DEUTSCHE GEODÄTISCHE KOMMISSION
bei der Bayerischen Akademie der Wissenschaften

Reihe C **Dissertationen** **Heft Nr. 573**

Volker Tesmer

Das stochastische Modell bei der VLBI-Auswertung

München 2004

Verlag der Bayerischen Akademie der Wissenschaften
in Kommission beim Verlag C. H. Beck

ISSN 0065-5325 **ISBN 3 7696 5012 3**

DEUTSCHE GEODÄTISCHE KOMMISSION
bei der Bayerischen Akademie der Wissenschaften

Reihe C | Dissertationen | Heft Nr. 573

Das stochastische Modell bei der VLBI-Auswertung

Vollständiger Abdruck
der von der Fakultät für Bauingenieur- und Vermessungswesen
der Technischen Universität München
zur Erlangung des akademischen Grades
eines Doktor-Ingenieurs (Dr.-Ing.)
genehmigten Dissertation

vorgelegt von

Dipl.-Ing. Volker Tesmer

München 2004

Verlag der Bayerischen Akademie der Wissenschaften
in Kommission beim Verlag C. H. Beck

ISSN 0065-5325 | ISBN 3 7696 5012 3

Adresse der Deutschen Geodätischen Kommission:

Deutsche Geodätische Kommission

Marstallplatz 8 ● D – 80 539 München

Telefon (089) 23 031 113 ● Telefax (089) 23 031 – 283/ – 100

E-mail hornik@dgfi.badw.de ● http://www.dgfi.badw.de/dgfi/DGK/dgk.html

Prüfungskommission:

Vorsitzender: Univ.-Prof. Dr.-Ing.habil. Th. Wunderlich

Prüfer der Dissertation:
1. Univ.-Prof. Dr.phil.nat. M. Rothacher
2. Hon.-Prof. Dr.-Ing. H. Drewes
3. o. Univ.-Prof. Dr.-Ing. H. Schuh, TU Wien

Die Dissertation wurde am 30.6.2003 bei der Technischen Universität München eingereicht
und durch die Fakultät für Bauingenieur- und Vermessungswesen am 28.11.2003 angenommen

---

© 2004 Deutsche Geodätische Kommission, München

Alle Rechte vorbehalten. Ohne Genehmigung der Herausgeber ist es auch nicht gestattet,
die Veröffentlichung oder Teile daraus auf photomechanischem Wege (Photokopie, Mikrokopie) zu vervielfältigen

ISSN 0065-5325 ISBN 3 7696 5012 3

Zusammenfassung

Um die Ergebnisse von Parameterschätzungen mit den Beobachtungen der „Very Long Baseline Interferometry (VLBI)“ zu verbessern, wurde bisher vor allem die funktionale Beschreibung der geometrisch-physikalischen Eigenschaften der Beobachtungen stetig verfeinert. Weitere Fortschritte sind heutzutage meist mit großem Aufwand verbunden und nur mit beschränkter Genauigkeit möglich. Die stochastischen Eigenschaften der Beobachtungen (bedingt durch funktional nicht erfassbare Einflüsse) werden wenig beachtet. In dieser Arbeit werden deshalb die Defizite des üblicherweise verwendeten stochastischen Modells der Beobachtungen qualitativ beschrieben und mit einer Schätzung von Varianz- und Kovarianzkomponenten quantifiziert. Dabei wird darauf geachtet, dass die geschätzten Komponenten möglichst repräsentativ für alle VLBI-Beobachtungen sind. Defizite weisen besonders stations- und elevationsabhängige Varianzanteile auf. Es wird nachgewiesen, dass für die Ergebnisse einer VLBI-Parameterschätzung mit einem verfeinerten stochastischen Modell eine Steigerung der Genauigkeit erzielt werden kann.

Summary

Previous improvements of parameter estimations using the observations of ”Very Long Baseline Interferometry (VLBI)” were mainly achieved by refining the functional representation of the geometric-physical properties of the observations. Further progress in this field mostly implicates big efforts and is not possible with any precision. In contrast, the stochastic properties of the observations (due to functionally not ascertainable influences) have not been handled with much care so far. Therefore, this work deals with a qualitative description of deficits of VLBI observations' stochastic model as well as the quantification of these deficits by means of estimation of variance- and covariance components. The estimated components represent the entirety of VLBI observations as much as possible. Shortcomings were found to be mainly station and elevation dependent. It is demonstrated that standard VLBI solutions can be improved using a refined stochastic model for the observations.

Inhaltsverzeichnis

1. Motivation und Einleitung . . . 7

2. Grundlagen der geodätischen VLBI . . . 9

2.1 VLBI-Beobachtungsgleichung . . . 9

2.1.1 Quellenkoordinaten im zälestischen Referenzsystem . . . 10

2.1.2 Transformation zwischen zälestischem und terrestrischem Referenzsystem . . . 12

2.1.3 Stationskoordinaten und ihre zeitliche Variation im terrestrischen Referenzsystem . . . 14

2.1.4 Weitere Einflüsse auf VLBI-Beobachtungen . . . 22

2.2 Entstehen einer VLBI-Beobachtung durch den Korrelationsprozess . . . 31

2.3 VLBI-Zielparameter . . . 33

2.4 Beitrag der VLBI zu geodätischen Fragestellungen . . . 35

3. Grundlagen der Ausgleichungsrechnung . . . 39

3.1 Methode der kleinsten Quadrate im Gauß-Markoff-Modell . . . 39

3.2 Zusammenhang zwischen funktionalem und stochastischem Modell . . . 41

3.3 Varianz- und Kovarianzkomponentenschätzung im Gauß-Markoff-Modell . . . 44

3.4 Akkumulation einzelner geschätzter Komponenten . . . 46

4. Defizite des stochastischen VLBI-Modells . . . 49

4.1 Zu verfeinernde Varianzen von VLBI-Beobachtungen . . . 50

4.1.1 Gemeinsames Varianzniveau aller Beobachtungen . . . 50

4.1.2 Additive Varianz . . . 51

4.1.3 Quellenabhängige Varianzen . . . 51

4.1.4 Stationsabhängige Varianzen . . . 52

4.1.5 Elevationsabhängige Varianzen . . . 52

4.2 Korrelationen zwischen VLBI-Beobachtungen . . . 53

4.2.1 Defizite bei der Modellierung des troposphärischen Einflusses . . . 54

4.2.2 Defizite bei der Modellierung der Stationskoordinaten . . . 55

4.2.3 Korrelationen verursacht durch den Korrelationsprozess . . . 57

4.2.4 Radiophysikalische Korrelation . . . 58

5. Verfeinerung des stochastischen VLBI-Modells . . . 59

5.1 Verwendetes Datenmaterial . . . 62

5.2 Stabilität der Varianz- und Kovarianzkomponenten . . . 66

5.3 Abhängigkeiten zwischen den Varianz- und Kovarianzkomponenten . . . 69

5.4 Einfluss der Parametrisierung . . . 73

5.4.1 Unterschiedliche primäre Zielparameter . . . 73

5.4.2 Qualität der Parametrisierung . . . 76

5.5 Analyse der ursprünglichen Varianzen aus der Korrelation . . . 78

5.6 Diskussion und Erläuterung des endgültigen stochastischen Modells . . . 83

6. Einfluss des verfeinerten stochastischen Modells auf Zielparameter . . . 89

6.1 Epochenkoordinaten von Stationen . . . 90

6.2 Aus unabhängigen, simultan beobachtenden Netzen bestimmte EOP . . . 93

7. Zusammenfassung und Diskussion . . . 96

8. Literaturverzeichnis . . . 98

Abbildungsverzeichnis

Abbildung 2-1: Grundprinzip einer VLBI-Beobachtung . . . 9
Abbildung 5-1: An Sessions zwischen 1984 und Ende 2001 beteiligte Stationen . . . 63
Abbildung 5-2: Komponenten $\hat{\theta}^{\mathrm{Add}}$ und $\hat{\theta}^{\mathrm{Niveau}}$, geschätzt für verschiedene Zeiträume . . . 67
Abbildung 5-3: Komponenten $\hat{\boldsymbol{\theta}}^{\mathrm{Quelle\ ICRF}}$ und $\hat{\theta}^{\mathrm{Niveau}}$, geschätzt für verschiedene Zeiträume . . . 67
Abbildung 5-4: Komponenten $\hat{\boldsymbol{\theta}}^{\mathrm{Quelle\ Feissel}}$ und $\hat{\theta}^{\mathrm{Niveau}}$, geschätzt für verschiedene Zeiträume . . . 67
Abbildung 5-5: Komponenten $\hat{\boldsymbol{\theta}}^{\mathrm{Teleskop}}$ und $\hat{\theta}^{\mathrm{Niveau}}$, geschätzt für verschiedene Zeiträume . . . 67
Abbildung 5-6: Komponenten $\hat{\boldsymbol{\theta}}^{\mathrm{Elev}}$ und $\hat{\theta}^{\mathrm{Niveau}}$, geschätzt für verschiedene Zeiträume . . . 68
Abbildung 5-7: Komponenten $\hat{\theta}^{\mathrm{Korr}}$, $\hat{\boldsymbol{\theta}}^{\mathrm{Tropo}}$ und $\hat{\theta}^{\mathrm{Niveau}}$, geschätzt für verschiedene Zeiträume . . . 68
Abbildung 5-8: Schätzwerte der drei getrennten Lösungen und einer gemeinsamen Lösung . . . 71
Abbildung 5-9: Korrelationsmatrix der gemeinsamen Schätzung . . . 72
Abbildung 5-10: Korrelationsmatrix der Parameter, Stationskoordinaten fixiert (001219NA) . . . 74
Abbildung 5-11: Korrelationsmatrix der Parameter, NNR + NNT Datum (001219NA) . . . 74
Abbildung 5-12: Komponenten $\hat{\boldsymbol{\theta}}^{\mathrm{Teleskop}}$ und $\hat{\theta}^{\mathrm{Niveau}}$, geschätzt mit verschiedenen Datumsansätzen . . . 76
Abbildung 5-13: Komponenten $\hat{\theta}^{\mathrm{Korr}}$ und $\hat{\theta}^{\mathrm{Niveau}}$, geschätzt mit normalem und manipuliertem fkt. Modell . . . 77
Abbildung 5-14: Komponenten $\hat{\boldsymbol{\theta}}^{\mathrm{Tropo}}$ und $\hat{\theta}^{\mathrm{Niveau}}$, geschätzt mit normalem und manipuliertem fkt. Modell . . . 77
Abbildung 5-15: $\hat{\boldsymbol{\theta}}^{\mathrm{Quelle\ ICRF}}$ und $\hat{\theta}^{\mathrm{Niveau}}$, geschätzt mit und ohne den Varianzen aus dem Korrelationsprozess . . . 79
Abbildung 5-16: $\hat{\boldsymbol{\theta}}^{\mathrm{Quelle\ Feissel}}$ und $\hat{\theta}^{\mathrm{Niveau}}$, geschätzt mit und ohne den Varianzen aus dem Korrelationsprozess 79
Abbildung 5-17: $\hat{\boldsymbol{\theta}}^{\mathrm{Teleskop}}$ und $\hat{\theta}^{\mathrm{Niveau}}$, geschätzt mit und ohne den Varianzen aus dem Korrelationsprozess . . . 79
Abbildung 5-18: $\hat{\boldsymbol{\theta}}^{\mathrm{Elev}}$ und $\hat{\theta}^{\mathrm{Niveau}}$, geschätzt mit und ohne den Varianzen aus dem Korrelationsprozess . . . 80
Abbildung 5-19: Funktionen, angepasst an $\hat{\boldsymbol{\theta}}^{\mathrm{Elev}}$, mit/ohne Varianzen aus dem Korrelationsprozess bestimmt . . . 82
Abbildung 5-20: 58 Komponenten des endgültigen, verfeinerten stochastischen VLBI-Modells . . . 86
Abbildung 5-21: σ^2 der Beobachtungen des alten stochastischen Modells für 981229CA . . . 87
Abbildung 5-22: σ^2 der Beobachtungen des neuen stochastischen Modells für 981229CA . . . 87
Abbildung 5-23: Differenz der σ^2 des alten und neuen stochastischen Modells (981229CA) . . . 87
Abbildung 5-24: Niedrige („*“) und hohe („o“) Elevationen der Beob. mit $\sigma^2_{\mathrm{alt}} - \sigma^2_{\mathrm{neu}} < -0.5\ \mathrm{cm}^2$ (981229CA) . . . 87
Abbildung 6-1: Mit zwei stochastischen Modellen geschätzte y_P-Unterschiede simultaner Sessions . . . 95

Tabellenverzeichnis

Tabelle 2-1: Primäre geodätische und astronomische VLBI-Zielparameter . . . 34
Tabelle 2-2: Geophysikalische VLBI-Zielparameter . . . 34
Tabelle 2-3: Sonstige VLBI-Zielparameter . . . 35
Tabelle 4-1: Fehlerhaushalt bei der VLBI-Auswertung . . . 53
Tabelle 5-1: Grundsätzliche Eigenschaften der VLBI-Sessions . . . 64
Tabelle 5-2: Anteil der Beobachtungen, die unter bestimmten Elevationsklassen durchgeführt wurden . . . 64
Tabelle 5-3: Anteil der Beobachtungen, die bei der Korrelation vom selben Signal abgeleitet wurden . . . 64
Tabelle 5-4: Anteil der Beobachtungen, die zeitlich benachbart in ähnliche Richtungen durchgeführt wurden . . . 64
Tabelle 5-5: Korrelationskoeffizienten zwischen Parametern, mit verschiedenem Datum bestimmt . . . 75
Tabelle 5-6: Nachgewiesene Korrelationen wegen Defiziten der Modellierung des troposphärischen Einflusses 83
Tabelle 5-7: 58 Komponenten des endgültigen, verfeinerten stochastischen VLBI-Modells . . . 85
Tabelle 6-1: Streuung von Epochenkoordinaten, geschätzt mit verschiedenen stochastischen Modellen . . . 91
Tabelle 6-2: Relative Streuung von Epochenkoordinaten, geschätzt mit verschiedenen stochastischen Modellen 91
Tabelle 6-3: Drei Stationen, deren Streuungsmaße sich durch das verfeinerte Model am meisten verbessern . . . 92
Tabelle 6-4: Drei Stationen, deren Streuungsmaße sich durch das verfeinerte Modell am meisten verschlechtern 92
Tabelle 6-5: Streuungsmaße für die drei Stationen, die an den meisten Sessions beteiligt waren . . . 92
Tabelle 6-6: Ungewichtete und gewichtete mittlere EOP-Differenzen simultaner VLBI-Sessions . . . 94

1. Motivation und Einleitung

Mit der Radiointerferometrie auf langen Basislinien (Very Long Baseline Interferometry, VLBI) wurden seit den siebziger Jahren des 20. Jahrhunderts in vielen Bereichen der Geodäsie, Geophysik und Astronomie große Fortschritte erzielt (z.B. CAMPBELL 2000). Schon in den achtziger Jahren waren die meisten physikalischen Phänomene bekannt, von denen auch heutzutage ein signifikanter Einfluss auf VLBI-Beobachtungen erwartet wird (SCHUH 1987). Vor allem durch eine stetige Verfeinerung des funktionalen Anteils der Modellierung von VLBI-Beobachtungen konnten gewünschte Parameter immer genauer bestimmt werden. Mit den im Rahmen des Internationalen Erdrotationsdienstes „International Earth Rotation and Reference Systems Service (IERS)“ vereinbarten Konventionen, den „IERS Standards“ des Jahres 1989 (MCCARTHY 1989), gab es erstmals wichtige Vereinbarungen zur programmtechnischen Umsetzung dieser physikalischen Einflüsse. Nach den „IERS Standards 1992“ (MCCARTHY 1992) wurden zwar immer wieder wichtige Details der funktionalen Modellierung von VLBI-Beobachtungen verbessert (z.B. HAAS 1996, NIELL 2000), fundamentale Fortschritte konnten jedoch nicht mehr in vergleichbarem Umfang erzielt werden. Da im Gegensatz dazu die stochastischen Eigenschaften von VLBI-Beobachtungen bislang wenig beachtet wurden, soll in dieser Arbeit das im Rahmen der Parameterschätzung verwendete, stochastische Modell der VLBI-Beobachtungen untersucht und verfeinert werden.

Weitere Verbesserungen der funktionalen Beschreibung sind heutzutage oft mit sehr großem Aufwand verbunden und realistisch betrachtet schließlich nur mit beschränkter Genauigkeit möglich. Zur Beschreibung physikalischer Eigenschaften der Beobachtungen können außerdem nicht beliebige Parameter bei der Bestimmung der Zielgrößen mitgeschätzt werden, da nur solche Unbekannten bestimmbar sind, für die eine geeignete Beobachtungskonfiguration vorliegt. Unterscheiden sich die funktionalen Zusammenhänge mehrerer unbekannter Parameter einer Schätzung mit den Beobachtungen nicht deutlich genug voneinander, kann die gesamte Lösung instabil werden. Eine ausführliche Beschreibung der funktionalen Modellierung von VLBI-Beobachtungen wird zusammen mit anderen Grundlagen der geodätischen VLBI in Kapitel 2 gegeben.

In dieser Arbeit werden die gesuchten Größen nach der Methode der kleinsten Quadrate im Gauß-Markoff-Modell von den VLBI-Beobachtungen abgeleitet (Kapitel 3). Dabei werden im funktionalen Modell (in anderem Zusammenhang auch deterministisches Modell genannt) die geometrisch-physikalischen Eigenschaften der Beobachtungen bzw. ihre Zusammenhänge mit den gesuchten Parametern beschrieben. Mit dem stochastischen Modell der Beobachtungen bekommen sie Eigenschaften eines Zufallsvektors zugeordnet. Dadurch sollen funktional nicht erfassbare Einflüsse auf die Beobachtungen beschrieben werden (z.B. HECK 1995, S.82ff). Anders als z.B. bei der Kollokation (z.B. MORITZ 1989) sind die gesuchten Parameter dabei a priori keine stochastischen Größen.

Bis jetzt sind Untersuchungen zum stochastischen Modell (Varianzen und Kovarianzen) geodätischer Beobachtungen selten und wurden fast nur für Spezialfälle klassischer terrestrischer Beobachtungen und GPS-Messungen durchgeführt. Der Zusammenhang zwischen Beobachtungsgrößen und abzuleitenden Zielparametern der Ingenieurgeodäsie ist meist vergleichsweise einfach und ihr Fehlerhaushalt überschaubar. Deshalb gibt es dort zumindest auf wissenschaftlicher Ebene Ansätze, die komplette Genauigkeitssituation der Beobachtungen gut zu beschreiben (z.B. SIEG und HIRSCH 2000a, 2000b). Diese Erkenntnisse können aber schlecht auf VLBI-Beobachtungen übertragen werden. Auch zur Genauigkeitssituation von GPS-Beobachtungen werden wissenschaftliche Arbeiten durchgeführt (z.B. HOWIND et al. 1999, WANG et al. 2002). GPS-Beobachtungsgleichungen weisen oft eine sehr hohe Redundanz auf und es wird meist Unabhängigkeit und Gleichgenauigkeit der Beobachtungen angenommen. So können Ergebnisse leicht eine überschätzte innere Genauigkeit aufweisen, wodurch nicht modellierte systematische Einflüsse möglicherweise unbemerkt bleiben. In vieler Hinsicht sind sich GPS- und VLBI-Beobachtungsgleichungen zwar ähnlich, Erkenntnisse können aber wegen einiger grundsätzlicher Unterschiede nur bedingt übernommen werden (siehe dazu Kapitel 4).

Obwohl die bei der VLBI-Parameterschätzung abgeleiteten Genauigkeiten oft als zu optimistisch eingeschätzt werden (z.B. TESMER und SCHUH 2000), gibt es bis auf QIAN (1985), SCHUH und WILKIN (1989) und SCHUH und TESMER (2000) keine veröffentlichten Untersuchungen zum stochastischen VLBI-Modell. Im Abschnitt 3.2 wird erläutert, dass sich bei der kleinste-Quadrate Schätzung das stochastische Modell teilweise in der funktionalen Modellierung darstellen lässt (z.B. KOCH 1997, S. 167f) und umgekehrt auch Teile des funktionalen Modells in die stochastische Modellierung reduziert werden können (z.B. FUNCKE 1982). Diese Zusammenhänge sind zwar zunächst rein mathematisch, deuten aber bereits zwei wichtige Ideen dieser Arbeit an: Zum einen lassen sich

quasi-zufällige Abweichungen zwischen Beobachtungen und funktionalem Modell als Varianzen der Beobachtungen im stochastischen Modell zumindest näherungsweise erfassen. Zum anderen können funktionale Fehlmodellierungen, die sich systematisch auf mehrere Beobachtungen auswirken, unter Umständen als Korrelationen zwischen Beobachtungen im stochastischen Modell beschrieben werden.

Wie in Kapitel 4 dokumentiert, wird dementsprechend in dieser Arbeit die übliche Vorgehensweise bei der VLBI-Parameterschätzung auf solche Mängel hin untersucht, die für Gruppen von VLBI-Beobachtungen als Defizite ihres stochastischen Modells interpretiert werden können. Dabei werden solche Beobachtungsgruppen gesucht, denen entweder fehlmodellierte Varianzen zugeordnet werden (Abschnitt 4.1) oder die fälschlicherweise als unkorreliert angenommen werden (Abschnitt 4.2). Die so gefundenen Schwächen des stochastischen VLBI-Modells werden durch eine in den Abschnitten 3.3 und 3.4 beschriebene Schätzung von Varianz- und Kovarianzkomponenten quantifiziert.

Da die Qualität der Beobachtungen, Beobachtungsdichte und Beobachtungsgeometrie nicht für das gesamte VLBI-Beobachtungsmaterial homogen ist (Abschnitt 5.1), muss die Konsistenz eines so geschätzten stochastischen Modells mit besonderer Sorgfalt geprüft werden (Abschnitt 5.2). Wegen der unmittelbaren Abhängigkeit des stochastischen Modells vom angesetzten funktionalen Modell, insbesondere der Parametrisierung, ist außerdem zu untersuchen, wie das geschätzte stochastische Modell auf unterschiedliche Parametrisierungsansätze reagiert (Abschnitt 5.4). Als Ergebnis wird ein verfeinertes stochastisches Modell vorgeschlagen, das für alle heute angesetzten VLBI-Lösungen anwendbar, umfassend, aber rechentechnisch günstig und mit einfachen Algorithmen realisierbar ist (Abschnitt 5.6). Kapitel 6 dokumentiert Vergleiche verschiedener geschätzter VLBI-Zielparameter, die mit dem herkömmlichen Ansatz und dem verfeinerten stochastischen Modell gewonnen wurden. Um umfassende Aussagen zu ermöglichen, wird nahezu das vollständige, der wissenschaftlichen Öffentlichkeit zugängliche VLBI-Beobachtungsmaterial verwendet.

Die zentralen Aufgabenstellungen dieser Arbeit lassen sich wie folgt zusammenfassen:

- Der Fehlerhaushalt bei der VLBI-Parameterbestimmung wird qualitativ dahingehend überprüft, ob Abweichungen zwischen den Beobachtungen und dem funktionalen Modell existieren, die zwar nicht im funktionalen Modell, aber im stochastischen Modell der Beobachtungen darstellbar sind.

- Die dafür notwendigen Erweiterungen des üblicherweise verwendeten stochastischen VLBI-Modells werden formuliert und quantifiziert. Anhand des gesamten existierenden VLBI-Beobachtungsmaterials wird geprüft, ob die Erweiterungen die Gesamtheit der VLBI-Beobachtungen repräsentieren.

- Es soll kontrolliert werden, wie gut sich der so gefundene verfeinerte Ansatz des stochastischen VLBI-Modells bei einer umfassenden Schätzung verschiedener VLBI-Zielparameter bewährt.

2. Grundlagen der geodätischen VLBI

Im Folgenden wird zunächst die VLBI-Beobachtungsgleichung beschrieben, Abschnitt 2.2 stellt den aufwändigen technischen Prozess der Korrelation vor, durch den die primäre Beobachtungsgröße, der Laufzeitunterschied τ, gewonnen wird. In 2.3 werden die mit VLBI bestimmbaren geodätischen, astronomischen und geophysikalischen (Ziel-)Parameter der miteinander zu verknüpfenden quasi-inertialen, also raumfesten (zälestischen) und erdfesten (terrestrischen) Referenzsysteme erläutert. Abschnitt 2.4 begründet schließlich, warum die VLBI trotz des, z.B. verglichen mit GPS, hohen technischen und finanziellen Aufwands auch heutzutage eine fundamentale Rolle in der Geodäsie behalten muss.

2.1 VLBI-Beobachtungsgleichung

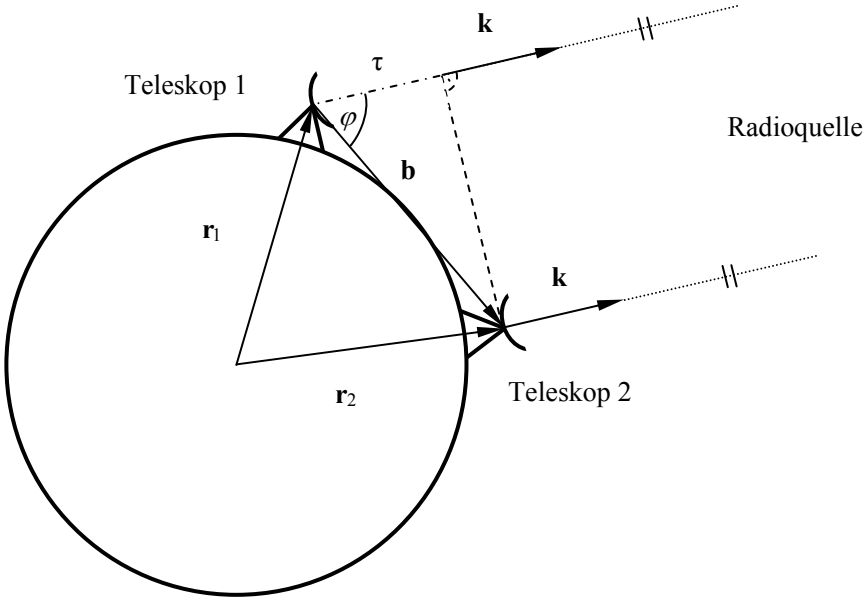

Abbildung 2-1: Grundprinzip einer VLBI-Beobachtung

Bei einer VLBI-Beobachtung sind zwei Teleskope gleichzeitig auf dieselbe Radioquelle gerichtet, wobei während einer VLBI-Session in der Regel drei bis acht global verteilte Radioteleskope 24 Stunden lang 15 bis 60 extragalaktische Radioquellen beobachten. Die in der geodätischen VLBI verwendeten Quellen sind so weit entfernt, dass die Wege der von ihnen ausgestrahlten Mikrowellen als parallel angenommen werden können. So erreichen die Signale die Teleskope aus derselben Richtung des Einheitsvektors $\mathbf{k}$, der z.B. durch die Koordinaten Rektaszension α und Deklination δ der Quelle in einem zälestischen Äquator-System (siehe Abschnitt 2.1.1) gegeben ist:

$$\mathbf{k} = \begin{pmatrix} -\cos\alpha\cos\delta \\ -\sin\alpha\cos\delta \\ -\sin\delta \end{pmatrix} \quad . \qquad (2\text{-}1)$$

Die beiden Radioteleskope lassen sich mit dem Basislinienvektor $\mathbf{b}$ geometrisch verbinden, der durch den Unterschied der geozentrischen, kartesischen Ortsvektoren $\mathbf{r}_1$ und $\mathbf{r}_2$ der beiden Teleskope (siehe Abschnitt 2.1.3) ausgedrückt werden kann:

$$\mathbf{b} = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1 = \begin{pmatrix} x_2 - x_1 \\ y_2 - y_1 \\ z_2 - z_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta z \end{pmatrix} \quad . \qquad (2\text{-}2)$$

Wegen der endlichen Lichtgeschwindigkeit c kommt das von der Radioquelle ausgesandte Signal um den Laufzeitunterschied τ zeitlich versetzt bei den beiden Teleskopen zu den Zeitpunkten t_1 bzw. t_2 an. In der Beobachtungsgleichung der VLBI wird der Basislinienvektor $\mathbf{b}$ durch das Skalarprodukt in die Richtung $\mathbf{k}$ projiziert. Als primäre Beobachtungsgröße ergibt sich so der Laufzeitunterschied τ durch:

$$\tau = t_1 - t_2 = \frac{\mathbf{b} \cdot \mathbf{k}}{c} \quad . \qquad (2\text{-}3)$$

Mit dem von der Basislinie und der Richtung zur Quelle aufgespannten Winkel φ und der Länge der Basislinie $|\mathbf{b}|$ zwischen den beiden Teleskopen lässt sich (2-3) auch als

$$\tau = \frac{|\mathbf{b}| \cos\varphi}{c} \qquad (2\text{-}4)$$

darstellen, wobei φ sich wie folgt berechnet:

$$\cos\varphi = -\frac{\Delta x \cos\alpha \cos\delta + \Delta y \sin\alpha \cos\delta + \Delta z \sin\delta}{|\mathbf{b}|} \quad . \qquad (2\text{-}5)$$

Der Laufzeitunterschied ist also abhängig von der Lichtgeschwindigkeit c, dem Abstand $|\mathbf{b}|$ der beobachtenden Teleskope und der Orientierung dieser Basislinie gegenüber der beobachteten Quelle zum Beobachtungszeitpunkt, z.B. ausgedrückt durch den Winkel φ (entsprechend Abbildung 2-1). Dabei ist unter anderem darauf zu achten, dass die Koordinaten der Teleskope und die der Quellen im selben System gegeben sind (siehe Abschnitt 2.1.2). Zusätzlich können viele weitere Effekte den Laufzeitunterschied beeinflussen. So dreht sich die Erde z.B. während des Laufzeitunterschieds zwischen den zwei Teleskopen einer Basislinie, weshalb sich die beiden Ortsvektoren $\mathbf{r}_1$ und $\mathbf{r}_2$ der beiden Teleskope in der Regel auf unterschiedliche Zeitargumente beziehen.

Um den Laufzeitunterschied τ ermitteln zu können, werden bei beiden Teleskopen die von den Radioquellen ausgesendeten Mikrowellensignale zusammen mit Zeitmarken auf Magnetbänder aufgezeichnet. Später werden die Signale im Korrelator, einem speziell dafür entwickelten Prozessor, multiplikativ überlagert (kreuzkorreliert). Anhand der Zeitmarken kann somit festgestellt werden, wie groß der Laufzeitunterschied τ des Signals zwischen beiden Teleskopen war (siehe Abschnitt 2.2).

In den folgenden Unterkapiteln wird genauer auf die übliche Modellierung geometrisch-physikalischer Eigenschaften von Beobachtungen (auch funktionales Modell genannt) der geodätischen VLBI eingegangen: Abschnitt 2.1.1 beschreibt Eigenschaften der Radioquellen, mit deren Koordinaten, gegeben in einem zälestischen Referenzrahmen („celestial reference frame“, CRF), ein quasi-inertiales, zälestisches Referenzsystem („celestial reference system“, CRS) realisiert werden kann. In Abschnitt 2.1.2 werden die Rotationen erläutert, mit denen die Beziehung des CRS zum terrestrischen Referenzsystem („terrestrial reference system“, TRS) hergestellt wird. Auf die Modellierung der Koordinaten der Teleskope, die das terrestrische Referenzsystem realisieren, wird in Abschnitt 2.1.3 eingegangen. Da in dieser Arbeit im Folgenden öfter darauf zurückgegriffen wird, beschreibt Abschnitt 2.1.4 schließlich weitere, die VLBI-Beobachtungen beeinflussende Größen.

2.1.1 Quellenkoordinaten im zälestischen Referenzsystem

Um die Bewegung der Erde, anderer Himmelskörper sowie von Satelliten im Raum beschreiben zu können, wird ein Inertialsystem benötigt, das sich im inertialen Raum entweder nicht bewegt, zumindest aber nicht beschleunigt ist bzw. nicht rotiert (z.B. TORGE 2001, S. 25). Als quasi-inertiale Approximation kann ein zälestisches Referenzsystem als „vereinbartes inertiales Referenzsystem (Conventional Inertial System, CIS)“ verwendet werden.

Wie in MCCARTHY (1992) beschrieben, soll das „International Celestial Reference System (ICRS)“ nach den Resolutionen der „International Astronomical Union“ (IAU) ein quasi-inertiales Bezugssystem repräsentieren, dessen Ursprung das Baryzentrum unseres Sonnensystems ist. Der zälestische Pol (bzw. Äquator) sollte mit dem, durch Modelle prädizierten mittleren Pol der Erde (Äquator) zu J2000.0 (entspricht 1. Januar 2000, 12.00 Weltzeit UT1) zusammenfallen und konsistent mit dem Pol des vorher gültigen Sternkatalogs FK5 sein. Der Nullpunkt der

Rektaszension wurde durch die Mittelung der Rektaszensionen von 23 Quellen aus einigen VLBI-Katalogen festgelegt, wobei durch das Festhalten der Rektaszension der Quelle 3C273B auf ihren FK5-Wert Konsistenz mit dem FK5-Katalog hergestellt wurde (ARIAS et al. 1995 oder MCCARTHY 1996). In der aktuellen Version „International Celestial Reference Frame Extension 1 (ICRF-Ext1)“ wird der ICRS durch die im X- und S-Mikrowellenband (8.4 bzw. 2.3 GHz) gültigen J2000.0-Koordinaten von 667 Radioquellen realisiert (MA und FEISSEL 1997 oder http://hpiers.obspm.fr/webiers/results/icrf/readme.html). Die Positionen der 212 „defining sources“ des ICRF sind mit einer Genauigkeit von mindestens 0.25 Millibogensekunden (mas) am besten bestimmt (MA et al. 1998, MA et al. 2002) und definieren die Achsen des ICRF. Die 294 „candidate sources“ wurden entweder noch nicht ausreichend beobachtet, oder konnten bei der Festlegung des ICRF nicht eindeutig als stabil identifiziert werden. Sie können somit (noch) nicht als „defining sources“ eingestuft werden. Der ICRF umfasst außerdem 102 „other sources“, von denen bekannt ist, dass ihre Positionen variabel sind. Sie dienen entweder zur Verdichtung oder als Bezugspunkte zu optischen Rahmen. Mit der Erweiterung ICRF-Ext1 kamen die Positionen von weiteren 59 Quellen hinzu. Sie wurden nicht in die drei zuvor genannten Gruppen eingeordnet, bei einer Klassifizierung würden die meisten dieser Quellen aber als „candidate sources“ eingestuft.

Mit der IAU Resolution B2 (ANDERSEN 1999) haben die Koordinaten der Radioquellen den Sternkatalog FK5 zum 1. Januar 1998 als Inertialrahmen offiziell abgelöst. Daneben gilt der HIPPARCOS-Katalog für optische Wellenlängen (MA 2000, WALTER und SOVERS 2000, S. 189ff). Inzwischen wurden aus verbesserten Neuberechnungen von FK5-Daten zusammen mit HIPPARCOS-Messungen ein neuer Sternkatalog FK6 berechnet, in dem für 340 „astrometrisch exzellente“ Sterne verbesserte Eigenbewegungen angegeben werden können (WIELEN et al. 1999). Bei dieser Berechnung wurde ausgenutzt, dass dem FK5 lange Beobachtungszeitreihen zugrunde liegen und die HIPPARCOS-Beobachtungen zwar nur einen kurzen Zeitraum abdecken, dafür aber technisch hoch genau sind. Bei zukünftigen Weltraummissionen soll optische Interferometrie weitere Genauigkeitssteigerungen von Sternbeobachtungen bringen. Neben dem ICRF und dem HIPPARCOS-Katalog existieren weitere vereinbarte Referenzrahmen, wie z.B. der vereinbarte dynamische Referenzrahmen DE405/LE405, der durch die baryzentrischen Ephemeriden der Himmelskörper unseres Sonnensystems und ihre Massenverhältnisse relativ zur Sonne realisiert wird (MCCARTHY und PETIT 2003).

Der Grund für die Ablösung des FK5-Katalogs als quasi-inertialem Referenzrahmen war neben der höheren Genauigkeit des ICRF vor allem die große Entfernung der extragalaktischen Quasare von einigen Milliarden Lichtjahren. Während die sich meist in unserer Galaxie befindlichen Sterne im FK5 neben den Koordinaten 3-dimensionale, zum Teil schlecht bestimmte Geschwindigkeiten haben, wurde wegen der großen Entfernung der Quasare davon ausgegangen, dass sie außer in der radialen Komponente keine messbare Eigenbewegung aufweisen. Bei den heute erreichbaren Genauigkeiten kann davon allerdings nicht mehr für alle Quasare ausgegangen werden. Die Strukturen einiger Quellen werden als veränderlich in der Zeit mit Größenordnungen von bis zu einer Millibogensekunde (mas) betrachtet (z.B. CHARLOT 2002), die Veränderungen sind zusätzlich nicht in allen Frequenzen gleich. Eine signifikante Verbesserung durch die Anwendung von Korrekturmodellen dynamischer Quellenstrukturen bei der Berechnung von VLBI-Lösungen konnte allerdings noch nicht nachgewiesen werden (SOVERS et al. 2002). Die Quellendynamik ist vor allem deshalb schwer zu erfassen und in Modellen zu beschreiben, weil die physikalischen Eigenschaften von Radioquellen noch nicht vollständig verstanden sind. Zum Beispiel können sich über einen längeren Zeitraum langsam schwer voneinander zu trennende Nebenmaxima ausbilden, oder zeitlich lokale Effekte wie Eruptionen von Mikrowellen („Jets“) auftreten (z.B. WALKER 2000).

HOSKIN (1997, S. 362ff) berichtet von ersten Nachweisen von Quasaren in den 60er Jahren. Sie sind einige Milliarden Lichtjahre entfernt und müssen, um bei so großer Entfernung noch sichtbar zu sein, millionenfach stärker leuchten als eine ganze Galaxie. Weil ihre Helligkeit sich aber innerhalb von wenigen Stunden um den Faktor zwei verändern kann, wird trotzdem angenommen, dass sie vergleichsweise klein sind. Diese physikalischen Eigenschaften können nur durch die Existenz von supermassiven schwarzen Löchern erklärt werden. Auch TAKAHASHI et al. (2000, S. 183) beschreiben Quasare als riesige Galaxien, in deren Zentrum sich ein schwarzes Loch befindet. Wegen der riesigen Massen und bislang unbekannten Geschwindigkeiten der Radioquellen können die Astronomen durch ihre Beobachtung viele zentrale Aspekte der Relativitätstheorie überprüfen. Dafür ist vor allem die Dynamik der physikalischen Vorgänge wichtig, die innerhalb der Radioquellen und in ihrer Umgebung stattfinden. Es wurden Quasare gefunden, die sich mit 90 % der Lichtgeschwindigkeit von unserer Galaxie entfernen, was mit der Frequenzverschiebung optischer, elektromagnetischer Wellen in den Rotbereich begründet wurde. Mit so gewonnen Erkenntnissen konnte z.B. auch die Begründung einer Urknalltheorie deutlich verfeinert werden.

Radiowellen werden von vielen extragalaktischen Objekten, wie z.B. interstellaren Wolken, Masern, Pulsaren, Radiosternen und Quasaren ausgestrahlt (z.B. WALTER und SOVERS 2000, S. 102). Für die Realisierung eines Referenzsystems am besten geeignet sind Quasare, kompakte, sternartige Objekte, deren Name für „quasi stellar radio source“ steht. Neben Radiowellen strahlen sie auch optische Wellen aus, weshalb mit ihnen ein Übergang zu einem Referenzrahmen hergestellt werden kann, der durch Sternkoordinaten definiert ist. Der Bezug zwischen dem ICRF und dem FK5 wurde nach MA (2000) vor allem mit Hilfe von Beobachtungen von dafür besonders geeigneten Radiosternen hergestellt.

2.1.2 Transformation zwischen zälestischem und terrestrischem Referenzsystem

Der Bezug zwischen dem zälestischen Referenzsystem CRS und dem terrestrischen Referenzsystem TRS wird durch eine geeignete Beschreibung der Bewegung der Erde im Raum hergestellt. Dafür werden vom IERS Modelle definiert und aus Messungen abgeleitete Parameter und Zeitreihen zur Verfügung gestellt (MCCARTHY und PETIT 2003). Um die Koordinatenachsen der beiden Systeme zur Deckung zu bringen, kann der Übergang mit einer Rotation um drei zeitabhängige, Eulersche Winkel durchgeführt werden. Effekte durch die Verschiebung des Ursprungs zwischen Baryzentrum und Geozentrum werden in der relativistischen Modellierung (s. Abschnitt 2.1.4) aufgefangen. Aus geschichtlichen Gründen und zur besseren physikalischen Interpretation der Variationen der Rotation der Erde wird die Rotation eines im zälestischen System zum Zeitpunkt t gegebenen Vektors $\mathbf{r}_z$ in das terrestrische System als $\mathbf{r}_t$ aber nicht unmittelbar durch drei Winkel, sondern durch eine Aufeinanderfolge von mehreren Drehungen dargestellt:

$$\mathbf{r}_t = \mathbf{R}_2(-x_P)\ \mathbf{R}_1(-y_P)\ \mathbf{R}_3(\theta)\ \mathbf{N}\ \mathbf{P}\ \mathbf{r}_z \quad . \qquad (2\text{-}6)$$

Dabei beschreiben die Präzessionsmatrix $\mathbf{P}$ und die Nutationsmatrix $\mathbf{N}$ zusammen die Bewegung des zälestischen Ephemeridenpols CEP im Raum (CRS) zum Zeitpunkt t (z.B. SEIDELMANN 1992, S.110f und S. 139f oder SCHÖDLBAUER 2000, S. 192ff) (Anmerkung: Der CEP ist Teil des Rechenkonzepts zur Transformation zwischen den Systemen und unterscheidet sich vom tatsächlichen Rotationspol dadurch, dass er im raumfesten System per Definition keine quasi-täglichen und -subtäglichen Bewegungen durchführt. Die Abweichungen der beiden Pole voneinander können durch die z.B. in SCHÖDLBAUER (2000, S. 256ff) ausführlich erläuterten Oppolzer-Terme beschrieben werden).

Die Bewegung der Rotationsachse der Erde bezüglich des zälestischen Referenzsystems wird von Drehmomenten ausgelöst, die durch die Gravitation der Himmelskörper unseres Sonnensystems auf die Erde verursacht werden, wobei sich Äquatorebene und -wulst der Erde nicht in der Ekliptikebene (Bahnebene der Erde um die Sonne) befinden (TORGE 2001, S. 28). Durch die Erdrotation beschreibt der CEP im zälestischen System eine Präzession, eine säkulare Kreisbewegung um den Pol der Ekliptik mit einer Periode von ca. 25800 Jahren. Der Öffnungswinkel des durch die Präzession angedeuteten Kegelmantels gegenüber dem Ekliptiknormalenvektor beträgt ca. 23.5°, die Schiefe der Ekliptik ε. Der CEP führt zusätzlich periodische Bewegungen im Raum aus, die als Nutation bezeichnet werden. Diese periodischen Bewegungen werden durch die zeitabhängigen Winkel „Nutation in Schiefe $\Delta\varepsilon$“ in Richtung der Schiefe der Ekliptik ε_0 und rechtwinklig dazu entlang des Präzessionskegels als „Nutation in Länge $\Delta\psi$“ beschrieben. Die Hauptperiode der Nutation von 18.6 Jahren mit einer Amplitude von 17 Bogensekunden (as) für $\Delta\psi$ und 9 as für $\Delta\varepsilon$ hängt von der mittleren Länge des aufsteigenden Mondknotens ab (SEEBER 1989, S. 18). Rechenmodelle für Präzession und Nutation sind z.B. in den IERS Conventions (z.B. MCCARTHY 1996 oder MCCARTHY und PETIT 2003) gegeben. Für die Nutation veröffentlicht der IERS zusätzlich kleine tägliche Korrekturwerte zu den Modellen, die mit geodätischen Raumverfahren bestimmt werden.

Die Rotation $\mathbf{R}_3(\theta)$ um den Winkel der scheinbaren Sternzeit von Greenwich (GAST) θ ist die Rotation der Erde um den CEP. Der Winkel θ ist vor allem abhängig von der mittleren Sternzeit von Greenwich zum Zeitpunkt 0 h in UT1 ($GMST^{0h}$) und dem Unterschied $\Delta UT1 = UT1 - UTC$ zwischen der mittleren Sonnenzeit UT1 und der durch Atomuhren auf der Erde realisierten koordinierten Weltzeit UTC. Zusätzlich sind kleine Korrekturen wegen Auswirkungen der Nutation anzubringen (MÜLLER 1999). Die Berechnung des Winkels θ ist bis auf $\Delta UT1$ mit relativ einfachen, z.B. in den IERS Conventions (z.B. MCCARTHY 1996) beschriebenen Modellen zu bewerkstelligen, $\Delta UT1$ ist in Zeitreihen täglicher Werte wie z.B. IERS C04 (http://hpiers.obspm.fr/eop-pc) tabelliert. Dominiert wird $\Delta UT1$ von einer säkularen Abnahme um ca. 0.7 Sekunden pro Jahr.

Besonders für geophysikalische Interpretationen wird neben der Rotationsphase $\Delta UT1$ oft auch ihre zeitliche Änderung, die Rotationsgeschwindigkeit (Tageslänge bzw. length of day LOD) verwendet. Für Zeiträume ohne Schaltsekunden gilt nach MORITZ und MÜLLER (1987, S. 195ff)

$$LOD = -\frac{d(\Delta UT1)}{dt} \quad . \qquad (2\text{-}7)$$

Betrachtet man nun nicht unmittelbar die Rotationsgeschwindigkeit selbst, sondern den Zeitunterschied in Sekunden, um den ein Sonnentag (bedingt durch die tatsächliche Rotationsgeschwindigkeit) von einem mittleren Sonnentag der Dauer 86400 s abweicht, ergibt sich die Größe

$$\Delta LOD = \frac{-2\pi}{\omega} m_3 \quad , \qquad (2\text{-}8)$$

die oft als „Excess of the duration of the day“ bezeichnet wird. ΔLOD ist direkt abhängig von der mittleren Winkelgeschwindigkeit der Erdrotation $\omega = 2\pi / 86400s$ und der axialen Drehimpulsvariation m_3, die durch Massenverlagerungen im Ozean, der Atmosphäre und in der festen Erde ausgelöst wird. Fälschlicherweise wird ΔLOD oft auch als LOD bezeichnet, obwohl ΔLOD stets in der Einheit Sekunden angegeben wird.

LOD nimmt säkular ab, ein Sonnentag wird pro Jahrhundert um ca. 2 Millisekunden (ms) länger. Nach MUNK und MACDONALD (1960) oder TORGE (2001, S. 35) ist die Abnahme der Rotationsgeschwindigkeit bedingt durch Umwandlung von Rotationsenergie in Wärme, der Gezeitenreibung im Erde-Mond-System. Durch Massenbewegungen in der Atmosphäre und den Ozeanen variiert die Tageslänge hauptsächlich jährlich und halbjährlich mit einer Amplitude von jeweils ca. 0.35 ms. Jährlich auftretende, aber nicht mit harmonischen Schwingungen zu erfassende Schwankungen mit Anregungsdauern von wenigen Monaten haben eine Größenordnung von ca. 0.2 ms. LOD unterliegt außerdem starken unregelmäßigen Schwankungen. Der El Niño im Jahre 1983 löste z.B. eine episodische Zunahme von LOD um 1 bis 2 ms aus. Kürzere Schwankungen von LOD und $\Delta UT1$ mit Perioden zwischen 5 und 30 Tagen sind bedingt durch Massenverlagerungen wegen der Tiden der festen Erde und erreichen Amplituden von bis zu 0.3 ms in LOD (MCCARTHY und PETIT 2003). LOD und $\Delta UT1$ können wegen ihrer starken Unregelmäßigkeit in ausreichender Genauigkeit nur durch Zeitreihen täglicher Werte wie z.B. IERS C04 (http://hpiers.obspm.fr/eop-pc) dargestellt werden. Zusätzliche tägliche und halbtägliche Perioden, die bei Überlagerung in jeweils maximaler Phase in der Summe bis zu 0.12 ms in $\Delta UT1$ erreichen können, werden vor allem durch Massenverlagerungen wegen der Ozeangezeiten angeregt. Sie sind in der Regel durch Korrekturmodelle (MCCARTHY und PETIT 2003) gut zu erfassen.

Schließlich wird in (2-6) mit Hilfe der Matrizen $\mathbf{R}_1(-y_P)$ und $\mathbf{R}_2(-x_P)$ die Bewegung des CEP bezüglich der festen Erde beschrieben. Die Koordinaten des CEP im terrestrischen Referenzsystem (x_P in Richtung des Meridians von Greenwich und y_P rechtwinklig dazu positiv nach Westen) beziehen sich dabei auf den „IERS Reference Pole (IRP)“, der nach MCCARTHY (1996) sehr nahe am vereinbarten internationalen Pol („Conventional International Origin CIO“) liegt. Der CIO wurde durch das Mittel der zwischen 1900.0 und 1906.0 bestimmten Rotationsachse definiert. Bei der Bestimmung der Achse wird versucht, die Dynamik der Erdkruste von Rotationen des Systems dadurch zu trennen, dass die Summe der sich aus Plattentektonik ergebenden Bewegungen Null sein soll. Der tatsächliche Nullpunkt der Polkoordinaten wird schließlich durch den zur Realisierung des terrestrischen Referenzsystems verwendeten Satz an Stationskoordinaten festgelegt.

Die Polkoordinaten hängen wie LOD unter anderem von Drehimpulsvariationen ab, die durch Massenverlagerungen in den Ozeanen, der Atmosphäre und in der festen Erde ausgelöst werden. Deshalb weisen sie eine große Unregelmäßigkeit auf und werden wie LOD bzw. $\Delta UT1$ durch Zeitreihen z.B. täglicher Werte dargestellt. Die Polkoordinaten dieser Zeitreihen, wie z.B. die ca. 100 Jahre lange IERS C04 Serie, weisen eine säkulare Bewegung des mittleren Rotationspols bezüglich der festen Erde um ca. 3 mas pro Jahr entlang des 80° W Meridian in Richtung Kanada auf (SCHUH et al. 2001). Deutlich größere Schwankungen haben die Polkoordinaten aber mit einer Periode von ca. 435 Tagen, der Chandlerbewegung. Diese freie Schwingung mit einer Amplitude von ca. 150-200 mas (HÖPFNER 2002), was 5-6 m auf der Erdoberfläche entspricht, ist dadurch bedingt, dass die Rotationsachse der elastischen Erde nicht mit der Hauptträgheitsachse zusammenfällt. Bislang ist ungeklärt, warum die Chandlerbewegung keine gedämpfte Schwingung ist. In SEITZ et al. (2003) wird aber gezeigt, dass hochfrequente

Anregungsmechanismen ozeanischer und atmosphärischer Drehimpulsvariationen die Chandleramplitude eines freien Kreiselmodells aufrechterhalten können.

Die Chandlerperiode ist überlagert von einer jährlichen Schwingung mit einer Amplitude von ca. 60-90 mas (HÖPFNER 2002), was 3-4 m auf der Erdoberfläche entspricht, wodurch sich eine Schwebung mit einer Periode von ca. 6.3 Jahren ergibt. Einschließlich anderer, durch unregelmäßige Massenverlagerungen im System Erde ausgelöster Bewegungen der Rotationsachse, schwankt der Rotationspol um ca. ± 300 mas während eines Jahres, was auf der Erdoberfläche 9 m entspricht (TORGE 2001, S. 35). Wie LOD und $\Delta UT1$ unterliegen auch die Polkoordinaten Schwankungen mit täglichen und halbtäglichen Perioden, die durch Massenverlagerungen wegen Ozeangezeiten bedingt sind. Überlagerungen in jeweils maximaler Phase können in der Summe bis zu 1.5 mas in x_P und 1.1 mas in y_P erreichen (MCCARTHY und PETIT 2003).

Obwohl der Übergang vom zälestischen in das terrestrische Referenzsystem durch eine Rotation um drei zeitabhängige, Eulersche Winkel vollzogen werden kann, werden in der Astronomie und Geodäsie dafür in der Regel Zeitreihen der fünf beschriebenen Erdorientierungsparameter (EOP) $\Delta\psi$, $\Delta\varepsilon$, $\Delta UT1$, x_P und y_P verwendet. Deshalb ist davon auszugehen, dass diese fünf Parameter keine voneinander völlig unabhängige Information beinhalten. Wie z.B. in TESMER et al. (2002) an Testrechnungen nachvollzogen wurde, können die Nutationsanteile $\Delta\psi$ und $\Delta\varepsilon$ und gleichzeitig bestimmte Polkoordinaten x_P und y_P sehr gut voneinander getrennt werden, wenn beide das Zeitintervall eines Tages repräsentieren. Nicht trennbar sind für ein 24-stündiges Zeitintervall gültige Nutationsanteile und subtäglich aufgelöste Polkoordinaten. Diese an VLBI-Messungen nachvollzogenen Erfahrungen entsprechen den Angaben von SCHÖDLBAUER (2000, S. 194), nach denen stationäre bzw. quasistationäre Achsbewegungen im erdfesten Bezugssystem Bewegungen mit täglicher Periode im Inertialsystem entsprechen, und quasistationäre Achsbewegungen im Inertialsystem tägliche Bewegungen im erdfesten Bezugssystem bedeuten. Weitere Ausführungen des Zusammenhangs zwischen Nutationswinkeln und Polkoordinaten und $\Delta UT1$ sind z.B. auch in MORITZ und MÜLLER (1987, S.566f) zu finden.

Ein Vorteil der Darstellungsform mit fünf Parametern ist ihre Anschaulichkeit: Präzessions- und Nutationswinkel können direkt an die Quellenkoordinaten in einem CRF angebracht werden, die Polkoordinaten sind unmittelbar als Rotationen für Stationskoordinaten im TRF zu verwenden. Damit ist auch eine anschauliche physikalische Interpretation verbunden, bei der die Rotationen des CRF vor allem durch Drehmomente der Himmelskörper unseres Sonnensystems ausgelöst werden und die Rotationen des TRF hauptsächlich durch Drehmomente von Massen im System Erde. Exemplarisch wird auf eine Ausnahme von dieser Regel hingewiesen, die „Free Core Nutation (FCN)“. Sie entsteht durch Wechselwirkungen zwischen dem elastischen Mantel und dem flüssigen Kern der Erde, bei denen durch die Gezeiten (siehe dazu Abschnitt 2.1.3) angeregte Deformationen als Eigenschwingungen des Erdkörpers in Resonanz geraten. Die dadurch ausgelösten Schwankungen der Rotation der Erde können im terrestrischen System als unregelmäßig auftretende quasi-tägliche Polbewegungen mit Amplituden von ca. 0.1 mas aufgefasst werden. Die Polkoordinaten x_P und y_P werden üblicherweise aber durch Zeitreihen täglicher Mittelwerte dargestellt, weshalb sie für die Darstellung der FCN nicht geeignet sind. Obwohl ihre Ursache im System Erde zu finden ist, wird die FCN deshalb durch langperiodische Schwankungen des Pols im zälestischen System mit einer Periode von ca. 430 Tagen aufgefangen (MATHEWS 2000).

(Anmerkung: Mit den IAU Resolutionen des Jahres 2000 ergaben sich einige Änderungen der offiziellen Definition der Parameter, mit denen die Beziehung zwischen dem raumfesten und dem erdfesten System vollzogen wird. Mit der Resolution 1.6 wird die Definition der Präzession und Nutation leicht geändert, die Resolution 1.7 besagt, dass der zälestische Ephemeridenpol (CEP) durch den zälestischen intermediären Pol (CIP) ersetzt wird. In diesem Zusammenhang löst mit der Resolution 1.8 das Konzept eines zälestischen und terrestrischen Ephemeridenursprungs das Frühlingsäquinoktium zur Definition des Erdrotationswinkels ab. Nur wenige der mit Beginn des Jahres 2003 offiziell in Kraft getretenen Änderungen finden aber bereits tatsächlich Verwendung, weshalb hier nicht weiter darauf eingegangen wird. Der ursprüngliche Text der Resolutionen ist unter http://danof.obspm.fr./IAU_resolutions/Resol-UIA.htm zu finden, weiterführende Erläuterungen werden ausführlich in CAPITAINE et al. 2002 oder kürzer in CAPITAINE 2002 gegeben.)

