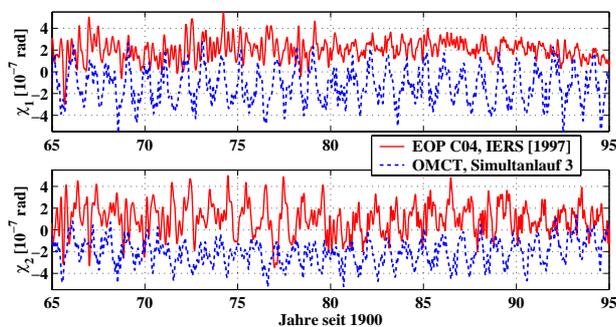


Abb. 3: Aus der Beobachtungszeitreihe EOP C04 (IERS, 1997) berechnete geodätische Drehimpulsfunktionen und vom ozeanischen Simultanfeld von Zirkulation und Gezeiten (Lauf 3) verursachte totale horizontale Anregungen $\chi_{1,2}$. Die Zeitreihen wurden tiefpassgefiltert mit einer Cutoff-Periode von 30 Tagen.

variationen als einen maßgeblichen Verursacher der als überhöht erscheinenden ozeanischen Anregung. Lässt sich die ozeanische Reaktion auf atmosphärische Druckschwankungen als eine rein statische approximieren, so wird jede Druckanomalie δp_a unmittelbar durch eine lokale Verformung des Meeresspiegels ζ^{ib} kompensiert und aus der hydrostatischen Näherung folgt:

$$\zeta^{ib} = -\frac{\delta p_a}{\rho_0 g}, \quad (1)$$

wobei ρ für die Meerwasserdichte, g für die mittlere Schwerebeschleunigung steht. Diese als invers barometrische Approximation bekannte Näherung impliziert, dass horizontale Gradienten des Atmosphärendruckes keinen Einfluß auf die innere ozeanische Dynamik und den ozeanischen Bodendruck nehmen. Die den Massenterm der Drehimpulsfunktionen bestimmenden Komponenten des Trägheitstensors lassen sich mit der internen Druckrelation in Abhängigkeit des ozeanischen Bodendruckes p_{bot} darstellen, weshalb eine Diskussion der Rolle atmosphärischer Druckfelder hinsichtlich der Funktionen χ auf die Behandlung der Einflußnahme auf den ozeanischen Bodendruck reduziert werden kann.

Der absolute Druck am Ozeanboden unter dem Einfluß der Atmosphäre berechnet sich durch simple additive Überlagerung der Beiträge beider Teilsysteme zu

$$p_{bot} = p_o + p_a = \int_{-h}^{\zeta} g \rho_o dx_3 + \int_{\zeta}^{\infty} g \rho_a dx_3, \quad (2)$$

wobei der Index o auf den ozeanischen, der Index a auf den atmosphärischen Anteil hinweist und h die lokale Wassertiefe ist. Spaltet man die Oberflächenauslenkung in einen druckinduzierten und einen auf sonstige dynamische Einflüsse zurückzuführenden Anteil, d.h. $\zeta = \zeta^{pa} + \zeta'$, so folgt mit $p_a = \bar{p}_a + \delta p_a$ (p_a = Absolutwert, \bar{p}_a = ozeanisches, momentanes Flächenmittel des Atmosphärendruckes):

$$p_{bot} = \int_{-h}^{\zeta'} g \rho_o dx_3 + \bar{p}_a + \int_0^{\zeta^{pa}} g \rho_o dx_3 + \delta p_a. \quad (3)$$

Die Grenzen des zweiten Integrals resultieren aus der Identität $[\zeta', \zeta] = [0, \zeta^{pa}]$. Reagiert die Meeresoberfläche tatsächlich wie ein inverses Barometer, so gilt $\zeta^{pa} = \zeta^{ib}$ und $\delta p_a = -g \rho_o \zeta^{ib}$, weshalb sich die letzten beiden Summanden in (3) exakt kompensieren und damit keine Bodendruckbeeinflussung von atmosphärischen Druckanomalien ausgeht.

Bei der Drehimpulsbilanzierung der beiden Teilsysteme Atmosphäre und Ozean ist folglich in Abhängigkeit von der Gültigkeit der invers barometrischen Approximation eine Kompensation des Anregungsbeitrages infolge atmosphärischer Druckanomalien zu erwarten. In Abbildung 4 sind die Horizontalkomponenten der

Anregungen χ der Modellatmosphäre ECHAM3, deren meteorologische Felder zum Antrieb der hier durchgeführten Ozeansimulationen Verwendung fanden, zusammen mit den ozeanischen Anregungen des Simultanexperimentes 3 aufgetragen. Da Jahresschwingung sowie subannuelle Variationen beider Teilsysteme deutlich gegeneinander phasenverschoben sind, deutet bereits der optische Eindruck auf eine gegenseitige Kompensation atmosphärischer und ozeanischer Anregungsbeiträge im Falle einer linearen Superposition.

Eine Bestätigung findet die geäußerte Prognose in Abbildung 5, wo das Resultat der Addition der Beobachtungszeitreihe EOP C04 International Earth Rotation Service (IERS) (1997) gegenübergestellt ist. Die horizontalen druckbedingten Anregungen reflektieren instantan etwa 85 % der theoretisch aus den atmosphärischen Druckanomalien bestimmten Anregungen, woraus ein quasi-invers barometrisches Verhalten der Meeresoberfläche geschlossen werden kann. Der Relation (3) ist zu entnehmen, dass der Anregungsbeitrag, der im Zusammenhang mit einer instantanen invers barometrischen Reaktion des Ozeans steht, bei Überlagerung mit der Atmosphäre neutralisiert wird. Die gegenüber den Einzelsignalen gedämpften atmosphärisch-ozeanischen Anregungen der Darstellung 5 können damit einerseits als Konsequenz der quasi-invers barometrischen Reaktion des Ozeans auf Anomalien des Atmosphärendruckes verstanden werden; andererseits zeigt das skizzierte Beispiel aber auch, wie sensitiv die Superposition beider Teilsysteme insbesondere im Hinblick auf die Konsistenz des von beiden Systemen an der gemeinsamen Grenzfläche angenommenen

Atmosphärendruckes ist. Sollen die nicht invers barometrischen Anteile bei einer Bilanzierung mit der Atmosphäre einbezogen werden, so ist zwingend ein Abgleich der Druckfelder beider Systeme erforderlich, da nicht konsistente Druckfelder nach (3) nicht nur eine mögliche realistische Kompensation atmosphärischer und ozeanischer Anregungen verhindern, sondern auch unrealistische, d.h. fehlerhafte Beiträge zu erzeugen vermögen. Die enge Korrelation von Atmosphärendruck und Windfeldern läßt es allerdings fraglich erscheinen, die Schaffung der Konsistenz von Atmosphärenfeldern und ozeanischen Antrieben auf die Druckkomponente beschränken zu können.

Wenngleich gemäß Abbildung 5 die Anregungen, die von der ECHAM3-Atmosphäre und dem Modellozean gemeinsam verursacht werden, vornehmlich bei χ_1 noch gegenüber der Beobachtung als überhöht erscheinen, werden zahlreiche Charakteristiken des aus den Messungen abgeleiteten Signals wiedergegeben. Die weitgehende qualitative Korrespondenz von theoretischer Modelllösung und den aus der Beobachtung abgeleiteten χ -Funktionen deutet insgesamt auf eine realitätsnahe Reproduktion der atmosphärisch-ozeanischen Strömungs- und Massenvariabilität und damit schließlich auch auf eine Übereinstimmung im integralen Sinne der realistischen transiente ozeanisch-atmosphärische Modelldynamik hin. Diese durchaus optimistisch positive Bewertung ist stets vor dem Hintergrund einer Übereinstimmung mit Ausnahme der unteren Randbedingung der Atmosphärensimulation der rein theoretischen Näherung zu sehen, deren Resultat hier mit einer methodisch vollständig unabhängigen

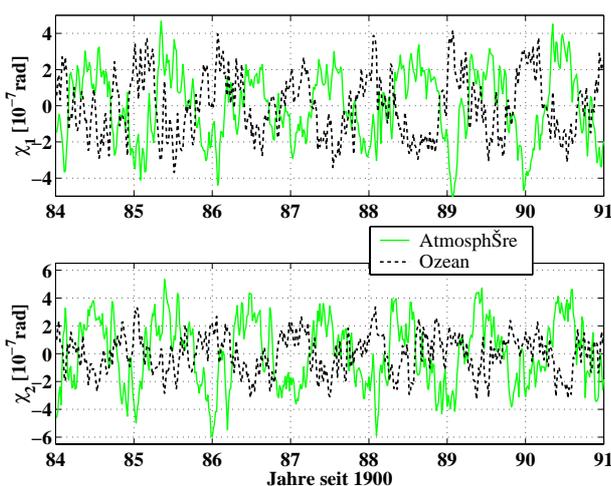


Abb. 4: Von der ECHAM3-Atmosphäre und dem ozeanischen Simultanfeld von Zirkulation und Gezeiten (Lauf 3) verursachte totale horizontale Anregungen $\chi_{1,2}$. Die Zeitreihen wurden tiefpassgefiltert mit einer Cutoffperiode von 13 Tagen.

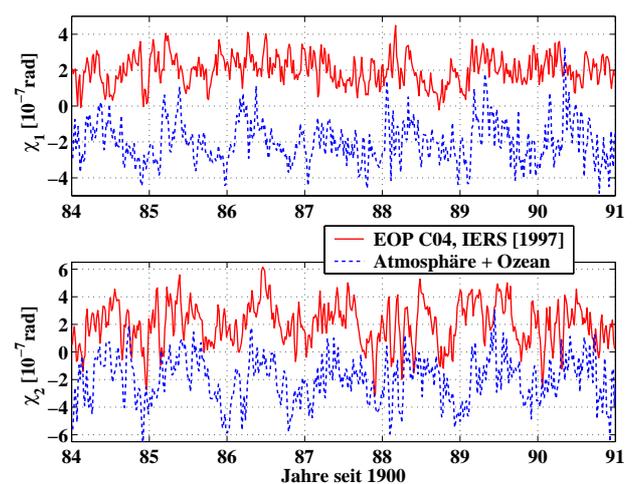


Abb. 5: Vergleich der linearen Superposition atmosphärisch und ozeanisch induzierter Anregungen mit den aus der Beobachtungszeitreihe EOP C04 (IERS, 1997) berechneten geodätischen Anregungen. Die Zeitreihen wurden tiefpassgefiltert mit einer Cutoffperiode von 13 Tagen.

Lösung verglichen wurde, die zudem auch über die atmosphärisch-ozeanischen Wirkungen hinausgehende Einflüsse enthält.

Zusammenfassung und Ausblick

Unter Verwendung realistischer atmosphärischer Antriebe aus ECHAM3-T21 Klimasimulationen und des vollständigen lunisolaren Gezeitenpotentials wurden mit einem baroklinen Simultanmodell für Zirkulation und Gezeiten die transienten Einflüsse des Weltozeans hinsichtlich der horizontalen Schwankungen des Erdrotationsvektors untersucht. Die Separation des totalen ozeanischen Anregungsbeitrages in die einzelnen, der ozeanischen Momentandynamik unterliegenden Prozesse stellte heraus, dass die zumeist als sekundär betrachteten Einflüsse von Auflast und Selbstanziehung der Wassermassen einen höheren Anregungsbeitrag liefern als die primären langperiodischen Zonaltiden. Gemäß der hier erfolgten Modellschätzungen liegen die auf nichtlineare Wechselwirkungen zwischen Zirkulation und Gezeiten zurückzuführenden Anregungen, die ein Maß für den Fehler bei einer linearen Überlagerung von Zirkulations- und Gezeitenfeld zu verstehen sind, in der Größenordnung der von den primären Zonaltiden verursachten Beiträge. Damit gleicht der Fehler, der aus einer linearen Überlagerung von Zirkulation und Gezeiten zur Approximation der instantanen ozeanischen Dynamik resultiert, einem Summanden der Addition.

Ein maßgeblicher Anteil der rein ozeanischen Anregung geht von atmosphärischen Druckanomalien aus. Die im Anschluss an die Effektseparation durchgeführte Superposition von atmosphärischen und ozeanischen Anregungskomponenten veranschaulichte, dass die druckinduzierten Anregungen beider Teilsysteme sich in dem Maße kompensieren, wie eine invers barometrische Reaktion der Wassersäule gerechtfertigt ist.

Als Konsequenz des integralen Charakters der geodätischen Beobachtungsgrößen sind zur Interpretation der Messdaten Methoden der Theorie und Modellbildung nötig, mit denen potentielle geophysikalische Einflussmechanismen geschätzt werden. Umgekehrt ist eine Qualitätsprüfung der Modellapproximationen durch Vergleich mit den Beobachtungsdaten erst aussagekräftig, wenn die für die gemessene Variation maßgeblich verantwortlichen Teilsysteme überlagert werden. Anhand der gemeinsamen Behandlung der atmosphärisch-ozeanisch induzierten Beiträge zur Anregung von Rotationsschwankungen wurde exemplarisch die Notwendigkeit einer hinsichtlich des dynamischen Zustandes der Teilsysteme konsistenten Bilanzierung aufgezeigt.

Die erfolgreiche simultane Langzeitsimulation von lunisolaren Gezeiten sowie thermohaliner, wind- und druckgetriebener ozeanischer Zirkulation unter Einbeziehung weiterer, bislang weitgehend vernachlässigter

Sekundäreinflüsse darf insgesamt als wichtiger Schritt in Richtung einer operationellen Modellierung weltozeanischer Dynamik gewertet werden, die bislang zwar für die Atmosphäre, nicht jedoch für den Weltozean möglich ist. Die Übereinstimmung zahlreicher Charakteristiken von geodätisch beobachteten mit den von Modellatmosphäre und -ozean gemeinsam verursachten Horizontalanregungen brachte zum Ausdruck, dass der theoretische Modellansatz, bei dem ausschließlich beobachtete Monatsmittel der Meeresoberflächentemperaturen und Eisbedeckungen zum Antrieb des Atmosphärenmodells herangezogen wurden, geeignet ist für eine realitätsnahe Reproduktion der zeitlichen Variabilität integraler Größen und damit zur Aufdeckung von für die Erdrotation relevanten geophysikalischen Prozessen.

Nach nunmehr jahrzehntelanger Entwicklung erlauben numerische Modelle bei gestiegenen Rechenkapazitäten mit zunehmender Genauigkeit, den transienten ozeanischen Zustand über Zeiträume von mehreren Dekaden in hoher Auflösung zu simulieren. Von derzeitigen und zukünftigen Aktivitäten zur Bestimmung des konstanten und zeitvariablen Erdschwerefeldes im Rahmen der Missionen CHAMP, GRACE und GOCE ist ein im Raum zweidimensionales Abbild der gesamten geosphärischen Massenfelder zu erhoffen. Wahr u. a. (1998) und Wunsch u. a. (2001) zeigten am Beispiel der Mission GRACE, deren Start Anfang 2002 geplant ist, dass vom Ozean Einflüsse auf das Schwerfeld ausgehen, die deutlich über der Signifikanzgrenze der von dieser Mission zu erwartenden Genauigkeit liegt. Zur Interpretation der Beobachtungsdaten oder auch Separation von auf das Schwerfeld einflussnehmenden Effekten bietet die numerische Modellbildung einzelner und wechselwirkender Teilsysteme ein kostengünstiges Werkzeug der Analyse, weshalb es in Anbetracht eingeschränkter Beobachtungsmöglichkeiten des inneren Ozeans die Tauglichkeit ozeanischer Globalmodelle zur Operationalität auf der Anwendungsebene von großer Bedeutung und damit die numerische Methode nicht eine akademische Spielerei ist.

Erst aus dem Zusammenspiel von präzisen geodätischen Beobachtungen, Messungen in Teilsystemen, Theorie und Modellstudien ist ein Verständnis der integral beobachteten geophysikalischen Aspekte globalen Wandels und deren Zusammenhänge zu erwarten, die schließlich zu einer effektiven Nutzbarmachung der erhobenen Daten führen kann. Es bleibt zu hoffen, dass den kostengünstigen numerischen Verfahren die Gelegenheit gegeben wird, ihre Rolle bei den zukünftigen interdisziplinären Aktivitäten zur Beobachtung des Systems Erde aus dem Weltraum zu übernehmen und ihre Einsatzfähigkeit unter Beweis zu stellen.

Literatur

- Barnes, R. T. H., R. Hide, A. A. White und C. A. Wilson (1983). Atmospheric angular momentum fluctuations, length-of-day changes and polar motion. *Proc. R. Soc. London Ser. A* 387, 311–373.
- Brzezinski, A. (1987). Polar motion and excitation functions. *Mitteilungen der geodätischen Institute der Technischen Universität Graz* 58. Graz, Austria.
- Deutsches Klimarechenzentrum (DKRZ) Modellbetreuungsgruppe (1992). The ECHAM3 atmospheric general circulation model. Tech. Rep. No. 6 ISSN 0940-9237, Deutsches Klimarechenzentrum, Hamburg, Germany. 184 pp.
- International Earth Rotation Service (IERS) (1997). *IERS Annual Report, Observ. de Paris*. Paris, France.
- Thomas, M. (2001). Ozeanisch induzierte Erdrotationschwankungen – Ergebnisse eines Simultanmodells für Zirkulation und ephemeridische Gezeiten im Welt-ozean. Dissertation, Fachbereich Geowissenschaften der Universität Hamburg. 129 S., eingereicht.
- Thomas, M., J. Schneidermann und E. Maier-Reimer (2001). Consideration of ocean tides in an OGCM and impacts on subseasonal to decadal polar motion excitation. *Geophys. Res. Lett.* 28(12), 2457–2460.
- Wahr, J., M. Molenaar und F. Bryan (1998). Time variability of the Earth's gravity field: Hydrological and oceanic effects and their possible detection using GRACE. *J. Geophys. Res.* 103, 30205–30229.
- Wilson, C. R. (1985). Discrete polar motion equations. *Geophys. J. R. Astron. Soc.* 80, 551–554.
- Wunsch, J., M. Thomas und T. Gruber (2001). Simulation of oceanic bottom pressure for gravity space missions. *Geophys. J. Int.* 147, 428–434.

Der saisonale Zyklus in der Polbewegung unter spezieller Berücksichtigung des Ozeans

JOHANN WÜNSCH¹

Kurzfassung

Ozeanische Beiträge zur jährlichen Polbewegung (Periode = 1.00 a) wurden von Wunsch (2000) mit drei verschiedenen Ozeanzirkulationsmodellen berechnet: (a) das Parallel Ocean Climate Model (Semtner und Chervin, 1992); (b) das Modell von Ponte et al. (1998); (c) das Hamburg Ocean Model for Circulation and Tides von Thomas und Sündermann (1998). Die Arbeit von Wunsch (2000) wird hier erweitert um ozeanische Verfeinerungen (Inverses Barometer) sowie zeitvariable Bodenfeuchtigkeit und Schneeauflast auf den Kontinenten. Fünf Modelle der Bodenfeuchtigkeit werden verwendet. Die Schneeauflast nach Chao et al. (1987) wurde dazu addiert, um zu versuchen, die Bilanz zu schließen. Die NCEP/NCAR Reanalyse Atmosphäre + Ponte et al. (1998) Ozean + Chao und O'Connor (1988) (Regen+Schnee) schließen die jährliche Bilanz der Erregerfunktion der Polbewegung nahezu, d.h. diese Summe ist nahezu gleich der geodätischen Erregerfunktion, die aus Zeitreihen des IERS (International Earth Rotation Service) berechnet wurde. Die anderen Modelle der Bodenfeuchtigkeit sind in ihrem Beitrag zu Polbewegung von den Schätzwerten in (Chao und O'Connor, 1988) verschieden. Ergebnisse der Schwerefeldsatellitenmissionen CHAMP, GRACE und GOCE müssen erwartet werden, um mehr Klarheit über globale Bodenfeuchtheitsfelder zu erhalten.

1 Einleitung und Motivation

Die Polbewegung der Erde besteht hauptsächlich aus Ellipsen mit dem Koordinatenursprung im Mittelpunkt bei den Perioden 1.00 a, 0.50 a und der Chandler-Periode von 435 d = 1.19 a. Es wird allgemein angenommen, dass die Chandler-Periode eine Eigenmode der rotierenden Erde darstellt, während die jährliche und die halbjährliche Periode durch jahreszeitliche Umverteilung von Massen sowie Bewegungen im System Erde verursacht werden. Wir konzentrieren uns in diesem Kapitel hauptsächlich auf die jährliche Periode und addieren ihre möglichen Ursachen: Atmosphäre + Ozean + veränderliche Bodenfeuchtigkeit + Schneeauflast. Die Ellipsen für diese Bestandteile werden im folgenden tabelliert.

Wunsch (2000) = W2000 hatte Atmosphäre + Ozean betrachtet. Hier werden auch Bodenfeuchtigkeit und Schneeauflast dazugenommen. Diese Hinzunahme könnte die jährliche Bilanz besser schließen und die Ursachen der jährlichen Polbewegung besser erklären. Die Ellipsenparameter durch den Ozean z.B. werden verglichen mit Differenzen: (Erregerfunktion aus Beobachtungen, d.h. IERS) – (atmosphärischer Anteil, NCEP/NCAR Reanalyse). (NCEP = National Centers for Environmental Prediction; NCAR = National Center for Atmospheric Research). Die meisten Erregerfunktionsellipsen in den folgenden Tabellen sind sehr schmal, d.h. die kleine Halbachse b ist sehr klein.

King und Agnew (1991) diskutierten die jährliche Polbewegung. Sie stellten Pfeile und Vektorsummen der damals erhältlichen Daten der Bestandteile graphisch dar (Atmosphäre, Bodenfeuchtigkeit, Ozean). Ponte und Stammer (1999) veröffentlichten sehr ähnliche Ergebnisse wie W2000. Sie zeigten Pfeilbilder der Polbewegung bei der jährlichen, halbjährlichen und Chandler-Periode. Das verwendete Ozeanmodell wurde gründlich beschrieben. Chen et al. (2000) benutzten hydrologische (NCEP/NCAR Reanalyse Bodenfeuchtigkeit und Schnee) und Ozeandaten (TOPEX/POSEIDON-Altimetrie), um Zeitreihen von Erregerfunktionen zu bestimmen, die mit Beobachtungen verglichen wurden.

2 Grundlegende Formeln

Freie Rotationsbewegungen einer deformierbaren Erde werden durch die linearisierten Liouville-Gleichungen beschrieben. Nun sollen einige Relationen zusammengestellt werden:

2.1 χ - und ψ -Funktionen

Traditionell wird die Polbewegung (d.h. die Orientierung der Rotationsachse innerhalb der festen Erde) durch ihre x - und y -Komponenten beschrieben, wobei y definitionsgemäß positiv nach 90° westlicher Länge ist. Dies ist ein linkshändiges Koordinatensystem. x und y werden z. B. in Bogensekunden ausgedrückt. In Herleitungen

¹ GeoForschungsZentrum Potsdam, Telegrafenberg A17/PB1.4, D-14473 Potsdam
email: wuen@gfz-potsdam.de

wird meist ein rechtshändiges Koordinatensystem p_1, p_2 benutzt. Die beobachtbare Polbewegung $p(t) = p_1(t) + i \cdot p_2(t) = x(t) - i \cdot y(t)$ des 'Celestial Ephemeris Pole' CEP wird durch die linearisierten Liouville-Gleichungen (Munk and MacDonald, 1960) beschrieben:

$$p(t) + \frac{i}{\sigma_0} \dot{p}(t) = \chi(t). \quad (1)$$

(komplexe Schreibweise, $i = \sqrt{-1}$). Der Gebrauch von komplexen Größen ist äquivalent mit zweidimensionalen Vektoren. σ_0 ist die (komplexe) Winkelgeschwindigkeit, die der beobachteten Chandler-Mode mit $P = 434$ d und einem Dämpfungsmaß $Q=50$ (Jochmann, 1999) entspricht. Geophysikalische Information ist in der rechten Seite $\chi(t)$ enthalten. Die komplexe χ -Funktion (die sogenannte äquatoriale effektive Drehimpulsfunktion EAMF) ist definiert als (Barnes et al., 1983; Wahr, 1982; Gross, 1993):

$$\begin{aligned} \chi(t) &= \chi_1 + i \cdot \chi_2 = \\ &= 1.61 \cdot \frac{\Omega \Delta I(t) / 1.44 + \Delta h(t)}{\Omega(C - A)}, \end{aligned} \quad (2)$$

wobei $\Omega = 7.292115 \cdot 10^{-5} \text{s}^{-1}$ die mittlere Winkelgeschwindigkeit der Erdrotation und $C = I_{33}$, $A = I_{11}$ die Hauptträgheitsmomente der Erde sind. χ ist ein dimensionsloser Drehimpuls. Der Term mit den Trägheitstensorskomponenten $\Delta I(t)$ ist der Materieterm (Massenterm), während der Term mit dem Relativdrehimpuls $\Delta h(t)$ der Bewegungsterm ist:

$$\Delta I = \Delta I_{13} + i \cdot \Delta I_{23}, \quad \Delta h = \Delta h_1 + i \cdot \Delta h_2. \quad (3)$$

Alternativ wird häufig die Erregerfunktion ψ benutzt (Munk und MacDonald, 1960; Lambeck, 1980), die definiert ist als:

$$\psi(t) = \chi(t) - \frac{i}{\Omega} \frac{d}{dt} \chi(t). \quad (4)$$

D. h. ψ enthält Terme mit $\Delta \dot{I}$ und $\Delta \dot{h}$. Gross (1992) gab Argumente, dass χ (und nicht ψ) in die rechten Seiten der Liouville-Gleichungen eingesetzt werden sollte, wegen der Natur der gemessenen Polbewegung. Jedoch ist der Unterschied zwischen χ und ψ nur bei sehr kurzen Perioden relevant, wie z. B. diurnalen und semidiurnalen Gezeitenperioden. Für die jährliche Periode kann dieser Unterschied vernachlässigt werden.

Die äquatorialen Erregerfunktionskomponenten χ_1 und χ_2 , die auf den rechten Seiten der Liouville-Gleichungen vorkommen, beschreiben eine Ellipse (Munk und MacDonald, 1960), die als die Superposition von prograden und retrograden kreisförmigen Komponenten aufgefasst werden kann.

Für den Bestandteil Atmosphäre gilt z. B.

$$\chi = (A_+ + i \cdot B_+) e^{i\omega t} + (A_- + i \cdot B_-) e^{-i\omega t}. \quad (5)$$

Hierbei sind A_+, B_+ der Realteil bzw. Imaginärteil der prograden Amplitude, A_-, B_- sind der Realteil und Imaginärteil der retrograden Amplitude. Die geometrischen Ellipsenparameter sind: große Halbachse a , kleine Halbachse b und der Neigungswinkel γ der großen Halbachse gegen die x -Achse. In den Tabellen ist β der Phasenwinkel wenn die Spitze der Ellipse erreicht wird, gerechnet vom Jahresbeginn. Nach Gleichung (5) ist es klar, dass die Summe oder Differenz zweier Ellipsen mit der gleichen Winkelgeschwindigkeit ω wieder eine Ellipse ist, die auf den Ursprung zentriert ist, z. B. Atmosphäre + Ozean.

Vier unabhängige Ellipsenparameter A_+, B_+, A_-, B_- wurden aus den Modelldaten meist durch eine zweidimensionale Fourieranalyse bestimmt (Jochmann, 1993; Jochmann und Felsmann, 2001). Diese Fouriermethode enthält eine Korrekturrechnung wegen der Nichtorthogonalität der trigonometrischen Funktionen über einem endlichen Zeitintervall.

3 Beiträge der Atmosphäre und des Ozeans

Tabelle 1 ist teilweise W2000 entnommen, außer den folgenden Einträgen: 'AAM JMA', 'IERS-JMA', 'OMCT (IB)' und 'OMCT IB Materie'. In Tabelle 1 bedeutet ' χ nach IERS' χ -Funktionen, die aus sehr genauen Zeitreihen der beobachteten Polbewegung des IERS (Zeitreihe C04, siehe IERS, 1997) berechnet wurden. Diese Zeitreihe basiert in dem verwendeten Zeitraum (1986-1997) auf weltraumgeodätischen Messungen. 'AAM NCEP glatt' ist die Ellipse, die durch Atmosphärendruck und Winde verursacht wird, nach der NCEP/NCAR Reanalyse (Kalnay et al., 1996; Salstein und Rosen, 1997). 'Glatt' bedeutet eine Mittelung (Glättung) der sechsständigen Werte über 0, 6, 12 und 18h, um diurnale Variationen zu vermeiden. Für den Druckterm χ^p (Materieterm) wurde hierbei die Invers-Barometer Variante verwendet. Die Atmosphäre liefert den größten Beitrag zur jährlichen Polbewegung (Chao and Au, 1991; W2000).

'AAM JMA' bezieht sich auf das 'Atmospheric Angular Momentum' der Japan Meteorological Agency (JMA) nach Aoyama und Naito (2000). Diese Autoren gaben die jährlichen χ_1, χ_2 in ihrer Tabelle 2a, in der Zeile 'IB-Pressure + Wind, JMA[SP]' an. Hierbei steht SP für die sogenannte 'surface pressure method' (Oberflächenatmosphärendruckmethode) der Berechnung des AAM. Ihre AAM JMA-Daten erstrecken sich vom 1. März 1988 bis 31. Dezember 1997. Dies ist nahezu das gleiche Zeitintervall wie für die Zeilen 'AAM NCEP glatt' und ' χ nach IERS' (1986-1997) in Tabelle 1, so dass interannuale Veränderungen der Ellipsenparameter a, b, γ, β nur klein sind. Man beachte, dass die Differenzellipse 'IERS-JMA' eine sehr kleine Halbachse von 9.9mas hat. Weitere Differenzellipsen in der Tabelle sind den Arbeiten von Höpfner (1996) sowie Chao und Au (1991) ('Lageos-(Chao+Au)') entnommen.

Tab. 1: Vergleich von **jährlichen** Ellipsen von Erregerfunktionen $\chi = \chi_1 + i\chi_2$ der Polbewegung; Einheit ist Millibogensekunde mas; γ und β in $^\circ$. A_+ , B_+ sind Real- und Imaginärteil der prograden Amplitude, A_- , B_- sind Real- und Imaginärteil der retrograden Amplitude. σ_A ist die Standardabweichung der Amplituden A_+ , B_+ , A_- und B_- . Ellipsenparameter sind (Munk und MacDonald, 1960): große Halbachse a , kleine Halbachse b und Neigungswinkel γ der großen Halbachse gegen die x -Achse. β ist der Phasenwinkel wenn die Spitze der Ellipse erreicht wird, gezählt vom Anfang des Jahres.

Beschreibung	A_+	B_+	A_-	B_-	σ_A	a	b	γ	β
Ellipsen:									
χ nach IERS	5.89	-11.61	-1.92	-4.44		17.9	8.18	91.8	154.9
AAM NCEP glatt	-0.86	-16.57	-2.36	-14.10	± 0.66	30.9	2.29	83.8	176.7
AAM JMA	1.26	-13.81	-3.19	-9.04		23.3	4.16	82.9	167.7
Differenzen:									
IERS-NCEP	6.75	4.96	0.44	9.66		18.1	-1.29	61.9	25.5
IERS-JMA	4.63	2.20	1.27	4.60		9.9	0.35	50.0	24.6
Höpfner (1996)	8.86	1.85	0.09	9.97		19.0	-0.92	50.6	38.8
Lageos-(Chao+Au)	9.27	1.65	0.57	8.53		18.0	0.87	48.1	38.0
Ozeanmodelle:									
POCM(CSR)	0.95	1.12	0.43	2.50	± 0.94	4.0	-1.06	65.0	15.3
Wahr (1983)	0.16	-1.44	1.00	1.64		3.4	-0.47	167.5	251.1
Ponte et al. (1998)	5.35	4.18	-2.41	6.39	± 1.26	13.6	-0.04	74.3	36.4
OMCT (1998)	12.01	0.89	14.53	19.16	± 1.44	36.1	-12.01	28.5	24.3
OMCT (IB)	6.09	-6.04	1.67	10.35	± 0.70	19.1	-1.91	18.1	62.8
OMCT IB Materie	8.18	-4.13	1.36	8.60	± 0.52	17.9	0.46	27.1	53.9

Auch der Ozean kommt für einen großen Anteil der Ursache der saisonalen Polbewegung in Frage. Die Tabelle enthält neben dem Ergebnis von Wahr (1983) auch eine Ellipse nach dem Modell POCM_4B (Daten von T. Johnson, 1997, private Mitteilung; Semtner und Chervin, 1992; Stammer et al., 1996). Weiterhin wurden Zeitreihen der χ -Funktionen $\chi_1(t)$, $\chi_2(t)$ nach den Ponte et al. (1998) Ozeanergebnissen ausgewertet. Sowohl das POCM_4B als auch die Ponte et al. (1998) Berechnungen sind in W2000 beschrieben.