2.1.3 Stationskoordinaten und ihre zeitliche Variation im terrestrischen Referenzsystem

Der Ursprung eines erdfesten Referenzsystems wird üblicherweise im Geozentrum definiert, dem Massenzentrum der gesamten Erde, also der festen Erde zusammen mit den Ozeanen, der kontinentalen Hydrosphäre, der Kry-

osphäre und der Atmosphäre. Die Richtung der Z-Achse ist so vereinbart, dass sie sich auf den sehr nahe am vereinbarten internationalen Pol (Conventional International Origin, CIO) liegenden „IERS Reference Pole“ bezieht (MCCARTHY 1996, siehe auch Abschnitt 2.1.2). Wie bereits erwähnt, wird die Dynamik einzelner Teile der Erdkruste von Rotationen des gesamten Systems getrennt, indem die Summe der sich aus Plattentektonik ergebenden Bewegungen der Kruste bei der Definition des Pols Null ist. Bewegungen des Pols sind die verbleibenden systematischen Rotationen. Durch die so definierte Z-Achse wird zusammen mit dem Meridian durch Greenwich (Null-Meridian) die XZ-Ebene des Referenzsystems aufgespannt, auf die sich auch die Weltzeit UT bezieht. Das terrestrische Referenzsystem rotiert mit der Erde. Es wird darauf hingewiesen, dass die Erdkruste in geodätischen Referenzrahmen durch einzelne Punkte, bzw. einen ihnen zugeordneten Satz an Positionen und Geschwindigkeiten repräsentiert wird. Häufig beziehen sich die systematischen Rotationen von Realisierungen der Referenzrahmen deshalb nicht unmittelbar auf die Plattenkinematik, sondern wiederum auf andere geodätische Referenzrahmen übergeordneter Bedeutung, wie z.B. den im Folgenden beschriebenen ITRF2000 des IERS.

Bei der Vereinbarung eines „Conventional Terrestrial Reference System (CTRS)“ soll laut IERS Conventions 2003 auch über Konventionen, Algorithmen und Konstanten verfügt werden, die den Ursprung, den Maßstab und die Orientierung des Systems, wie auch den zeitlichen Verlauf dieser Größen definieren sollen. Dazu zählt z.B. die Festlegung, ob die Form der Erde im ITRS mit oder ohne der Deformation durch den konstant wirkenden Anteil des gezeitenerzeugenden Potentials, der permanenten Tide („permanent tide“) abgebildet werden soll (siehe dazu in diesem Abschnitt unter „Tiden der festen Erde“). Auch die Wahl des Maßstabs des ITRS ist reine Konvention, er kann z.B. entweder durch eine Zeit im Geozentrum (TCG) oder auf dem Geoid (TT oder TDT) definiert werden (siehe dazu Abschnitt 2.1.4, „relativistische Modellierung“). Eine weitere Definition betrifft z.B. die Festlegung des Geozentrums bzw. seine zeitliche Variabilität.

Die aktuelle Realisierung des „International Terrestrial Reference System (ITRS)“ des IERS ist der „International Terrestrial Reference Frame 2000 (ITRF2000)“ (ALTAMIMI 2002 oder http://lareg.ensg.ign.fr/ITRF/ITRF2000). Er enthält Positionen und Geschwindigkeiten von ca. 900 Referenzpunkten, die sich im nahen Umfeld von ca. 500 geodätischen Beobachtungsstationen befinden. Bei vielen dieser Beobachtungsstationen werden Beobachtungen mehrerer geodätischer Verfahren, wie VLBI, GPS, „Satellite/Lunar Laser Ranging (SLR/LLR)“ und „Doppler Orbitography and Radiopositioning Integrated by Satellite (DORIS)“ durchgeführt. Zur Berechnung des ITRF2000 wurden 3 VLBI-, 6 GPS-, 7 SLR-, 1 LLR-, 2 DORIS- und 2 Multitechnik-Lösungen miteinander kombiniert, deren Stationsnetze global waren. Die Positionen und Geschwindigkeiten der gut bestimmten VLBI-Teleskope haben im ITRF2000 mittlere Fehler zwischen 1 und 3 mm, bzw. 0.1 und 0.5 mm pro Jahr. Obwohl der ITRF2000 die aktuellste und genaueste Realisierung eines TRS ist, beinhaltet er einige um ein Vielfaches schlechter bestimmte Stationen, und es scheint, dass bei seiner Berechnung einige Fragen zur Kombination verschiedener Beobachtungsverfahren noch nicht endgültig befriedigend gelöst werden konnten (siehe z.B. ANGERMANN 2002).

Die Referenzpunkte der geodätischen Beobachtungsstationen bewegen sich im Laufe eines Jahres (zum Teil auch weniger Tage und während eines Tages) linear, periodisch oder auch episodisch um mehrere Zentimeter. Neben Prozessen im Erdmantel (Plattentektonik) spielt dabei vor allem die Reaktion des Erdkörpers auf die Gravitation von Mond und Sonne eine direkte und indirekte Rolle (Tiden der festen Erde und Ozeanauflasten). Meteorologische Phänomene können zusätzlich episodische und durch die Jahreszeiten bedingte quasi-jährliche Bewegungen auslösen (Atmosphärenauflast). VLBI-Teleskope sind zusätzlich kleinen Deformationen durch Schwankungen der Materialtemperatur ausgesetzt. Da die technische Genauigkeit von VLBI-Beobachtungen im Bereich weniger Millimeter liegt, müssen auch kleinste Effekte korrigiert werden. Im Folgenden werden die Ursachen der größten Positionsveränderungen von VLBI-Referenzpunkten beschrieben. Ein weiterer Überblick dazu ist z.B. in SCHERNECK et al. (2002) zu finden.

Plattentektonik

Die Erde ist von 5 bis 200 km dicken Platten erstarrten Gesteins bedeckt. Die Bewegungen der Platten werden durch Strömungen im flüssigen Gestein des Erdmantels unter den Platten (Konvektion) angetrieben. Zusätzlich werden die Platten in tiefere Regionen des Mantels hinuntergezogen. Dadurch entfernen sich Platten entweder voneinander (spreiten sich) oder driften aufeinander zu, was im Falle zweier kontinentaler Platten zur Kollision, im Falle eines Aufeinandertreffens einer ozeanischen Platte mit einer kontinentalen Platte zum Untertauchen der ozeanischen Platte (Subduktion) führt. Des Weiteren kann es zu einer Scherung kommen, bei der Platten aneinander vorbei gleiten. Die Bewegungen der Platten hinterlassen Spuren, durch die die meisten Bewegungen heute, zum Teil viele Millionen Jahre später, mit geophysikalischen und geologischen Methoden größtenteils rekon-

struiert werden können. Die derzeitig größte Bewegung zweier Platten gegeneinander findet zwischen der pazifischen Platte und der vor Südamerika liegenden Nazca-Platte statt, die sich mit ca. 16 cm pro Jahr voneinander entfernen (z.B. GORDON 1995). Vertikale Bewegungen der Erdkruste sind verglichen mit horizontalen Bewegungen meist kleinräumig und von kurzer Dauer bzw. über einen langen Zeitraum von mehreren Millionen Jahren nicht linear. Deshalb werden sie in der Regel von einfachen Modellen der Plattentektonik nicht erfasst.

Das in DEMETS et al. (1990) erstmals vorgestellte Modell NUVEL-1 („Northwestern University Velocity Model“) beschreibt die relativen Bewegungen von zwölf als in sich stabil angenommenen Platten durch geozentrische Rotationsvektoren. Mit den drei Komponenten eines Vektors (z.B. Winkelgeschwindigkeit, Breite und Länge des Rotationspols, um den sich die Platte dreht), kann die Rotation einer Platte auf einer Kugel vollständig beschrieben werden. DEMETS et al. (1990) berichten, dass für das NUVEL-1 Modell ca. viermal so viele Daten wie in älteren Modellen wie z.B. P071 (CHASE 1978) oder RM2 (MINSTER und JORDAN 1978) verwendet wurden. Durch die wesentlich bessere globale Verteilung der Beobachtungen und durch Einsatz zum Teil modernster, hoch genauer Methoden konnten deutliche Verbesserungen erzielt werden. Für NUVEL-1 wurden insgesamt 1122 geophysikalische Beobachtungen an 22 Plattengrenzen ausgewertet:

- 277 „sea floor spreading rates“, mit denen die Geschwindigkeit der Plattenbewegung an Plattengrenzen im Meeresboden bestimmt wird. Dabei wird ausgenutzt, dass beim Auseinanderdriften von Platten flüssiges Gestein austritt, das im momentanen Polarisierungszustand des Magnetfelds der Erde erstarrt. Die Polung kehrt sich unregelmäßig alle 50 000 bis einige Millionen Jahre um. Kann das Alter des Gesteins bestimmt werden, lassen sich so Geschwindigkeiten ableiten.
- 121 „transform fault azimuths“, mit denen die Richtung der Bewegung zweier Platten gegeneinander ermittelt wird. Sie kann von dem Azimut abgeleitet werden, das von dem Spreitungsrücken und quer verlaufenden Störungen an der Plattengrenze eingeschlossen wird.
- 724 „earthquake slip vectors“, der Richtung der plötzlichen Bewegung von Platten während eines Erdbebens. Diese Beobachtungen werden durch Auswertung der Richtung des Erstausschlags mehrerer Seismogramme gewonnen (Herdflächenlösungen), bei denen Longitudinalwellen genutzt werden.

Die in dem Modell NUVEL-1 angegebenen Plattengeschwindigkeiten sind relativ zu der pazifischen Platte. Wie in ARGUS und GORDON (1991) beschrieben, gibt es auch Ansätze, absolute Plattengeschwindigkeiten, also Bewegungen von Teilen der Kruste gegenüber dem Mantel (Mesosphäre) der Erde, zu bestimmen. Realisiert werden solche Modelle z.B. durch das Fixieren vulkanischer Hotspots an Stelle der pazifischen Platte. Hotspots sind Orte auf der Erdoberfläche, an denen Material aus dem Kern direkt durch den Mantel und schließlich durch die Erdkruste gelangt. Es wird angenommen, dass die Hotspots ihre Lage zum Mantel nicht verändern. Darüber hinweggleitende Platten können Inselketten, wie z.B. Hawaii, ausbilden. Ein weiteres Konzept der Realisierung quasi-absoluter Plattengeschwindigkeiten ist ein „No-Net-Rotation“-Ansatz, bei dem gefordert wird, dass das Integral der Bewegungen über die gesamte Erdoberfläche gleich Null sein soll. Er wurde bei der Berechnung von NNR-NUVEL-1 angewendet (ARGUS und GORDON 1991) und wird von GORDON (1995) wegen der geringen Anzahl existierender Hotspots und der ungenauen Bestimmbarkeit ihrer Lage gegenüber den Platten als der Ansatz eingeschätzt, der die Bewegungen der Kruste gegenüber dem Mantel besser beschreibt.

In DEMETS et al. (1994) wird das plattentektonische Modell NUVEL-1a mit Geschwindigkeiten relativ zur pazifischen Platte beschrieben. Dort ist auch eine Rotation angeben, mit der sich NUVEL-1a in ein Modell umrechnen lässt, das eine No-Net-Rotation-Bedingung erfüllt. Der Unterschied zu den älteren Berechnungen NUVEL-1 bzw. NNR-NUVEL-1 ist nur ein um ca. 4% kleinerer Maßstab der Plattengeschwindigkeiten. Er wird mit neueren Erkenntnissen zu der Altersbestimmung der magnetisierten Gesteine in den Konvektionszonen von Ozeanrücken begründet.

Da viele der Beobachtungen, die zur Bestimmung der NUVEL-Modelle beigetragen haben, geophysikalische Prozesse der letzten 3 Millionen Jahre nachvollziehen, repräsentieren die so abgeleiteten Plattenbewegungen mittlere Bewegungen während dieses langen Zeitraums. Obwohl geodätische Beobachtungen erst seit Ende der siebziger Jahre ausreichend genau sind, bestätigen sie in der Regel die geophysikalisch bestimmten Modelle. Das plattentektonische Modell „Actual Plate Kinematic Model (APKIM)“ (DREWES 1998) ist ausschließlich aus geodätischen, nicht aus geophysikalischen Beobachtungen berechnet. Von APKIM werden bis auf die Cocos-Platte alle Hauptplatten erfasst. Anders als bei den NUVEL-Modellen werden in APKIM die vier Deformationszonen Mittelmeer, Japan, Kalifornien und südamerikanische Anden gesondert behandelt. Für einen Messpunkt in

der im mediterranen Deformationsgürtel liegenden Stadt Athen ergibt sich so z.B. eine Diskrepanz zu den NUVEL-Modellen von fast 3 cm pro Jahr (DREWES 2002). Solche nur mit geodätischen Methoden erfassbaren, unregelmäßigen Bewegungen sind keineswegs selten auftretende Spezialfälle von Punktbewegungen auf der Erdoberfläche. Laut GORDON (1995) bestehen nur 85% der Erdoberfläche aus stabilen tektonischen Platten und 15% sind Deformationszonen, meist in der Umgebung von Plattengrenzen.

Tiden der festen Erde

Die Tiden der festen Erde werden durch das Gravitationspotential der großen Massen unseres Sonnensystems (Mond, Sonne und den Planeten) erzeugt. Da die Erde elastische Eigenschaften hat, reagiert sie darauf mit Deformationen. Nach TORGE (1975, S. 47) berechnet sich z.B. das vom Mond auf einen Punkt auf der Erde ausgeübte Gezeitenpotential V mit der Doodson'schen Gezeitenkonstante D(r) nach Gleichung (2-10), dem mittleren und tatsächlichen Abstand des Monds vom Geozentrum $\bar{r}_{EM}$ bzw. r_{EM}, und dem geozentrischen Winkel ψ zwischen dem Punkt auf der Erde und dem näherungsweise als Punktmasse angenommenen Mond mit:

$$V = D(r)\left(\frac{\bar{r}_{EM}}{r_{EM}}\right)^3\left(\cos 2\psi + \frac{1}{3}\right) \quad . \qquad (2\text{-}9)$$

Der Betrag der Doodson'schen Gezeitenkonstante D(r) und somit das Potential V ist Null, wenn der Berechnungspunkt mit dem Geozentrum zusammenfällt. D(r) wird umso größer, je weiter der Punkt vom Geozentrum um den Radius r entfernt ist:

$$D(r) = \frac{3}{4} G M_M \frac{r^2}{\bar{r}_{EM}^{\,3}} \quad . \qquad (2\text{-}10)$$

Deshalb ist das Gezeitenpotential V der in diesem Beispiel durch den Mond mit der Masse M_M bedingte Potentialunterschied zwischen dem Geozentrum und dem Berechnungspunkt.

Die durch Variationen des Gezeitenpotentials verursachten Deformationen des Erdkörpers werden mit der Schwere g im Berechnungspunkt und unter Annahme bestimmter Elastizitätseigenschaften der Erde, der Love'schen Zahl h = 0.6078 und der Shida'schen Zahl l = 0.0847 (MCCARTHY und PETIT 2003) genähert wie folgt berechnet:

$$\text{Radial:} \quad \Delta r = \frac{h}{g} V, \qquad \text{Nord:} \quad \Delta x = \frac{l}{g}\frac{\partial V}{\partial \varphi}, \qquad \text{Ost:} \quad \Delta y = \frac{l}{g}\frac{\partial V}{\cos\varphi \partial \lambda} \quad . \qquad (2\text{-}11)$$

Abschätzungen ergeben maximale Hebungen eines Punktes an der Erdoberfläche unter dem Winkel $\psi = 0°$ zum Mond mit 36 cm, zur Sonne mit 16 cm (TORGE 1975, S. 47f). Die maximalen Senkungen unter dem Winkel 90° zum Mond sind 18 cm, zur Sonne 8 cm. Nach HAAS (1996, S. 13) betragen die Deformationen in horizontaler Richtung ungefähr 10% des vertikalen Anteils, CAMPBELL (2000) gibt die maximale Amplitude der vertikalen Komponente mit 40 cm an. Die Planeten unseres Sonnensystems haben wegen ihrer, verglichen mit der Sonne kleinen Masse, vor allem aber wegen ihres großen Abstands deutlich weniger Einfluss als Mond und Sonne.

In (2-9), (2-10) und (2-11) ist zu erkennen, dass die durch Änderungen des Gezeitenpotentials bedingten Deformationen der Erde vor allem von den Elastizitätseigenschaften der Erde, den Massen und der Bewegung der Himmelskörper in einem geozentrischen Koordinatensystem und der täglichen Rotation der Erde um die eigene Achse abhängen. Nur die Positionen (Ephemeriden) der Himmelskörper unseres Sonnensystems und die Rotation der Erde sind maßgeblich zeitlich veränderlich. Beide lassen sich sehr gut durch periodische Bewegungen approximieren. Deshalb kann das Gezeitenpotential neben einer Berechnung unter Zuhilfenahme der Ephemeriden auch, wie z.B. von WENZEL (1997) oder HAAS (1996, S.13 ff) dargestellt, durch eine harmonische Entwicklung fundamentaler astronomischer Argumente unseres Sonnensystems in Abhängigkeit der Zeit beschrieben werden. Die acht, in diesem Zusammenhang wichtigsten Argumente werden z.B. von TAMURA (1987) gegebenen (mittlere lokale Mondzeit, mittlere Länge des Mondes und des Mondperigäums, negative mittlere Länge des aufsteigenden Knotens des Mondes, mittlere Länge der Sonne und des Sonnenperigäums sowie die mittleren Längen des Jupiters und der Venus). Bedingt durch die Tiden der festen Erde haben Stationspositionen vor allem Variationen mit quasi-halbtäglichen und täglichen Perioden. Daneben dominieren halbjährliche und jährliche Variationen.

Die tatsächliche Reaktion der Erde auf das Gezeitenerzeugende Potential ist allerdings deutlich komplizierter als in (2-11) angedeutet. Z.B. können wegen des inneren Aufbaus der Erde Anregungen in bestimmten Periodenbereichen Resonanzeffekte hervorrufen und dadurch Tiden mit eigentlich kleinem Potential so verstärkt zu großen Deformationen führen. In LAMBECK (1988) werden als dafür entscheidende Eigenschaften des Erdkörpers die Trägheitsmomente des Erdkerns und der gesamten Erde, die geometrische Abplattung des äußeren Erdkerns und der gesamten Erde, und die mittlere Winkelgeschwindigkeit der Erde angeführt. HAAS (1996, S. 16) gibt als Beispiele für Eigenschwingungen der Erde die in Abschnitt 2.1.2 erwähnte Chandler-Periode sowie die Free-Core-Nutation des Rotationspols an (siehe auch MORITZ und MÜLLER 1987). Außerdem verweist er auf weitere freie seismische Schwingungen mit Perioden von ca. 54 Minuten, 28 Minuten und 24 Minuten (DEHANT 1987), sowie die Slichter-Moden (ROCHESTER und PENG 1993). Eine umfassende Darstellung der Reaktion der Erde auf das gezeitenerzeugende Potential liefern z.B. Arbeiten von WAHR (1979 und 1981).

Das in den aktuellen IERS Conventions 2003 (MCCARTHY und PETIT 2003) vorgeschlagene Modell der Tiden der festen Erde ist wie die Modelle älterer Conventions eine Näherung der Wahr'schen Theorie, in dem zunächst mit frequenzunabhängigen Love'schen und Shida'schen Zahlen gerechnet wird. Im Gegensatz zu älteren Modellen werden sie für den Anteil des Mondes bis zum Grad drei verwendet. Eine Vernachlässigung der durch Mond und Sonne bedingten Erdgezeiten dritten Grades konnte davor bis zu 4 mm Fehler in der Vertikalen bewirken (HAAS 1996, S. 27). In einem zweiten Schritt wird die radiale Verschiebung der Station wegen der Frequenzabhängigkeit der täglichen Erdgezeiten zweiten Grades genauer als bisher berücksichtigt. Der Gesamteffekt der Frequenzabhängigkeit kann vertikal bis 6 mm betragen (HAAS 1996, S. 26). Eine Beschreibung der aktuell in den Conventions vorgeschlagenen Modellierung ist MATHEWS et al. (1997) oder MCCARTHY und PETIT (2003) zu entnehmen.

Das gezeitenerzeugende Potential ruft neben den periodischen auch solche Deformationen hervor, die als eine permanente Deformation des Erdkörpers interpretiert werden können. In den üblicherweise verwendeten Rechenalgorithmen (z.B. MCCARTHY und PETIT 2003) soll dem dadurch Rechnung getragen werden, dass von der mittleren tatsächlichen Oberfläche, die frei von periodischen Deformationen ist („mean tide"), auf eine Rechenfläche übergegangen wird, die der Form der Erde entspräche, wenn es keine anderen Himmelskörper in unserem Sonnensystem gäbe („tide free") (Anmerkung: die Rotationsdeformation der Erde ist bei dieser Fläche aber berücksichtigt). Auf welcher der beiden Flächen die Koordinaten dargestellt werden, ist Konvention und mit der Festlegung einer Nullfläche zu vergleichen. Die radiale Komponente eines Punkts an den Polen ist auf der „tide free" Fläche um ca. 38 cm größer als auf der „mean tide" Fläche, für einen Punkt am Äquator um ca. 19 cm kleiner.

Statt der Love'schen und Shida'schen Zahl für Flüssigkeiten ($h_s = 1.94$ bzw. $l_s = 0$) werden für den Rechenübergang in Algorithmen aber üblicherweise die für kurzperiodische Prozesse gültigen, breitenabhängigen Zahlen

$$h_2 = 0.6078 - 0.0006\,(1 - 1.5\cos^2\varphi) \quad , \quad \text{bzw.} \qquad (2\text{-}12)$$

$$l_2 = 0.0847 - 0.0002\,(1 - 1.5\cos^2\varphi) \qquad (2\text{-}13)$$

verwendet. Obwohl die sich so ergebende Bezugsfläche nicht physikalisch interpretiert werden kann, wird sie in allen dem Autor bekannten Lösungen zur Bestimmung von Stationspositionen globaler geodätischer Verfahren benutzt. In MCCARTHY und PETIT (2003) wird diese künstliche Rechenfläche „conventional tide free" genannt (mit dieser Bezeichnung wird der Zusammenhang zu der „tide free"-Fläche angedeutet, vor allem werden die beiden Flächen aber klar voneinander abgegrenzt). Der Weg zurück von der „conventional tide free" Fläche auf die im Zusammenhang mit terrestrischen Referenzrahmen deutlich einfacher zu interpretierende „mean tide"-Fläche (der mittleren tatsächlichen Oberfläche), kann mit mittleren Love'schen und Shida'schen Zahlen geschehen. Unter Verwendung von $h_{2m} = 0.603$ und $l_{2m} = 0.083$ lässt sich diese Transformation z.B. durch Korrekturen in Höhe Δr_{radial} und Breite Δr_{nord} z.B. wie folgt auf 1 mm genau angeben:

$$\Delta r_{radial} = -19.84\ \ h_{2m}\ \ (1.5\sin^2\varphi - 0.5)\ \ [\text{cm}] \qquad \text{und} \qquad (2\text{-}14)$$

$$\Delta r_{nord} = -19.84\ \ l_{2m}\ \ (3\cos\varphi\sin\varphi)\ \ [\text{cm}] \quad . \qquad (2\text{-}15)$$

Für einen Punkt an den Polen ist die radiale Komponente auf der üblicherweise verwendeten „conventional tide free“ Fläche um ca. 12 cm größer als auf der „mean tide“ Fläche, für einen Punkt am Äquator um ca. 6 cm kleiner (siehe auch MÜLLER und TESMER 2002 oder MATHEWS et al. 1997). Genaue Formeln dazu sind in MCCARTHY und PETIT (2003) gegeben.

Ozeanauflast

Dieser Effekt wird durch die Tiden der Ozeane verursacht, die entsprechend den Tiden der festen Erde durch das Gezeitenpotential angeregt werden. Da Wasser viskos ist, reagiert es auf das Gezeitenpotential mit deutlich größeren Massenverlagerungen als die feste Erde. Die Reaktion der Ozeane wird in Ozeanmodellen beschrieben, für deren Berechnung entweder Registrierungen von Pegeln verwendet werden (z.B. SCHWIDERSKI und SZETO 1981) oder, wie in den meisten neueren Modellen, Altimetermessungen (z.B. GOT99.2, beschrieben in RAY 1999). Es gibt auch rein numerische Ozeanmodelle, die mit finiten Elementen arbeiten und komplett ohne empirische Messungen berechnet werden (z.B. PROVOST et al. 1994). Des Weiteren existieren Mischformen wie z.B. durch Altimetermessungen bestimmte Modelle, die in hohen Breiten numerische Modelle zu Hilfe nehmen. Eine ausführlichere Beschreibung von Ozeanmodellen wird z.B. in SCHERNECK et al. (2000) gegeben.

Durch die Massenverlagerungen im Ozean ändert sich die Auflast auf den Ozeanboden, der die visko-elastischen Eigenschaften der festen Erde hat. Die so entstehenden Deformationen reichen bis weit in die Kontinente hinein und können nach SCHERNECK (1991) unter Annahme punktförmiger Auflasten durch Green’sche Funktionen berechnet werden (FARRELL 1972). Die räumliche Auflösung der Ozeanmodelle beträgt in der Regel 0.5°. Sollen die durch Ozeanauflasten entstehenden Deformationen für Punkte in der Nähe von Küsten (< 150-200 km) angegeben werden, müssen die mit den Ozeanmodellen verwendeten Küstenlinien wegen der Singularität der Green’schen Funktionen im Aufpunkt in Küstennähe höher aufgelöst werden. Im Allgemeinen genügt dabei eine Verfeinerung von fünf Bogenminuten (SCHERNECK et al. 2002). Mit hoch aufgelösten digitalen Geländemodellen kann außerdem die Genauigkeit verbessert werden, mit der Resonanzerscheinungen in Meeresbecken nahe der Küsten beschrieben werden. Ein Beispiel dafür ist der „Gulf of Maine“, Massachusetts, der sich in der Nähe des häufig benutzten Radioteleskops in Westford befindet. Eine Beschreibung der Modellierung dieses kritischen Gebiets wird unter ftp://gere.oso.chalmers.de/pub/hgs/oload/GOM.html gegeben.

Wie in den IERS Conventions (MCCARTHY und PETIT 2003) vorgeschlagen, werden die durch Ozeangezeiten verursachten Deformationen der festen Erde üblicherweise durch Phasen und Amplituden der elf dominierenden Perioden beschrieben, die für jede geodätische Beobachtungsstation berechnet werden müssen. Entsprechend den dominierenden Perioden des Gezeitenpotentials sind damit vier halbtägliche, vier tägliche und, mit deutlich kleineren Amplituden, 14-tägige, monatliche und halbjährliche Bewegungen gegeben. Eine automatisierte Berechnung solcher Koeffizienten für beliebige Punkte der Erde wird z.B. unter http://www.oso.chalmers.se/~loading, dem „ocean tide loading provider“ angeboten. Die Größenordnung der durch Ozeanauflasten verursachten Deformationen kann sehr unterschiedlich sein. An Küsten mit großem Tidenhub, wie z.B. bei Newlyn an der südenglischen Atlantikküste, kann die vertikale Position eines Punktes an einem Tag um bis zu 12 cm variieren (BAKER et al. 1995). In HAAS und SCHERNECK (1999) werden die VLBI-Stationen angegeben, für die der Effekt am größten ist, wie z.B. Fortaleza, Brasilien, mit bis zu 7 cm täglicher Vertikalverschiebung. Eine ausführliche Modellierung des Effekts der Ozeanauflast beschreibt SCHERNECK (1991).

Atmosphärenauflast

Änderungen der Luftdruckverhältnisse haben wegen der elastischen Eigenschaften der Erdkruste großräumige Deformationen zur Folge, die vertikale Punktverschiebungen bis zu 2.5 cm und 0.8 cm in der Horizontalen mit sich bringen können (MCCARTHY und PETIT 2003). In der Regel ist der Effekt aber deutlich kleiner und nur schwer in geodätischen Beobachtungen nachzuweisen. Er tritt eher in hohen als in niedrigen Breiten (ca. zwischen 35° Nord und Süd) auf, weil es dort stärkere Stürme gibt. Meteorologische Zustände der Atmosphäre wie der Luftdruck folgen nur wenigen Regelmäßigkeiten, weshalb auch Deformationen wegen Atmosphärenauflasten vor allem episodisch auftreten. In MCCARTHY und PETIT (2003) wird von zweiwöchigen Perioden sowie jahreszeitlichen und täglichen Variationen berichtet. Eine der entscheidenden Schwierigkeiten bei der Modellierung des Effekts ist neben der genauen, großflächigen Erfassung der Luftdruckverhältnisse vor allem die bis heute nicht befriedigend beschreibbare Reaktion der Ozeane auf Luftdruckänderungen. Für eine korrekte Modellierung von Punkten näher als 300 km an Meeresküsten muss sie laut IERS Conventions berücksichtigt werden, wobei die Inkompressibilität des Wassers eine entscheidende Rolle spielt:

Die einfachste Annahme für die Reaktion der Ozeane auf Luftdruckvariationen ist die „non-inverted barometer hypothesis (NIBH)“. Dabei werden Luftdruckvariationen durch Wasser direkt, ohne horizontale Ausgleichsströmungen im Ozean als Deformationen der Ozeanböden weitergegeben. Die Hypothese trifft zu, wenn die Wasseroberfläche eines homogenen, in sich geschlossenen Wasserbeckens gleichmäßigem Luftdruck ausgesetzt ist Luftdruckanomalien über Wasser können dann mit hinreichender Genauigkeit wie über Land behandelt werden.

In den offenen Ozeanen gibt es aber in der Regel Ausgleichsbewegungen von Wassermassen von Orten hohen Luftdrucks hin zu Orten niedrigen Luftdrucks, entsprechend der „inverted barometer hypothesis (IBH)“. In idealisierten Rechenmodellen für Bewegungen von Punkten nahe der Küste kann so die Anomalie über den Ozeanen und damit auch die Deformation der Kruste zu Null gesetzt werden. In HAAS (1996, S. 32) wird dafür als Reaktion auf 1 Hektopascal (hPa) Auflast eine lokale Senkung des Meeresspiegels von ca. 1 cm abgeschätzt. Gleichzeitig weist er aber auch darauf hin, dass die tatsächliche Reaktion der Ozeane komplexer ist. Sie ist abhängig von Wassertiefe, Küstengeometrie und der Fortbewegungsgeschwindigkeit der atmosphärischen Druckgebiete. Sie kann z.B. durch Ozeanmodelle beschrieben werden, wie in THOMAS (2002) dokumentiert. Dabei wird die Reaktion der Ozeane z.B. als isostatische Kompensation modelliert, bei der horizontale Luftdruckgradienten Ausgleichsbewegungen, d.h. Strömungen in den Ozeanen hervorrufen. Diese dynamische Komponente wird bei Verwendung eines einfachen IBH-Ansatzes in Ozeanmodellen meist vernachlässigt, was sich vor allem bei schnellen Luftdruckvariationen als nicht zutreffend erweist. In THOMAS (2002, S. 24f) wird davon ausgegangen, dass das Verhalten der Ozeane in der Regel für längere Zeiträume mit IBH gut beschrieben werden kann. Auch die IERS Conventions 2003 (MCCARTHY und PETIT 2003) bestätigen diese Auffassung, als entsprechende Periodenbereiche werden mehreren Tage bis Jahre genannt. Weiterführende Erläuterungen werden z.B. in WUNSCH und STAMMER (1997) gegeben.

Erste Berechnungen, bei denen Deformationen direkt mit Green’schen Funktionen und Daten globaler Druckmodelle berechnet wurden, sind z.B. in VAN DAM und WAHR (1987) dokumentiert. Eine Vereinfachung der Beschreibung mit Green’schen Funktionen wird mit der Abschätzung nach RABBEL und ZSCHAU (1985) gegeben, die auch noch in den aktuellen IERS Conventions 2003 (MCCARTHY und PETIT 2003) vorgeschlagen wird:

$$\Delta r = (-0.55\,\Delta\tilde{p} - 0.35\,\Delta p_{local}) \quad . \qquad (2\text{-}16)$$

Die radiale Komponente von Punktbewegungen Δr [mm] ist dabei abhängig von der lokalen Luftdruckanomalie Δp_{local} [hPa] und der in einem Umkreis von 2000 km gemittelten Luftdruckanomalie $\Delta\tilde{p}$ [hPa]. Wichtig ist hierbei die schwierige Definition eines Referenzdrucks, auf den sich die Anomalien beziehen. Da häufig keine großflächigen Registrierungen des Luftdrucks vorliegen, wird das in (2-16) angegebene Modell in vielen Arbeiten noch einmal wie folgt vereinfacht:

$$\Delta r = \alpha\,\Delta p_{local} \quad . \qquad (2\text{-}17)$$

Hier hängt die Höhenänderung Δr in mm nur mehr von einer lokalen Luftdruckanomalie Δp_{local} und einem stationsspezifischen Koeffizienten α (z.B. mit der Einheit mm pro hPa) ab. Da der lokale Luftdruck z.B. durch meteorologische Sensoren geodätisch genutzter VLBI-Teleskope automatisch erfasst wird, ist diese Näherung des Effekts in der Geodäsie bzw. in der geodätischen VLBI sehr beliebt. Für wichtige VLBI-Stationen wurden die Koeffizienten α z.B. von MANABE et al. (1991) aus Atmosphärenmodellen, jeweils unter Annahme der IBH und der NIBH, abgeleitet. Schätzungen der Koeffizienten α aus VLBI- und GPS-Beobachtungen werden z.B. in HAAS et al. (1997a) dokumentiert und miteinander verglichen.

Thermische Deformation

Fast alle für die geodätische VLBI benutzten Radioteleskope stehen im Freien und sind täglichen, jahreszeitlichen und weiteren, unregelmäßigen Schwankungen der Umgebungstemperatur ausgesetzt, nur einzelne Teleskope werden von dünnen Radomen geschützt. Je nach Bauart und Materialzusammensetzung reagieren sie darauf unterschiedlich stark und schnell mit Deformationen, wobei die vorherrschenden Materialien Beton und Stahl diesbezüglich sehr ähnliche Eigenschaften haben. Simultane Messungen der Temperatur und lokale Vermessungen der Teleskope ergaben zeitliche Verzögerungen der Ausdehnungsreaktion auf Temperaturveränderungen zwischen 2 Stunden für eine Stahlkonstruktion (NOTHNAGEL et al. 1995) und 6 Stunden für ein vorwiegend aus Beton bestehendes Bauwerk (ELGERED und CARLSSON 1995). Die vertikale Lage des Referenzpunktes kann so

nach HAAS (1996, S. 36) um bis zu 1.5 cm im Laufe eines Jahres und 0.5 cm während eines Tages variieren. Wie schon der zuvor beschriebene Effekt der atmosphärischen Auflast, ist auch dieser Effekt in der Regel nur schwer in geodätischen Beobachtungen nachzuweisen.

Das in den Conventions 2003 (MCCARTHY und PETIT 2003) vorgeschlagene Modell entspricht dem in HAAS et al. (1999) beschriebenen. Es berücksichtigt nicht nur die Höhe und das Material der Teleskope, sondern differenziert auch nach der jeweiligen Größe und dem Material der einzelnen Bauteile der Antennen und dem Fundament. Das Ergebnis des Modells ist nicht einfach eine Korrektur der Höhenkomponente, sondern des Laufzeitunterschieds unter Berücksichtigung der Elevation. Für eines der größten VLBI-Teleskope in Effelsberg (Deutschland) mit ca. 100 m Durchmesser berechnet sich der Einfluss für eine Beobachtung unter 5° Elevation bei 10° C Temperaturunterschied zu 15 Pikosekunden (ps), was ungefähr 0.5 cm entspricht. Die für die Berechnung des Effekts notwendige Kenntnis der Materialien und Dimensionen der Bauteile fast aller VLBI-Teleskope sind auf der Homepage des „IVS Analysis Coordinators“ zu finden (http://miro.geod.uni-bonn.de/vlbi/IVS-AC/data/thermal.html).

Wie der Referenzdruck bei dem Effekt der Atmosphärenauflast spielt hierbei eine zu definierende Referenztemperatur eine entscheidende Rolle. In SCHERNECK et al. (2002) wird die üblicherweise bei der Konstruktion von Gebäuden verwendete Referenztemperatur von 20° C vorgeschlagen, was allerdings für die meisten Teleskope einen Versatz ihrer Höhenkoordinate bedeuten würde. Die Beantwortung dieser Frage ist noch offen. Das Modell in MCCARTHY und PETIT (2003) umfasst in seiner momentanen Form fast alle häufig benutzen Teleskopkonstruktionen. Eine Beschreibung des Effekts für alle anderen Teleskope, insbesondere denen in Richmond (Florida), Gilmore Creek (Alaska) und Hobart (Australien), wird von SKURIKHINA (2002) gegeben.

Bei dem VLBI-Teleskop in Wettzell (Bayerischer Wald) und dem mit einem Radom versehenen Teleskop in Onsala (Schweden) wird zusätzlich zu den üblichen Registrierungen der Meteorologie in der Umgebung der Teleskope auch die Temperatur in den Bauwerken gemessen. Zusammen mit dort ständig durchgeführten, hoch genauen Messungen der Höhenkomponenten der Teleskopbauwerke mit Invardrähten könnten so einige offene Fragen zur thermischen Deformation von VLBI-Bauwerken beantwortet werden (SCHERNECK et al. 2002). Erste Auswertungen der Daten wurden von ZERNECKE (1999) vorgenommen. Endgültige, detaillierte Ergebnisse stehen aber noch aus. Eine der noch nicht beantworteten Fragen in diesem Zusammenhang ist die mit direkter Sonneneinstrahlung verbundene Deformation der Bauwerke. Sie ist nur sehr schlecht erfassbar und kann sich u.U. nur für kurze Zeiträume auf einzelne Teile des Teleskops auswirken.

Postglaziale Hebung

Postglaziale Hebungen sind großflächige Bewegungen der Erdkruste in Gebieten, in denen in einer der letzten Eiszeiten das Gewicht großer Gletscher Deformationen hervorgerufen hat. Das Abschmelzen der Eiskappen z.B. im späten Pleistozän vor ca. 14000-8000 Jahren führte aber auch zu einem Anstieg des Meeresspiegels um ca. 120-130 m (CLARK und MIX 2002), wodurch die kontinentale Kruste an den Küsten wiederum absinkt. Nach SCHERNECK et al. (2002) können vertikale Bewegungen in Zentren pleistozäner Eisfelder bis zu 10 mm pro Jahr betragen. Horizontale Bewegungen gehen nicht über 2 mm pro Jahr hinaus. Ausgeprägte postglaziale Deformationen treten vor allem in Fennoskandien und Kanada mit räumlichen Ausdehnungen von 500 bis 2000 km auf.

Die Deformationen der visko-elastischen Erde werden in Modellen beschrieben, die die Rückkopplungen zwischen der Klimaentwicklung, den Änderungen der Küstenlinien und den Dimensionen der Gletscherfelder über viele hunderttausend Jahre hinweg berücksichtigen. Dabei wird die Dauer der Entspannungsbewegung vor allem durch die rheologischen Eigenschaften des Erdmantels bestimmt, die Amplitude der Bewegung durch den lokalen, zeitlichen Verlauf der Dicke der Eisschichten (MITROVICA und PELTIER 1991, PELTIER 1994).

Heutzutage werden durch postglaziale Hebungen verursachte Höhenänderungen geodätischer Beobachtungsstationen, mit denen terrestrische Referenzsysteme realisiert werden, in der Regel durch das Ansetzen dreidimensionaler Geschwindigkeitsvektoren mitbestimmt (z.B. ALTAMIMI 2002). Deshalb ist in den aktuellen IERS Conventions 2003 (MCCARTHY und PETIT 2003), anders als bei älteren Conventions, auch kein Modell für postglaziale Hebungen mehr vorgesehen.

Polgezeiten

Mit der in Abschnitt 2.1.2 beschriebenen Bewegung des CEP bezüglich der festen Erde (Polbewegung) verändert sich die Richtung der Zentrifugalbeschleunigung. Dadurch ausgelöste Rotationsdeformationen (Polgezeiten)

haben somit wie die Polkoordinaten vor allem Variationen mit einer ungefähr 435-tägigen und einer jährlichen Periode zur Folge. Die quasi-säkularen Anteile der Rotationsdeformation sollen als Teil der Stationsgeschwindigkeiten erkennbar bleiben, weshalb nur der periodische Anteil korrigiert werden soll: In MCCARTHY und PETIT (2003) wird vorgeschlagen, für die Berechnung der Korrekturen Polkoordinaten zu verwenden, von denen entweder eine lineare Drift oder jeweils Mittelwerte mehrerer Jahre abzuziehen sind. Leider werden in den Conventions aber keine eindeutigen Algorithmen bzw. numerischen Werte gegeben. Die zu berücksichtigenden Variationen des Rotationspols von maximal 800 mas rufen radiale Punktverschiebungen von maximal 25 mm hervor. Horizontale Deformationen gehen nicht über 7 mm hinaus. Variationen der Rotationsgeschwindigkeit, dem Betrag der Zentrifugalbeschleunigung, bringen keine messbaren Deformationen mit sich (MCCARTHY und PETIT 2003).

Sonstige Effekte

Neben den bereits beschriebenen Ursachen für Stationsbewegungen gibt es einige weitere Effekte, die meist sehr unregelmäßig auftreten und deshalb schwierig zu modellieren oder schlecht zu erfassen sind. Sie sind oft von unerheblicher Größenordnung bzw. in Beobachtungen globaler geodätischer Beobachtungsverfahren nicht signifikant zu erkennen, weshalb der Beschreibung dieser Phänomenen in der Regel nicht viel Aufmerksamkeit geschenkt wird. Da manche von ihnen in einzelnen Ausnahmefällen aber Positionsänderungen um viele Zentimeter in kürzester Zeit hervorrufen, können sie die Modellierung geodätischer Beobachtungen leicht verfälschen.

Sehr große Auswirkungen auf Stationspositionen und -geschwindigkeiten haben oft starke Erdbeben. Neben Sprüngen können zumindest für einen begrenzten Zeitraum nach einem Beben nichtlineare Bewegungen auftreten, die von langfristigen Mittelwerten deutlich abweichen. Eindrucksvoll dokumentiert wurde das an den zwei Beben vom 23. Juni und 7. Juli 2001 der Stärke 8.4 bzw. 7.6, die sich an der Grenze zwischen der Nazca- und der Südamerika-Platte ereigneten. In KANIUTH et al. (2002) sind Untersuchungen der Bewegung der geodätischen Beobachtungsstation Arequipa (Peru) vor, zwischen und nach den Beben dokumentiert: Bis zu dem Beben wurde die Bewegung der Station stabil mit ca. 2 cm pro Jahr in Richtung Nord-Ost bestimmt. Direkt nach dem ersten Beben vom 23. Juni 2001 wurde eine plötzliche Verschiebung der Station um 52.0 cm in Richtung Süd-West (SW) gemessen. Zwischen den beiden Beben bewegte sich die Station im Mittel um 1.8 mm pro Tag nach SW. Das Beben vom 7. Juli 2001 erzeugte wiederum einen Sprung in Richtung SW, diesmal um 4.3 cm. Nach dem zweiten Beben wurden wiederum vom langfristigen Mittelwert abweichende Bewegungen festgestellt, nun um durchschnittlich 1.0 mm pro Tag nach SW. Die Ergebnisse wurden vor allem aus kontinuierlichen GPS-Registrierungen gewonnen und durch Lösungen simultaner SLR-Beobachtungen bestätigt.

In SCHERNECK et al. (2002) wird berichtet, dass die Dynamik des Wasserhaushalts in den Kontinenten vor allem jahreszeitliche Höhenbewegungen von 1 cm und mehr verursachen kann (siehe dazu auch VAN DAM et al. 2001 und SCHUH et al. 2004). Ähnliches wird z.B. in DILL (2002, S. 53) für Deformationen durch Schneeauflasten angegeben. Demnach kann eine großflächige Schneehöhe von 1 m zu radialen Deformationen von 4 mm führen.

Lokale Höhenbewegungen von mehreren Millimetern pro Jahr werden auch z.B. von dem VLBI-Teleskop in Medicina bei Bologna beobachtet. GUEGUEN und SCHERNECK (2002) führen dies auf mehrere Ursachen zurück: Das Grundwasser in der Region soll durch Abpumpen stark abgenommen haben, was zu einer Setzungsbewegung führt. Zusätzlich steht das Teleskop in einer Deformationszone zwischen dem Apennin und der Adria-Region und ist so weiteren Höhenbewegungen ausgesetzt.

2.1.4 Weitere Einflüsse auf VLBI-Beobachtungen

Der Einfluss der troposphärischen Refraktion auf VLBI-Beobachtungen ist, wie in NOTHNAGEL (2000) ausführlich erläutert, schwierig zu modellieren. Von ihm ist einer der größten Teile des Fehlerhaushalts von VLBI-Lösungen zu erwarten, weshalb er im Folgenden detailliert beschrieben wird. Auch der Einfluss der Ionosphäre auf VLBI-Beobachtungen kann groß sein. Wegen der dispersiven Eigenschaften dieses Teils der Atmosphäre ist der Effekt durch Beobachtung auf zwei Frequenzen aber gut zu modellieren und wird nur kurz erläutert.

VLBI-Beobachtungen sind eng mit dem Verhalten der Uhren der Teleskope verknüpft. Wegen der damit verbundenen, fundamentalen Bedeutung der Uhren für die hohe Stabilität der Maßstabsdefinition des Verfahrens, wird im Folgenden auch darauf eingegangen. Zusätzlich werden die Prinzipien der Kabel- und Phasenkalibrierung angedeutet, die wichtige technisch-instrumentelle Einflüsse auf VLBI-Beobachtungen erfassen.

Schließlich wird ein kurzer Einblick in die relativistische Modellierung von VLBI-Beobachtungen gegeben, da vernachlässigte relativistische Effekte einzelne VLBI-Beobachtungen stark verfälscht erscheinen lassen. Ein Teil der relativistischen Einflüsse ist aber ähnlich einem Datum vor allem Konvention, der bei inkonsistenter Verwendung systematisch wirken kann.

Troposphärische Refraktion

Die Troposphäre ist die unterste Schicht der Atmosphäre und der Bereich der Wettervorgänge. Obwohl sie in den Polregionen nur bis 9 km und am Äquator bis 16 km über die Erdoberfläche reicht, beinhaltet sie beinahe 90% der sich in der Atmosphäre befindenden Masse.

Die Signalausbreitung der von Radioquellen ausgesendeten Mikrowellensignale wird auf dem Weg durch die Troposphäre verändert. Unter dem Begriff Refraktion zusammengefasste Auswirkungen auf VLBI-Beobachtungen sind aus verschiedenen Gründen besonders schwierig zu modellieren. ELGERED et al. (2002) fassen die Verlängerung der Laufzeit Δt eines Signals zu einem Teleskop durch die Atmosphäre wie folgt zusammen:

$$\Delta t = \int_S \frac{1}{v} ds - \int_G \frac{1}{c} ds \,. \qquad (2\text{-}18)$$

Dabei steht S für den tatsächlichen Signalweg und G für den Weg ohne den Einfluss der Atmosphäre, c ist die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum. Die Ausbreitungsgeschwindigkeit des Signals v ist hier identisch mit der Gruppengeschwindigkeit und der Phasengeschwindigkeit, weil der Einfluss der Troposphäre auf Mikrowellen nicht frequenzabhängig (dispersiv) ist. Eine Multiplikation mit der Lichtgeschwindigkeit und eine Umformung ergibt den Unterschied Δl der tatsächlichen Strecke zu der in Vakuum:

$$\Delta l = \int_S ds - \int_G ds + \int_S \frac{c}{v} ds - \int_S ds \quad \text{, und daraus mit dem Brechungsindex} \quad n = \frac{c}{v}$$

$$\Delta l = (S - G) + \int_S (n - 1) ds \,. \qquad (2\text{-}19)$$

Der erste Term, der Unterschied zwischen dem tatsächlichen Signalweg S und dem Weg ohne die Atmosphäre G, modelliert die Krümmung des Strahls. Elektromagnetische Wellen werden beim Übergang von einem weniger dichten in ein dichteres Medium zum Lot des dichteren Mediums hin gebrochen. Dadurch ist der Signalweg nicht der kürzeste, aber der schnellste Weg. Im Falle des Signalwegs einer Beobachtung durch eine horizontal geschichtete Atmosphäre ist dieser Term im Zenit Null und nimmt für niedrige Elevationen zu. Unter 10° Elevation beträgt er zwar erst 3 cm (ELGERED et al. 2002), bei 5° Elevation ist der Einfluss aber schon 10 cm (NOTHNAGEL 2000, S. 12). Der „Krümmungs-Term“ wird meist bei der später erläuterten Beschreibung der Elevationsabhängigkeit der Refraktionseffekte mit erfasst (siehe (2-26)) und deshalb hier nicht mehr gesondert beschrieben.

Der zweite Term modelliert eine Verringerung der Ausbreitungsgeschwindigkeit, die nach ELGERED et al. (2002) für eine Beobachtung in einem Punkt auf dem Geoid einer Verlängerung des Strahlwegs in Zenitrichtung zwischen 2.3 und 2.7 m entspricht. Da der Brechungsindex nahe der Erdoberfläche ca. n = 1.0003 beträgt und mit zunehmender Höhe gegen 1 konvergiert, wird er zur einfacheren Handhabung üblicherweise durch die Refraktionszahl (Brechzahl) $N = 10^6 (n - 1)$ dargestellt. Bei bekanntem Zustand der Atmosphäre ist N gut mit einer z.B. in CRANE (1976) entwickelten Formel zu beschreiben, die oft wie folgt vereinfacht verwendet wird:

$$N = k_1 \frac{P_d}{T} + k_2 \frac{e}{T} + k_3 \frac{e}{T^2} \,. \qquad (2\text{-}20)$$

Hierbei ist T die Temperatur in Kelvin (K), P_d der Partialdruck der trockenen Bestandteile der Luft und e der Partialdruck des Wasserdampfes, jeweils in hPa. Die Koeffizienten

$$k_1 = 77.69 \left[\frac{K}{hPa}\right], \qquad k_2 = 70.4 \left[\frac{K}{hPa}\right] \qquad \text{und} \qquad k_3 = 373900 \left[\frac{K^2}{hPa}\right]$$

werden empirisch aus Laborexperimenten ermittelt. Genauere Beschreibungen der Koeffizienten sind z.B. in BEVIS et al. (1994) und RÜEGER (1999) zu finden.

Zur Berechnung des Integrals über die Refraktionszahlen N entlang des Strahlwegs (zweiter Teil der Gleichung (2-19)), kann der Einfluss entsprechend Gleichung (2-20) durch einen trockenen („dry“) Anteil Δl_d, und einen feuchten („wet“) Anteil $\Delta l_{w'}$ beschrieben werden:

$$\int_S (n-1)ds = 10^{-6} \int_S N ds = \Delta l_d + \Delta l_{w'} \quad . \qquad (2\text{-}21)$$

Die Bestimmung der Brechzahl mit Gleichung (2-20) ist wegen ihrer Abhängigkeit von dem durch den trockenen Anteil der Luft verursachten Druck P_d in der Regel allerdings ungenau, da eine direkte Messung von P_d nicht möglich ist. Stattdessen verwendete Barometermessungen erfassen den gesamten Luftdruck und können nicht zwischen dem trockenen und dem feuchten Anteil unterscheiden (NOTHNAGEL 2000, S.14). Deshalb wird z.B. in DAVIS et al. (1985) ein Ansatz beschrieben, für den der gesamte Luftdruck verwendet werden kann. Ähnlich (2-20) lässt sich demnach die Brechzahl N mit der Temperatur T, dem Partialdruck des Wasserdampfes e und dem gesamten Luftdruck P wie folgt angeben:

$$N = k_1' \frac{P}{T} + k_2' \frac{e}{T} + k_3 \frac{e}{T^2} \quad . \qquad (2\text{-}22)$$

Entsprechend (2-21) wird mit dem vom gesamten Luftdruck abhängenden ersten Term der hydrostatische Anteil Δl_h der Verringerung der Ausbreitungsgeschwindigkeit modelliert, die beiden anderen den feuchten Anteil Δl_w (Anmerkung: Es ist zu beachten, dass Δl_w hier nicht mit dem in der Gleichung (2-21) verwendeten $\Delta l_{w'}$ identisch ist):

$$\int_S (n-1)ds = 10^{-6} \int_S N ds = \Delta l_h + \Delta l_w \qquad (2\text{-}23)$$

Dabei kann Δl_h nach ELGERED et al. (2002) mit der in DAVIS et al. (1985) gegebenen Gleichung (2-24) wie folgt auf 1 mm genau prädiziert werden, wenn der gesamte Luftdruck auf der Erdoberfläche P_0 mit einer Genauigkeit von 0.3 hPa bekannt ist:

$$\Delta l_h = 0.0022768 \frac{P_0}{1 - 0.00266 \cos 2\varphi - 0.00028\, H} \quad . \qquad (2\text{-}24)$$

Der Nenner modelliert den Einfluss der Gravitationsbeschleunigung auf das Integral des Luftdrucks in Abhängigkeit von der Breite φ und der ellipsoidischen Höhe H [km]. Nach NOTHNAGEL (2000, S. 16) ist der verbleibende feuchte Anteil Δl_w in Zenitrichtung sehr viel schwieriger zu bestimmen. Z.B. in der von ELGERED et al. (2002) angegebenen Formel

$$\Delta l_w = 24 \cdot 10^{-6} \int_S \frac{e}{T} ds + 0.3754 \int_S \frac{e}{T^2} ds \qquad (2\text{-}25)$$

ist vor allem das Integral des Partialdrucks des Wasserdampfs unsicher, das nicht genau genug durch einfache Modelle, wie z.B. einen höhenabhängigen Gradienten, beschrieben werden kann. Die Verteilung des Wasserdampfs ist sowohl räumlich als auch zeitlich sehr großen Schwankungen unterworfen.

Wie bereits erwähnt, beträgt der hydrostatische Anteil in Zenitrichtung Δl_h ca. 2.3 m, der feuchte Anteil Δl_w kann in Zenitrichtung zwischen 0 und 0.4 m für kalte und trockene Verhältnisse über den Polen, bzw. der warmen und feuchten Atmosphäre der Äquatorregion erreichen. HERRING (1992) schätzt die Genauigkeit von Prädiktio-

nen, die von dem meteorologischen Zustand auf der Erdoberfläche auf den in der gesamten Troposphäre schließen, mit 2 bis 3 cm ab.