'OMCT' (Ocean Model for Circulation and Tides) heißt das Ozeanzirkulationsmodell am Institut für Meereskunde, Univ. Hamburg (siehe Abschnitt 4). Neu im Vergleich zu W2000 ist 'OMCT IB' in Tabelle 1; IB steht für 'Inverses Barometer', d.h. der Luftdruck wird über der Ozeanfläche konstant gehalten ($p_a = 0$ über Ozean). Die Ozeanoberfläche ist nicht starr, sondern reagiert auf die Auflast des Atmosphärendrucks, so dass dieser teilweise kompensiert wird. OMCT IB Ergebnisse für $\chi_1(t)$, $\chi_2(t)$ wurden von Januar 1975 bis Dezember 1984 benutzt. Deutlich wird in der Tabelle, dass die IB-Annahme einen großen Einfluss auf die Ergebnisse hat, nämlich im Vergleich zum vorherigen Modellauf ('OMCT (1998)' in Tab. 1). 'OMCT IB Materie' ist nur der Materieterm der IB-Berechnung (d.h. nur Änderungen des Trägheitstensors). Der Materieterm dominiert bei diesem Modell über

den Bewegungsterm. Die OMCT IB große Halbachse der χ -Funktions-Ellipse (19.1 mas) ist vergleichbar mit der Zeile Ponte et al. (1998) (13.6 mas). Jedoch stimmen die Orientierungswinkel γ noch nicht ganz überein: 18° für OMCT IB und 74° bei Ponte et al. (1998).

4 Das Ozeanzirkulationsmodell OMCT

Das Hamburger Ozeanmodell OMCT (Thomas und Sündermann, 1998; Thomas et al., 2001) basiert auf den nichtlinearen Gleichungen der Impulserhaltung, der Kontinuitätsgleichung für ein inkompressibles Fluid und den Erhaltungsgleichungen von Wärme und Salinität. Sowohl die hydrostatische als auch die Boussinesq-Approximation werden benutzt. Meereis wird analog wie bei Hibler (1979) modelliert. Das OMCT hat 13 Schichten bei einem Gitter von $1.875^\circ \times 1.875^\circ$ und einem Zeitschritt von 1h. An der Meeresoberfläche wird das OMCT angetrieben von Windschubspannungen, Temperatur- und Frischwasserfeldern nach dem Atmosphärenmodell ECHAM3-T21. Die IB-Version des OMCT in Tabelle 1 ist vergleichbar mit der Erregerfunktionsellipse bei Ponte et al. (1998) (MIT-Modell). Das OMCT wurde von Wunsch et al. (2001) benutzt, um ozeanische Bodendruckvariationen zu untersuchen.

Tab. 2: **Jährliche Erregerfunktionen für Modelle der Bodenfeuchtigkeit:** Einheit ist Millibogensekunden. $20.626\text{mas} = 1 \cdot 10^{-7}\text{rad}$.

Chao und O'Connor (1988): 'Regen' = Bodenfeuchtigkeit; Summe=Regen+Schnee. 'Reanalyse Bodenfeuchtigk.' = Modellbodenfeuchtigkeit nach der NCEP/NCAR Reanalyse (CDAS-1) (Kalnay et al., 1996), ausgenommen die Antarktis.

Beschreibung	A_+	B_+	A_-	B_-	a	b	γ	β
Bodenfeuchtigkeit:								
Huang et al.96 Bodenfeuchtigk.	5.88	-0.39	-6.09	0.77	12.1	-0.24	84.5	88.3
Chao & O'Connor 88 Regen	2.12	2.77	-1.31	3.90	7.6	-0.63	80.6	28.0
Kuehne&Wilson91 'WATER'	1.65	-0.69	-6.82	0.59	8.6	-5.1	76.2	98.9
Reanalyse Bodenfeuchtigk.	-3.30	-10.33	6.70	-5.24	19.3	2.33	107.1	214.8
Kikuchi-Berechnung	2.99	-0.44	-4.35	1.20	7.5	-1.49	78.1	86.4
<hr/>								
Chao et al.87 Schnee	-1.6	-4.6	4.2	-2.3	9.7	0.08	111.1	220.2
Chao & O'Connor 88 Summe	0.52	-1.83	2.89	1.60	5.2	-1.40	157.4	231.6

5 Jährliche Erregerfunktionen von Bodenfeuchtigkeit und Schnee

Neben Atmosphäre und Ozean soll nun die Rolle der Bodenfeuchtigkeit für die χ -Funktionen untersucht werden. Tabelle 2 enthält Zahlenwerte für den Beitrag der Bodenfeuchtigkeit zur jährlichen Polbewegung. Die Quellen dieser Werte sind hydrologische Modelle. Diese Beiträge sind relativ klein, wobei die große Halbachse der Ellipsen a um 8mas beträgt, außer bei der NCEP/NCAR Reanalyse mit 19.3mas .

Der Huang et al. (1996) Bodenfeuchtigkeitsdatensatz ($1^\circ \times 1^\circ$ Gitter) wurde für das Zeitintervall von Januar 1968 bis Dezember 1978 benutzt. Diese Autoren berechneten die Bodenfeuchtigkeit mit einer Wasserbilanzgleichung, die Niederschlag, Verdunstung, Abfluss und Grundwasserverluste enthält. Einige Modellparameter wurden mit gemessenen Niederschlägen, Temperaturen und Abfluss in Oklahoma zwischen 1960 und 1989 bestimmt. Vergleich der modellierten Werte mit 8 Jahren (1984-1991) gemessener Bodenfeuchtigkeit in Illinois zeigte, dass dieses Modell eine gute Simulation der Bodenfeuchtigkeit ergibt, sowohl die Klimatologie als auch interannuale Variabilität.

Die Stokes-Koeffizienten $\bar{C}_{21}(t)$, $\bar{S}_{21}(t)$ der Huang-Bodenfeuchtigkeit wurden als Flächenintegrale über die Oberfläche der Erde erhalten. Wie in W2000 dargestellt, ergibt dann ein Umrechnungsfaktor die Materieanteile von $\chi_1(t)$, $\chi_2(t)$. Abbildung 1 zeigt monatliche Werte von $\chi_1(t)$, $\chi_2(t)$ für diese Daten.

NCEP/NCAR Climate Data Assimilation System I (CDAS-1) Bodenfeuchtigkeitsdaten der NCEP Reanalyse wurden für das Zeitintervall Januar 1995 bis Dezember 1996 (24 Monate) benutzt. Die Beiträge von zwei Bodenfeuchtigkeitsschichten des Modells wurden addiert; die Antarktis wurde weggelassen. Wie bei den

Huang et al. (1996) Daten führte der Schritt über die Stokes-Koeffizienten $\bar{C}_{21}(t)$, $\bar{S}_{21}(t)$ zu den Materieanteilen von $\chi_1(t)$, $\chi_2(t)$. Ein trigonometrischer Fit über die 24 Monate ergab jährliche und halbjährliche Amplituden χ_1^c , χ_1^s , χ_2^c , χ_2^s der $\cos \omega t$ und $\sin \omega t$ Anteile. Daraus wurden die Ellipsen der χ -Funktionen berechnet. Es gilt:

$$\chi_1(t) = \chi_1^c \cos \omega t + \chi_1^s \sin \omega t \quad (6)$$

und eine analoge Gleichung für $\chi_2(t)$. Diese Gleichungen können in die Form von Gleichung (5) gebracht werden (Munk und MacDonald, 1960).

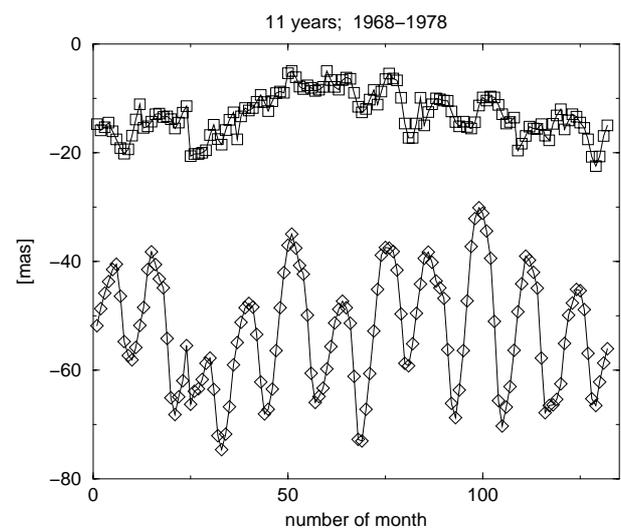


Abb. 1: Erregerfunktion $\chi_1(t)$ (obere Kurve) und $\chi_2(t)$ (untere Kurve) verursacht durch variable Bodenfeuchtigkeit nach dem Modell von Huang et al. (1996) in monatlichen Zeitschritten.

Die Tabelleneinträge für Chao und O'Connor (1988) sowie Kuehne und Wilson (1991) sind aus diesen Publikationen entnommen. Chao und O'Connor (1988) modellierten den saisonalen Zyklus der kontinentalen Oberflächenwasserspeicherung mit einem globalen meteorologischen Datensatz von Niederschlägen (Schnee und Regen) und Evapotranspiration. Kuehne und Wilson (1991) bestimmten Wasserspeichervariationen in 612 Flusseinzugsgebieten aus Messungen von Niederschlägen und Temperatur. Ihre Wasserspeicherung beinhaltet auch Schnee.

Während die Huang et al. (1996), Chao & O'Connor (1988) Regen, Kuehne & Wilson (1991) and NCEP/NCAR Reanalyse Bodenfeuchtigkeit nicht ganz in den Koeffizienten A_+ , B_+ , A_- , B_- übereinstimmen, gibt es eine gewisse Übereinstimmung in den geometrischen Ellipsenparametern große Halbachse a und Orientierungswinkel γ , d.h. in der Form der Ellipsen. Der Winkel β ist in drei Fällen nahe 90° .

Die Abbildungen 2 und 3 illustrieren die erhaltenen χ -Funktionen. Auf Ebenen der Koeffizienten (A_+ , B_+) und (A_- , B_-) gibt es eine gewisse Ähnlichkeit der Huang et al. (1996), Kuehne and Wilson (1991)-Modelle und der Kikuchi-Berechnung, d.h. die Quadranten stimmen überein. Das Kuehne und Wilson (1991) Modell hat einen großen retrograden Anteil, d.h. große A_- und B_- Werte im Vergleich zu kleineren prograden A_+ und B_+ Anteilen. Die NCEP/NCAR Reanalyse Bodenfeuchtigkeit zeigt eine sehr große Halbachse a , was auch an den Zeitreihen von Chen et al. (2000) zu erkennen ist.

'Chao et al. 87 Schnee' ist der Beitrag der Schneelast zur Polbewegung nach Chao et al. (1987). Dies wurde auch in Chao und O'Connor (1988) wiederholt. Die Werte 'Chao & O'Connor Summe' zeigen eine teilweise Aufhebung in der großen Halbachse a zwischen Bodenfeuchtigkeit (genannt 'Regen') und Schneelast. Abarca del Rio (1997) und Dill (2001) verwendeten ebenfalls Modelle der Bodenfeuchtigkeit für Untersuchungen der Polbewegung.

5.1 Eine Kikuchi-Berechnung der Bodenfeuchtigkeit

Die Zeile 'Kikuchi-Berechnung' in Tabelle 2 basiert auf einer bestimmten Argumentation (Kikuchi, 1977; Jochmann, 1999): Die folgende Gleichung wird benutzt, um die Bodenfeuchtigkeit Δs_j im Monat Nummer j aus dem Niederschlag P_j im Monat j und der Bodenfeuchtigkeit $\Delta s_{(j-1)}$ im vorherigen Monat ($j-1$) für jeden Block (jedes Kompartiment) auf den Kontinenten zu berechnen:

$$\Delta s_j = k \cdot P_j + l \cdot \Delta s_{(j-1)} \quad (7)$$

wobei k und l Koeffizienten sind, die als konstant angenommen werden: $k = 0.50$, $l = 0.87$, wie in (Jochmann, 1999). Eine Ausnahme sind Blöcke mit Tempe-

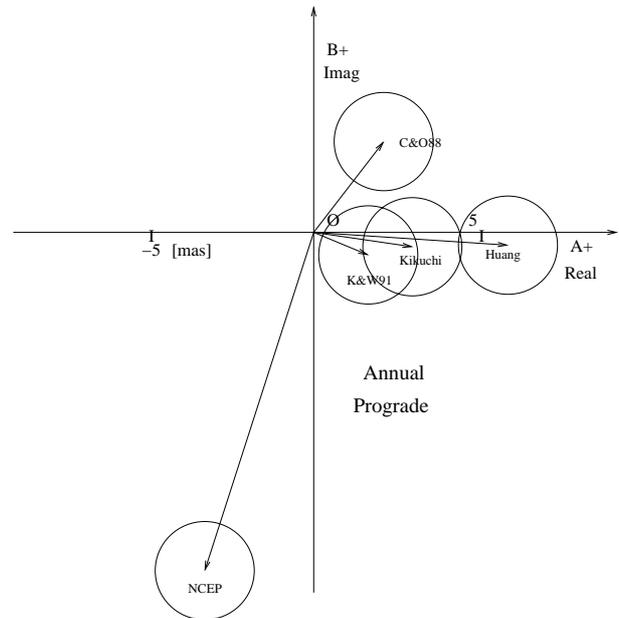


Abb. 2: Pfeilbild für die jährliche prograde Komponente der Erregerfunktion verschiedener Modelle der Bodenfeuchtigkeit in einer Ebene (A_+ , B_+). Die Abkürzungen beziehen sich auf Tab. 2. Fehlerkreise mit einem geschätzten Radius $\sigma = 1.5 \text{ mas}$ sind dargestellt.

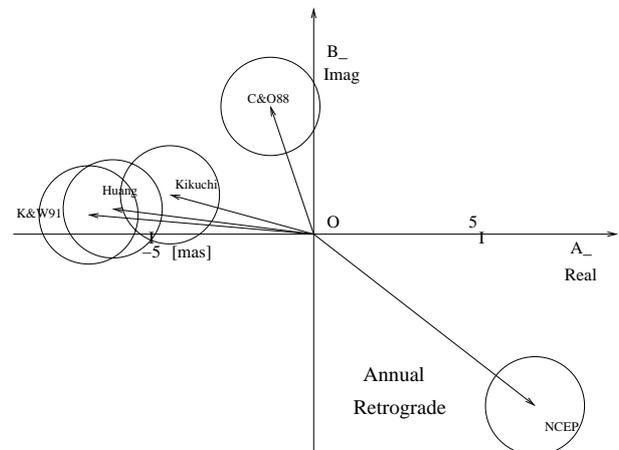


Abb. 3: Pfeilbild für die jährliche retrograde Komponente der Erregerfunktion für verschiedene Modelle der Bodenfeuchtigkeit in einer Ebene (A_- , B_-). Fehlerkreise mit einem geschätzten Radius $\sigma = 1.5 \text{ mas}$ sind dargestellt.

ratur $T < 0^\circ\text{C}$. In diesem Fall wird $k = 1.00$ gesetzt, d.h. Schnee wird gespeichert.

Für eine Kikuchi-Berechnung dienten monatliche GP-CP (Global Precipitation Climatology Project) Niederschlagsdaten auf einem $2.5^\circ \times 2.5^\circ$ Gitter als 'Input'. Die Berechnung verlief von Januar 1988 bis Dezember 1994. Das Bodenfeuchtigkeitsfeld für den Startmonat (Dezember 1987) wurde der NCEP/NCAR Reanalyse

Beschreibung	A_+	B_+	A_-	B_-
Ellipsen:				
– Chao&O'Connor88 Summe	0.52	-1.83	2.89	1.60
– Ponte et al.98 Ozean	5.35	4.18	-2.41	6.39
Summe davon:	5.87	2.35	0.48	7.99
zu erklären:				
– IERS Beob. – NCEP Atm.	6.75	4.96	0.44	9.66

Tab. 3: **Jährliche Bilanzierung mit Chao & O'Connor (1988)**. In dieser Tabelle wird Chao & O'Connor (1988) Summe = Regen + Schnee zum Ponte et al. (1998) Ozeanmodell addiert, für die prograden und retrograden Koeffizienten, in [mas]. Die Koeffizienten A_+ , B_+ , A_- , B_- sind additive Größen.

entnommen (Summe von zwei Bodenschichten). Die χ -Funktions Ellipse wurde schließlich durch einen trigonometrischen Fit an $\chi_1(t)$, $\chi_2(t)$ für die Modelljahre 1993 und 1994 erhalten (24 Monate).

5.2 Bilanzierung mit Chao & O'Connor (1988)

Tabelle 3 zeigt ein Beispiel, wie die verschiedenen Datensätze kombiniert werden können, um die Gleichheit ihrer Summe mit der geodätischen χ -Funktion zu prüfen. Hier wurde 'Chao & O'Connor (1988) Summe' = Regen + Schnee zu den Ponte et al. (1998) Ozeanmodell prograden und retrograden Koeffizienten addiert, da die Koeffizienten A_+ , B_+ , A_- , B_- additive Größen sind. Diese Summe ist **sehr nahe** der Differenz IERS–NCEP Atmosphäre, die zu erklären ist! Besonders der retrograde Anteil wird durch diese Operation verbessert. Die OMCT IB-Ergebnisse für den Ozean sind auch gut geeignet, die Bilanz zu schließen. Der Chao & O'Connor (1988) Bodenfeuchtigkeitsdatensatz war speziell für Erdrotationszwecke abgeleitet worden. Für die anderen Datensätze der Bodenfeuchtigkeit mit größeren Beträgen der A_+ , B_+ , A_- , B_- ist es weniger wahrscheinlich, dass sie die Bilanz schließen. Ein Computerprogramm, das alle möglichen Kombinationen bildet, ergab folgendes: Drei Kombinationen von 20 haben sowohl prograd als auch retrograd sehr kleine Residuenbeträge. Dies ist einmal die eben beschriebene Kombination (*) (Ponte-Ozean, NCEP Atmosphäre, Chao-Regen, Chao-Schnee). Zum zweiten: wie (*), aber NCEP Atmosphäre ersetzt durch JMA. Drittens: wie (*), aber Chao-Regen ersetzt durch Kikuchi-Bodenfeuchtigkeit.

6 Halbjährliche Erregerfunktionsellipsen

Jetzt sollen die halbjährlichen Amplituden (P=0.50a) besprochen werden. In Tabelle 4 sind die folgenden Zeilen zu W2000 hinzugekommen: 'OMCT IB' und drei Bodenfeuchtigkeitsmodelle. Die Invers-Barometer-OMCT-Berechnung zeigt eine große Halbachse der Erregerfunktionsellipse von etwa einem Drittel der früheren Berechnung ohne IB ('OMCT (1998)'). Dies ist ein positives

Ergebnis, denn die frühere Halbachse war als zu groß erschienen. Von den drei Bodenfeuchtigkeitsmodellen hat die NCEP/NCAR Reanalyse die größte Halbachse a , die etwas unrealistisch sein mag. Die beiden anderen Bodenfeuchtigkeitsmodelle haben $a \approx 2mas$ und $\gamma \approx 66^\circ$. Alle drei Modelle stimmen in dem Quadranten von (A_+ , B_+) überein. Der halbjährliche Schneeterm fehlt bisher noch in Tabelle 4.

7 Schlussfolgerungen

Aus den dargestellten Ergebnissen können folgende Schlussfolgerungen gezogen werden:

- Die JMA-Atmosphärendaten ergeben in dem betrachteten Beispiel eine kleinere Differenzellipse (Beobachtung minus Atmosphäre) als die NCEP/NCAR Reanalyse-Atmosphäre.
- Der Fall von Atmosphäre + Ozean (ohne Bodenfeuchtigkeit) war in W2000 untersucht worden, mit Pfeilbildern in Wunsch (1999). Hierbei schließt das Ponte et al. (1998)-Modell (MIT-Modell) nahezu die jährliche Bilanz, besonders jährlich prograd. Das Hamburg OMCT IB ist hierzu auch gut geeignet, besonders jährlich retrograd. Die Invers-Barometer-Annahme hat einen großen Einfluss auf die Ergebnisse. Weitere Berechnungen mit verbesserten Ozeanzirkulationsmodellen sind nützlich.
- Der Beitrag der Bodenfeuchtigkeit zur Erregerfunktion ist noch nicht ganz geklärt; d.h. die betrachteten Bodenfeuchtigkeitsmodelle stimmen nicht ganz untereinander überein. Ein Beispiel für Verbesserungen ist die Behandlung von Grönland, d.h. ob dort Boden oder ein Eispanzer angenommen wird.
- Der Beitrag der Schneeauflast zu den χ -Funktionen ist kleiner oder gleich dem Beitrag der Bodenfeuchtigkeit.
- Bessere Bodenfeuchtigkeitsmodelle werden durch die Schwerefeldsatellitenmissionen CHAMP (Reigber et al., 2000), GRACE (Tapley and Reigber, 2000) und GOCE (Rummel et al., 2000) erhalten werden. Zwei Jahre GRACE-Daten wären günstig für den jährlichen Zyklus.

Tab. 4: Vergleich von **halbjährlichen** Ellipsen der Erregerfunktion χ der Polbewegung; Einheit ist mas; γ und β sind in $^\circ$. 'Reanalyse Bodenfeucht.' = Modell-Bodenfeuchtigkeit nach der NCEP/NCAR Reanalyse (Kalnay et al., 1996), ausgenommen die Antarktis.

Beschreibung	A_+	B_+	A_-	B_-	σ_A	a	b	γ	β
Ellipsen:									
χ nach IERS	1.89	6.71	-4.96	2.74		12.64	1.31	112.7	38.4
AAM NCEP glatt	1.91	2.31	-2.04	4.34	± 0.66	7.79	-1.79	82.8	32.4
Differenzen:									
IERS-NCEP	-0.02	4.40	-2.92	-1.60		7.73	1.07	149.5	59.2
Höpfner (1996)	-5.00	0.73	-1.21	0.94		6.58	3.52	157.0	345.2
Ozeanmodelle:									
POCM(CSR)	0.41	0.57	0.39	1.01	± 0.94	1.78	-0.38	61.2	7.4
Ponte et al. (1998)	-2.56	0.08	-1.25	-2.05	± 1.26	4.97	0.16	28.5	210.2
OMCT (1998)	1.80	-4.87	-4.19	1.93	± 1.44	9.80	0.58	42.8	112.5
OMCT IB	0.87	1.37	-0.35	1.33	± 1.44	3.00	0.25	81.2	23.7
Bodenfeuchtigkeit:									
Huang et al. 96 Bodenf.	-0.56	1.34	1.11	0.39		2.62	0.27	66.2	313.4
Reanalyse Bodenfeucht.	-0.63	3.35	2.06	-1.74		6.10	0.71	30.1	289.5
Kikuchi-Berechnung	-0.62	0.13	0.69	-0.49		1.49	-0.22	66.5	258.0

Danksagungen

H. Greiner-Mai und H. Jochmann (GFZ Potsdam) gaben viele nützliche Hinweise. M. Thomas (Univ. Hamburg) stellte Rechenergebnisse des Ozeanmodells OMCT zur Verfügung. Er, K. Fleming und L. Ballani (beide GFZ Potsdam) lasen diesen Artikel kritisch durch. Diese Arbeit wird von der DFG gefördert (RE 536/7-2).

Referenzen

- Abarca del Rio R., 1997. *La rotation de la terre: étude du cycle annuel et de la variabilité basse fréquence. étude climatique de la rotation terrestre*. PhD thesis, Toulouse
- Aoyama Y. und Naito I., 2000. *Wind contributions to the Earth's angular momentum budgets in seasonal variation*, J. Geophys. Res. 105, D10, 12417–12431
- Barnes R. T. H., Hide R., White A. A. und Wilson C. A., 1983. *Atmospheric angular momentum fluctuations, length-of-day changes and polar motion*, Proc. R. Soc. London 387, Ser. A, 31–73
- Chao B. F. und Au A. Y., 1991. *Atmospheric Excitation of the Earth's Annual Wobble: 1980 – 1988*, J. Geophys. Res. 96, B4, 6577–6582
- Chao B. F., O'Connor W. P., Chang A. T. C., Hall D. K. und Foster J. L., 1987. *Snow-load effect on the Earth's rotation and gravitational field 1979–1985*, J. Geophys. Res. 92, 9415–9422
- Chao B. F. und O'Connor W. P., 1988. *Global surface-water-induced seasonal variations in the Earth's rotation and gravitational field*, Geophys. J. 94, 263–270
- Chen J. L., Wilson C. R., Chao B. F., Shum C. K. und Tapley B. D., 2000. *Hydrological and oceanic excitations to polar motion and length-of-day variation*, Geophys. J. Int. 141, 149–156
- Dill R., 2001. *Der Einfluss von Sekundäreffekten auf die Rotation der Erde*, DGK, Reihe C, Nr. 550
- Gross R. S., 1992. *Correspondence between theory and observations of polar motions*, Geophys. J. Int. 109, 162–170
- Gross R. S., 1993. *The effect of ocean tides on the Earth's rotation as predicted by the results of an ocean tide model*, Geophys. Res. Lett. 20, 293–296
- Hibler III, W. D., 1979. *A dynamic thermodynamic sea ice model*, J. Phys. Oceanogr. 9, 815–846
- Höpfner J., 1996. *Polar motion at seasonal frequencies*, J. Geodynamics 22, 51–61
- Huang J., Van den Dool H. M. und Georgakakos K. P., 1996. *Analysis of model-calculated soil moisture over the United States (1931–1993) and applications to long-range temperature forecasts*, J. Climate 9, 1350–1362

- IERS, 1997. *IERS Annual Report*, Central Bureau of IERS, Observatoire de Paris
- Jochmann H., 1993. *Die modifizierte Fourier-Analyse einer zweidimensionalen Bewegung*, ZfV 118, 6–10
- Jochmann H., 1999. *The influence of continental water storage on the annual wobble of polar motion, estimated by inverse solution*, J. Geodynamics 27, 147–160
- Jochmann H. und Felsmann E., 2001. *Evidence and cause of climate cycles in polar motion*, J. Geodesy 74, 711–719
- Kalnay E. et mult. al., 1996. *The NCEP/NCAR 40-year reanalysis project*, Bull. Amer. Meteorol. Soc. 77, 437–471
- King N. E. und Agnew D. C., 1991. *How large is the retrograde annual wobble?*, Geophys. Res. Lett. 18, 1735–1738
- Kikuchi N., 1977. *Polar wobble excitation expected from the world precipitation*, J. Geod. Soc. Japan 23, 110–118
- Kuehne J. und Wilson C. R., 1991. *Terrestrial water storage and polar motion*, J. Geophys. Res. 96, B3, 4337–4345
- Lambeck K., 1980. *The Earth's variable rotation*, Cambridge University Press, Cambridge
- Munk W. H. und MacDonald G. J. F., 1960. *The rotation of the Earth*, Cambridge University Press, Cambridge
- Ponte R. M., Stammer D. und Marshall J., 1998. *Oceanic signals in observed motions of the Earth's pole of rotation*, Nature 391, 476–479
- Ponte R. M. und Stammer D., 1999. *Role of ocean currents and bottom pressure variability on seasonal polar motion*, J. Geophys. Res. 104, C10, 23393–23409
- Reigber Ch., Lühr H. und Schwintzer P., 2000. *Status of the CHAMP mission*, in: Towards an integrated global geodetic observing system (IGGOS), R. Rummel, H. Drewes, W. Bosch, H. Hornik eds., IAG Symp. 120, Springer-Verlag, p. 63–65
- Rummel R., Müller J., Oberndorfer H. und Sneeuw N., 2000. *Satellite gravity gradiometry with GOCE*, in: Towards an integrated global geodetic observing system (IGGOS), R. Rummel, H. Drewes, W. Bosch, H. Hornik eds., IAG Symp. 120, Springer-Verlag, p. 66–72
- Salstein D. A. und Rosen R. D., 1997. *Global momentum and energy signals from reanalysis systems*, Preprints, 7th Conf. on Climate Variations, American Meteorological Society, Boston, MA, 344–348
- Semtner A. J. und Chervin R. M., 1992. *Ocean circulation from a global eddy-resolving model*, J. Geophys. Res. 97, C4, 5493–5550
- Stammer D., Tokmakian R., Semtner A. und Wunsch C., 1996. *How well does a 1/4 degree global circulation model (POCM) simulate large-scale oceanic observations?* J. Geophys. Res. 101, C10, 25779–25811
- Tapley B.D., Reigber Ch., 2000. *The GRACE Mission: Status and Future Plans*, Supplement to EOS Transactions of the American Geophysical Union, 81, No. 48, p. F307
- Thomas M. und Sündermann J., 1998. *Zur simultanen Modellierung von allgemeiner Zirkulation und Gezeiten im Ozean und Auswirkungen auf bestimmte Erdrotationsparameter*, in: Freedden W. (Ed.), Progress in Geodetic Science, Aachen, pp. 144–151
- Thomas M., Sündermann J. und Maier-Reimer E., 2001. *Consideration of ocean tides in an OGCM and impacts on subseasonal to decadal polar motion excitation*, Geophys. Res. Lett. 28, 2457–2460
- Wahr J. M., 1982. *The effects of the atmosphere and oceans on the Earth's wobble – I. Theory*, Geophys. J. R. astr. Soc. 70, 349–372
- Wahr J. M., 1983. *The effects of the atmosphere and oceans on the Earth's wobble and on the seasonal variations in the length of day – II. Results*, Geophys. J. R. astr. Soc. 74, 451–487
- Wunsch J., 1999. *Oceanic influence on the seasonal polar motion*, GFZ Potsdam Scientific Technical Report STR 99/10
- Wunsch J., 2000. *Oceanic influence on the annual polar motion*, J. Geodynamics 30, 389–399
- Wunsch J., Thomas M. und Gruber T., 2001. *Simulation of oceanic bottom pressure for gravity space missions*, Geophys. J. Int. 147, 428–434

Die simulierte dreidimensionale atmosphärische Drehimpulsvariabilität

JOCHEN STUCK¹ UND ANDREAS HENSE¹

Zusammenfassung

Zur Analyse der atmosphärischen Drehimpulsbilanz sind 5 Simulationen des ECHAM3 globalen Zirkulationsmodells mit den beobachteten Meeresoberflächentemperaturen (SST) und den Meereisbedeckungen (GISST-Datensatz vom Hadley Center, Bracknell) für den Zeitraum von 1949 bis 1994 angetrieben worden. Die einzelnen Simulationen unterscheiden sich lediglich durch die unterschiedlichen Anfangszustände.

Die Analyse behandelt sowohl die axiale, als auch die äquatoriale Drehimpulskomponente. Neben einer Spektralanalyse mittels der Wavelet-Transformation ist auch eine Regressionsanalyse durchgeführt worden.

Die Spektralanalyse des simulierten axialen atmosphärischen Drehimpulses zeigt auf der interannuellen Zeitskala eine signifikante Kohärenz mit der beobachteten Tageslängenänderung. In diesem Frequenzbereich ist die Simulation in der Lage 80% der beobachteten Variabilität der Tageslängenänderung zu erklären. Der Jahresgang wird allerdings von der Simulation unterschätzt, so dass hier nur 50% der Variabilität durch die Klimasimulation erklärt werden kann.

Die Variabilität der simulierten ozeanischen Drehimpulse des OMCT (Thomas et al., 2001) verbessert den Anteil der Variabilität, der durch die beiden simulierten Subsysteme erklärt werden kann, im Periodenbereich zwischen 5 und 10 Jahren. Hier scheint im Wesentlichen eine gekoppelte atmosphärisch-ozeanische Mode zur Variabilität der Tageslängenänderung beizutragen.

Für die äquatorialen Komponenten (Polbewegung) zeichnen sich beide simulierten Subsysteme etwa gleich viel verantwortlich. Allerdings können beide Systeme im hochfrequenten Bereich nur geringfügig die beobachtete Variabilität der Polbewegung erklären. Dies hängt vor allem mit dem nur monatlich variierenden Antrieb des atmosphärischen Modells zusammen. Bei den längeren Perioden ab etwa einem Jahr können beide Systeme zumindest 50%, teilweise aber auch fast 100% der beobachteten Variabilität

erklären.

Das spektrale Verhalten der massen- bzw. strömungsbedingten Anteile ist deutlich unterschiedlich. Während der Massenanteil besonders für intrasaisonale Variabilität sorgt, zeigt sich der Strömungsanteil mehr für die saisonale Variabilität der Polbewegung verantwortlich.