Die bis jetzt erläuterte Modellierung des troposphärischen Einflusses erfasst nur Beobachtungen im Zenit („Zenit-Delay“). Der Einfluss kann sich nach CHEN und HERRING (1997) für Beobachtungen bei 5° Elevation auf bis zu 25 m für Mikrowellen vergrößern. Zur Projektion des Zenit-Delays in andere Elevationswinkel ε wird eine Mapping-Funktion $m(\varepsilon)$ verwendet, die als elevationsabhängige Maßstabsfunktion interpretiert werden kann:

$$m(\varepsilon) = \frac{\Delta l(\varepsilon)}{\Delta l(90°)} \qquad \text{und damit:} \qquad \Delta l(\varepsilon) = m(\varepsilon) \cdot \Delta l(90°) \quad . \qquad \textit{(2-26)}$$

Eine der ersten Mapping-Funktionen ist in MARINI (1972) beschrieben, bei der eine angenommene horizontale Schichtung der Atmosphäre mit fortgesetzten Brüchen folgender Art beschrieben wurde:

$$m(\varepsilon) = \cfrac{1}{\sin(\varepsilon) + \cfrac{a}{\sin(\varepsilon) + \cfrac{b}{\sin(\varepsilon) + c}}} \quad . \qquad \textit{(2-27)}$$

Damals entwickelte Ansätze waren allerdings nur für Beobachtungen vergleichsweise hoher Elevation geeignet, unter 10° muss mit bis zu 20 cm Fehler gerechnet werden. Modernere Mapping-Funktionen, wie z.B. in HERRING (1992) gegeben, verwendeten anstatt der 1 im Zähler der Formel (2-27) Terme wie $1 + a \cdot (1 + b \cdot (1 + c)^{-1})^{-1})^{-1}$. Um die Genauigkeit geodätischer Beobachtungsverfahren auszunutzen, wird heutzutage mit getrennten Mapping-Funktionen für den hydrostatischen und den feuchten Anteil gearbeitet. Sie werden üblicherweise durch Analyse von Atmosphärenprofilen gewonnen, die mit Radiosonden gemessen wurden. Untersuchte Parameter sind z.B. die meteorologischen Verhältnisse am Boden, Breite der Station oder Jahreszeit. Vor allem neuere Mapping-Funktionen wie z.B. in NIELL (1996) dokumentiert werden dadurch robuster, indem sie auf meteorologische Messungen am Boden verzichten, die bei Extremwerten nur schlechte Rückschlüsse auf den Zustand höherer Atmosphärenschichten zulassen. Ausführliche Beschreibungen verschiedener Mapping-Funktionen werden in NOTHNAGEL (2000, S. 17ff) und SOVERS et al. (1998, S. 59f) gegeben.

In weiteren Arbeiten, wie z.B. NIELL (2000), werden Untersuchungen beschrieben, bei denen die Mapping-Funktionen durch gemessene, meteorologische Modelle der gesamten Atmosphäre verfeinert wurden. Somit kann der tatsächliche Zustand der Atmosphäre zum Zeitpunkt der Beobachtung deutlich besser beschrieben werden. In NIELL (2001) wird von ersten Ergebnissen berichtet, die darauf hindeuten, dass VLBI-Ergebnisse dadurch zwar verbessert werden können, nicht aber im erwarteten Maße, was auf weitere Modellierungsdefizite schließen lässt.

Da der feuchte Teil der Troposphäre sich wie bereits erwähnt nur sehr schlecht prädizieren lässt, wird in der Regel bei der Auswertung von VLBI-Sessions im Rahmen der Parameterschätzung versucht, ihn vollständig mitzubestimmen. Die Mapping-Funktionen für den hydrostatischen und den feuchten Anteil unterscheiden sich aber meist nur sehr wenig, weshalb ein solcher unbekannter Parameter Anteile beider Einflüsse aufnimmt. Die Modellierung des durch Kugelschalen genäherten troposphärischen Einflusses wird in heutigen VLBI-Lösungen entsprechend HERRING (1992) oder BÖHM et al. (2003) wie folgt beschrieben:

$$\Delta l(\varepsilon) = \Delta l_h \cdot m_h(\varepsilon) + \Delta l_w \cdot m_w(\varepsilon) \quad . \qquad \textit{(2-28)}$$

Dabei werden der hydrostatische Zenit-Delay Δl_h und die Mapping-Funktion für den hydrostatischen Anteil $m_h(\varepsilon)$ bzw. für den feuchten Anteil $m_w(\varepsilon)$ als bekannt angenommen, nur der Zenit-Delay des feuchten Anteils Δl_w wird geschätzt.

Der Zenit-Delay verändert sich zusammen mit dem Zustand der Atmosphäre bereits über die Dauer einer VLBI-Session im Dezimeterbereich. Deshalb wird er üblicherweise als eine stückweise stetige Funktion geschätzt (z.B. MA et al. 1989). In der VLBI-Software OCCAM wird der Wert der zum Zeitpunkt t_0 beginnenden Funktion $\Delta l(t)$ zu einem Zeitpunkt t, der innerhalb der n-ten Rate liegt, wie folgt formuliert (TITOV et al. 2001):

$$\Delta l(t) = \Delta l_{Offset} + \Delta l_{Rate\,1}(t_1 - t_0) + \Delta l_{Rate\,2}(t_2 - t_1) + \ldots + \Delta l_{Rate\,n}(t - t_{n-1}) \quad . \qquad (2\text{-}29)$$

Die Raten repräsentieren in der Regel eine Zeitspanne zwischen 20 Minuten und 2 Stunden; bei einer Intervalllänge von weniger als einer Stunde muss aber davon ausgegangen werden, dass die Parameter wegen einer ungünstigen geometrischen Verteilung der beobachteten Quellen gelegentlich sehr schlecht bestimmt sind. Einem solchen „Auseinanderfallen" des Gleichungssystems, das sich z.B. durch das Auftreten hoher Abhängigkeiten zwischen Parametern zeigt, wird durch Pseudobeobachtungen („Constraints") der Raten mit dem Parameterwert Null und einem kleinen Gewicht entgegengewirkt. Ist das Normalgleichungselement dieses Parameters z.B. aus zuvor genannten Gründen schwach, bleibt so das Gleichungssystem stabil. Der geschätzte Wert der Rate ist aber in der Regel dem Betrag nach ein wenig zu klein und somit in seiner physikalischen Bedeutung als Änderung des Zenit-Delays leicht verfälscht. Das Ansetzen der Pseudobeobachtungen ist außerdem für eine teilweise Automatisierung der VLBI-Auswertung von großem Vorteil, da so einzelne Intervalle ohne Beobachtungen in einer Lösung keine Singularitäten hervorrufen. Auch diese Thematik wird ausführlich in NOTHNAGEL (2000, S. 40ff) diskutiert.

Die troposphärische Refraktion ist aber nicht nur elevations- und zeitabhängig, sondern auch nicht immer in alle topozentrisch-azimutale Richtungen gleich. Beobachtungen von Stationen mittlerer Breite in Nord-Süd-Richtung können sogar systematisch durch azimutale troposphärische Gradienten beeinflusst werden.

In CHEN und HERRING (1997) wurde der aus gemessenen, globalen meteorologischen Modellen abgeleitete Einfluss der Troposphäre auf VLBI-Beobachtungen untersucht. Unter Annahme azimutaler Kugelsymmetrie des Einflusses der Troposphäre werden danach Beobachtungen von Stationen mittlerer Breite im Azimut 0° unter einer Elevation von 10° um bis zu 1.4 cm systematisch verfälscht. Dabei ist zu beachten, dass tägliche Schwankungen bis zu 1 cm um einen solchen Mittelwert auftreten, nach CHEN und HERRING (1997) kann der Effekt für Beobachtungen unter 10° Elevation sogar bis zu 3 cm betragen. Laut SOVERS et al. (1998, S. 61) entspricht dieser Effekt systematischen Nord-Süd-Gradienten der Atmosphäre für Temperatur, Druck und Luftfeuchte. In Ost-West-Richtung treten Gradienten in der Regel nur kurzfristig durch sich bewegende Wettersysteme auf, weshalb ihr Mittelwert üblicherweise Null ist. Ihre Variabilität ist vergleichbar mit der von Nord-Süd-Gradienten.

Zu azimutalen troposphärischen Gradienten können nur sehr wenige, allgemein gültige Aussagen getroffen werden, weshalb sie bis jetzt in der Regel nicht a priori modelliert, sondern nur bei der Parameterbestimmung als Unbekannte angesetzt werden. Dafür kann der in CHEN und HERRING (1997) gegebene Zusammenhang dienen, oder vereinfacht folgender z.B. in DAVIS et al. (1993) oder MACMILLAN (1995) verwendete Ansatz:

$$\Delta l_{Az}(\varepsilon, \alpha) = m(\varepsilon) \cdot \cot(\varepsilon) \cdot [G_{North} \cos\alpha + G_{East} \sin\alpha] \quad . \qquad (2\text{-}30)$$

Nach NOTHNAGEL (2000, S. 17) wird hierbei der Einfluss einer Beobachtung unter beliebiger Elevation mit einer Mapping-Funktion $m(\varepsilon)$ entsprechend (2-26) in den Einfluss in Zenitrichtung umgerechnet. Mit dem Faktor $\cot(\varepsilon)$ wird der Anstieg der horizontalen Änderung der Refraktionszahl mit abnehmender Elevation erfasst. Die Faktoren G_{North} und G_{East} [mm] sind die Integrale über die Gradienten in Nord-Süd-Richtung bzw. Ost-West-Richtung, die mit $\cos\alpha$ bzw. $\sin\alpha$ vom Azimut 0° in die tatsächliche Beobachtungsrichtung projiziert werden. Ein Wert G_{North} = 1 mm (im Azimut 0°) entspricht bei 10° Elevation einer Laufzeitverzögerung von 33 mm.

Schätzungen von Gradienten, bei denen G_{North} und G_{East} als unbekannte Parameter eingeführt werden, decken sich z.B. nach CHEN und HERRING (1997) meistens gut mit Werten, die aus gemessenen meteorologischen Modellen abgeleitet wurden. In vielen Arbeiten, wie z.B. MACMILLAN und MA (1997), wird beschrieben, dass vor allem Lösungen, die Beobachtungen bis zu einer Elevation von 7° und tiefer verwenden, dadurch stabilisiert werden können. Lösungen mit bzw. ohne Schätzung troposphärischer Gradienten können sich auch systematisch voneinander unterscheiden. Nach MACMILLAN und MA (1997) werden durch das Mitschätzen der Gradienten systematische Fehler in VLBI-Zielparametern behoben: Positionen von Radioquellen unterscheiden sich in der Nähe des Äquators - abnehmend zu polnahen Quellen hin - um bis zu 0.5 mas, das Stationsnetz kann z.B. eine Änderung des Maßstabs um bis zu 0.7 ppb erfahren.

Wie die zuvor erwähnte stückweise stetige Funktion zur Modellierung des Zenit-Delays werden auch die unbekannten Parameter G_{North} und G_{East} in der Regel jeweils mit einer Pseudobeobachtung des Parameterwerts Null und einem bestimmten Gewicht versehen, wodurch auch die Schätzwerte der Gradienten leicht verfälscht werden. Vor allem die Gradienten in Nord-Süd-Richtung, die oft im Mittel von Null abweichen, können dadurch sogar

systematisch verfälscht werden. Da Schätzungen azimutaler Gradienten in VLBI-Lösungen besonders empfindlich auf eine schwache Beobachtungsgeometrie sind, lässt sich die Verwendung solcher Pseudobeobachtungen nicht endgültig vermeiden.

Auch azimutale Gradienten können sich während einer VLBI-Session deutlich verändern (z.B. CHEN und HERRING 1997). Deshalb werden sie bei manchen VLBI-Auswertungen als stückweise stetige Funktion geschätzt, deren Raten oft Gültigkeitsbereiche von sechs Stunden haben (siehe hierzu auch (2-29)). Die Auswirkungen auf die Stabilität von VLBI-Lösungen, Abhängigkeiten solcher gelösten Parameter und ihre physikalische Interpretierbarkeit sind vor allem wegen der großen Inhomogenität des VLBI-Beobachtungsmaterials nicht geklärt.

Zur Verfeinerung der bislang verwendeten Ansätze zur Modellierung azimutaler troposphärischer Gradienten schlägt NIELL (2002) eine Strategie vor, bei der entsprechend der Modellierung des elevationsabhängigen Effekts der Troposphäre zwischen einem hydrostatischen Anteil und einem feuchten Anteil unterschieden wird. Der hydrostatische Anteil der Gradientenfunktion soll dabei aus gemessenen, globalen meteorologischen Modellen abgeleitet werden. Der restliche zu schätzende Anteil soll durch eine speziell den feuchten Anteil beschreibende Gradientenfunktion besser bestimmbar sein.

In BÖHM und SCHUH (2002) sind Bemühungen beschrieben, den troposphärischen Einfluss auf VLBI-Beobachtungen als Koeffizienten einer Kugelfunktionsentwicklung anstatt einfacher elevations- und azimutabhängiger Funktionen zu formulieren. Mit den bislang durchgeführten Untersuchungen konnten VLBI-Lösungen aber noch nicht signifikant verbessert werden.

Ionosphäre

Die Ionosphäre ist die Schicht der Atmosphäre, in der sich freie Ladungsträger (negativ geladene Elektronen und positive Ionen) befinden. Sie erstreckt sich zwischen 50 und 1500 km über der Erdoberfläche, darunter ist die Atmosphäre elektrisch neutral. Die freien Ladungsträger entstehen durch die ultraviolette Strahlung der Sonne, der Grad der Ionisierung hängt von der Intensität der Strahlung und der Dichte der bestrahlten atmosphärischen Gase ab. Im Bereich zwischen 200 und 450 km über der Erdoberfläche ist die Ionisierung maximal.

Wird der Einfluss der Ionosphäre auf VLBI-Beobachtungen nicht modelliert, können nach LOHMAR (1985, S. 103) in VLBI-Lösungen bestimmte Basislinienlängen bis zu einigen zehn cm verfälscht werden. Im Gegensatz zur Troposphäre wirkt die Ionosphäre auf Mikrowellen dispersiv, d.h. ihr Einfluss auf sie durchquerende Mikrowellen ist frequenzabhängig. Der in der Ionosphäre für VLBI-Beobachtungen geltende Gruppenbrechungsindex n_{gr} berechnet sich mit einer Konstante $K = 40.28\ m^3s^{-2}$ in Abhängigkeit von der Frequenz des Signals f und der Anzahl der Elektronen pro m^3 entlang des Strahlwegs (Elektronendichte N_e) mit:

$$n_{gr} = 1 + K\frac{N_e}{f^2} \quad . \qquad (2\text{-}31)$$

Diese üblicherweise zur Berechnung des Gruppenbrechungsindex verwendete Formel (z.B. LOHMAR 1985, S. 12) enthält nur die Terme nullter und erster Ordnung der Reihenentwicklung eines z.B. in WANNINGER (1994, S. 8) detailliert beschriebenen, weitaus komplizierteren Formalismus. Der Einfluss vernachlässigter Terme höherer Ordnung wird in HERRING (1983) für die bei VLBI verwendeten Frequenzen mit maximal 3-5 ps abgeschätzt, was ungefähr 1-2 mm entspricht und noch unter der heute erreichbaren Messgenauigkeit liegt.

In 60 bis 90 km Höhe beträgt N_e tagsüber zwischen 10^8 und 10^{10} Elektronen pro m^3, nachts zwischen 10^7 und 10^9. In 400 km Höhe befinden sich je nach Tageszeit 10^{12} bis 10^{11} Elektronen pro m^3, darüber nimmt die Konzentration langsam wieder ab (siehe dazu auch WANNINGER 1994, S. 15).

Durch Einsetzen von n_{gr} in (2-19) berechnet sich die Verlängerung Δl der Strecke l eines die Ionosphäre durchquerendes Mikrowellensignals mit:

$$\Delta l = \frac{K}{f^2}\int_s N_e\,ds \quad . \qquad (2\text{-}32)$$

Dabei ist zu beachten, dass hier nur der die Verringerung der Ausbreitungsgeschwindigkeit berücksichtigende erste Term der Gleichung (2-19) verwendet wird. Der zweite Term, der bei der Beschreibung des Einflusses der Troposphäre die Krümmung des Strahlwegs an Dichteunterschieden repräsentiert, wird vernachlässigt. Er kann wie schon bei der Formulierung des troposphärischen Einflusses, durch eine Mapping-Funktion (siehe (2-26)) mit aufgefangen werden.

Der Elektroneninhalt, das Integral der Elektronendichte N_e entlang des Strahlwegs wird auch „total electron content" (TEC) genannt (LOHMAR 1985, S. 14). Er gibt die Anzahl der Elektronen in einem Zylinder entlang des Strahlwegs mit der Grundfläche 1 m^2 in der Einheit „total electron content unit" TECU = 10^{16} Elektronen pro m^2 an:

$$\mathrm{TEC} = \int_S N_e \, ds \quad . \qquad (2\text{-}33)$$

Üblicherweise hat der TEC Größenordnungen von einigen 10 TECU. Nach LOHMAR (1985, S. 17) lässt die Ionosphäre, deren integraler Elektroneninhalt entlang einer Zielung im Zenit z.B. $4 \cdot 10^{17}$ Elektronen pro m^2 beträgt, eine von einem Signal mit 8.4 GHz abgeleiteten Strecke zwischen ungefähr 30 cm im Zenit und 60 cm unter 10° Elevation zu lang erscheinen. Für ein Signal mit 400 MHz beträgt der Effekt sogar zwischen 100 m im Zenit und 250 m unter 10° Elevation. Durch die unmittelbare Abhängigkeit des TEC von der ultravioletten Strahlung der Sonne ist er stark veränderlich mit der Zeit. Neben unregelmäßigen Variationen treten tägliche, jährliche und solche Schwankungen auf, die der ungefähr 11-jährlichen Periode der Sonnenaktivität entsprechen. Der TEC ist außerdem abhängig von der geomagnetischen Breite einer Beobachtungsstation.

Mit (2-32) kann die Verlängerung Δl_f einer Strecke l angegeben werden, die von einer Beobachtung der Gruppenlaufzeit eines Mikrowellen-Signals mit der Frequenz f zu l_f abgeleitet wird:

$$\Delta l_f = l_f - l = \frac{40.28 \cdot 10^{16}}{f^2} \mathrm{TEC} \quad . \qquad (2\text{-}34)$$

Die tatsächliche Strecke l berechnet sich für Messungen auf zwei Frequenzen f_1 und f_2 im Mikrowellenbereich nach kurzer Umformung ohne Kenntnis des TEC mit Gleichung (2-35). Dabei wird die bereits in (2-32) zu erkennende Frequenzabhängigkeit des Effekts ausgenutzt:

$$l = l_2 \cdot \frac{f_2^2}{f_2^2 - f_1^2} - l_1 \cdot \frac{f_1^2}{f_2^2 - f_1^2} \quad . \qquad (2\text{-}35)$$

VLBI-Beobachtungen werden seit Einführung des MKIII-Systems stets auf zwei Frequenzbändern im Mikrowellenbereich durchgeführt, dem X-Band mit ca. 8.4 GHz und dem S-Band bei 2.3 GHz. Der Einfluss der Ionosphäre auf eine VLBI-Beobachtung τ (Laufzeitunterschied zwischen zwei Teleskopen) im X- bzw. S-Band würde sich mit der Lichtgeschwindigkeit c bei bekanntem TEC entlang der Strahlwege der Signale durch die Ionosphäre zu Station A bzw. Station B einer Basislinie entsprechend (2-34) wie folgt berechnen:

$$\Delta\tau_X = \frac{1}{c} \cdot \frac{40.28 \cdot 10^{16}}{f_X^2} (\mathrm{TEC_A} - \mathrm{TEC_B}) \quad \text{und} \quad \Delta\tau_S = \frac{1}{c} \cdot \frac{40.28 \cdot 10^{16}}{f_S^2} (\mathrm{TEC_A} - \mathrm{TEC_B}) \quad .$$

Das X-Band wird im technischen Konzept der geodätischen VLBI bevorzugt (siehe dazu Abschnitt 2.2) und gilt als die eigentliche geodätische VLBI-Beobachtung. Die gleichzeitig mit dem X-Band aufgezeichneten Signale im S-Band dienen vor allem der Berechnung der ionosphärischen Korrektur der Beobachtung im X-Band $\Delta\tau_X$, wie z.B. in LOHMAR (1985, S. 43) angegeben:

$$\Delta\tau_X = (\tau_X - \tau_S) \frac{f_S^2}{f_X^2 - f_S^2} \quad . \qquad (2\text{-}36)$$

Eine solche Korrektur durch Messungen auf zwei Frequenzen wird umso genauer bestimmt, je genauer die Beobachtungen auf den beiden Frequenzbändern sind und je größer der Unterschied der beiden Frequenzen ist. Durch einfache Fehlerfortpflanzung berechnet sich die Genauigkeit $\sigma_{\Delta\tau_X}$ der Korrektur unter Annahme der Unabhängigkeit der Beobachtungen auf beiden Bändern zu:

$$\sigma_{\Delta\tau_X} = \sqrt{\sigma_{\tau_X}^2 + \sigma_{\tau_S}^2}\,\frac{f_S^2}{f_X^2 - f_S^2} \quad . \qquad (2\text{-}37)$$

Mit den Frequenzen f_X = 8.4 GHz und f_S = 2.3 GHz und eher pessimistischen Genauigkeitsannahmen der Beobachtungen von σ_{τ_X} = 30 ps im X-Band bzw. σ_{τ_S} = 90 ps im S-Band (siehe z.B. PETROV 1999), ergibt sich entsprechend (2-37) die rechnerische Genauigkeit der Korrektur zu $\sigma_{\Delta\tau_X}$ = 7 ps, was ungefähr 2 mm entspricht.

Die Genauigkeit der ionosphärischen Korrektur wird neben der Genauigkeit der Beobachtungen auf den beiden Frequenzen und den Abbruchfehlern der Reihenentwicklung nach WANNINGER (1994, S. 19f) durch kleinräumige Störungen der Ionosphäre (Szintillationen) beeinträchtigt. Vor allem in der Äquatorregion können sie plötzlich und heftig auftreten, schwächer an den Polen. Durch sie werden Amplitude, Phase sowie weitere Eigenschaften elektromagnetischer Signale zwischen 20 MHz bis 10 GHz beeinträchtigt. BRUNNER und GU (1991) zeigen, dass die Signalwege von zwei unter niedrigen Elevationen registrierten GPS-Trägerphasensignale L_1 (1575.42 MHz) und L_2 (1227.60 MHz) dadurch mehrere zehn Meter auseinander liegen können. Die für die Herleitung von (2-35) bzw. (2-36) benötigte Annahme, dass der Signalweg der beiden Frequenzen und dadurch auch der TEC bzw. die damit verbundenen Refraktionsverhältnisse auf beiden Signalwegen ähnlich sind, ist somit nicht mehr berechtigt.

Uhrenverhalten

Wie zu Beginn des Abschnitts 2.1 erläutert, werden VLBI-Beobachtungen mit Hilfe von Frequenznormalen der einzelnen Stationen im Korrelationsprozess bestimmt (siehe dazu Abschnitt 2.2). Weil die Frequenznormale dafür näherungsweise mit der Weltzeit TAI bzw. UTC synchronisiert werden, bezeichnet man sie auch als Uhren. Die in der geodätischen VLBI verwendeten Frequenznormale sind heutzutage in der Regel durch GPS-Zeitempfänger auf ca. 0.1 μs mit der Weltzeit UTC synchronisiert (z.B. SOVERS et al. 1998, S. 52).

Damit ist die Synchronisation der Frequenznormale z.B. einer Basislinie untereinander aber bei weitem nicht ausreichend, um den Laufzeitunterschied τ eines Mikrowellensignals zwischen zwei Radioteleskopen mit befriedigender Genauigkeit abzuleiten. Zusätzlich erzeugen systematisches Verhalten, episodische Instabilitäten und Sprünge der Frequenznormale während einer VLBI-Session Unsicherheiten in der Zeitdefinition der einzelnen Stationen (z.B. SHAFFER 1995). Beim Berechnen von VLBI-Lösungen werden deshalb neben den Zielparametern immer auch unbekannte Parameter einer quadratischen Funktion zur Modellierung des Uhrenverhaltens während einer 24-stündigen VLBI-Session mitgeschätzt (siehe dazu auch TITOV et al. 2001). Treten währenddessen Sprünge im Verhalten der Frequenznormale („Uhrensprünge“) auf, können mehrere quadratische Funktionen während einer Session, jeweils gültig für einen bestimmten Zeitraum, angesetzt werden.

Es dürfen aber nicht alle Frequenznormale der Teleskope einer VLBI-Session auf diese Weise parametrisiert werden, sonst wären die VLBI-Beobachtungsgleichungen nicht zu lösen. Deshalb wird üblicherweise das Frequenznormal eines Teleskops als Referenzuhr fixiert und die Parameter der quadratischen Funktionen, die das Verhalten der anderen Frequenznormale beschreiben relativ zu dieser Referenzuhr formuliert. Durch die Fixierung der Referenzuhr wird der Bezug zu UTC hergestellt, die geschätzten „Offsets“ (Terme nullter Ordnung der quadratischen Funktionen) der Frequenznormale der anderen Teleskope sind Freiheitsgrade in der Lösung, wodurch die einzelnen Uhren mit der Referenzuhr synchronisiert werden. Entsprechend werden auch die Unterschiede der Frequenzen zwischen den Uhren und der Referenzuhr als relative Uhrenraten, die Änderung der Frequenzunterschiede als relative, quadratische Uhrenterme geschätzt. Nach CAMPBELL (2000) sind die heute verwendeten Frequenznormale üblicherweise auf 10^{-14} stabil, für das Teleskop in Wettzell wird sogar 10^{-15} angegeben (http://www.wettzell.ifag.de/VLBI/technsp_d.html).

Sporadisch auftretende, episodische Variationen der Frequenznormale werden durch eine pro Station zusätzlich geschätzte, stückweise stetige Funktion entsprechend (2-29) modelliert, deren Raten üblicherweise eine Zeitspanne von einer Stunde repräsentieren. Diese zusätzliche Schätzung gelingt nur, da die Parameter, die die Raten der stückweise stetigen Funktion repräsentieren, durch Pseudobeobachtungen mit kleinem Gewicht auf den Parame-

terwert Null stabilisiert werden. So werden zusätzlich Singularitäten vermieden, die in Intervallen mit sehr wenigen bzw. ohne Beobachtungen auftretenden können. Wie bei der Schätzung eines quadratischen Uhrenpolynoms ist die Referenzuhr auch hier zu fixieren. Anders als der troposphärische Zenit-Delay ist der Zusammenhang zwischen den Uhrenparametern und den Beobachtungen nicht unmittelbar mit der Beobachtungsgeometrie verknüpft. Obwohl zwischen der Uhren- und der Troposphärenschätzung unter Umständen große Abhängigkeiten bestehen können, sind die Raten der stückweise stetigen Funktion des Uhrenverhaltens deshalb in der Regel stabiler zu schätzen als die des troposphärischen Einflusses.

In SOVERS et al. (1998, S. 53) wird darauf hingewiesen, dass wegen des linearen Zusammenhangs zwischen den Beobachtungen und dem Uhrenverhalten auch andere, kleine instrumentelle Effekte die geschätzten Uhrenparameter beeinflussen können. Verhalten sie sich gutmütig, variieren sie also nicht sehr schnell oder stark, werden die Zielparameter einer VLBI-Lösung dadurch in der Regel nicht bedeutend verfälscht.

Kabel- und Phasenkalibrierung

Die Mikrowellensignale durchlaufen, wie z.B. in TAKAHASHI et al. (2000, S. 33ff) ausführlich beschrieben, von der Antenne zum Recorder mehrere Verbindungskabel und werden dabei in vielen Bauteilen elektrotechnisch einige Male umgewandelt. Eine detaillierte Erläuterung des Datenerfassungssystems wird ausführlich in CLARK und ROGERS (1982) und CLARK et al. (1985) gegeben. Der Einfluss des technischen Empfangssystems der Antennen auf die aufgezeichneten Signale wird in der Regel von zwei Kalibrierungssystemen kontrolliert, dem Kabelkalibrierungssystem und dem Phasenkalibrierungssystem.

Die elektronischen Bauteile, die die Mikrowellen des X- und des S-Bandes bis zum Recorder durchlaufen, beeinflussen nicht immer alle Frequenzen gleich, weshalb Teile des aufgezeichneten Spektrums phasenverschoben oder in der Amplitude verfälscht werden können. In SORGENTE und PETROV (1999) wird berichtet, dass solche Effekte häufig mit täglicher oder halbtäglicher Periode oder anderem systematischen Verhalten auftreten. Da die eingesetzte Elektronik sehr empfindlich ist, ist dies nur schwer zu verhindern. Ein Phasenkalibrierungssystem kann aber eine Korrektur ermöglichen. Dafür wird nach SOVERS et al. (1998, S. 10) ein Signal bekannter Phase und Amplitude am Anfang des Signalwegs in jeden Kanal mit eingespeist. Kann es bei der Ableitung der eigentlichen VLBI-Beobachtungen durch die Korrelation (Abschnitt 2.2) rekonstruiert werden, ist eine Korrektur der einzelnen Frequenzkanäle möglich und der Effekt kann rückgängig gemacht werden. Eine ausführliche Beschreibung dieses Vorgangs wird z.B. in TAKAHASHI et al. (2000, S. 36 und S. 84) gegeben.

Das Kabelkalibrierungssystem überwacht nach SCHUH (1987, S. 70) mit einer Genauigkeit von wenigen Millimetern elektrische Längenänderungen des Kabels, mit dem das Zeitsystem und das Erregerhorn der Antenne verbunden werden. Vor allem die Temperatur des in der Regel einige 10 m langen Kabels spielt dabei eine entscheidende Rolle. Eine VLBI-Beobachtung kann so um einige 100 ps bzw. mehrere cm verfälscht werden. Der absolute Betrag und die systematischen, langwelligen Anteile des Einflusses des Kabels können bei der späteren Parameterschätzung leicht von den Uhr-Parametern mit aufgefangen werden. Laut SHAFFER (1995) wird das Kabelkalibrierungssystem beim MKIII-System technisch durch Messung der Phase einer stehenden Welle realisiert.

Relativistische Modellierung

In CAMPBELL (2000) wird skizziert, wie schon Anfang der siebziger Jahre VLBI-Beobachtungen nicht nur mit dem in Gleichung (2-3) beschriebenen, rein geometrischen Zusammenhang entsprechend Newton'scher Mechanik modelliert wurden. Beobachtungen waren z.B. wegen des allgemein-relativistischen Effekts der Raumkrümmung durch große Massen zu korrigieren. Wird ein Quasar unter einem Winkel von 1° vom Rand der Sonne entfernt beobachtet, können Beobachtungen einer 6000 km Basislinie um bis zu 45 Nanosekunden (ca. 15 m) durch das Gravitationspotential der Sonne verfälscht werden (SCHUH 1987, S. 22). Zusätzlich wurden damals bereits speziell-relativistische Korrekturen wegen täglicher und jährlicher Aberration verwendet, die durch Relativbewegung der zwei Teleskope einer Basislinie bei der täglichen Rotation der Erde („retarded baseline effect" genannt), bzw. der Rotation der Erde um die Sonne bedingt sind.

Auch heute formuliert man Newton'sche VLBI-Beobachtungsgleichungen und versieht sie mit relativistischen Korrekturen, wie z.B. in SOFFEL (1989) kurz beschrieben. Der in den IERS Conventions 2003 (MCCARTHY und PETIT 2003) erläuterte Algorithmus ermöglicht im Regelfall eine auf Pikosekunden genaue Modellierung. Er entspricht dem schon in MCCARTHY (1992) beschriebenen Modell, das von Fachleuten 1990 auf einem Workshop als „consensus model" ausgearbeitet und beschlossen wurde und ausführlich in EUBANKS (1991) erläutert ist.

Das „consensus model“ baut auf der IAU Resolution A4 auf (MCCARTHY 1992), deren wichtigste Aussagen z.B. in SOFFEL (2000) beschrieben sind:

- In dem Modellierungskonzept werden zwei Referenzsysteme benötigt, das baryzentrische zälestische Referenzsystem BCRS und das geozentrische zälestische Referenzsystem GCRS. Im Zentrum des BCRS ist das Gravitationspotential per Definition Null.
- Die räumlichen Koordinaten beider Systeme weisen keine Rotation gegenüber extragalaktischen Objekten auf. Ihre Zeitkoordinate wird durch Atomuhren auf der Erde realisiert.
- Die Beziehung zwischen der Zeit im Baryzentrum und dem Geozentrum wird neu mit den Größen TCB bzw. TCG definiert. Damit wird ein Fehler in der alten Zeitbeziehung, der Inkonsistenzen des Maßstabs hervorgerufen hatte, behoben.
- Die Beziehung zwischen der Zeit TT auf dem Geoid im Geozentrischen Referenzsystem GRS und der Zeit im Geozentrum TCG wird durch das Schwerepotential auf dem Geoid definiert. Mit den neuen IAU Resolutionen des Jahres 2000 (z.B. http://danof.obspm.fr./IAU_resolutions/Resol-UIA.htm) wurde auch eine feste Gangrate zwischen TCG und TT festgelegt.
- Die Beziehung zwischen der nach alten Resolutionen gültigen Zeit im Baryzentrum TDB und der neuen Zeit TCB wird definiert. Wie für TCG und TT wird mit den IAU Resolutionen 2000 auch der Zusammenhang zwischen TDB und TCB durch Definition einer Gangrate verfeinert.

Nach SOVERS et al. (1998, S.16 ff und S.41 ff) wird bei der relativistischen Modellierung folgendes Konzept verfolgt: Die zunächst im erdfesten Referenzsystem GRS um die in Abschnitt 2.1.3 beschriebenen Effekte wie Tiden der festen Erde etc. korrigierten Stationskoordinaten werden in das geozentrische zälestische Referenzsystem GCRS gedreht, das frei von Rotationen gegenüber extragalaktischen Objekten ist. Von dort wird mit einer Lorentztransformation in das baryzentrische zälestische Referenzsystem BCRS übergegangen, das die gleiche Orientierung wie das GCRS hat. Der Ursprung des BCRS liegt im Massenmittelpunkt des Sonnensystems, weshalb es sich vom relativistischen Standpunkt her besonders gut zur Berechnung des Laufzeitunterschieds eignet. Schließlich wird der Laufzeitunterschied durch eine Lorentztransformation zurück in das Ausgangssystem gebracht und um Effekte wie atmosphärische Einflüsse etc. korrigiert. Eine ausführliche Beschreibung des VLBI-Laufzeitunterschieds im Baryzentrum sowie im Geozentrum wird in MÜLLER (1991, S. 74ff) gegeben.

Die Umsetzung relativistischer Korrekturen zur VLBI-Auswertung wird z.B. in den IERS Conventions 2003 (MCCARTHY und PETIT 2003) skizziert. Weil dadurch immer wieder Unstimmigkeiten auftreten, wird darauf hingewiesen, dass der im ITRF2000 realisierte Maßstab nicht exakt mit den Resolutionen der IAU bzw. Konventionen des IERS übereinstimmt. Auf diese Weise können sich z.B. mit VLBI bestimmte terrestrische Referenzrahmen in ihrem Maßstab um ca. $0.7 \cdot 10^{-9}$ unterscheiden, was für eine 10000 km lange Basislinie eine Längenänderung von 7 mm bedeutet. Dieser Unterschied entspricht der Verwendung einer auf dem Geoid definierten Zeit TT oder der Zeit im Geozentrum TCG. Diese Problematik wird ausführlich z.B. in CAPITAINE et al. (2002) und PETIT (2000) beschrieben.

2.2 Entstehen einer VLBI-Beobachtung durch den Korrelationsprozess

Während einer VLBI-Beobachtung wird für ca. drei bis fünf Minuten das durch eine Radioquelle im X- und S-Band auf 8.4 bzw. 2.3 GHz ausgestrahlte Rauschen von zwei Radioteleskopen auf der Erde aufgezeichnet (Abbildung 2-1). Um daraus den Laufzeitunterschied τ des Signals zu den Teleskopen zu bestimmen, werden die Signale mit Zeitmarken hochgenauer, in der Regel aus Wasserstoff-Masern bestehenden Frequenznormale versehen (siehe dazu auch Abschnitt 2.1.4 unter „Uhrenverhalten“).

Der Laufzeitunterschied τ wird im Korrelator ermittelt, einem zweckgebundenen Prozessor, in dem die von beiden Teleskopen aufgezeichneten Signalströme miteinander korreliert werden. Die Signale werden solange zeitlich gegeneinander verschoben, bis der maximale Korrelationskoeffizient und somit der Laufzeitunterschied gefunden ist. Gute Näherungswerte für die Beobachtungen erleichtern die Suche, da die Signale der Quasare, verglichen mit dem Hintergrundrauschen schwach sind. Dafür sollte das Verhalten der Frequenznormale z.B. bezüglich UTC auf mindestens 1 μs genau bekannt sein. Da die beiden Teleskope einer Basislinie durch die Rotation der Erde in der Regel eine unterschiedliche Geschwindigkeit in Richtung der Quelle besitzen, müssen die

Signale auch wegen des Dopplereffekts bereinigt werden. Die rechentechnische Realisierung einer kreuzweisen Multiplikation (Kreuzkorrelation) der Signalströme wird entweder wie bei dem MKIII-System durch eine Faltung mit anschließender Fouriertransformation (XF-Korrelation) realisiert, oder wie bei dem VLBA-Korrelator durch Multiplikation der Fouriertransformierten der Signale (FX-Korrelation). Eine genauere Beschreibung des Korrelationsprozesses ist z.B. in WHITNEY (2000) oder TAKAHASHI et al. (2000, S. 70ff) zu finden.

Die Bestimmung des Kreuzkorrelationskoeffizienten ist umso genauer, je länger die zu korrelierenden Signalströme sind. Der Laufzeitunterschied kann sich aber um bis zu 3 μs pro Sekunde durch die Rotation der Erde ändern (z.B. SOVERS et al. 1998, S.15). Deshalb werden nicht die gesamten Signalströme einer Beobachtung direkt miteinander korreliert, sondern jeweils nur Ausschnitte weniger Sekunden davon. Den so ermittelten maximalen Korrelationskoeffizienten der einzelnen zeitlichen Ausschnitte, bzw. den entsprechenden Laufzeitunterschieden wird ein gemeinsames Polynom höheren Grades angepasst, dessen Koeffizient nullter Ordnung der Laufzeitunterschied ist. Auch dieser Vorgang wird genauer in WHITNEY (2000) beschrieben. Neben der primären Beobachtungsgröße der VLBI, dem Laufzeitunterschied τ, werden bei der Korrelation auch andere Größen, wie z.B. die zeitliche Änderung des Laufzeitunterschieds $\dot{\tau}$ mitbestimmt. In den Lösungen älterer VLBI-Sessions wurde $\dot{\tau}$ neben τ oft als Beobachtung mit verwendet. Mit zunehmender Genauigkeit des Laufzeitunterschieds hat die Bedeutung von $\dot{\tau}$ aber abgenommen und $\dot{\tau}$ wird fast nur noch zur Bestimmung der Mehrdeutigkeiten in den Laufzeitunterschieden benutzt (weitere Erläuterungen zu den Mehrdeutigkeiten sind in den folgenden Absätzen zu finden).

Obwohl Phasenmessungen genauer sind als Messungen von Gruppenlaufzeiten (z.B. PETROV 1999), wird die VLBI-Beobachtungsgröße nicht aus Messungen der relativen Phasenlage zweier Signalströme abgeleitet wie z.B. bei geodätischen Anwendungen von GPS. Da die Bestimmung der Phasen-Mehrdeutigkeiten bei VLBI in der Regel scheitert, wird stattdessen der Laufzeitunterschied einer Wellengruppe verwendet. Für die von VLBI im X-Band benutzte Frequenz mit einer Wellenlänge von 3.8 cm müssten Näherungswerte für jede Beobachtung auf mindestens 2 cm genau bekannt sein, was für VLBI-Basislinien mit einer mittleren Länge von ca. 6000 km sehr schwierig zu erreichen ist. Neuere Arbeiten (PETROV 1999) bestätigen eine nicht vollständige Lösbarkeit dieser Aufgabe. In CAMPBELL (2000) wird auch darauf hingewiesen, dass es schwierig ist, zwischen zwei VLBI-Beobachtungen eine stabile Phaseninformation aufrecht zu halten. Bei GPS gelingt dies meist für Basislinien bis zu mehreren tausend Kilometern wegen der größeren Wellenlänge von 20 cm. Außerdem liegen bei GPS zu jedem Messzeitpunkt Beobachtungen zu mehreren Satelliten vor, deren Signale je um sechs Größenordnungen stärker sind als die von Radioquellen (CAMPBELL 2000). Die Bestimmung von Gruppenlaufzeiten aus Breitbandsignalen ganzer Frequenzbereiche ist frei von Mehrdeutigkeiten.

Da das Korrelationsmaximum mit zunehmender Breite des verwendeten Frequenzbands deutlicher wird, ist ein möglichst breites Band anzustreben. In CAMPBELL et al. (1992) wird berichtet, dass die Ende der sechziger Jahre entwickelten Datenregistriersysteme maximal 2 MHz Bandbreite erlaubten, was bestenfalls eine Messauflösung von 1.6 Nanosekunden (ns) (entsprechend 0.5 m) zuließ. Das Anfang der siebziger Jahre am Haystack-Observatorium in Massachusetts/USA entwickelte Verfahren der Bandbreitensynthese (ROGERS 1970), brachte den entscheidenden Durchbruch. Dabei wird die Gruppenlaufzeit nicht aus dem Signal eines ganzen Frequenzbandes abgeleitet, sondern nur aus dem Signal an den äußeren Rändern des Bandes. Zur Vermeidung von Mehrdeutigkeitsproblemen war es allerdings notwendig, einige Frequenzkanäle an bestimmten Stellen dazwischen anzuordnen. Das 1979 eingeführte MKIII-System weist im X-Band eine Bandbreite von 360 MHz und 85 MHz im S-Band auf. Die acht, je 2 MHz breiten Kanäle des X-Bandes haben als kleinsten Kanalabstand 10 MHz, womit sich das Muster der Korrelationsfunktion alle 1/10 MHz entsprechend 100 ns wiederholt. Die Näherungswerte für die Beobachtungen müssen also nur auf einige Meter genau bekannt sein. Fallen einzelne Frequenzkanäle bei einer Beobachtung aus, können neben Mehrdeutigkeiten („Ambiguities“) von 100 ns zusätzliche Mehrdeutigkeiten anderer Dauer („Subambiguities“) in den Beobachtungen auftreten (SORGENTE und PETROV 1999).

Mit der in CAMPBELL et al. (1992) angegebenen effektiven Bandbreite B_{eff}

$$B_{eff} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} \Delta f_i^{\,2}}{n}} \quad , \qquad (2\text{-}38)$$

wobei n die Anzahl der zur Verfügung stehenden Kanäle und Δf_i mit $i = 1,2,\ldots,n$ die Unterschiede der einzelnen Kanalfrequenzen von der mittleren Kanalfrequenz sind, lässt sich die Genauigkeit σ_τ des Laufzeitunterschieds nach SCHUH und CAMPBELL (1994) mit

$$\sigma_\tau = \frac{1}{2\pi \cdot SNR \cdot B_{eff}} \qquad (2\text{-}39)$$

prädizieren. Es wird darauf hingewiesen, dass diese Abschätzung der Genauigkeit von VLBI-Beobachtungen zwar sehr hilfreich z.B. bei der Entwicklung von Beobachtungsplänen sein kann, die tatsächliche bzw. die im Auswerteprozess schließlich verwendete Genauigkeit wird allerdings in der Regel während der Korrelation direkt zusammen mit den Laufzeitunterschieden abgeleitet. Das Signal-zu-Rausch Verhältnis SNR („signal to noise ratio“) lautet nach SCHUH und CAMPBELL (1994)

$$SNR = \frac{\eta S}{2k} \cdot \frac{\sqrt{A_1 \cdot A_2}}{\sqrt{T_{S1} \cdot T_{S2}}} \cdot \sqrt{2 B_{eff} T} \qquad (2\text{-}40)$$

und ist abhängig von folgenden Größen:

η	-	Qualität der Digitalisierung und Filterung der Signale,
S	-	Leuchtkraft der Quelle,
k	-	Boltzmann Konstante,
$(A_1 \cdot A_2)^{1/2}$	-	geometrisches Mittel der Flächen A_1 , A_2 der zwei Antennen,
$(T_{S1} \cdot T_{S2})^{1/2}$	-	geometrisches Mittel der Rauschtemperaturen T_{S1} , T_{S2} der Empfangssysteme,
B_{eff}	-	effektive Bandbreite des Registriersystems und
T	-	kohärente Beobachtungs- bzw. Integrationszeit bei der Korrelation.

Eine genauere Beschreibung des SNR wird z.B. in CAMPBELL et al. (1992) oder sehr detailliert in HASE (1999, S.117ff) gegeben. Seitdem Mitte 1988 die Empfänger der Teleskope gekühlt werden, liegt das SNR üblicherweise zwischen 20 und 50, womit sich für eine übliche Beobachtung des MKIII-Systems eine Genauigkeit der Bestimmung des Laufzeitunterschieds σ_τ von ca. 20 ps = 0.7 cm ergibt.

2.3 VLBI-Zielparameter

Theoretisch können alle in der VLBI-Beobachtungsgleichung (siehe Abschnitt 2.1) vorkommenden Größen auch aus VLBI-Beobachtungen abgeleitet werden. Einige Größen sind dabei aber per Definition nicht trennbar oder sind Teil der Datumsdefinition. So ist z.B. nicht zwischen der geographischen Länge des Nullmeridians im terrestrischen Referenzsystem, die durch die Koordinaten von Beobachtungsstationen realisiert wird, und der Phase der Erdrotation $\Delta UT1$ zu unterscheiden. Einer der beiden Parameter muss stets festgelegt bzw. festgehalten werden.

Zur Bestimmung mancher Größen werden viele Beobachtungen oder Beobachtungen eines längeren Zeitraums benötigt: Entweder sind VLBI-Beobachtungen und somit die entsprechenden Gleichungssysteme nicht sehr empfindlich für diese Parameter, oder es sind zeitabhängige Größen, die erst ab einer gewissen Zeitspanne stabil abgeleitet werden können. Parameter, deren funktionale Zusammenhänge mit den VLBI-Beobachtungen nach einer Linearisierung ähnlich sind, können nur schlecht voneinander getrennt werden. In jedem Fall muss bei einer Interpretation solcher Größen auf eine möglichst umfassende Kenntnis ihrer Genauigkeitsverhältnisse, z.B. in Form ihrer Varianz-Kovarianz-Matrix geachtet werden. Die im Folgenden als VLBI-Zielparameter bezeichneten Parameter sind damit in der Regel aber gut zu bestimmen.

Partielle Ableitungen der VLBI-Beobachtung τ nach den Zielparametern der Parameterschätzung werden z.B. in SCHUH (1987), NOTHNAGEL (1991) und HAAS (1996) gegeben. Die Bestimmung dieser Zielparameter wird zum Teil durch unterschiedliche Aspekte der Beobachtungsanordnung wie Geometrie des Stationsnetzes, zeitliche und räumliche Beobachtungsdichte, Wahl der beobachteten Quellen etc. begünstigt. Die Beobachtungsanordnungen verschiedener VLBI-Sessions können sich zum Teil deutlich voneinander unterscheiden. In den folgenden Tabellen werden die VLBI-Zielparameter mit den Größenordnungen ihrer heutzutage üblichen mittleren Fehler zusam-

mengestellt (siehe dazu auch Abschnitt 2.1). Sie sind vor allem dem Abschlussbericht der „IVS Working Group 2 for Product Specification and Observing Programs“ nach SCHUH et al. (2002) entnommen. Eine weitere ausführliche Beschreibung wird von SOVERS et al. (1998, S. 62-71), oder kürzer von ELGERED und HAAS (2000) gegeben.

Die Zielparameter der VLBI können in primäre geodätische und astronomische (Tabelle 2-1), geophysikalische (Tabelle 2-2) und sonstige Zielparameter (Tabelle 2-3) eingeteilt werden. Mit Hilfe der zu den primären geodätischen Zielparametern gezählten EOP bzw. subtäglich aufgelösten Polkoordinaten x_P, y_P und $\Delta UT1$ - Werten können zusätzlich Rückschlüsse auf Massenverlagerungen in der Atmosphäre, den Ozeanen etc. gezogen werden (siehe dazu Abschnitt 2.1.2).

Sind die Parameter nicht speziell gekennzeichnet, werden sie in der Regel aus einer großen Anzahl von VLBI-Sessions bestimmt und sind somit für einen langen Zeitraum repräsentativ. Mit dem Symbol „(24 h)“ gekennzeichnete Parameter werden pro 24-stündige VLBI-Session bestimmt. Die mit „(1 h)“ versehenen Parameter sind die für jeweils 1 Stunde gültigen Schätzungen der subtäglichen Schwankungen in $\Delta UT1$ und den Polkoordinaten x_P, y_P. Die mit " " gekennzeichneten Parameter des terrestrischen Referenzrahmens TRF sind eigentlich relative Positionen bzw. Geschwindigkeiten, die mit geeigneten, nicht deformierenden Datumsbedingungen in die Darstellung geozentrischer Größen gebracht werden. Es wird darauf hingewiesen, dass die fünf Winkel der Orientierung des TRF gegenüber dem CRF (EOP) in naher Zukunft nicht nur als konstante Parameter während 24 h, sondern zusammen mit Raten geschätzt werden.

Tabelle 2-1: Primäre geodätische und astronomische VLBI-Zielparameter

	Parameter	**Genauigkeit**	**z.B. dokumentiert in**
CRF	α, δ	0.25 – 3 mas	MA und FEISSEL (1997) MA et al. (1998)
EOP	$\Delta\varepsilon$, $\Delta\psi$ (24 h)	0.1 – 0.4 mas	MATHEWS (2000) HERRING et al. (2002)
	$\Delta UT1$ / x_P, y_P (24 h)	5 µs / 0.1 – 0.2 mas	MACMILLAN et al. (1999) MACMILLAN und MA (2000) HERRING (2000)
	$\Delta UT1$ / x_P, y_P (1 h)	schlechter als 8 µs / 0.12 mas	GIPSON (1996) TESMER et al. (2002)
TRF	"X, Y, Z / $\dot{X}$, $\dot{Y}$, $\dot{Z}$"	1 – 4 mm / 0.1 – 1 mm/y	BOUCHER et al. (1999) TESMER (2002)
	"X, Y, Z" (24 h)	5 – 20 mm	ANGERMANN et al. (2003) TESMER (2002)

Tabelle 2-2: Geophysikalische VLBI-Zielparameter

	Parameter	**Genauigkeit**	**z.B. dokumentiert in**
Deformation als Reaktion auf Gezeitenpotential	Love'sche Zahl h, Shida'sche Zahl l (auch frequenzabhängig)	5 – 10 %	HAAS und SCHUH (1996)
Deformation als Reaktion auf Ozeanauflast	Amplitude A, Phase φ (ortsabhängig)	10 – 20 %	SCHERNECK et al. (2000)
Deformation als Reaktion auf Atmosphärenauflast	Koeffizient α (ortsabhängig)	30 – 40 %	MACMILLAN und GIPSON (1994) HAAS et al. (1997a)

Tabelle 2-3: Sonstige VLBI-Zielparameter

	Parameter	Genauigkeit	z.B. dokumentiert in
Atmosphäre	trop. Zenit-Delay (24 h)	4 – 8 mm	BÖHM et al. (2002) NIELL (1996)
	trop. Gradient (24 h) G_{North}, G_{East}	0.3 – 1 mm (≅ max. 10 – 33 mm Laufzeitverzögerung unter 10° Elevation)	CHEN und HERRING (1997)
	Ionosphäre (24 h)	1 – 5 TECU	Erste Arbeiten von HOBIGER et al. (2002)
Relativistik	Raumkrümmung γ	0.1 %	ROBERTSON et al. (1991)

2.4 Beitrag der VLBI zu geodätischen Fragestellungen

Mit dem Verfahren VLBI wurde in vielen Bereichen der Geodäsie seit den siebziger Jahren Pionierarbeit geleistet (siehe z.B. CAMPBELL 2000). Z.B. konnten globale terrestrische Referenzrahmen durch den Einsatz von VLBI mit einer um Größenordnungen verbesserten Genauigkeit bestimmt werden. Auch eine große Anzahl geophysikalischer und astronomischer Phänomene wurde das erste Mal mit Hilfe von VLBI-Beobachtungen nachgewiesen. Das Selbstverständnis der Arbeitsgruppen, die heutzutage geodätische VLBI betreiben, spiegelt sich in dem offiziell am 1. März 1999 für eine verbesserte Koordination der weltweiten VLBI-Aktivitäten gegründeten „International VLBI Service for Geodesy and Astrometry“ (IVS) wider (http://ivscc.gsfc.nasa.gov und CAMPBELL und VANDENBERG 1999).

Seit der Gründung des „Internationalen GPS Service“ (IGS) (http://igscb.jpl.nasa.gov) im Jahr 1994 hat die Geodäsie mit Hilfe des „Global Positioning System“ (GPS) große Fortschritte gemacht. Vor allem weil dessen Beobachtungen mit vergleichsweise geringem Kostenaufwand gewonnen werden können, wird der Betrieb des technisch aufwändigen und komplizierten VLBI-Beobachtungssystems immer wieder in Frage gestellt. In diesem Abschnitt sollen deshalb die charakteristischen Eigenschaften von VLBI-Beobachtungen erläutert, und die Vorteile des Verfahrens seinen Nachteilen gegenübergestellt werden. Anhand aktueller wissenschaftlicher Diskussionen wird versucht, die Rolle der VLBI in der modernen Geodäsie und der Astronomie zu skizzieren.

Zälestischer Referenzrahmen

VLBI ist (abgesehen von astrometrischen optischen Beobachtungen) das einzige Verfahren, mit dem das zälestische Referenzsystem (CRS) und das terrestrische Referenzsystem (TRS) direkt über die Parameter der Orientierung der Erde im Raum miteinander verknüpft werden können. Nur VLBI beobachtet die Radioquellen, mit denen der CRS als CRF realisiert wird. Dadurch hat die VLBI auch eine besondere Stellung für die Astronomie: Der mit der IAU Resolution B2 (ANDERSEN 1999) als Inertialrahmen offiziell eingesetzte ICRF wird in der IAU Resolution B1.1 des Jahres 2000 noch einmal als der fundamentale Referenzrahmen bestätigt und insbesondere das Verfahren VLBI zu seiner Laufendhaltung als notwendig betrachtet (CAPITAINE et al. 2002). In der Resolution B1.1 wird weiter auf die entscheidende Rolle des Verfahrens bei der Festlegung der Zeit- und Ortstransformation zwischen dem zälestischen und dem terrestrischen Referenzrahmen hingewiesen (siehe dazu auch Abschnitte 2.1.1 und 2.1.4).

Besonders für Astronomen bedeutet ein Referenzrahmen, der durch Objekte quasi ohne Eigenbewegungen realisiert ist und aus einem terrestrischen Referenzsystem konsistent zugänglich ist, einen großen Fortschritt (CAPITAINE 2002). Dabei spielt eine besondere Rolle, dass, wie z.B. in KOVALEVSKI (2000) festgestellt, die quasiinertiale Realisierung eines zälestischen Referenzsystems keine Eigenrotation aufweist, wodurch bei astronomischen Arbeiten keine Coriolis- oder Zentrifugalbeschleunigungen zu berücksichtigen sind. Von Vorteil ist auch, dass ein solches System in sich abgeschlossen behandelt werden kann, alle Phänomene in dem System also durch interne Vorgänge erklärt werden können. (Anmerkung: Diese Annahme stimmt zwar nur näherungsweise, denn nach SOVERS et al. (1998, S. 21) verfälscht die riesige Masse im Zentrum unserer Galaxie den Strahlweg elektromagnetischer Signale deutlich stärker als die Sonne (siehe dazu Abschnitt 2.1.4). Da das Sonnensystem sich aber

nur sehr langsam um das Zentrum unserer Galaxie dreht, ist die dadurch verursachte Raumkrümmung zeitlich quasi konstant und wird durch Systematiken in den baryzentrischen Koordinaten der Radioquellen aufgefangen.)