1 Einleitung

Die Atmosphäre ist für einen großen Teil der Variationen der Erdrotationsparameter auf unterschiedlichen Zeitskalen, von täglichen Skalen bis hin zu mehreren Jahren, verantwortlich. Besonders starke Variabilität besitzt die Rotationsgeschwindigkeit der Erde, gemessen als Länge des Tages (Δ LOD), auf der interannuellen Zeitskala (Dickey et al., 1992; Chen et al., 1996). Diese Rotationsschwankungen werden überwiegend durch die „El Niño - Southern Oscillation“ (ENSO) hervorgerufen (Rosen et al., 1984; Hide et al., 1997; Naito et al., 2000), wobei bekannt ist, dass die Meeresoberflächentemperaturen (SST) des tropischen Pazifik eine wesentliche Rolle für die Variabilität der ENSO spielen (Bjerknes, 1966). Aus diesem Grund sind Klimasimulationen des ECHAM3 atmosphärischen globalen Zirkulationsmodells (GCM) mit global beobachteten Meeresoberflächentemperaturen und Eisbedeckungsgraden (GISST) für einen Zeitraum von 45 Jahren (1950 - 1994) erstellt worden (DKRZ, 1992; Roeckner et al., 1992). Besonders die interannuelle Variabilität jener ENSO lässt sich auf diese Weise den Beobachtungen entsprechend simulieren. Zudem lässt sich die Variabilität dieser Oszillation mit Hilfe mehrerer solcher Simulationen, die sich nur durch ihre Anfangszustände unterscheiden, sehr gut auf ihre räumlich-zeitliche Variabilität hin analysieren. Zu diesem Zweck sind 5 Simulationen mit den Monatsmitteln der beobachteten SST und der Eisbedeckung durchgeführt worden. Das Spektralmodell hat eine, der triangulären Abhackung bei der Wellenzahl 21 entsprechenden, horizontale Auflösung von ca. $5.6^\circ \times 5.6^\circ$. In der vertikalen rechnet das Modell auf 19 Schichten von der Oberfläche bis zu 10 hPa mit einer Semi-Orographie-

¹ Meteorologisches Institut der Universität Bonn, Auf dem Hügel 20, 53121 Bonn
email: jelbers@uni-bonn.de

folgenden Hybridkoordinate (Roeckner et al., 1992). Neben der axialen Komponente der atmosphärischen Drehimpulsbilanz wird auch die äquatoriale Komponente analysiert, so dass die simulierten atmosphärischen Beiträge zu den beobachteten Erdrotationsparametern abgeschätzt werden können. Denn auch die Polbewegung wird durch atmosphärische Massenverlagerungen und Strömungsvariationen angeregt (Salstein und Rosen, 1989; Celaya et al. 1999). Jedoch ist der alleinige Einfluss der atmosphärischen äquatorialen Drehimpulskomponenten nicht so deutlich wie bei der Tageslängenänderung im Frequenzbereich von intrasaisonalen bis hin zu interannuellen Perioden. Hier gewinnt die Wechselwirkung zwischen Atmosphäre und den Ozeanen an Bedeutung (Ponte und Stammer, 1999).

Zur Analyse der zeitlich-spektralen Variabilität dient die Wavelet-Transformation (Weng und Lau, 1994; Torrence und Compo, 1998), die besonders zur Darstellung nicht-stationärer Prozesse, wie sie in geophysikalischen Systemen häufig vorkommen, sehr gut geeignet ist.

Im folgenden wird die simulierte atmosphärische Drehimpulsbilanz auf ihre spektrale Variabilität in allen drei Komponenten untersucht. Dabei werden die simulierten Größen mit den beobachteten Erdrotationsdaten verglichen und zusätzlich mit den ozeanischen Drehimpulsen bzw. Erregerfunktionen des Ozeanmodells für Zirkulation und Gezeiten (OMCT, Thomas et al., 2001), welches mit Antrieben aus den hier verwendeten ECHAM3 Simulationen betrieben wurde, auf die Beobachtungen regressiert. Diese Regression wird sowohl im Zeitraum, als auch in dem, durch die Wavelet-Transformation aufgespannten, Spektralraum durchgeführt.

2 Axiale Komponente

Zunächst soll die axiale Komponente der atmosphärischen Drehimpulsbilanz analysiert werden, da bei dieser Komponente die Variabilität der Atmosphäre alleine einen hohen Anteil der beobachteten Tageslängenänderung erklären kann.

Das Wavelet-Kreuz-Spektrum des simulierten strömungsbedingten relativen atmosphärischen Drehimpulses (Abb. 1c) mit der beobachteten Tageslänge für den Zeitraum von 1956 bis 1992 zeigt die stärkste kohärente Variabilität im Frequenzbereich der interannuellen Zeitskala zwischen 3 und 7 Jahren. Diese Kovariabilität ist zum Irrtumsniveau von 5 Prozent signifikant. Das Kreuzspektrum ähnelt im Wesentlichen dem Wavelet-Spektrum der beobachteten Tageslängenänderung (Abb. 1a). Nur in den Jahren 1982 und 1983 ist ein zusätzliches signifikantes Signal bei einer Periode von etwa 2 Jahren zu finden. Dieses Signal steht offensichtlich mit der ENSO in Verbin-

dung, da zu dieser Zeit eines der stärksten El Niño-Ereignisse des vergangenen Jahrhunderts herrschte. Die signifikante Kohärenz zwischen dem simulierten atmosphärischen Drehimpuls und der beobachteten Tageslängenänderung ist ebenfalls wegen der einzigen, dem Modell zu Grunde liegenden, Variabilität der SST, auf die ENSO zurückzuführen. Dies belegt sowohl das Wavelet-Spektrum eines Indizes der ENSO, der Niño3-Index¹ (Kharin, 1995) (Abb. 1b), als auch dessen Kreuzspektrum mit dem simulierten relativen Drehimpuls (Abb. 1d). In beiden Spektren ist die dominante und signifikante Variabilität im interannuellen Frequenzbereich zu finden, wobei die größten Amplituden der Variabilität Anfang der siebziger Jahre und in den achtziger Jahren auftreten.

Dieser Vergleich der Spektren zeigt, dass die wesentliche Modell-antreibende interannuelle Variabilität der SST des zentralen tropischen Pazifik für die simulierte Drehimpulsvariabilität aber auch für die beobachtete Tageslängenänderung einen großen Beitrag leistet.

Eine multiple Regression soll nun den Anteil der Variabilität der beobachteten Tageslängenänderung bestimmen, der durch die Variabilität des simulierten atmosphärischen Drehimpulses erklärt werden kann. Dazu werden die beiden atmosphärischen Anteile: relativer- und Massen- bzw. Omega-Drehimpuls nach Gross (1993) in entsprechende ΔLOD umgerechnet und dann auf die beobachtete ΔLOD regressiert. Die Tabelle 1 zeigt die jeweiligen Regressionskoeffizienten für die beiden Drehimpulsanteile und den erklärten Varianzanteil der beobachteten ΔLOD .

Koef.	a_R	a_P	erkl. Var.
ECHAM AO	0.98 ± 0.2	0.86 ± 0.8	27.6%
ECHAM	0.50 ± 0.1	1.33 ± 0.7	10.3%
NCEP AO	0.93 ± 0.1	0.33 ± 0.3	63.7%
NCEP	0.82 ± 0.1	0.03 ± 0.3	34.1%

Tab. 1: Koeffizienten der multiplen Regression der Drehimpulse (a_R : relativer Drehimpuls; a_P : Omega Drehimpuls) und die durch die Regression erklärte Varianz. AO: mit Jahresgang.

Zum Vergleich sind auch die Werte für die Drehimpulsanteile der NCEP-Reanalyse, die eine sogenannte Beobachtung der Atmosphäre repräsentieren soll, dargestellt.

Die Werte belegen, dass mehr als ein Viertel der gesamten Variabilität der beobachteten Tageslängenänderung durch die simulierte atmosphärische Dre-

¹ Gebietsmittel der SST-Anomalien zwischen 90° W und 150° W und 5° S bis 5° N (tropischer Zentralpazifik)

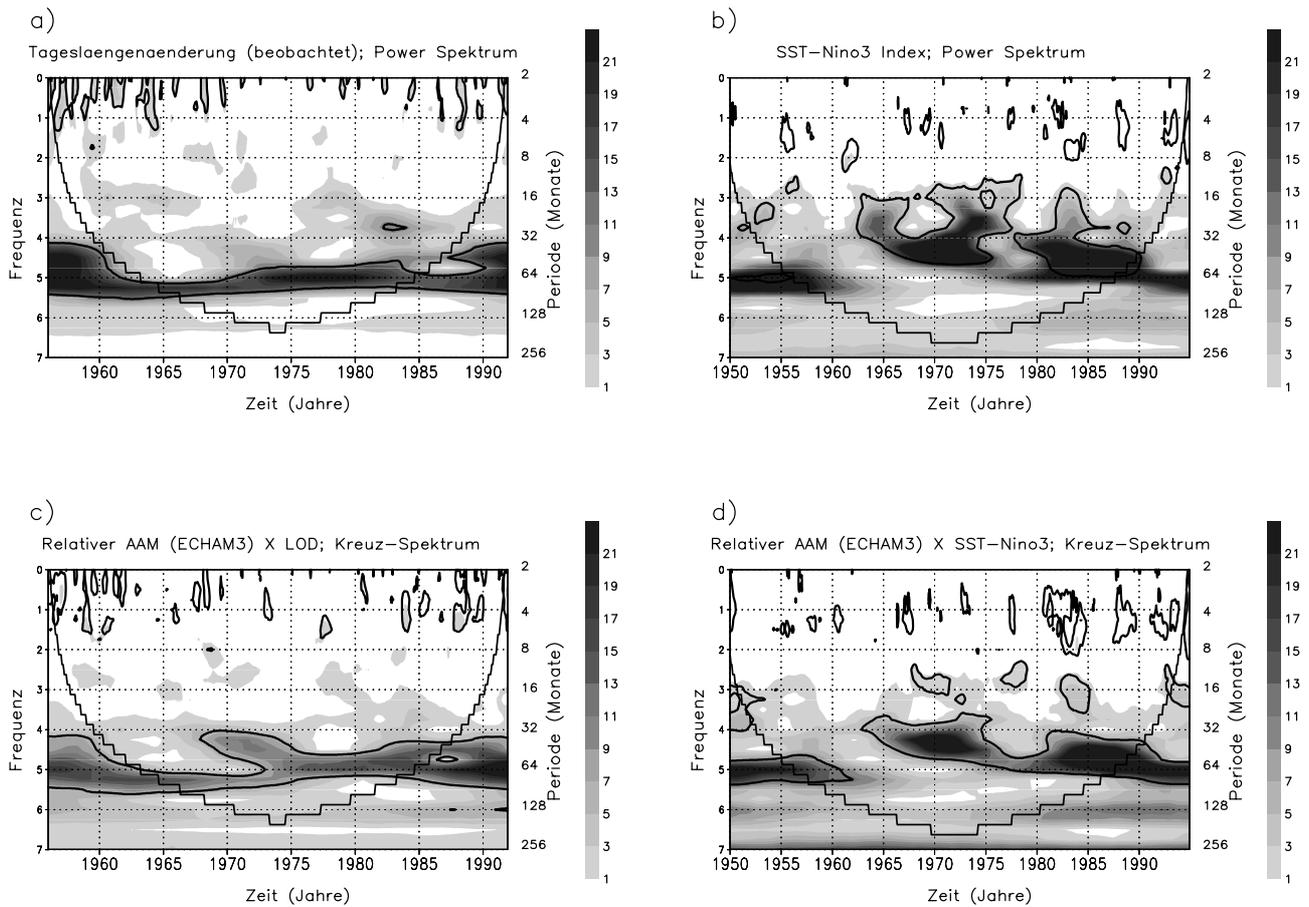


Abb. 1: Normalisierte Wavelet-Powerspektren der beobachteten Tageslängenänderung (a) und des beobachteten NIÑO3-Indexes (b) und normalisierte Wavelet-Kreuzspektren: c) Tageslängenänderung und relativer Drehimpuls (Ensemblemittel), d) NIÑO3-Index und relativer Drehimpuls (Ensemblemittel); Konturintervalle als Vielfache der Varianz bzw. Kovarianz; Isolinie kennzeichnet das 5% Signifikanzniveau.

himpulsvariabilität und damit durch die variierenden SST erklärt werden kann. Der deutlich höhere Wert der erklärten Varianz, der durch die Regression mit den Drehimpulsen der NCEP-Reanalyse zustande kommt, ist auf die kohärenten hochfrequenten Prozesse zurückzuführen, die von einer Klimasimulation mit monatlichem Antrieb nicht erfasst werden können. Um den einzelnen spektralen Beitrag der atmosphärischen Drehimpulsvariabilität zur beobachteten Tageslängenänderung abzuschätzen, wird eine spektrale multiple Regression durchgeführt. Hierzu werden die Zeitreihen der simulierten ΔLOD und der beobachteten ΔLOD mit Hilfe der Wavelet-Transformation in den Spektralraum transformiert. Auf diese spektralen Zeitreihen wird dann wieder die multiple Regression angewandt. Die Abbildung 2a) zeigt die spektrale erklärte Varianz der beobachteten ΔLOD . In den Frequenzbereichen unterhalb eines Jahres sind die beiden Drehimpulse nicht in der Lage, die beobachtete Variabilität der ΔLOD zu erklären. Eine Ausnahme bilden nur die annuelle und die

semiannuelle Oszillation (durchgezogene Kurve). Allerdings erreichen die regressierten Drehimpulse auf der annualen Zeitskala auch nicht mehr als knapp 50% erklärte Varianz. Im seminannualen Frequenzbereich beträgt die erklärte Varianz immerhin 60%. Doch beide Werte zeigen, dass diese saisonalen Oszillationen vom ECHAM3-Modell unterschätzt werden. Mit zunehmender Periodenlänge erhöht sich die Varianz der ΔLOD , die durch die beiden regressierten Drehimpulse erklärt werden kann. Bei 23 Monaten können bereits knapp 40% der Varianz erklärt werden und bei 45 Monaten beträgt die erklärte Varianz sogar knapp 80%, also deutlich mehr als bei den saisonalen Zeitskalen. Hier ist eindeutig die Variabilität der ENSO ausschlaggebend, die vom Modell durch den SST-Antrieb, den beobachteten Tageslängenänderungen entsprechend, sehr gut simuliert werden kann. In den Periodenbereichen zwischen 6 und 9 Jahren kann die simulierte Variabilität der beiden Drehimpulse und der entsprechenden Tageslängenänderungen die Variabilität der beob-

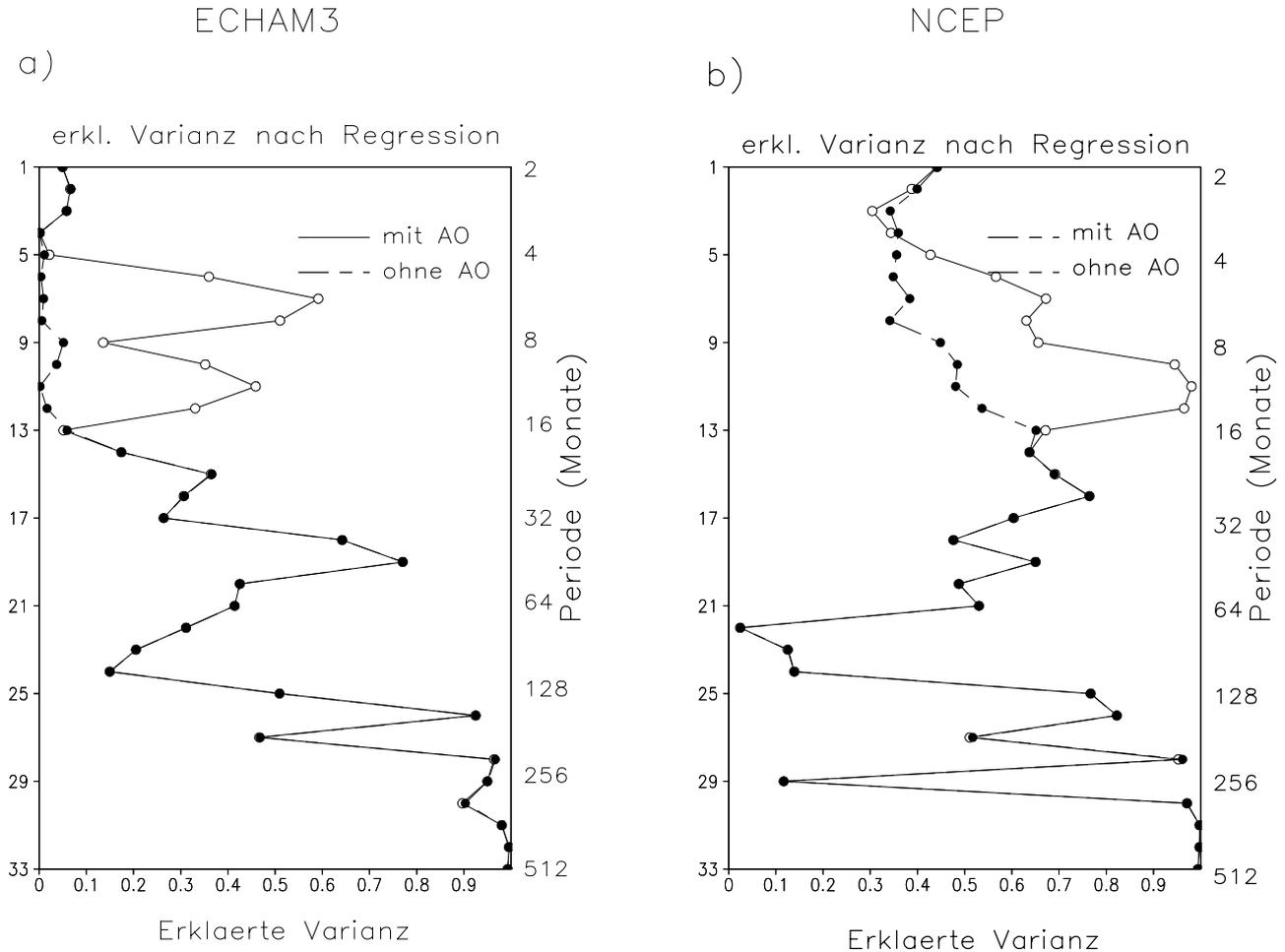


Abb. 2: Spektrale multiple Regression des simulierten Omega Drehimpulses und des relativen Drehimpulses an die beobachtete Tageslängenänderung: a) erklärte spektrale Varianz mit annueller Oszillation (AO; durchgezogen) und ohne (gestrichelt); b) wie a) nur für NCEP-Reanalyse.

achteten ΔLOD nur geringfügig erklären. Zu der dekadischen Zeitskala steigt die erklärte Varianz wieder deutlich an und erreicht bei etwa 12 Jahren knapp 90%. Bei noch längeren Perioden kann keine Aussage mehr über die erklärte Varianz getroffen werden, da die gemeinsame Zeitreihenlänge von 36 Jahren nicht genügend lang ist um solche Perioden statistisch zu erfassen.

Zum Vergleich zeigt die Abbildung 2b) die Ergebnisse der spektralen multiplen linearen Regression für die Drehimpulskomponenten der Reanalyse. Diese Regression verdeutlicht, in welchen Frequenzbereichen die Reanalyse Drehimpulse höhere Anteile der Varianz der beobachteten ΔLOD erklären können als die der simulierten Drehimpulse. Entscheidend für die insgesamt deutlich höhere erklärte Varianz durch die Reanalyse sind besonders die hohen Frequenzen. Die erklärten Varianzen liegen im Periodenbereich von 2 bis 64 Monaten immer über 30%. Die annuelle Oszillation der ΔLOD kann durch die Variabilität der beiden Drehimpulse vollständig

und die semiannuelle noch zu 70% erklärt werden. Vor allem diese hohen Werte führen zu der insgesamt relativ hohen erklärten Varianz von 64% (vgl. Tab 1). In diesen Frequenzbereichen simuliert das ECHAM3 Modell rein zufällige Variabilität, die phasenverschoben zur Beobachtung sein kann und daher nicht mit der beobachteten Variabilität der ΔLOD in Übereinstimmung gebracht werden kann. Bei den längeren Perioden, besonders auf der ENSO-Zeitskala liegt die erklärte Varianz der Reanalyse im gleichen Bereich wie die Simulation (z.B. 45 Monate).

Interessanterweise geht die erklärte Varianz bei Perioden von 6 bis 9 Jahren genauso wie bei der simulierten ΔLOD fast auf Null zurück. In diesem Bereich scheint die Atmosphäre nicht für Rotationsschwankungen der Erde verantwortlich zu sein. Hier müssen andere Effekte aus den übrigen Subsystemen (z.B. Ozean) existieren.

Auf der dekadischen Zeitskala liegt die erklärte Varianz wieder bei über 80% und steigt mit weiter zunehmender Periode auf 100% an. Dieser Bereich darf

Spectral Expl. Variance Of Regression

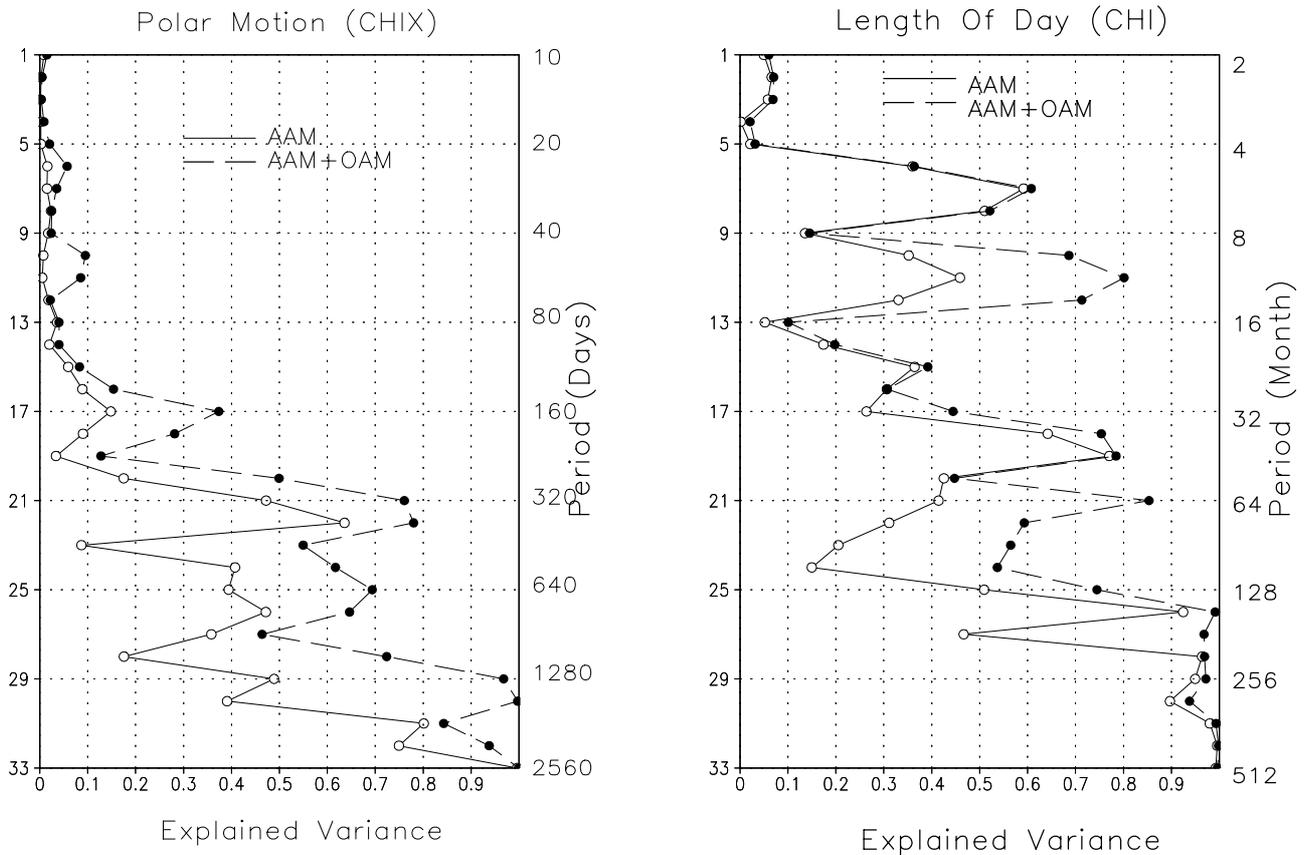


Abb. 3: Spektrale multiple Regression des simulierten atmosphärischen und des ozeanischen Drehimpulses an a) die beobachtete Tageslängenänderung, b) die beobachtete Polerregerfunktion.

aber wieder wegen der Zeitreihenlänge nicht gedeutet werden. Die hohe erklärte Varianz auf der dekadischen Zeitskala jedoch deutet auch hier auf einen atmosphärischen Einfluss auf die Rotationsgeschwindigkeit der Erde hin.

2.1 Atmosphärischer und ozeanischer Beitrag

Die ozeanischen Größen der Drehimpulsbilanz werden dem Ozeanmodell für Zirkulation und Gezeiten (OMCT; vgl. Thomas, 2001) entnommen. Diese Drehimpulse bilden mit den simulierten atmosphärischen Größen ein konsistentes System, da das Ozeanmodell mit atmosphärischen Größen aus diesen ECHAM3 Klimasimulationen angetrieben wurde. Somit wird keine inverse barometrische Approximation benötigt, da die simulierten atmosphärischen Massenverlagerungen – damit auch die Drehimpulsänderungen – vom Ozeanmodell berücksichtigt, und im physikalischen Sinn ausgeglichen werden. Die spektrale multiple Regression (Abb. 3b) für die beobachtete Tageslängenänderung zeigt im Vergleich

mit der Regression der simulierten atmosphärischen Größen bei den langen Perioden deutlich erhöhte erklärte Varianzen. Besonders auffallend ist der Bereich mit Perioden zwischen 5 und 10 Jahren, in dem die Hinzunahme der simulierten ozeanischen Variabilität die erklärte Varianz mehr als verdoppelt. Anscheinend trägt der Ozean bereits ab Perioden von 5 Jahren signifikant zur Variabilität der Tageslängenänderung bei. Dies ist auch nicht überraschend, denn schließlich ist die ENSO auch eine gekoppelte Oszillation zwischen Atmosphäre und Ozean. Zudem ist die ozeanische Drehimpulsvariabilität in der Lage das Defizit der Atmosphäre beim Jahresgang zu kompensieren.

3 Äquatoriale Komponenten

Für die äquatorialen Komponenten der Drehimpulsbilanz konnten bisher erst 15 Jahre der Simulationen analysiert werden. Die folgenden Analysen basieren daher auf Fünftagesmitteln der Jahre 1980 bis 1994. Die Kürze dieser Zeitreihen stellt zum einen ein Problem dar, da die Variabilität auf diesen kurzen Zeit-

skalen wegen des monatlichen Antriebes nicht mit den Beobachtungen übereinstimmen muss, zum anderen sind die Beobachtungen der Polbewegung auch nur für diesen Zeitraum zuverlässig.

Die Wavelet-Spektren (Abb. 4 + 5) der atmosphärischen und ozeanischen Drehimpulskomponenten für die x- und y-Erregerfunktionen zeigen dementsprechend auch nur geringe signifikante Variabilität, die keine signifikante Kohärenz mit den beobachteten Poldaten aufweist. Allerdings scheinen die massenbehafteten Drehimpulse (Matter) überwiegend für (zufällige) intrasaisonale Variabilität verantwortlich zu sein, während die strömungsbedingten Größen (Motion) die saisonale Variabilität beinhalten. Beide Anteile, sowohl „matter“ als auch „motion“ deuten zusätzlich auf eine signifikante interannuelle Variabilität hin. Diese Variabilität liegt aber bereits im Grenzbereich der Wavelet-Analyse, so dass eine statistisch fundierte Aussage erst mit einer längeren Zeitreihe getroffen werden kann.

Die Ergebnisse der spektralen multiplen Regression der simulierten atmosphärischen und ozeanischen Erregerfunktionen auf eine beobachtete Polkomponente (x-Komponente) sind in Abb. 3a) dargestellt. Auch hier zeigt sich, dass im hochfrequenten Bereich keine übereinstimmende Variabilität zwischen Simulation und Beobachtung gefunden werden kann. Die erklärte Varianz liegt bei Perioden unter 160 Tagen zwischen 0 und 10%. Der Jahresgang kann jedoch durch die simulierten Erregerfunktionen zu knapp 80% erklärt werden. Darüber hinaus erreicht die erklärte Varianz fast 100% bei Perioden von ca. 4 Jahren. Hier scheinen Atmosphäre und Ozean zu gleichen Anteilen zur beobachteten Variabilität beizutragen. Jedoch ist dieser Bereich bereits wegen der kurzen Zeitreihe mit einer Unsicherheit behaftet.

Insgesamt wird bei dieser Analyse der Polbewegung deutlich, dass beide Subsysteme Ozean und Atmosphäre zu etwa gleichen Anteilen die beobachtete Variabilität, wenn auch teilweise bei den hohen Frequenzen sehr gering, erklären.

4 Zusammenfassung

Der relative Drehimpuls aus den ECHAM3-T21 Klimasimulationen zeigt eine signifikante kohärente Variabilität mit der beobachteten Tageslängenänderung auf der interannuellen Zeitskala. Diese Variabilität ist eindeutig auf die El Niño Southern Oscillation (ENSO) zurückzuführen. In diesem Frequenzbereich lässt sich die Variabilität der beobachteten Tageslängenänderung zu 80% durch die simulierte Variabilität des atmosphärischen Drehimpulses erklären. Insgesamt kann der simulierte Drehimpuls nur etwa ein Viertel der gesamten beobachteten Variabilität erklären, da die hochfrequenten simulierten Prozesse

nicht oder nur zufällig kohärent mit der Tageslängenänderung sind. Allerdings sind sowohl wegen des nur monatlich variierenden Antriebes als auch wegen der internen Variabilität auch keine kohärenten Prozesse im subannuellen Bereich zu erwarten.

Die Analyse der Drehimpulse der NCEP-Reanalyse zeigt, dass auch hier die interannuelle Variabilität zu 80% durch die Atmosphäre erklärt werden kann. Natürlich werden bei dieser Analyse auch im hochfrequenten Bereich Kohärenzen mit der Tageslängenänderung erreicht, da von der Reanalyse, die eine Beobachtung der Atmosphäre darstellt, auch diese Prozesse erfasst werden. Allerdings liegt der Wert der erklärten Varianz für die interannuelle Variabilität nicht höher als bei der ECHAM3-Simulation.

Die Hinzunahme der ozeanischen Drehimpulskomponenten verbessert die erklärte Varianz besonders bei Perioden von 5 bis 10 Jahren und das Defizit der atmosphärischen Simulation beim Jahresgang kann kompensiert werden.

Bei der äquatorialen Drehimpulsbilanz gewinnt die Wechselwirkung von Ozean und Atmosphäre an Bedeutung. Hier tragen beide Subsysteme etwa gleich viel zur beobachteten Polbewegung bei. Allerdings können die Prozesse auf der subannuellen Zeitskala nicht den Beobachtungen entsprechend simuliert werden. Das ist natürlich auf den monatlich variierenden Antrieb zurückzuführen. Ab der jährlichen Periode mit zunehmender Länge erklären die beiden simulierten Systeme bereits mehr als die Hälfte der beobachteten Variabilität der Polbewegung. Auf der interannuellen Zeitskala deutet sich eine gekoppelte ozeanisch-atmosphärische Mode an, die die beobachtete Variabilität fast vollständig erklären kann. Hierzu müssen aber noch Analysen längerer Zeitreihen erfolgen um dies statistisch zu belegen.

Die Spektralanalyse der Massen- und Strömungsanteile aus Ozean und Atmosphäre zeigen, dass die Massenanteile eher für (zufällige) intrasaisonale Variabilität, die Strömungsanteile hingegen für die saisonale Variabilität verantwortlich sind.

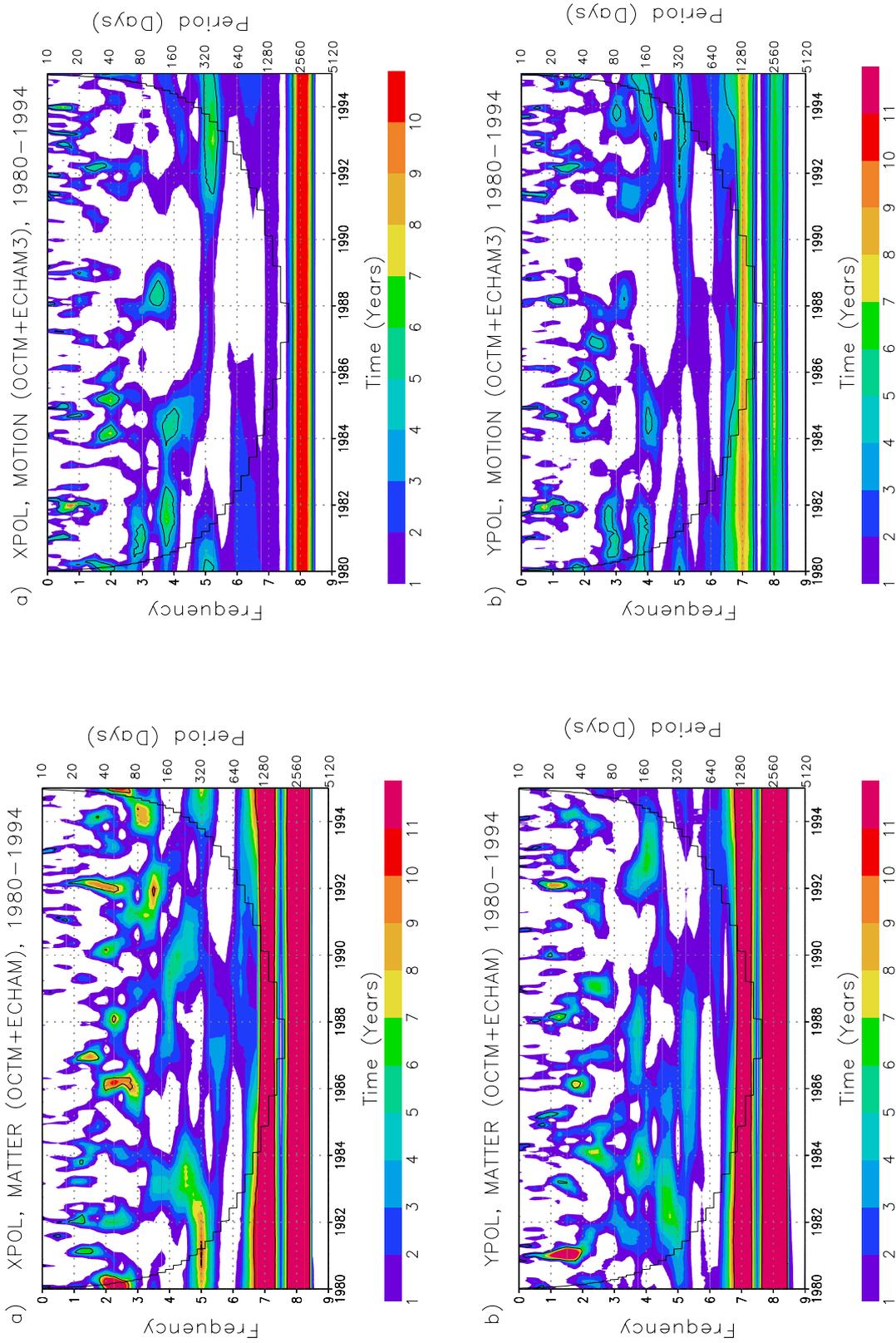


Abb. 5 : wie Abb. 4 nur für die Motion-Komponenten.