Orientierung der Erde im Raum

Die Koordinaten des Rotationspols der Erde (bzw. des CEP) x_P und y_P bezüglich des terrestrischen Referenzrahmens können von allen globalen geodätischen Beobachtungsverfahren bestimmt werden. Die Bestimmung der Nutationswinkel und $\Delta UT1$ gelingt nur mit den Beobachtungen von VLBI mit hoher Qualität, da der von VLBI verwendete raumfeste Referenzrahmen (Abschnitt 2.1.2) durch zeitlich quasi nichtveränderliche Punkte realisiert wird. Die raumfesten Referenzrahmen der anderen geodätischen Beobachtungsverfahren realisieren sich durch die Bahnen von Erdsatelliten. Ihre Positionen sind ebenfalls in einem quasi-inertialen Raum darstellbar, allerdings sind sie zeitlich veränderlich und deshalb zur Realisierung eines zälestischen Referenzrahmens nur bedingt geeignet (siehe dazu auch den Absatz zuvor unter „zälestischer Referenzrahmen"). Nach SEEBER (1989, S. 129) haben künstliche Erdsatelliten eine Höhe von bis zu 36000 km über der Erdoberfläche, wobei geostationäre Satelliten die maximale Höhe besitzen, der Mond ist ca. 400 000 km entfernt. Ausführliche Grundlagen der Satellitengeodäsie werden in SCHNEIDER (1988) gegeben.

Der Mond ist keinen nicht-konservativen Kräften durch die Atmosphäre und dem Strahlungsdruck der Sonne ausgesetzt. Auch Störkräfte im Erdschwerefeld beeinflussen seine Bahn kaum, weshalb auch mit Laser-Entfernungsmessungen zum Mond („Lunar Laser Ranging" (LLR)) die Orientierung der Erde im Raum über längere Zeit stabil bestimmt werden kann. Obwohl die mit LLR bestimmten Parameter von untergeordneter Genauigkeit sind, haben sie durch die Länge der von 1970 bis heute reichenden Beobachtungsreihe eine besondere Bedeutung (siehe z.B. MÜLLER et al. 1999, MÜLLER und TESMER 2002).

Die Positionen (Ephemeriden) künstlicher Erdsatelliten sind mit abnehmender Höhe über der Erde immer stärkeren, schwerer zu beschreibenden, gravitativen und nicht-gravitativen Kräften ausgesetzt, und ihre Bahnen lassen sich nicht mehr ausreichend genau durch die Anfangsbedingungen und wenige Kräfteparameter beschreiben. Deshalb werden die Störkräfte mit zusätzlichen, meist empirischen Parametern modelliert. Bei der Bestimmung der Positionen der Satelliten im Raum kann so nicht mehr zwischen Bahnparametern und Parametern der Orientierung der Erde im Raum unterschieden werden (z.B. ROTHACHER 1999a): Die Rektaszension des aufsteigenden Bahnknotens Ω, Bahnneigung gegenüber dem Äquator (Inklination) i und Breite zur Zeit der Oskulationsepoche u_0 sind direkt abhängig von der scheinbaren Greenwicher Sternzeit (GAST) θ, die auch als Rotationsphase $\Delta UT1$ dargestellt werden kann, der Nutation in Schiefe $\Delta\varepsilon$ und Nutation in Länge $\Delta\psi$. Obwohl die Parameter der Orientierung der Erde im Raum $\Delta UT1$, $\Delta\varepsilon$ und $\Delta\psi$ deshalb unter keinen Umständen direkt abzuleiten sind, kann es gelingen, die zeitlichen Änderungen dieser drei Parameter zu bestimmen. Dafür muss die Modellierung der Störkräfte bei einer stückweisen Formulierung der Satellitenbahnen zumindest innerhalb eines Bahnbogens, am besten aber stetig über möglichst viele Bahnbögen hinweg, gut genug gelingen.

Besonders gute Voraussetzungen dafür hat das Verfahren GPS. In globalen GPS-Lösungen werden üblicherweise sehr viele (ca. 27) GPS-Satelliten gleichzeitig von sehr vielen, global verteilten Bodenstationen (ca. 150) beobachtet. Dadurch ist die Beobachtungsgeometrie auch in sehr kurzen Beobachtungszeiträumen sehr stabil. In WEBER et al. (2000) ist zum Beispiel ein Ansatz beschrieben, bei dem die Bahnparameter zwar nur für wenige Tage Gültigkeit haben, aufeinander folgende Bahnen aber Stetigkeitsbedingungen erfüllen müssen. Werden gute Anfangswerte verwendet, können so in den Nutationswinkeln Perioden mit bis zu 20 Tagen Länge stabil bestimmt werden.

Laser-Entfernungsmessungen zu künstlichen Erdsatelliten („Satellite Laser Ranging" (SLR)) unterliegen prinzipiell denselben Bedingungen wie GPS-Messungen. SLR-Satelliten werden aber üblicherweise primär zur Bestimmung des Schwerefelds der Erde eingesetzt. Deshalb fliegen sie mit 1000 bis 6000 km deutlich tiefer über der Erdoberfläche als GPS-Satelliten (20 000 km) und sind stärkeren Störkräften ausgesetzt. Zusätzlich ist die Geometrie von SLR-Beobachtungen vor allem in kurzen Zeitintervallen deutlich instabiler, weswegen SLR üblicherweise weder zur Bestimmung von $\Delta UT1$ noch der Nutationswinkel und der zeitlichen Änderungen der Nutation verwendet wird.

Terrestrischer Referenzrahmen

Fast alle Anwendungen der Geodäsie erfordern einen terrestrischen Referenzrahmen. Anders als z.B. für die Astronomie hat der quasi-absolute Bezug eines solchen Rahmens für Geodäten oft eher eine wissenschaftliche, für viele Anwendungen untergeordnete Bedeutung. Terrestrische Referenzrahmen haben deshalb einen besonderen

Stellenwert. Alle geodätischen Beobachtungsverfahren können zur Bestimmung terrestrischer Referenzrahmen Beiträge liefern. Die charakteristischen Eigenschaften der Verfahren bezüglich Datumsgebung, Stabilität und Verfügbarkeit für Anwendungen ergänzen sich dafür günstig und werden im Folgenden kurz skizziert und miteinander verglichen (siehe auch DREWES et al. 2002):

Der Koordinatenursprung eines terrestrischen Referenzrahmens wird als das Massenzentrum der gesamten Erde, also der festen Erde zusammen mit der Hydrosphäre und der Atmosphäre, fast ausschließlich durch SLR-Beobachtungen definiert. GPS-Beobachtungen haben wegen der vergleichsweise großen Flughöhe der Satelliten nur wenig Sensitivität bezüglich des Schwerefeldes. VLBI-Beobachtungen tragen ausschließlich Information zur Bestimmung relativer Koordinaten (Koordinatenunterschiede) ohne Bezug zu einem physikalisch definierten Ursprung bei, was durchaus als Nachteil gewertet werden kann. Andererseits kann so die Modellierung des schwierig zu erfassenden bzw. zu beschreibenden Erdschwerefelds als Fehlerquelle ausgeschlossen werden (DREWES 2000, DREWES et al. 2002).

Da die zälestischen dynamischen Referenzrahmen der Satellitenverfahren vom Schwerefeld und anderen Störkräften abhängen, haben sie auch eine kompliziertere Definition des Maßstabs als der in IHDE et al. (1999) als „quasi-absolut“ bezeichnete Maßstab von VLBI. Er hängt direkt nur von der Definition der Zeit ab, auf die sich die Koordinaten beziehen (siehe Abschnitt 2.1.4 unter „relativistische Modellierung“) und der Lichtgeschwindigkeit. Bei den Satellitenverfahren ist zusätzlich noch der Maßstab des Schwerefelds der Erde (bzw. dem Produkt der Gravitationskonstante und der Masse der Erde GM) zu beachten, der konsistent zu dem der Koordinaten zu wählen ist. In der Praxis können leichte Inkonsistenzen bei SLR-Lösungen durch das Mitschätzen von „Range-Biases“ beseitigt werden, bei GPS entweder durch das Bilden von Doppel-Differenzen oder das Lösen von Satelliten-Uhren (ZHU et al. 2001a). Normalerweise gelingt dies bei qualitativ hochwertigen SLR-Lösungen sehr gut. Bei GPS kommt eine weitere Unsicherheit durch die schwierige Bestimmung der Phasenzentren der Antennen und der Satelliten hinzu. Sind die entsprechenden Modelle fehlerhaft, kann die Höhenkomponente um viele Zentimeter verfälscht sein (ROTHACHER 1999b) und somit unter Umständen auch der Maßstab z.B. eines damit realisierten, terrestrischen Referenzrahmens (ZHU et al. 2001b, HERRING 2002).

Durch die verglichen mit der Anzahl an VLBI- oder SLR-Beobachtungen riesige Menge von Beobachtungsdaten globaler GPS-Netze sind in sich konsistente Reprozessierungen alter GPS-Beobachtungen fast unmöglich. Bei Akkumulation von Normalgleichungen, die zu unterschiedlichen Zeitpunkten unter Verwendung unterschiedlicher Modelle und Parametrisierungsansätze entstanden sind, können so Sprünge bzw. Raten des Maßstabs der Gesamtlösung entstehen. Auch eine korrekte Interpretation weiterer zeitabhängiger Parameter und die Konsistenz voneinander abhängiger Parametersätze wie Stationspositionen, EOP und Parameter eines quasi-inertialen Referenzrahmens können darunter entscheidend leiden.

Parameter, die einen längeren Zeitraum repräsentieren (z.B. Geschwindigkeiten von Beobachtungsstationen in einem terrestrischen Referenzrahmen oder langperiodische Schwankungen der Erdrotation), werden mit zunehmender Länge der zu deren Bestimmung verwendeten Beobachtungszeitreihe stabiler. Qualitativ hochwertige VLBI-Beobachtungen gibt es seit ca. 1984 (siehe z.B. TESMER 2002), noch längere Zeitreihen gibt es von LLR und SLR. Gut koordinierte GPS-Messungen in globalen Rahmen finden erst seit Etablierung des IGS im Jahre 1994 statt.

So fundamental die Bedeutung der VLBI für die Realisierung der definierenden Größen Orientierung und Maßstab und die Kontinuität eines terrestrischen Bezugsrahmens ist, so wenig kann zur unmittelbaren Verfügbarkeit für Nutzer beigetragen werden. Sollen Positionen und Geschwindigkeiten der Punkte des terrestrischen Referenzrahmens strenge Stabilitätskriterien erfüllen, stehen nur ca. 50 VLBI-Teleskope weltweit zur Verfügung (TESMER 2002), die die Erdoberfläche nicht optimal abdecken. DREWES (2000) nennt aber ihre extreme Beständigkeit und gute Infrastruktur als wichtigen Beitrag zur langfristigen physikalischen Stabilität der Vermarkung terrestrischer Referenzrahmen. Ähnliche Eigenschaften haben die SLR-Beobachtungsstationen. Koordinaten eines Neupunktes in einem globalen terrestrischen Referenzsystem können mit Abstand am günstigsten mit GPS bestimmt werden. Durch sorgfältige Auswertung von GPS-Messungen auf dem gewünschten Punkt kann vergleichsweise leicht eine genaue Koordinatenbestimmung durchgeführt werden. Die dafür benötigten Ephemeriden der GPS-Satelliten werden in ausreichender Genauigkeit kostenlos vom IGS zur Verfügung gestellt. Können zusätzlich die Registrierungen einiger der zahlreichen, gut verteilten GPS-Punkte im ITRF genutzt werden, ist auch leicht ein Bezug zum ITRF mit einer Genauigkeit von wenigen Zentimetern herzustellen.

Weitere Eigenschaften von VLBI-Beobachtungen

Das VLBI-Beobachtungsmaterial ist besonders in seiner zeitlichen Entwicklung inhomogen. Durch sich mit der Zeit verändernde Ziele der geodätischen VLBI und durch technischen Fortschritt haben sich viele Eigenschaften von VLBI-Sessions verändert. Mehrere der benutzten Teleskope beobachten nur einige Tage pro Jahr, und nur wenige insgesamt länger als 13 Jahre. Zusätzlich ändert sich die Beobachtungskonfiguration meist von Session zu Session (siehe Kapitel 5.1 oder z.B. TESMER 2002). Diese Inhomogenität kann sich an vielen Stellen bemerkbar machen, z.B. wird so ein einfaches Interpretieren von VLBI-Parameter-Zeitreihen verhindert. Ein Teil der systematischen Restfehler kann aber auch entweder als „quasi-zufällige“ Fehler ein realistischeres Einschätzen der Genauigkeiten bewirken oder das Aufdecken von Systematiken vereinfachen.

Mit VLBI kann bei einer gemeinsamen Parameterbestimmung mit Beobachtungsgleichungen anderer Verfahren neben einer hochstabilen Verbindung zwischen den Referenzrahmen auch zu anderen gemeinsamen Parametern, wie dem Einfluss der Ionosphäre und der Troposphäre auf sie durchquerende Mikrowellen, beigetragen werden. Insbesondere für die Modellierung der Ionosphäre ist VLBI durch seine relativ weit auseinander liegenden Beobachtungsfrequenzen besonders geeignet (siehe auch Abschnitt 2.1.4). Eine ausführlichere Diskussion von Aspekten der Kombination geodätischer Beobachtungsverfahren zu einem „Integrated Global Geodetic Observing System“ (IGGOS) ist z.B. in ANGERMANN (2002), ROTHACHER (2000) oder ROTHACHER (2002) zu finden. Dort werden im Detail alle erdenklichen Verbindungen zwischen den Verfahren erläutert und um hier nicht angesprochene Beiträge der neuen Satellitenmissionen CHAMP, GRACE oder GOCE und der Altimetrie erweitert.

Bislang nicht erwähnte Nachteile hat VLBI im Vergleich mit anderen Verfahren durch die Größe und Bauart der verwendeten Teleskope: Der Referenzpunkt der Teleskope ist oft nicht direkt anzugeben, und die Form der Bauwerke unterliegt schwer zu modellierenden Schwankungen durch meteorologische Einflüsse (siehe dazu Abschnitt 2.1.3). Weiter sind die Komplexität und die hohen Kosten des Beobachtungs- und Korrelationsbetriebs und die nicht-kontinuierliche VLBI-Beobachtungszeitreihe zu nennen. In DREWES (2000) wird auch die relativ große Zeitspanne zwischen den Beobachtungen und einer ersten Parameterbestimmung von mindestens mehreren Tagen kritisch bewertet.

Die wichtigsten positiven Eigenschaften des Verfahrens VLBI sind:
- Realisierung zälestischer Referenzrahmen durch Fixpunkte im Raum,
- direkte und konsistente Verbindung zwischen zälestischen und terrestrischen Referenzsystemen,
- eindeutige Maßstabsdefinition,
- optimale Homogenität von langjährigen Lösungen wegen einfacher Reprozessierbarkeit,
- lange, qualitativ hochwertige Beobachtungs-Zeitreihen,
- Unabhängigkeit der Beobachtungen vom Schwerefeld der Erde.

Wesentliche Nachteile sind dagegen:
- hoher technischer Aufwand bzw. hohe Kosten,
- keine kontinuierlichen Beobachtungen,
- inhomogene, zum Teil ungünstige Netzkonfigurationen und geringe Stationsdichte,
- Beobachtungen nur im Abstand weniger Minuten und in eine topozentrische Richtung möglich,
- nur relative Koordinaten bestimmbar.

3. Grundlagen der Ausgleichungsrechnung

Um die gesuchten Größen (wie z.B. die in Abschnitt 2.3 beschriebenen VLBI-Zielparameter) aus Beobachtungen abzuleiten, wird in dieser Arbeit die Parameterschätzung nach der Methode der kleinsten Quadrate im Gauß-Markoff-Modell angewendet. Die für diese Ausgleichung benötigten Grundlagen werden in Abschnitt 3.1 erläutert und sind dem historischen Lehrbuch von HELMERT (1872), sowie den aktuellen Büchern von NIEMEIER (2002) und vor allem KOCH (1997) entnommen.

In Kapitel 4 wird häufig auf den Zusammenhang zwischen dem funktionalen und dem stochastischen Modell bei der Ausgleichung von Beobachtungen zurückgegriffen. Beide werden bereits in 3.1 vorgestellt, in Abschnitt 3.2 wird aber noch einmal das stochastische Modell, d.h. die Varianz-Kovarianz-Matrix der Beobachtungen als Teil des Gauß-Markoff-Modells genauer beschrieben. Weiter wird anhand der Verfahren der Homogenisierung und der Teilelimination von Parametern durch Übertragung in die Gewichtsmatrix der Beobachtungen gezeigt, dass sich Teile des stochastischen und des funktionalen Modells im Schätzverfahren zumindest auf mathematisch-algebraischer Ebene entsprechen können.

Zentrale Aufgabe dieser Arbeit ist die Verfeinerung des bei der VLBI-Auswertung üblicherweise verwendeten stochastischen Modells. Dafür wird die in Abschnitt 3.3 beschriebene Methode der Schätzung von Varianz- und Kovarianzkomponenten im Gauß-Markoff-Modell angewendet. Methoden der Zeitreihenanalyse, wie sie zum Beispiel bei GPS angewendet werden (z.B. SATIRAPOD et al. 2001) sind nur bedingt geeignet, unter anderem weil sich während einer VLBI-Session nur wenige Beobachtungsmuster regelmäßig wiederholen.

In Abschnitt 3.4 wird eine Erläuterung und Begründung des Algorithmus gegeben, mit dem die aus einzelnen VLBI-Sessions gewonnene Information zur Schätzung gemeinsamer Varianz- und Kovarianzkomponenten akkumuliert werden kann, ohne dass sehr große Matrizen verwendet werden müssen.

3.1 Methode der kleinsten Quadrate im Gauß-Markoff-Modell

Gauß-Markoff-Modell

Von einem Vektor $\mathbf{y}$ der n Beobachtungen mit teilweise stochastischen Eigenschaften sollen u unbekannte, nicht stochastische Größen abgeleitet werden, die im Vektor $\boldsymbol{\beta}$ zusammengefasst sind (Anmerkung: Es gibt auch Ausgleichungsansätze, bei denen die gesuchten Größen $\boldsymbol{\beta}$ a priori stochastische Eigenschaften zugeordnet bekommen können, wie z.B. bei der in MORITZ (1989) beschriebenen Kollokation). Der Zusammenhang zwischen den beobachteten und den gesuchten Größen wird durch eine Funktion $f(\boldsymbol{\beta})$ in einem Gleichungssystem angegeben und lautet im linearen Gauß-Markoff-Modell

$$\mathrm{E}(\mathbf{y}) = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} \qquad \text{mit} \quad \mathrm{D}(\mathbf{y}) = \boldsymbol{\Sigma}_{yy} = \sigma_0^2\mathbf{Q} = \sigma_0^2\mathbf{P}^{-1} \quad . \qquad (3\text{-}1)$$

Die Funktion $\mathrm{E}(\mathbf{y}) = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta}$ stellt die Erwartungswerte $\mathrm{E}(\mathbf{y})$ der Beobachtungen $\mathbf{y}$ als Linearkombination der Parameter durch die Matrix $\mathbf{X}$ entsprechend (3-3) dar und wird als funktionales Modell, oder in anderem Zusammenhang auch als deterministisches Modell bezeichnet (siehe dazu auch HECK 1995, S. 82ff). Teil des Gauß-Markoff-Modells ist auch das stochastische Modell, die positiv-definite Dispersions- oder Varianz-Kovarianz-Matrix $\mathrm{D}(\mathbf{y}) = \boldsymbol{\Sigma}_{yy}$ der Beobachtungen. Sie wird durch die bekannte Gewichtsmatrix der Beobachtungen $\mathbf{P}$ bzw. die Kofaktormatrix $\mathbf{Q} = \mathbf{P}^{-1}$ und einen unbekannten Faktor σ_0^2 ausgedrückt, der das gemeinsame Varianzniveau aller Beobachtungen beschreibt. Bei normalverteilten Beobachtungen ist die Kenntnis der Erwartungswerte $\mathrm{E}(\mathbf{y})$ und der Varianz-Kovarianz-Matrix $\boldsymbol{\Sigma}_{yy}$ hinreichend zur Festlegung der Wahrscheinlichkeitsverteilung.

Damit der zufällige Charakter von Messfehlern in den Beobachtungen die Schätzung der unbekannten Parameter $\boldsymbol{\beta}$ möglichst wenig verfälscht, ist die Anzahl der Beobachtungen n stets größer als die Anzahl der Unbekannten u. Für n > u ist das Gleichungssystem $\mathbf{X}\boldsymbol{\beta} = \mathbf{y}$ aber nicht konsistent. Dies lässt sich durch Addition zufälliger Fehler $\mathbf{e}$ zu den Beobachtungen beheben:

$$\mathbf{X}\boldsymbol{\beta} = \mathbf{y} + \mathbf{e} \qquad \text{mit } \mathrm{E}(\mathbf{e}) = 0 \qquad \text{und } \mathrm{D}(\mathbf{e}) = \mathrm{D}(\mathbf{y}) = \boldsymbol{\Sigma}_{yy} = \sigma_0^2\mathbf{P}^{-1} \quad . \qquad (3\text{-}2)$$

Da im linearen Gauß-Markoff-Modell gearbeitet werden soll, muss der funktionale Zusammenhang $E(\mathbf{y}) = f(\boldsymbol{\beta})$ linear sein bzw. gegebenenfalls linearisiert werden. Dazu wird die Funktion $f(\boldsymbol{\beta})$ unter Verwendung einer hinreichenden Näherung $\boldsymbol{\beta}_0$ für die Parameter durch eine Taylorentwicklung mit $i = 1,2,\ldots,n$ und $j = 1,2,\ldots,u$ approximiert:

$$\mathbf{y} = f(\boldsymbol{\beta}) = f(\boldsymbol{\beta}_0) + \left(\frac{\partial y_i}{\partial \beta_j}\right)\Delta\boldsymbol{\beta} + O_2 \approx f(\boldsymbol{\beta}_0) + \mathbf{X}\,\Delta\boldsymbol{\beta} \qquad (3\text{-}3)$$

Sind die Näherungswerte $\boldsymbol{\beta}_0$ nicht genau genug, muss die später in diesem Abschnitt beschriebene Schätzung der Parameter mit den Schätzwerten als verbesserten Näherungswerten wiederholt werden. Zur Vereinfachung der Schreibweise wird im Folgenden kurz $\mathbf{y}$ anstelle von $\mathbf{y} - f(\boldsymbol{\beta}_0)$ und $\boldsymbol{\beta}$ für $(\boldsymbol{\beta} - \boldsymbol{\beta}_0) = \Delta\boldsymbol{\beta}$ geschrieben.

Anmerkung: Den Beobachtungsgleichungen bei der VLBI-Parameterschätzung werden neben den eigentlichen VLBI-Beobachtungen oft zusätzlich zwei Arten „künstlicher" Information hinzugefügt:

- Manche Parameter (nicht die in Tabelle 2-1 des Abschnitts 2.3 beschriebenen primären Zielparameter) sind in Einzelfällen durch die Beobachtungen nur sehr schwach bestimmt. Deshalb werden sie in der Regel durch Pseudobeobachtungen („Constraints") mit kleinen Gewicht stabilisiert, wobei der entsprechende Parameterwert mangels besserem Wissen meist Null ist (mehr dazu in Abschnitt 2.1.4 unter „Troposphärische Refraktion" und im einleitenden Teil von Kapitel 6 unter „Indirekte Auswirkungen verschiedener stochastischer Ansätze auf die Parameterschätzung").

- Mit VLBI-Beobachtungen lassen sich nicht direkt geozentrische Koordinaten von VLBI-Teleskopen ableiten. Bei Bestimmung von Positionen muss stets ein Datumsdefekt sechs (drei Rotationen und drei Translationen) behoben werden. Sollen auch Geschwindigkeiten ermittelt werden, sind 12 Freiheitsgrade zu definieren. Dafür müssen den ursprünglichen Beobachtungsgleichungen geeignete Restriktionen durch Pseudobeobachtungen oder Bedingungsgleichungen hinzugefügt werden (siehe dazu Abschnitt 2.4 unter „terrestrischer Referenzrahmen" und Abschnitt 5.4.1).

Parameterschätzung nach der Methode der kleinsten Quadrate im Gauß-Markoff-Modell

Das in (3-1) bzw. (3-2) dargestellte Gleichungssystem hat wegen n > u keine eindeutige Lösung $\boldsymbol{\beta}$. Eine mögliche Lösung kann z.B. mit der Methode der kleinsten Quadrate gefunden werden, die eine „beste lineare unverzerrte Schätzung" oder auch „Best Linear Unbiased Estimation" (BLUE) ist (z.B. NIEMEIER 2002, S. 114). Dafür sind die Schätzwerte für $\boldsymbol{\beta}$ durch einen linearen Schätzer so zu ermitteln, dass die Quadratsumme der Abweichungen der Beobachtungen $\mathbf{y}$ von den Schätzwerten ihrer Erwartungswerte $s(E(\mathbf{y}))$ minimal wird:

$$\left(\mathbf{y} - s(E(\mathbf{y}))\right)' \mathbf{P} \left(\mathbf{y} - s(E(\mathbf{y}))\right) \quad \rightarrow \quad \min \quad . \qquad (3\text{-}4)$$

Der Zusammenhang zu den Parametern wird mit (3-1) zu $s(E(\mathbf{y})) = s(\mathbf{X}\boldsymbol{\beta}) = \mathbf{X}\,s(\boldsymbol{\beta})$ hergestellt, womit folgende Forderung formuliert werden kann:

$$\Omega = (\mathbf{y} - \mathbf{X}\,s(\boldsymbol{\beta}))' \mathbf{P}\,(\mathbf{y} - \mathbf{X}\,s(\boldsymbol{\beta})) \quad \rightarrow \quad \min \quad . \qquad (3\text{-}5)$$

Einen Extremwert hat Ω für

$$\frac{\partial \Omega}{\partial s(\boldsymbol{\beta})} = 0$$

bei folgender Schätzung $\hat{\boldsymbol{\beta}}$ der unbekannten Parameter:

$$\hat{\boldsymbol{\beta}} = (\mathbf{X}'\mathbf{P}\,\mathbf{X})^{-1}\,\mathbf{X}'\mathbf{P}\,\mathbf{y} \quad . \qquad (3\text{-}6)$$

Der Extremwert ist, wie z.B. in KOCH (1997, S. 172) nachgewiesen, gleichzeitig ein Minimum. Entsprechend Gleichung (3-1) können die Schätzwerte $s(E(\mathbf{y}))$ der Erwartungswerte der Beobachtungen jetzt mit $\hat{\mathbf{y}}$ bezeichnet werden:

$$\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}} \quad . \tag{3-7}$$

Die oft als „Verbesserungen" oder „Residuen" benannten Schätzwerte $\hat{\mathbf{e}}$ der Fehler $\mathbf{e}$ der Beobachtungen sind wiederum mit (3-2) abzuleiten:

$$s(\mathbf{e}) = \mathbf{X}\,s(\boldsymbol{\beta}) - \mathbf{y} \qquad \text{und damit} \qquad \hat{\mathbf{e}} = \mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}} - \mathbf{y} = \hat{\mathbf{y}} - \mathbf{y} \quad . \tag{3-8}$$

Das in (3-4) geforderte Kriterium der Methode der kleinsten Quadrate lässt sich nun wie folgt formulieren:

$$\hat{\mathbf{e}}'\mathbf{P}\hat{\mathbf{e}} \quad \rightarrow \quad \min \quad . \tag{3-9}$$

Auch für die Schätzung $\hat{\sigma}_0^2$ der Varianz σ_0^2 der Gewichtseinheit (siehe (3-1)) wird Erwartungstreue gefordert, d.h. es muss $E(\hat{\sigma}_0^2) = \sigma_0^2$ gelten. Diese Forderung erfüllt die folgende Schätzung mit der Anzahl der Beobachtungen n und der Anzahl der unbekannten Parameter u:

$$\hat{\sigma}_0^2 = \frac{\hat{\mathbf{e}}'\mathbf{P}\hat{\mathbf{e}}}{n-u} \quad . \tag{3-10}$$

Die Varianz-Kovarianz-Matrix $\boldsymbol{\Sigma}_{\hat{\beta}\hat{\beta}}$ der geschätzten Parameter $\hat{\boldsymbol{\beta}}$ wird mit dem Fehlerfortpflanzungsgesetz abgeleitet: Ist $\mathbf{y}$ ein Zufallsvektor mit der Varianz-Kovarianz-Matrix $\boldsymbol{\Sigma}_{yy}$, von dem der Zufallsvektor $\mathbf{z}$ durch die lineare Transformation $\mathbf{z} = \mathbf{A}\mathbf{y} + \mathbf{c}$ abgeleitet werden kann, dann gilt:

$$\boldsymbol{\Sigma}_{zz} = D(\mathbf{A}\,\mathbf{y} + \mathbf{c}) = \mathbf{A}\,\boldsymbol{\Sigma}_{yy}\,\mathbf{A}' \quad . \tag{3-11}$$

Die Gleichung (3-6) $\hat{\boldsymbol{\beta}} = (\mathbf{X}'\mathbf{P}\,\mathbf{X})^{-1}\,\mathbf{X}'\mathbf{P}\,\mathbf{y}$ kann entsprechend (3-11) als $\hat{\boldsymbol{\beta}} = \mathbf{A}\,\mathbf{y} + \mathbf{c}$ mit $\mathbf{c} = 0$ geschrieben werden. Die stochastischen Eigenschaften $\boldsymbol{\Sigma}_{yy} = \sigma_0^2\mathbf{P}^{-1}$ der Beobachtungen, bzw. mit der Schätzung der Varianz der Gewichtseinheit als $\hat{\boldsymbol{\Sigma}}_{yy} = \hat{\sigma}_0^2\mathbf{P}^{-1}$ angedeutet, pflanzen sich deshalb mit $\mathbf{A} = (\mathbf{X}'\mathbf{P}\,\mathbf{X})^{-1}\,\mathbf{X}'\mathbf{P}$ auf die Schätzung $\hat{\boldsymbol{\beta}}$ der unbekannten Parameter wie folgt fort:

$$\hat{\boldsymbol{\Sigma}}_{\hat{\beta}\hat{\beta}} = \mathbf{A}\,\hat{\boldsymbol{\Sigma}}_{yy}\,\mathbf{A}' = (\mathbf{X}'\mathbf{P}\,\mathbf{X})^{-1}\,\mathbf{X}'\mathbf{P}\;\hat{\sigma}_0^2\mathbf{P}^{-1}\,((\mathbf{X}'\mathbf{P}\,\mathbf{X})^{-1}\,\mathbf{X}'\mathbf{P})' = \hat{\sigma}_0^2(\mathbf{X}'\mathbf{P}\,\mathbf{X})^{-1} \quad . \tag{3-12}$$

Mit der Gleichung (3-7), $\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}}$, kann die Varianz-Kovarianz-Matrix $\hat{\boldsymbol{\Sigma}}_{\hat{y}\hat{y}}$ der geschätzten Erwartungswerte der Beobachtungen $\hat{\mathbf{y}}$ durch Fehlerfortpflanzung von $\hat{\boldsymbol{\Sigma}}_{\hat{\beta}\hat{\beta}}$ abgeleitet werden:

$$\hat{\boldsymbol{\Sigma}}_{\hat{y}\hat{y}} = \mathbf{X}\,\hat{\boldsymbol{\Sigma}}_{\hat{\beta}\hat{\beta}}\,\mathbf{X}' = \hat{\sigma}_0^2\mathbf{X}(\mathbf{X}'\mathbf{P}\,\mathbf{X})^{-1}\,\mathbf{X}' \quad . \tag{3-13}$$

Die Varianz-Kovarianz-Matrix $\hat{\boldsymbol{\Sigma}}_{\hat{e}\hat{e}}$ der Schätzwerte der Fehler der Beobachtungen oder Residuen $\hat{\mathbf{e}}$ lässt sich entsprechend mit Gleichung (3-8) $\hat{\mathbf{e}} = \hat{\mathbf{y}} - \mathbf{y} = \mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}} - \mathbf{y} = -(\mathbf{I} - \mathbf{X}(\mathbf{X}'\mathbf{P}\,\mathbf{X})^{-1}\,\mathbf{X}'\mathbf{P})\,\mathbf{y} = \mathbf{A}\,\mathbf{y}$ gewinnen:

$$\hat{\boldsymbol{\Sigma}}_{\hat{e}\hat{e}} = \mathbf{A}\,\hat{\boldsymbol{\Sigma}}_{\hat{y}\hat{y}}\,\mathbf{A}' = \hat{\sigma}_0^2(\mathbf{P}^{-1} - \mathbf{X}(\mathbf{X}'\mathbf{P}\,\mathbf{X})^{-1}\,\mathbf{X}') \quad . \tag{3-14}$$

3.2 Zusammenhang zwischen funktionalem und stochastischem Modell

Varianz-Kovarianz-Matrix der Beobachtungen

Wie bereits in Abschnitt 3.1 angedeutet, werden die gemeinsamen stochastischen Eigenschaften der Elemente des Zufallsvektors **y** durch seine symmetrische Varianz-Kovarianz-Matrix $\boldsymbol{\Sigma}_{yy}$ dargestellt:

$$\boldsymbol{\Sigma}_{yy} = \sigma_0^2 \mathbf{Q} = \sigma_0^2 \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{12} & \cdots & \sigma_{1n} \\ \sigma_{21} & \sigma_2^2 & & \cdots \\ \cdots & & & \\ \sigma_{n1} & \cdots & & \sigma_n^2 \end{bmatrix} \quad . \qquad (3\text{-}15)$$

Auf der Hauptdiagonalen der Kofaktormatrix $\mathbf{Q}$ sind die Varianzen $\sigma_1^2, \sigma_2^2, \ldots, \sigma_n^2$ zu finden, daneben die Kovarianzen, wie z.B. $\sigma_{12} = \sigma_{21}$ für y_1 und y_2. Die Kofaktoren definieren die Varianz- und Kovarianzverhältnisse der Beobachtungen zueinander, der Faktor σ_0^2 ihr gemeinsames Varianzniveau. Von $\mathbf{Q}$ lässt sich mit der Hauptdiagonalmatrix $\mathbf{F} = \mathrm{diag}(1/\sigma_1, 1/\sigma_2, \ldots, 1/\sigma_n)$ die symmetrische Korrelationsmatrix $\mathbf{R}$ der Beobachtungen $\mathbf{y}$ ableiten:

$$\mathbf{R} = \mathbf{F}\,\mathbf{Q}\,\mathbf{F} = \begin{bmatrix} 1 & \rho_{12} & \cdots & \rho_{1n} \\ \rho_{21} & 1 & & \cdots \\ \cdots & & & \\ \rho_{n1} & \cdots & & 1 \end{bmatrix} \quad . \qquad (3\text{-}16)$$

Ein einzelner Korrelationskoeffizient ρ_{ij} zweier Beobachtungen kann für $i = 1,2,\ldots,n$ und $j = 1,2,\ldots,n$ wie folgt angegeben werden:

$$\rho_{ij} = \frac{\sigma_{ij}}{\sqrt{\sigma_i^2 \cdot \sigma_j^2}} \quad , \text{ wobei stets } -1 \le \rho_{ij} = \rho_{ji} \le 1 \text{ gilt.} \qquad (3\text{-}17)$$

Je größer der Betrag des Korrelationskoeffizienten ρ_{ij}, desto schlechter lassen sich die gemeinsamen stochastischen Eigenschaften der Beobachtungen y_i und y_j nur durch ihre einzelnen Varianzen und Erwartungswerte beschreiben. Bei maximaler Korrelation tragen Beobachtungen keinerlei unabhängige Information mehr.

Homogenisierung

In vielen Lehrbüchern zur Ausgleichungsrechnung wie z.B. Koch (1997, S. 167 f.) wird der in (3-1) bzw. (3-2) beschriebene funktionale Teil $\mathbf{X}\boldsymbol{\beta} = \mathrm{E}(\mathbf{y}) = \mathbf{y} + \mathbf{e}$ und der stochastische Teil $\mathrm{D}(\mathbf{y}) = \boldsymbol{\Sigma}_{yy} = \sigma_0^2 \mathbf{P}^{-1}$ des Gauß-Markoff-Modells wie folgt umgeformt:

Mit $\mathbf{P} = \mathbf{G}\,\mathbf{G}'$ ergibt sich $\overline{\mathbf{X}} = \mathbf{G}'\mathbf{X}$, $\overline{\mathbf{y}} = \mathbf{G}'\mathbf{y}$ und $\overline{\mathbf{e}} = \mathbf{G}'\mathbf{e}$ so, dass gilt:

$$\overline{\mathbf{X}}\boldsymbol{\beta} = \mathrm{E}(\overline{\mathbf{y}}) \quad \text{oder} \quad \overline{\mathbf{X}}\boldsymbol{\beta} = \overline{\mathbf{y}} + \overline{\mathbf{e}} \qquad \text{mit} \qquad \mathrm{D}(\overline{\mathbf{e}}) = \mathrm{D}(\overline{\mathbf{y}}) = \boldsymbol{\Sigma}_{\overline{e}\overline{e}} = \boldsymbol{\Sigma}_{\overline{y}\overline{y}} = \sigma_0^2 \mathbf{I} \quad . \qquad (3\text{-}18)$$

Die Matrix $\mathbf{G}$ kann durch Cholesky-Faktorisierung der positiv-definiten Gewichtsmatrix der Beobachtungen $\mathbf{P} = \mathbf{G}\,\mathbf{G}'$ gefunden werden. Dieses Verfahren, auch „Homogenisierung“ genannt, vereinfacht die Gewichtsmatrix der Beobachtungen zu einer Einheitsmatrix $\mathbf{I}$, was mit der in (3-11) beschriebenen Fehlerfortpflanzung von $\boldsymbol{\Sigma}_{yy}$ auf $\boldsymbol{\Sigma}_{\overline{y}\overline{y}}$ hergeleitet werden kann:

$$\boldsymbol{\Sigma}_{\overline{y}\overline{y}} = \mathbf{G}'\boldsymbol{\Sigma}_{yy}\,\mathbf{G} = \mathbf{G}'\sigma_0^2(\mathbf{G}\,\mathbf{G}')^{-1}\,\mathbf{G} = \sigma_0^2\mathbf{G}'(\mathbf{G}')^{-1}\,\mathbf{G}^{-1}\,\mathbf{G} = \sigma_0^2\mathbf{I} \quad .$$

Die Beobachtungen $\overline{\mathbf{y}}$ des neuen Gleichungssystems (3-18) sind unkorreliert und haben die gleiche Varianz. Die Lösung $\hat{\boldsymbol{\beta}}$ der Parameterschätzung wird dadurch nicht verändert.

Teilelimination von Parametern und Übertragung in die Gewichtsmatrix der Beobachtungen

Ein weiterer Zusammenhang zwischen dem stochastischen und dem funktionalen Modell wird z.B. in FUNCKE (1982) mit der Methode der Elimination von (Hilfs-)Parametern gegeben, deren Schätzwerte nicht von primärem Interesse sind. So können Normalgleichungen klein gehalten und Rechenaufwand eingespart werden.

Dafür wird das Gleichungssystem aus (3-2) so umformuliert, dass im Vektor $\boldsymbol{\beta}_1$ die zu bestimmenden Parameter und im Vektor $\boldsymbol{\beta}_2$ die zu eliminierenden Parameter zusammengefasst sind:

$$\mathbf{y} + \mathbf{e} = \mathbf{X}_1\,\boldsymbol{\beta}_1 + \mathbf{X}_2\,\boldsymbol{\beta}_2 \qquad \text{mit} \qquad \mathrm{D}(\mathbf{y}) = \boldsymbol{\Sigma}_{yy} = \sigma_0^2\mathbf{P}^{-1} \quad . \qquad (3\text{-}19)$$

Mit der reduzierenden Gewichtsmatrix der Beobachtungen $\overline{\mathbf{P}}$

$$\overline{\mathbf{P}} = (\mathbf{I} - \mathbf{P}\,\mathbf{X}_2\,(\mathbf{X}_2'\mathbf{P}\,\mathbf{X}_2)^{-1}\,\mathbf{X}_2')\,\mathbf{P} \qquad (3\text{-}20)$$

kann das Modell äquivalent mit $\mathbf{y}$, den dadurch als $\overline{\mathbf{e}}$ veränderten Residuen, $\mathbf{X}_1$ und der Lösung $\boldsymbol{\beta}_1$ aus (3-19) wie folgt angeben werden:

$$\mathbf{y} + \overline{\mathbf{e}} = \mathbf{X}_1\,\boldsymbol{\beta}_1 \qquad \text{mit} \qquad \mathrm{D}(\mathbf{y}) = \boldsymbol{\Sigma}_{yy} = \sigma_0^2\,\overline{\mathbf{P}}^{-1} \quad . \qquad (3\text{-}21)$$

Zusammenhang zwischen dem stochastischen und dem funktionalen Modell

Die Umformungen bei der Homogenisierung und der Teilelimination von Parametern durch Übertragung in die Gewichtsmatrix der Beobachtungen zeigen, dass sich bestimmte stochastische und funktionale Eigenschaften von Beobachtungen entsprechen können. Bei diesen Umformungen werden das stochastische bzw. das funktionale Modell in der Regel aber so verändert, dass sie nicht mehr wie gewohnt zu interpretieren sind.

Obwohl sich einige Eigenschaften von Beobachtungen also theoretisch wahlweise im stochastischen oder im funktionalen Modell darstellen lassen, ist eine Beschreibung zu bevorzugen, mit der die Eigenschaften möglichst gut erfasst werden können:

- Hinreichend bekannte Einflüsse, die sehr gut quantifizierbar sind (wie z.B. die Tiden der festen Erde), werden am besten unmittelbar bei den Beobachtungen $\mathbf{y}$ berücksichtigt.

- Die Einflüsse, die a priori nicht genau genug quantifizierbar sind, deren Zusammenhänge mit den Beobachtungen sich aber prinzipiell durch eine Funktion angeben lassen, können als unbekannte Parameter $\boldsymbol{\beta}$ geschätzt werden. Dafür muss allerdings eine für den Parameter hinreichende Beobachtungsanordnung vorliegen, und das Schätzen des Parameters darf keinen Datumsdefekt bzw. Konfigurationsdefekt erzeugen, was nur teilweise bzw. oft nicht mit beliebiger Qualität möglich ist.

- Im stochastischen Modell lässt sich z.B. physikalisch bedingtes Messrauschen in den Beobachtungen unmittelbar quantifizieren. Außerdem kann mit Hilfe von Korrelationen der Grad der Abhängigkeit zweier Beobachtungen angegeben werden, also wieviel zusätzliche Information eine Beobachtung verglichen mit einer anderen trägt.

In der Realität wird das funktionale Modell oft nicht vollständig bzw. nicht genau genug bekannt sein und/oder nur teilweise geschätzt werden können. In einem solchen Fall bietet sich an, der Beschreibung der Realität dadurch möglichst nahe zu kommen, dass bestimmte Eigenschaften durch das funktionale und das stochastische Modell gemeinsam erfasst werden. Dabei ist allerdings zu beachten, dass sich somit auch Änderungen in der funktionalen Modellierung auf das stochastische Modell auswirken können. In diesem Zusammenhang denkbare Modellierungsansätze bei der VLBI-Auswertung werden im Detail in Kapitel 4 beschrieben. Im Folgenden werden zur Veranschaulichung aber bereits einige Beispiele kurz skizziert:

Kann z.B. eine quasi-zufällige, scheinbare Eigenbewegung von Radioquellen nicht funktional beschrieben werden, ist dies näherungsweise vielleicht durch eine realistisch gewählte Varianz entsprechender Beobachtungen zu modellieren. Der in der Regel unbefriedigend bekannte Einfluss der Troposphäre auf Beobachtungen lässt sich nicht beliebig detailliert (z.B. zeitlich oder räumlich aufgelöst) durch das Schätzen unbekannter Parameter erfassen. Eventuell ließen sich die besonders schwierig zu beschreibenden Beobachtungen unter niedriger Elevation durch Annahme einer größeren Varianz solcher Beobachtungen realistischer handhaben. Auch könnten ungenügend beschriebene Anteile dieses Effekts, die Beobachtungen mit ähnlichen Strahlweg durch die Troposphäre ähnlich verfälschen, als Korrelationen zwischen den betroffenen Beobachtungen aufgefasst werden. Als weiteres Beispiel kann angeführt werden, dass bei dem Prozess der Gewinnung der VLBI-Beobachtungen, der Korrelation, häufig mehrere (Basislinien-) Beobachtungen von demselben, von einem Teleskop aufgezeichneten Signal abgeleitet werden. Durch Fehlmodellierungen des aufgezeichneten Signals könnten solche Beobachtungen ähnlich betroffen sein und sie dürften nicht als völlig unabhängig voneinander angenommen werden.

3.3 Varianz- und Kovarianzkomponentenschätzung im Gauß-Markoff-Modell

Varianz- und Kovarianzkomponenten im Gauß-Markoff-Modell

Zur Bestimmung von Varianzen und Kovarianzen von Beobachtungen wird das in Abschnitt 3.1 beschriebene Gauß-Markoff-Modell erweitert. Neben den unbekannten Parametern $\boldsymbol{\beta}$ werden anstelle des unbekannten, gemeinsamen Varianzniveaus σ_0^2 aller Beobachtungen die unbekannten Varianzkomponenten σ_i^2 und Kovarianzkomponenten σ_{ij} von Beobachtungsgruppen bestimmt. Entsprechend (3-1) lautet das erweiterte Modell mit den bekannten, symmetrischen Matrizen $\mathbf{T}_m$ und $\mathbf{V}_m$ der Dimension $n \times n$ somit:

$$\mathbf{X}\boldsymbol{\beta} = \mathrm{E}(\mathbf{y}) \qquad \text{mit} \qquad \mathrm{D}(\mathbf{y}) = \boldsymbol{\Sigma}_{yy} = \sigma_1^2\alpha_1^2\,\mathbf{T}_1 + \sigma_{12}\alpha_{12}\,\mathbf{T}_2 + \ldots + \sigma_l^2\alpha_l^2\,\mathbf{T}_k = \sum_{m=1}^{k}\theta_m\gamma_m\,\mathbf{T}_m$$
$$= \sigma_1^2\,\mathbf{V}_1 + \sigma_{12}\,\mathbf{V}_2 + \ldots + \sigma_l^2\,\mathbf{V}_k = \sum_{m=1}^{k}\theta_m\,\mathbf{V}_m \quad . \qquad (3\text{-}22)$$

Für $i = 1,2,\ldots,l$, $i < j \le l$, $l \le k \le l(l+1)/2$ und $m = 1,2,\ldots,k$ treten dabei zusätzlich folgende Größen auf:

- k unbekannte Komponenten θ_m (die Varianz- und Kovarianzkomponenten σ_i^2 und σ_{ij}),
- k Faktoren γ_m (als α_i^2 und α_{ij} Näherungswerte für die zu schätzenden Komponenten θ_m bzw. σ_i^2 und σ_{ij}).

Außerdem ist $\sum_{m=1}^{k}\mathbf{V}_m = \mathbf{V}_1 + \mathbf{V}_2 + \ldots + \mathbf{V}_k$ positiv definit.

(Hinweis: Diese Schätzung muss in der Regel iterativ durchgeführt werden. Als Ergebnis jedes Iterationsschritts erhält man die geschätzten Komponenten $\hat{\theta}_m$, die im Falle der Konvergenz alle eins betragen. Die iterierte Schätzung, die eigentlich gesuchte Größe, lässt sich mit dem Produkt $\hat{\theta}_m\gamma_m$ angeben und ist als Näherungswert für weitere Iterationsschritte zu verwenden. Eine ausführlichere Beschreibung des Iterationsalgorithmus wird später in diesem Abschnitt gegeben).

In KOCH (1997, S. 246) wird ein Beispiel für zwei Gruppen von Beobachtungen $\mathbf{y}_1$ und $\mathbf{y}_2$ gegeben, in denen jeweils die Gewichtsverhältnisse innerhalb der beiden Gruppen mit $\mathbf{P}_1$ und $\mathbf{P}_2$ bekannt sind, nicht aber die Varianzniveaus σ_1^2 und σ_2^2 der Beobachtungsgruppen relativ zueinander. Weiter ist mit der Kovarianzmatrix $\mathbf{R}_{12}$ vorgegeben, dass die Beobachtungsgruppen voneinander abhängig sind, bzw. wird so die Struktur der Abhängigkeiten vorgeschrieben. Unbekannt ist nur die Größenordnung σ_{12} der Korrelation. Mit $\mathbf{R}_{21} = \mathbf{R}_{12}'$ lautet das stochastische Modell schließlich:

$$\mathrm{D}\left(\begin{bmatrix}\mathbf{y}_1\\ \mathbf{y}_2\end{bmatrix}\right) = \theta_1\,\mathbf{V}_1 + \theta_2\,\mathbf{V}_2 + \theta_3\,\mathbf{V}_3 = \sigma_1^2\begin{bmatrix}\mathbf{P}_1^{-1} & \mathbf{0}\\ \mathbf{0} & \mathbf{0}\end{bmatrix} + \sigma_2^2\begin{bmatrix}\mathbf{0} & \mathbf{0}\\ \mathbf{0} & \mathbf{P}_2^{-1}\end{bmatrix} + \sigma_{12}\begin{bmatrix}\mathbf{0} & \mathbf{R}_{12}\\ \mathbf{R}_{21} & \mathbf{0}\end{bmatrix}$$

Schätzung der Varianz- und Kovarianzkomponenten im Gauß-Markoff-Modell

Die Schätzung des gemeinsamen Varianzniveaus aller Beobachtungen $\hat{\sigma}_0^2$ wird mit (3-10) durch eine quadratische Form der Residuen erwartungstreu durchgeführt (siehe dazu Abschnitt 3.1). Sind die Beobachtungen normalverteilt, so ist sie auch beste Schätzung.

Eine Methode zur Schätzung von Varianz- und Kovarianzkomponenten ist z.B. die in RAO (1973, S. 303f) entwickelte „Minimum Norm Quadratic Unbiased Estimation“ (MINQUE). Sie ist eine quadratische Schätzung, die unverzerrt, also erwartungstreu ist, und die Forderung nach minimaler Norm erfüllt. Eine weitere Schätzmethode ist die BIQUE, die „beste (entspricht minimaler Varianz) invariante quadratische erwartungstreue Schätzung“, die im Falle normalverteilter Beobachtungen identisch mit einer MINQUE ist (GRAFAREND 1978, GRAFAREND und D'HONE 1978). Diese Schätzverfahren werden in der Geodäsie häufig angewendet (SIEG und HIRSCH 2000a und 2000b, TIBERIUS und KENSELAAR 2000, SATIRAPOD et al. 2002).

Die unbekannten Varianz- und Kovarianzkomponenten $\boldsymbol{\theta} = (\theta_1, \theta_2, \ldots, \theta_k)'$ werden als Teil einer linearen Funktion $\mathbf{p}'\boldsymbol{\theta}$ des gegebenen, k-dimensionalen Vektors $\mathbf{p}$ mit Hilfe der quadratischen Form $\mathbf{y}'\mathbf{D}\,\mathbf{y}$ der Beobachtungen

y beschrieben. Die unbekannte, symmetrische, $n \times n$ -dimensionale Matrix **D** wird so gesucht, dass die Schätzung wegen

$$\mathbf{p}'\boldsymbol{\theta} = \mathrm{E}(\mathbf{y}'\mathbf{D}\mathbf{y}) \qquad (3\text{-}23)$$

erwartungstreu ist. Mit der Bedingung

$$\mathrm{Var}(\mathbf{y}'\mathbf{D}\mathbf{y}) = 2 \cdot \mathrm{sp}(\mathbf{D}\boldsymbol{\Sigma}_{yy}^{0}\,\mathbf{D}\boldsymbol{\Sigma}_{yy}^{0}) \quad \rightarrow \quad \min \quad , \text{ wobei } \quad \boldsymbol{\Sigma}_{yy}^{0} = \sum_{m=1}^{k} \mathbf{V}_m \quad , \qquad (3\text{-}24)$$

wird zusätzlich die Forderung einer besten quadratischen Schätzung erfüllt, die wegen der Bedingung

$$\mathbf{D}\mathbf{X} = \mathbf{0}$$

unabhängig von den unbekannten Parametern ist.

In KOCH (1997, S. 245ff) wird ein entsprechender Algorithmus zur Schätzung der Komponenten $\theta_1, \theta_2, \ldots, \theta_k$, also den Varianzkomponenten σ_i^2 und Kovarianzkomponenten σ_{ij} hergeleitet. Dazu ist mit $\boldsymbol{\Sigma}_{yy}^{0}$ entsprechend (3-22) bzw. (3-24) und der Matrix der partiellen Ableitungen **X** nach (3-3) zunächst die Matrix **W** aufzustellen

$$\mathbf{W} = \boldsymbol{\Sigma}_{yy}^{0\,-1}\left(\mathbf{I} - \mathbf{X}(\mathbf{X}'\boldsymbol{\Sigma}_{yy}^{0\,-1}\,\mathbf{X})^{-1}\,\mathbf{X}'\boldsymbol{\Sigma}_{yy}^{0\,-1}\right) \quad , \qquad (3\text{-}25)$$

mit der die Schätzwerte $\hat{\mathbf{e}}$ der Residuen wie folgt abgeleitet werden:

$$\hat{\mathbf{e}} = -\boldsymbol{\Sigma}_{yy}^{0}\,\mathbf{W}\mathbf{y} \quad . \qquad (3\text{-}26)$$

Mit dem k-dimensionalen Vektor **q**

$$\mathbf{q} = [q_1 \quad q_2 \quad \cdots \quad q_k]' \qquad \text{mit} \qquad q_v = \hat{\mathbf{e}}'\boldsymbol{\Sigma}_{yy}^{0\,-1}\,\mathbf{V}_v\,\boldsymbol{\Sigma}_{yy}^{0\,-1}\,\hat{\mathbf{e}} \qquad (3\text{-}27)$$

und der $k \times k$ -dimensionalen, regulären und symmetrischen Matrix **S** für $v = 1,2,\ldots,k$ und $w = 1,2,\ldots,k$

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & \cdots & S_{1k} \\ S_{21} & S_{22} & & \cdots \\ \cdots & & & \\ S_{k1} & \cdots & & S_{kk} \end{bmatrix} \quad , \text{ wobei } \quad S_{vw} = \mathrm{sp}(\mathbf{W}\mathbf{V}_v\,\mathbf{W}\mathbf{V}_w) \quad , \qquad (3\text{-}28)$$

kann der Vektor der geschätzten Komponenten $\hat{\boldsymbol{\theta}} = (\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2, \ldots, \hat{\theta}_k)'$ schließlich wie folgt angegeben werden:

$$\hat{\boldsymbol{\theta}} = \mathbf{S}^{-1}\,\mathbf{q} \quad . \qquad (3\text{-}29)$$

Für eine realistische Interpretation der Schätzung lassen sich die Varianzen und Kovarianzen der k geschätzten Varianz- und Kovarianzkomponenten $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ mit $v = 1,2,\ldots,k$ und $w = 1,2,\ldots,k$ wie folgt ableiten:

$$\mathrm{Var}(\hat{\theta}_v) = 2 \cdot S_{vv}^{-1} \qquad \text{und} \qquad \mathrm{Cov}(\hat{\theta}_v, \hat{\theta}_w) = 2 \cdot S_{vw}^{-1} \quad . \qquad (3\text{-}30)$$

Aus den Gleichungen (3-25) und (3-27) ist zu erkennen, dass so geschätzte Varianz- und Kovarianzkomponenten von den Näherungswerten $\boldsymbol{\gamma}$ bzw. α_i^2 und α_{ij} abhängen. So kann in der Regel keine Schätzung gefunden werden, bei der alle $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ bzw. $\hat{\sigma}_i^2$ und $\hat{\sigma}_{ij}$ gleichmäßig das in (3-24) formulierte Minimumskriterium erfüllen und erwartungstreu sind. Deshalb wird diese Schätzung auch als „lokale Schätzung“ bezeichnet.

Vorausgesetzt die Lösung konvergiert, kann die lokale Schätzung $\hat{\boldsymbol{\theta}} = \hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2, \ldots, \hat{\theta}_k$ der k Komponenten durch Iteration unabhängig von den Näherungswerten $\boldsymbol{\gamma} = \gamma_1, \gamma_2, \ldots, \gamma_k$ werden (im Folgenden durch $(\,)_g$ gekennzeich-

nete Größen repräsentieren die entsprechende Größe des g-ten Iterationsschritts). Dafür berechnen sich die Näherungswerte $(\boldsymbol{\gamma})_2$ des zweiten Iterationsschrittes mit den Schätzungen $(\hat{\boldsymbol{\theta}})_1$ des ersten Schritts und den für diese Schätzung verwendeten Näherungswerten $(\boldsymbol{\gamma})_1$ zu $(\boldsymbol{\gamma})_2 = (\hat{\boldsymbol{\theta}})_1 (\boldsymbol{\gamma})_1$, mit der wiederum $(\hat{\boldsymbol{\theta}})_2$ geschätzt werden. Nach g Iterationen ist die Schätzung konvergiert, wenn alle k Komponenten als $(\hat{\theta}_1)_g \approx (\hat{\theta}_2)_g \approx \ldots \approx (\hat{\theta}_k)_g \approx 1$ erhalten werden. Die Näherungswerte $(\boldsymbol{\gamma})_g$ der g-ten iterierten Schätzung lauten somit:

$$(\boldsymbol{\gamma})_g = \begin{bmatrix} (\gamma_1)_g \\ (\gamma_2)_g \\ \cdots \\ (\gamma_k)_g \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\hat{\theta}_1)_{g-1}\,(\gamma_1)_{g-1} \\ (\hat{\theta}_2)_{g-1}\,(\gamma_2)_{g-1} \\ \cdots \\ (\hat{\theta}_k)_{g-1}\,(\gamma_k)_{g-1} \end{bmatrix} = (\boldsymbol{\gamma})_1 \prod_{h=1}^{g-1} (\hat{\boldsymbol{\theta}})_h \qquad \text{mit } h = 1,2,\ldots,g \quad . \tag{3-31}$$

Die Varianzen und Kovarianzen der k Komponenten der g-ten Iteration lassen sich dann für $v = 1,2,\ldots,k$ und $w = 1,2,\ldots,k$ mit (3-30) wie folgt ableiten:

$$\begin{aligned} \mathrm{Var}\left((\hat{\theta}_v)_g\,(\gamma_v)_g^2\right) &= (\gamma_v)_g^2\,\mathrm{Var}(\hat{\theta}_v)_g &&= (\gamma_v)_g^2 \cdot 2 \cdot (S_{vv}^{-1})_g \quad \text{bzw.} \\ \mathrm{Cov}\left((\hat{\theta}_v)_g\,(\gamma_v)_g\,,\,(\hat{\theta}_w)_g\,(\gamma_w)_g\right) &= (\gamma_v)_g \cdot (\gamma_w)_g \cdot \mathrm{Cov}\left((\hat{\theta}_v)_g\,,\,(\hat{\theta}_w)_g\right) &&= (\gamma_v)_g \cdot (\gamma_w)_g \cdot 2 \cdot (S_{vw}^{-1})_g \quad . \end{aligned} \tag{3-32}$$

Bei einer Schätzung von Varianz- und Kovarianzkomponenten sollten die Beobachtungen keine groben oder systematischen Fehler enthalten und die einzelnen Komponenten jeweils durch eine ausreichend große Anzahl von Beobachtungen bestimmt sein. Außerdem muss das gewählte Modell der Komponenten, also die in (3-22) beschriebenen Matrizen $\mathbf{T}_m$ bzw. $\mathbf{V}_m$, so formuliert werden, dass sie tatsächlich existierende stochastische Eigenschaften von Beobachtungsgruppen beschreiben. Die geschätzten Komponenten müssen außerdem voneinander zu trennen sein.

Verkürzte Schätzung der Varianz- und Kovarianzkomponenten im Gauß-Markoff-Modell

Die beschriebene Schätzung von Varianz- und Kovarianzkomponenten ist unter Umständen sehr rechenaufwändig. Bei dem z.B. in FÖRSTNER (1979) beschriebenen verkürzten Verfahren wird zur Schätzung der Komponenten nicht wie in Gleichung (3-29) die Inverse der in (3-28) beschriebenen Matrix S benötigt, zu deren Aufstellung viele Rechenoperationen durchzuführen sind. Entscheidend für die Anwendbarkeit des verkürzten Algorithmus ist allerdings die Voraussetzung, dass die Beobachtungsgruppen, für die gemeinsame stochastische Eigenschaften angenommen werden, sich nicht überschneiden. Wird also für jede Beobachtung maximal eine Varianz- oder Kovarianzkomponente geschätzt, ergeben sich bei der verkürzten Schätzung im Falle von Konvergenz schließlich die gleichen k Komponenten $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ wie bei einer Schätzung mit dem zuvor beschriebenen, vollen Algorithmus. Dafür ist die verglichen mit der Matrix $\mathbf{S}$ entsprechend (3-28) deutlich einfachere Hauptdiagonalmatrix $\mathbf{H}$ mit $v = 1,2,\ldots,k$ aufzustellen:

$$\hat{\boldsymbol{\theta}} = \mathbf{H}\mathbf{q} \quad , \quad \text{wobei} \quad \mathbf{H}_{vv} = \frac{1}{\mathrm{sp}(\mathbf{W}\,\mathbf{V}_v)} \quad . \tag{3-33}$$

Ersparte Rechenoperationen werden zwar zum Teil durch schlechtere Konvergenz dieses Verfahrens wieder verschenkt, in einigen Arbeiten (z.B. SATIRAPOD et al. 2002) wird aber davon berichtet, dass von die verkürzten Algorithmen insgesamt benötigte Rechenzeit bei gleichen Konvergenzkriterien verglichen mit dem unverkürzten Verfahren deutlich kleiner ist.

3.4 Akkumulation einzelner geschätzter Komponenten

In dieser Arbeit sollen vor allem Komponenten geschätzt werden, zu denen die Informationen der Beobachtungen aller VLBI-Sessions beitragen. Ist das Modell der Komponenten richtig formuliert (repräsentiert es also tatsächlich existierende stochastische Eigenschaften von Beobachtungsgruppen), wird eine solche Schätzung deutlich stabiler sein als eine, für die nur die Beobachtungen einzelner VLBI-Sessions verwendet werden. Um eine solche Schätzung aus den Beobachtungen aller Sessions zu ermöglichen, müssen die Komponenten aus einem gemeinsamen Gleichungssystem bestimmt werden, wodurch aber sehr große Matrizen zu handhaben wären. Deshalb

wird hier ein Algorithmus vorgestellt, der zunächst das Sammeln der Informationen einzelner VLBI-Sessions getrennt voneinander erlaubt, die in einem zweiten Schritt akkumuliert werden können, um anschließend gemeinsam zu einer Schätzung beizutragen.

Zur Herleitung eines solchen Algorithmus werden die Gleichungssysteme entsprechend (3-22) aufgestellt, wobei z.B. die Beobachtungen zweier Sessions A und B zu den gleichen zwei Komponenten θ_1 und θ_2 beitragen. Die nach (3-22) implizit in den Matrizen $\mathbf{V}_1$ und $\mathbf{V}_2$ enthaltenen Näherungswerte γ_1 und γ_2 der Komponenten müssen dabei jeweils für die gleiche Komponente in beiden Gleichungssystemen A und B identisch sein. Alle Parameter und Beobachtungen der Session A sollen zunächst als unabhängig von denen der Session B angenommen werden (mehr dazu im späteren Verlauf des Abschnitts). Für

$$\begin{bmatrix} \mathbf{X}_A & 0 \\ 0 & \mathbf{X}_B \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\beta}_A \\ \boldsymbol{\beta}_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{y}_A \\ \mathbf{y}_B \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{e}_A \\ \mathbf{e}_B \end{bmatrix} \tag{3-34}$$

$$\text{mit} \quad D\left(\begin{bmatrix} \mathbf{y}_A \\ \mathbf{y}_B \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Sigma}_{yAyA} & 0 \\ 0 & \boldsymbol{\Sigma}_{yByB} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta_1 \mathbf{V}_{1A} + \theta_2 \mathbf{V}_{2A} & 0 \\ 0 & \theta_1 \mathbf{V}_{1B} + \theta_2 \mathbf{V}_{2B} \end{bmatrix}$$

lässt sich zeigen, dass die in Gleichung (3-25) entwickelte Matrix **W** eine jeweils nach den beitragenden Gleichungssystemen getrennte Blockstruktur aufweist:

$$\begin{aligned} &\text{Mit} \quad \mathbf{W}_A = \boldsymbol{\Sigma}_{yAyA}^{-1} \left(\mathbf{I} - \mathbf{X}_A \, (\mathbf{X}_A' \, \boldsymbol{\Sigma}_{yAyA}^{-1} \, \mathbf{X}_A)^{-1} \, \mathbf{X}_A' \, \boldsymbol{\Sigma}_{yAyA}^{-1} \right) \\ &\text{und} \quad \mathbf{W}_B = \boldsymbol{\Sigma}_{yByB}^{-1} \left(\mathbf{I} - \mathbf{X}_B \, (\mathbf{X}_B' \, \boldsymbol{\Sigma}_{yByB}^{-1} \, \mathbf{X}_B)^{-1} \, \mathbf{X}_B' \, \boldsymbol{\Sigma}_{yByB}^{-1} \right) \\ &\text{ist} \quad \mathbf{W} = \begin{bmatrix} \mathbf{W}_A & 0 \\ 0 & \mathbf{W}_B \end{bmatrix} \quad . \end{aligned} \tag{3-35}$$

Damit ergibt sich die Matrix **S** entsprechend (3-28) als:

$$\begin{aligned} \mathbf{S} &= \begin{bmatrix} \mathrm{sp}(\mathbf{W}_A \, \mathbf{V}_{1A} \, \mathbf{W}_A \, \mathbf{V}_{1A}) + \mathrm{sp}(\mathbf{W}_B \, \mathbf{V}_{1B} \, \mathbf{W}_B \, \mathbf{V}_{1B}) & \mathrm{sp}(\mathbf{W}_A \, \mathbf{V}_{1A} \, \mathbf{W}_A \, \mathbf{V}_{2A}) + \mathrm{sp}(\mathbf{W}_B \, \mathbf{V}_{1B} \, \mathbf{W}_B \, \mathbf{V}_{2B}) \\ \mathrm{sp}(\mathbf{W}_A \, \mathbf{V}_{2A} \, \mathbf{W}_A \, \mathbf{V}_{1A}) + \mathrm{sp}(\mathbf{W}_B \, \mathbf{V}_{2B} \, \mathbf{W}_B \, \mathbf{V}_{1B}) & \mathrm{sp}(\mathbf{W}_A \, \mathbf{V}_{2A} \, \mathbf{W}_A \, \mathbf{V}_{2A}) + \mathrm{sp}(\mathbf{W}_B \, \mathbf{V}_{2B} \, \mathbf{W}_B \, \mathbf{V}_{2B}) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} S_{11A} + S_{11B} & S_{12A} + S_{12B} \\ S_{21A} + S_{21B} & S_{22A} + S_{22B} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad . \tag{3-36}$$

Der in (3-27) eingeführte Vektor **q** kann wie folgt geschrieben werden:

$$\begin{aligned} \mathbf{q} &= \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{e}}_A' \, \boldsymbol{\Sigma}_{yAyA}^{-1} \, \mathbf{V}_{1A} \, \boldsymbol{\Sigma}_{yAyA}^{-1} \, \hat{\mathbf{e}}_A + \hat{\mathbf{e}}_B' \, \boldsymbol{\Sigma}_{yByB}^{-1} \, \mathbf{V}_{1B} \, \boldsymbol{\Sigma}_{yByB}^{-1} \, \hat{\mathbf{e}}_B \\ \hat{\mathbf{e}}_A' \, \boldsymbol{\Sigma}_{yAyA}^{-1} \, \mathbf{V}_{2A} \, \boldsymbol{\Sigma}_{yAyA}^{-1} \, \hat{\mathbf{e}}_A + \hat{\mathbf{e}}_B' \, \boldsymbol{\Sigma}_{yByB}^{-1} \, \mathbf{V}_{2B} \, \boldsymbol{\Sigma}_{yByB}^{-1} \, \hat{\mathbf{e}}_B \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} q_{1A} + q_{1B} \\ q_{2A} + q_{2B} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad , \tag{3-37}$$

womit die Schätzung nach Gleichung (3-29) eine günstige Struktur besitzt:

$$\hat{\boldsymbol{\theta}} = \mathbf{S}^{-1} \mathbf{q} = \begin{bmatrix} s_{11A} + s_{11B} & s_{12A} + s_{12B} \\ s_{21A} + s_{21B} & s_{22A} + s_{22B} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} q_{1A} + q_{1B} \\ q_{2A} + q_{2B} \end{bmatrix} \quad . \tag{3-38}$$

Die einzelnen s_{ijA} und s_{ijB} bzw. q_{iA} und q_{iB} mit $i = 1,2$ und $j = 1,2$ können so leicht den unabhängig voneinander aufgestellten Matrizen **S** und **q** der beiden Sessions A und B entnommen werden, ohne dabei Information zu verlieren.

Das in (3-34) dargestellte Gleichungssystem ist allerdings ein einfach gehaltenes Modell. Die dafür notwendige Annahme, dass alle Parameter der Gleichungssysteme aller einzelnen Sessions unabhängig voneinander sind, trifft oft nicht zu. Zum Beispiel werden Positionen und lineare Geschwindigkeiten in der Regel aus den Beobachtungen

aller Sessions gemeinsam geschätzt. Dabei werden pro Session zunächst datumsfreie Normalgleichungen aufgestellt, die anschließend durch Addieren entsprechender Elemente der Normalgleichungen kombiniert werden. Dieses Vorgehen ist in (3-39) für die Gleichungssysteme A und B durch die Koeffizientenmatrizen $\mathbf{X}_{AG}$ und $\mathbf{X}_{BG}$ der beiden linearen Funktionen angedeutet, wobei die gemeinsam geschätzten Parameter mit $\boldsymbol{\beta}_G$ bezeichnet sind. Das so erweiterte Gleichungssystem lässt sich wie folgt formulieren:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{X}_{AG} & \mathbf{X}_A & 0 \\ \mathbf{X}_{BG} & 0 & \mathbf{X}_B \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\beta}_G \\ \boldsymbol{\beta}_A \\ \boldsymbol{\beta}_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{y}_A \\ \mathbf{y}_B \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{e}_A \\ \mathbf{e}_B \end{bmatrix} \qquad \textit{(3-39)}$$

$$\text{mit} \quad D\left(\begin{bmatrix} \mathbf{y}_A \\ \mathbf{y}_B \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Sigma}_{y_A y_A} & 0 \\ 0 & \boldsymbol{\Sigma}_{y_B y_B} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta_1 \mathbf{V}_{1A} + \theta_2 \mathbf{V}_{2A} & 0 \\ 0 & \theta_1 \mathbf{V}_{1B} + \theta_2 \mathbf{V}_{2B} \end{bmatrix} .$$

Bei einem solchen Ansatz bilden sich aber keine Strukturen wie in (3-38), mit denen ein rechentechnisch günstiger Algorithmus entwickelt werden könnte. Für eine Schätzung von Komponenten, zu denen die Beobachtungen aller VLBI-Sessions gemeinsam beitragen, müsste also z.B. bei gleichzeitiger Schätzung von Positionen und linearen Geschwindigkeiten tatsächlich ein gemeinsames, großes Gleichungssystem aufgestellt werden. Dies ist zum aktuellen Zeitpunkt aus Gründen der Rechenzeit und des Speicherplatzbedarfs angesichts der Dimensionen der dann auftretenden Gleichungssysteme nicht realisierbar (viele der auftretenden Matrizen hätten die Dimension $n \times n$, wobei $n \approx 2\,000\,000$ die Anzahl aller Beobachtungen aller Sessions ist).

Deshalb ist es nicht möglich, endgültig zu klären, wie stark sich geschätzte Varianz- und Kovarianzkomponenten, die mit dem rechentechnisch vereinfachten Ansatz nach (3-34) bestimmt wurden, tatsächlich von solchen Komponenten unterscheiden, für deren Schätzung der vollständige Ansatz entsprechend (3-39) verwendet würde. In Abschnitt 5.4.1 wird aber untersucht, wie stark geschätzte Varianz- und Kovarianzkomponenten bei Schätzung verschiedener primärer VLBI-Zielparameter variieren. Es ist davon auszugehen, dass so gewonnene Aussagen Rückschlüsse auf die Auswirkungen der in (3-34) vorgenommenen Vereinfachungen gegenüber dem in (3-39) beschriebenen Ansatz erlauben.

4. Defizite des stochastischen VLBI-Modells

In den Abschnitten 4.1 und 4.2 werden Beobachtungsgruppen benannt, die bei der üblichen Vorgehensweise der VLBI-Parameterschätzung möglicherweise entweder fehlerhafte Varianzen zugeordnet bekommen oder fälschlich als unkorreliert angenommen werden. Ursachen für solche Defizite im stochastischen Modell können Abweichungen zwischen den Beobachtungen und dem funktionalen Modell sein, die sich entweder quasi-zufällig auf einzelne Beobachtungen (Varianzen), oder systematisch auf mehrere Beobachtungen auswirken (Kovarianzen). Einige solcher „stochastischen Fehlmodellierungen" von VLBI-Beobachtungen werden im Detail erläutert und es wird jeweils eine Vorschrift vorgeschlagen, mit der sie im stochastischen Modell $\mathbf{\Sigma}_{yy}$ formuliert, bzw. durch Schätzung von Varianz- und Kovarianzkomponenten (Abschnitt 3.3) quantifiziert werden können.

Dafür wird zunächst das üblicherweise bei der VLBI-Auswertung verwendete stochastische Modell erläutert:

Der allgemeine Fall eines stochastischen Modells $\mathbf{\Sigma}_{yy}$ der Beobachtungen **y** entsprechend (3-1) ist in Abschnitt 3.2 unter „Varianz-Kovarianz-Matrix der Beobachtungen" detailliert dargestellt. Wie z.B. in SCHUH (1987, S. 83) oder NOTHNAGEL (1991, S. 21) beschrieben, wird die Kofaktormatrix **Q** der Beobachtungen bei der VLBI-Auswertung mit den im Korrelationsprozess gemeinsam mit den Beobachtungen gewonnenen Varianzen σ_i^2 besetzt. Für die mittleren Fehler der Beobachtungen ist, wie näherungsweise mit Gleichung (2-39) entsprechend $\sigma = (2\pi \cdot \mathrm{SNR} \cdot B_{\mathrm{eff}})^{-1}$ beschrieben, neben der effektiven Bandbreite B_{eff} des Registrierungssystems (Gleichung (2-38)) vor allem das Signal-zu-Rausch Verhältnis (SNR) der Beobachtungen gemäß (2-40) entscheidend. Es ist unter anderem abhängig von der Qualität der Digitalisierung und Filterung der Signale, der Leuchtkraft der Quelle, den Flächen der Antennen, den Rauschtemperaturen der Empfangssysteme, der Bandbreite des Registriersystems und der kohärenten Beobachtungszeit (siehe dazu auch Abschnitt 2.2).

Leider kann nicht davon ausgegangen werden, dass bei allen in dieser Arbeit verwendeten Beobachtungsdaten genau dieselben Kriterien zur Ermittlung der mittleren Fehler σ der Beobachtungen während des Korrelationsprozesses angewendet wurden. Vielmehr ist anzunehmen, dass die mittleren Fehler in nicht mehr rückgängig zu machenden Bearbeitungsschritten teilweise bereits verändert wurden. Da ebenfalls nicht die Möglichkeit besteht, auf alle ursprünglichen Informationen zurückzugreifen bzw. sie im Detail zu analysieren, werden in Abschnitt 5.2 die stochastischen Eigenschaften von VLBI-Beobachtungen auf sich möglicherweise ergebende Inkonsistenzen hin untersucht.

SCHUH (1987, S. 83) stellt fest, dass durch die Gewichtsfestlegung während des Korrelationsprozesses unrealistisch große Gewichtsunterschiede erzeugt werden. Weiter weist NOTHNAGEL (1991, S. 21) darauf hin, dass quasizufällige Beiträge von Defiziten der Korrekturmodelle unmodelliert bleiben. Daher wird zu den Varianzen aller Beobachtungen üblicherweise ein konstanter Wert $\sigma^2_{\mathrm{const}}$ addiert, mit dem die tatsächlich verwendete Kofaktormatrix **Q** der Beobachtungen wie folgt lautet:

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 + \sigma^2_{\mathrm{const}} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \sigma_2^2 + \sigma^2_{\mathrm{const}} & & \cdots \\ \cdots & & & \\ 0 & \cdots & & \sigma_n^2 + \sigma^2_{\mathrm{const}} \end{bmatrix} = \mathrm{diag}(\sigma_1^2, \sigma_2^2, \ldots, \sigma_n^2) + \sigma^2_{\mathrm{const}}\, \mathbf{I} \quad . \qquad (4\text{-}1)$$

Nicht berücksichtigt werden Kovarianzen σ_{ij} bzw. Korrelationen ρ_{ij} der Beobachtungen, weshalb die Kofaktormatrix **Q** der Beobachtungen bei der VLBI-Auswertung bis heute eine reine Hauptdiagonalmatrix ist.

Die Kofaktormatrix bei der VLBI-Auswertung enthält zusätzlich zu den stochastischen Eigenschaften der eigentlichen Beobachtungen meist die Varianzen von „Constraints". Mit Hilfe dieser Pseudobeobachtungen des Parameterwerts Null und einem kleinen Gewicht sollen lokale Schwächen von Gleichungssystemen bei der Schätzung der Raten stückweise stetiger Funktionen zur Beschreibung des zeitlichen Verlaufs des troposphärischen Zenit-Delays und des Uhrenverhaltens aufgefangen werden. Auch zur Stabilisierung geschätzter azimutaler Gradienten des troposphärischen Einflusses werden sie häufig eingesetzt (siehe dazu Abschnitt 2.1.4 unter „troposphärische Refraktion" und „Uhrenverhalten"). Ihre Rechengewichte sind aber nicht Varianzen im eigentlichen Sinne einer

Unsicherheit oder eines Messrauschens, sondern ein Hilfsmittel zur (in manchen Fällen leicht deformierenden) Stabilisierung der Lösung. In den Kapiteln 5 und 6 wird darauf detaillierter eingegangen.

Das üblicherweise bei der VLBI-Auswertung verwendete stochastische Modell der VLBI-Beobachtungen lautet schließlich mit der hauptdiagonalen Kofaktormatrix **Q** aus (4-1) entsprechend (3-15) unter Berücksichtigung des unbekannten gemeinsamen Varianzniveaus σ_0^2 aller Beobachtungen

$$\mathbf{\Sigma}_{yy} = \sigma_0^2 \mathbf{Q} \quad . \tag{4-2}$$

Der Näherungswert σ_0^2 hat bei VLBI-Lösungen in der Regel den Wert 1.

Speziell zur Verfeinerung des stochastischen VLBI-Modells existieren bisher nur wenige Untersuchungen wie QIAN (1985), SCHUH und WILKIN (1989) oder SCHUH und TESMER (2000). Das stochastische Modell anderer geodätischer Beobachtungsverfahren war dagegen bereits öfter Thema wissenschaftlicher Arbeiten. In SIEG und HIRSCH (2000b) wurden zum Beispiel die Varianzniveaus unterschiedlicher terrestrischer Beobachtungen und von GPS-Beobachtungen bestimmt, die zusammen mit den terrestrischen Beobachtungen ausgewertet werden sollten. Vor allem Korrelationen zwischen zeitlich benachbarten GPS-Beobachtungen wurden in HOWIND et al. (1999), KIM und LANGLEY (2001), SATIRAPOD et al. (2001) oder WANG et al. (2002) untersucht. Obwohl beide, VLBI und GPS, im Mikrowellenbereich arbeiten und ihre Beobachtungsgleichungen somit viele Ähnlichkeiten aufweisen, können mit GPS gewonnene Erkenntnisse nicht unmittelbar auf VLBI-Beobachtungen übertragen werden. Dafür lassen sich folgende Gründe anführen:

- Für GPS-Auswertungen steht eine mit VLBI nicht erreichbare räumliche und zeitliche Dichte der Beobachtungen zur Verfügung. In GPS-Lösungen werden z.B. typischerweise zwei Beobachtungen pro Minute jedes Empfängers zu bis zu acht Satelliten gleichzeitig verwendet, wogegen VLBI-Teleskope in der Regel nur alle drei bis fünf Minuten eine Quelle beobachten.

- Nicht unwesentliche Unterschiede der Beobachtungsgleichungen von VLBI und GPS können deutliche Einflüsse auf das stochastische Modell haben. Zu nennen sind hier z.B. die Realisierungen der quasi-inertialen Referenzrahmen oder unterschiedliche mathematische Differenzbildung von Beobachtungen.

- Untersuchungen zum stochastischen GPS-Modell werden meist mit kleinräumigen Netzen durchgeführt, in denen manche Defizite in der funktionalen Modellierung durch Differenzbildung deutlich an Einfluss verlieren können. Ein solcher Effekt ist für VLBI-Netze nicht zu erwarten, da sie sich fast immer über mehrere Kontinente erstrecken.

- GPS-Beobachtungen sind anders als VLBI-Beobachtungen zeitlich gleichabständig und bestimmte Beobachtungskonfigurationen wiederholen sich regelmäßig. Im Gegensatz zu VLBI-Beobachtungen eignen sich die von GPS deshalb sehr gut, um mit Methoden der Zeitreihenanalyse auf Korrelationen untersucht zu werden.

4.1 Zu verfeinernde Varianzen von VLBI-Beobachtungen

4.1.1 Gemeinsames Varianzniveau aller Beobachtungen

An dieser Stelle wird noch einmal das stochastische Modell formuliert, mit dem das gemeinsame Varianzniveau aller Beobachtungen beschrieben wird. Es ist die einfachste Form eines stochastischen Modells von Beobachtungen und wird sehr häufig bei der Parameterschätzung verwendet (üblicherweise durch den als σ_0^2 bezeichneten Faktor). Mit der Anzahl der Beobachtungen n und $i = 1,2,\ldots,n$ wird dafür die $n \times n$-dimensionale Hauptdiagonalmatrix **T** mit folgender Form definiert:

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} T_{11} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & T_{22} & & \cdots \\ \cdots & & & \\ 0 & \cdots & & T_{nn} \end{bmatrix} \quad . \tag{4-3}$$

Die Hauptdiagonalelemente werden mit den während der Korrelation ermittelten Varianzen σ_i^2 der Beobachtungen besetzt (für die Elemente, die Pseudobeobachtungen repräsentieren, mit den entsprechenden „Rechenvarianzen“, mehr dazu im einleitenden Teil des Kapitels 4):

$$T_{ii}^{\text{Niveau}} = \sigma_i^2 \quad . \tag{4-4}$$

Bei diesem stochastischen Modell $\boldsymbol{\Sigma}_{yy}^{\text{Niveau}}$ beschreibt $\sigma^{2\,\text{Niveau}}\alpha^{2\,\text{Niveau}}$ das gemeinsame Varianzniveau aller Beobachtungen und Pseudobeobachtungen:

$$\boldsymbol{\Sigma}_{yy}^{\text{Niveau}} = \sigma^{2\,\text{Niveau}}\alpha^{2\,\text{Niveau}}\,\mathbf{T}^{\text{Niveau}} \quad . \tag{4-5}$$

4.1.2 Additive Varianz

Die in Gleichung (4-1) beschriebene Vorgehensweise, bei der zu den Varianzen aller Beobachtungen der gleiche Varianzanteil σ_{const}^2 addiert wird, findet häufiger bei der VLBI-Auswertung Verwendung und wird in der Regel mit einem empirisch bestimmten Wert für σ_{const}^2 durchgeführt. Der Gebrauch dieses Ansatzes wird damit begründet, dass ansonsten unrealistisch große Gewichtsunterschiede erzeugt werden (SCHUH 1987, S. 83). Gleichzeitig soll damit die Summe von Defiziten der funktionalen Modellierung mit quasi-zufälligem Charakter erfasst werden (NOTHNAGEL 1991 S. 21). Sie entspricht einer einfachen Verallgemeinerung der in den Abschnitten 4.1.3, 4.1.4 und 4.1.5 beschriebenen stochastischen Eigenschaften von VLBI-Beobachtungen, weshalb die Rechenvarianzen der Pseudobeobachtungen von ihr nicht erfasst werden.

Um diese Vorgehensweise objektiv zu bestätigen bzw. den Betrag einer additiven Varianz zu quantifizieren, wird in dieser Arbeit nicht das Fehlerbudget des funktionalen VLBI-Modells im Detail aufgeschlüsselt. Stattdessen wird für die Schätzung einer entsprechenden Varianzkomponente mit der Anzahl der Beobachtungen n und $i = 1,2,\ldots,n$ die folgende $n \times n$ -dimensionale Hauptdiagonalmatrix $\mathbf{T}$ entsprechend (4-3) definiert. Ihre Hauptdiagonale wird mit

$$T_{ii}^{\text{Add}} = 1 \tag{4-6}$$

besetzt (Elementen, die Pseudobeobachtungen repräsentieren, wird eine Null zugeordnet). Das stochastische Modell $\boldsymbol{\Sigma}_{yy}^{\text{Add}}$, mit dem die Existenz einer additiven Varianz beschrieben werden soll, kann so entsprechend (3-22) wie folgt formuliert werden:

$$\boldsymbol{\Sigma}_{yy}^{\text{Add}} = \sigma^{2\,\text{Add}}\alpha^{2\,\text{Add}}\,\mathbf{T}^{\text{Add}} \quad . \tag{4-7}$$

4.1.3 Quellenabhängige Varianzen

Die Koordinaten einiger bei der geodätischen VLBI benutzten Radioquellen können nicht ausreichend genau durch zeitlich konstante Positionen beschrieben werden (siehe dazu Abschnitt 2.1.1). Deshalb gibt es seit einiger Zeit Bemühungen, veränderliche Quellenstrukturen durch Anbringen einfacher Korrekturen zu modellieren (z.B. SOVERS et al. 2002). Da diese Bemühungen bisher nicht den erwarteten Erfolg hatten, wird in dieser Arbeit versucht, zumindest einen Teil der instabilen Struktur von Radioquellen durch ein gemeinsames Varianzniveau der Beobachtungen jeweils einer einzelnen Radioquelle im stochastischen Modell der Beobachtungen zu formulieren.

Dementsprechend wird für die Beobachtungen jeder der q in den VLBI-Sessions beobachteten Quellen jeweils ein gemeinsames Varianzniveau angenommen. Für n Beobachtungen werden deshalb q $n \times n$ -dimensionale Hauptdiagonalmatrizen $\mathbf{T}$ nach (4-3) aufgestellt und ihre Hauptdiagonalelemente mit $i = 1,2,\ldots,n$ und $j = 1,2,\ldots,q$ durch

$$T_{ii}^{\text{Quelle},\,j} = \begin{Bmatrix} \sigma_i^2 \text{ für: } & \text{Quelle}_i = \text{Quelle}_j \\ 0 \text{ für: } & \text{Quelle}_i \neq \text{Quelle}_j \end{Bmatrix} \tag{4-8}$$

mit den während der Korrelation ermittelten Varianzen σ_i^2 der Beobachtungen besetzt. Quellenabhängige Varianzen werden somit entsprechend (3-22) durch $\boldsymbol{\Sigma}_{yy}^{\text{Quelle}}$ beschrieben:

$$\boldsymbol{\Sigma}_{yy}^{\text{Quelle}} = \sum_{j=1}^{q} \sigma^{2\,\text{Quelle j}} \alpha^{2\,\text{Quelle j}}\, \mathbf{T}^{\text{Quelle j}} \quad . \qquad (4\text{-}9)$$

Der Quellenkatalog ICRF umfasst die Koordinaten von 667 Quellen, die in drei „Qualitätsklassen“ zusammen gefasst werden können (siehe Abschnitt 2.1.1 und MA et al. 1998). Unter Umständen ist ein Ansatz sinnvoll, der gemeinsame Varianzniveaus der Beobachtungen der Quellen jeweils einer Qualitätsklasse beschreibt. Eine weitere Möglichkeit, Varianzniveaus von Quellen zu Gruppen zusammenzufassen bietet eine Einteilung in vier „Stabilitätsklassen“, die in FEISSEL-VERNIER (2003) beschrieben werden. Die Klassifizierung erfolgte durch Zeitreihenanalyse von aus einzelnen Sessions geschätzten Quellenkoordinaten, wobei nur für 362 Quellen ausreichend Datenmaterial für eine Klassifikation vorlag. Da von beiden Ansätzen nicht alle beobachteten Quasare erfasst werden, ist für die Varianzen solcher Quellen jeweils eine weitere Klasse zu definieren.

4.1.4 Stationsabhängige Varianzen

Mit Sicherheit beeinflussen einige physikalische Eigenschaften der beobachtenden Radioteleskope bereits die im Korrelationsprozess zusammen mit den Beobachtungen gewonnenen Varianzen des üblicherweise verwendeten stochastischen VLBI-Modells. In dieser Arbeit wird überprüft, ob es darüber hinaus weitere stationsabhängige Eigenschaften von VLBI-Beobachtungen gibt, die näherungsweise als gemeinsame Varianzen von Beobachtungen jeweils eines Teleskops beschrieben werden können. Denkbar sind neben technischen Eigenschaften nicht befriedigend prädizierte, stationsabhängige Effekte wie Ozeanauflast, Atmosphärenauflast, thermische Deformation etc. (siehe dazu Abschnitt 2.1.3). Die Einflüsse solcher Effekte bei einer Schätzung stationsabhängiger Varianzkomponenten sind allerdings nicht voneinander zu trennen.

Wird also für die Beobachtungen von b Teleskopen jeweils ein gemeinsames Varianzniveau ermittelt, sind für n Beobachtungen b $n \times n$ -dimensionale Hauptdiagonalmatrizen $\mathbf{T}$ nach (4-3) aufzustellen, deren Hauptdiagonalelemente mit $i = 1,2,\ldots,n$ und $j = 1,2,\ldots,b$ durch

$$T_{ii}^{\text{Teleskop, j}} = \begin{Bmatrix} \sigma_i^2 \text{ für: } & \text{Teleskop}_i = \text{Teleskop}_j \\ 0 \text{ für: } & \text{Teleskop}_i \neq \text{Teleskop}_j \end{Bmatrix} \qquad (4\text{-}10)$$

mit den bei der Korrelation bestimmten Varianzen σ_i^2 der Beobachtungen zu besetzen. Da an jeder (Basislinien-) Beobachtung jeweils zwei Teleskope A und B beteiligt sind, lautet das stochastische Modell $\boldsymbol{\Sigma}_{yy}^{\text{Teleskop}}$ zur Beschreibung stationsabhängiger Varianzen entsprechend (3-22) also

$$\boldsymbol{\Sigma}_{yy}^{\text{Teleskop}} = \sum_{j=1}^{b} \sigma^{2\,\text{Teleskop}^A\,j} \alpha^{2\,\text{Teleskop}^A\,j}\, \mathbf{T}^{\text{Teleskop}^A\,j} + \sum_{j=1}^{b} \sigma^{2\,\text{Teleskop}^B\,j} \alpha^{2\,\text{Teleskop}^B\,j}\, \mathbf{T}^{\text{Teleskop}^B\,j} \quad . \qquad (4\text{-}11)$$

Bei einer Interpretation von $\boldsymbol{\Sigma}_{yy}^{\text{Teleskop}}$ muss unbedingt beachtet werden, dass zur Beschreibung stationsabhängiger Varianzeigenschaften einer (Basislinien-) Beobachtung immer, wie in (4-11) formuliert, die Summe der zwei Varianzkomponenten der beobachtenden Stationen der Basislinie zu bilden ist. (siehe dazu auch in Abschnitt 5.3 unter „In dieser Arbeit auftretende Arten der Abhängigkeit“). Eine Formulierung als basislinienabhängige Varianzkomponenten kommt wegen einer damit verbundenen Vergrößerung des Rechenaufwands nicht in Frage.

4.1.5 Elevationsabhängige Varianzen

In einigen Arbeiten zum stochastischen Modell von GPS-Beobachtungen wird davon berichtet, dass ihre Varianzen mit kleiner werdendem topozentrischen Elevationswinkel zunehmen (z.B. COLLINS und LANGLEY 1999). Wie z.B. in NOTHNAGEL (2000, S. 56) beschrieben, ist ein Teil der Unsicherheit der Modellierung solcher GPS-Beobachtungen auf ein verstärktes Auftreten von verfälschenden Mehrwegeffekten unter niedrigen Elevationen zurückzuführen, die bei VLBI wegen der Richtwirkung der VLBI-Teleskope keine Rolle spielen.

Es gibt aber auch Gründe für die Annahme, dass die Genauigkeit der Modellierung des troposphärischen Einflusses nicht nur für GPS-, sondern ebenso für VLBI-Beobachtungen unter niedrigeren Elevationen schlechter ist als im Zenit: Die meteorologischen Verhältnisse werden in der Regel mit zunehmender Bodennähe immer unruhiger

und die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Signale somit immer schlechter mit einfachen Modellen zu beschreiben. Zusätzlich wird der Strahlweg durch die Troposphäre immer länger und immer mehr zu durchquerende Luftmassen unterschiedlicher Dichte rufen immer komplexer werdende Verzögerungen hervor. Deshalb ist zu erwarten, dass einfache Mapping-Funktionen den Einfluss auf Beobachtungen mit abnehmender Elevation immer schlechter beschreiben können (siehe dazu Abschnitt 2.1.4 unter „troposphärische Refraktion“).

Für VLBI- und GPS-Lösungen sind Beobachtungen niedriger Elevation, wie z.B. in MACMILLAN und MA (1994) diskutiert, geometrisch von großer Wichtigkeit: Sie werden benötigt, um Schätzungen der troposphärischen Laufzeitverzögerung im Zenit und in Form azimutaler Gradienten zu definieren und von anderen geschätzten Parametern zu trennen. Trotzdem sind dem Autor außer MACMILLAN und MA (1994) keine veröffentlichten Untersuchungen zu elevationsabhängigen Varianzen von VLBI-Beobachtungen bekannt.

Elevationsabhängige Varianzen von VLBI-Beobachtungen werden in dieser Arbeit in k Beobachtungsgruppen unterteilt. In diesen k Gruppen werden solche Beobachtungen zusammengefasst, bei denen eines der beiden Teleskope der Basislinie jeweils unter einer Elevation ε in einem bestimmten Intervall möglicher Elevationswinkel $[\varepsilon_1^m, \varepsilon_2^m]$ mit $m = 1,2,\ldots,k$ beobachtet hat. Für n Beobachtungen lassen sich mit $i = 1,2,\ldots,n$ entsprechend (4-3) k $n \times n$ -dimensionale Hauptdiagonalmatrizen **T** formulieren, deren Hauptdiagonalelemente durch

$$T_{ii}^{\text{Elev m}} = \left\{ \begin{array}{l} \sigma_i^2 \text{ für: } \quad \varepsilon_i \in [\varepsilon_1^m, \varepsilon_2^m] \\ 0 \text{ für: } \quad \varepsilon_i \notin [\varepsilon_1^m, \varepsilon_2^m] \end{array} \right\} \qquad \textit{(4-12)}$$

zu besetzen sind. Dabei sind σ_i^2 die während der Korrelation bestimmten Varianzen der einzelnen Beobachtungen. Das stochastische Modell $\boldsymbol{\Sigma}_{yy}^{\text{Elev}}$ zur Modellierung elevationsabhängiger Varianzen von Beobachtungsgruppen lautet somit nach (3-22) für die Elevationen der zwei, jeweils an den (Basislinien-) Beobachtungen beteiligten Teleskope A und B

$$\boldsymbol{\Sigma}_{yy}^{\text{Elev}} = \sum_{m=1}^{k} \sigma^{2\,\text{Elev}^A\,m} \alpha^{2\,\text{Elev}^A\,m}\, \mathbf{T}^{\text{Elev}^A\,m} \quad + \quad \sum_{m=1}^{k} \sigma^{2\,\text{Elev}^B\,m} \alpha^{2\,\text{Elev}^B\,m}\, \mathbf{T}^{\text{Elev}^B\,m} \,. \qquad \textit{(4-13)}$$

Wie bereits für die im vorigen Abschnitt 4.1.4 beschriebenen, stationsabhängigen Varianzen, müssen somit auch für die Interpretation von $\boldsymbol{\Sigma}_{yy}^{\text{Elev}}$ unbedingt die beiden Varianzkomponenten der zwei entsprechenden Elevationsintervalle addiert werden. Nur die Summe repräsentiert die elevationsabhängigen Varianzeigenschaften einer (Basislinien-) Beobachtung (siehe dazu auch in Abschnitt 5.3 unter „In dieser Arbeit auftretende Arten der Abhängigkeit“). Eine Formulierung als Varianzen von Elevationspaaren wäre mit einem nicht akzeptablen Anwachsen Rechenaufwands verbunden und ist deshalb nicht möglich.

4.2 Korrelationen zwischen VLBI-Beobachtungen

Um Hinweise auf Ursachen für Korrelationen zwischen VLBI-Beobachtungen zu bekommen, die durch systematische Abweichungen zwischen Beobachtungsgruppen und der funktionalen Modellierung bedingt sind (Abschnitt 3.2), werden zunächst die wichtigsten Fehlerquellen bei der VLBI-Auswertung betrachtet. Tabelle 4-1 gibt eine pessimistische Zusammenfassung des Fehlerhaushalts bei der VLBI-Auswertung nach TAKAHASHI et al. (2000, S. 148) wieder:

Tabelle 4-1: Fehlerhaushalt bei der VLBI-Auswertung

Modellierung der Troposphäre	Modellierung der Stationsbewegungen	Uhren- und instrumentelle Fehler	ionosphärischer Einfluss	Genauigkeit nach der Korrelation
40 – 50 ps (12 – 15 mm)	30 – 40 ps (9 – 12 mm)	20 ps (6 mm)	20 ps (6 mm)	20 ps (6 mm)

Entsprechend der Tabelle wird im Folgenden angenommen, dass bestimmte Beobachtungsgruppen jeweils durch die beiden größten Unsicherheiten der funktionalen Modellierung ähnlich verfälscht werden: die Beschreibung des Einflusses der Troposphäre, der ausführlich im Abschnitt 2.1.4 erläutert wird, und die Beschreibung der Stationsbewegungen gemäß Abschnitt 2.1.3. In den folgenden Abschnitten 4.2.1 bzw. 4.2.2 werden sowohl die physikalischen Ursachen als auch die sich in Varianz-Kovarianz-Matrizen ergebenden Strukturen entsprechender Korrelationen beschrieben. Zwar können auch instrumentelle Fehler in Einzelfällen sehr groß sein, da sie aber meist nur unregelmäßig auftreten, werden sie an dieser Stelle nicht weiter betrachtet (siehe dazu auch PETROV 2000 und 2.1.4 unter „Kabel- und Phasenkalibrierung"). Abschnitt 4.2.3 erörtert die Korrelation, d.h. der in Abschnitt 2.2 erläuterte technische Prozess der Gewinnung des VLBI-Laufzeitunterschieds als Ursache für Korrelationen zwischen VLBI-Beobachtungen. Schließlich wird die „radiophysikalische" Korrelation beschrieben, bei der davon ausgegangen wird, dass VLBI-Beobachtungen, die zur selben Radioquelle durchgeführt werden, voneinander abhängig sind (Abschnitt 4.2.4).

4.2.1 Defizite bei der Modellierung des troposphärischen Einflusses

Unsicherheiten der funktionalen Modellierung

Die Unsicherheiten der in Abschnitt 2.1.4 beschriebenen funktionalen Modellierung des troposphärischen Einflusses auf VLBI-Beobachtungen kommen vor allem daher, dass der Partialdruck des Wasserdampfs in der Troposphäre sehr unregelmäßig verteilt sein kann. Er ist nur unbefriedigend durch eine topozentrische Funktion zu beschreiben, bei der eine einfache Elevationsabhängigkeit und azimutale Symmetrie vorausgesetzt werden. Da aber bereits diese einfache Funktion und ihr zeitlicher Verlauf während einer 24-stündigen VLBI-Session nur sehr schlecht zu prädizieren sind, werden Parameter der Funktion als unbekannte Parameter bei der Auswertung von VLBI-Sessions mitgeschätzt. Auch bedingt durch die für diesen Zweck unbefriedigende VLBI-Beobachtungsanordnung, sind oft einige dieser Parameter nur schlecht schätzbar, weshalb ihre Schätzung auf den Parameterwert Null künstlich stabilisiert werden muss.

Wird der troposphärische Einfluss auf VLBI-Beobachtungen auf diese Weise behandelt, muss davon ausgegangen werden, dass er oft nicht ausreichend genau beschrieben bzw. geschätzt werden kann. Beobachtungen, die einen ähnlichen Strahlweg durch die Troposphäre haben, können so bei ähnlicher Fehlmodellierung gleichermaßen verfälscht werden und eine Lösung systematisch verfälschen.

Dadurch bedingte Korrelationen zwischen Beobachtungen

Ähnliche Wege durch die Troposphäre haben vor allem Beobachtungen, die von räumlich benachbarten Basislinien in kurzem Zeitabstand in ähnlicher topozentrischer Richtung gemacht werden. Wegen der Schätzung des Zenit-Delays als stückweise stetige Funktion werden Korrelationen vor allem für solche Beobachtungen auftreten, die in demselben Zeitintervall dieser Funktion gemacht wurden und deshalb zur selben Rate beitragen. Maximale Korrelation haben Beobachtungen, bei denen die beiden Teleskope einer Basislinie zweimal kurz hintereinander in dieselbe topozentrische Richtung beobachten. Gleichzeitige Beobachtungen werden hier ausgeschlossen, sie werden im Abschnitt 4.2.3 behandelt.

In dieser Arbeit wird davon ausgegangen, dass während einer VLBI-Session keine räumlich benachbarten Basislinien existieren, für die dieser Effekt relevant ist. Es werden gemeinsame Kovarianzkomponenten für solche Beobachtungsgruppen angenommen, die von derselben Basislinie in einem bestimmten Zeitintervall Δt_{Gruppe} unter einem bestimmten Intervall des topozentrischen Richtungsunterschieds $\Delta\omega_{\text{Gruppe}}$ zwischen den Beobachtungen gemacht wurden.

Die Richtungsunterschiede $\Delta\omega_A$ und $\Delta\omega_B$ zwischen zwei Beobachtungen jeweils derselben Basislinie der Teleskope A und B berechnen sich dabei aus den Unterschieden der Zielungen in Elevation $\Delta\varepsilon_A \in [0°,90°]$ und $\Delta\varepsilon_B \in [0°,90°]$ und in Azimut $\Delta\alpha_A \in [0°,360°]$ und $\Delta\alpha_B \in [0°,360°]$ durch einfache sphärische Geometrie im rechtwinkligen Dreieck als:

$$\Delta\omega_A = \operatorname{acos}(\cos(\Delta\varepsilon_A)\cos(\Delta\alpha_A)) \qquad \text{und} \qquad \Delta\omega_B = \operatorname{acos}(\cos(\Delta\varepsilon_B)\cos(\Delta\alpha_B)) \quad .$$

Der Richtungsunterschied $\Delta\omega$ zwischen zwei Beobachtungen derselben Basislinie wird als das arithmetische Mittel der Richtungsunterschiede der Teleskope $\Delta\omega_A$ und $\Delta\omega_B$ angenommen:

$$\Delta\omega = \frac{\Delta\omega_A + \Delta\omega_B}{2} \quad . \qquad (4\text{-}14)$$

Zusätzlich ist zu unterschieden, ob die Beobachtungen zu derselben Rate der stückweise stetigen Funktion beitragen. Mit $i = 1,2,\ldots,n$ und $j = 1,2,\ldots,n$, wobei n die Anzahl der Beobachtungen ist, werden folgende zwei $n \times n$-dimensionale, symmetrische Matrizen **T** der Form

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} 0 & T_{12} & \cdots & T_{1n} \\ T_{21} & 0 & & \cdots \\ \cdots & & & \\ T_{n1} & \cdots & & 0 \end{bmatrix} \qquad (4\text{-}15)$$

definiert, deren Nebendiagonalelemente jeweils mit $T_{ii} = 0$ mit

$$T_{ij}^{\text{Tropo, PWLF}} = \begin{Bmatrix} \sigma_i \sigma_j & \text{für}: & Bl_i = Bl_j \; \textit{und} \; Rate_i \in Rate_j \; \textit{und} \; \Delta t_{ij} \in \Delta t_{Gruppe} \; \textit{und} \; \Delta\omega_{ij} \in \Delta\omega_{Gruppe} \\ 0 & : & \textit{sonst} \end{Bmatrix}, \qquad (4\text{-}16)$$

bzw.

$$T_{ij}^{\text{Tropo, allg}} = \begin{Bmatrix} \sigma_i \sigma_j & \text{für}: & Bl_i = Bl_j \quad \textit{und} \quad \Delta t_{ij} \in \Delta t_{Gruppe} \quad \textit{und} \quad \Delta\omega_{ij} \in \Delta\omega_{Gruppe} \\ 0 & : & \textit{sonst} \end{Bmatrix} \qquad (4\text{-}17)$$

besetzt werden. Dabei sind σ_i und σ_j die während des Korrelationsprozesses bestimmten mittleren Fehler der einzelnen Beobachtungen. So können die geschätzten Kovarianzkomponenten im Falle von Konvergenz direkt als Korrelationskoeffizienten interpretiert werden. Werden Varianzkomponenten gleichzeitig mitbestimmt, muss die gemeinsame Schätzung durch Multiplikation der mittleren Fehler der Beobachtungen mit den entsprechenden Näherungswerten konsistent gehalten werden. Das Symbol „Bl“ deutet die beobachtenden Basislinien an, „Rate“ die Zugehörigkeit der Beobachtungen zu einer Rate der stückweise stetigen Funktion. Entsprechend (3-22) wird so folgendes stochastisches Modell $\boldsymbol{\Sigma}_{yy}^{\text{Tropo}}$ zur Beschreibung der durch Defizite des funktionalen troposphärischen Modells ausgelösten Korrelationen für g+h Beobachtungsgruppen mit $k = 1,2,\ldots,g$ und $l = 1,2,\ldots,h$ formuliert:

$$\boldsymbol{\Sigma}_{yy}^{\text{Tropo}} = \sum_{k=1}^{g} \sigma^{\text{Tropo,PWLF k}} \alpha^{\text{Tropo,PWLF k}} \mathbf{T}^{\text{Tropo,PWLF k}} + \sum_{l=1}^{h} \sigma^{\text{Tropo,allg } l} \alpha^{\text{Tropo,allg } l} \mathbf{T}^{\text{Tropo,allg } l} \quad . \qquad (4\text{-}18)$$

4.2.2 Defizite bei der Modellierung der Stationskoordinaten

Unsicherheiten der funktionalen Modellierung

Die funktionale Beschreibung der Stationskoordinaten wird ausführlich in Abschnitt 2.1.3 gegeben, wobei nur wenige Effekte Modellierungsdefizite aufweisen, die sich systematisch auf bestimmte Gruppen von VLBI-Beobachtungen ähnlich auswirken können. Die größten Unsicherheiten der funktionalen Modellierung der Stationskoordinaten sind in der Prädiktion der Deformationen durch Ozeanauflasten zu finden. Oft ergeben verschiedene Ozeanmodelle vor allem in Becken in Küstennähe keine einheitlichen Koeffizienten der elf Frequenzen, mit denen der Effekt in der Regel unter Vernachlässigung weiterer Perioden beschrieben wird (HAAS 1996, S.36 und SCHERNECK 1991). Dadurch regelmäßig fehlmodellierte Amplituden und Phasen bzw. nicht modellierte Frequenzen periodischer Stationsbewegungen, können zusätzlich von schlecht modellierten Amplituden überlagert sein, die durch ungenaue Love'sche und Shida'sche Zahlen des Modells der Tiden der festen Erde bedingt sind.

Eine weitere mögliche Quelle von Fehlmodellierungen sind unsichere großflächige Luftdruckmessungen und vor allem eine unklare Reaktion der Ozeane auf Änderungen des Luftdrucks bei der Modellierung von Deformationen durch Atmosphärenauflasten. Ähnlich werden sich unsichere bzw. nicht modellierte Deformationen der Teleskope durch Änderungen der Temperatur in den Bauwerken und durch direkte Sonnenbestrahlung auswirken. Bei diesen Effekten ist allerdings davon auszugehen, dass sie VLBI-Beobachtungen nur episodisch ähnlich verfälschen, und deshalb als Grund für systematische Korrelationen zwischen Beobachtungen ausscheiden.

Dadurch bedingte Korrelationen zwischen Beobachtungen

Da die Auswirkungen der beschriebenen Effekte in der Höhenkomponente drei- bis zehnmal so groß sind wie in der Lage, werden hier vor allem Fehlmodellierungen der Höhenkomponente der Stationskoordinaten betrachtet, wobei zwischen den Beiträgen der Defizite der einzelnen Korrekturmodelle nicht differenziert werden kann. Durch eine um Δh verfälschte Höhenkomponente eines Teleskops wird der Laufzeitunterschied τ zu dem zweiten Teleskop der Basislinie bei gleich angenommener Elevation ε zu τ' verändert. Mit einfachen geometrischen Beziehungen in rechtwinkligen Dreiecken und durch Anwenden des Strahlensatzes kann τ' wie folgt abgeschätzt werden:

$$\frac{\tau'}{\tau} = \frac{\frac{\tau}{\sin\varepsilon} - \Delta h}{\frac{\tau}{\sin\varepsilon}} \qquad \Rightarrow \qquad \tau' = \tau - \Delta h \cdot \sin\varepsilon \; . \qquad (4\text{-}19)$$

Die durch einen Fehler in der Höhenkomponente Δh eines Teleskops bedingte Verfälschung des Laufzeitunterschieds $\Delta\tau$ einer Basislinie ergibt sich somit zu

$$\Delta\tau = \tau' - \tau = -\Delta h \cdot \sin\varepsilon \qquad (4\text{-}20)$$

und ist nur abhängig von der Elevation ε der Beobachtung. Vor allem solche Beobachtungsgruppen werden durch die benannten Modellierungsdefizite ähnlich verfälscht, die von räumlich benachbarten Basislinien in kurzem Zeitabstand unter ähnlicher Elevation durchgeführt werden. Extrema werden für Beobachtungen auftreten, bei denen eine Basislinie zweimal kurz hintereinander unter derselben Elevation beobachtet.

Wie schon in Abschnitt 4.2.2 bei den Defiziten der funktionalen Modellierung des troposphärischen Einflusses wird auch hier angenommen, dass VLBI-Teleskope während einer Session in der Regel räumlich weit voneinander entfernt sind. Dadurch können ihre Beobachtungen durch Defizite in den hier benannten Effekten nicht ausgeprägt ähnlich verfälscht sein.

Bedingt durch den Charakter der die Stationskoordinaten beeinflussenden Effekte werden zeitlich abnehmende und periodische (tägliche oder halbtägliche) systematische Fehlmodellierungen erwartet. Um ein solches Verhalten ausreichend durch Kovarianzkomponenten für Beobachtungsgruppen bestimmen zu können, werden für solche Beobachtungen Korrelationen angenommen, die jeweils in einem bestimmten Zeitintervall Δt_{Gruppe} durchgeführt wurden. Weiter werden sie nach Intervallen des Unterschieds der topozentrischen Elevation $\Delta\varepsilon_{\text{Gruppe}}$ zwischen den beiden Beobachtungen klassifiziert.