Abb. 4 : Normalisierte Wavelet-Powerspektren der simulierten atmosphärischen und ozeanischen äquatorialen Matter- Erregerfunktionen: a) x-Komponente, b) y-Komponente; Konturintervalle als Vielfache der Varianz; Isolinie kennzeichnet das 5% Signifikanzniveau.

Literatur

- Bjerknes, J.: A Possible Response of the Atmospheric Hadley Circulation to Equatorial Anomalies of Ocean Temperature, *Tellus*, **18**, 820-829, 1966
- Celaya, M. A., J. M. Wahr, und F. O. Bryan: Climate-driven polar motion, *J. Geophys. Res.*, **104**, 12813-12829, 1999
- Chen, T.-C., J. J. Tribbia und M.-C. Yen: Interannual variation of global atmospheric angular momentum, *J. Atmos. Sci.*, **53**, 2852-2857, 1996
- Deutsches Klimarechenzentrum (DKRZ): The ECHAM3 Atmospheric General Circulation Model, edited by Modellbetreuungsgruppe, *DKRZ Technical Report*, **6**, 1992
- Dickey, J. O., S. L. Marcus und R. Hide: Global propagation of interannual fluctuations in atmospheric angular momentum, *Nature*, **357**, 484-487, 1992
- Gross, R.S.: The Effect of Ocean Tides on the Earth's Rotation as Predicted by the Results of an Ocean Tide Model, *Geophys. Res. Lett.*, **20**, 293-296, 1993
- Hide, R., J.O. Dickey, S.L. Marcus, R.D. Rosen, und D.A. Salstein: Atmospheric Angular Momentum Fluctuations during 1979-1988 Simulated by Global Circulation Models, *J. Geophys. Res.*, **102**, 16423-16438, 1997
- Kharin, V.V., 1995: The Relationship between Sea Surface Temperature Anomalies and Atmospheric Circulation in GCM Experiments. *Climate Dynamics*, **11**, 359-375
- Naito, I., Y.-H. Zhou, M. Sugi, R. Kawamura, und N. Sato: Three-Dimensional Atmospheric Angular Momentum Simulated by the Japan Meteorological Agency Model for the Period of 1955-1994, *J. Met. Soc. Jap.*, **78**, 111-122, 2000
- Ponte, R. M. und D. Stammer: Role of ocean currents and bottom pressure variability on seasonal polar motion, *J. Geophys. Res.*, **104**, 23393-23409, 1999
- Roeckner, E., K. Arpe, L. Bengtsson, S. Brinkop, L. Dümenil, und E. Esch: Simulation of the Present-Day Climate with the ECHAM Model: Impact of Model Physics and Resolution, *Max-Planck-Institut für Meteorologie Hamburg, Report*, **93**, 171pp, 1992
- Rosen, R.D., D.A. Salstein, T.M. Eubanks, J.O. Dickey, und J.A. Steppe: An El Niño Signal in Atmospheric Angular Momentum and Earth Rotation, *Science*, **225**, 411-414, 1984
- Salstein, D. A. und R. D. Rosen: Regional Contributions to the Atmospheric Excitation of rapid Polar Motions, *J. Geophys. Res.*, **94**, 9971-9978, 1989
- Thomas, M., J. Sündermann, und E. Maier-Reimer: Consideration of ocean tides in an OGCM and its impacts on subseasonal to decadal polar motion excitation, *Geophys Res. Lett.*, **28**, 2457-2560, 2001
- Torrence, C., und G.P. Compo: A Practical Guide to Wavelet Analysis, *Bull. Amer. Meteor. Soc.*, **79**, 61-78, 1998
- Weng, H., und K.-M. Lau: Wavelets, Period Doubling, and Time-Frequency Localization with Application to Organization of Convection over the Tropical Western Pacific, *J. Atmos. Sci.*, **51**, 2523-2541, 1994

Die ozeanische Erregerfunktion, abgeleitet aus Altimeterdaten

HORST JOCHMANN¹

Die Berechnung der ozeanischen Erregerfunktion erfolgte mit Hilfe von Altimetermessungen aus ERS-1 und TOPEX-POSEIDON Daten, die mit Ergebnissen ozeanischer Modellbildungen verglichen wurden. Letzteren lag das Modell OCMT des Instituts für Meereskunde der Universität Hamburg zugrunde.

Aus den Berechnungen der Erregerfunktionen auf Grund von Altimeterdaten folgte, dass die Ergebnisse einen erheblichen stochastischen Anteil enthalten. Dies ist im wesentlichen nicht auf die Qualität der Altimetermessungen zurückzuführen, deren Standardabweichung mit 1-2 cm angegeben wird, sondern auf stochastische Anteile der Meeresspiegelschwankung. Aus der Fehleranalyse der vorstehenden Berechnungen für den Altimeterhöhenwert eines Kompartimentes (1 × 1 °) wurden Standardabweichungen von 10 cm für ERS-1 und 7,4 cm für TOPEX-POSEIDON er-

halten. Gegenüber diesen Werten ist die Unsicherheit der Altimetermessung vernachlässigbar. Diese relativ großen Standardabweichungen bewirken, dass die jahresperiodischen Anteile bei der Analyse der ERS-1 Daten nicht separiert werden können. Aus der 7-jährigen TOPEX-POSEIDON Datenreihe, mit 273 Realisierungen in Abständen von 10 Tagen, wurden die deterministischen Anteile (Jahresperiode, Halbjahresperiode und einige längere Perioden) ohne Schwierigkeiten bestimmt. Ein weiterer Hinweis auf die Wirkung des stochastischen Anteils der ozeanischen Dynamik sind die aus den globalen Meeresspiegelschwankungen abgeleiteten Variationen der Erregerfunktion der Polbewegung, die für beide Berechnungen (siehe Tab.1) hinsichtlich der Amplituden gut übereinstimmen, was auf eine Verminderung des stochastischen Anteils durch Bildung des globalen Mittelwertes der Meereshöhenvariation zurückzuführen ist.

Tab.1: Jahresperioden der Erregerfunktionen der Polbewegung, hervorgerufen durch die globale Meeresspiegelschwankung (*Daten in mas*).

	A_+	B_+	A_-	B_-	a	b	$\gamma /$
ERS - 1	-0,46	1,7	1,76	0,16	3,53	0	55,2
TOPEX-POS	-1,94	0,08	0,5	-1,84	3,94	-0,05	51,2

Zur Analyse der aus TOPEX-POSEIDON-Daten abgeleiteten Erregerfunktionen wurden die Parameter ihrer periodischen Anteile durch eine zweidimensionale Fourier-Analyse be-

stimmt. Bekanntlich können periodische Anteile der Erregerfunktionen als elliptische Bewegungen der polaren Trägheitsachse erklärt werden.

Tab.2: Der Beitrag ozeanischer Massenbewegungen zur Jahresperiode der Erregerfunktion der Polbewegung abgeleitet aus TOPEX-POSEIDON Meereshöhen und verschiedenen Ozeanmodellen.

	A_+	B_+	A_-	B_-	a	b	$\gamma /$
Top - Pos.	-1,53	10,41	6,77	1,62	17,65	3,73	55,8
OMCT	8,18	-4,13	1,36	8,6	17,86	0,46	27,1
Ponte et al.	5,35	4,18	-2,41	6,39	13,61	-0,04	74

¹ Horst Jochmann, Kanalpromenade 3, D - 14513 Teltow, e-mail: h.jochmann@t-online.de

Die Tabellen enthalten die Parameter dieser Bewegungsanteile. A_+, B_+ sind die Amplituden der prograden und A_-, B_- die der retrograden Bewegung. a und b sind die Halbachsen der Ellipsen und γ ist der Richtungswinkel der großen Halbachse. Aus Tab.3 folgt, dass die maximale Auslenkung der polaren Trägheitsachse für die Jahresperiode ($\approx 18mas$) die der anderen signifikanten Perioden übersteigt. Hinsichtlich

der Bewegungsgeometrie liegt eine friedigende Übereinstimmung mit dem von THOMAS und SÜNDERMANN (OCMT) (2000) und von PONTE et al. (1998) vor. Allerdings ist eine nicht akzeptable Phasendifferenz festzustellen, die auch zwischen beiden zum Vergleich herangezogenen Ozeanmodellen vorliegt (Tab.2).

Tab. 3: Periodische Variationen der Erregerfunktionen der Polbewegung, abgeleitet aus TOPEX-POSEIDON Meereshöhen

Periode [a]	A_+	B_+	A_-	B_-	a	b	γ°
4,54	-3,85	1,17	-2,52	-2,61	7,65	0,4	14,5
1,25	4,54	-2,16	-3,08	2,66	9,1	0,96	56,9
0,99	-1,53	10,58	6,77	-1,62	17,65	3,73	55,8
0,73	-4,32	-3,09	-0,85	-5,01	10,39	0,23	58
0,53	0,1	4,5	5,41	0,96	9,99	-0,99	49,9

Eine weitere interessante Periode ist die 4,54-jährige, deren Halbachsenrichtung γ auf einen Wassermassentransport im pazifischen Ozean hinweist. Eine ähnliche Periode wurde in (JOCHMANN 1987) durch inverse Lösung aus der Polbewegungen identifiziert, wobei neben den Polkoordinaten auch Pegelbeobachtungen an der amerikanischen Ostküste analysiert wurden. Die Periodenlänge läßt vermuten, dass diese Erscheinung mit dem El Nino Effekt zusammenhängt, da dessen Intensität mit 4 bis 5-jähriger Periode variiert (CHAO 1988). Möglicherweise kann die aus den beiden Nachbarperioden folgende 4-jährige Variation der Jahresperiode auch auf diesen Effekt zurückgeführt werden.

Die saisonale Variation des globalen Meeresspiegels erlaubt eine Aussage zum Wassermassenaustausch zwischen den Kontinenten und Ozeanen. Die Schwankung der Wasserspeicherung auf den Kontinenten hängt im wesentlichen von den Niederschlägen ab, die durch den Wassermassentransport von den Ozeanen zu den Kontinenten erzeugt werden, und deren Rückfluß zum Meer ab.

Von verschiedenen Autoren wurden Erregerfunktionen der Bodenfeuchtigkeit angegeben, die aus Niederschlagswerten mit Hilfe der Wasserhaushaltsgleichung unter Verwendung von Verdunstungs- und Abflußwerten berechnet wurden. In JOCHMANN et al. (2001) wird gezeigt, dass die Ergebnisse verschiedener Bodenfeuchtigkeitsmodelle erheblich differieren, was hauptsächlich auf die nicht kontinuierliche Verteilung der Meßwerte auf dem Land und die verwendete Extrapolation auf die Kompartimentflächen zurückzuführen ist.

Nun ist die kontinentale Wasserspeicherung - die sicherlich zum größten Teil durch die Variation der Bodenfeuchtigkeit erklärt werden kann - ein Teil des globalen Wasserkreis-

laufes, wodurch unter Umständen eine inverse Schätzung des Einflusses der saisonalen Variation der Wasserspeicherung auf die Erregung der Polbewegung mit Hilfe der globalen Meeresspiegelschwankung möglich ist.

Die Erregerfunktion der kontinentalen Wasserspeicherung Ψ_{con} ergibt sich aus der totalen Erregerfunktion der Polbewegung Ψ_{pol} , der Atmosphäre Ψ_{atm} , des Ozeans Ψ_{oc} und der globalen Meeresspiegelschwankung Ψ_0 zu

$$\Psi_{con} = \Psi_{pol} - \Psi_{atm} - \Psi_{oc} - \Psi_0 \quad (1)$$

Geht man zunächst von der Annahme aus, die globale Meeresspiegelschwankung entspräche einer äquivalenten Variation des Wasserstandes der kontinentalen Wasserspeicherung, so kann ihre Erregerfunktion auf Grund der Beziehung

$$\Psi'_{con} = \frac{S_o}{S_c} \Psi_0 = 2,42 \Psi_0 \quad (2)$$

berechnet werden. In (17) sind S_c und S_o die Flächen der Kontinente und der Ozeane. Die Beziehung (2) berücksichtigt, dass die numerischen Koeffizienten für die Kontinentfunktion negativ werden und andererseits Ψ'_{con} gegenüber Ψ_0 eine Phasenverschiebung von 180° hat, wenn man annimmt, eine globale Meeresspiegelschwankung werde sofort durch eine kontinentale Wasserstandsschwankung ausgeglichen. Die in den Tabellen 3 und 6 zusammengestellten ozeanischen Erregerfunktionen zeigen, dass zwischen den einzelnen Berechnungen erhebliche Phasendifferenzen und zum Teil auch Amplitudendifferenzen bestehen. Nur das Modell von PONTE et al. (1998) lieferte bei unseren Untersuchungen plausible Ergebnisse, die in Tabelle 4 zusammengestellt sind.

Tab. 4: Erregerfunktionen der saisonalen kontinentalen Wasserspeicherung.

	A_+	B_+	A_-	B_-	a	b	γ°
ψ_{con}	3,34	0,7	2,35	5,11	9,03	-2,21	37,9
ψ'_{con}	-4,69	0,19	1,21	-4,45	9,3	0,08	51,2

ψ_0 wurde auf Grund der Topex-Poseidon Daten gewählt. Der Richtungswinkel der großen Halbachse γ° von ψ'_{con} ist durch die Land Meer Verteilung gegeben, während der Richtungswinkel ($\gamma^\circ = 37,9^\circ$) von ψ_{con} durch die reale Verteilung des gespeicherten Wassers auf den Kontinenten bestimmt ist. Da beide Varianten der Erregerfunktion nahezu gleiche Amplituden haben, bewirkt die reale Verteilung der Wasserspeicherung nur eine Drehung der Ellipsenachse. Führt man diese Operation durch, so ergibt sich als Differenz der Phasen die Verzögerung der Akkumulation des von den Ozeanen auf die Kontinente bzw. umgekehrt transportierten Wassers. Auf Grund der Daten in Tab.4 ergeben sich hierfür 5 Monate. Dieser Wert wird von der Transportzeit des Wassers auf die Kontinente, der Verdunstung und dem Abfluß beeinflusst. In einer weiteren Berechnung wurde ein Mittelwert der Erregerfunktionen der ozeanischen Dynamik ψ_{oc} aus den Ergebnissen von PONTE et al., OMCT (IB) und TOPEX-POSEIDON eingeführt, mit dem 5,5 Monate Akkumulationszeit und $\gamma = 65^\circ$ erhalten wurde. Vorstehende Ergebnisse werden im wesentlichen von den Unsicherheiten der Schätzung der ozeanischen Erregerfunktionen beeinflusst. Eine exaktere Schätzung wird erhalten, wenn nach einem in Jochmann et al. (2001) geschilderten Verfahren, die kon-

tinentalen Wasserspeicherung auf Grund zeitlich hochauflösender Schwerefeldbestimmungen (z.B. mit Hilfe der CHAMP- und GRACE- Missionen) ermittelt wird.

Literatur

- CHAO B.F. (1988), *Correlation of interannual length of day variations with EL NINO, Southern Oscillation, 1972-1980*. J.Geoph. Res., Vol 93, No.B7,7709-7715
- JOCHMANN H. (1987), *The detection of global sea level changes by invers solution of the equations of variaons of the vector of rotation*. Gerl. Beitr. Geoph., 96, 3/4, 227-229.
- JOCHMANN H., REIGBER CH., GREINER-MAI H., WÜNSCH J., BARTHELMES F. (2001), *Geophysikalische Prozesse, Erdrotation und zeitlich variables Schwerefeld*. STR 01/11 GeoForschungsZentrum Potsdam.
- THOMAS M., SÜNDERMANN J. (2000) *Numerical simulat- ions of ocean induced variations of Earth's rotation*. In: M. Soffel & N. Capitain (eds) Proc. Journées 1999 & IX Lohrmann Kolloquium.
- PONTE R.M., STAMMER D., MARSCHALL J. (1998), *Oceanic signals in observed motions of the Earth's pole of rotation*. Nature, 391,476-479.

Lokale Einflüsse auf inertielle Erdrotationsensoren

THOMAS KLÜGEL¹, ULRICH SCHREIBER¹

1 Einleitung

Die kontinuierliche Messung der Erdrotationsparameter erfolgt heute routinemäßig durch die geodätischen Raumverfahren VLBI, SLR und GPS mit einer Genauigkeit von derzeit etwa 0,02 ms in der Tageslänge und 0,3 mas (1,5 nrad) in den Polkoordinaten. Grundsätzlich sind auch verschiedene inertielle Rotationssensoren in der Lage, die Drehbewegung der Erde zu erfassen. Dazu zählen das Foucault Pendel, mechanische Kreisel, Laserkreisel, Faserkreisel, supraleitende Gravimeter und das Heliumgyroskop. Von diesen inertialen Erdrotationsensoren haben derzeit nur Laserkreisel das Potential, eine den geodätischen Raumverfahren vergleichbare Auflösung und Stabilität zu erreichen. Der große Vorteil inertialer Rotationssensoren liegt darin, daß sie kontinuierlich und echtzeitnah Erdrotationsdaten mit einer hohen zeitlichen Auflösung liefern können. Ihr Nachteil ist, daß sie den lokalen Einflüssen am Aufstellungsort wesentlich stärker unterliegen, als die geodätischen Raumverfahren mit ihren großen Basislängen.

Mit der Entwicklung und dem Bau eines Großringlasers auf der Fundamentalstation Wettzell wird nun versucht, die Drehgeschwindigkeit der Erde mit einer Auflösung von $10^{-9} \Omega_E$ und einer zeitlichen Auflösung von unter 1 Stunde zu erfassen. Mit den beiden Pilotprojekten C-II (1x1 m Ringlaser in monolithischer Bauweise) und G-0 (3,5x3,5 m Großring) wurde die grundsätzliche Machbarkeit aufgezeigt und die entsprechenden Technologien entwickelt und erfolgreich getestet. Die mit dem Auflösungsvermögen auch zunehmende Problematik der lokalen Einflüsse werden im folgenden Beitrag behandelt.

In einem Ringlaser wird der Frequenzunterschied zweier in einem (z.B. quadratischen) Ringresonator gegenläufigen Lichtstrahlen gemessen. Dieser Frequenzunterschied (Sagnac-Frequenz) ist proportional der Drehgeschwindigkeit des Instruments Ω und lautet:

$$\Delta f = \frac{4\vec{A} \cdot \vec{\Omega}}{P \cdot \lambda}$$

Ein an die Erde fest angekoppelter Ringlaser zeigt somit die Drehgeschwindigkeit der Erde an, und zwar den aus dem Cosinus des Winkels zwischen Ringlaser-Flächennormalen und Erdrotationsachse resultierenden Anteil. Bei einem horizontal aufgestelltem Ringlaser entspricht das 90° minus der geographischen Breite. Aus der

Sagnac-Formel lassen sich folgende Störeinflüsse herleiten:

- Änderung der geometrischen Größen Fläche (A) und Umfang (P),
- Winkeländerung zwischen A und Ω ,
- Zusätzliche Rotationsanteile.

2 Änderungen der Geometrie

Längen- und Flächenänderungen des Ringresonators wirken sich wesentlich stärker auf das Sagnac-Signal aus, als sich nach der Sagnac-Formel rechnerisch ergeben würde. Eine Längenänderung des Resonatorumfangs bewirkt auch eine Verschiebung der optischen Frequenz, woraus durch die Veränderung des Skalenfaktors auch eine Änderung der Sagnac-Frequenz resultiert. Dabei spielt vor allem die als Einrasteffekt (lock-in) bezeichnete gegenseitige Beeinflussung der gegenläufigen Lichtstrahlen eine wichtige Rolle. Mit zunehmenden Abstand der Umlenkspiegel, wo durch Rückstreuung diese gegenseitige Kopplung erfolgt, geht auch der Einfluß des Einrasteffektes stark zurück. Darin liegt der wesentliche Gewinn bei großen Ringlasern (Schreiber 2000).

Ursachen für Änderungen der Geometrie sind vor allem thermoelastische Verformungen des Ringresonators sowie elastische Verformungen durch Luftdruckänderungen. Es können auch Verformungen des Unterlagers durch Scherspannungen auf den Resonatorblock übertragen werden, was allerdings durch dazwischenliegende, dünne Teflonstreifen unterdrückt wird.

Thermoelastische Verformungen werden durch die Verwendung der äußerst formstabilen Glaskeramik Zerodur auf ein Minimum reduziert. Der thermische Längenausdehnungskoeffizient der Resonatorgrundplatte beträgt $1,4 \times 10^{-8} \text{K}^{-1}$, derjenige der vier aufliegenden Resonatorbalken $-1,7 \times 10^{-8} \text{K}^{-1}$. Um den Umfang auf deutlich besser als 1 nm konstant zu halten, beträgt die erforderliche Temperaturstabilität nur wenige Tausendstel °C. Dies macht den Betrieb in einem unterirdischen Raum zwingend erforderlich. Bodentemperaturmessungen auf der Fundamentalstation Wettzell haben gezeigt, daß in 9 m Tiefe die jährliche Temperaturvariation 0,82 °C und in 17 m Tiefe immer noch 0,105 °C beträgt (Klügel 2001). Deshalb wurde der unterirdische

¹ Fundamentalstation Wettzell, Sackenrieder Str. 25, D-93444 Koetting
email: kluegel@wettzell.ifag.de, schreiber@wettzell.ifag.de

Betriebsraum durch aufwendige Isolationsmaßnahmen so gestaltet, daß über mehrere Wochen eine thermische Stabilität von $0,01\text{ }^{\circ}\text{C}$ und über mehrere Tage von $0,001\text{ }^{\circ}\text{C}$ gewährleistet werden kann. Diese Maßnahmen beinhalten eine insgesamt 2 m dicke Mehrschicht-Isolation, eine 5–6 m hohe Erdaufschüttung, eine Tagwasserdichtung zur Vermeidung von Wärmetransport durch Sickerwasser, eine Schaumglasschicht im Pfeiler zur Dämpfung von Grundwassertemperaturschwankungen, ein unterirdischer, seitlicher Zugang mit insgesamt 5 Kühlraumtüren, und schließlich die konsequente Minimierung bzw. Vermeidung interner Wärmezeugung (s.a. Abb. 4).

Änderungen des äußeren Luftdrucks verursachen trotz des hohen Elastizitätsmoduls von Zerodur von 90 GPa eine Verformung des Resonatorblocks und der Spiegelträger in einer relevanten Größenordnung. Bei dem Prototyp C-II konnte die hohe Luftdrucksensitivität durch den Bau eines Drucktanks und einer aktiven Druckregelung praktisch vollständig beseitigt werden. Für den Wettzeller Großring lassen FE-Modellrechnungen eine Verformung von $-0,6 \times 10^{-9} \text{hPa}^{-1}$ erwarten, was einer Verringerung des Umfanges von $9,5 \text{ nm/hPa}$ entspricht. Durch den Betrieb in einem Drucktank und die Stabilisierung des Innendrucks auf besser als $0,1 \text{ hPa}$ wird so auch beim G der Luftdruckeinfluß auf ein unwesentliches Maß reduziert.

3 Orientierungsänderungen

Ein Winkeländerung der Ringlaserebene bezüglich der Erdrotationsachse verändert über das Skalarprodukt $\vec{A} \cdot \vec{\Omega}$ den effektiv wirksamen Rotationsvektor und somit die Sagnac-Frequenz. Gemäß Abb. 1 verursacht eine Neigung von $1\text{ }\mu\text{rad}$ in EW-Richtung in mittleren Breiten und bei horizontaler Aufstellung des Ringlasers (d.h. Ringlaserebene senkrecht zum Lot) eine relative Änderung der Sagnac-Frequenz von nur etwa 5×10^{-13} und ist daher vernachlässigbar. Eine Neigungsänderung von $1\text{ }\mu\text{rad}$ in NS-Richtung erzeugt dagegen eine relative Änderung der Sagnac-Frequenz von etwa 1×10^{-6} . Neigungen dieser Größenordnung können z.B. durch thermoelastische oder hydrologisch induzierte Verformungen des Untergrundes verursacht werden. In der Bodenzone muß z.B. in einer Tiefe von 6 m mit Neigungssignalen von mehreren μrad innerhalb weniger Tage und Jahresamplituden von mehreren Zehner μrad gerechnet werden (Kümpel et al. 2001; Klügel 2001). Mit zunehmender Tiefe nehmen die natürlichen Neigungsänderungen stark ab auf deutlich unter $1\text{ }\mu\text{rad}$ in Tiefen von 15 und 30 m (Herbst 1976). Aber auch in 60 m Tiefe sind noch hydrologische Neigungssignale der Größenordnung Zehner bis Hundert Nanorad nachzuweisen (Weise 1992). Das in Wettzell in 30 m Tiefe installierte Askania-Pendel zeigt Neigungssignale von mehreren hundert Nanorad, die mit hydrologischen Effekten zusammenhängen, und eine Drift von ca. $0,8\text{ }\mu\text{rad/a}$ (Abb. 2).

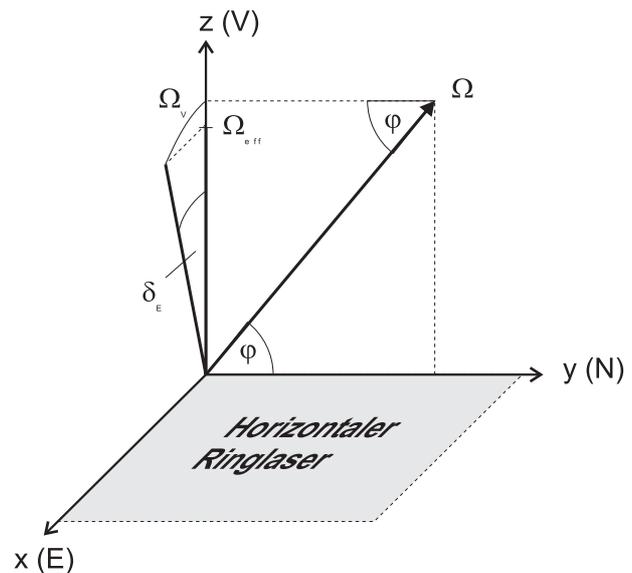


Abb. 1: Einfluß von Orientierungsänderungen auf einen horizontal aufgestellten Ringlaser. Neigungen in Nord-Süd Richtung δ_N verändern unmittelbar den Winkel ϕ zur Erdrotationsachse, während Neigungen in Ost-West Richtung nur über den Cosinus des Winkels δ_E den effektiv wirksamen Rotationsvektor verändern. Das Skalarprodukt zwischen der Ringlaserebene \vec{A} und dem Rotationsvektor $\vec{\Omega}$ ergibt sich somit zu: $\vec{A} \cdot \vec{\Omega} = |\vec{A}| \cdot |\vec{\Omega}| \cdot \sin(\phi + \delta_N) \cdot \cos \delta_E$

Aber auch die Gezeiten der festen Erde (max. 50–100 nrad halbtägige Neigungen) beeinflussen das Sagnac-Signal. Ein auf dem C-II aufgestellter Neigungsmessers zeigt eine starke Überhöhung der Gezeitenneigungen mit Doppelamplituden bis zu 400 nrad infolge der Gezeitenauflast des nur max. 5 km vom Aufstellungs-ort entfernten Ozeans. Im Spektrum des C-II findet sich bei langen Meßzeiten tatsächlich die halbtägige Haupttie des Mondes mit ihrer typischen Periode von 12,43 h.

Um den Einfluß von Orientierungsänderungen zu minimieren, müssen zunächst lokale Bodenverformungen, die vor allem in Oberflächennähe auftreten, durch konstruktive Maßnahmen weitgehend reduziert werden. Dazu wurde der Ringlaser auf einen massiven Betonpfeiler gesetzt, der in ca. 10 m Tiefe auf festem Fels gegründet und von der Bodenzone in geringerer Tiefe mechanisch entkoppelt ist (Abb. 4). Die verbleibenden Orientierungsänderungen müssen meßtechnisch erfaßt und zur Korrektur des Sagnac-Signals verwendet werden. Dies muß mit einer Winkelauflösung von 1 nrad geschehen, um letztlich Rotationssignale der Größenordnung $10^{-9}\Omega_E$ noch von Orientierungsänderungen unterscheiden zu können. Hierzu werden hochauflösende Plattform-Neigungsmesser eingesetzt, die eigens für diesen Zweck konzipiert wurden. Bei diesen Neigungsmessern handelt es sich um kleine Vertikalpendel (Pendel-

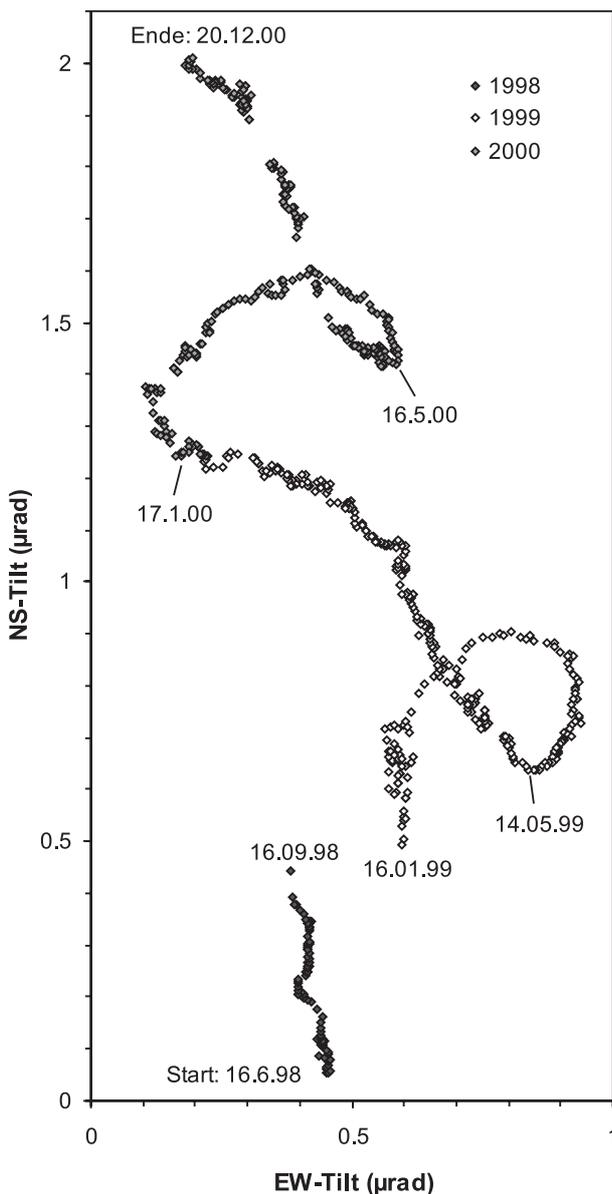


Abb. 2: Spur des oberen Endes des Askania-Pendels in 30 m Tiefe vom 16.6.1998 – 20.12.2000, kontinuierliche Tagesmittelwerte. Der nach NNW gerichteten Drift sind saisonale, hydrologisch induzierte Neigungssignale von einigen 100 nrad überlagert.

länge 6 cm) mit extrem hochauflösenden kapazitiven Wegaufnehmern. Durch Testmessungen im Geophysikalischen Observatorium Schiltach wurde das spezifizierte Auflösungsvermögen von besser als 1 nrad nachgewiesen. Es sollen insgesamt 6 Einkomponenten-Neigungsmesser dieses Typs gemäß Abb. 5 auf dem Großringlaser verteilt werden, um neben der Neigung der Gesamtstruktur auch Eigenverformungen, die sich als radiale Neigungen der Resonatorbalken bemerkbar machen, erfassen zu können.

Außerdem können durch Mehrfachredundanz instrumentelle Effekte der Neigungsmesser erkannt und entfernt werden.