Der Unterschied im Elevationswinkel $\Delta\varepsilon$ zweier Beobachtungen einer Basislinie wird als das arithmetische Mittel der Unterschiede $\Delta\varepsilon_A$ bzw. $\Delta\varepsilon_B$ des Elevationswinkels der Teleskope A und B angenommen:

$$\Delta\varepsilon = \frac{\Delta\varepsilon_A + \Delta\varepsilon_B}{2} \; .$$

Für n Beobachtungen werden Nebendiagonalelemente der in Abschnitt 4.2.1 als (4-15) eingeführten, $n \times n$-dimensionalen, symmetrischen Matrix $\mathbf{T}$ mit $i = 1,2,\ldots,n$, $j = 1,2,\ldots,n$ durch

$$T_{ij}^{\text{Höhe}} = \begin{cases} \sigma_i\sigma_j & \text{für}: \; Bl_i = Bl_j \;\; \textit{und} \;\; \Delta t_{ij} \in \Delta t_{\text{Gruppe}} \;\; \textit{und} \;\; \Delta\varepsilon_{ij} \in \Delta\varepsilon_{\text{Gruppe}} \\ 0 & : \quad \textit{sonst} \end{cases} \qquad (4\text{-}21)$$

besetzt und es gilt $T_{ii} = 0$. Dabei sind σ_i und σ_j die mittleren Fehler der einzelnen Beobachtungen, die bei ihrer Korrelation ermittelt werden. So können die geschätzten Kovarianzkomponenten im Falle von Konvergenz direkt als Korrelationskoeffizienten interpretiert werden. Werden Varianzkomponenten gleichzeitig mitbestimmt, muss die gemeinsame Schätzung durch Multiplikation der mittleren Fehler der Beobachtungen mit den entsprechenden Näherungswerten konsistent gehalten werden. Das stochastische Modell $\boldsymbol{\Sigma}_{yy}^{\text{Höhe}}$, mit dem ein Teil der Fehlmodel-

lierungen des funktionalen Modells der Höhenkomponente der Stationskoordinaten aufgefangen werden soll, wird entsprechend (3-22) für g Beobachtungsgruppen mit $k = 1,2,\ldots,g$ wie folgt formuliert:

$$\boldsymbol{\Sigma}_{yy}^{\text{Höhe}} = \sum_{k=1}^{g} \sigma^{\text{Höhe k}} \alpha^{\text{Höhe k}} \mathbf{T}^{\text{Höhe k}} \quad . \tag{4-22}$$

4.2.3 Korrelationen verursacht durch den Korrelationsprozess

Während einer VLBI-Beobachtung wird das von einer Radioquelle ausgesandte Mikrowellensignal von zwei oder mehr Radioteleskopen jeweils zusammen mit Zeitmarken aufgezeichnet, wobei das Signal die Teleskope in der Regel zeitlich versetzt erreicht. Um daraus die eigentliche VLBI-Beobachtung, den Laufzeitunterschied des Signals zwischen zwei Teleskopen einer Basislinie zu ermitteln, werden die Signalströme jeweils zweier Teleskope miteinander kreuzkorreliert.

Haben n Teleskope die Mikrowellensignale der gleichen Radioquelle aufgezeichnet, werden bei der VLBI durch den in Abschnitt 2.2 beschriebenen technischen Prozess der Korrelation in der Regel alle $n(n-1)/2$ rechnerisch möglichen Laufzeitunterschiede bestimmt. Da die Anzahl der abgeleiteten Laufzeitunterschiede größer als die der ursprünglichen n Signale ist, muss davon ausgegangen werden, dass nicht alle Laufzeitunterschiede völlig unabhängige Information tragen. Die einzelnen Laufzeitunterschiede werden aber nicht beliebig genau reproduzierbar im Korrelator ermittelt. Somit muss die Anzahl der tatsächlich verwendeten Laufzeitunterschiede nicht auf n-1 beschränkt werden, wie im Falle der streng mathematischen Differenzbildung zwischen GPS-Registrierungen.

Trotzdem ist davon auszugehen, dass die stets unterstellte Unabhängigkeit solcher VLBI-Beobachtungen ihre stochastischen Eigenschaften unbefriedigend repräsentiert. Die im Prozess der Korrelation entstehenden Abhängigkeiten zwischen Beobachtungen haben in zwei mögliche Ursachen: Zunächst ist der Korrelationsprozess selbst zu nennen, der auf alle Beobachtungen ähnliche Auswirkungen haben kann. Außerdem werden meist mehrere Laufzeitunterschiede von demselben, von einem Teleskop aufgezeichneten Signal abgeleitet. Werden einzelne Eigenschaften dieses Signals funktional nicht ausreichend beschrieben, sind alle mit diesem Signal gebildeten VLBI-Beobachtungen ähnlich verfälscht. In dieser Arbeit wird davon ausgegangen, dass der erste Effekt deutlich schwächer ist als der zweite, weshalb er im Folgenden nicht speziell untersucht wird bzw. nicht versucht wird, ihn von dem zweiten Effekt zu trennen.

So werden für solche Beobachtungen Korrelationen beschrieben, die gleichzeitig und zur selben Quelle durchgeführt wurden, wobei die Beobachtungen ein gemeinsames Teleskop haben müssen. Hierbei ist zu beachten, dass das Vorzeichen des Korrelationskoeffizienten abhängig von der Richtung des im Korrelationsprozess gebildeten Laufzeitunterschieds ist. Der Laufzeitunterschied einer Basislinie bestehend aus Teleskop A und Teleskop B wird gemäß (2-1), (2-2) und (2-3) als Laufzeit des Signals zum Teleskop B minus Laufzeit des Signals zum Teleskop A festgelegt. Der Korrelationskoeffizient wird deshalb dann positiv sein, wenn jeweils das Teleskop A oder Teleskop B der beobachtenden Basislinien identisch ist. Negative Korrelation wird dann auftreten, wenn das gemeinsame Teleskop bei einer Basislinie das Teleskop A und bei der anderen Basislinie das Teleskop B ist oder andersherum.

Die Nebendiagonalelemente der mit (4-15) für n Beobachtungen eingeführten, $n \times n$ -dimensionalen, symmetrischen Matrix **T** werden mit $i = 1,2,\ldots,n$, $j = 1,2,\ldots,n$ und $T_{ii} = 0$ wie folgt besetzt:

(4-23)

$$T_{ij}^{\text{Korr}} = \begin{Bmatrix} \sigma_i\sigma_j & \text{für}: t_i = t_j \textit{ und } \text{Quelle}_i = \text{Quelle}_j \textit{ und } (\text{Teleskop A}_i = \text{Teleskop A}_j \textit{ oder } \text{Teleskop B}_i = \text{Teleskop B}_j) \\ -\sigma_i\sigma_j & \text{für}: t_i = t_j \textit{ und } \text{Quelle}_i = \text{Quelle}_j \textit{ und } (\text{Teleskop A}_i = \text{Teleskop B}_j \textit{ oder } \text{Teleskop B}_i = \text{Teleskop A}_j) \\ 0 & : \quad \textit{sonst} \end{Bmatrix}$$

Dabei sind σ_i und σ_j die bei der Korrelation bestimmten mittleren Fehler der einzelnen Beobachtungen. So können die geschätzten Kovarianzkomponenten im Falle von Konvergenz direkt als Korrelationskoeffizienten interpretiert werden. Werden Varianzkomponenten gleichzeitig mitbestimmt, muss die gemeinsame Schätzung durch Multiplikation der mittleren Fehler der Beobachtungen mit den entsprechenden Näherungswerten konsistent gehalten werden. Diese Abhängigkeiten werden somit im stochastischen Modell $\boldsymbol{\Sigma}_{yy}^{\text{Korr}}$ entsprechend (3-22) beschrieben:

$$\boldsymbol{\Sigma}_{yy}^{Korr} = \sigma^{Korr}\alpha^{Korr}\,\mathbf{T}^{Korr} \quad . \qquad (4\text{-}24)$$

4.2.4 Radiophysikalische Korrelation

In SCHUH (1987, S. 85) wird als weitere Art der Abhängigkeit von VLBI-Beobachtungen die „radiophysikalische" Korrelation erwähnt, bei der Korrelationen zwischen zur selben Radioquelle durchgeführten VLBI-Beobachtungen erwartet werden. Als Ursache solcher Korrelationen wäre zum Beispiel denkbar, dass nicht modellierte (scheinbare) Schwankungen des „radiophysikalischen Schwerpunkts" der Quelle, auf den man sich während der Korrelation bezieht, VLBI-Beobachtungen derselben Quelle systematisch ähnlich verfälschen. Ein Teil dieser Korrelationen ist zeitabhängig, wobei das Maximum für gleichzeitige Beobachtungen zu erwarten ist.

Für eine Beschreibung entsprechender Komponenten sind solche VLBI-Beobachtungen zu einer gemeinsamen Gruppe zusammenzufassen, bei denen unabhängig von der Basislinie und der topozentrischen Richtung der Zielung dieselbe Radioquelle beobachtet wurde. Es wird davon ausgegangen, dass dieser Effekt mit zunehmendem zeitlichen Abstand jeweils zweier Beobachtungen abnimmt. Für n Beobachtungen werden die $n \times n$-dimensionalen symmetrischen Matrizen **T** entsprechend (4-15) für $i = 1,2,\ldots,n$, $j = 1,2,\ldots,n$ mit $T_{ii} = 0$ und folgenden Nebendiagonalelementen besetzt:

$$T_{ij}^{radio} = \begin{cases} \sigma_i\sigma_j & \text{für: } \text{Quelle}_i = \text{Quelle}_j \quad \textit{und} \quad \Delta t_{ij} \in \Delta t_{Gruppe} \\ 0 & \text{für: } \text{Quelle}_i \neq \text{Quelle}_j \quad \textit{oder} \quad \Delta t_{ij} \notin \Delta t_{Gruppe} \end{cases} \quad . \qquad (4\text{-}25)$$

Das stochastische Modell $\boldsymbol{\Sigma}_{yy}^{radio}$ lautet nach (3-22) mit σ_i und σ_j, den während des Korrelationsprozesses gefundenen mittleren Fehlern der einzelnen Beobachtungen für g Beobachtungsgruppen mit $k = 1,2,\ldots,g$ und $T_{ii} = 0$ wie folgt:

$$\boldsymbol{\Sigma}_{yy}^{radio} = \sum_{k=1}^{g} \sigma^{radio\ k}\alpha^{radio\ k}\,\mathbf{T}^{radio\ k} \quad . \qquad (4\text{-}26)$$

Die geschätzten Kovarianzkomponenten können im Falle von Konvergenz direkt als Korrelationskoeffizienten interpretiert werden. Werden Varianzkomponenten gleichzeitig mitbestimmt, muss die gemeinsame Schätzung durch Multiplikation der mittleren Fehler der Beobachtungen mit den entsprechenden Näherungswerten konsistent gehalten werden.

5. Verfeinerung des stochastischen VLBI-Modells

In dieser Arbeit wird das stochastische VLBI-Modell durch Schätzen von Varianz- und Kovarianzkomponenten bestimmter Beobachtungsgruppen mit der in Kapitel 3.3 beschriebenen MINQUE-Methode verfeinert. An dieser Stelle wird zunächst ein Überblick über die Inhalte des Kapitels 5 gegeben. Anschließend werden kurz einige besonders interessante Gesichtspunkte der tatsächlichen Realisierung der MINQUE erläutert (teilweise wird darauf in den folgenden Abschnitten detaillierter eingegangen).

Übersicht über die in Kapitel 5 dokumentierten Analysen der MINQUE-Ergebnisse

Es soll ein verfeinertes stochastisches Modell für VLBI-Beobachtungen bestimmt werden, das sich zur Anwendung auf möglichst alle VLBI-Beobachtungen bei der „alltäglichen" VLBI-Parameterschätzung eignet. Es muss hochwertig und einfach zu handhaben sein. In den folgenden Abschnitten 5.1 bis 5.5 werden deshalb möglichst allgemeingültige Antworten auf die wichtigsten Fragen gesucht, die sich in diesem Zusammenhang stellen:

- In Abschnitt 5.1 werden charakteristische Merkmale der 2124 zur Varianz- und Kovarianzkomponentenschätzung verwendeten VLBI-Sessions des Zeitraums 1984 bis 2001 analysiert. Da sich diese Merkmale vor allem im Verlauf der Zeit ändern, werden auch Mittelwerte für Zeitabschnitte von jeweils sechs Jahren angegeben. Zusätzlich wird überprüft, wie gut diese Auswahl an Sessions die Gesamtheit aller 2230 am DGFI verwendeten VLBI-Sessions repräsentiert.
- Sind in Abschnitt 5.1 Inhomogenitäten des VLBI-Beobachtungsmaterials erkennbar, sind möglicherweise nicht alle stochastischen bzw. quasi-stochastischen Eigenschaften für die Beobachtungen aller Sessions identisch. Deshalb werden geschätzte Komponenten in Abschnitt 5.2 auf Zeitabhängigkeit untersucht.
- Die geschätzten Komponenten werden in Abschnitt 5.3 auf Abhängigkeiten untereinander überprüft. Dafür werden einzelne Komponenten getrennt voneinander geschätzt und den Ergebnissen einer gemeinsamen Schätzung gegenübergestellt. Zusätzliche Erkenntnisse liefert die entsprechend Gleichung (3-32) abgeleitete Varianz- und Kovarianzmatrix der Komponenten.
- In Abschnitt 5.4 wird der Einfluss unterschiedlicher Parametrisierungsansätze auf die stochastischen Eigenschaften von VLBI-Beobachtungen analysiert. Dazu werden Komponenten miteinander verglichen, bei deren Bestimmung sowohl verschiedene primäre Zielparameter angesetzt wurden (5.4.1), als auch drastischere Änderungen der Parametrisierung vorgenommen (5.4.2) wurden.
- Schließlich wird in Abschnitt 5.5 untersucht, welche der verfeinerten stochastischen Eigenschaften bereits gut durch die während des Korrelationsprozesses gewonnenen Varianzen beschrieben werden. Zusätzlich soll ein Überblick darüber gegeben werden, wie groß der Anteil einzelner stochastischer Eigenschaften an den Varianzen von VLBI-Beobachtungen ist (im Folgenden als „Varianzanteile" bezeichnet). Dafür wurden noch einmal alle Varianz- und Kovarianzkomponenten geschätzt, allerdings unter Annahme der Gleichgenauigkeit aller Beobachtungen (ohne dabei die Varianzen der Beobachtungen aus dem Korrelationsprozess zu verwenden).

Eine Diskussion der so gewonnenen Erkenntnisse findet schließlich in Abschnitt 5.6 statt. Dort wird auch das verfeinerte stochastische Modell festgelegt und dokumentiert, dessen Einfluss auf die Schätzung verschiedener VLBI-Zielparameter in Kapitel 6 zu prüfen ist.

Allgemeine Erfahrungen und Hinweise zur Realisierung der MINQUE

Die für eine MINQUE benötigten Matrizen werden zusammen mit weiteren, die Beobachtungen betreffenden Informationen von der VLBI-Software OCCAM (TITOV et al. 2001) abgespeichert. Bereits in diesem Arbeitschritt wird sorgfältig darauf geachtet, dass sich keine groben Fehler mehr im Datenmaterial befinden (siehe dazu den einleitenden Teil des Kapitels 6 unter „Indirekte Auswirkungen verschiedener stochastischer Ansätze auf die Parameterschätzung"). In den aufzustellenden Normalgleichungen der einzelnen Sessions werden die Koordinaten der Radioquellen auf Werten des „International Celestial Reference Frame Extension 1 (ICRF-Ext1)" (MA und FEISSEL 1997) festgehalten. Die Stationskoordinaten sind auf die des terrestrischen Referenzrahmens der Lösung DGFI02R02 fixiert. Die fünf Erdrotationsparameter sind in diesen Gleichungssystemen frei zu schätzende Parameter. Die Strategie zur Bestimmung von DGFI02R02 ist der sehr ähnlich, die zum Berechnen der in TESMER (2002) im Detail beschriebenen Lösung DGFI01R01 angewendet wurde. Die zur Berechnung von DGFI02R02

verwendete Version von OCCAM ist ebenso wie die dafür benutzten Beobachtungsdaten beinahe identisch mit denen dieser Arbeit. Unterschiede in den Datumsparametern gegenüber ITRF2000 sind nicht signifikant.

Die von OCCAM pro Session geschriebenen Dateien werden mit Hilfe von MATLAB-Skripten eingelesen, mit denen auch die eigentliche MINQUE durchgeführt wird. Dafür wird pro Session jeweils die Matrix $\mathbf{S}_{\text{Session}}$ und der Vektor $\mathbf{q}_{\text{Session}}$ entsprechend (3-28) bzw. (3-27) so aufgebaut, dass sie anschließend mit dem in Abschnitt 3.4 beschriebenen Algorithmus akkumuliert werden können (vergleichbar dem Addieren von Normalgleichungen). Das Akkumulieren der Matrizen mehrerer Sessions ist für die Bestimmung detaillierter stochastischer Eigenschaften unbedingt notwendig, da für einzelne Sessions in der Regel nur sehr wenige stochastische Eigenschaften signifikant zu bestimmen sind.

Die im Rahmen dieser Arbeit gemachten Erfahrungen zur Bestimmbarkeit stochastischer Eigenschaften von VLBI-Beobachtungen werden im Folgenden anhand einiger Parallelen zur klassischen, in Abschnitt 3.1 beschriebenen Parameterschätzung illustriert:

- Parameterschätzung (siehe hierzu auch Abschnitt 2.3):
  Durch eine Parameterschätzung lassen sich in Abhängigkeit der Beobachtungsanordnung und der grundlegenden physikalischen Eigenschaften von VLBI-Beobachtungen verschiedene Parameter unterschiedlich gut bestimmen. Manche Parameter wie z.B. Basislinienlängen können schon gut mit Gleichungssystemen bestimmt werden, die nur die Beobachtungen einzelner Sessions repräsentieren. Sollen andere Parameter, wie z.B. Love'sche Zahlen mit Hilfe von VLBI-Beobachtungen geschätzt werden, ist es notwendig, die Informationen (Beobachtungen) vieler Sessions zu verwenden. Keinesfalls dürfen z.B. nur mit den Beobachtungen einer VLBI-Session bestimmte Lovezahlen als tatsächliche Elastizitätseigenschaften der Erde aufgefasst werden.

  Entscheidend für die Interpretation geschätzter Parameter ist außerdem, dass eventuelle Singularitäten des Gleichungssystems durch (Datums-) Bedingungen behoben werden, die eine Lösung nicht deformieren.

- Varianz- und Kovarianzkomponentenschätzung:
  Ähnliche Zusammenhänge wie bei der Parameterschätzung gibt es auch bei der Schätzung von Varianz- und Kovarianzkomponenten. So lassen sich z.B. elevationsabhängige Varianzkomponenten (siehe Abschnitt 4.1.5) unter Umständen bereits recht stabil mit Hilfe der Beobachtungen nur einer Session bestimmen. Dafür muss allerdings eine Darstellung gefunden werden, die ausreichend zwischen verschiedenen Elevationen differenziert (z.B. durch geeignete Elevationsbereiche) und möglichst homogen durch das existierende Beobachtungsmaterial bestimmt ist. Beim Aufstellen von Beobachtungsplänen wird darauf aber nicht explizit geachtet, weshalb eine solche Schätzung bei vielen Sessions nicht erfolgreich durchgeführt werden kann. Auch für eine Schätzung stationsabhängiger Varianzkomponenten ist das Akkumulieren mehrerer Sessions entscheidend, denn solche Komponenten lassen sich umso besser voneinander trennen, je unterschiedlicher die Konfigurationen der Netze der verschiedenen Sessions sind. Komponenten, die Korrelationen zwischen VLBI-Beobachtungen beschreiben, werden erst durch das Akkumulieren vieler Sessions stabil. Für einzelne Sessions konvergiert die MINQUE in der Regel nicht, bzw. streuen die geschätzten Kovarianzkomponenten stark um einen aus vielen Sessions gewonnenen Wert.

  Wie bei der Parameterschätzung lassen sich auch bei der Schätzung von Varianz- und Kovarianzkomponenten nicht beliebige Komponenten schätzen. Sollen stations- und elevationsabhängige Varianzkomponenten (Abschnitte 4.1.4 und 4.1.5) in einer gemeinsamen Lösung bestimmt werden, ist z.B. die Komponente eines Elevationsbereichs oder einer Station zu fixieren. Ähnlich ist bei simultanem Schätzen von quellenabhängigen Varianzkomponenten (Abschnitt 4.1.3) vorzugehen. Dieses Phänomen hat große Ähnlichkeit mit einem Konfigurationsdefekt bei der Parameterschätzung: Werden z.B. für alle im Datenmaterial vorkommenden Elevationsgruppen Varianzkomponenten geschätzt, entspricht dies einem Freiheitsgrad im gemeinsamen Varianzniveau der Beobachtungen (eine Varianzkomponente für $\boldsymbol{\Sigma}_{yy}^{\text{Niveau}}$ (Abschnitt 4.1.1) lässt sich aber davon trennen, weil mit ihr zusätzlich auch das Varianzniveau der Pseudobeobachtungen bestimmt wird). Eine ausführlichere Erklärung dazu wird in Abschnitt 5.3 unter „In dieser Arbeit auftretende Arten der Abhängigkeit" gegeben.

Für die Schätzung der Varianz- und Kovarianzkomponenten wurden nicht alle am DGFI zur Verfügung stehenden VLBI-Beobachtungsdaten verwendet. Bei der Auswahl musste die zur Prozessierung der einzelnen Sessions benötigte Rechenzeit der durch sie zusätzlich zu erlangenden Information gegenübergestellt werden. Deshalb

wurden nur solche Sessions verwendet, die weniger als 3000 Beobachtungen besitzen. Von den 2230 zwischen 1984 und Ende 2001 durchgeführten VLBI-Sessions die am DGFI vorliegen, kamen deshalb nur 2124 bei der Verfeinerung des stochastischen VLBI-Modells zum Einsatz, wodurch viele Beobachtungen und damit viel Information verloren ging. Ob die 2124 schließlich verwendeten Sessions aber trotzdem repräsentativ für die Gesamtheit aller Sessions sind bzw. die verlorenen Beobachtungen vor allem redundante Information tragen, wird in Abschnitt 5.1 untersucht.

Der mit einem unverkürzten MINQUE-Algorithmus verbundene hohe Rechenaufwand ist vor allem auf das Besetzen der **S**-Matrizen zurückführen: Soll eine Matrix $\mathbf{S}_{\text{Session}}$ z.B. für eine Session mit 3000 Beobachtungen berechnet werden, mit der im akkumulierten Zustand 70 Varianz- und Kovarianzkomponenten zu schätzen sind, so ist entsprechend der Gleichung (3-28) jeweils die Spur von $70 + (70 \cdot 69)/2 = 2485$ Matrizen zu ermitteln. Zur Berechnung dieser Matrizen sind wiederum jeweils vier (unter Umständen) voll besetzte Matrizen der Dimension 3000×3000 miteinander zu multiplizieren. $\mathbf{S}_{\text{Session}}$ bzw. $\mathbf{q}_{\text{Session}}$ besitzen zwar tatsächlich die Dimension der schließlich addierten Matrix $\mathbf{S}_{\text{gesamt}}$ bzw. des Vektors $\mathbf{q}_{\text{gesamt}}$ (in diesem Falle 70×70 bzw. 70×1), da in jeder Session aber jeweils nur ein Teil der insgesamt auftretenden Komponenten vorkommt, sind die einzelnen $\mathbf{S}_{\text{Session}}$ nie voll besetzt. Deshalb sind viele zu ihrer Aufstellung eigentlich notwendigen Operationen überflüssig, wie z.B. Multiplikationen mit einer größeren Anzahl von Null-Elementen oder sogar vollständig leeren Matrizen (im Falle des oben genannten Beispiels mit 70 Komponenten treten im Durchschnitt nur 27 bis 28 Komponenten gleichzeitig auf, in keiner Session mehr als 34).

Überflüssige Operationen wurden zum einen durch Anwendung der von MATLAB (www.mathworks.com) angebotenen „Sparse"-Technik umgangen, zum anderen durch möglichst konsequentes Vermeiden redundanter Operationen. Zeitaufwändigem, unkontrolliertem Auslagern von Teilen des Arbeitsspeichers auf die Festplatte wurde vorgebeugt, indem stets nur die unbedingt notwendige Anzahl großer Matrizen gleichzeitig im Arbeitsspeicher gehalten wurde. Da somit eine große Anzahl von Matrizen zwischenzuspeichern war und sich viele Schreib- und Lesevorgänge ergaben, wurden zum Speichern der Matrizen ausschließlich lokale Festplatten verwendet.

Die Berechnungen wurden größtenteils auf LINUX-Rechnern durchgeführt, die mit Pentium-4 Prozessoren mit 2.6 GHz Taktfrequenz und 1.6 Gb Arbeitsspeicher bestückt sind. Somit dauerte das Aufstellen der 70×70-dimensionalen Matrizen $\mathbf{S}_{\text{Session}}$ für Sessions mit weniger als 1000 Beobachtungen zwischen einigen Sekunden und einer Minute. Für Sessions mit 2000 Beobachtungen benötigte das Berechnen der Matrizen $\mathbf{S}_{\text{Session}}$ ca. zehn Minuten, bei 3000 Beobachtungen in einer Session war bereits mit einer Rechenzeit von 30 Minuten und mehr zu rechnen. Ein kompletter Iterationsschritt, bei dem mit allen 2124 verwendeten Sessions 70 Komponenten zu schätzen waren, benötigte ca. 68 Stunden. Neben der Anzahl der Beobachtungen der Sessions ist für die Dauer der Berechnungen vor allem auch die Anzahl der zu schätzenden Komponenten ausschlaggebend: Werden z.B. anstatt 70 Komponenten nur 61 aus allen 2124 verwendeten Sessions geschätzt, beträgt die Dauer eines Iterationsschritts nur mehr ca. 35 Stunden, die Bestimmung von elf Komponenten benötigt nur ca. zehn Stunden.

Um mit den pro Session aufgestellten Matrizen und Vektoren $\mathbf{S}_{\text{Session}}$ bzw. $\mathbf{q}_{\text{Session}}$ die Komponenten $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ und ihre Varianzen und Kovarianzen aus dem gesamten akkumulierten Beobachtungsmaterial entsprechend den Gleichungen (3-29) bis (3-32) abzuleiten, sind sie zuvor als $\mathbf{S}_{\text{gesamt}}$ und $\mathbf{q}_{\text{gesamt}}$ zu addieren (siehe (3-38)). Bei der Durchführung notwendiger Iterationen muss darauf geachtet werden, bei jedem Iterationsschritt in allen Sessions identische Näherungswerte für die Komponenten einzuführen.

Die Anzahl der Iterationsschritte, die benötigt werden, um „ausreichende" Konvergenz zu erreichen, ist abhängig von der Qualität der Anfangswerte. In der Regel wurde für Varianzkomponenten im ersten Schritt 1 und für Korrelationen 0.1 verwendet. Ebenso wichtig ist die Definition „ausreichender" Konvergenz. Im Falle vollkommener Konvergenz sind alle Elemente des Vektors $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ nach (3-29) genau 1. Um praktikable Rechenzeiten zu erreichen, wurde hier ausreichende Konvergenz dann angenommen, wenn sich durch den letzten Iterationsschritt für keine Komponente mehr eine Änderung von mehr als 1% ergab, die Beträge aller Elemente von $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ also zwischen 0.99 und 1.01 waren. Ist der Betrag der iterierten Schätzung einer Komponente entsprechend Gleichung (3-31) also z.B. 0.6 (die meisten Komponenten sind kleiner), war beim Abbruch der Iteration die Veränderung zum vorigen Schritt höchstens 0.006. Unter den genannten Bedingungen musste keine Schätzung von Komponenten öfter als neun mal iteriert werden, meistens wurde Konvergenz bereits nach fünf Iterationsschritten erreicht.

5.1 Verwendetes Datenmaterial

VLBI-Beobachtungsdatenbank am DGFI

Am DGFI steht eine umfassende VLBI-Beobachtungsdatenbank zur Verfügung, in der alle bis einschließlich Ende 2001 durchgeführten, der wissenschaftlichen Öffentlichkeit zugänglichen VLBI-Sessions gesammelt und systematisch abgelegt sind. Die Daten wurden sowohl von dem „Crustal Dynamics Data Information System (CDDIS)“ (http://lupus.gsfc.nasa.gov/global/select.html) der „National Aeronautics and Space Administration (NASA)“, als auch den Datenzentren des „International VLBI Service for Geodesy and Astrometry (IVS)“ (http://ivscc.gsfc.nasa.gov/service/dcselect.html) zusammengetragen. Insgesamt standen mehr als 3600 Sessions zur Verfügung, von denen allerdings einige für sehr spezielle wissenschaftliche Zwecke durchgeführt wurden. Alle Sessions wurden auf ihre Verwendbarkeit für heute übliche Fragestellungen überprüft und geeignete Sessions in VLBI-Lösungen am DGFI bereits erfolgreich verwendet. Dafür mussten sie folgende Kriterien erfüllen:

- die Dauer der Sessions sollte mindestens 24 h sein,
- sie müssen mindestens 250 erfolgreich durchgeführte Beobachtungen beinhalten,
- es müssen mindestens drei Teleskope mit jeweils mindestens 100 Beobachtungen beteiligt gewesen sein,
- an der Lösung beteiligte Teleskope müssen insgesamt genug hochwertige Beobachtungen (> 3000) in genügend Sessions (~ mehr als fünf) durchgeführt haben; diese Beobachtungen sollen auf einen ausreichenden Zeitraum (~ länger als zwei Jahre) verteilt sein, um davon eine Geschwindigkeit ableiten zu können,
- Beobachtungen von mobilen Teleskopen sind zu ignorieren.

Diese Kriterien erfüllten 2230 VLBI-Sessions zwischen Anfang 1984 und Ende 2001, von denen schließlich 2124 für die Schätzung von Varianz- und Kovarianzkomponenten verwendet wurden, die weniger als 3000 Beobachtungen umfassten (siehe dazu auch unter „Allgemeine Erfahrungen und Hinweise zur Realisierung der MINQUE“ des einleitenden Teils dieses Kapitels).

Inhomogenitäten des VLBI-Beobachtungsmaterials

In dieser Arbeit sollen möglichst allgemeingültige Aussagen zum stochastischen VLBI-Modell getroffen werden. Das VLBI-Beobachtungsmaterial weist aber, z.B. verglichen mit den Beobachtungsdaten globaler GPS-Netze, viele Inhomogenitäten auf, deren Auswirkungen auf das stochastische Modell von VLBI-Beobachtungen unklar sind. Zu erwarten sind vor allem folgende, zumeist zeitabhängige Eigenschaften von VLBI-Sessions, die zum Teil miteinander verknüpft sind (siehe dazu auch RYAN und MA 1998):

- zunehmende Anzahl der durchgeführten Beobachtungen pro Session,
- durch technische Entwicklungen steigende Qualität der Beobachtungen,
- bedingt durch sich im Laufe der Zeit verändernde Frage- bzw. Aufgabenstellungen der VLBI gibt es einen tendenziellen Wandel von Netzen mit eher kontinentalem Charakter (einige der älteren Sessions wurden sogar nur auf einer einzelnen Basislinie durchgeführt) hin zu meist global ausgelegten VLBI-Netzen,
- besser werdende Beobachtungsgeometrie durch Weiterentwicklung der Beobachtungspläne („Scheduling“).

Zusätzlich werden heute wie schon vor 20 Jahren unterschiedliche Netzkonfigurationen und Ansätze zur Beobachtungsplanung verwendet, die jeweils auf verschiedene Fragestellungen bzw. größtmögliche Sensitivität bezüglich bestimmter Zielparameter ausgerichtet sind. Mögliche Fragestellungen sind:

- Stabilisierung eines terrestrischen Referenzrahmens („Terrestrial Reference Frame“ TRF),
- kontinentale Verdichtung bzw. Ergänzung des TRF (vor allem alte Sessions),
- Stabilisierung eines zälestischen Referenzrahmens („Celestial Reference Frame“ CRF),
- Verdichtung des CRF (vor allem in der südlichen Hemisphäre),
- spezielle astrometrische oder astrophysikalische Untersuchungen,
- optimale Bestimmung aller/einzelner Erdrotationsparameter,
- möglichst kurzfristige Bestimmung von $\Delta UT1$ zur Prädiktion.

Dadurch haben einige VLBI-Sessions spezielle Eigenschaften und werden am DGFI in Standardlösungen nicht verwendet. Auch zur Schätzung von Varianz- und Kovarianzkomponenten kommen sie nicht in Frage. Der größte Teil der benutzten Sessions waren solche, die im Rahmen von regelmäßig durchgeführten Beobachtungsreihen wie IRIS-A, IRIS-S, NEOS-A, CORE-A, EUROPE etc. stattfanden (Anmerkung: Einerseits bringen Inhomogeni-

täten im Beobachtungsmaterial viele Nachteile mit sich. Weil dadurch aber andererseits unerwünschte systematische Effekte entweder leichter aufzudecken sind, oder als quasi-zufällige Abweichungen zu realistischeren Varianzen von Zielparametern führen können, dürfen sie nicht ausschließlich als unerwünscht betrachtet werden).

Im Folgenden werden die wichtigsten Eigenschaften von VLBI-Sessions des gesamten Zeitenraums 1984 bis Ende 2001 denen der Sessions der Jahre 1984 – 1989, 1990 – 1995 und 1996 – 2001 gegenübergestellt. Dabei wird zwischen den 2124 für die Bestimmung des stochastischen Modells benutzten und den gesamten 2230 am DGFI üblicherweise verwendeten VLBI-Sessions differenziert. In Abbildung 5-1 sind die entsprechenden Stationen der 2124 erstgenannten Sessions mit Punkten, die restlichen 106 Sessions mit Kreuzen gekennzeichnet. Die Ziffern hinter den Stationsbezeichnungen lassen erkennen, an wie vielen der 2230 bzw. 2124 Sessions die einzelnen Stationen teilgenommen haben.

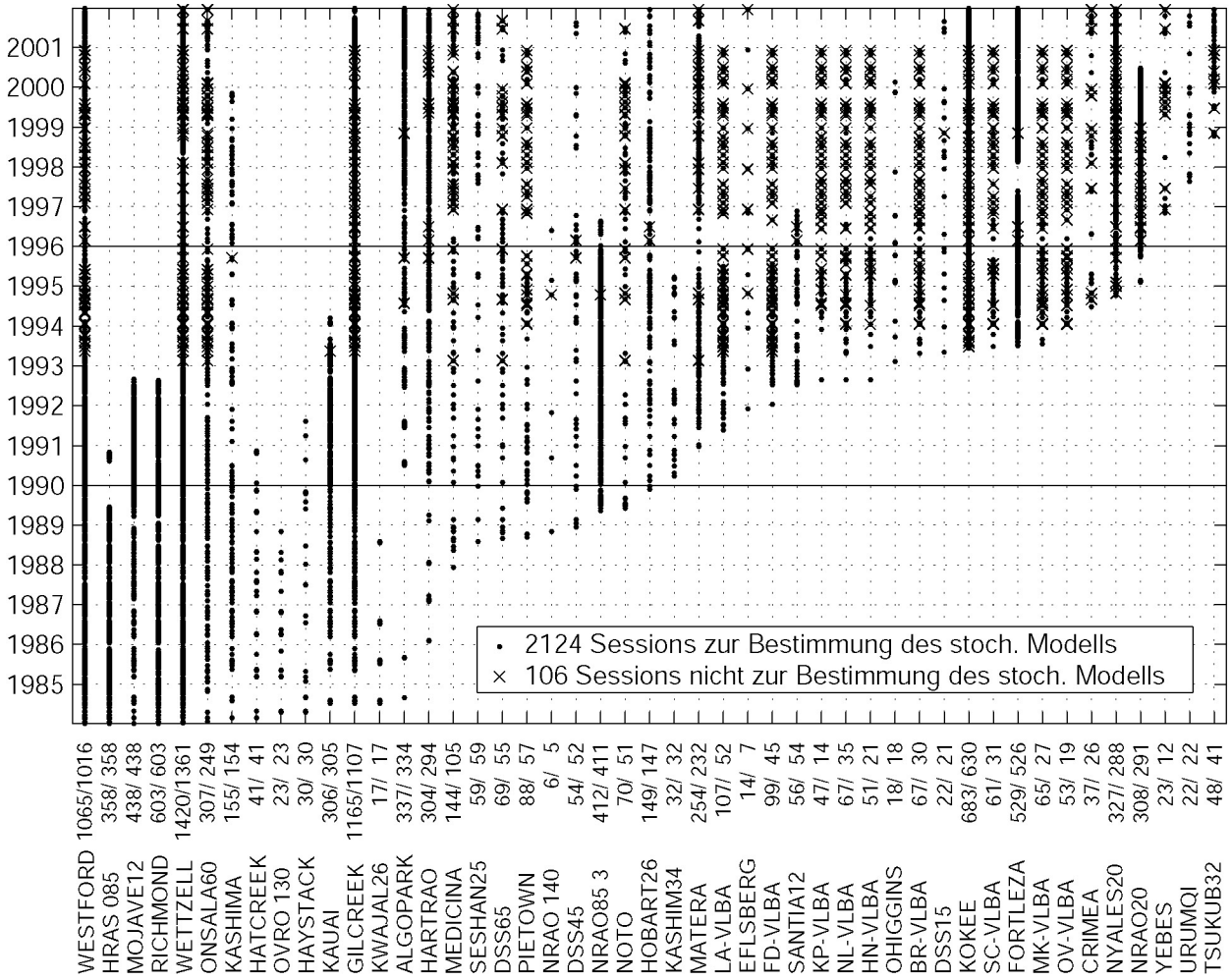

Abbildung 5-1: An Sessions zwischen 1984 und Ende 2001 beteiligte Stationen

Anhand der Grafik ist zu erkennen, dass besonders im Zeitraum zwischen 1996 und 2001 einige Teleskope in den Sessions zur Komponentenschätzung unterrepräsentiert sind. Das sind vor allem die Teleskope des „Very Long Baseline Array (VLBA)“ (http://www.aoc.nrao.edu/vlba/html/VLBA.html), die im Folgenden als VLBA-Teleskope bezeichnet werden und die Teleskope, die ausschließlich an den rein europäischen EUROPE-Sessions teilnehmen wie EFLSBERG oder YEBES. Die VLBA-Sessions (Sessions, die vor allem mit den VLBA-Teleskopen durchgeführt werden) sind mit den EUROPE-Sessions die VLBI-Beobachtungsreihen, bei denen die meisten Beobachtungen (häufig mehr als 5000) durchgeführt werden. Wegen der im einleitenden Teil des Kapitels 5 unter „Allgemeine Erfahrungen und Hinweise zur Realisierung der MINQUE“ gestellten Bedingung, nach der bei der Komponentenschätzung verwendete Sessions nicht mehr als 3000 Beobachtungen besitzen dürfen, lässt sich eine gewisse Unterrepräsentierung dieser Teleskope nicht vermeiden. Nachfolgende Analysen werden zeigen, ob dieser Schwachpunkt entscheidend für die Verlässlichkeit geschätzter stochastischer Eigenschaften ist.

Anschließend sind wichtige Eigenschaften der Sessions, von denen ein unmittelbarer Einfluss auf stochastische Eigenschaften von Beobachtungen erwartet wird, in Form von Tabellen zusammengefasst.

Tabelle 5-1: Grundsätzliche Eigenschaften der VLBI-Sessions

	1984 – 2001		1984 – 1989		1990 – 1995		1996 – 2001	
	stoch. Modell	gesamt	stoch. Modell	Gesamt	stoch. Modell	gesamt	stoch. Modell	gesamt
# Sessions	2124	2230	551	551	904	946	669	733
mittl. # Beob. pro Session	~ 907	~ 1087	~ 556	~ 556	~ 890	~ 1042	~ 1220	~ 1544
mittl. # Stationen pro Session	~ 4.6	~ 4.8	~ 4.1	~ 4.1	~ 4.5	~ 4.6	~ 5.2	~ 5.5
mittl. # Quellen pro Session	~ 34	~ 35	~ 16	~ 16	~ 31	~ 31	~ 53	~ 54
mittl. # Beob. pro Station pro Session	~ 198	~ 228	~ 136	~ 136	~ 199	~ 226	~236	~ 282
Median der Varianzen der Beobachtungen aus Korrelationsprozess	1.6802 [cm^2]	1.6432 [cm^2]	1.6422 [cm^2]	1.6422 [cm^2]	1.7390 [cm^2]	1.7000 [cm^2]	1.6444 [cm^2]	1.5913 [cm^2]

Tabelle 5-2: Anteil der Beobachtungen, die unter bestimmten Elevationsklassen durchgeführt wurden

	1984 – 2001		1984 – 1989		1990 – 1995		1996 – 2001	
	stoch. Modell	gesamt	stoch. Modell	gesamt	stoch. Modell	gesamt	stoch. Modell	Gesamt
0° - 5° Elevation	0.20 %	0.27 %	0.37 %	0.37 %	0.34 %	0.49 %	0.001 %	0.05 %
5° - 8° Elevation	2.95 %	2.87 %	0.98 %	0.98 %	3.70 %	3.70 %	2.95 %	2.65 %
8° - 11° Elevation	4.34 %	4.15 %	2.55 %	2.55 %	4.98 %	4.76 %	4.38 %	4.06 %
11° - 15° Elevation	5.82 %	5.67 %	4.19 %	4.19 %	6.11 %	5.91 %	6.14 %	5.86 %
15° - 20° Elevation	7.34 %	7.29 %	5.38 %	5.38 %	7.37 %	7.33 %	8.05 %	7.78 %
20° - 30° Elevation	15.28 %	15.48 %	12.95 %	12.95 %	15.24 %	15.40 %	16.21 %	16.22 %
30° - 45° Elevation	23.91 %	24.16 %	25.69 %	25.69 %	23.46 %	23.61 %	23.69 %	24.23 %
45° - 65° Elevation	26.38 %	26.50 %	31.61 %	31.61 %	25.39 %	25.54 %	25.38 %	25.96 %
65° - 90° Elevation	13.78 %	15.95 %	16.29 %	16.29 %	13.41 %	13.25 %	13.20 %	13.20 %

Tabelle 5-3: Anteil der Beobachtungen, die bei der Korrelation vom selben Signal abgeleitet wurden

	1984 – 2001		1984 – 1989		1990 – 1995		1996 – 2001	
	stoch. Modell	gesamt	stoch. Modell	gesamt	stoch. Modell	gesamt	stoch. Modell	Gesamt
Bei Korrelation mit anderen Beob. vom selben Radiosignal abgeleitet	83.29 %	86.37 %	89.32 %	89.32 %	84.67 %	87.06 %	79.67 %	84.90 %

Tabelle 5-4: Anteil der Beobachtungen, die zeitlich benachbart in ähnliche Richtungen durchgeführt wurden

		1984 – 2001		1984 – 1989		1990 – 1995		1996 – 2001	
		stoch. Modell	gesamt	stoch. Modell	gesamt	stoch. Modell	gesamt	stoch. Modell	gesamt
$\Delta\omega$ = 0°-15° (= $\Delta\omega 1$)	Δt = 0-5 min	1.65 %	1.73 %	2.16 %	2.16 %	0.99 %	1.13 %	2.10 %	2.14 %
	Δt = 5-10 min	1.61 %	1.60 %	1.56 %	1.56 %	1.83 %	1.86 %	1.41 %	1.40 %
	Δt = 10-15 min	1.44 %	1.39 %	1.47 %	1.47 %	1.94 %	1.95 %	0.93 %	0.88 %
	Δt = 15-20 min	1.52 %	1.42 %	1.43 %	1.43 %	2.23 %	2.22 %	0.80 %	0.71 %
$\Delta\omega$ = 15°-30° (= $\Delta\omega 2$)	Δt = 0-5 min	3.99 %	4.39 %	0.88 %	0.88 %	2.42 %	3.17 %	6. 71 %	6.40 %
	Δt = 5-10 min	3.67 %	3.69 %	2.69 %	2.69 %	3.04 %	3.24 %	4.65 %	4.34 %
	Δt = 10-15 min	2.47 %	2.61 %	1.81 %	1.81 %	2.05 %	2.29 %	3.14 %	3.09 %
	Δt = 15-20 min	2.08 %	2.15 %	1.22 %	1.22 %	1.86 %	2.02 %	2.61 %	2.52 %

Tabelle 5-1 ist zu entnehmen, dass es zwischen 1984 und 2001 eine deutliche Zunahme der Anzahl der Beobachtungen und der an den Sessions teilgenommenen Stationen gegeben hat. Entscheidender ist aber die deutliche Erhöhung der Anzahl der pro Session beobachteten Quellen. Damit wirken sich einerseits Fehler einzelner Quellenpositionen weniger systematisch aus und sind besser kontrolliert. Andererseits lässt dies auf eine Änderung in der Beobachtungsplanung schließen, die z.B. die „topozentrische Beobachtungsgeometrie“ verbessern und eine umfassendere Repräsentation des quasi-inertialen Referenzsystems zur Definition der Erdrotationsparameter mit sich bringen könnte. Wie bereits aus Abbildung 5-1 zu erkennen war, wird hier noch einmal deutlich, dass vor allem zwischen 1996 und 2001 Sessions mit vielen Beobachtungen nicht zur Komponentenschätzung verwendet wurden. Die größte Überraschung dieser Tabelle ist, dass die a priori Varianzen der Beobachtungen im Zeitraum von 1984 bis 1989 am optimistischsten sind, obwohl die VLBI-Technologie von 1984 bis 2001 auf jeden Fall verbessert wurde. Unter Umständen ist dies darauf zurückzuführen, dass in den älteren Sessions vor allem die wenigen sehr leuchtstarken und stabilen Quellen beobachtet wurden (und die entsprechenden Beobachtungen somit ein hohes Signal-zu-Rausch Verhältnis SNR haben, siehe dazu (2-40)). Möglicherweise sind darin enthaltene, vermeintlich schlechte Beobachtungen im Laufe vieler Auswertungen auch bereits aussortiert worden.

Auf weitere zeitliche Veränderungen der Beobachtungsplanung weist Tabelle 5-2 hin: Im Laufe der Zeit wurde weniger unter hohen Elevationen (> 30°) zugunsten niedriger Elevationen beobachtet, da in frühen Jahren wenige Sessions mit sehr langen Basislinien durchgeführt wurden. Zusätzlich könnte dies mit der stetigen Verbesserung der troposphärischen Mapping-Funktionen zusammenhängen, mit der Einfluss auf Beobachtungen unter niedrigen Elevationen immer besser beschrieben werden konnte. Durch eine solche Verbesserung der topozentrischen Beobachtungsgeometrie können die z.B. der troposphärische Zenit-Delay und die Uhrenparameter in einer Schätzung besser voneinander getrennt werden. Allerdings wurden nach 1996, anders als zuvor, kaum mehr Beobachtungen unter sehr niedrigen Elevationen (< 5°) durchgeführt. Wahrscheinlich hat sich die Ansicht durchgesetzt, dass der Einfluss der Troposphäre in diesem Elevationsbereich zu kompliziert ist um funktional befriedigend beschrieben zu werden und die sich so ergebenden Vorteile die Nachteile nicht aufwiegen. Für spätere Abschnitte dieses Kapitel ist wichtig, dass von den zur Komponentenschätzung verwendeten Beobachtungen nach 1996 nur 0.001 % unter 5° Elevation durchgeführt wurden, während im gesamten Beobachtungsmaterial dieses Zeitraums 0.05 % der Beobachtungen aus diesem Elevationsbereich stammen. Dies ist darauf zurückzuführen, dass solche Beobachtungen meist von den in diesem Zeitraum schlecht repräsentierten VLBA-Teleskopen stammen.

Die in Tabelle 5-3 dokumentierten Werte geben an, wie groß der Anteil der (Laufzeitunterschied-) Beobachtungen ist, die gemeinsam mit mindestens einer anderen Beobachtung vom identischen Signal abgeleitet wurden. Anders formuliert bedeutet ein Wert von 90 % in Tabelle 5-3, dass nur 10 % der Beobachtungen von Signalen abgeleitet wurden, die nicht auch zur Bestimmung anderer Laufzeitunterschiede benutzt wurden. Da solche Beobachtungen stets ein wenig miteinander korreliert sind, bedeutet die leichte Abnahme ihre Anteils, dass prozentual immer mehr unabhängige Beobachtungen vorliegen.

Tabelle 5-4 gibt Aufschluss darüber, wie viele der Beobachtungen in kurzem Zeitabstand hintereinander unter geringer topozentrischer Richtungsänderung durchgeführt wurden. Dies ist ein Merkmal für die Qualität von Ansätzen zur Beobachtungsplanung, da kurz aufeinander folgende Beobachtungen in eine sehr ähnliche topozentrische Richtung (siehe dazu Abschnitt 4.2.1 bzw. Gleichung (4-14)) nicht vollständig unabhängige bzw. zusätzliche Information z.B. für die Bestimmung des troposphärischen Einflusses liefern können. Es ist zu erkennen, dass sich der Anteil der Beobachtungen in unmittelbar ähnlicher topozentrischer Richtung ($\Delta\omega 1 = 0°\text{-}15°$) in kurzem Zeitabstand wenig ändert, in etwas größerer topozentrischer Entfernung ($\Delta\omega 2 = 15°\text{-}30°$) im Laufe der Zeit aber zunimmt. Dies lässt sich auf eine bessere „slewing time“ neuer Teleskope zurückführen, also dass sie mechanisch schneller von einer Beobachtungsrichtung zu einer anderen wechseln können.

Zusammenfassend lässt sich zu dem in dieser Arbeit verwendeten VLBI-Beobachtungsmaterial feststellen, dass:

- die Beobachtungspläne mit der Zeit stetig verbessert wurden,
- Änderungen wichtiger Eigenschaften der VLBI-Sessions im Detail Fortschritte bedeuten, nicht aber grundlegender Natur bzw. relativ gering sind. Von den in dieser Arbeit behandelten stochastischen Eigenschaften ist deshalb keine ausgeprägte Zeitabhängigkeit zu erwarten (siehe dazu den nächsten Abschnitt 5.2).
- die zur Schätzung der Komponenten verwendeten 2124 Sessions die Gesamtheit der 2230 Sessions in der Regel gut repräsentierten. Eine Ausnahme bilden im Zeitraum zwischen 1996 und Ende 2001 die VLBA-Teleskope und solche Teleskope, die nur an den EUROPE-Sessions beteiligt sind. Dadurch sind auch die Beobachtungen dieses Zeitabschnitts unter 5° Elevation bei der Komponentenschätzung nicht repräsentativ.

5.2 Stabilität der Varianz- und Kovarianzkomponenten

In diesem Abschnitt wird überprüft, wie sich die zuvor in Abschnitt 5.1 erläuterten zeitlichen Inhomogenitäten des VLBI-Beobachtungsmaterials auf Schätzungen der in Kapitel 4 beschriebenen stochastischen bzw. quasi-stochastischen Eigenschaften auswirken. Dafür wurden Komponenten für die 2124 Sessions von 1984 bis Ende 2001 sowohl gemeinsam als auch jeweils nur für die Sessions der Zeiträume 1984 – 1989, 1990 – 1995 und 1996 – 2001 geschätzt. Eine Differenzierung in kürzere Zeitabschnitte würde die Verlässlichkeit der Schätzungen vieler Komponenten deutlich verschlechtern und eine Interpretation der Ergebnisse erschweren.

Da jede Beobachtung einer Session Teil des stochastischen Modells der Beobachtungen ist, muss auch bei dem im Rahmen einer MINQUE verwendeten Ansatz für ein erweitertes stochastisches Modell entsprechend (3-22) jeder Beobachtung zumindest eine Varianz zugeordnet werden. In den von OCCAM aufgestellten Beobachtungsgleichungen kommen aber nicht nur die tatsächlichen VLBI-Laufzeitunterschiede als Beobachtungen vor. Zusätzlich werden immer auch Pseudobeobachtungen („Constraints“) zur Stabilisierung verschiedener, unter Umständen schwach bestimmter Parameter hinzugefügt (siehe z.B. Abschnitt 2.1.4 unter „Troposphärische Refraktion“). Als Teil der Beobachtungsgleichungen werden ihre Varianzen zusammen mit dem in Abschnitt 4.1.1 beschriebenen gemeinsamen Varianzniveau aller Beobachtungen formuliert. Eine entsprechende Varianzkomponente muss deshalb in dieser Arbeit bei jeder Schätzung stochastischer Eigenschaften als $\hat{\theta}^{\text{Niveau}}$ gleichzeitig mitbestimmt werden (siehe dazu auch Abschnitt 5.3 unter „Untersuchung der Abhängigkeiten zwischen Komponenten“).

Die nachfolgenden Grafiken (Abbildung 5-2 bis Abbildung 5-7) zeigen Schätzungen aller Komponenten, die signifikant bestimmt werden konnten. Korrelationen wegen Defiziten der Modellierung der Stationskoordinaten und radiophysikalische Korrelation ließen sich nicht nachweisen (mehr dazu im Abschnitt 5.6 unter „Nicht verwendete Komponenten“). Dargestellt sind die sich aus folgenden Schätzansätzen ergebenden Komponenten, jeweils gemeinsam mit ihren mittleren Fehlern als Fehlerbalken:

- 1 additive Varianzkomponente $\hat{\theta}^{\text{Add}}$ und $\hat{\theta}^{\text{Niveau}}$ (Abbildung 5-2),
- 4 quellenabhängige Varianzkomponenten $\hat{\boldsymbol{\theta}}^{\text{Quelle ICRF}}$ und $\hat{\theta}^{\text{Niveau}}$
  (jeweils eine Komponente für die 212 defining sources „icrf def“, 353 candidate sources zusammen mit den Quellen der Extension1 „icrf can“, die 102 other sources „icrf oth“ und eine für die 38 Quellen, die beobachtet wurden obwohl sich nicht Teil des ICRF-Ext1 sind „icrf unk“; siehe Abbildung 5-3),
- 5 quellenabhängige Varianzkomponenten $\hat{\boldsymbol{\theta}}^{\text{Quelle Feissel}}$ und $\hat{\theta}^{\text{Niveau}}$
  (jeweils eine Komponente für die 75, 124, 7, und 156 Quellen der 4 Stabilitätsklassen entsprechend FEISSEL-VERNIER (2003) und die eine für 255 Quellen, die so nicht klassifiziert wurden; siehe Abbildung 5-4),
- 47 stationsabhängige Varianzkomponenten $\hat{\boldsymbol{\theta}}^{\text{Teleskop}}$ und $\hat{\theta}^{\text{Niveau}}$
  (jeweils eine Komponente für jede der 47 Stationen, die an den untersuchten Sessions entsprechend Abbildung 5-1 beteiligt waren; siehe Abbildung 5-5),
- 9 elevationsabhängige Varianzkomponenten $\hat{\boldsymbol{\theta}}^{\text{Elev}}$ und $\hat{\theta}^{\text{Niveau}}$
  (jeweils eine Komponente für die 9 Elevationsbereiche ε = 0°-5°, 5°-8°, 8°-11°, 11°-15°, 15°-20°, 20°-30°, 30°-45°, 45°-65° und 65°-90°; siehe Abbildung 5-6),
- 1 Komponente wegen der Korrelation verursacht durch den Korrelationsprozess $\hat{\theta}^{\text{Korr}}$, 8 Komponenten wegen Korrelationen bedingt durch Defizite der Modellierung des troposphärischen Einflusses $\hat{\boldsymbol{\theta}}^{\text{Tropo}}$ und $\hat{\theta}^{\text{Niveau}}$ (von den acht Komponenten wegen Defiziten der troposphärischen Modellierung gelten jeweils vier für Beobachtungen in unmittelbar ähnliche topozentrische Richtung $\Delta\omega 1$ = 0°-15° und vier für Beobachtungen, deren topozentrische Richtungen sich mit $\Delta\omega 2$ = 15°-30° etwas mehr unterscheiden. Die vier Komponenten wiederum gelten beide Male für Beobachtungen mit einem Zeitunterschied Δt von 0-5 min, 5-10 min, 10-15 min und 15-20 min; siehe Abbildung 5-7).