Ein Nachteil bei der Überwachung der Orientierung eines Ringlasers durch Neigungsmesser sind die unterschiedlichen Bezugssysteme der beiden Verfahren. Während das Sagnac-Signal durch die zeitliche Winkeländerung der Ringlaserebene bezüglich der Erdrotationsachse verändert wird, geben die Neigungsmesser die zeitliche Winkeländerung der Ringlaserebene gegen die Lotrichtung an. Zur Korrektur des Sagnac-Signals durch Neigungsmessungen muß deshalb die zeitliche Winkeländerung der Lotrichtung gegen die Erdrotationsachse berücksichtigt werden. Hierfür gibt es verschiedene Ursachen. Den größten Einfluß auf die Lotrichtung übt die Gravitation von Mond und Sonne aus. Das zeitlich variierende Verhältnis zwischen Horizontal- und Vertikalbeschleunigung läßt sich aus den Gezeitenpotentialen genau berechnen und die resultierenden Zeitreihen von denen der Neigungsmesser subtrahieren. Dadurch bleiben im Gezeitenband nur die gezeitenbedingte Deformation der Erdoberfläche inklusive Meeresauflasten und die durch lokale Verzerrungen des Gezeitenverformungsfeldes hervorgerufenen Neigungen übrig, also diejenigen Komponenten, welche die Orientierung des Ringlasers bezüglich der Erdrotationsachse verändern.

Eine weitere wenn auch deutlich schwächere Ursache für Lotrichtungsänderungen sind zeitliche Schwankungen der Luftmassenattraktion durch laterale Dichtunterschiede in der Atmosphäre, wie sie z.B. durch Hoch- und Tiefdruckgebiete erzeugt werden, s.a. (Rabbel & Zschau 1985). Hierzu wird derzeit ein Attraktionsmodell erstellt, welches auf der Basis von Wettermodellen des Deutschen Wetterdienstes den momentanen Attraktionsvektor der Luftmassen auf das Pendel beschreibt. Diese Attraktionskomponente wird wieder von den gemessenen Zeitreihen subtrahiert.

Die Verlagerung großer Wassermassen kann ebenfalls die Lotrichtung in relevanter Größenordnung beeinträchtigen, was in Küstennähe unbedingt berücksichtigt werden muß. Die gravitative Wirkung des Ozeans ist in Wettzell allerdings vernachlässigbar. Es könnten aber andere hydrologische Effekte eine Rolle spielen. So hat zum Beispiel das Abpumpen von ca. 100 m³ Grundwasser in Wettzell zu einem schwachen Signal des dort registrierenden supraleitenden Gravimeters geführt. Auf dem Gebiet der Schwerkraftwirkung von Grundwasser oder Wasser der ungesättigten Bodenzone auf Gravimeter oder Neigungsmesser besteht noch Untersuchungsbedarf.

Folgende Übersicht gibt grob den Zusammenhang zwischen der angestrebten Auflösung der Erddrehung, der hierzu erforderlichen Genauigkeit und ggf. Korrekturmaßnahmen der Neigungsmessungen wieder:

Angestrebte Auflösung	Meßgenauigkeit	notwendige Korrekturmaßnahmen
$10^{-6}\Omega_E \dots \dots 10^{-7}\Omega_E$	$1 \mu\text{rad} \dots \dots 100 \text{ nrad}$	Korrektur der Orientierungsänderungen durch Neigungsmessungen
$10^{-8}\Omega_E$	10 nrad	zus. Korrektur des Neigungssignals bezüglich der Gezeitenkräfte
$10^{-9}\Omega_E$	1 nrad	zus. Korrektur des Neigungssignals bezüglich Attraktion von Luft- und Wassermassen (Atmosphäre, Ozean, Grundwasser)

4 Zusammenfassung

Die lokalen Einflüsse auf inertielle Erdrotationssensoren, hier dargestellt am Beispiel des Ringlasers, können in Faktoren, welche die Geometrie, und Faktoren, welche die Orientierung des Instruments verändern, unterteilt werden. Ein weiterer lokaler Einfluß sind lokale Rotationskomponenten um die Ringlaserachse, die nur über eine aufwendige Zusatzmetrologie oder über ihren Frequenzgehalt von Erdrotationsschwankungen zu trennen sind. Die Aufzeichnungen seismischer Wellen durch Ringlaser zeigen, daß lokale Rotationen durchaus von Interesse sein können (Pancha et al. 2000).

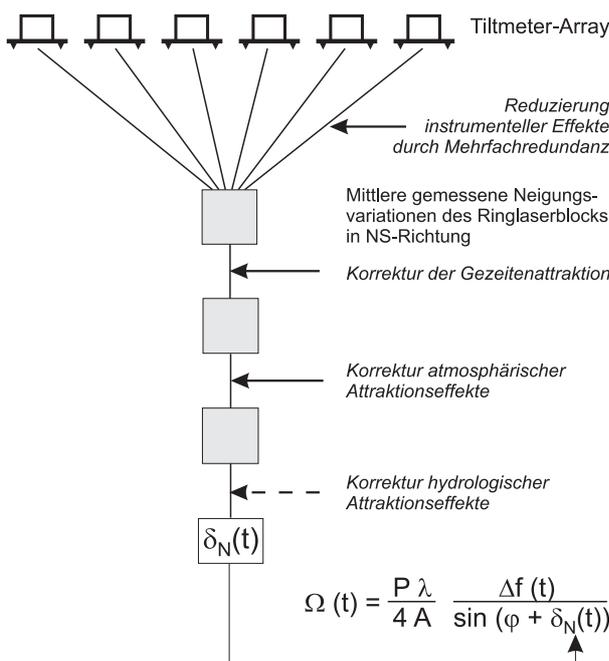


Abb. 3: Flußschema zur Korrektur orientierungsbedingter Variationen der Sagnac-Frequenz

Die Wahrung der Geometrie des Ringresonators wird durch passive Stabilität erreicht. Durch die Konstruktion, die Verwendung des äußerst formstabilen Materials Zerdur und die Schaffung entsprechender Druck- und Temperaturbedingungen in einem unterirdischen Labor, welche durch eine umfangreiche Sensorik überwacht werden, kann die erforderliche Stabilität von 1 nm im Umfang gewährleistet werden.

Die Orientierungsstabilität des Ringlasers wurde durch eine aufwendige Gründung optimiert. Die unvermeidlichen verbleibenden Orientierungsänderungen des horizontal aufgestellten Ringlasers werden gemäß Abb.5 durch ein Array hochauflösender Neigungsmesser erfaßt. Abb.3 zeigt das Flußschema zur Korrektur instrumenteller Fehler der Neigungsmesser und von Fehlern, die durch Schwankungen der Lotrichtung verursacht werden. Mit der daraus resultierenden Zeitreihe der Neigungen des Ringlasers in Nord-Süd Richtung $\delta_N(t)$ sollte es möglich sein, die orientierungsbedingten Variationen der Sagnac-Frequenz zu entfernen.

Literatur

[Herbst 1976] Herbst, K. (1976): Interpretation von Neigungsmessungen im Periodenbereich oberhalb der Gezeiten. Dissertation, 109 S., TU Clausthal.

[Klügel 2001] Klügel, T. (2001): Analyse der Zeitreihen lokaler Rotationssensoren – Entwicklung eines Orientierungsmodells. Schlußbericht DFG-Forschungsprojekt SCHN 240/6, 78 S., Wetzell.

[Kümpel et al. 2001] Kümpel, H.-J., Lehmann, K., Fabian, M. & Menten, G. (2001): Point stability at shallow depths: experience from tilt measurements in the Lower Rhine Embayment, Germany, and implications for high-resolution GPS and gravity recordings. Geophys. J. Int., 146, 699-713.

[Pancha et al. 2000] Pancha, A., Webb, T.H., Stedman, G.E., McLeod, D.P. & Schreiber, U. (2000): Ring laser detection of rotations from teleseismic waves. Geophysical Research Letters, 27, 3553-3556.

[Rabbel & Zschau 1985] Rabbel, W. & Zschau, J. (1985): Static deformations and gravity changes at the earth's surface due to atmospheric loading. J. Geophys., 56, 81-99.

[Schreiber 2000] Schreiber, U. (2000): Ringlasertechnologie für geowissenschaftliche Anwendungen. Mitt. Bundesamt f. Kartographie u. Geodäsie, 8, 97 S., Frankfurt.

[Weise 1992] Weise, A. (1992): Neigungsmessungen in der Geodynamik - Ergebnisse der 3-Komponenten-Station Metsähovi. Dissertation, 180 S., TU Clausthal.

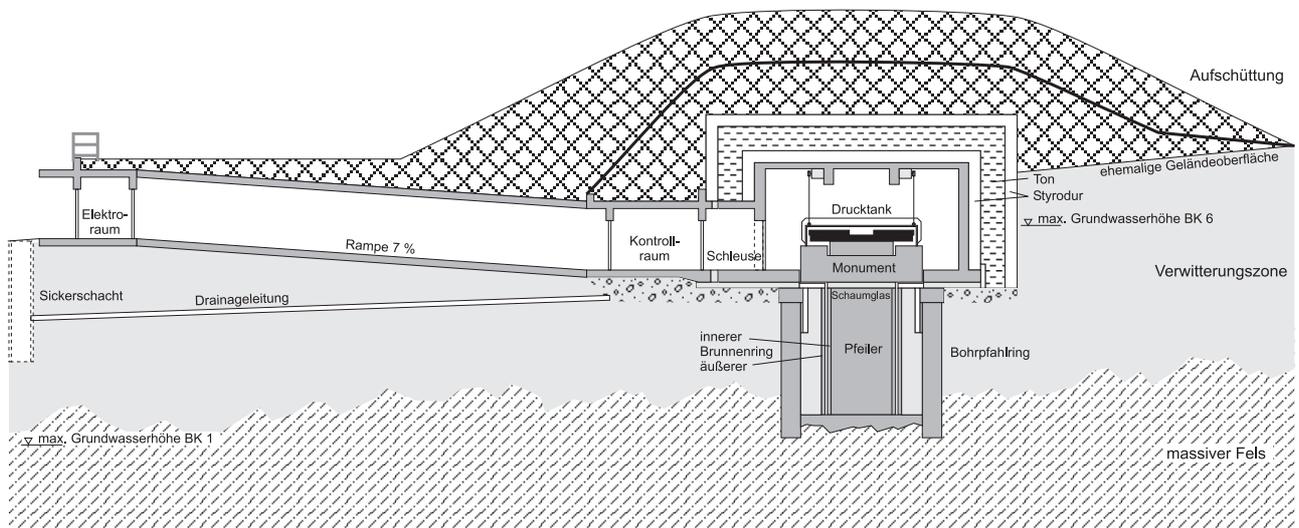


Abb. 4: Schnitt durch das unterirdische Betriebsgebäude für den Großringlaser.

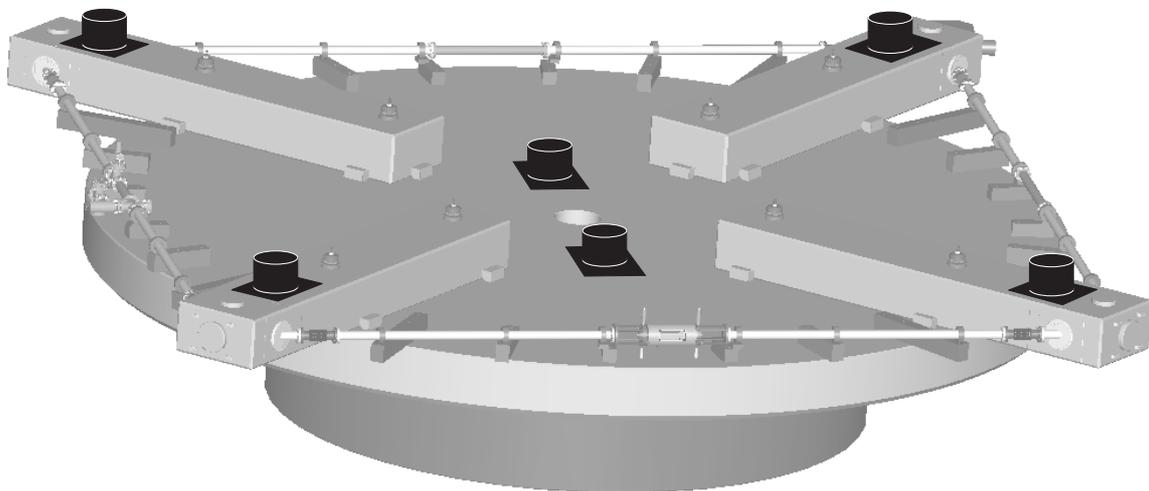


Abb. 5: Geplante Anordnung von sechs Einkomponenten-Tiltmetern auf der Basis-scheibe und den vier Balken des Großringlasers.

Temporal variations in the Earth's gravity field with emphasis on atmospheric effects

THOMAS PETERS¹, JÜRGEN MÜLLER², NICO SNEEUW³

Abstract

The determination of the Earth's gravity field is the main goal of the dedicated gravity field missions CHAMP, GRACE and GOCE. The gravity field comprises always a static part and a much smaller time-variable one in the order of millimeters to centimeters, if expressed in geoid heights. As the measurements always consist of both parts, one has to separate them to get a highly accurate static field with high resolution. In this paper, we give a short description of the mathematical model of the time variations in the Earth's gravity field. We briefly discuss the spatial and spectral behaviour of the main processes causing the variations. In detail, the atmospheric impact on the gravity field variations is investigated, and its effect on the satellite missions resp. their measurements is shown. Finally the basic relationship between gravity field coefficients and Earth rotation parameters is given.

1 Introduction

The Earth's gravity field depends on the mass distribution of the Earth. Therefore, any mass movements in, on or above the Earth produce variations in the gravity field. On the other hand, mass transport will change the Earth's inertia tensor, which affects the Earth rotation described by the conservation of angular momentum. A better knowledge of these variations will provide information about the global changes and dynamic behaviour of the Earth (Chao, 1994).

For almost two decades, the variations have been observed via perturbations in the orbits of geodetic satellites like LAGEOS. Measurements of the positions of these satellites using SLR (Satellite Laser Ranging) led to the determination of secular and seasonal changes in the gravitational field. Since then, a number of studies have investigated the impact of several geophysical phenomena on the gravitational field. Overviews are given by Chao (1994), the NRC report (1997) and Verhagen (2000), more details can be found e.g. in Wahr et

al. (1998), Pail et al. (2000), Le Meur and Huybrechts (2001), Johnson et al. (2001) and the references given therein.

The satellite missions CHAMP, GRACE and GOCE are designed to determine the Earth's gravity field to high accuracy and resolution. They provide consistent global observations, where CHAMP and GRACE are able to observe also temporal variations. For GOCE, the time variable parts have to be modeled to avoid systematic couplings into the static part. Therefore it is necessary to investigate time-dependent effects and to identify the contributions of single sources like ocean tides, post-glacial rebound or the mass redistribution in the atmosphere. The observations of the satellites as well as those with SLR or GPS contain the integral sum of all effects. If one is interested in the single sources, one has to separate them, which can be achieved by specific numerical modeling and by using additional data from in situ observations.

2 Modeling a time variable gravity field

In this section, the equations relating mass transports and changes in gravity are derived. The time-dependent change in the Newtonian gravitational potential can be expressed as a sum of spherical harmonics

$$\Delta V = \frac{GM}{R} \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{R}{r}\right)^{n+1} \sum_{m=0}^n \bar{P}_{nm}(\cos \theta) \cdot [\Delta \bar{C}_{nm} \cos m\lambda + \Delta \bar{S}_{nm} \sin m\lambda], \quad (1)$$

where R is the radius of the Earth; r , θ and λ are spherical coordinates of an external point (radius, co-latitude and longitude) and \bar{P}_{nm} are the normalized associated Legendre functions of degree n and order m . The changes in the dimensionless coefficients are given by:

$$\left. \begin{array}{l} \Delta \bar{C}_{nm} \\ \Delta \bar{S}_{nm} \end{array} \right\} = \frac{1}{2n+1} \cdot \frac{1}{M} \iiint_{\Sigma} \left(\frac{r}{R}\right)^n \Delta \rho(r, \theta, \lambda) \cdot \bar{P}_{nm}(\cos \theta) \begin{cases} \cos m\lambda \\ \sin m\lambda \end{cases} d\Sigma. \quad (2)$$

¹ Institut für Astronomische und Physikalische Geodäsie, Technische Universität München, email: peters@bv.tum.de

² Institut für Erdmessung, Universität Hannover, email: mueller@ife.uni-hannover.de

³ Department of Geomatics Engineering, University of Calgary, Canada email: sneeuw@ucalgary.ca

The density redistribution $\Delta\rho$ as well as the other terms are a function of time. The formulae are valid for single epochs.

This algorithm is known as the Eulerian approach. One focuses on individual points in space, e.g. meteorological stations. Volume integrations are performed on the deformed body. After Chao (1994), a second approach can be chosen to describe the problem, the so called Lagrangian approach. There, one follows individual mass particles along their paths, e.g. tracking isobars. Both approaches are equivalent up to first order. The right choice of the approach depends on which data of the mass transport are available. This paper will concentrate on the Eulerian approach.

With the assumption, that all mass redistribution happens in a thin layer of thickness H and causes a change in density $\Delta\hat{\rho}(\theta, \lambda)$ near the surface of the Earth only, the total mass of the Earth can be approximated as $M \approx 4/3\pi G\bar{\rho}$ with a constant mean density $\bar{\rho}$. Now the radial part can be separated and integrated:

$$\int_{r=R}^{R+H} \left(\frac{r}{R}\right)^{n+2} dr = \frac{R}{n+3} \left[\left(\frac{R+H}{R}\right)^{n+3} - 1 \right] \quad (3)$$

$$\approx H \left[1 + \frac{(n+2)H}{2R} + \dots \right].$$

The truncation of the expansion into binomial series simplifies the computation and avoids numerical problems ($H \ll R$), but produces small errors increasing with degree n . The density $\hat{\rho}$ times the height H is the surface density σ of a thin layer. The changes in surface density $\Delta\sigma$ are the radial integration of $\Delta\rho$ over the layer. Equation (2) reduces to

$$\left. \begin{array}{l} \Delta\bar{C}_{nm} \\ \Delta\bar{S}_{nm} \end{array} \right\} = \frac{3}{4\pi R\bar{\rho}(2n+1)} \iint_{\sigma} \Delta\sigma(\theta, \lambda) \cdot \bar{P}_{nm}(\cos\theta) \begin{Bmatrix} \cos m\lambda \\ \sin m\lambda \end{Bmatrix} d\sigma. \quad (4)$$

This equation describes only the contribution to the gravitational potential from the direct gravitational attraction of the surface mass. But the surface mass also loads and deforms the underlying solid Earth, which causes an additional contribution to the potential, described by the load Love number k'_n of degree n , cf. Munk and MacDonald (1960) or Wahr et al. (1998).

The total potential change is the sum of these two contributions:

$$\left. \begin{array}{l} \Delta\bar{C}_{nm} \\ \Delta\bar{S}_{nm} \end{array} \right\} = \frac{3(1+k'_n)}{4\pi R\bar{\rho}(2n+1)} \iint_{\sigma} \Delta\sigma(\theta, \lambda) \cdot \bar{P}_{nm}(\cos\theta) \begin{Bmatrix} \cos m\lambda \\ \sin m\lambda \end{Bmatrix} d\sigma. \quad (5)$$

For the use of existing programs for the computation of eq. (5), $\Delta\sigma$ can be represented in terms of spherical har-

monics

$$\Delta\sigma(\theta, \lambda) = R\rho_w \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n \bar{P}_{nm}(\cos\theta) \cdot [\Delta\hat{C}_{nm} \cos m\lambda + \Delta\hat{S}_{nm} \sin m\lambda] \quad (6)$$

with new coefficients \hat{C}_{nm} and \hat{S}_{nm} . The factor $R \cdot \rho_w$ (with ρ_w a constant density of water) is introduced in order to get dimensionless new coefficients.

After applying a spherical harmonic analysis to eq. (6), a comparison of the coefficients yields the following simple transfer in the spectral domain:

$$\left. \begin{array}{l} \Delta\bar{C}_{nm} \\ \Delta\bar{S}_{nm} \end{array} \right\} = \frac{1+k'_n}{2n+1} \cdot \frac{3\rho_w}{\bar{\rho}} \begin{Bmatrix} \Delta\hat{C}_{nm} \\ \Delta\hat{S}_{nm} \end{Bmatrix}. \quad (7)$$

Together with (1), this gives the change in the gravitational potential and models any effect caused by the change in the surface density.

The derivation of changes in the surface density from measured data must be treated separately for each physical effect (see e.g. section 4 for the atmospheric effect).

3 Sources causing gravitational time variations

First, one has to identify, which mass transport produces significant and measurable geodynamic effects. Chao (1994) gives two criteria: a sufficiently large amount of mass has to be involved and the effective mass transport has to cover great distances. For example, shipping of goods, steric changes in sea level or the formation of polar sea ice are not significant due to the criteria given above.

The NRC report (1997) provides an inventory of the processes causing significant effects. Figure 1 shows their results characterized by the magnitude, periods and the spatial scales (wavelength) of every effect. Tides are not shown here, because they appear at nearly all periods and spatial scales with magnitude up to $10^{-7}g$ (Torge, 2001) with g the mean gravity acceleration. Only the tidal deformation produced by the tidal forces in the solid Earth and in the oceans, but not the direct luni-solar tidal torques affecting the Earth rotation has to be considered. These forces are of interest, when one assumes that the Earth responds to the tidal deceleration by becoming less oblate (Chao, 1994).

The largest effects with seasonal to interannual periods are those of the atmosphere and the hydrosphere, while post-glacial rebound causes the biggest contribution to the secular effects. Here, the secular variations mean those slower than a number of years. We do not consider changes in geological time scales.

The atmospheric mass transport is responsible for gravity variations in the order of approx. $10^{-8}g$. Besides

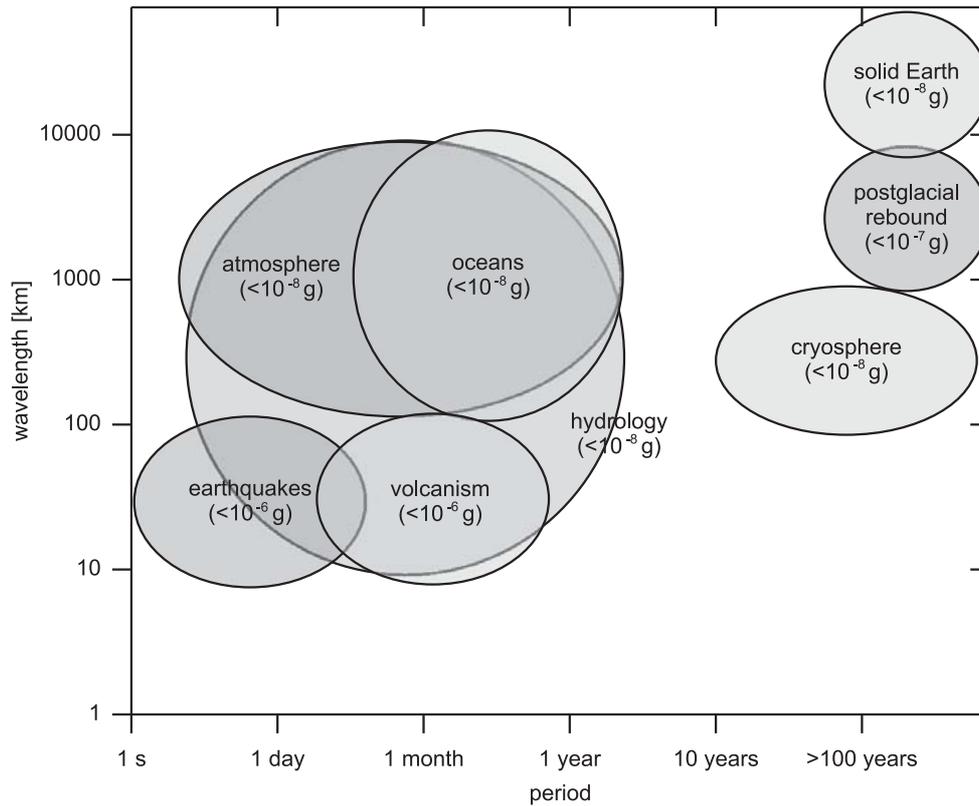


Fig. 1: *Expected periods, wavelengths and magnitude of each geophysical effect (from: Verhagen (2000) after NRC (1997) and Torge (1989)).*

the dominant seasonal signals, also shorter periods and smaller variations may produce large effects (see section 4).

Hydrosphere means the distribution of water on land and in the oceans. Mass transport is carried out by the circular flow of water with precipitation, evapo-transpiration and runoff. To model these variations, one needs data about snow cover, ground-water, precipitation, soil moisture, new artificial reservoirs and so on for the land area. Unfortunately, some of these parameters are only available with insufficient quality and poor spatial coverage. For the oceans, one needs information about the thermal-haline and wind-driven circulation in the oceans as well as the rise of the sea level, e.g. from satellite altimetry. Recent results for such simulations can be found in Wunsch et al. (2001).

The behaviour of ice sheets has to be seen in conjunction with the sea level rise and the post-glacial rebound. Less is known about the total ice mass balance of Antarctica and Greenland. The effects are probably small, but they are present. Post-glacial rebound after the last ice-age can be modeled quite well for regions like Northern America or Scandinavia, problems occur in presently glaciated areas. The uplift of the mantle reduces the Earth's oblateness and is probably responsible for the secular drift in the polar motion.

Mass redistribution due to volcanism and earthquakes

show up with very short periods and spatial expansions and are hardly ever predictable, so one only can assess the results after such events. Moreover, most of them have been too small to have any detectable geodynamic effect. The effects of solid Earth processes like activities of the core or the mantle convection with tectonic movements are not very well understood.

4 The effect of the atmosphere

The atmosphere is almost hydrostatic and the mass distribution in the atmosphere is directly related to the atmospheric pressure by the hydrostatic equation:

$$dp = -g\rho dh. \quad (8)$$

The change in atmospheric mass integrated vertically above a point on the Earth's surface is proportional to the change in atmospheric pressure at this point. Comparing the radial integration over density changes

$$\Delta p(\theta, \lambda) = g \int_r \Delta \rho(r, \theta, \lambda) dr \quad (9)$$

with the definition of changes in the surface density $\Delta\sigma$, one finds:

$$\Delta\sigma(\theta, \lambda) = \frac{\Delta p(\theta, \lambda)}{g}. \quad (10)$$

Thus, after subtraction of a long-time medium field $\bar{p}(\theta, \lambda)$, global gridded values of atmospheric pressure can be used to find the changes in the surface densities.

Equation (8) shows the dependency of the atmospheric pressure on the height. Density and pressure are very small at heights of 15 km, so the thin layer assumption seems to be justified when thinking of the altitude of the satellites of about 250–450 km. Nevertheless, this assumption introduces small errors.

While the pressure is decreasing with increasing height, two different kinds of atmospheric pressure data are available: the observed surface pressure and a reduced sea level pressure. For our applications, surface pressures are needed. To estimate the changes in atmospheric mass, 11 years (1990–2000) of daily global pressure fields as well as derived monthly means provided by the NCEP (National Center for Environmental Prediction) reanalysis project of the NOAA-CIRES Climate Diagnostics Center are used (see Kalnay et al., 1996). The data are interpolated to a $2.5^\circ \times 2.5^\circ$ grid and available for free¹. Using monthly means causes a loss of information, but saves a lot of processing time.

The pressure data are further processed to consider the ocean response to pressure variations nearly like an inverted barometer (IB) response, see (Wunsch and Stammer, 1997), i.e. an increase in atmospheric pressure of 1 hPa should cause the underlying ocean surface to decrease by 1 cm, so that there is no net change in mass integrated vertically through the overlying ocean and atmosphere. Setting $\Delta\sigma = 0$ over the oceans is equivalent to include the redistribution of atmospheric mass over the oceans and of oceanic mass caused by the load of the atmospheric pressure fluctuations in $\Delta\sigma$ (Wahr et al., 1998). In reality, the ocean does not behave exactly like an IB. Some examples of a refined modeling are presented in Verhagen (2000). In the following, the IB assumption is considered mostly. Only figure 2 and 3 include exemplary results for the NIB case, where the pressure variations are taken as they are observed on the Earth's surface.

Now one can set up the computation :

- Subtraction of a long-time mean \bar{p} yields Δp .
- Eq. (10) gives $\Delta\sigma$.
- Setting $\Delta\sigma = 0$ for ocean areas (use of a land-ocean-mask) takes the IB assumption into account.
- Expand $\Delta\sigma$ into spherical harmonics (eq. (6)).
- Transform into changes in the coefficients \bar{C}_{nm} and \bar{S}_{nm} with eq. (7).
- Derivation of the change in the gravitational potential or its functionals.

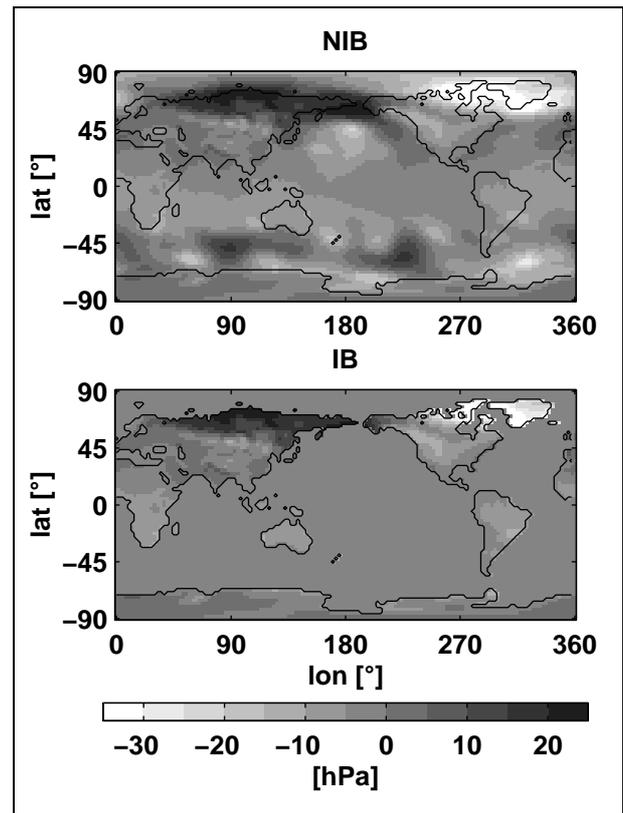


Fig. 2: Δp on January 1, 2000

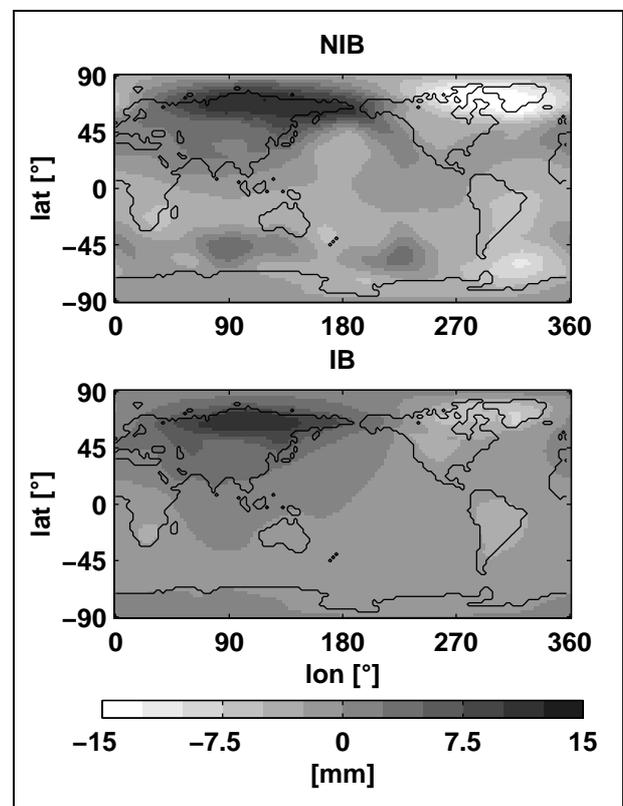


Fig. 3: Total geoid effect on January 1, 2000

¹ Download from <http://www.cdc.noaa.gov/Datasets/ncep.reanalysis.dailyavgs/surface/>

Figure 2 shows atmospheric pressure anomalies Δp on January 1, 2000 for the NIB and IB assumption, figure 3 gives the resulting geoid change for the two cases. The amplitudes in both figures can be considered as representative also for other days. The shown geoid effect consists of the direct and the indirect effect, where the direct effect exceeds the indirect one by about five to ten times. In general, the NIB assumption results in larger values, but the IB assumption is closer to reality.

The time series of atmospheric pressure variations or those of the resulting geoid changes, both under the IB assumption, show a different spectral behaviour and amplitudes for nearly every place on Earth. Therefore, a simplification like the computation of a worldwide mean value does not make any sense for the analysis of gravity variations. One has to take worldwide pressure variations into account. A useful term for the analysis are the degree variances of the potential coefficients. Their rms-value RMS_n represents an average value of the single coefficients per degree and is given by

$$RMS_n = \sqrt{\frac{1}{2n+1} \sum_{m=0}^n (\Delta\bar{C}_{nm}^2 + \Delta\bar{S}_{nm}^2)}. \quad (11)$$

A time series from 1990 to 2000 of monthly mean potential coefficients in eq. (11) yields the upper field shown in figure 4. Their Fourier-transform is given in the lower panel of figure 4. Here, a dominant annual period and a significant semi-annual period can be identified. In comparison to them, all lower and higher frequencies up to a two-daily one are small, but the sum of all the other frequencies is still powerful and cannot be neglected without loss of important information. Furthermore, one has to be aware of problems with aliasing and leakage.

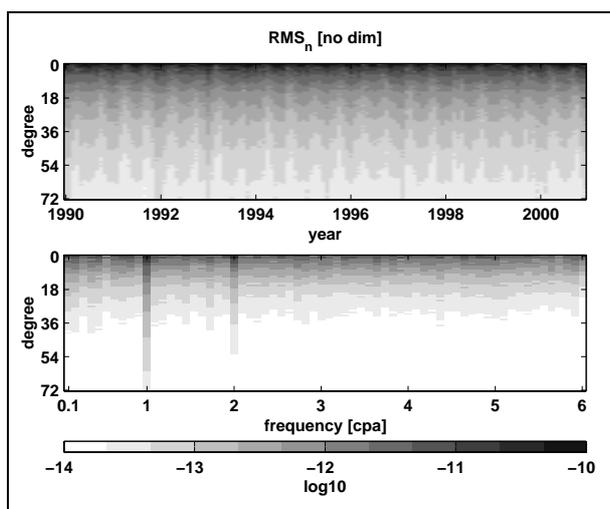


Fig. 4: Degree RMS of 11 years monthly means

The spatial distribution of the amplitudes of the two main frequencies are shown in figure 5. A significant bulls-eye over central Asia of about 6 mm geoid height contribution

is visible, while the semi-annual period has its maximum with nearly 3 mm over Antarctica.

These results agree quite well with those of other studies from Wahr et al. (1998), Pail et al. (2000) or Verhagen (2000).

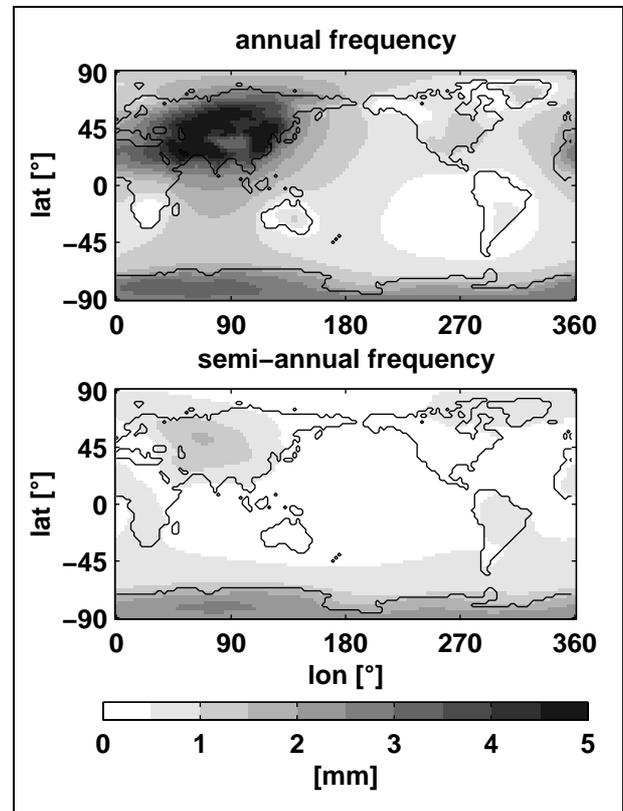


Fig. 5: Amplitudes in geoid height variation ΔN for the dominant frequencies

5 Effect on satellite missions

The effect of the gravity variations on satellite missions like GRACE and GOCE is of special interest and was the main reason to set up this study. One has to compare the measurement accuracy of the satellite sensors with the signal power of the time-variable effects. This can be done by using the degree-rms of eq. (11) of the gravity variations and the expected degree-rms of the satellite missions. Figure 6 shows the degree-rms of the two main frequencies of the atmospheric effect from figure 4 and those of GRACE and GOCE.

The signal of the annual period is about 3–5 times higher than that one of the semi-annual period. Theoretically, the measurement of the effect is possible while the atmospheric signal exceeds the measurement accuracy, which holds up to degree 15 for GOCE and up to degree 32 for GRACE. All other frequencies are less and will hardly be measurable. In fact, semi-annual and annual signals cannot be observed by GOCE because the mission duration

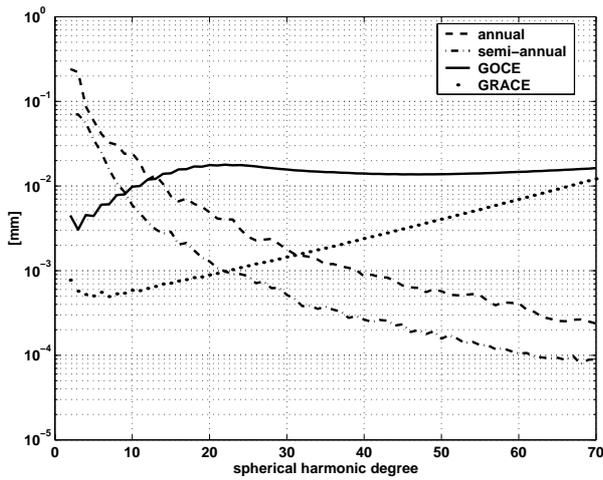


Fig. 6: RMS_n of the atmospheric effect, from GRACE and GOCE

is only two times 6 months. But the temporal signals have to be removed from the GOCE data, not to cause systematic errors when determining the static part of the gravity field. With GRACE, temporal signals down to monthly periods can be resolved.

It should be noted that the point of intersection of the graphs strongly depends on assumptions about the measurement accuracy of the satellites and on the spatial and temporal resolution of the atmospheric pressure data. Also modeling specifications like the IB assumption have an impact on the results.

The impact on the measurements of GOCE can also be estimated by computing the second radial derivate of the effect in the gravitational potential. For a direct comparison with GOCE gradients, a transformation into a satellite fixed coordinate system has to be performed. First, the changes in the gravitational potential are expressed depending on the Keplerian orbit elements of the satellite. Then, one can expand the potential into a 2D-Fourier series with new coefficients, so-called lumped coefficients, at a nominal orbit, i.e. a circular orbit with constant inclination, which is secularly precessing due to the Earth's oblateness, cf. (Sneeuw, 2000). Mapping of this two-dimensional signal to the one-dimensional orbit and multiplication of the lumped coefficients with the root of the mission length yields the atmospheric signal as a PSD in the satellite system.

Figures 7–9 show an example of this approach for the three spatial components. The atmospheric signal of a single day is compared to a simplified GOCE-scenario with a sun-synchronous circular orbit at an altitude of 250 km and a mission length of 3 months. The along-track and particularly the cross-track signal are less.

Although this example is simplified, simulated and maybe not representative, it shows the tendency of the influence of the atmospheric effect on the satellites mea-

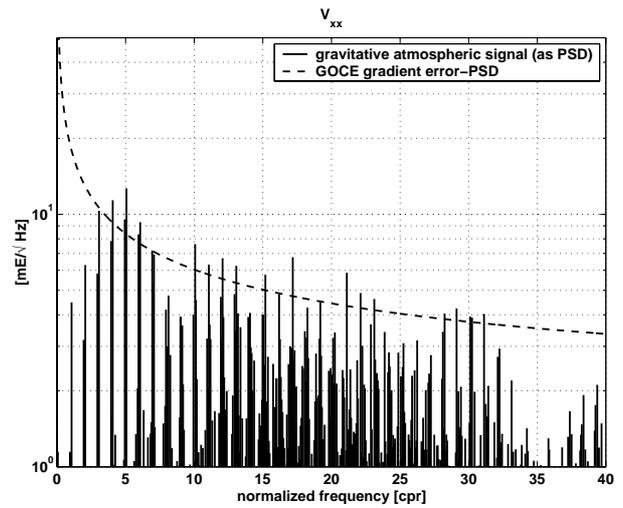


Fig. 7: Along-track component

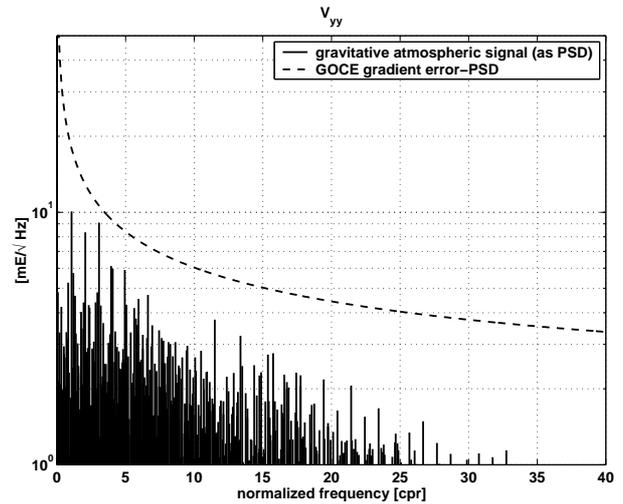


Fig. 8: Cross-track component

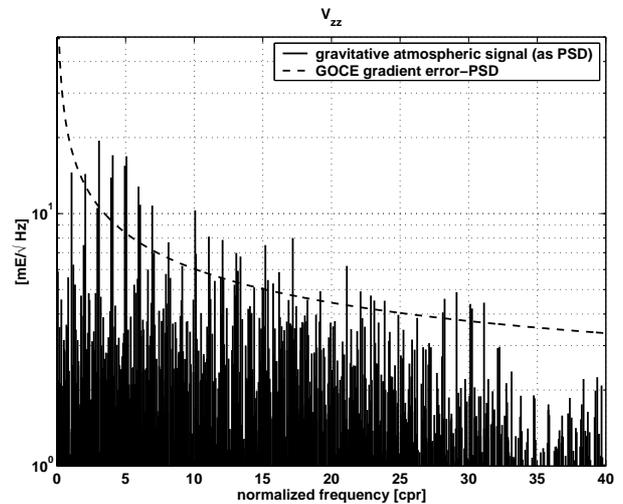


Fig. 9: Radial component

surements. The accelerometers will be influenced noticeable in along-track and radial direction, while the cross-track component stays almost unchanged. Therefore parts of the atmospheric effect will be sensed in along-track and radial direction, but not in the cross-track direction.

6 Gravity variations and Earth's rotation

To get a more global understanding of physical processes, it is necessary to consider also other geodetic measurements, which are affected by mass movements. Besides the gravity field coefficients and observables at satellite altitude, Earth's rotation parameters are of special interest. The temporal variations in the gravity field allow the investigation of changes in the Earth's rotation. Vice-versa the investigation of Earth orientation parameters (EOP) indicates mass movements in and on the Earth. Therefore a common analysis of gravity parameters and EOPs may help to better understand the physical processes, which cause these signals. The relationship between gravity and EOPs is briefly discussed here. More details on this topic can be found, e.g., in Chao and Gross (1987), Gross (1992 and 2001) or Gegout and Cazenave (1993) and the references therein. On the one hand, the changing distribution of mass causes the Earth's gravitational field to change (as discussed above). On the other hand, mass movements will also cause the Earth's angular momentum to change, i.e. the Earth's rotation changes in its amplitude and its direction. By measuring the variations in the second-degree spherical harmonic coefficients, which are related to the elements of the Earth's inertia tensor, CHAMP and GRACE will directly observe changes in the Earth's rotation caused by mass redistribution.

The relationship between the variations of the second-degree spherical harmonics and those of the components of the inertia tensor ΔI_{ij} is given by (cf. Chao and Gross, 1987):

$$\Delta C_{21} = -\frac{\Delta I_{xz}}{MR^2} \quad (12)$$

$$\Delta S_{21} = -\frac{\Delta I_{yz}}{MR^2} \quad (13)$$

$$\Delta S_{22} = -\frac{\Delta I_{xy}}{2MR^2} \quad (14)$$

$$\Delta C_{20} = -\frac{3\Delta I_{zz} - \text{Tr}(\Delta I)}{2MR^2} \quad (15)$$

$$\Delta C_{22} = \frac{\Delta I_{yy} - \Delta I_{xx}}{4MR^2} \quad (16)$$

where M , R indicate the mass and the radius of the Earth and $\text{Tr}(\Delta I)$ the trace of the inertia tensor. The symmetric inertia tensor has six independent elements, whereas there are only five independent second-degree coefficients. That means, the inversion of the formulas above is only possible if special assumptions about the trace are made.

According to the principle of conservation of angular momentum, the rotation of the Earth will change, if the inertia tensor of the Earth changes. An analytical description of polar motion and variations in the length of day (lod) can be achieved with the help of so-called excitation functions χ which in turn depend on the moments of inertia. In a very simple formulation one has (see e.g. Wahr, 1982):

$$\frac{\dot{m}}{\sigma_0} + m = \chi \quad (17)$$

$$\dot{m}_z = \dot{\chi}_z \quad (18)$$

with the frequency of the Chandler wobble σ_0 , the complex description of polar motion $m = m_x - im_y$ in x - and y -direction and changes in lod m_z . The excitation functions are given by :

$$\chi = \frac{1.61}{\Omega(I_{zz} - I_{xx})} (\Omega \Delta I_c - \Delta h) \quad (19)$$

$$\chi_z = -\frac{\Delta I_{zz}}{I_{zz}} + \frac{\Delta h_z}{\Omega I_{zz}} \quad (20)$$

with the mean rotation rate of the Earth Ω , the variation of the relative angular momentum Δh and the complex-valued moment of inertia $\Delta I_c = \Delta I_{xz} - i\Delta I_{yz}$. I_{xx} and I_{zz} are the (unperturbed) equatorial and polar principal moments of inertia. The factor 1.61 accounts for the decoupling of the core and the mantle. Under a further simplification (i.e. neglecting the relative angular momentum which represents the so-called motion terms), the excitation functions may be written

$$\chi = \frac{1.61 \Delta I_c}{\Omega(I_{zz} - I_{xx})} \quad (21)$$

$$\chi_z = -\frac{\Delta I_{zz}}{I_{zz}} \quad (22)$$

These final equations describe only the mass terms in the excitation functions. The mass terms are of special interest because they depend on the same source mechanisms that change the geoid, while the motion terms, which are important for the investigation of Earth's rotation, do not affect the geoid. Using equations (12)-(16), the direct relation between EOP and the second-degree spherical harmonic coefficients is achieved.

7 Discussion

Mass redistribution causes changes in the Earth's gravity field and in the Earth's rotation. In this paper the effect of atmospheric mass movements was investigated in detail. The results show two dominant frequencies — annual and semi-annual — with amplitudes up to 6 mm in terms of geoid height change. This signal will be clearly measurable by GRACE. Since GRACE measures a combination of all time-variable effects, though, the critical question is, whether the atmospheric effects can be

distinguished from others. If one wants to learn something about the other time-variable effects, especially the smaller ones, the atmospheric part should be modeled carefully. Velicogna et al. (2001) studied this topic and achieved some promising results.

As was demonstrated, the atmospheric signal will also be perceivable by GOCE. Due to GOCE's shorter mission duration, however, it is considered as noise. A further complication is the fact that the two measurement periods of GOCE have a large seasonal overlap. The time-variable effects, especially those at the annual frequency, will alias into the GOCE gravity field. Therefore the atmospheric signal needs to be corrected for by proper modeling. For this, surface pressure data is needed with high spatial and temporal resolution.

Mass changes are also visible in time series of Earth Orientation Parameters. A combined analysis of EOP and gravity data will be helpful therefore to investigate mass changes caused by processes of the core, the mantle or the crust as well as those by oceanic, atmospheric or tidal effects. Here, we briefly described the fundamental relationship between variations in the second degree spherical harmonics and those of the components of the inertia tensor, which again affect Earth's rotation.

In a next step, aliasing with orbit frequencies need to be considered as well as the backward computation with simulated or real data (e.g. from CHAMP or GRACE). Also the other geophysical phenomena as described above have to be investigated in this way.

References

- Chao B.F. (1994): The Geoid and Earth rotation, in: Vaníček P., N.T. Christou: *Geoid and its geophysical interpretations*, CRC Press, Boca Raton
- Chao B.F., R.S. Gross (1987): Changes in the Earth's rotation and low-degree gravitational field induced by earthquakes, *Geophys. Journ. R. astr. Soc.*, **91**:569–596
- Gegout P., A. Cazenave (1993): Temporal variations of the Earth's gravity field for 1985–1989 derived from LA-GEOS I, *Geophys. Journ. Int.*, **114**:347–359
- Gross R.S. (1992): Correspondence between theory and observations of polar motion, *Geophys. Journ. Int.*, **109**:162–170
- Gross R.S. (2001): Gravity, oceanic angular momentum, and the Earth's rotation, in: *Proceedings of GGG2000*, in press
- Johnson T.J., C.R. Wilson, B.F. Chao (2001): Nontidal oceanic contributions to gravitational field changes: Predictions of the Parallel Ocean Climate Model, *Journ. Geophys. Res.*, **106**(B6):11,315–11,334
- Kalnay E., et al. (1996): The NCEP/NCAR 40-year reanalysis project, *Bull. Am. Meteorol. Soc.*, **77**:437–471
- Le Meur E., P. Huybrechts (2001): A model computation of the temporal changes of surface gravity and geoidal signal induced by the evolving Greenland ice sheet, *Geophys. Journ. Int.*, **145**:835–849
- Munk W.H., G.J.F. MacDonald (1960): *The rotation of the Earth*, Cambridge University Press
- NRC (1997): *Satellite gravity and the geosphere*, National Academic Press, Washington
- Pail R., H. Sünkel, W. Hausleitner, E. Höck, G. Plank (2000): Temporal variations / Oceans, in: *From Eötvös to mGal*, Draft final report, ESA, Graz
- Sneeuw N. (2000): *A semi-analytical approach to gravity field analysis from satellite observations*, Deutsche Geodätische Kommission, Reihe C, Heft 527
- Torge W. (1989): *Gravimetry*, de Gruyter, Berlin
- Torge W. (2001): *Geodesy*, de Gruyter, Berlin
- Velicogna I., J. Wahr, H. van den Dool (2001): Can surface pressure be used to remove atmospheric contributions from GRACE data with sufficient accuracy to recover hydrological signals? *Journ. Geophys. Res.* **106**(B8):16,415–16,434
- Verhagen S. (2000): *Time variations in the gravity field — the effect of the atmosphere*, diploma thesis at TU Delft (unreleased)
- Wahr J., (1982): The effects of the atmosphere and oceans on the Earth's wobbles — Theory, *Geophys. Journ. R. astr. Soc.* **70**:349–372
- Wahr J., F. Bryan, M. Molenaar (1998): Time variability of the Earth's gravity field: Hydrological and oceanic effects and their possible detection using GRACE, *Journ. Geophys. Res.* **103**(B12):30,205–30,229
- Wünsch J., M. Thomas, T. Gruber (2001): Simulation of oceanic bottom pressure for gravity space missions, *Geophys. Journ. Int.* **147**:428–434
- Wunsch C., D. Stammer (1997): Atmospheric loading and the oceanic “inverted barometer” effect, *Rev. Geophys.* **35**(1):79–107

Simulationen des ozeanischen Bodendrucks

JOHANN WÜNSCH¹, MAIK THOMAS², THOMAS GRUBER³

Kurzfassung

Der ozeanische Bodendruck ist ein Maß für die Massenverteilung im Ozean und er beeinflusst Schwerfeldbestimmungen durch die neuen Satellitenmissionen CHAMP, GRACE und GOCE von jahreszeitlichen bis zu kurzperiodischen Zeitskalen. Daher muss man die Massenverteilung im Ozean berücksichtigen, um das mittlere Schwerfeld zu erhalten. Mit dem Hamburg Ozeanmodell für Zirkulation und Gezeiten (OMCT = Ocean Model for Circulation and Tides) wurden zeitabhängige ozeanische Bodendruckfelder berechnet. Dabei wurden atmosphärische Flüsse von Impuls, Wärme und Frischwasser aus ECHAM3-Echtzeitsimulationen benutzt. Die erhaltenen Bodendruckfelder wurden nach Kugelfunktionskoeffizienten des Schwerfelds als Funktion der Zeit entwickelt. Die Zeitauflösung ist 5 Tage um die jährlichen und halbjährlichen Amplituden zu ermitteln, und 6 Stunden für die hochfrequenten Variationen. Um den Einfluss der ozeanischen Massenvariationen auf die Schwerfeldbestimmung abzuschätzen, werden Gradvariansspektren des simulierten Bodendrucks berechnet und mit den erwarteten Fehlerspektren der Satellitenmissionen verglichen. Weiterhin werden Änderungen der Geoidhöhe ΔN durch die modellierten Stokes-Koeffizienten visualisiert. Die numerischen Ergebnisse zeigen, dass ozeanbedingte Schwerfeldvariationen mit langer Wellenlänge durch CHAMP und GRACE nachweisbar werden.

1 Einleitung

Das Schwerfeld der Erde variiert zeitlich durch Massenverteilung und Massenaustausch zwischen den Subsystemen. Außer dynamischen Prozessen innerhalb der festen Erde sind die Hauptursachen dieser Variationen zeitveränderlicher Luftdruck und ozeanischer Bodendruck, Bodenfeuchtigkeit, Schneeauflast, Grundwasser und Eis. Hier konzentrieren wir uns auf den zeitvariablen ozeanischen Bodendruck, der für das äußere Schwerfeld wie eine Massenbelegung wirkt.

Wir referieren kurz verwandte Arbeiten:

Wahr et al. (1998) untersuchten das zeitvariable Schwere-

feld der Erde auf Grund von Massenverteilung mittels hydrologischen, ozeanografischen und atmosphärischen Modellen. Für den Ozean wurde eine Variante des POP (Parallel Ocean Program) Modells benutzt, das am Los Alamos National Laboratory entwickelt wurde. Wahr et al. (1998) berechneten jährliche globale Geoidamplituden von $\cos \omega t$ und $\sin \omega t$ ($\omega = 2\pi/1.00a$).

Ponte (1999) betrachtete den jahreszeitlichen Zyklus im Bodendruck p_b über dem Weltozean nach dem POCM_4B Modell (Parallel Ocean Climate Model) (Semtner and Chervin, 1992, Stammer et al., 1996). Die erhaltenen jahreszeitlichen großräumigen p_b -Signale hatten Amplituden von weniger als 1 cm Wasser über dem größten Teil des tiefen Ozeans bis zu mehreren Zentimetern über Schelfgebieten. Die Variabilität nahm im allgemeinen nach den westlichen Rändern der Ozeanbecken zu und war auch größer in einigen Gebieten des südlichen Ozeans. Eine Oszillation zwischen subtropischen und höheren Breiten im Nordpazifik stellte sich als signifikant heraus.

Johnson (1998) und Johnson et al. (2001) untersuchten ozeanische Beiträge zu Schwerfeldänderungen nach dem POCM_4B Modell, die nicht durch Gezeiten bedingt sind. Ebenso wie die oben genannten Arbeiten verwendeten Johnson et al. (2001) die sogenannte Greatbatch-Korrektur: Das Ozeanzirkulationsmodell benutzt die Boussinesq-Approximation und daher ist das Ozeanvolumen eine Erhaltungsgröße, nicht die Ozeanmasse. Greatbatch (1994) schlug vor, die Meeresoberflächenhöhe bei jedem Zeitschritt zu korrigieren, indem man eine globale Schicht mit konstanter Dicke hinzufügt. Die Dicke der zusätzlichen Schicht wird dadurch bestimmt, dass die Gesamtmasse des Ozeans konstant sein soll. Nach Johnson (1999, private Mitteilung) betrifft diese Korrektur für jährliche und halbjährliche Signale nur die Stokes-Koeffizienten \bar{C}_{10} und \bar{C}_{20} merklich. (Natürlich wird \bar{C}_{00} nach Anbringen der Korrektur exakt gleich Null.)

Gruber et al. (2000) verwendeten ERS-1 Altimetrie (korrigiert für Wärmeausdehnung des Wassers) sowie das POCM-Modell, um vollständig normierte Stokes-Koeffizienten \bar{C}_{nm} , \bar{S}_{nm} (z.B. Torge, 1980; Heiskanen und

¹ GeoForschungsZentrum Potsdam, Telegrafenberg A17/PB1.4, D-14473 Potsdam
e-mail: wuen@gfz-potsdam.de

² Lohrmann-Observatorium, TU Dresden, Mommsenstr. 13, D-01062 Dresden
email: mthom@rcs.urz.tu-dresden.de

³ Institut für Astronomische und Physikalische Geodäsie, TU München, D-80290 München
e-mail: Thomas.Grubert@bv.tu-muenchen.de

Moritz, 1967) zu schätzen. Auch Gradvariansspektren durch ozeanische Massenumverteilung wurden bestimmt. Diese Simulationen ergaben die Größenordnung der zu erwartenden Geoidhöhenänderungen bei den Satelliten CHAMP und GRACE. Die Stokes-Koeffizienten \bar{C}_{nm} , \bar{S}_{nm} sind definiert durch die Reihenentwicklung des Gravitationspotentials V im Außenraum der Erde in Kugelkoordinaten r, λ, φ durch:

$$V(r, \lambda, \varphi) = \frac{GM}{r} \left(1 + \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=0}^n \left(\frac{a}{r} \right)^n (\bar{C}_{nm} \cos m\lambda + \bar{S}_{nm} \sin m\lambda) P_{nm}(\sin \varphi) \right) \quad (1)$$

Dabei ist a der Äquatordradius der Erde, G die Gravitationskonstante, M die Gesamtmasse der Erde, P_{nm} sind die vollständig normierten Legendrefunktionen.

Cazenave et al. (1999) beschrieben jährliche Variationen des Geoids mit langen Wellenlängen abgeleitet aus welt-raumgeodätischen Daten. Dies wurde mit hydrometeorologischen Auflastdaten verglichen (Luftdruck, Schneeauf- und Bodenfeuchtigkeit, Ozeanmassenverteilung). Für die Ozeanmassenauf- und Bodenfeuchtigkeit wurde TOPEX/POSEIDON-Altimetrie mit einer sterischen Korrektur (Wärmeausdehnung des Wassers) verwendet.

Mittels der hydrostatischen Gleichung kann man den ozeanischen Bodendruck, p_b , an einem Punkt mit geografischer Länge λ und Breite φ schreiben als:

$$p_b = g \int_{-H}^{\zeta} \rho dz + p_a \approx g \rho_0 \zeta + g \int_{-H}^0 \rho dz + p_a \quad (2)$$

wobei g =Schwerebeschleunigung; H =Wassertiefe; ζ = Elevation des Wassers an der Meeresoberfläche; ρ =Dichte des Meerwassers; ρ_0 =mittlere Dichte von Meerwasser; p_a = Luftdruck.

Im folgenden untersuchen wir saisonale, subsaisonale und hochfrequente Variationen der modellierten ozeanischen Bodendruckfelder und deren Einfluss auf das globale Schwerefeld in Termen von Stokes-Koeffizienten sowie Geoidhöhenänderungen. Besondere Betonung erhalten jährliche, halbjährliche und dritteljährliche Geoidvariationen sowie willkürlich herausgegriffene Differenzen aufeinanderfolgender Tage. Es wird angenommen, dass die Reaktion des Ozeans auf den Luftdruck genau die eines invertierten Barometers ist. D. h., in Gleichung (2) wird die Luftdruckkomponente gleich 0 gesetzt ($p_a = 0$) (Lambeck, 1988, p.114).

2 Satellitenmissionen zur Schwerefeldbestimmung

Der aktive Satellit CHAMP und die Missionen in Vorbereitung GRACE und GOCE registrieren kurz- und langfristige Schwerevariationen von verschiedenen Ursachen

in, auf und über der Erde. Neben Grundwasser- und atmosphärischen Massenvariationen ist ozeanische Massenumverteilung eine der wichtigsten Quellen für Schwerevariationen. Auf Grund der Missionsprofile ist jede der drei Missionen in verschiedener Weise sensitiv für diese Signale. Der erste dieser Satelliten, CHAMP (Reigber et al., 2000), wurde am 15. Juli 2000 erfolgreich in eine polnahe Bahn gestartet. CHAMP trägt neben Magnetfeldmessinstrumenten einen GPS-Empfänger und ein Akzelerometer zur Schwerefeldbestimmung. Das ununterbrochene GPS-Tracking des Satelliten zusammen mit der Messung nichtgravitativer Kräfte durch das Akzelerometer ermöglichen eine Verbesserung des Schwerefelds um eine Größenordnung in der Genauigkeit bei langen Wellenlängen im Vergleich zur heutigen Kenntnis. Da die Missionsdauer 5 Jahre betragen soll, wird erwartet, dass Schwerefeldvariationen mit langer Wellenlänge durch CHAMP nachweisbar werden.

Die GRACE-Mission (Tapley und Reigber, 2000) besteht aus zwei Satelliten, die Ende 2001 gestartet werden sollen. Zusätzlich zu den GPS- und Akzelerometermessungen werden hochgenaue Mikrowellenabstandsmessungen (Mikrometergenauigkeit) und deren Veränderung zwischen beiden Satelliten bestimmt. Simulationsstudien zeigen, dass man eine Verbesserung des Schwerefelds von 1-2 Größenordnungen und eine Erhöhung der räumlichen Auflösung im Vergleich zu CHAMP erwarten kann. Um Veränderungen im Schwerefeld zu erfassen, wird geplant, monatliche Lösungen während der geplanten Lebensdauer von 5 Jahren zu berechnen. Durch Analyse der Reihe von monatlichen Modellen werden neue Einsichten in den globalen Wasserkreislauf möglich werden.

Ende 2004 soll die Gradiometrie-Mission GOCE (ESA, 1999; Rummel et al., 2000) der ESA gestartet werden. Dieser Satellit wird direkt den Gravitationstensor im Weltraum messen, woraus dann mit hoher Auflösung das statische Schwerefeld der Erde ermittelt werden kann. Für GOCE sind zwei Messintervalle von jeweils 6 Monaten vorgesehen, die durch 5 Monate Unterbrechung getrennt sind. Kurz- und langperiodische Schwerevariationen müssen von den Gradiometerdaten vor der Berechnung des endgültigen Schwerefelds entfernt werden, um das wirkliche statische Feld zu erfassen.

Alle drei Satellitenmissionen haben starken Bezug zu Signalen der Variationen im Schwerefeld. Wie oben erwähnt, werden CHAMP und GRACE Zeitreihen von monatlichen (oder länger) Schwerefeldlösungen ergeben. Die Veränderungen in diesen Lösungen stellen den integrierten Effekt aller Massenvariationen in, auf und über der Erde dar. Wenn die integrierten Effekte in ihre Hauptquellen aufgespalten werden können, kann man ozeanische, hydrologische und Eismassenmodelle verifizieren und verbessern. Andererseits benötigen alle drei Missionen atmosphärische und ozeanische Modelle, um kurzperiodische Schwerevariationen mit Zeitskalen unter einem Monat zu entfernen. Letztere würden sich wegen der

raumzeitlichen Abtastung auf die monatlichen Lösungen auswirken. Daher geht die Qualität der atmosphärischen und ozeanischen Modelle direkt in die Qualität der endgültigen Schwerefeldmodelle ein. Dies zeigt den Bezug der Schwerefeldbestimmung mit den neuen Satellitenmethoden und der Ozeanmodellierung. Als eines der möglichen Modelle zum 'De-aliasing' von kurzperiodischen Schwerevariationen kann das Hamburg OMCT benutzt werden. Dieses wird im folgenden Abschnitt beschrieben.

3 Das Ozeanzirkulationsmodell OMCT

Das hier verwendete Ozeanmodell heißt 'Hamburg Ocean Model for Circulation and Tides' (Thomas und Sündermann, 1998; Thomas et al., 2001). Es wurde entwickelt durch Kopplung einer erweiterten Fassung des klimatologischen Modells von Drijfhout et al. (1996) mit einem Ephemeriden-Gezeitenmodell. Das Modell baut auf den nichtlinearen Erhaltungsgleichungen für Impuls, der Kontinuitätsgleichung für ein inkompressibles Fluid und den Erhaltungsgleichungen für Wärme und Salinität auf. Sowohl die hydrostatische als auch die Boussinesq-Approximation werden verwendet. Prognostische Variablen sind Meeresoberflächenelevation, horizontale Geschwindigkeiten, Temperatur, Salinität sowie Meereisdicke und -kompaktheit. Die Auflösung des numerischen Gitters beträgt 1.875 Grad in geografischer Länge und Breite. Es gibt 13 vertikale Schichten, und der Zeitschritt ist 1 Stunde. Für die hier beschriebenen Ergebnisse wurde ein Modellauf nur mit Zirkulation (ohne Ozeangezeiten) benutzt.