Die Symbole repräsentieren dabei Schätzungen mit folgendem Beobachtungsmaterial:

* 1984 bis Ende 2001 (2124 Sessions)
o 1984 – 1989 (551 Sessions)
x 1990 – 1995 (904 Sessions)
\+ 1996 – 2001 (669 Sessions)

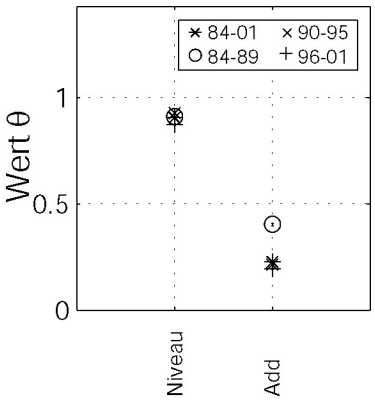

Abbildung 5-2: Komponenten $\hat{\theta}^{\text{Add}}$ und $\hat{\theta}^{\text{Niveau}}$, geschätzt für verschiedene Zeiträume

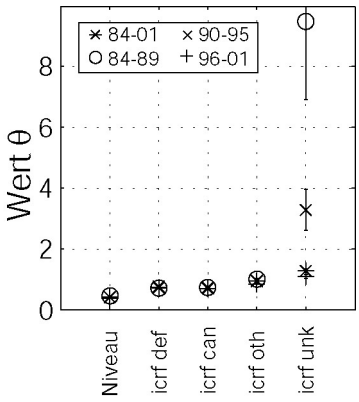

Abbildung 5-3: Komponenten $\hat{\boldsymbol{\theta}}^{\text{Quelle ICRF}}$ und $\hat{\theta}^{\text{Niveau}}$, geschätzt für verschiedene Zeiträume

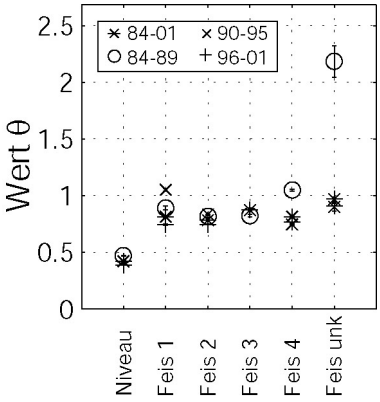

Abbildung 5-4: Komponenten $\hat{\boldsymbol{\theta}}^{\text{Quelle Feissel}}$ und $\hat{\theta}^{\text{Niveau}}$, geschätzt für verschiedene Zeiträume

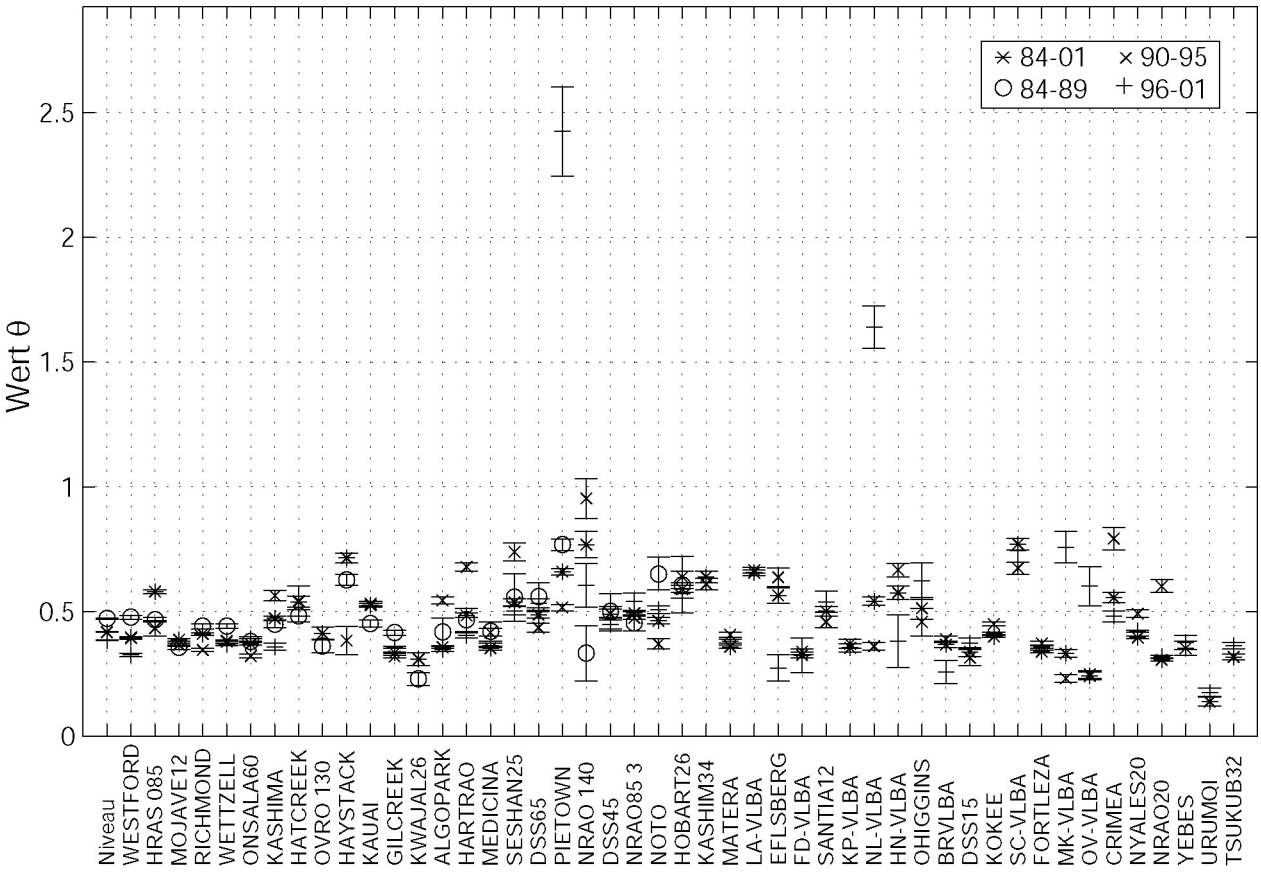

Abbildung 5-5: Komponenten $\hat{\boldsymbol{\theta}}^{\text{Teleskop}}$ und $\hat{\theta}^{\text{Niveau}}$, geschätzt für verschiedene Zeiträume

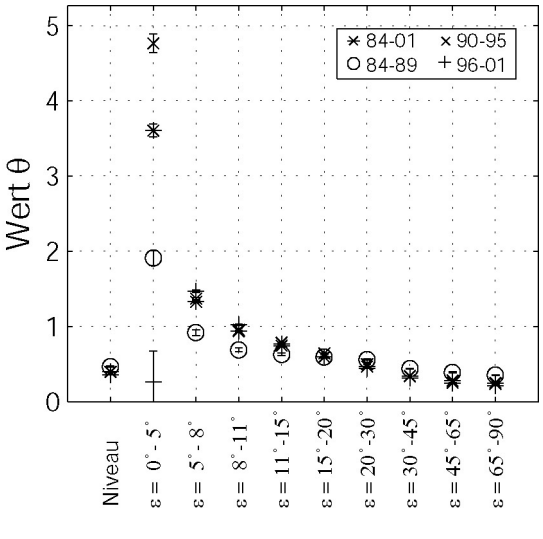

Abbildung 5-6: Komponenten $\hat{\theta}^{\text{Elev}}$ und $\hat{\theta}^{\text{Niveau}}$, geschätzt für verschiedene Zeiträume

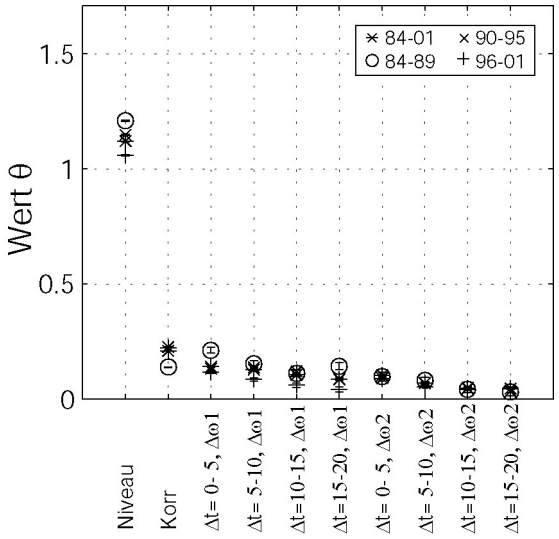

Abbildung 5-7: Komponenten $\hat{\theta}^{\text{Korr}}$, $\hat{\theta}^{\text{Tropo}}$ und $\hat{\theta}^{\text{Niveau}}$, geschätzt für verschiedene Zeiträume

Die vorangehenden Grafiken scheinen für folgende Komponenten Hinweise auf Zeitabhängigkeit zu geben:

- In Abbildung 5-3 ist klar zu erkennen, dass die Varianzkomponenten der nicht im ICRF bekannten Quellen der Abschnitte 84-89 und 90-95 deutlich vom Wert des gesamten Zeitraums abweichen. Beide sind aber nur durch 0.01 % der Beobachtungen des jeweiligen Abschnitts bestimmt und sind deshalb nicht repräsentativ.

- Auch die Komponente der durch die Klassifizierung nach FEISSEL-VERNIER (2003) nicht erfassten Quellen des Zeitabschnitts 84-89 ist nur schwach durch 0.29 % der entsprechenden Beobachtungen bestimmt und damit ebenso eine „schlechte Stichprobe“ (Abbildung 5-4).

- Von den stationsabhängigen Varianzkomponenten (in Abbildung 5-5 dargestellt) sind einige augenscheinlich zeitabhängig. Das Verhalten aller dieser Komponenten lässt sich aber wiederum dadurch erklären, dass die jeweiligen Teleskope in den entsprechenden Zeitabschnitten nur an sehr wenigen Sessions beteiligt waren:
  - PIETOWN: Anzahl Sessions, gesamt: 57 / 90-95: 56 / 96-01: 1
  - NRAO 140: Anzahl Sessions, gesamt: 5 / 84-85: 1 / 90-95: 3 / 96-01: 1
  - EFLSBERG: Anzahl Sessions, gesamt: 7 / 90-95: 5 / 96-01: 2
  - NL-VLBA: Anzahl Sessions, gesamt: 35 / 90-95: 31 / 96-01: 4
  - MK-VLBA: Anzahl Sessions, gesamt: 27 / 90-95: 24 / 96-01: 3
  - OV-VLBA: Anzahl Sessions, gesamt: 19 / 90-95: 18 / 96-01: 1
  - CRIMEA: Anzahl Sessions, gesamt: 26 / 90-95: 9 / 96-01: 17

  Besonderes Verhalten weisen zusätzlich die Komponenten folgender Teleskope auf:
  - HRAS 085: Anzahl Sessions, gesamt: 358 / 84-89: 347 / 90-95: 11
  - HAYSTACK: Anzahl Sessions, gesamt: 30 / 84-89: 27 / 90-95: 3

  Der Schätzwert, der sich für die Komponenten dieser beiden Teleskope bei Schätzung aus allen Sessions des gesamten Zeitraums gemeinsam ergibt, liegt deutlich nicht zwischen den Werten, die sich bei Schätzung nur aus den Beobachtungen der einzelnen Teilintervalle liegen. Das ist ein klarer Hinweis darauf, dass diese Komponenten große Abhängigkeiten mit anderen Komponenten aufweisen.

- Auch bei den elevationsabhängigen Varianzkomponenten gibt es Komponenten, die für die Beobachtungen einzelner Teilintervalle geschätzt wurden und wegen einer geringen Anzahl beitragender Beobachtungen nicht repräsentativ sind (Abbildung 5-6). Insbesondere Komponenten, die das Varianzniveau von Beobachtungen unter Elevationen < 5° repräsentieren, sind schlechte Stichproben (im Bereich 84-89 stellen sie 0.37 % aller Beobachtungen, für 90-95 0.34 % und in 96-01 sogar nur 0.001 %). (Hinweis: Die Form der von den elevationsabhängigen Varianzkomponenten beschrieben Kurve wird in Abschnitt 5.5 bzw. Abbildung 5-19 erörtert).

Die Untersuchungen dieses Abschnitts können wie folgt zusammengefasst werden:
Wie bereits im vorhergehenden Abschnitt 5.1 vermutet, weisen die meisten geschätzten Komponenten keine ausgeprägte Zeitabhängigkeit auf, wenn Schätzungen aus dem gesamten Beobachtungsmaterial solchen gegenübergestellt werden, die nur die Beobachtungen der Teilintervalle 1984-1989, 1990-1995 oder 1996-2001 repräsentieren. Weichen einzelne Schätzwerte deutlich von den für den gesamten Zeitraum bestimmten Werten ab, lässt sich als Ursache fast immer angeben, dass die Komponenten durch wenige Beobachtungen bestimmt sind. Solche Komponenten können eindeutig als nicht repräsentativ eingeschätzt werden.

5.3 Abhängigkeiten zwischen den Varianz- und Kovarianzkomponenten

Allgemeine Bemerkungen

Werden k Defizite des stochastischen Modells vermutet, sind bei einer Schätzung k unbekannte Komponenten θ_m (die Varianz- und Kovarianzkomponenten σ_i^2 und σ_{ij} mit $i = 1,2,\ldots,l$, $i < j \le l$ und $l \le k \le l\,(l+1)/2$) zu formulieren. Das stochastische Modell $\boldsymbol{\Sigma}_{yy}$ der Beobachtungen $\mathbf{y}$ ließe sich mit $m = 1,2,\ldots,k$ entsprechend (3-22) wie folgt beschreiben:

$$\mathbf{D}(\mathbf{y}) = \boldsymbol{\Sigma}_{yy} = \sigma_1^2\,\mathbf{V}_1 + \sigma_{12}\,\mathbf{V}_2 + \ldots + \sigma_l^2\,\mathbf{V}_k = \sum_{m=1}^{k} \theta_m\,\mathbf{V}_m \qquad (5\text{-}1)$$

Abhängigkeiten zwischen geschätzten Komponenten gibt es dann, wenn mindestens eine der $n \times n$ -dimensionalen Matrizen $\mathbf{V}_m = \mathbf{V}_1, \mathbf{V}_2, \ldots, \mathbf{V}_k$ keine Hauptdiagonalmatrix ist, oder nicht für jedes Matrixelement $(\mathbf{V}_m)_{o,p} \neq 0$ aller k $\mathbf{V}$-Matrizen (mit $o = 1,2,\ldots,n$ und $p = 1,2,\ldots,n$) gilt, dass die entsprechenden Elemente aller anderen $\mathbf{V}$-Matrizen null sind. (Besitzen die $\mathbf{V}$-Matrizen doch diese Form, können die in Abschnitt 3.3 angedeuteten, verkürzten Schätzverfahren angewendet werden).

Je ähnlicher sich die physikalischen Ursachen stochastischer Eigenschaften sind, desto mehr ähnliche Elemente werden auch die entsprechenden Matrizen $\mathbf{V}$ besitzen. Im Extremfall würde eine einzige Eigenschaft mehrfach beschrieben und das Gleichungssystem (2-29) könnte nicht mehr eindeutig gelöst werden.

In dieser Arbeit auftretende Arten der Abhängigkeit

Zwischen den in dieser Arbeit geschätzten Komponenten können drei Arten der Abhängigkeit auftreten:

- Abhängigkeiten zwischen verschiedenen Gesamtheiten von Komponententypen („Konfigurationsdefekt“)
  Da die Varianz jeder einzelnen VLBI-Beobachtung quellen-, stations- und elevationsabhängige Anteile besitzt, repräsentieren alle drei stochastischen Eigenschaften jeweils in ihrer Gesamtheit das „Varianzniveau der tatsächlichen VLBI-Beobachtungen“ (es unterscheidet sich vom „Varianzniveau aller Beobachtungen“ dadurch, dass das Varianzniveau der Pseudobeobachtungen hier nicht berücksichtigt wird). Eine Linearkombination aller $\mathbf{V}$-Matrizen, die zur Bestimmung aller Komponenten (der „Gesamtheit“) eines der drei Komponententypen aufzustellen sind, lässt sich also stets als Linearkombination aller $\mathbf{V}$-Matrizen ausdrücken, die für das Schätzen eines anderen der drei Komponententypen aufzustellen sind. Würden zwei (oder mehr) Gesamtheiten dieser Komponententypen gleichzeitig geschätzt, könnte keine eindeutige Lösung gefunden werden. Wegen Ähnlichkeiten mit Konfigurationsdefekten geodätischer Referenzrahmen wird dieses Phänomen im Folgenden auch als Konfigurationsdefekt bezeichnet.

  Wie bei Referenzrahmen kann dieses Problem durch Hinzufügen geeigneter Information gelöst werden, wobei man in der Regel verlangen wird, dass die Lösung dadurch nicht deformiert werden darf.

- Typübergreifende Abhängigkeiten zwischen einzelnen Komponenten
  Auch die typübergreifende Abhängigkeit zwischen geschätzten Komponenten ist dadurch bedingt, dass für einzelne Beobachtungen jeweils mehrere stochastische Eigenschaften bestimmt werden sollen. Werden z.B. stations- und elevationsabhängige Varianzkomponenten für Beobachtungen geschätzt, bei denen Beobachtungen in einem bestimmten Elevationsbereich hauptsächlich von einem Teleskop durchgeführt wurden, sind Abhängigkeiten zwischen den beiden entsprechenden Komponenten zu erwarten.

- Abhängigkeiten zwischen Komponenten eines Komponententyps
  In Abschnitt 4.1 werden zwei verschiedene Arten Varianzkomponenten beschrieben: solche, mit denen grundsätzlich nur ein Teil der Varianz eines VLBI-Laufzeitunterschieds beschrieben werden kann und solche, mit denen sich die Varianz eines Laufzeitunterschieds vollständig alleine formulieren lässt. Diese Beschreibung von Varianzanteilen ist vergleichbar mit denen von „zero-difference-Beobachtungen" und „single-difference-Beobachtungen" bei der GPS-Auswertung, weshalb die in dem Zusammenhang häufig gebrauchten Bezeichnungen auch hier verwendet werden. Dabei sind „zero-difference" Beobachtungen die Laufzeit des Signals von einem Satelliten (Quasar) zu einem Empfänger (Teleskop). Mit „single-difference" Beobachtungen wird der Unterschied der Laufzeit des Signals eines Satelliten (Quasar) zu zwei Empfängern (Teleskopen) bezeichnet, was der VLBI-Beobachtung, dem Laufzeitunterschied τ entspricht (z.B. SEEBER 1989, S. 280).

  Die stochastischen Eigenschaften des Beobachtungsvektors der Laufzeitunterschiede **y**, die mit „single-difference" Varianzkomponenten gebildet werden, sind die zur Beschreibung des gemeinsamen Varianzniveaus $\mathbf{\Sigma}_{yy}^{Niveau}$ aller Beobachtungen einschließlich der Pseudobeobachtungen, des additiven Varianzanteils $\mathbf{\Sigma}_{yy}^{Add}$ und der q quellenabhängigen Varianzanteile $\mathbf{\Sigma}_{yy}^{Quelle}$:

$$\mathbf{\Sigma}_{yy}^{Niveau} = \sigma^{2\,Niveau}\ \mathbf{V}^{Niveau}\ , \quad \mathbf{\Sigma}_{yy}^{Add} = \sigma^{2\,Add}\ \mathbf{V}^{Add}\ \text{und} \quad \mathbf{\Sigma}_{yy}^{Quelle} = \sum_{j=1}^{q} \sigma^{2\,Quelle\ j}\ \mathbf{V}^{Quelle\ j}\ . \qquad (5\text{-}2)$$

  Die einzelnen „zero-difference" Varianzkomponenten repräsentieren stets nur einen Teil der Varianz einer VLBI-Beobachtung. Um mit den b stationsabhängigen und den k elevationsabhängigen Varianzanteilen die entsprechenden stochastischen Eigenschaften von Laufzeitunterschieden **y** einer Basislinie $\mathbf{\Sigma}_{yy}^{Teleskop}$ und $\mathbf{\Sigma}_{yy}^{Elev}$ zu bilden, sind immer jeweils zwei Teilbeträge A und B zu addieren:

$$\begin{aligned} \mathbf{\Sigma}_{yy}^{Teleskop} &= \sum_{j=1}^{b} \sigma^{2\,Teleskop^{A}\ j}\ \mathbf{V}^{Teleskop^{A}\ j} + \sum_{j=1}^{b} \sigma^{2\,Teleskop^{B}\ j}\ \mathbf{V}^{Teleskop^{B}\ j} \quad \text{und} \\ \mathbf{\Sigma}_{yy}^{Elev} &= \sum_{m=1}^{k} \sigma^{2\,Elev^{A}\ m}\ \mathbf{V}^{Elev^{A}\ m} + \sum_{m=1}^{k} \sigma^{2\,Elev^{B}\ m}\ \mathbf{V}^{Elev^{B}\ m}\ . \end{aligned} \qquad (5\text{-}3)$$

  Wie bereits im Abschnitt zuvor angedeutet, müssen deshalb im Gegensatz zu den „single-difference" Varianzkomponenten Abhängigkeiten zwischen verschiedenen stationsabhängigen und elevationsabhängigen Varianzkomponenten auftreten. Je mehr Beobachtungen unterschiedlicher Netz- und Beobachtungskonfiguration zur Bestimmung dieser Komponenten verwendet werden, desto besser lassen sie sich aber voneinander trennen.

Untersuchung der Abhängigkeiten zwischen Komponenten

Um Aufschluss darüber zu erhalten, welches die wichtigsten Abhängigkeiten zwischen den im Rahmen dieser Arbeit geschätzten Varianz- und Kovarianzkomponenten sind, werden zwei verschiedene Methoden verwendet:

Bei der ersten Methode werden zunächst einige Komponententypen getrennt voneinander mit einer MINQUE, jeweils aber stets zusammen mit der Varianzkomponente zur Beschreibung des gemeinsamen Varianzniveaus aller Beobachtungen einschließlich der Pseudobeobachtungen bestimmt. In einem zweiten Schritt werden die so geschätzten Komponenten mit solchen verglichen, die in einem gemeinsamen Ansatz geschätzt werden. Da aber nicht alle in Kapitel 4 vorgestellten Komponenten gleichzeitig geschätzt werden können, und eine MINQUE mit zunehmender Anzahl der Komponenten einen vielfachen Rechenaufwand mit sich bringt, musste zunächst eine Auswahl der zu untersuchenden Komponenten getroffen werden.

Wie bereits im letzten Absatz erläutert, ist ein gemeinsames Schätzen quellen-, stations- und elevationsabhängiger Varianzkomponenten nicht beliebig möglich und erfordert eine geeignete zusätzliche Information über das Varianzniveau der Beobachtungen. Ein denkbarer Ansatz ist, nur zwei der drei Komponententypen zu bestimmen (z.B. stations- und elevationsabhängige Varianzkomponenten), wobei eine Singularität vermieden werden kann, indem eine einzelne Komponente fixiert bzw. nicht mitgeschätzt wird (z.B. die Varianzkomponente einer Station). Wird das Varianzniveau aller Beobachtungen dadurch aber nicht auf einen realistischen Wert fixiert, muss davon ausgegangen werden, dass die Lösung deformiert wird. Um dies zu vermeiden, wird gleichzeitig eine Varianz-

komponente mitgeschätzt, die das gemeinsame Varianzniveau aller Beobachtungen einschließlich der Pseudobeobachtungen beschreibt. Bei der Auswahl der zwei dafür verwendeten Varianzkomponententypen wurde darauf geachtet, dass ein so geschätztes stochastisches Modell möglichst große Differenzen zwischen Varianzen von VLBI-Beobachtungen und somit die größten stochastischen Defizite erfassen kann. Entsprechend wurden deshalb die stationsabhängigen und elevationsabhängigen Varianzkomponententypen verwendet (eine Beschreibung der Varianzkomponenten ist in Abschnitt 5.2 zu finden). Zur Vermeidung des Konfigurationsdefektes wurde die den Beobachtungen unter einer Elevation zwischen 65° und 90° zugeordnete Komponente nicht mitgeschätzt.

Um den Rechenaufwand für eine gemeinsame Schätzung mehrerer Komponententypen nicht zu hoch werden zu lassen, wurden hier neben den quellenabhängigen Komponenten auch die Komponenten zur Beschreibung von Korrelationen zwischen Beobachtungen ausgeschlossen. Von ihnen ist nur ein geringer Einfluss auf das restliche stochastische Modell zu erwarten. Die Untersuchungen wurden mit den folgenden vier Komponententypen durchgeführt:

- gemeinsames Varianzniveau aller Beobachtungen einschließlich der Pseudobeobachtungen,
- additive Varianz,
- stationsabhängige Varianzen und
- elevationsabhängige Varianzen.

In Abbildung 5-8 sind die Schätzwerte der drei einzelnen Lösungen und der gemeinsamen Lösung jeweils mit den entsprechenden mittleren Fehlern dargestellt. Die Symbole repräsentieren dabei folgende Schätzungen:

* gemeinsame Schätzung (Beobachtungen des Elevationsbereichs zwischen 65° und 90° nicht mitgeschätzt),
\+ additive Varianz + Varianzniveau aller Beobachtungen inklusive Pseudobeobachtungen,
o stationsabhängige Varianzen + Varianzniveau aller Beobachtungen inklusive Pseudobeobachtungen und
x elevationsabhängige Varianzen + Varianzniveau aller Beobachtungen inklusive Pseudobeobachtungen.

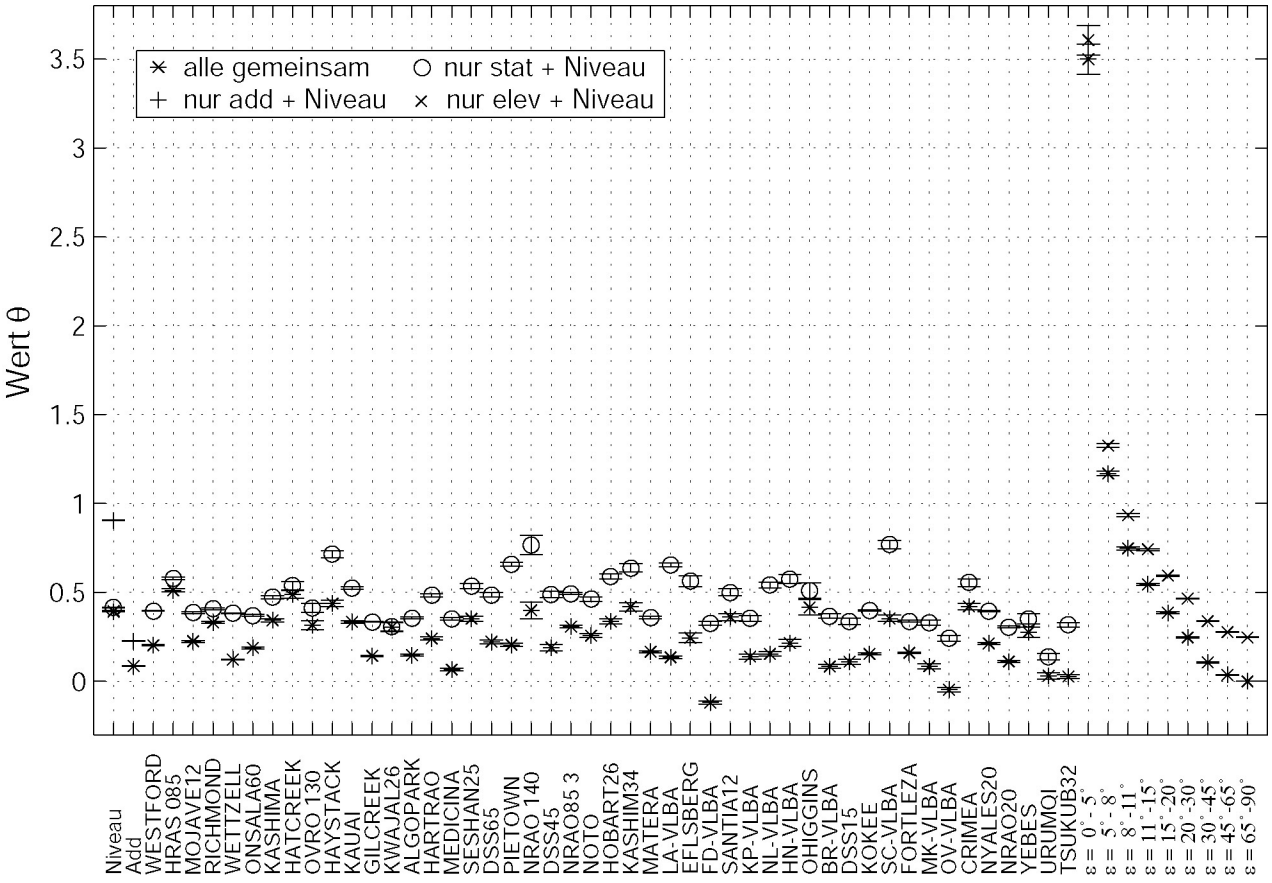

Abbildung 5-8: Schätzwerte der drei getrennten Lösungen und einer gemeinsamen Lösung

Die Varianzkomponenten, die mit einem der drei Schätzansätze bestimmt wurden, bei denen jeweils nur ein Komponententyp zusammen mit dem Varianzniveau aller Beobachtungen einschließlich der Pseudobeobachtungen zu bestimmen war, weisen einen höheren Mittelwert auf, als die Komponenten, die sich bei gemeinsamer Schätzung ergeben. Dadurch wird sichtbar, dass sich die Varianz jeder einzelnen Beobachtung bei dem gemeinsamen Ansatz auf mehr Komponenten aufteilt. An dieser Stelle sollen aber nicht die Mittelwerte der Komponententypen betrachtet werden, sondern die Verhältnisse der Komponenten innerhalb einer Gruppe. Verändern sich die Verhältnisse nicht durch gemeinsames Schätzen zusammen mit anderen Komponententypen, sind sie unabhängig voneinander. In Abbildung 5-8 ist eindeutig zu erkennen, dass sich vor allem die Verhältnisse zwischen den stationsabhängigen Varianzkomponenten durch den gemeinsamen Schätzansatz verändern. Auch die Kurve, die von den elevationsabhängigen Varianzkomponenten beschrieben wird, nimmt eine leicht andere Form an.

Als zweite Methode, einen genaueren Einblick in die Abhängigkeiten zwischen den geschätzten Komponenten zu erlangen, kann mit dem in Abschnitt 3.3 beschriebenen MINQUE-Algorithmus die Varianz-Kovarianz-Matrix für geschätzte Varianz- und Kovarianzkomponenten entsprechend (3-32) abgeleitet werden. Da die MINQUE anders als die Parameterschätzung im Gauß-Markoff-Modell eine quadratische Schätzung ist, dürfen die Varianzen und Kovarianzen der geschätzten Komponenten nicht vollständig wie gewohnt (z.B. für Hypothesentests) interpretiert werden. Einige in diesem Zusammenhang interessante Aussagen können aber auf jeden Fall auch mit dieser Varianz-Kovarianz-Matrix getroffen werden. So lassen sich Korrelationskoeffizienten (siehe (3-16) und (3-17)) miteinander vergleichen: Der Koeffizient mit dem kleineren Betrag ist Ausdruck geringerer Abhängigkeit zwischen den entsprechenden Komponenten. Auch die Vorzeichen der Korrelationskoeffizienten haben die gewohnte Bedeutung. Grundsätzlich ist davon auszugehen, dass mit größer werdendem Anteil gleicher Beobachtungen zwischen zwei Varianzkomponenten der Betrag des entsprechenden Korrelationskoeffizienten wächst. Abbildung 5-9 zeigt die Korrelationsmatrix der gemeinsam geschätzten Varianzkomponenten:

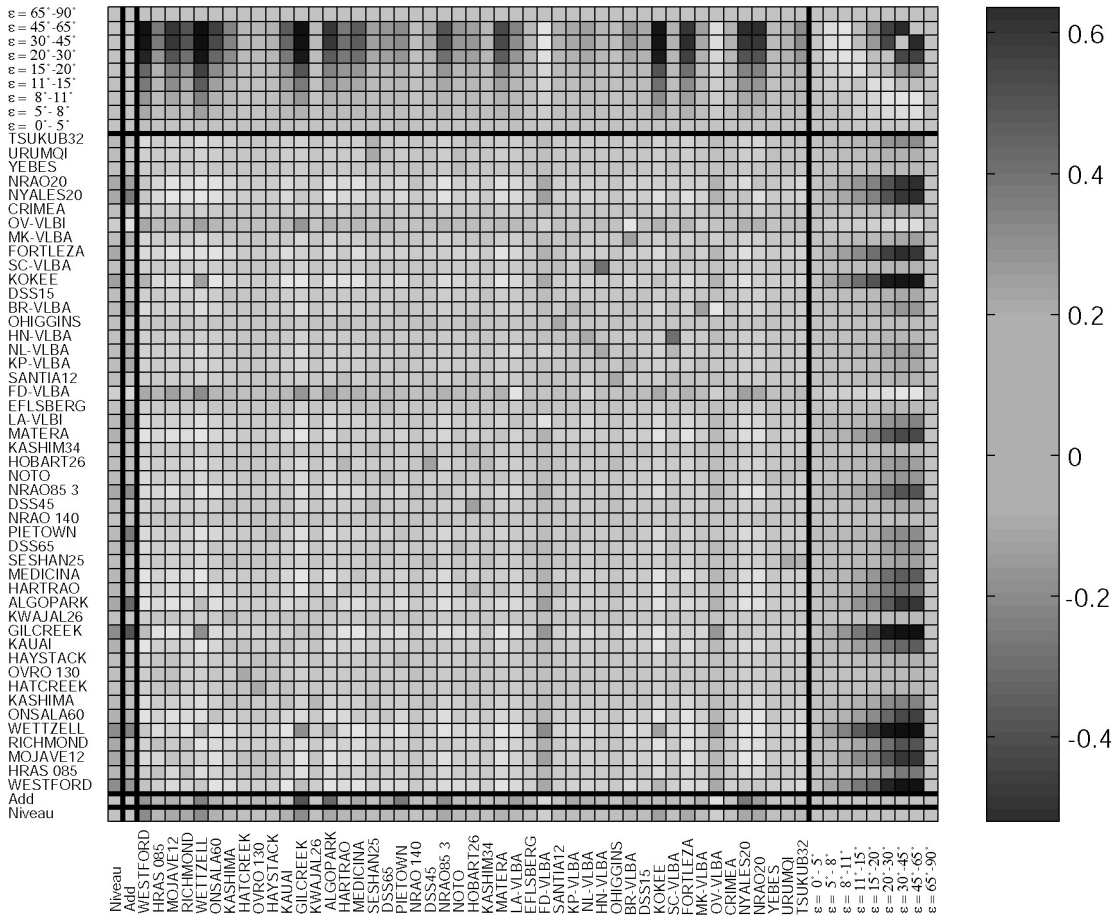

Abbildung 5-9: Korrelationsmatrix der gemeinsamen Schätzung

Es ist eindeutig zu erkennen, dass die geschätzten Komponenten keinesfalls unabhängig voneinander sind: Die größten Korrelationen zwischen Komponenten verschiedenen Typs treten zwischen den Stationen WESTFORD, WETTZELL, GILCREEK, KOKEE, FORTLEZA, NYALES20, NRAO20 und den Elevationsgruppen 45°-65°, 30°-45°, 20°-30° auf (65°-90° wurde zur Behebung des Konfigurationsdefekts nicht geschätzt und ist deshalb unkorreliert). Die am stärksten voneinander abhängigen stationsabhängigen Komponenten sind die für HN-VLBA und SC-VLBA, WETTZELL und KOKEE, WETTZELL und GILCREEK, bei den elevationsabhängigen Komponenten sind dies 45°-65° und 30°-45°, 45°-65° und 20°-30°, 30°-45° und 20°-30°.

Die Untersuchungen dieses Abschnitts zeigen, dass die geschätzten Komponenten deutliche Abhängigkeiten aufweisen. Dabei treten sowohl Abhängigkeiten zwischen Komponenten verschiedenen Typs, als auch zwischen Komponenten des gleichen Typs auf. Fehleinschätzungen geschätzter stochastischer Eigenschaften von VLBI-Beobachtungen lassen sich nur vermeiden, indem sie in einer gemeinsamen Lösung bestimmt werden.

5.4 Einfluss der Parametrisierung

Die in dieser Arbeit für VLBI-Beobachtungen im Rahmen einer Parameterschätzung angenommenen stochastischen bzw. quasi-stochastischen Eigenschaften sind zumindest teilweise abhängig von dem dabei verwendeten funktionalen Modell, bzw. der angesetzten Parametrisierung (siehe dazu auch 3.2). Zwei der wichtigsten VLBI-Zielparameter sind pro Session bestimmte Erdrotationsparameter und Stationskoordinaten, deren Schätzung jeweils eine unterschiedliche Datumsgebung für den terrestrischen Referenzrahmen erfordert. Da die entsprechenden Normalgleichungssysteme sich deutlich voneinander unterscheiden können, werden in Abschnitt 5.4.1 die Auswirkungen solcher Eingriffe auf geschätzte Varianz- und Kovarianzkomponenten analysiert. Um einen Einblick darüber zu gewinnen, wie sich weitere Änderungen der üblicherweise bei der VLBI-Auswertung verwendeten Parametrisierung auswirken können, werden in Abschnitt 5.4.2 geschätzte Komponenten untersucht, für deren Schätzung die Qualität der funktionalen Modellierung künstlich verschlechtert wurde.

5.4.1 Unterschiedliche primäre Zielparameter

Erdrotationsparameter einer Session

Wichtige VLBI-Zielparameter sind die Erdrotationsparameter, mit denen die zeitabhängigen Rotationen zur Transformation zwischen dem zälestischen und dem terrestrischen Referenzsystem beschrieben werden (siehe dazu Abschnitt 2.1.2). In VLBI-Lösungen werden tägliche Erdrotationsparameter mit zwei verschiedenen Lösungsansätzen geschätzt, die nahezu identische Ergebnisse liefern: Sie können einerseits gleichzeitig mit den Positionen und Geschwindigkeiten der Teleskope bestimmt werden. Dafür muss aber unbedingt eine ausreichend große Anzahl von VLBI-Sessions verwendet werden, die einen möglichst langen Zeitraum abdecken sollten. Die zweite Möglichkeit ist, die Stationskoordinaten der Teleskope auf die zur Beobachtungsepoche gültigen Werte eines zuvor bestimmten, terrestrischen Referenzrahmens zu fixieren. Kleine Unterschiede zweier so geschätzter Erdrotationsparameter sind ausschließlich darauf zurückzuführen, dass sich in dem ersten, großen Gleichungssystem Abhängigkeiten zwischen Parametern bilden können, die im zweiten Fall unterdrückt werden. Zum Beispiel werden Erdrotationsparameter zweier hintereinander stattfindender Sessions im ersten Gleichungssystem in jedem Fall ein wenig miteinander korreliert sein. Die Beträge solcher Korrelationen sind unter anderem von der Datumsgebung abhängig. Der Vollständigkeit halber wird darauf hingewiesen, dass sich für GPS- und SLR-Beobachtungen eine weitere Lösungsstrategie zur Schätzung täglicher Erdrotationsparameter aus Wochenlösungen (im Falle von GPS), oder Monatslösungen (für SLR) anbietet. Dabei werden die Lösungen durch das Schätzen von jeweils für eine Woche bzw. einen Monat gültigen Stationskoordinaten stabilisiert. Für eine Bestimmung von Erdrotationsparametern mit VLBI ist sie meist aber nicht sinnvoll, da dafür ein ausreichend großer Anteil des beteiligten Stationsnetzes kontinuierlich während einer gesamten Woche (bzw. Monat) beobachtet haben sollte.

Stationskoordinaten einer Session

Ebenso wichtige VLBI-Zielparameter sind die aus einzelnen Sessions bestimmten Positionen der Radioteleskope in einem terrestrischen Referenzrahmen. VLBI-Beobachtungen besitzen keinerlei physikalischen Bezug zum Geozentrum, sie repräsentieren nur ein Polyeder im Raum (siehe auch Abschnitt 2.4 unter „terrestrischer Referenzrahmen“). Erst durch eine geeignete Datumsgebung bekommen die geometrischen Beziehungen zwischen den Bezugspunkten der VLBI-Teleskope die Bedeutung von Koordinaten z.B. eines terrestrischen Referenzrahmens. Der Datumsdefekt einzelner VLBI-Sessions ist sechs (drei Rotationen und drei Translationen) und kann auf

vielfältige Weise behoben werden. In den meisten Fällen ist es am anschaulichsten, die Koordinaten so zu schätzen, dass das Netz als Ganzes (im Mittel) gegenüber einem terrestrischen Referenzrahmen (z.B. dem ITRF2000) nicht verdreht und verschoben ist. Damit die innere Geometrie des Netzes in einem solchen Fall nicht deformiert wird, müssen systematische Rotationsanteile von ebenfalls parametrisierten Rotationswinkeln aufgefangen werden können. Diese Datumsgebung wird oft auch als NNR („No-Net-Rotation“) und NNT („No-Net-Translation“) bezeichnet.

Korrelationsniveau der geschätzten Parameter bei verschiedenen Datumsgebungen

Parameter, die Stationskoordinaten des Zeitraums einer einzelnen Session repräsentieren, besitzen in der Regel relativ große Abhängigkeiten mit mehreren anderen Parametern des Gleichungssystems wie z.B. Troposphären- oder Uhrenparametern (siehe Abschnitt 2.1.4). Durch die verschiedenen Datumsgebungen des terrestrischen Referenzrahmens bei der Bestimmung von Stationskoordinaten (NNR- und NNT-Datum) und Erdrotationsparametern (Koordinaten fixiert) werden deshalb unterschiedliche Korrelationen zwischen allen geschätzten Parametern erwartet, die sich möglicherweise auch auf die Ergebnisse einer Komponentenschätzung auswirken könnten.

Zur Illustration ist in den nachstehenden Grafiken jeweils ein Teil der Korrelationsmatrix der geschätzten Parameter einer typischen VLBI-Session (NEOS-A vom 19.12.2000, 001219NA) abgebildet: Bei der in Abbildung 5-10 dargestellten Lösung wurden die Stationskoordinaten zur Schätzung der Erdrotationsparameter fixiert, Abbildung 5-11 zeigt die Korrelationen zwischen den Parametern für eine Lösung, bei der NNR- und NNT-Bedingungen zur Bestimmung von Stationskoordinaten angewendet wurden (systematische Rotationsanteile werden von parametrisierten Rotationswinkeln aufgefangen). Die Grafiken zeigen jeweils die Korrelationen der Parameter 1-44, die die Stationskoordinaten (durch die Beschriftung „X“, „Y“, „Z“ der entsprechenden Spalten und Zeilen angedeutet), die drei Terme der quadratischen Funktionen zur Uhrenmodellierung („0“, „1“, „2“), den konstanten Anteil des troposphärischen Zenit-Delays („T“) und die Erdrotationsparameter („EOP“) repräsentieren:

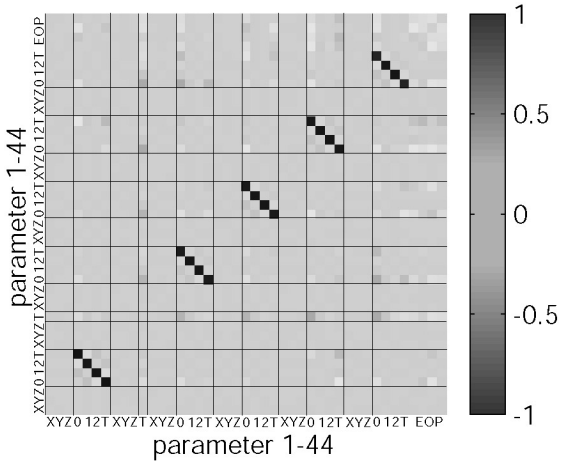

Abbildung 5-10: Korrelationsmatrix der Parameter, Stationskoordinaten fixiert (001219NA)

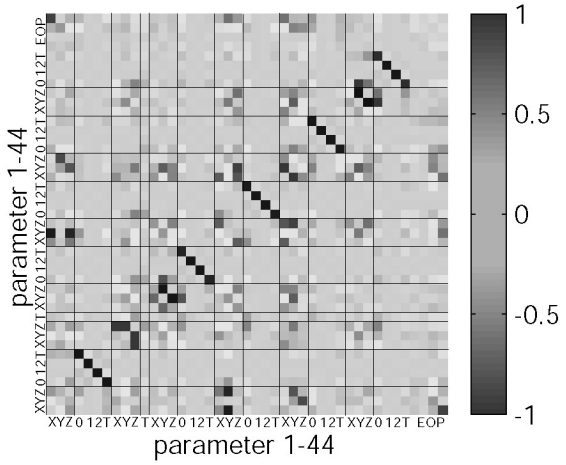

Abbildung 5-11: Korrelationsmatrix der Parameter, NNR + NNT Datum (001219NA)

Durch Fixierung der Stationskoordinaten werden die unmittelbar mit den entsprechenden Parametern verknüpften Korrelationskoeffizienten null. Daneben werden augenscheinlich aber auch andere Koeffizienten kleiner, die nicht unmittelbar Korrelationen mit den Stationskoordinaten repräsentieren. (Anmerkung: Die größten Korrelationen sind in beiden Abbildungen jeweils zwischen den Uhrentermen nullter Ordnung und den konstanten Anteilen des Zenit-Delays, sowie zwischen den Uhrentermen erster und zweiter Ordnung der Stationen zu erkennen).

Um einen genaueren Einblick in diese Zusammenhänge zu gewinnen, wurden für drei typische VLBI-Sessions unter Anwendung der beiden Datumstypen Parameterlösungen geschätzt bzw. Korrelationsmatrizen der Parameter berechnet. Die Beträge der Koeffizienten einer der beiden Matrizen einer Session wurden von den Beträgen der Koeffizienten der anderen Matrix (mit unterschiedlichem Ansatz für das Datum der Stationskoordinaten) abgezogen. Die Elemente mit den jeweils 1000 größten Differenzen wurden genauer analysiert. Diese Koeffizienten wurden daraufhin untersucht, unter welchem Datumsansatz sie größer waren, wobei die Korrelationskoeffizienten

ρ, die unmittelbar mit den Parametern der Stationskoordinaten zusammenhängen, einmal berücksichtigt und ein andermal ignoriert wurden.

In Tabelle 5-5 sind die Ergebnisse zusammengefasst, wobei insbesondere der Einfluss des Datums auf solche Korrelationskoeffizienten ρ untersucht wurde, die Abhängigkeiten mit den Erdrotationsparametern x_p, y_p und $\Delta UT1$ beschreiben. In Spalte „n“ wird die Anzahl der entsprechenden Koeffizienten angegebenen (durchsucht wurden aber nur die 1000 Koeffizienten mit den größten Differenzen). Unter „%“ ist angegeben, wie viele Prozent der entsprechenden Koeffizienten unter Verwendung eines NNR- und NNT-Datums einen größeren Betrag haben, als bei Fixierung der Stationskoordinaten. Ein Wert von 50 % deutet entsprechend also an, dass in beiden Ansätzen jeweils gleich viele Koeffizienten einen größeren Betrag haben.

Tabelle 5-5: Korrelationskoeffizienten zwischen Parametern, mit verschiedenem Datum bestimmt

	Session 001219NA				Session 981229CA				Session 900512IA			
	excl. ρ mit Koordinaten		incl. ρ mit Koordinaten		excl. ρ mit Koordinaten		incl. ρ mit Koordinaten		excl. ρ mit Koordinaten		incl. ρ mit Koordinaten	
	n	%	n	%	n	%	n	%	n	%	N	%
alle 1000	1000	55.3	1000	93.9	1000	58.1	1000	91.1	1000	59.6	1000	92.3
ρ mit x_p	79	67.1	32	87.5	94	66.0	41	80.5	95	61.1	57	78.9
ρ mit y_p	84	56.0	34	70.6	108	75.9	55	83.6	94	66.0	54	77.8
ρ mit Δ UT1	73	76.7	36	83.3	95	70.5	53	69.8	94	54.3	36	66.7

In allen drei Sessions werden jeweils zumindest 206 Parameter bestimmt, weshalb sich jeweils mehr als 26573 Korrelationskoeffizienten zwischen geschätzten Parametern ableiten lassen. Betrachtet man die 1000 Koeffizienten, die sich durch den Datumsunterschied am meisten ändern, lassen sich zunächst zwei Aussagen treffen:

- Von allen 1000 Korrelationskoeffizienten sind stets mehr als 90% in den Lösungen mit dem NNT-NNR-Datum größer als in den Lösungen, bei denen die Stationskoordinaten fixiert werden, wenn Korrelationskoeffizienten mit den Stationskoordinaten mitbetrachtet werden. Dies ist aber eindeutig darauf zurückzuführen, dass alle Korrelationen mit Stationskoordinaten durch Fixierung dieser Parameter null sind.
- Werden Korrelationskoeffizienten mit Stationskoordinaten nicht beachtet, sind von allen 1000 stets eindeutig mehr Koeffizienten (55-60%) größer unter Verwendung des NNT-NNR-Datum als unter Fixierung der Stationskoordinaten.

Das allgemeine Korrelationsniveau ist in Lösungen mit NNR-NNT-Datum also eindeutig höher als in Lösungen, bei denen die Stationskoordinaten fixiert wurden. Dies gilt auch für Koeffizienten, die nicht direkt mit den Stationskoordinaten zusammenhängen. Die Parameter, die von dem erhöhten „Korrelationsniveau“ in den Lösungen mit dem NNT-NNR-Datum am meisten betroffen sind, sind die Polkoordinaten und $\Delta UT1$. Betrachtet man von den 1000 Koeffizienten nur solche, an denen die Polkoordinaten oder $\Delta UT1$ beteiligt sind, zeigt sich Folgendes:

- In der Lösung mit dem NNT-NNR-Datum sind von diesen Korrelationskoeffizienten stets mehr als 66%, meist aber mehr als 75% größer als unter Fixierung der Stationskoordinaten, wenn auch Korrelationskoeffizienten mit den Stationskoordinaten betrachtet werden.
- Werden Korrelationen mit Stationskoordinaten nicht berücksichtigt, sind stets mehr als 54% der Koeffizienten, meist aber mehr als 60% größer unter Verwendung des NNT-NNR-Datum als unter Fixierung der Stationskoordinaten.

Einfluss des Datums auf geschätzte Varianzkomponenten

In Abbildung 5-12 sind Varianzkomponenten dargestellt, die mit beiden Parametrisierungsansätzen geschätzt wurden. Die dabei bestimmten Komponenten sind das gemeinsame Varianzniveau aller Beobachtungen einschließlich der Pseudobeobachtungen und die stationsabhängigen Varianzkomponenten. Die Komponentenschätzungen sind mit folgenden Symbolen den zuvor detailliert beschriebenen Parametrisierungsansätzen zuzuordnen:

* Erdrotationsparameter einer Session (Standardansatz zur Komponentenschätzung, Stationskoordinaten fix),
o Stationskoordinaten einer Session (NNR- und NNT-Bedingungen für die Stationskoordinaten).

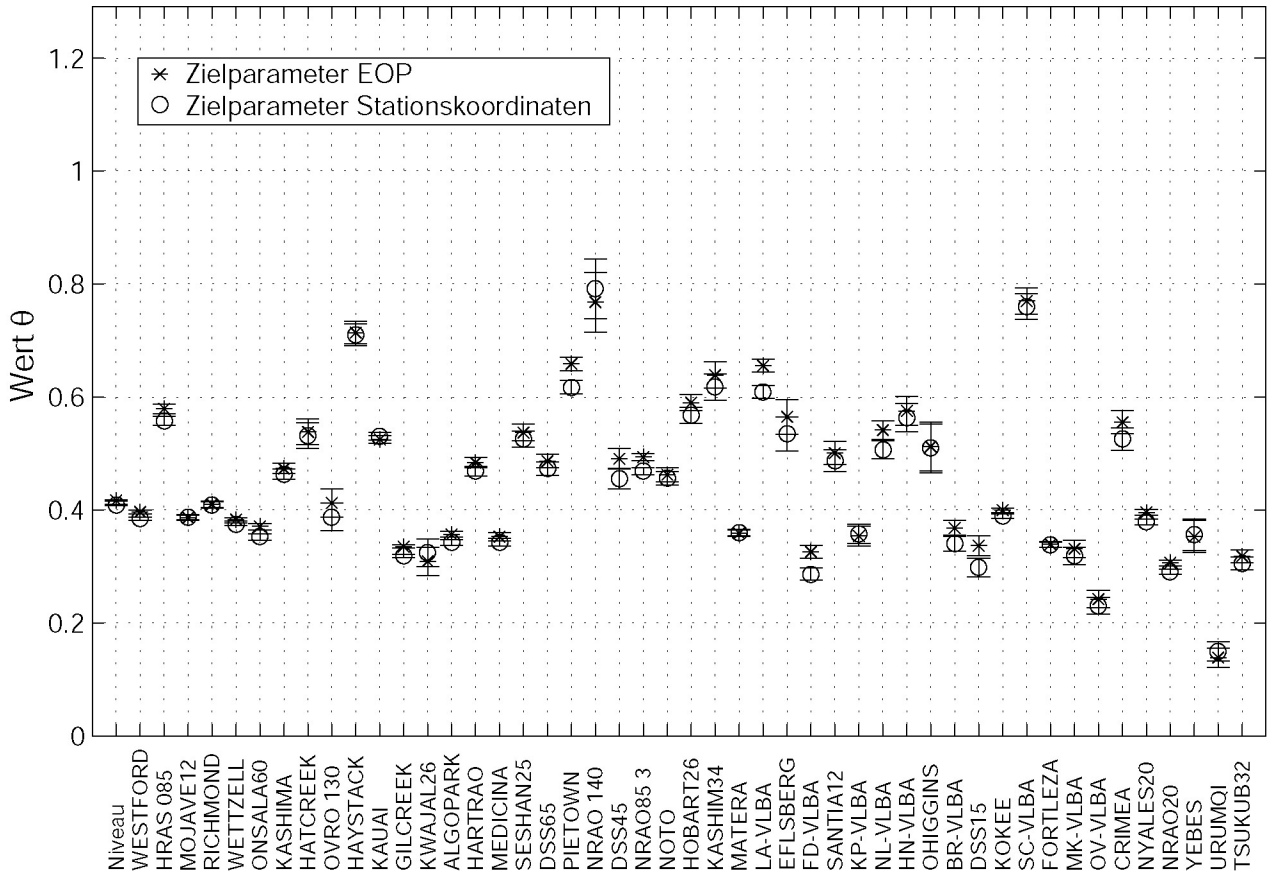

Abbildung 5-12: Komponenten $\hat{\boldsymbol{\theta}}^{\text{Teleskop}}$ *und* $\hat{\theta}^{\text{Niveau}}$*, geschätzt mit verschiedenen Datumsansätzen*

Unterschiede in Normalgleichungen, die sich durch die Wahl des Datums des terrestrischen Referenzrahmens ergeben (siehe Tabelle 5-5), ändern die Ergebnisse einer Komponentenschätzung nicht signifikant. Entsprechend wird auch davon ausgegangen, dass ein mit den Ergebnissen einer Komponentenschätzung verfeinertes stochastisches VLBI-Modell bei der Schätzung aller üblichen VLBI-Zielparametern angewendet werden kann. Außerdem wird damit die in Abschnitt 3.4 beschriebene Vorgehensweise zur Akkumulation von S-Matrizen bei der Schätzung von Komponenten als ausreichende Näherung bestätigt.