Anfangs wurde das OMCT etwa 260 Modelljahre einschwingen gelassen. Dabei galten zyklische Randbedingungen, d.h. klimatologische Windschubspannungen (Hellerman und Rosenstein, 1983), sowie Jahresmittel von Oberflächentemperaturen und Salinitäten (Levitus, 1982). Ausgehend von dieser gleichförmigen Zirkulation wurden mit 12h Zeitauflösung atmosphärische Echtzeitantriebsfelder aus ECHAM3-Simulationen (Roegner et al., 1992) angewendet. Diese Antriebsfelder bestehen aus Windschubspannungskomponenten, Oberflächentemperaturen und Frischwasserflüssen. Um eine unrealistische Massendrift zu vermeiden, wurde die Salinität mit einer Zeitskala von 38d zur jährlichen mittleren Meeresoberflächensalinität restauriert.

Bisher wurde keine Greatbatch (1994)-Korrektur (siehe oben) an die OMCT-Berechnungen angebracht.

4 Sphärische harmonische Analyse und Ergebnisse

Der ozeanische Bodendruck wirkt wie eine Massenbelegung $q = p_b/g$ in der Einheit $[\text{kg}/\text{m}^2]$; $g=9.806\text{m}/\text{s}^2$ ist die Schwerebeschleunigung.

Nach Gegout und Cazenave (1993) sowie Dong et al. (1996) kann man die Stokes-Koeffizienten als Oberflächenintegral über die Kugel erhalten:

$$\delta\bar{C}_{nm} = \frac{1+k'_n}{2n+1} \cdot \frac{a^2}{M} \int q(\lambda, \varphi) \cos(m\lambda) P_{nm}(\sin \varphi) dS \quad (3)$$

wobei a =Äquatorradius der Erde, M =Gesamtmasse der Erde, n =Legendregrad, k'_n =Auflast-Love-zahl vom Grad n , P_{nm} = normierte Legendrefunktionen. Eine analoge Gleichung gilt für $\delta\bar{S}_{nm}$. Darin kommt $\sin(m\lambda)$ statt $\cos(m\lambda)$ vor.

Mittels eines Unterprogramms vom GFZ Potsdam wurden die Koeffizienten $\delta\bar{C}_{nm}$, $\delta\bar{S}_{nm}$ während der OMCT-Simulationen berechnet. Dieses Unterprogramm integriert Blockmittelwerte über die Kugel. Über den Kontinenten wurde $p_b = 0$ gesetzt. Zahlenwerte der Auflast-Love-zahlen k'_n konnten Dong et al. (1996) ($n=2$ bis $n=9$) sowie Farrell (1972) ($n=10$ bis $n=50$) entnommen werden. Die Kugelflächenfunktionen Y_{nm} sind vollständig normiert nach Heiskanen und Moritz (1967).

4.1 Jahreszeitliche Schwerefeldvariationen

Für einige der niedrigsten Stokes-Koeffizienten wurde ein trigonometrischer Fit nach der Methode der kleinsten Quadrate an zwei Modelljahren (1978 und 1979) gerechnet. Dies ergab jährliche und halbjährliche Amplituden. Der Ansatz enthielt auch eine Konstante und einen linearen Trend, der aus Modellierungsgründen vorkommt. Alle a priori Gewichte waren gleich.

Ergebnisse werden in Tabelle 1 für Echtzeitantrieb und Tabelle 2 für klimatologischen Antrieb angegeben. Typische Größenordnungen für Echtzeitantrieb sind $3 \cdot 10^{-11}$ in der jährlichen Amplitude und $1.5 \cdot 10^{-11}$ in der halbjährlichen Amplitude. Die Amplituden bei klimatologischem Antrieb sind deutlich kleiner als bei Echtzeitantrieb. Dies ist zu erwarten, denn klimatologische Antriebsfelder sind 'geglättet' im Vergleich zu Echtzeitantriebsfeldern und können daher nicht so viel Variation zeigen. Die Phasenwinkel φ der Ergebnisse für klimatologischen bzw. Echtzeitantrieb haben keinen klaren Zusammenhang. Standardabweichungen der Amplituden A sind $\pm 0.17 \cdot 10^{-11}$ (Tabelle 1) bzw. $\pm 0.10 \cdot 10^{-11}$ (Tabelle 2), sowohl jährlich als auch halbjährlich. Daher sind die meisten Einträge in diesen Tabellen signifikant.

Abbildung 1 zeigt als Beispiel den Koeffizienten $\delta\bar{C}_{50}(t)$ für zwei Modelljahre mit Echtzeitantrieb und die entsprechende Kurve für klimatologischen Antrieb. Man erkennt jährliche und halbjährliche Komponenten sowie einen kleinen numerischen linearen Trend.

Tab. 1: Vollständig normierte Stokes-Koeffizienten \bar{C}_{nm} , \bar{S}_{nm} durch ozeanischen Bodendruck (Ergebnisse des OMCT-Modells; Echtzeitantrieb); Jährlicher und halb-jährlicher trigonometrischer Fit an zwei Modelljahre (1978 und 1979). Amplituden A in $[10^{-11}]$, Phasenwinkel φ in Grad. Konvention für $\varphi : A \cdot \cos(\omega t - \varphi)$.

Koeff.	Jährlich		Halbjährlich	
	A	φ	A	φ
C00	3.90	56	1.64	26
C10	6.01	256	3.11	296
C11	5.32	353	2.60	212
C20	4.54	6	0.41	121
C21	3.72	223	1.41	152
C22	0.53	38	0.69	317
C30	0.84	84	0.28	37
C31	0.23	159	0.40	4
C32	2.26	224	0.46	139
C33	0.80	309	0.31	265
C40	1.33	26	1.40	37
C50	3.02	25	0.10	152
C52	0.42	304	0.47	49
C55	0.36	163	0.17	97
C60	0.36	232	0.33	223
S11	4.24	250	1.68	110
S21	1.80	226	0.82	212
S22	3.68	216	0.50	221
S31	0.33	118	0.13	166
S32	1.68	261	0.59	187
S33	1.52	224	0.52	198
S52	0.30	107	0.18	39
S55	0.49	250	0.18	179

Tab. 2: Vollständig normierte Stokes-Koeffizienten \bar{C}_{nm} , \bar{S}_{nm} durch ozeanischen Bodendruck (Ergebnisse des OMCT-Modells; klimatologischer Antrieb); Jährlicher und halb-jährlicher trigonometrischer Fit; Amplituden A in $[10^{-11}]$, Phasenwinkel φ in Grad. Konvention für $\varphi : A \cdot \cos(\omega t - \varphi)$.

Koeff.	Jährlich		Halbjährlich	
	A	φ	A	φ
C00	10.53	277	1.20	127
C10	1.59	78	1.93	2
C11	1.27	90	0.73	251
C20	2.07	346	1.23	341
C21	2.17	222	0.29	353
C22	2.19	30	0.14	19
C30	1.50	185	1.13	86
C33	1.41	351	0.034	332
C40	1.34	139	0.85	2
C50	1.40	22	0.30	28
C52	0.04	13	0.33	342
C55	0.71	186	0.13	44
C60	0.21	9	0.15	63
S11	1.83	213	0.61	260
S21	0.96	308	0.13	245
S22	2.34	215	0.20	236
S33	0.31	332	0.31	7
S52	0.20	69	0.25	314
S55	0.18	326	0.12	313

C_50(t) ocean bottom pressure; OMCT

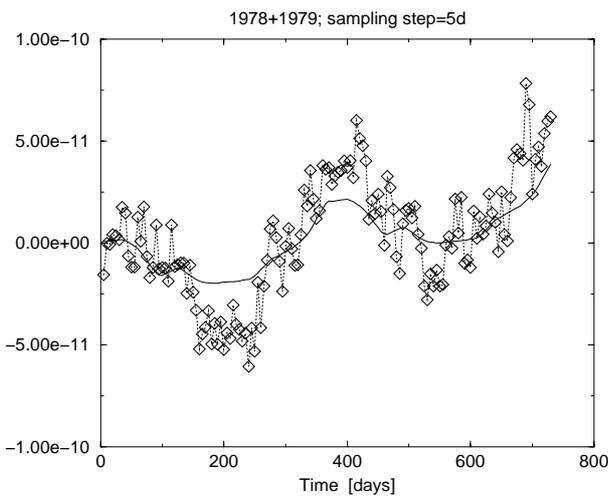


Abb. 1: Der ozeanische Stokes-Koeffizient $\delta\bar{C}_{50}$ als Funktion der Zeit für zwei Modelljahre. Gepunktete Kurve mit Symbolen: Echtzeitantrieb; durchgehende Kurve: klimatologischer Antrieb. Von beiden Kurven wurde eine Konstante subtrahiert.

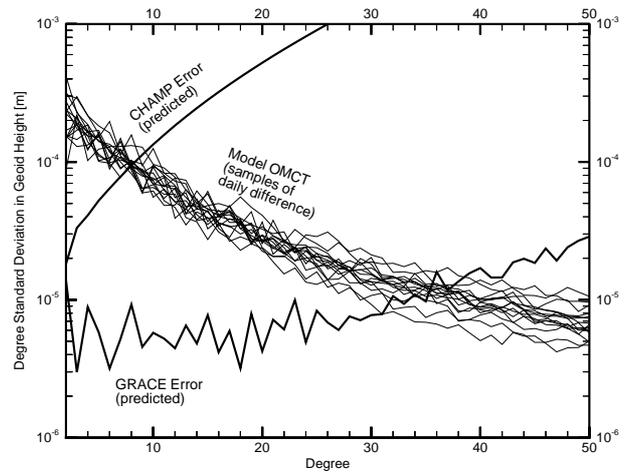


Abb. 2: Gradvarianzspektrum ozeanischer täglicher Differenzen ausgedrückt als Geoidhöhe (Modelljahr 1994).

4.2 Hochfrequente Variationen

Um hochfrequente zeitliche Variationen in den Stokes-Koeffizienten und dem Geoid zu untersuchen, wurden tägliche Differenzen von Stokes-Koeffizienten für willkürlich herausgegriffene Tage eines Modelljahres (1994) berechnet. Mit diesen Differenzen wurde ein Gradvarianzspektrum gebildet und mit dem erwarteten Fehlerpektrum der Missionen CHAMP und GRACE verglichen.

Nach Abbildung 2 liegt das Signal der täglichen Schwerevariationen bis Grad 8 bei CHAMP und bis Grad 34 bei GRACE über dem Fehlerspektrum. Der Ozean zeigt also nicht nur jahreszeitliche, sondern auch kräftige hochfrequente Schwerefeldsignale. Diese hochfrequente Variabilität bedeutet auf der anderen Seite, dass diese Schwerefeldvariationen vom gemessenen Signal entfernt werden müssen, um ein monatliches oder mittleres Schwerefeldmodell abzuleiten (Hughes et al., 2000). Zur Visualisierung und Analyse der täglichen Schwerefeldvariationen wurden die Stokes-Koeffizienten nach Gleichung (4) in Geoidhöhen umgewandelt (Torge, 1980):

$$\Delta N(\lambda, \varphi) = a \sum_{n=2}^{50} \sum_{m=0}^n (\delta \bar{C}_{nm} \cos m\lambda + \delta \bar{S}_{nm} \sin m\lambda) P_{nm}(\sin \varphi) \quad (4)$$

Für jede 6-stündige Koeffizientenmenge über das ganze Jahr 1994 wurden Geoidhöhen bezüglich eines mittleren Geoids berechnet, visualisiert und zu einer Animation kombiniert. Diese Animation zeigt deutlich den jährlichen Zyklus und überlagerte hochfrequente Variationen. Die Geoidhöhen schwanken typischerweise im Bereich -5 mm ... +5 mm. Im Gegensatz zum jahreszeitlichen Signal sind kurzperiodische Anomalien auf Grund der Zirkulation nicht von einer definierten Frequenz angetrieben (mit Ausnahme des diurnalen Zyklus). Daher können diese Anomalien nicht mit einem verursachenden periodischen physikalischen Prozess in Beziehung gebracht werden. Die Momentaufnahmen von Abbildung 3 verdeutlichen die zeitabhängige Entwicklung der simulierten Geoidhöhen über einen Zeitraum von drei Wochen.

Abgesehen von Störungen im Mittelmeer und in der Beringsee auf Grund der groben horizontalen Auflösung sind die Amplituden der Geoidhöhenanomalien am kräftigsten nahe westlichen Randströmen und im Einflussgebiet des Antarktischen Zirkumpolarstroms. Letzteres kann als Beziehung zwischen Geoidhöhenanomalien und Variationen der windgetriebenen Zirkulation interpretiert werden. Denn Änderungen der Windschubspannungskomponenten verursachen Variationen des geostrophischen Meeresspiegels und auch Instabilitäten des Geschwindigkeitsfelds. Jedoch muss die angenommene Korrelation erst quantitativ bestätigt werden.

5 Schlussfolgerungen

Mit Ozeanbodendruckfeldern, die Ergebnisse des Hamburg OMCT baroklinen Ozeanmodells sind, wurden Zeitreihen von Stokes-Koeffizienten für verschiedene zeitliche und räumliche Auflösung berechnet. Aus der Analyse dieser Zeitreihen können folgende Schlüsse gezogen werden:

- Die jährlichen und halbjährlichen Amplituden von Stokes-Koeffizienten niedrigen Grades sind von der Größenordnung $3 \cdot 10^{-11}$ (jährlich) und $1.5 \cdot 10^{-11}$ (halbjährlich) bei Echtzeitantrieb.
- Wird klimatologischer Antrieb verwendet, dann betragen diese Amplituden $1.5 \cdot 10^{-11}$ (jährlich) und $1 \cdot 10^{-11}$ (halbjährlich).
- Ein Gradvarianzspektrum der täglichen Differenzen zeigt eine ausgeprägte Hochfrequenzvariabilität des ozeanischen Beitrags zu Schwereänderungen. Diese werden mit CHAMP nachweisbar und mit den Missionen in Vorbereitung GRACE und GOCE. Für alle diese Missionen müssen die kurzperiodischen Variationen vor der endgültigen Analyse entfernt werden, damit man wirklich ein mittleres Feld für das betrachtete Zeitintervall (z.B. einen Monat) erhält. Eine der Optionen, die gegenwärtig untersucht werden, ist es, das Modell OMCT operationell für diesen Zweck zu rechnen.
- Die entsprechenden ozeanischen Geoidhöhenänderungen liegen in dem Intervall -5mm ... +5mm, wie man Landkarten der Geoidhöhe entnimmt. Es wird deutlich, dass es sogar in ozeanografisch 'ruhigen' Gebieten kleine Geoidänderungen gibt, die durch Massenvariationen in entfernteren Gebieten verursacht sind. Allgemein erkennt man die bekannten ozeanografischen Gebilde wie westliche Randströme und den Antarktischen Zirkumpolarstrom.

Wenn CHAMP- und speziell GRACE-Daten erhältlich sind, sollte die Frage der ozeanbedingten Schwerefeldvariationen weiter untersucht werden. Die Daten und Modellergebnisse sind miteinander zu vergleichen, um ein gemeinsames Genauigkeitsniveau in allen Bearbeitungsschritten zu erreichen.

Danksagung

Wir danken H. Greiner-Mai, H. Jochmann und P. Schwintzer (GFZ Potsdam) für nützliche Diskussionen. Die Arbeit wurde von der DFG unterstützt (RE 536/7-2).

Referenzen

- Cazenave A., Mercier F., Bouille F. und Lemoine J. M., 1999. *Global-scale interactions between the solid Earth and its fluid envelopes at the seasonal time scale*, Earth Plan. Sci. Lett. 171, 549–559
- Dong D., Gross R. S. und Dickey J. O., 1996. *Seasonal variations of the Earth's gravitational field: An analysis of atmospheric pressure, ocean tidal, and surface water excitation*, Geophys. Res. Lett. 23, 725–728
- Drijfhout S., Heinze C., Latif M. und Maier-Reimer E., 1996. *Mean circulation and internal variability in an ocean primitive equation model*, J. Phys. Oceanogr. 26, 559–580
- ESA, 1999: *The Four Candidate Earth Explorer Core Missions - Gravity Field and Steady State Ocean Circulation*, ESA SP-1233(1)
- Farrell W. E., 1972. *Deformation of the earth by surface loads*, Rev. Geophys. Space Phys. 10, 761–797
- Gegout P. und Cazenave A., 1993. *Temporal variations of the Earth's gravity field for 1985-1989 derived from LAGEOS*, Geophys. J. Int. 114, 347–359
- Greatbatch R. J., 1994. *A note on the representation of steric sea level in models that conserve volume rather than mass*, J. Geophys. Res. 99, C6, 12767–12771
- Gruber Th., Reigber Ch. und Wunsch J., 2000. *Estimation of ocean mass redistribution by means of altimetry and circulation models and its impact on the gravity field*, in: Towards an integrated global geodetic observing system (IGGOS), R. Rummel, H. Drewes, W. Bosch, H. Hornik eds., IAG Symp. 120, Springer-Verlag, p. 218–221
- Heiskanen W. A. und Moritz H., 1967. *Physical Geodesy*, W. H. Freeman and Company, San Francisco
- Hellerman S. und Rosenstein M., 1983. *Normal monthly wind stress over the world ocean with error estimates*, J. Phys. Oceanography 13, 1093–1104
- Hibler III, W. D., 1979. *A dynamic thermodynamic sea ice model*, J. Phys. Oceanogr. 9, 815–846
- Hughes C. W., Wunsch C. und Zlotnicki V., 2000. *Satellite peers through the oceans from space*, EOS 81, No. 7, Feb. 15, 2000, p. 68
- Johnson T. J., 1998. *The Role of the Ocean in the Planetary Angular Momentum Budget*, Ph.D. Dissertation, University of Texas at Austin, 134 pp.
- Johnson T. J., Wilson C. R. und Chao B. F., 2001. *Non-tidal oceanic contributions to gravity field changes: predictions of the POCM*, J. Geophys. Res. 106, B6, 11315–11334
- Kalnay E. et mult. al., 1996. *The NCEP/NCAR 40-year reanalysis project*, Bull. Amer. Meteorol. Soc. 77, 437–471
- Lambeck K., 1988. *Geophysical Geodesy*, Oxford University Press, Oxford
- Levitus S., 1982. *Climatological atlas of the world ocean*, NOAA Professional Paper 13, U.S. Department of Commerce
- Ponte R. M. 1999. *A preliminary model study of the large-scale seasonal cycle in bottom pressure over the global ocean*, J. Geophys. Res. 104, C1, 1289–1300
- Reigber Ch., Lühr H. und Schwintzer P., 2000. *Status of the CHAMP mission*, in: Towards an integrated global geodetic observing system (IGGOS), R. Rummel, H. Drewes, W. Bosch, H. Hornik eds., IAG Symp. 120, Springer-Verlag, p. 63–65
- Roeckner E., Arpe K., Bengtsson L., Brinkop S., Dümenil L., Esch M., Kirk E., Lunkeit F., Ponater M., Rockel B., Sausen R., Schlese U., Schubert S. und Windelband M., 1992. *Simulation of the present-day climate with the ECHAM model: impact of the model physics and resolution*, Max-Planck-Institut für Meteorologie, Hamburg, Report No. 93
- Rummel R., Müller J., Oberndorfer H. und Sneeuw N., 2000. *Satellite gravity gradiometry with GOCE*, in: Towards an integrated global geodetic observing system (IGGOS), R. Rummel, H. Drewes, W. Bosch, H. Hornik eds., IAG Symp. 120, Springer-Verlag, p. 66–72
- Semtner A. J. und Chervin R. M., 1992. *Ocean circulation from a global eddy-resolving model*, J. Geophys. Res. 97, C4, 5493–5550
- Stammer D., Tokmakian R., Semtner A. und Wunsch C., 1996. *How well does a 1/4 degree global circulation model simulate large-scale oceanic observations?*, J. Geophys. Res. 101, C10, 25779–25811
- Tapley B.D. und Reigber Ch., 2000. *The GRACE Mission: Status and Future Plans*, Supplement to EOS Transactions of the American Geophysical Union, 81, No. 48, p. F307
- Thomas M. und Sündermann J., 1998. *Zur simultanen Modellierung von allgemeiner Zirkulation und Gezeiten im Ozean und Auswirkungen auf bestimmte Erdrotationsparameter*, in: Freedon W. (Ed.), Progress in Geodetic Science, Aachen, pp. 144–151
- Thomas M., Sündermann J. und Maier-Reimer E., 2001. *Consideration of ocean tides in an OGCM and impacts on subseasonal to decadal polar motion excitation*, Geophys. Res. Lett. 28, 2457–2460
- Torge W., 1980. *Geodesy*, Berlin, New York: de Gruyter
- Wahr J. M., Molenaar M. und Bryan F., 1998. *Time variability of the Earth's gravity field: Hydrological and oceanic effects and their possible detection using GRACE*, J. Geophys. Res. 103, B12, 30205–30229
- Wunsch J., 2000. *Oceanic influence on the annual polar motion*, J. Geodynamics 30, 389–399

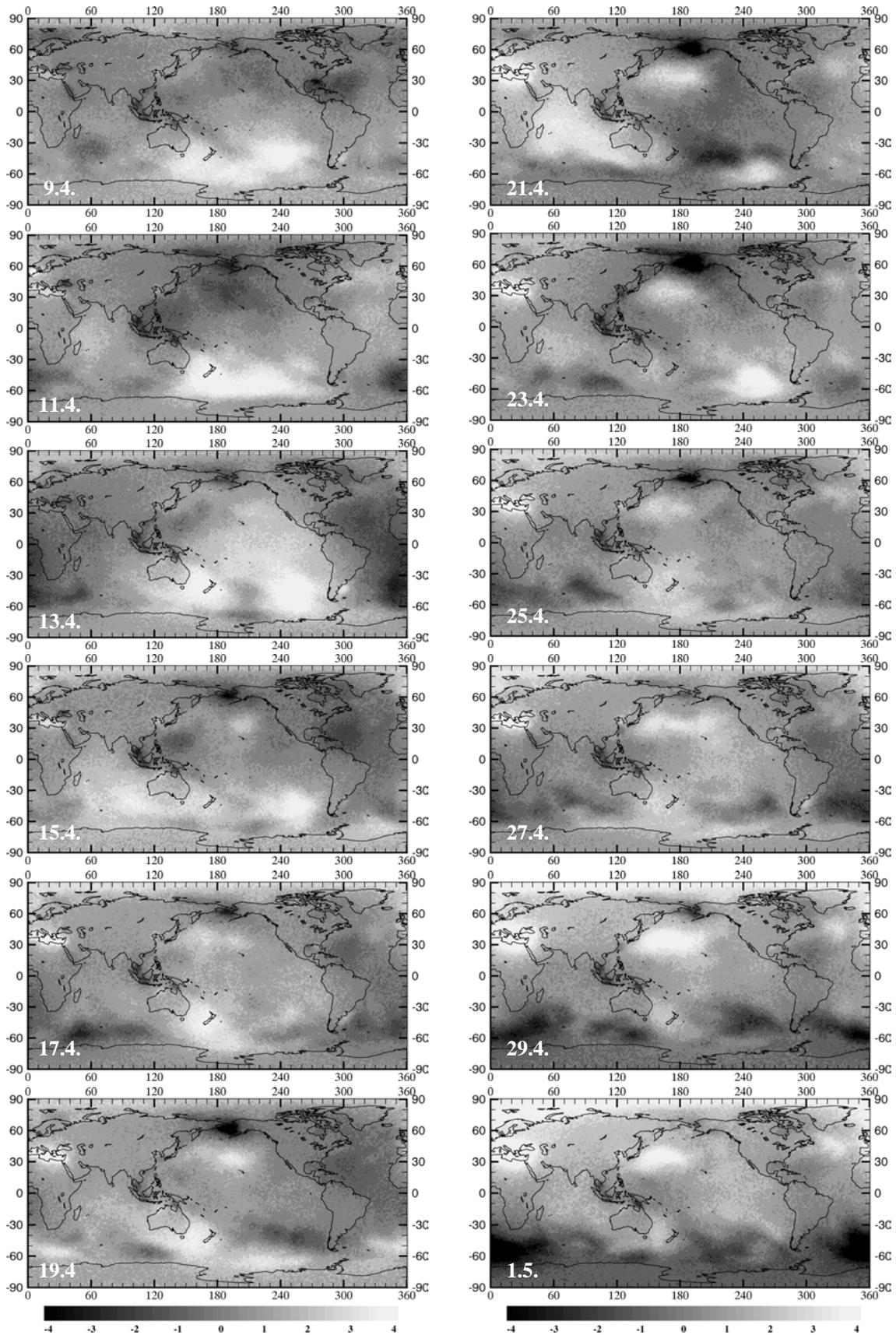


Abb. 3: Geoidhöhenlandkarten in 2d-Intervallen für einen bestimmten Zeitabschnitt des Jahres 1994 durch ozeanische Massenumverteilung nach dem OMCT-Modell [mm]

Die Aktivitäten der Fundamentalstation Wettzell

WOLFGANG SCHLÜTER¹

1 Einführung

Die geodätischen Raumverfahren wie Very Long Baseline Interferometry (VLBI), Laserentfernungsmessungen zu künstlichen Erdsatelliten und zum Mond (SLR/LLR), sowie die Nutzung von satellitengestützten Navigationssystemen (z.B. GPS) haben in den letzten Jahren neue Bereiche in der geodätischen Forschung erschlossen. Die Voraussetzungen, geeignete Referenzsysteme zu eindeutigen Positionierung mit höchster Genauigkeit verfügbar zu haben, wurden durch internationale und interdisziplinäre Zusammenarbeit geschaffen. Die Laufendhaltung globaler Referenzsysteme setzt genaue Kenntnisse über die Erddrehung und über die Bewegung der Kontinente voraus. Erfassung und Bereitstellung von den Parametern, die diese Kenntnisse vermitteln, ist eine fortlaufende, globale Aufgabe, die nur auf internationaler Ebene geleistet werden kann. Im Rahmen der IAG (Internationale Assoziation für Geodäsie) haben sich dazu in den letzten Jahren Internationale Dienste etabliert, die Beobachtungen, Datenfluss, Analyse und technologische Entwicklungen innerhalb der einzelnen Raumverfahren koordinieren. Zu nennen ist der

- Internationale GPS Service (IGS),
- Internationale Laser Ranging Service (ILRS)
- Internationale VLBI Service (IVS)

und der

- Internationale Erdrotationsdienst (IERS).

Der IERS führt letztendlich die Ergebnisse der einzelnen, verfahrensbezogenen Dienste zu endgültigen Produkten zusammen. Diese Produkte sind

- das inertielle, raumfeste Referenzsystem, realisiert durch Positionen der Quasare: ICRF (International Celestial Reference Frame),
- das erdfeste Bezugssystem, realisiert und laufend gehalten durch Positionen und Bewegungsvektoren global verteilter Meßstationen: ITRF (International Terrestrial Reference Frame) und
- Earth Orientation Parameter (EOP), Lage des Himmelspol, Polbewegung und UT1-UTC, die Transformationsparameter zwischen ITRF und ICRF.

Die Bundesrepublik Deutschland hat sich bereits seit Anfang der 70er Jahre maßgeblich an internationalen Meßprogrammen beteiligt. Die Arbeiten wurden bis 1986 innerhalb des Sonderforschungsbereichs 78 Satellitengeodäsie koordiniert, aus dem die heutige Forschungsgruppe Satellitengeodäsie

(FGS) hervorgegangen ist. In der Forschungsgruppe Satellitengeodäsie kooperieren das Bundesamt für Kartographie und Geodäsie (BKG)/Frankfurt a.M., das Deutsche Geodätische Forschungsinstitut (DGFI)/München, die Technische Universität München und die Universität Bonn. Die FGS unterstützt maßgeblich die internationalen Diensten durch Beobachtungen, Vorhalten von Datenbanken und Datenanalyse.

2 Die Fundamentalstation Wettzell (Überblick)

Mit der Fundamentalstation Wettzell (FS-Wettzell), die vom BKG gemeinsam mit der FESG betrieben wird, hat Deutschland eine führende Rolle auf dem Beobachtungssektor. Konsequenterweise werden alle geodätisch relevanten Raummeßverfahren eingesetzt und mit den notwendigen in situ Messungen ergänzt, sowie die meßtechnische Weiterentwicklung verfolgt. Die Fundamentalstation Wettzell verfügt derzeit über

- ein 20 m-Radioteleskop, speziell konzipiert für die geodätische Very Long Baseline Interferometry (VLBI),
- ein Laserentfernungsmesssystem, das WLRS, (Wettzell Laser Ranging System), das für Entfernungsmessungen zu künstlichen Erdsatelliten (SLR) und zum Mond (LLR) ausgelegt ist,
- stationär installierte GPS-Empfänger (Typ: TURBO-ROGUE, Trimble SSI und ASHTECH); Wettzell ist eine sogenannte "Core-Station" des IGS,
- 45 "remote"-kontrollierte permanent eingerichtete GPS-Stationen, die im Rahmen des International GPS Service (IGS), Europäischen Referenz – (EUREF-Perm) und German Referenznetz (GREF) betrieben werden,
- ein Zeit- und Frequenzsystem zur Bereitstellung der notwendigen Zeitskalen und Bezugsfrequenzen,
- ein supraleitendes Gravimeter zur Erfassung örtlicher Schwereänderungen (z. B. als Folge der Erdzeiten),
- einen Seismographen zur Registrierung von Erdbeben (in Zusammenarbeit mit dem Institut für Angewandte Geophysik der Universität München),
- eine Wetterstation und ein Wasserdampfradiometer zur Erfassung der Meteorologischen Daten (Luftdruck, Temperatur, Feuchte) zur Korrektur der atmosphärischen Einflüsse.

Zur Bestimmung von Verbindungsvektoren zwischen den einzelnen Meßsystemen sowie zur lokalen Lageüberwachung und Stabilitätskontrolle wurden örtliche Lage-, Höhen- und

¹ Wolfgang Schlüter, Bundesamt für Kartographie und Geodäsie, Fundamentalstation Wettzell, Sackenrieder Weg, D - 93444 Kötzing, Fax +49 - 9941 - 603 222, Tel. +49 - 9941 - 603 107, E-mail schluefer@wettzell.ifag.de

Schwerenetze eingerichtet. Derzeit wurde das Transportable Integrierte Geodätische Observatorium (TIGO) feldtauglich für den Auslandseinsatz in Concepcion/Chile erstellt. Des Weiteren ist ein Laserkreisel (Großring) entwickelt und

realisiert, mit dem – so erwartet man – künftig die momentane Drehgeschwindigkeit der Erde und deren Variationen instantan und kontinuierlich erfaßt werden sollen.



Abb. 1: Fundamentalstation Wettzell

3 Meßsysteme und deren Einsatz in internationalen Meßvorhaben

3.1 Das 20 m Radioteleskop

Das 20 m Radioteleskop der Station Wettzell wurde im Jahre 1980 ausschließlich für die geodätische Nutzung der Radiointerferometrie konzipiert. Besonderer Wert ist dabei auf die eindeutige Definition des Bezugspunktes als Schnitt der Drehachsen (Azimut/Elevation) und auf die Stabilität der Antenne gelegt worden. Unter Berücksichtigung guter Empfangseigenschaften wurde dieses Ziel mit den folgenden Spezifikationen erreicht :

- Antennentyp in Casegrain-Anordnung mit Hauptreflektor (20m Durchmesser, Paraboloid, 9 m Brennweite, und Subreflektors (2,7m Durchmesser, Hyperboloid),
- Frequenzbereich bis zu 25 GHz,
- Alt/Azimut-Montierung, Drehbereich im Azimut: -90/ bis +450/, in Elevation: 0/ bis 90/.

Zur Datenaufzeichnung wurde anfangs das von der NASA entwickelte "Data Acquisition Terminal MK III" eingesetzt. Seit Anfang 2000 ist das MKIV im Einsatz, das eine Aufzeichnungsrate bis zu 1 Gbit pro Sekunde erlaubt. Als Empfänger dient ein ebenfalls von der NASA entwickelter,

mit Helium auf 20 Kelvin gekühlter S/X-Band-Empfänger. Die genaue und stabile Frequenz mit einer relativen Genauigkeit von besser als 2×10^{-15} wird von Wasserstoff-Masern geliefert. Nach einer Bauphase von zwei Jahren und Testmessungen im Jahre 1983 konnte der operationelle Meßbetrieb im Januar 1984 aufgenommen werden. Die hohe technische Zuverlässigkeit und die stete Einsatzbereitschaft führten dazu, dass das Radioteleskop Wettzell nahezu in alle geodätische VLBI-Experimente einbezogen wird, die zur Bestimmung des ICRF, des ITRF, der EOP's und der Plattenbewegung dienen. Die Beobachtungsserien NEOS (National Earth Orientation Service), koordiniert vom US Naval Observatory, und CORE (Continuous Observation of the Rotation of the Earth), koordiniert von der NASA, dominieren derzeit das Beobachtungsgeschehen. Im Rahmen des IVS werden diese Programme hinsichtlich der Zielsetzung des IVS geprüft und neue Beobachtungsprogramme vorgegeben. Unter Einbindung weiterer Beobachtungsstationen, Korrelator- und Analysezentren wird eine möglichst kontinuierliche Meßserie angestrebt, deren Ergebnisse möglichst bald nach den Beobachtungen zur Verfügung stehen.



Abb. 2: Das 20 m-Radioteleskop Wettzell

3.2 Laserentfernungsmesssysteme

Das heute eingesetzte WLRS (Wettzell Laser Ranging System) wurde 1986 in Auftrag gegeben und 1989/1990 in Betrieb genommen. Es ist konzipiert worden, um Entfernungen sowohl zu geodätischen Satelliten am Tage und in der Nacht als auch zum Mond mit Zentimetergenauigkeit zu messen. Die technischen Spezifikationen lassen sich wie folgt skizzieren:

- 75 cm-Teleskop auf einer Alt/Az-Montierung zum Senden und Empfangen,
- ND:YAG-Laser mit drei Verstärkerstufen (Infrarot (1064 nm) und Grün (532 nm)),
- 6 Ports für den Anschluß verschiedener Empfänger (Mikrokanal-Photomultiplier mit 30 ps Jitter und Mehrphotonenauflösung, hochempfindliche Avalanche Photo Dioden auch für den Infrarotbereich, Streakkamera)
- Eventtimer mit 2 ps-Laufzeitmeßgenauigkeit.



Abb. 3: Betriebsgebäude des WLRS

Der modulare Aufbau des WLRS macht es möglich, dass parallel zum Routinemeßbetrieb neue technische Möglichkeiten erprobt werden. Zwei wesentliche Entwicklungen wurden vorangetrieben, die Erprobung und Weiterentwicklung von Lawinenphotodioden als hochempfindliche Empfangssysteme und die Entwicklung von Zweifrequenz-Entfernungsmessungen. Simultane Messungen im sichtbaren und infraroten Bereich geben Aufschluß über die Refraktion und erlauben die Refraktionskorrektur sehr genau zu ermitteln. Im Rahmen des Internationalen Laser Ranging (ILRS) werden derzeit folgende Satelliten beobachtet:

Satellit	Eigentümer	Höhe (km)	Inklination (Grad)
CHAMP	GFZ	429-474	87.27
GFO1	US Navy	790	108.0
ERS2	ESA	800	98.6
TOPEX/ Pos.	NASA/CNES	1.350	66.0
Starlette	CNES	815-1.100	49,8
Stella	CNES	815	98.6
BeaconC	NASA	950-1.300	41
Ajisai	NASDA	1.485	50
LAGEOS2	ASI/NASA	5.625	52.6
LAGEOS1	NASA	5.850	109.8
GLONASS80	Russian Federation	19.100	65
GLONASS78	Russian Federation	19.100	65
GLONASS79	Russian Federation	19.100	65
GPS35	US DoD	20.100	54.2
GPS36	US DoD	20.100	55.0
Etalon 1	Russian Federation	19.000	65.3
Etalon2	Russian Federation	19.100	65.3



Abb. 4: 75cm Teleskop des WLRS

3.3 Permanente GPS-Stationen

Die Nutzung von GPS-Beobachtungen insbesondere zur Vermessung von ausgedehnten Netzen setzt die Kenntnis genauer Satellitenephemeriden voraus. Sogenannte "Precise Ephemerides" wurden anfangs der 80er Jahre allein von der U.S. Defense Mapping Agency in Washington berechnet und für zivile Anwendungen nur unter Vorbehalt zur Verfügung gestellt. Ein erster Schritt, genaue Bahndaten für zivile Anwendungen zur Verfügung zu stellen, wurde Mitte der 80er Jahre vom amerikanischen National Geodetic Survey (NGS) eingeleitet. NGS betrieb seinerzeit auf den US-VLBI-Stationen in Richmond, Ft. Davis und Westford

stationär installierte GPS-Empfänger. Ab November 1987 beteiligte sich die FS-Wettzell an diesem Vorhaben. Es wurde ein TI 4100 GPS-Empfänger installiert, der – über einen externen PC gesteuert – vollautomatisch alle Satellitendurchgänge aufzeichnete. Im Juli 1991 wurde ein ROGUE SNR 800 Empfänger eingesetzt. Anfang der 90er Jahre wurde dieses GPS-Netz, gestützt auf eine breite internationale Beteiligung, auf etwa 25 global verteilte Stationen erweitert und als CIGNET (Cooperative International GPS Network) bekannt. Heute ist CIGNET in den "International GPS Service (IGS) for Geodynamics" integriert. Das IGS-Netz umfaßt mehr als 350 global verteilte Stationen. Davon werden etwa 100 Stationen als sogenannte "core stations" betrachtet, deren Daten für die Berechnung hochpräziser Bahndaten genutzt werden. Aus IGS-Bahndaten können Satellitenpositionen mit hoher Genauigkeit berechnet werden.

Aus Redundanzgründen stehen in Wettzell GPS Beobachtungen mit TURBO ROGUE-, ASHTECH- und TRIMBLE-Empfängern zur Verfügung. Wettzell kommt hierbei die wichtige Rolle einer Core-Station zu. Um insbesondere Bereiche in Asien oder die Antarktis mit einzubeziehen wurden weitere permanente GPS-Stationen eingerichtet in Lhasa/Tibet, O'Higgins/Antarktis und Reykjavik/Island, die von der FS-Wettzell aus per remote control überwacht werden. Im Bereich von Europa wurde ein regionales Netz von etwa 100 permanent beobachtenden Stationen (EUREF) aufgebaut, 8 davon werden von der FS-Wettzell betreut, ebenso ein Netz auf dem Gebiet der Bundesrepublik mit über 20 Stationen (GREF), die in dem Satelliten Positionierdienst SAPOS integriert sind. Ziel permanenter Messungen ist es, Zeitreihen der aktuellen ITRF-Koordinaten für die Referenzstationen abzuleiten, um zeitliche Veränderungen zu bestimmen und deren Ursache zu analysieren. Verstärkt wird daran gearbeitet die Messungen auch für atmosphärische Untersuchungen zu nutzen. Neben den GPS Beobachtungen werden auch GLONASS Beobachtungen mit einem ASHTECH Z18 auf den Stationen Wettzell, Reykjavik und Lhasa durchgeführt.

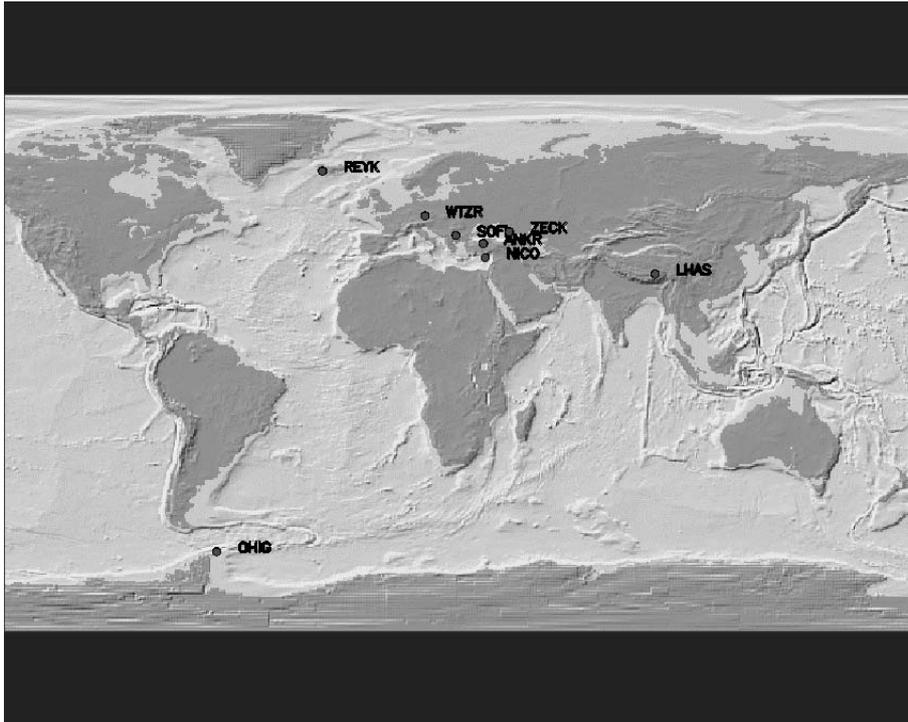


Abb. 5: IGS-Stationen der FS-Wetzell

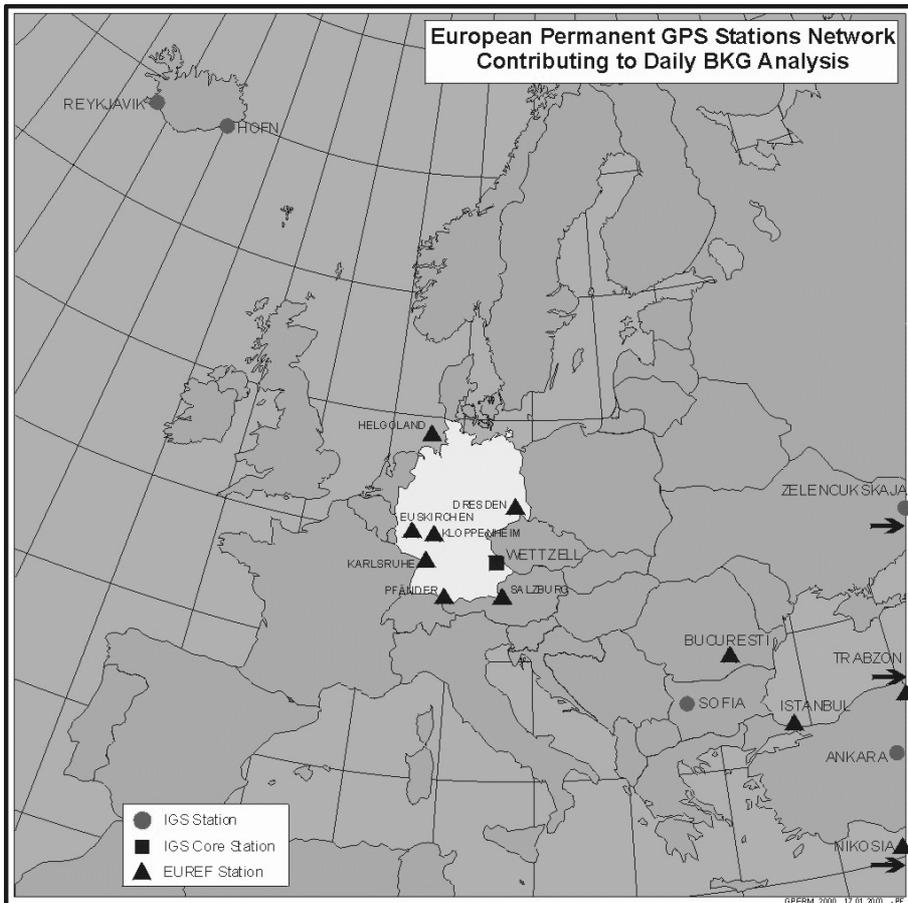


Abb. 6: EUREF permanent Stationen



Abb. 7: GREF Stationen

3.4 Zeit und Frequenz

Beim Betrieb aller geodätischen Raumverfahren sind stabile, genaue und zuverlässige Zeitangaben sowie Bezugsfrequenzen unabdingbar. Bezugsepochen müssen sowohl für die Laserentfernungsmessungen als auch für VLBI-Beobachtungen genauer als 50ns sein. Die Referenzfrequenzen müssen hochwertige Kurzzeit- und Langzeiteigenschaften aufweisen. Um den Anforderungen aller Meßverfahren gerecht zu werden, ist ein komplexes Zeit- und Frequenzsystem erforderlich. Das Zeitsystem der Station Wettzell basiert auf

- 3 Cäsiumfrequenznormalen mit Zeitgeneratoren (Cäsium-Atomuhren), die eine lokale Zeitskala generieren,
- 2 GPS-Zeitempfängern, mit denen die lokale Zeitskala an international verfügbare Zeitskalen [UTC(BIPM)], UTC(USNO)] durch Zeitvergleich über GPS angebunden werden,
- 3 Wasserstoff-Masern, die sehr stabile Frequenzen für VLBI- und GPS-Messungen zur Verfügung stellen.

Die Cäsium-Atomuhren sind an der Generierung der UTC-Zeitskala durch das BIPM (Bureau International des Poids

et Mesures) beteiligt, die rechnerisch als "Mittel" sämtlicher verfügbarer Atomuhren (mehr als 250) berechnet wird. Die Ablagen der Zeitskala UTC (Wettzell) gegenüber UTC werden im Circular T des BIPM veröffentlicht.

3.5 Ortsbezogene Messungen

Zusätzlich zu den Satelliten- und VLBI-Beobachtungen werden terrestrische geodätische Messungen durchgeführt, um lokal bedingte Einflüsse zu erfassen und zu berücksichtigen. Es werden

- meteorologische Daten, wie Luftdruck, Temperatur und Wasserdampfgehalt für die Berechnung der Refraktionskorrekturen bestimmt,
- kontinuierliche Schweremessungen mit einem supraleitenden Gravimeter durchgeführt, um insbesondere Schwerevariationen zu erfassen,
- seismische Beobachtungen in Zusammenarbeit mit dem Institut für Angewandte Geophysik der Universität München durchgeführt, um Erdbeben aufzuzeichnen. Diese Daten werden im deutschen und im internationalen Seismischen Verbundnetz genutzt und ausgewertet.

- terrestrische Lage- und Höhenmessungen ausgeführt, um einerseits Verbindungsvektoren zwischen den Meßsystemen und den vermarkten Referenzpunkten zu bestimmen und andererseits, um örtliche Lageveränderungen festzustellen.

Auf der Station und in der Umgebung sind Lage-, Höhen- und Schwerenetze eingerichtet worden. Das lokale Netz auf der Station besteht aus insgesamt 16 durch Pfeiler vermarkte Punkte. Dieses Netz wird in ca. zweijährigen Abständen neu vermessen. Die relative Lagegenauigkeit liegt unter einem Millimeter. Ein Überwachungsnetz mit einer Ausdehnung von ca. 25 km, das fünf Meßpunkte umfaßt, wird heute mit Hilfe von GPS-Verfahren kontinuierlich vermessen. Diese Beobachtungen werden ausgeführt, um regionale Lageveränderungen im Raume Wettzell aufzudecken. Zusätzlich wurde ein regionales Schwerenetz mit insgesamt sieben Schwerepunkten eingerichtet. Es dient u. a. dazu, Höhenänderungen abzuleiten. Sämtliche Messungen haben bisher

keine signifikanten Veränderungen aufdecken können. Dies bestätigt, dass die Fundamentalstation Wettzell die Bewegung der Eurasischen Platte in dieser Region repräsentiert.

4 TIGO, das Transportable Integrierte Geodätische Observatorium

Globale geodätische Aufgaben erfordern ein global gleichmäßig verteiltes Netz von Fundamentalstationen. Das existierende Punktfeld ist immer noch unzureichend; insbesondere gibt es große Lücken auf der Südhalbkugel und in Asien. Eine Verbesserung der Situation wird durch TIGO, das Transportable Integrierte Geodätische Observatorium, angestrebt. TIGO soll auf Stationen auf der Südhalbkugel eingesetzt werden und Beobachtungsdaten aller relevanten geodätischen Raumverfahren und zusätzlich lokale terrestrische Ergänzungsmessungen liefern. Der Betrieb ist in enger Zusammenarbeit mit Partnerinstituten in den Gastländern vorgesehen.



Abb. 8: das Transportable Integrierte Geodätische Observatorium TIGO

In insgesamt sechs Normcontainern kann TIGO für den Transport verstaut werden. Am Einsatzort dienen die Container als Betriebsräume, Werkstätten und Aufenthaltsräume. Das technische Konzept von TIGO wurde 1992 erarbeitet. Erste Aufträge zum Bau der aufwendigen Komponenten konnten noch im gleichen Jahr vergeben werden. Die Auslieferung der meisten Systemteile erfolgte 1996. Im Jahr 1995 wurden die notwendigen Infrastrukturmaßnahmen realisiert. Es wurden Plattformen zur Aufstellung des VLBI-, des SLR-Moduls und der Container gebaut. 1997 ist mit Inbetriebnahme der einzelnen Meßmodule und die Integration zu einem Observatorium begonnen worden. Im Sommer 1999 wurde eine Ausschreibung veröffentlicht, mit dem Ziel, geeignete Partner für den Feldbetrieb von TIGO zu finden. Es gingen Bewerbungen ein aus Brasilien, Argentinien, Chile,

Indien, Indonesien und Philippinen. Nachdem die Stationen erkundet waren und die Institutionen sich schriftlich erklärten, welche Leistungen sie übernehmen könnten, konnte der Einsatzort für TIGO entschieden werden. Unter Bewertung der Kriterien des größtmöglichen Beitrags zum ITRF, der geologische und meteorologische Voraussetzungen, der Unterstützung des Partnerinstitutes und der Nutzung der Daten für gemeinsame wissenschaftliche Arbeiten wurde als geeigneter Standort Concepción/Chile ausgewählt. Ab dem Jahr 2002 ist der Betrieb von TIGO dort gemeinsam mit der Universität Concepcion vorgesehen. Dabei sollen die Daten über die internationalen Dienste, insbesondere der Verbesserung des globalen Referenzsystems zugute kommen.

5 Laserkreisel zur Erfassung Variationen in der Drehgeschwindigkeit

Mit dem Bau von Laserkreiseln werden neue Wege beschritten, um die Drehgeschwindigkeit der Erde zu erfassen. Das Prinzip eines Laserkreisels beruht auf dem "Sagnac Effekt": Umläuft Licht – umgelenkt über Spiegel – eine Fläche rechts oder links herum, so ist im ruhenden System die Umlaufzeit gleich. Dreht sich jedoch die gesamte Apparatur, so ist die Umlaufzeit des Lichtes länger, das gleichsinnig mit der Drehung umläuft, die Umlaufzeit des gegensinnig umlaufenden Lichtes kürzer. Dieser Effekt kann bei Überlagerung des links und rechts umlaufenden Lichtes in Form einer Schwebungsfrequenz beobachtet werden, die abhängig von der Drehgeschwindigkeit ist. Die Drehbewegung der Erde ist eine relativ langsame Bewegung; daher ist die Schwebung entsprechend schwer nachzuweisen. Erfolgversprechende Ergebnisse wurden an einem Laserkreisel an der Universität Canterbury in Neuseeland in Zusammenarbeit mit der Oklahoma State University/USA erzielt. In einem gemeinsamen Projekt der Universität Canterbury, der Oklahoma State University, der Technischen Universität München und des Instituts für Angewandte Geodäsie wurde diese Technik mit dem Ziel weiterentwickelt, um für einen hochempfindlichen Großring "G" die Spezifikationen zu erarbeiten. Der Vorteil eines Laserkreisels zur Erfassung der Erdrotation wird in der zeitlich wesentlich höheren Auflösung gegenüber den bisher eingesetzten geodätischen Raumverfahren gesehen.

Mit dem Bau des Großring "G" ist im Jahr 1999 auf der FS-Wettzell begonnen worden. Mit "G" soll eine Gesamtempfindlichkeit von $10^{-9} W_{\ddot{A}}$ (Winkelgeschwindigkeit) der Erdrotation bei einer Zeitauflösung von 1-2 Stunden erreicht werden. Dadurch soll die hohe Genauigkeit der Erdrotationsbestimmung, wie sie heute bei einer Zeitauflösung von nicht

besser als einem halben Tag durch den Einsatz geodätischer Raumverfahren (VLBI, SLR/LLR), GPS möglich ist, im geowissenschaftlich zunehmend interessierenden Kurzzeitbereich erschlossen werden.

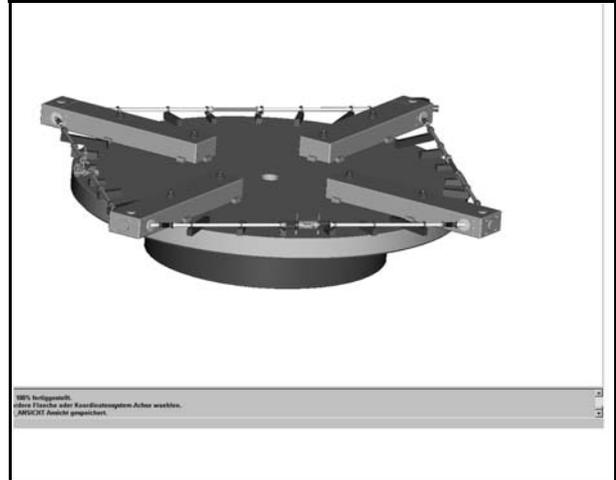


Abb. 9: Konzeption des Großringlasers

Für den lokalen Rotationssensor, der eine Fläche von 4m x 4m umspannt, ist eine unterirdische Aufstellung in einem Tiefenlabor zwingend notwendig. Nur dadurch können die erforderliche hohe Temperaturkonstanz sichergestellt und die bestmögliche Abschirmung von Rotationsanteile erzeugenden Umgebungseinflüssen erreicht werden. Im Sommer 2001 ist die Baumaßnahme, das Tiefenlabor und die Implementation des "G" abgeschlossen worden. "G" steht nunmehr für erste Testmessungen zur Verfügung.

Stabilitätsbetrachtungen für große Ringlaser

U. SCHREIBER¹, T. KLÜGEL¹, G.E. STEDMAN², W. SCHLÜTER³

Zusammenfassung

Inertialsensoren spielen für die hochgenaue Vermessung der Erdrotation in der Geodäsie bislang noch keine Rolle, da ihre technische Realisierung noch nicht weit genug vorangetrieben worden ist. Mechanische Kreisel, Faserkreisel und Laserkreisel finden zwar eine breite Anwendung für Aufgaben in der Navigation und Orientierung von beweglichen mechanischen Strukturen, allerdings sind die Genauigkeitsanforderungen an Auflösungsvermögen und Stabilität für diese Anwendungen sehr viel geringer als für geowissenschaftliche Fragestellungen. Mit dem C-II Ringlaser ist erstmals ein großer und hochstabiler Ringlaser realisiert und über einen längeren Zeitraum betrieben worden (Bilger et al. 1995; Schreiber 1999). Dabei bestätigte sich, daß die ausschließliche Betrachtung des Auflösungsvermögens zur Charakterisierung eines Ringlasers für geodätische und geophysikalische Anwendungen nicht ausreicht.

1 Das Ringlaser Prinzip

Umläuft Licht einer gegebenen Wellenlänge eine beliebig geformte Fläche gegenseitig, so ergibt sich eine Phasenverschiebung, wenn diese Fläche gegen das lokale Fermisystem (Schneider 1995) rotiert. Diese Phasenverschiebung zwischen den beiden Umlaufsinnen ist proportional zur Rotationsgeschwindigkeit des Flächenstückes und verschwindet, wenn die Drehrate zu Null wird. Diese Eigenschaft wurde von G. Sagnac 1913 experimentell beobachtet und heißt Sagnac-Effekt. Führt man diese Fläche beispielsweise als Quadrat (A) aus und fügt ein Verstärkungsmedium (z.B. ein Gasgemisch aus Helium und Neon) hinzu, so ergibt sich ein Laseroszillator mit ringförmigem Resonator und die meßtechnisch schlecht bestimmbare Phasendifferenz des passiven Sagnacinterferometers wird zu einer Frequenzdifferenz (Stedman 1997) und es ergibt sich die Ringlasergleichung zu

$$\delta f = \frac{4A}{\lambda L} \mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\Omega}_e \quad (1)$$

wobei L der Umfang des Ringes ist und $\lambda = 633$ nm die Wellenlänge des HeNe Lasers, während $\boldsymbol{\Omega}_e$ die Rotationsgeschwindigkeit der Erde beschreibt.

Der Quotient $4A/\lambda L$ wird in der Literatur üblicherweise als Skalenfaktor bezeichnet und ist die entscheidende Größe bei der Bestimmung des Auflösungsvermögens eines Ringlasers, wenn alle anderen physikalischen Eigenschaften der Apparatur gleich bleiben (Güte des Resonators, zirkulierende Laserleistung etc.). Selbst geringfügige Änderungen im Verhältnis von Fläche zu Umfang ändern dann den Skalenfaktor in einer nicht vernachlässigbaren Weise und führen so zusätzlich zu einer Drift der optischen Frequenz, welches wiederum, wenn auch in weit geringerem Maße, auf den Skalenfaktor Einfluß nimmt. Sollen Variationen der Eingangsdrehrate der Erde von relativ 10^{-9} eindeutig gemessen werden, so erfordert dies eine Stabilität des Umfanges von ebenfalls 9 signifikanten Stellen. Angewendet auf den C-II Ringlaser entspricht dies einer zulässigen Umfangsänderung von weniger als 4 nm über den Zeitraum der Beobachtung hinweg.

2 Eigenschaften großer Ringlaser

Ein gutes Maß für die Beurteilung der Stabilität eines Ringlasers ist die Allan-Varianz (Gleichung 2) normiert auf die Meßgröße, um den Vergleich zwischen verschiedenen Ringlasern leichter auszuführen.

$$\sigma^2 = \frac{1}{2(n-1)} \sum_{k=1}^{n-1} (f_{k+1} - f_k)^2 \quad (2)$$

Zur Erleichterung der Interpretation der Allan-Varianz ist es praktisch, wenn man zur Allan-Standardabweichung (σ) übergeht. Auf diese Weise hat die Sagnac-Frequenz als Meßgröße die gleiche Einheit wie das Streumaß. Abbildung 1 zeigt typische relative Allan-Standardabweichungen für einige unserer Ringlaser unterschiedlicher Größe. Der Vergleich der Stabilität der Ringlaser C-II ($A=1$ m²), G ($A=16$ m²) und UG1 ($A=367$ m²) in Abbildung 1 verdeutlicht die Eigenschaften der einzelnen Instrumente. C-II ist der kleinste Ring und zeigt deutliche Einflüsse von „Lock-In“ auf die Sagnacfrequenz (Schreiber 1999; Stedman 1997). G ist dagegen mechanisch groß genug, um Rückstreuungen von Licht eines Umlaufsinneres in den anderen zu vermeiden. Damit ist kein Einfluß von „Lock-In“ auf das Signal mehr zu erkennen. Außerdem ist er mechanisch sehr

¹ Forschungseinrichtung Satellitengeodäsie, Fundamentalstation Wettzell, D-93444 Kötzing, Germany, email: schreiber@wettzell.ifag.de

² Department of Physics and Astronomy, University of Canterbury, Private Bag 4800, Christchurch, New Zealand

³ Bundesamt für Kartographie und Geodäsie, Fundamentalstation Wettzell, D-93444 Kötzing, Germany

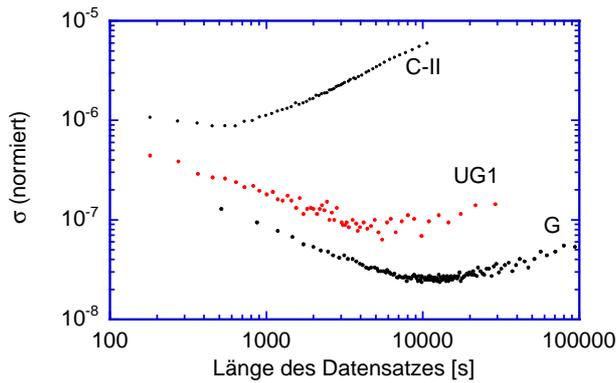


Abb. 1: Darstellung der normierten Allan-Standardabweichungen einiger Ringlaser.

stabil aufgebaut und befindet sich in einem passiv klimatisch stabilisierten Untergrundlabor. Er zeigt daher die geringste Drift. Der Ringlaser UG1 wird ebenfalls nicht durch „Lock-In“ beeinträchtigt. Aufgrund seiner erheblichen Größe konnte er mechanisch nicht so stabil wie die anderen Ringe konstruiert werden. Außerdem unterliegt er im Gegensatz zu den kleineren Ringen dem Einfluß von Flächendehnungen, wie sie u.a. durch Gezeitenkräfte an der Erdkruste hervorgerufen werden. Von daher liegt er in der Stabilität zwischen dem C-II und dem G.

Neben der Stabilität der Apparatur ist das Auflösungsvermögen für Rotationsmessungen von großer Bedeutung. Tabelle 1 gibt eine Übersicht über den gegenwärtig erreichten Stand. Unseres Wissens nach gibt es derzeit weltweit keine empfindlicheren Rotationssensoren.

Tab. 1: Das Auflösungsvermögen der drei betrachteten Ringe

Area m ²	f_{Sagnac} Hz	Resolution rad/s/ $\sqrt{\text{Hz}}$	stability $\delta f/f$
1	79.4	$4.8 \cdot 10^{-10}$	$1.0 \cdot 10^{-6}$
16	348.6	$9.1 \cdot 10^{-11}$	$1.8 \cdot 10^{-8}$
366	1512.8	$7.3 \cdot 10^{-12}$	$1.0 \cdot 10^{-7}$

Eine Veranschaulichung des Auflösungsvermögens unserer größeren Ringlaser zeigt Abbildung 2. Ausgehend von der berechneten Empfindlichkeit (Schreiber 1999) aus Skalenfaktor, Güte des Resonators und zirkulierender Lichtleistung für die Bestimmung von Rotationen der drei Gyroskope gemäß Tabelle 1 zeigt die Abbildung die erforderliche Meßzeit, bis eine relative Auflösung von 10^{-9} für die Erdrotationsrate erreicht wird. Während der UG1 bereits nach 100 Sekunden den gewünschten Genauigkeitsbereich erreicht, benötigt der G aufgrund seines kleineren Skalenfaktors hierzu noch 20 Minuten und der C-II etwa 2 Stunden. Wie die Allan-

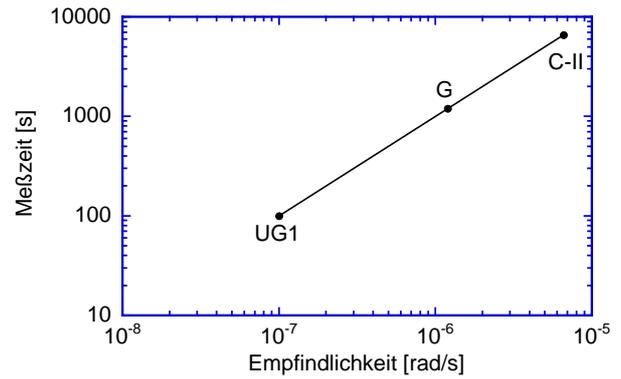


Abb. 2: Die erforderliche theoretische Meßzeit einiger Ringlaser bis zur Erreichung einer relativen Auflösung von 10^{-9} der Erddrehrate.

Standardabweichungen in Abbildung 1 aber zeigen, wird dieses theoretische Auflösungsvermögen gegenwärtig im Experiment aufgrund apparativer Driften noch nicht erreicht.

3 Orientierung von Ringlasern

Ringlaser messen Rotationen absolut. Sie sind nicht auf ein externes Bezugssystem angewiesen. Auf der anderen Seite sind die Ringlaser für Anwendungen in der Geodäsie und Geophysik lokal an die Erde angebunden. Somit enthält die gemessene Sagnacfrequenz insgesamt 3 Beiträge. Diese sind:

- Betrag des Skalenfaktors und seine Variationen
- Orientierungsänderungen der Strahlebene relativ zur Rotationsachse der Erde
- Die Erdrotationsrate und deren Variation.

Da nur die Variationen der Erdrotationsrate gemessen werden sollen, müssen die beiden anderen Einflußgrößen aus dem Sagnacsignal entfernt werden. Aus diesem Grund wurden die Apparaturen mit einer Zusatzsensorik zur Überwachung des Skalenfaktors und der Orientierung des Ringlasers ausgestattet. Über die Messung von Luftdruck und Temperatur können Änderungen im Skalenfaktor errechnet und das Meßsignal korrigiert werden. Orientierungsänderungen der Strahlebene des Ringlasers relativ zur Rotationsachse der Erde werden durch Erdzeiten (G-Ring; Betrag ca. 50 nrad) und Ozeanauflastungen (C-II und UG1; Betrag ca. 300 nrad) in messbarer Größe verursacht. Wie im Skalarprodukt von Gleichung 1 zu erkennen ist, müssen solche Neigungsänderungen ebenfalls bestimmt und das Ausgangssignal des Ringlasers daraufhin korrigiert werden.

4 Danksagung

G E Stedman dankt für die Unterstützung durch den Marsden Fund UOC 513 und den Projektmitteln der Uni-

versity of Canterbury 2096611, 2098611 welche für die Installation und Inbetriebnahme des C-II gewährt wurden. Die übrigen Autoren danken der Deutschen Forschungsgemeinschaft für die Förderung des Vorhabens (Kennzeichen: SCHN240/6-3).

Literatur

- [Stedman 1997] G. E. Stedman, *Ring laser tests of fundamental physics and geophysics*, Rep. Progr. Phys. **60** 615-688 (1997).
- [Aronowitz 1971] F. Aronowitz; *The Laser Gyro*, Laser Applications, M. Ross (ed), Academic Press, New York (1971), **1**, 133-200
- [Bilger et al. 1995] H.R. Bilger, G.E. Stedman, Z. Li, U. Schreiber, M. Schneider; *Ring Lasers for Geodesy*; IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, Vol. 44, 468-470 (April 1995).
- [Schneider 1995] M. Schneider; *Himmelsmechanik, Band III Gravitationstheorie*, Spektrum Akademischer Verlag, Heidelberg, 1996
- [Schreiber 1999] U. Schreiber; *Ringlaser Technologie für geowissenschaftliche Anwendungen*, Habilitationsschrift, Techn. Universität München, Mitteilungen des Bundesamtes für Kartographie und Geodäsie (Band 8), (1999)