5.4.2 Qualität der Parametrisierung

An dieser Stelle werden Ergebnisse einer Komponentenschätzung unter Anwendung der Standardparametrisierung mit Komponenten verglichen, die mit einer weniger realistischen Parametrisierung bestimmt werden. Dafür werden die a priori Rechengewichte einiger Pseudobeobachtungen des Parameterwerts Null deutlich erhöht, mit denen ursprünglich schwach bestimmte Parameter stabilisiert werden sollten. Die manipulierten Parameter sind die Raten der stückweise stetigen Funktion (Gleichung (2-29)) zur Parametrisierung des zeitlichen Verlaufs des troposphärischen Zenit-Delays (siehe 2.1.4 unter „troposphärische Refraktion“) und der Stationsuhren, als auch der azimutalen troposphärischen Gradienten. Dies ist ein deutlicher Eingriff in die Parameterschätzung, da sich alleine der troposphärische Zenit-Delay im Laufe einer VLBI-Session im Dezimeterbereich verändern kann.

Von diesen Veränderungen des funktionalen Modells wird die maximale Auswirkung auf die Varianzkomponente erwartet, mit der das gemeinsame Varianzniveau aller Beobachtungen bzw. die Summe aller Defizite der funktionalen Modellierung mit quasi-zufälligem Charakter beschrieben wird. Außerdem wird davon ausgegangen, dass der Wert der durch Defizite des troposphärischen Einflusses bedingten Korrelationen (Abschnitt 4.2.1) und die durch den Korrelationsprozess verursachten Korrelationen zunehmen. Deshalb wurden zwei Komponentenschätzungen durchgeführt, bei denen jeweils die Komponenten $\hat{\theta}^{\text{Korr}}$ bzw. $\hat{\boldsymbol{\theta}}^{\text{Tropo}}$ zusammen mit dem gemeinsamen Varianzniveau der tatsächlichen und der Pseudobeobachtungen $\hat{\theta}^{\text{Niveau}}$ zu bestimmen waren.

Zur Bestimmung des ersten Paares ($\hat{\theta}^{\text{Korr}}$ und $\hat{\theta}^{\text{Niveau}}$) wurden die Rechenvarianzen der Pseudobeobachtungen der troposphärischen und der Uhrenparameter verkleinert. $\hat{\boldsymbol{\theta}}^{\text{Tropo}}$ und $\hat{\theta}^{\text{Niveau}}$ wurden mit einer Schätzung bestimmt, bei der nur die Rechenvarianzen der Pseudobeobachtungen der troposphärischen Parameter, nicht die der Uhren manipuliert wurden. Beide Male wurden die Pseudobeobachtungen mit einem 100-fachen Rechengewicht (einer 10-fach kleineren Standardabweichung) eingeführt. Bei höherem Gewicht konvergierten die Komponentenschätzungen nicht. Für die Korrelationen verursacht durch den Korrelationsprozess wurde so der Wert 0.41 geschätzt (mit der üblichen Parametrisierung 0.21). Die maximale Korrelation wegen Defiziten der troposphärischen Modellierung von 0.48 wurde für Beobachtungen der selben Basislinie mit einem Richtungsunterschied $\Delta\omega 1 < 15°$ und einem Zeitunterschied $\Delta t < 5\,\text{min}$ bestimmt ($\Delta\omega 2$ = 15°-30°). Der entsprechende Betrag mit der gewöhnlich verwendeten Parametrisierung ist 0.14. Die Ergebnisse sind nachfolgend in Abbildung 5-13 und Abbildung 5-14 dargestellt, den beschriebenen Parametrisierungsansätzen entsprechen folgende Symbole:

* Standardparametrisierung,
o Parametrisierung, bei der die Rechengewichte einiger Pseudobeobachtungen des Parameterwerts Null um das 10^2-fache erhöht wurden.

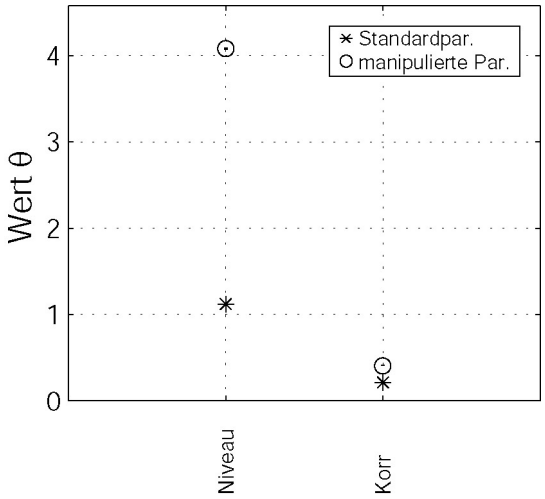

Abbildung 5-13: Komponenten $\hat{\theta}^{\text{Korr}}$ und $\hat{\theta}^{\text{Niveau}}$, geschätzt mit normalem und manipuliertem fkt. Modell

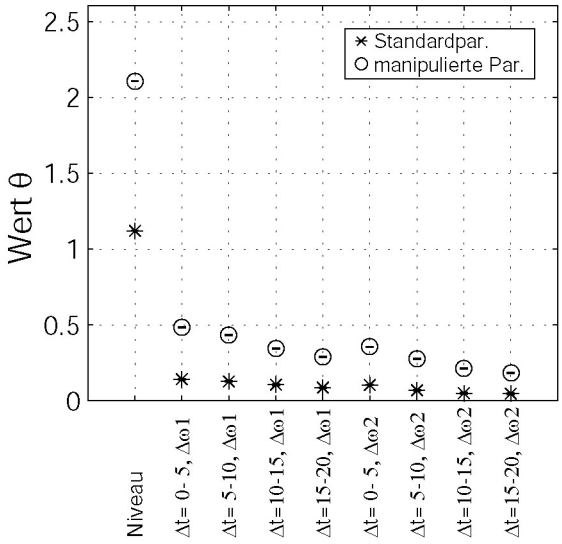

Abbildung 5-14: Komponenten $\hat{\boldsymbol{\theta}}^{\text{Tropo}}$ und $\hat{\theta}^{\text{Niveau}}$, geschätzt mit normalem und manipuliertem fkt. Modell

Es ist klar zu erkennen, dass sich die in Abschnitt 4.2 formulierten Überlegungen prinzipiell bestätigen lassen: Ein realistisches stochastisches Modell von VLBI-Beobachtungen, das im Rahmen von VLBI-Auswertungen verwendet wird, ist eindeutig abhängig von dem angesetzten funktionalen Modell. Im Allgemeinen ist bekannt, dass eine „schlechte" Parametrisierung meist ein hohes geschätztes Varianzniveau der Beobachtungen (oft mit $\hat{\sigma}_0^2$ bezeichnet) mit sich bringt. Bei VLBI-Parameterschätzungen, bei denen die funktionale Modellierung bestimmte Defizite aufweist, sind aber auch hohe Korrelationen zwischen Beobachtungen zu erwarten. Zumindest für die Korrelationen wegen Defiziten bei der Modellierung des troposphärischen Einflusses (Abschnitt 4.2.1), sowie für die durch den Korrelationsprozess verursachten Korrelationen (Abschnitt 4.2.3) konnte das eindeutig bestätigt werden. So sind auch die von SCHUH und TESMER (2000) beschriebenen hohen Korrelationen zwischen VLBI-Beobachtungen zu erklären, für deren Arbeit ein stark vereinfachter Parametrisierungsansatz verwendet wurde.

Die Erkenntnisse des Abschnitts 5.4 zum Einfluss der Parametrisierung auf Schätzungen von Komponenten lassen sich wie folgt zusammenfassen:

- Das Verwenden eines NNR- und NNT-Datums für Lösungen täglicher VLBI-Sessions bedingt ein höheres Korrelationsniveau zwischen so geschätzten Parametern als durch Fixierung der Stationskoordinaten. Mit einer MINQUE geschätzte Komponenten werden dadurch aber nicht signifikant beeinflusst, womit die in Abschnitt 3.4 beschriebene Vorgehensweise zur Akkumulation von S-Matrizen bei der Schätzung von Komponenten als ausreichende Näherung bestätigt werden kann.

- Stochastische Eigenschaften der Beobachtungen im Rahmen einer Parameterschätzung sind eindeutig abhängig vom verwendeten funktionalen Modell bzw. der Parametrisierung. Durch geeignete Manipulation der Parametrisierung lassen sich dementsprechend auch hohe Korrelationen zwischen Beobachtungen erzeugen.

5.5 Analyse der ursprünglichen Varianzen aus der Korrelation

An dieser Stelle wird versucht, das Verständnis des üblicherweise bei der VLBI-Auswertung verwendeten stochastischen Modells zu verbessern. Dafür wurden zwei Untersuchungen durchgeführt:

- Es wurde überprüft, welche der verfeinerten stochastischen Eigenschaften bereits gut durch die während des Korrelationsprozess gewonnenen Varianzen beschrieben werden bzw. für welche stochastischen Eigenschaften eine Verfeinerung besonders wichtig ist. Dies lässt sich ohne weitere Rechnung an den mit dem Standardalgorithmus zur Verfeinerung des stochastischen Modells bestimmten Komponenten erkennen (in den Abbildungen dieses Abschnitts mit „*“ gekennzeichnet). Würde z.B. eine Varianzkomponente zur Beschreibung des gemeinsamen Varianzniveaus der Beobachtungen als einzige Komponente mit dem Wert eins geschätzt, war das Varianzniveau a priori bereits optimal beschrieben. Setzen sich die Varianzen der Beobachtungen aus zwei stochastischen Eigenschaften zusammen, sind sie dann a priori bereits korrekt quantifiziert, wenn beide Komponenten mit dem Wert 0.5 geschätzt werden (entsprechend für 3 Eigenschaften 1/3 etc.). Die in dieser Arbeit verwendeten Formulierungen sind aber deutlich komplexer und die Varianzen der Beobachtungen hängen von mehreren, nicht voneinander unabhängigen, stochastischen Eigenschaften ab.

  Mit den absoluten Werten der geschätzten Varianzkomponenten sind deshalb keine direkten Aussagen über die Qualität der verwendeten Varianzen möglich. Allerdings deuten Abweichungen einzelner Komponenten vom allgemeinen Niveau bzw. dem Mittelwert eines Komponententyps (wie z.B. der quellen-, stations- und elevationsabhängigen Varianzkomponenten) darauf hin, dass die entsprechenden Beobachtungen a priori falsche stochastische Eigenschaften zugeordnet bekamen.

- Zusätzlich wurden die Komponenten noch einmal mit einem vom Standardalgorithmus abweichenden Algorithmus geschätzt: Anstatt die **T**-Matrizen entsprechend (4-3) bzw. (4-15) mit den während des Korrelationsprozesses ermittelten Varianzen der Beobachtungen zu besetzen, werden sie alle mit derselben Varianz besetzt. Diese Varianz wurde aus den im Korrelationsprozess gewonnenen Varianzen aller 2124 zur Komponentenschätzung verwendeten VLBI-Sessions als Median mit dem Wert 1.6802 cm^2 ermittelt. Um die Wirkung der zur Stabilisierung schwacher Parameter verwendeten Pseudobeobachtungen ähnlich wie in üblicherweise am DGFI gerechneten VLBI-Lösungen zu halten, wurde zu diesem Wert wie in den Standardlösungen 0.25 cm^2 addiert. Die für alle Beobachtungen gleichermaßen angenommene Varianz beträgt somit 1.9302 cm^2. Diese Schätzungen sind in den folgenden Abbildungen mit dem Symbol „o“ angedeutet.

  Damit kann ein Überblick darüber gewonnen werden, wie groß der Anteil einzelner stochastischer Eigenschaften an den (geschätzten) Varianzen von VLBI-Beobachtungen ist.

Für diese Untersuchungen wurden folgende Varianzkomponententypen geschätzt:

- quellenabhängige Varianzen $\hat{\boldsymbol{\theta}}^{\text{Quelle ICRF}}$ und $\hat{\theta}^{\text{Niveau}}$,
- quellenabhängige Varianzen $\hat{\boldsymbol{\theta}}^{\text{Quelle Feissel}}$ und $\hat{\theta}^{\text{Niveau}}$,
- stationsabhängige Varianzen $\hat{\boldsymbol{\theta}}^{\text{Teleskop}}$ und $\hat{\theta}^{\text{Niveau}}$,
- elevationsabhängige Varianzen $\hat{\boldsymbol{\theta}}^{\text{Elev}}$ und $\hat{\theta}^{\text{Niveau}}$.

Im Folgenden sind die Schätzungen oben genannter Varianzkomponenten jeweils gemeinsam mit ihren mittleren Fehlern als Fehlerbalken dargestellt (Abbildung 5-15 bis Abbildung 5-18). Die benutzen Symbole erklären sich wie folgt:

* Komponenten, geschätzt mit dem Standardalgorithmus zur Verfeinerung des stochastischen Modells,
o Komponenten, für deren Schätzung alle Beobachtungen die Varianz 1.9302 cm^2 erhielten.

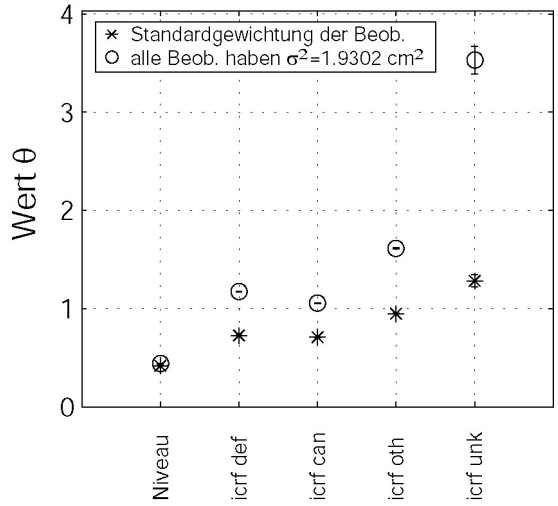

Abbildung 5-15: $\hat{\boldsymbol{\theta}}^{\text{Quelle ICRF}}$ *und* $\hat{\theta}^{\text{Niveau}}$*, geschätzt mit und ohne den Varianzen aus dem Korrelationsprozess*

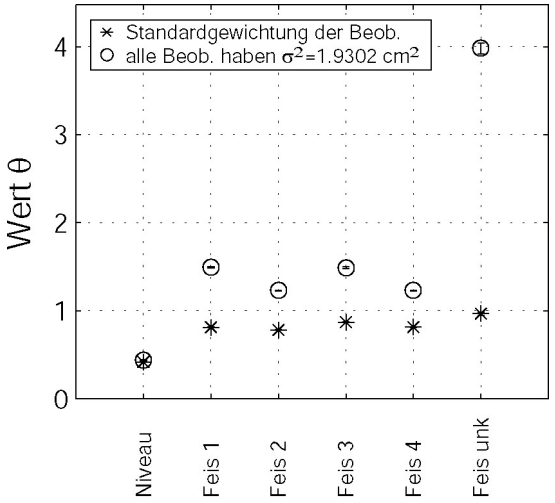

Abbildung 5-16: $\hat{\boldsymbol{\theta}}^{\text{Quelle Feissel}}$ *und* $\hat{\theta}^{\text{Niveau}}$*, geschätzt mit und ohne den Varianzen aus dem Korrelationsprozess*

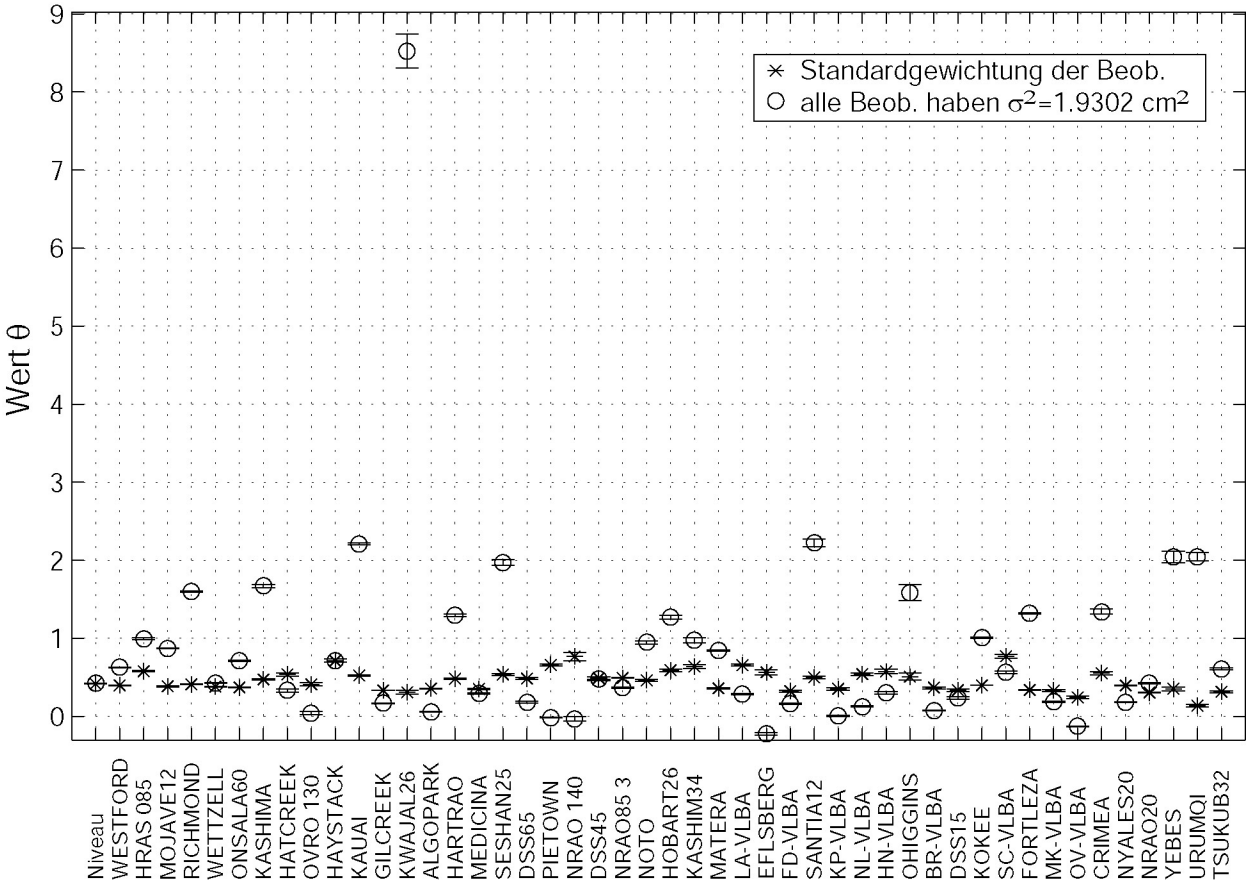

Abbildung 5-17: $\hat{\boldsymbol{\theta}}^{\text{Teleskop}}$ *und* $\hat{\theta}^{\text{Niveau}}$*, geschätzt mit und ohne den Varianzen aus dem Korrelationsprozess*

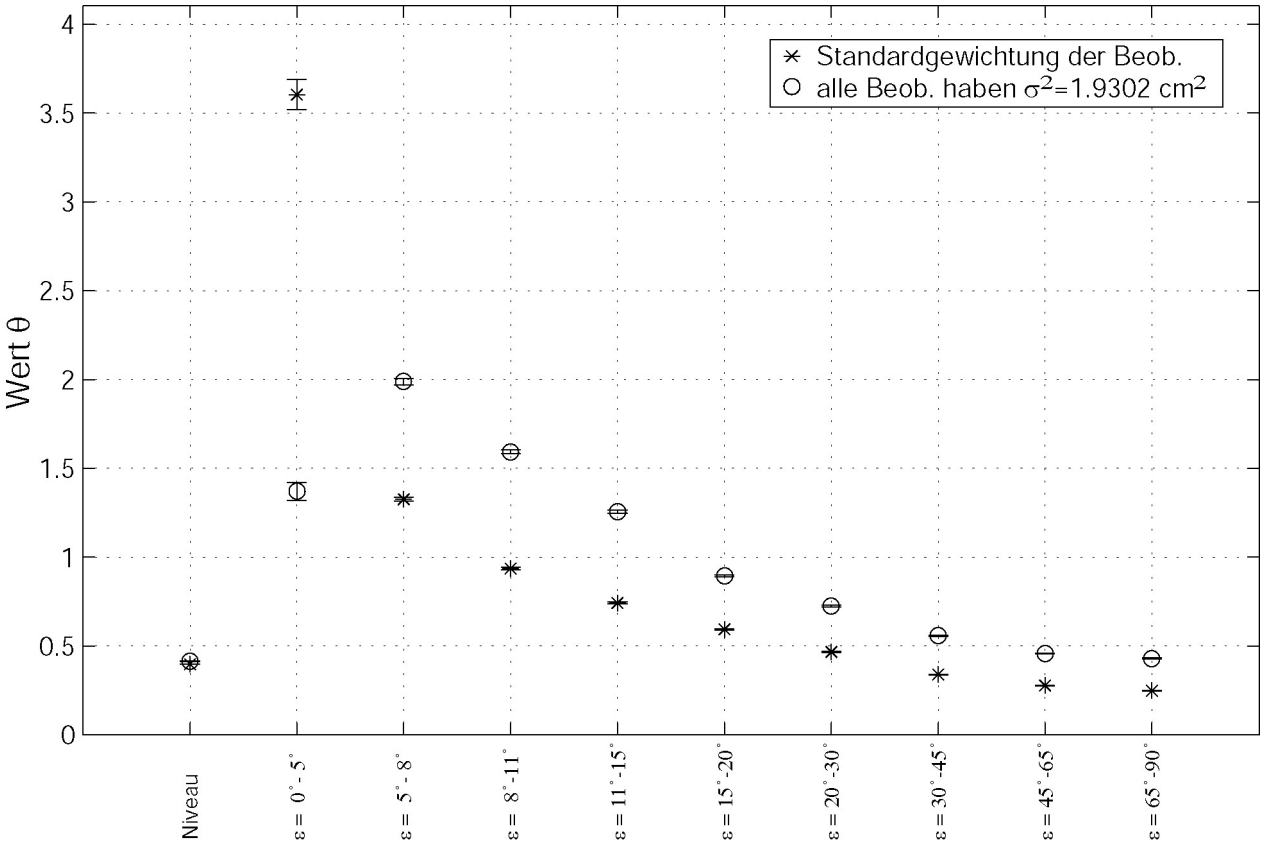

Abbildung 5-18: $\hat{\boldsymbol{\theta}}^{\mathrm{Elev}}$ *und* $\hat{\theta}^{\mathrm{Niveau}}$*, geschätzt mit und ohne den Varianzen aus dem Korrelationsprozess*

Die Analysen der Ergebnisse der mit beiden Ansätzen geschätzten Varianzkomponenten erfolgen hintereinander. Zunächst werden die mit dem Standardalgorithmus zur Verfeinerung des stochastischen Modells geschätzten Komponenten (Symbol „*“) daraufhin untersucht, ob eine Verfeinerung der entsprechenden stochastischen Eigenschaften notwendig ist. Anschließend werden die Komponenten betrachtet, für deren Schätzung alle Beobachtungen a priori die Varianz 1.9302 cm^2 erhielten (Symbol „o“): Mit ihnen wird versucht festzustellen, wie groß der Anteil einzelner stochastischer Eigenschaften an den (geschätzten) Varianzen von VLBI-Beobachtungen ist.

Notwendigkeit der Verfeinerung einzelner stochastischer Eigenschaften von VLBI-Beobachtungen

Die Varianzen aus dem Korrelationsprozess beschreiben die quellenabhängigen Varianzkomponenten im Allgemeinen recht gut (Abbildung 5-15 und Abbildung 5-16). Am schlechtesten sind die stochastischen Eigenschaften beschrieben, die Beobachtungen zugeordnet werden, die nicht im ICRF bzw. von der Einteilung nach FEISSEL-VERNIER (2003) erfasst sind. Da davon auszugehen ist, dass die Beobachtungen solcher Quellen nicht oder nur selten in Standardsessions vorkommen, ist aber ohnedies unklar, ob für diese Quellengruppe überhaupt ein repräsentativer Wert gefunden werden kann.

Auch die meisten stationsabhängigen stochastischen Eigenschaften der Beobachtungen werden durch die Varianzen aus dem Korrelationsprozess weitestgehend bereits gut repräsentiert. Einige geschätzte Komponenten weichen aber klar vom Mittelwert dieses Komponententyps ab. Zum Beispiel die Varianzkomponente der Station URUMQI ist deutlich kleiner als das allgemeine Niveau dieser Komponenten, was darauf hindeutet, dass die Beobachtungen dieser Station a priori als zu ungenau eingeschätzt wurden (siehe dazu Abbildung 5-17).

Die Schätzungen der elevationsabhängigen Varianzkomponenten nehmen mit abnehmender Elevation stark zu. Allerdings ist die Zunahme, wie in Abbildung 5-18 zu erkennen, geringer ausgeprägt als bei Schätzung dieser Komponenten für gleich gewichtete Beobachtungen. Dies lässt darauf schließen, dass in den Varianzen, die im Rahmen des Korrelationsprozesses gewonnen werden (entsprechend der Qualität des Prozesses und somit der Beobachtungen) zum Teil bereits elevationsabhängige Anteile enthalten sind. Das herkömmlich verwendete stochastische VLBI-Modell bedarf eindeutig einer elevationsabhängigen Verfeinerung.

Varianzanteile einzelner stochastischer Eigenschaften

Quellenabhängige Varianzanteile bestätigen die Vermutung nur sehr bedingt, mit den im ICRF (Abbildung 5-15) oder von FEISSEL-VERNIER (2003) eingeführten Klassifizierungen der Quellen (Abbildung 5-16) könnten klare unterschiedliche Varianzniveaus der entsprechenden Beobachtungen beschrieben werden. Tendenziell zeichnet sich die Klassifizierung des ICRF ab, hier ist eine leichte Differenzierung für die Varianzanteile von Beobachtungen der „other sources" des ICRF zu erkennen. Die Varianzanteile für die Quellengruppen nach FEISSEL-VERNIER (2003) sind nicht interpretierbar. Große Varianzanteile haben in beiden Fällen nur die Beobachtungen der Quellen, die von den entsprechenden Einteilungen nicht erfasst werden.

Die in Abbildung 5-17 dargestellten stationsabhängigen Varianzanteile entsprechen weitestgehend den bei der VLBI-Datenauswertung gemachten Erfahrungen über die Qualität der Beobachtungen der entsprechenden Teleskope (bedingt durch technische Ausstattung etc.). Große Varianzanteile haben z.B. KWAJAL26, SESHAN25, SANTIA12, OHIGGINS, CRIMEA, YEBES und URUMQI. Kleine Anteile haben fast alle VLBA-Teleskope, die von hoher technischer Qualität sind. Einige stationsabhängige Varianzanteile werden aber auch mit überraschenden Werten geschätzt: Zum Beispiel bekommen die Beobachtungen von KAUAI unerwartet große Varianzanteile zugeordnet, wogegen für EFLSBERG, NRAO 140 und OVRO 130 recht kleine Werte erhalten werden. Eine eindeutige Erklärung lässt sich dafür nicht geben, allerdings ist zu vermuten, dass dafür teilweise die kleine Anzahl der Sessions, an denen EFLSBERG, NRAO 140 und OVRO 130 beteiligt waren (7 / 5 / 23) verantwortlich ist. Diese Ergebnisse könnten somit als nicht repräsentativ eingestuft werden. Eine weitere Möglichkeit ist, dass durch die Gleichgewichtung aller Beobachtungen andere stochastische Eigenschaften, wie z.B. elevationsabhängige Varianzanteile unterdrückt werden, die sich möglicherweise schließlich in den stationsabhängigen äußern.

Werden elevationsabhängige Komponenten unter Annahme von Gleichgenauigkeit aller Beobachtungen geschätzt, ergeben sich Varianzanteile, die mit abnehmender Elevation stark zunehmen (Abbildung 5-18). Dieses Verhalten entspricht den Erwartungen (siehe dazu auch 4.1.5), nur der Varianzanteil der Beobachtungen unter Elevationen von weniger als 5° erscheint physikalisch unrealistisch. Eine mögliche Erklärung ist, dass die meisten der Beobachtungen unter 5° von den VLBA-Teleskopen durchgeführt wurden. Da die technische Ausrüstung dieser Teleskope von sehr hoher Qualität ist, besitzen ihre Beobachtungen einen sehr niedrigen Varianzanteil. Möglicherweise äußert sich dieses, durch Gleichgewichtung aller Beobachtungen unterschlagene, niedrige Niveau der entsprechenden Varianzen in den eng mit den VLBA-Teleskopen verknüpften Varianzanteilen der Beobachtungen unter 5°. Sie dürfen nicht als repräsentativ für die Beobachtungen aller Teleskope gewertet werden.

Folgende Feststellungen können zusammenfassend getroffen werden:

- Durch Analyse der Abweichungen einzelner Komponenten vom allgemeinen Niveau bzw. dem Mittelwert des Komponententyps lässt sich für die quellenabhängigen Varianzkomponenten nicht die Notwendigkeit zur Verfeinerung ableiten. Geschätzte stationsabhängige und vor allem elevationsabhängige Varianzkomponenten zeigen dagegen, dass das herkömmlich verwendete stochastische VLBI-Modell eindeutig einer Verfeinerung dieser stochastischen Eigenschaften bedarf.

- Eine unter Annahme von Gleichgenauigkeit aller Beobachtungen durchgeführte Schätzung stationsabhängiger Komponenten bestätigt weitestgehend die bei der VLBI-Auswertung gemachten Erfahrungen über die Qualität der entsprechenden Teleskope. Untersuchungen elevationsabhängiger Varianzanteile zeigten deutlich, dass die im Rahmen des Korrelationsprozesses gewonnen Varianzen (mit denen die technische Qualität des Prozesses und somit der Beobachtung beschrieben wird) zum Teil bereits elevationsabhängige Anteile enthalten. Ergebnisse dieser Art der Analyse müssen aber immer unter dem Gesichtspunkt reflektiert werden, dass durch die Gleichgewichtung zunächst alle differenzierenden stochastischen Eigenschaften der Beobachtungen unterdrückt werden. Dadurch können Schätzungen, mit denen nur ein einzelner Typ stochastischer Eigenschaften bestimmt wird, verfälscht werden.

Weitere Untersuchung der elevationsabhängigen Varianzkomponenten

Einige GPS-Programme bieten optional eine elevationsabhängige Gewichtung der Beobachtungen mit Funktionen ähnlich $f(\varepsilon) = \cos(90° - \varepsilon)^2$ an (z.B. die Berner Software nach HUGENTOBLER et al. 2001, S. 202). GPS-Beobachtungen unter niedrigen Elevationen sind außer dem troposphärischen Einfluss verstärkt auch Multipath-Effekten ausgesetzt, weswegen für entsprechende VLBI- und GPS-Beobachtungen eigentlich unterschiedliche

stochastische Eigenschaften angenommen werden müssen (siehe auch Abschnitt 4.1.5). Die Komponenten in Abbildung 5-18 folgen aber augenscheinlich einer Funktion ähnlich $f(\varepsilon) = \cos(90° - \varepsilon)^2$. Deshalb wurden die Ergebnisse für eventuelle spätere Untersuchungen aufbereitet, indem für die entsprechenden Komponenten bestanpassende Funktionen der Form $\theta(\varepsilon) = a + b \cdot e^{-c \cdot \varepsilon}$ bzw. $\theta(\varepsilon) = g + h \,/ \cos(90° - \varepsilon)^2$ geschätzt wurden (Unbekannte waren die Koeffizienten a, b und c bzw. g und h). Diese Funktionen wurden jeweils für Komponenten bestimmt, die einerseits unter Verwendung der a priori Varianzen (Standardalgorithmus) berechnet wurden und andererseits solchen, die sich bei Annahme von a priori Gleichgenauigkeit aller Beobachtungen ergaben. Die Komponenten für Elevationen $\varepsilon < 5°$ müssen als nicht unbedingt repräsentativ eingeschätzt werden und wurden dabei deshalb nicht beachtet. Pro Schätzung standen so acht Werte zur Verfügung, die zur Bestimmung der Funktion jeweils auf die Mitte des entsprechenden Elevationsintervalls bezogen wurden. Die vier Funktionen sind in Abbildung 5-19 mit den Komponenten dargestellt, wobei die schwarzen Balken die jeweiligen Gültigkeitsintervalle der Werte repräsentieren. Die Symbole deuten folgende Komponenten an:

* Komponenten, geschätzt mit dem Standardalgorithmus zur Verfeinerung des stochastischen Modells (entsprechende Funktionen sind mit durchgezogenen Linien gekennzeichnet),
o Komponenten, für deren Schätzung alle Beobachtungen die Varianz 1.9302 cm^2 erhielten (entsprechende Funktionen sind mit gestrichelten Linien gekennzeichnet).

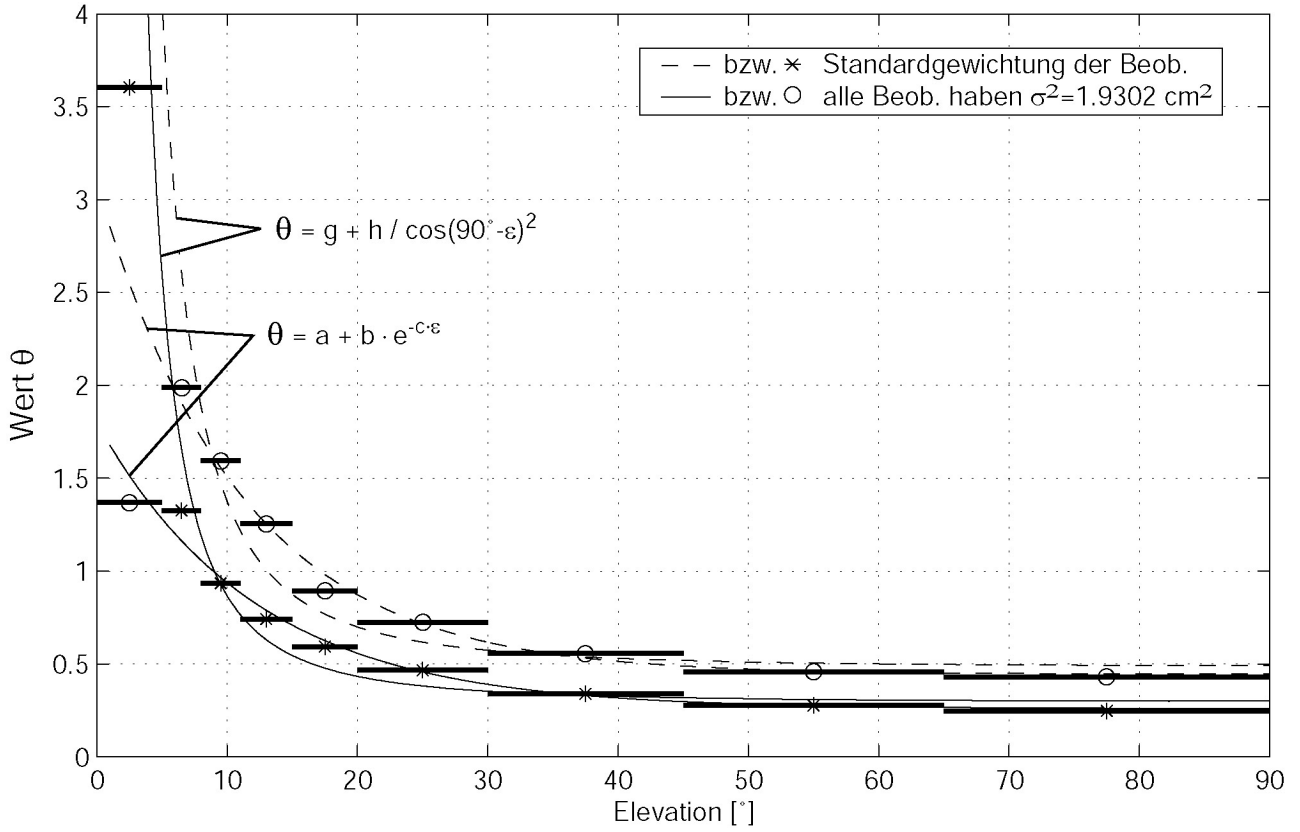

Abbildung 5-19: Funktionen, angepasst an $\hat{\boldsymbol{\theta}}^{\mathrm{Elev}}$, mit/ohne Varianzen aus dem Korrelationsprozess bestimmt

Die Funktionen lauten für die Komponenten des Standardalgorithmus

$\theta(\varepsilon) = a + b \cdot e^{-c \cdot \varepsilon}$ mit $a = 0.259 \pm 0.015$, $b = 1.54 \pm 0.17$, $c = 0.082 \pm 0.008$,
$\theta(\varepsilon) = g + h \,/ \cos(90° - \varepsilon)^2$ mit $g = 0.283 \pm 0.027$, $h = 0.0176 \pm 0.0030$.

Für Komponenten, für deren Schätzung alle Beobachtungen die Varianz 1.9302 cm^2 erhielten, lauten sie

$\theta(\varepsilon) = a + b \cdot e^{-c \cdot \varepsilon}$ mit $a = 0.445 \pm 0.017$, $b = 2.64 \pm 0.28$, $c = 0.091 \pm 0.008$,
$\theta(\varepsilon) = g + h \,/ \cos(90° - \varepsilon)^2$ mit $g = 0.464 \pm 0.040$, $h = 0.0275 \pm 0.0047$.

Es wird noch einmal darauf hingewiesen, dass die Funktionen Beobachtungen mit Elevationen $\varepsilon < 5°$ nicht repräsentieren und deshalb in diesem Elevationsbereich nicht gültig sind.

5.6 Diskussion und Erläuterung des endgültigen stochastischen Modells

In den vorhergehenden Abschnitten dieses Kapitels wurden ausführliche Untersuchungen beschrieben, deren Ergebnisse deutlich machen, dass das üblicherweise zur VLBI-Auswertung benutzte stochastische Modell durch Schätzung von Varianz- und Kovarianzkomponenten so verfeinert werden kann, dass

- die Komponenten die stochastischen Eigenschaften beinahe aller am DGFI zur VLBI-Auswertung verwendeten VLBI-Beobachtungen ausreichend gut repräsentieren (Abschnitt 5.1 und 5.2),
- sich damit komplexe Zusammenhänge stochastischer Eigenschaften beschreiben lassen (Abschnitt 5.3),
- die Komponenten für alle Lösungen üblicherweise geschätzter Zielparameter und Standardparametrisierungen repräsentativ sind (Abschnitt 5.4) und
- sich für viele stochastische Eigenschaften, insbesondere den elevationsabhängigen Varianzanteilen eindeutig die Notwendigkeit einer solchen Verfeinerung nachweisen lässt (Abschnitt 5.5).

Nicht verwendete Komponenten

Bei der endgültigen Festlegung der im Folgenden verwendeten stochastischen Eigenschaften wurden zunächst die Komponenten ausgeschlossen, die sich bei einer Schätzung nicht signifikant nachweisen ließen. Nicht bestimmbar waren ausschließlich Korrelationen zwischen Beobachtungen. Dabei konnte häufig keine eindeutige Aussage getroffen werden, ob die Komponenten nur sehr schlecht voneinander bzw. von anderen Komponenten trennbar waren oder die dafür angenommene physikalische Ursache nicht zutreffend bzw. falsch formuliert war.

Die durch Defizite der Modellierung des troposphärischen Einflusses bedingten Korrelationen (siehe Abschnitt 4.2.1) ließen sich teilweise nachweisen: Sie wurden für Beobachtungen angenommen, die entsprechend (4-16) von derselben Basislinie durchgeführt wurden und zu derselben Rate der stückweise stetigen Funktion zur Modellierung des troposphärischen Zenit-Delays beigetragen haben. In Abhängigkeit vom Richtungsunterschied der Beobachtungen $\Delta\omega$ (nach (4-14)) und der zwischen den Beobachtungen vergangenen Zeit Δt wurden folgende Korrelationen geschätzt:

Tabelle 5-6: Nachgewiesene Korrelationen wegen Defiziten der Modellierung des troposphärischen Einflusses

	$0° \le \Delta\omega < 5°$	$5° \le \Delta\omega < 10°$	$10° \le \Delta\omega < 15°$	$15° \le \Delta\omega < 20°$
$0 \text{ min} < \Delta t \le 15 \text{ min}$	0.14	0.13	0.11	0.09
$15 \text{ min} < \Delta t \le 30 \text{ min}$	0.10	0.07	0.05	0.05

Nicht schätzbar bzw. nicht von den eben beschriebenen Korrelationen zu trennen waren dagegen durch Defizite der troposphärischen Modellierung bedingte Korrelationen zwischen Beobachtungen, die wie in (4-17) angedeutet nicht zu derselben Rate der stückweise stetigen Funktion zur Modellierung des Zenit-Delays beitrugen.

Eine Schätzung von Korrelationen wegen Defiziten der Modellierung der Stationskoordinaten (wie in Abschnitt 4.2.2 erläutert) konnte teilweise durchgeführt werden. Dazu durften nicht mehrere Komponenten dieses Typs (wie in (4-21) beschrieben also verschiedener Intervalle der Elevationswinkel $\Delta\varepsilon$ und/oder Zeitintervalle Δt zwischen den Beobachtungen) gleichzeitig geschätzt werden, ansonsten waren bereits die Matrizen $\boldsymbol{\Sigma}_{yy}^{0}$ nach (3-24) nicht mehr zu invertieren. Möglicherweise hätte dies durch die Wahl kleinerer Näherungswerte α der Korrelationen verhindert werden können (siehe z.B. (3-22)). Da sich aber bereits die als Maximum erwartete Komponente bei einer erfolgreichen Schätzung von null nicht signifikant unterschied, wurden weitere Untersuchungen wegen des erheblichen Rechenaufwands bei schlechter Konvergenz abgebrochen (die „erfolgreich zu Null geschätzte Komponente“ sollte Korrelationen zwischen Beobachtungspaaren beschreiben, deren Unterschiede im Elevationswinkel $\Delta\varepsilon$ kleiner als 5° waren und deren Zeitversatz Δt weniger als 60 Minuten betragen musste).

Eindeutig signifikant ließen sich die durch den Korrelationsprozess bedingten Korrelationen (siehe dazu Abschnitt 4.2.3) mit dem Betrag 0.21 schätzen, was aber als bei einer Parameterschätzung vernachlässigbar bewertet wurde. Dabei wurde auch die Akzeptanz vorgeschlagener Verfeinerungen des stochastischen Modells von VLBI-Beobachtungen in Standardlösungen einem realistischen Gewinn bei der Parameterschätzung gegenübergestellt, da zu berücksichtigende Korrelationen zwischen Beobachtungen den Rechenaufwand erheblich vergrößern.

Schätzungen, mit denen entsprechend Abschnitt 4.2.4 Komponenten zur Beschreibung der radiophysikalischen Korrelation bestimmt werden sollten, konvergierten unabhängig von dem gewählten Zeitintervall zwischen den Beobachtungen Δt nicht. Eine Lösung konnte auch nicht durch Hinzunehmen zusätzlicher Auswahlkriterien für Beobachtungspaare erzeugt werden, wie z.B. dass sie von derselben Basislinie durchgeführt werden mussten.

Bei der Wahl der schließlich verwendeten Komponenten wurde auf die quellenabhängigen Varianzkomponenten verzichtet, obwohl sie für sich alleine gut schätzbar waren (siehe dazu auch Abbildung 5-3 und Abbildung 5-15 bzw. Abbildung 5-4 und Abbildung 5-16). Dies lässt sich damit begründen, dass, wie in Abschnitt 5.3 erläutert, nicht alle quellen-, stations- und elevationsabhängigen Varianzkomponenten gemeinsam geschätzt werden können, ohne die Lösung dabei zu deformieren. Durch geeignetes Definieren des gemeinsamen Varianzniveaus aller Beobachtungen lassen sich aber zwei dieser Varianztypen gleichzeitig bestimmen. Die quellenabhängigen Varianzkomponenten sind, verglichen mit den stations- und den elevationsabhängigen Varianzen sehr gleichartig und erlauben somit die schwächste Differenzierung der stochastischen Eigenschaften von VLBI-Beobachtungen. Diese Aussage gilt unabhängig davon, ob die Komponenten entsprechend der Klassifizierung des ICRF oder nach FEISSEL-VERNIER (2003) bestimmt werden.

Beschreibung der Komponenten des endgültigen stochastischen Modells

Das endgültige stochastische Modell $\boldsymbol{\Sigma}_{yy}$ zur Auswertung von VLBI-Beobachtungen $\mathbf{y}$ wird mit den folgenden Varianzkomponenten verfeinert:

- gemeinsames Varianzniveau $\hat{\sigma}^{2\,\mathrm{Niveau}} = \hat{\theta}^{\mathrm{Niveau}}$ aller Beobachtungen mit den Pseudobeobachtungen,
- additiver Varianzanteil $\hat{\sigma}^{2\,\mathrm{Add}} = \hat{\theta}^{\mathrm{Add}}$,
- 47 stationsabhängige Varianzkomponenten $\hat{\boldsymbol{\sigma}}^{2\,\mathrm{Teleskop}} = \hat{\boldsymbol{\theta}}^{\mathrm{Teleskop}}$ und
- 9 elevationsabhängige Varianzkomponenten $\hat{\boldsymbol{\sigma}}^{2\,\mathrm{Elev}} = \hat{\boldsymbol{\theta}}^{\mathrm{Elev}}$ (Komponente für $\varepsilon = 65°\text{-}90°$ nicht geschätzt).

An dieser Stelle wird, obwohl bereits in Abschnitt 5.3 ausführlich erläutert, noch einmal darauf hingewiesen, dass zur Beschreibung der stationsabhängigen und elevationsabhängigen stochastischen Eigenschaften einer VLBI-Beobachtung einer Basislinie jeweils zwei dieser Komponenten nötig sind.

Das verfeinerte Modell lässt sich somit entsprechend (3-22) wie folgt aufstellen:

$$\begin{aligned}
\boldsymbol{\Sigma}_{yy} &= \sigma^{2\,\mathrm{Niveau}}\,\mathbf{V}^{\mathrm{Niveau}} \\
&+ \sigma^{2\,\mathrm{Add}}\,\mathbf{V}^{\mathrm{Add}} \\
&+ \sum_{j=1}^{47} \sigma^{2\,\mathrm{Teleskop^A}\,j}\,\mathbf{V}^{\mathrm{Teleskop^A}\,j} \;+\; \sum_{j=1}^{47} \sigma^{2\,\mathrm{Teleskop^B}\,j}\,\mathbf{V}^{\mathrm{Teleskop^B}\,j} \\
&+ \sum_{m=1}^{9} \sigma^{2\,\mathrm{Elev^A}\,m}\,\mathbf{V}^{\mathrm{Elev^A}\,m} \;+\; \sum_{m=1}^{9} \sigma^{2\,\mathrm{Elev^B}\,m}\,\mathbf{V}^{\mathrm{Elev^B}\,m} \quad .
\end{aligned} \tag{5-4}$$

Die Vorschriften zur Besetzung der entsprechenden Matrizen $\mathbf{V}$ ist dem Abschnitt 4.1 bzw. den Gleichungen und (4-4), (4-6), (4-10) und (4-12) zu entnehmen. Aus den dort beschriebenen Matrizen $\mathbf{T}$ lassen sich die $\mathbf{V}$-Matrizen, wie in (3-22) beschrieben, unmittelbar ableiten: Da für alle g Näherungswerte $\boldsymbol{\alpha}$ im Falle von Konvergenz $\alpha_1 \approx \alpha_2 \approx \ldots \approx \alpha_g \approx 1$ zutrifft, gilt für alle g $\mathbf{V}$-Matrizen $\mathbf{V} = \mathbf{T}$. Zur Besetzung werden für die stationsabhängigen und die elevationsabhängigen Varianzkomponenten sowie für die Komponente zur Beschreibung des gemeinsamen Varianzniveaus aller Beobachtungen die Varianzen des üblicherweise verwendeten stochastischen Modells benutzt (siehe (4-1)). Für die additive Komponente sind die entsprechenden Elemente der Matrizen mit dem Wert 1 zu besetzen.

Im Folgenden sind die dafür benötigten 58 Komponenten tabellarisch mit ihren mittleren Fehlern aus der MINQUE aufgelistet (Tabelle 5-7) und in Abbildung 5-20 grafisch mit ihren mittleren Fehlern dargestellt. Dieser Schätzansatz wurde bereits in 5.3 diskutiert, Abbildung 5-9 zeigt die Korrelationsmatrix der so bestimmten Komponenten. Es wird ausdrücklich noch einmal darauf hingewiesen, dass die Komponente zur Beschreibung elevationsabhängiger Varianzanteile für Beobachtungen zwischen 65° und 90° in der Lösung nicht geschätzt wurde, was als Fixierung der entsprechenden Komponente auf den Wert 0 gewertet werden kann. Es wird außerdem betont,

dass die beiden negativen Varianzkomponenten für FD-VLBA und OV-VLBA keineswegs fehlerhaft sind. Wie in (5-4) zu erkennen ist, setzten sich die Varianzen der Beobachtungen aus mehreren, zu addierenden Varianzanteilen zusammen, die in der Summe für keine Beobachtung kleiner oder gleich Null sein dürfen. Die einzelnen Komponenten können beliebige Werte annehmen.

Tabelle 5-7: 58 Komponenten des endgültigen, verfeinerten stochastischen VLBI-Modells

Komponente	Geschätzter Wert der Komponenten $\hat{\theta}$		Komponente	Geschätzter Wert der Komponenten $\hat{\theta}$	
V-Niveau	0.391	± 0.001	EFLSBERG	0.245	± 0.028
Additiv	0.086	± 0.002	FD-VLBA	-0.119	± 0.008
WESTFORD	0.203	± 0.004	SANTIA12	0.362	± 0.020
HRAS 085	0.512	± 0.009	KP-VLBA	0.140	± 0.015
MOJAVE12	0.225	± 0.005	NL-VLBA	0.155	± 0.013
RICHMOND	0.331	± 0.006	HN-VLBA	0.216	± 0.021
WETTZELL	0.123	± 0.004	OHIGGINS	0.416	± 0.044
ONSALA60	0. 189	± 0.006	BR-VLBA	0.084	± 0.011
KASHIMA	0.344	± 0.009	DSS15	0.110	± 0.016
HATCREEK	0.489	± 0.023	KOKEE	0.155	± 0.004
OVRO 130	0.317	± 0.025	SC-VLBA	0.354	± 0.018
HAYSTACK	0.438	± 0.018	FORTLEZA	0.161	± 0.005
KAUAI	0.334	± 0.007	MK-VLBA	0.086	± 0.014
GILCREEK	0.144	± 0.003	OV-VLBA	-0.047	± 0.013
KWAJAL26	0.306	± 0.025	CRIMEA	0.421	± 0.020
ALGOPARK	0.148	± 0.005	NYALES20	0.214	± 0.005
HARTRAO	0.241	± 0.009	NRAO20	0.112	± 0.005
MEDICINA	0.067	± 0.007	YEBES	0.277	± 0.028
SESHAN25	0.352	± 0.014	URUMQI	0.031	± 0.017
DSS65	0.223	± 0.011	TSUKUB32	0.027	± 0.011
PIETOWN	0.206	± 0.010	ε = 0°-5°	3.498	± 0.086
NRAO 140	0.400	± 0.046	ε = 5°-8°	1.170	± 0.012
DSS45	0.191	± 0.017	ε = 8°-11°	0.748	± 0.008
NRAO85 3	0.309	± 0.006	ε = 11°-15°	0.545	± 0.006
NOTO	0.257	± 0.012	ε = 15°-20°	0.387	± 0.005
HOBART26	0.338	± 0.014	ε = 20°-30°	0.247	± 0.003
KASHIM34	0.420	± 0.022	ε = 30°-45°	0.106	± 0.003
MATERA	0.168	± 0.006	ε = 45°-65°	0.036	± 0.003
LA-VLBA	0.135	± 0.009	ε = 65°-90°	(0)	(± 0)

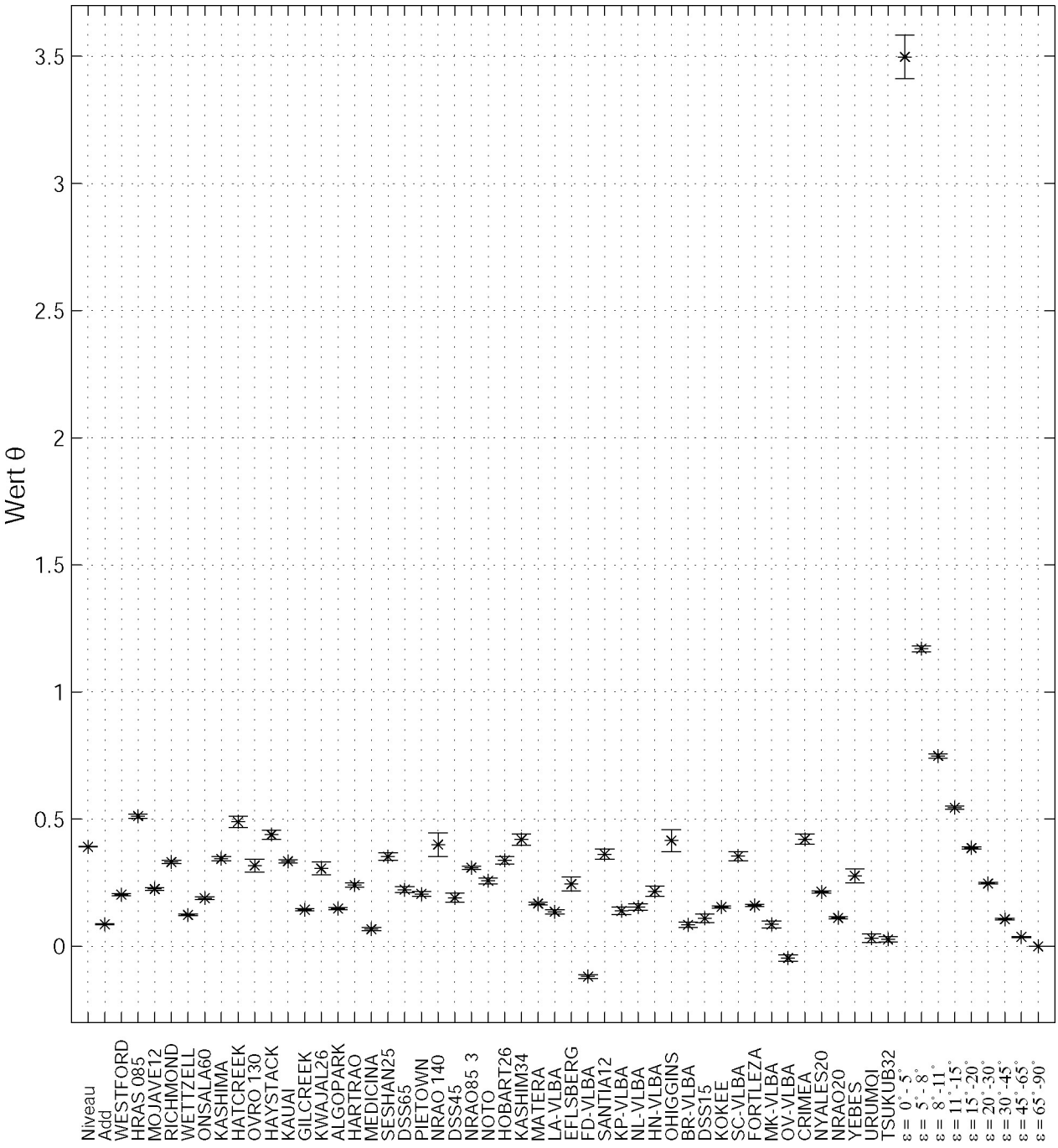

Abbildung 5-20: 58 Komponenten des endgültigen, verfeinerten stochastischen VLBI-Modells

Auswirkungen der Verfeinerung auf einzelne Beobachtungen

Um zu verdeutlichen, wie sich die Verfeinerungen des stochastischen Modells auf die Varianzen von VLBI-Beobachtungen auswirken, sind im Folgenden die sich dadurch ergebenden Unterschiede der Varianzen der Beobachtungen einer typischen VLBI-Session des Typs CORE-A vom 12.29.1998 dokumentiert:

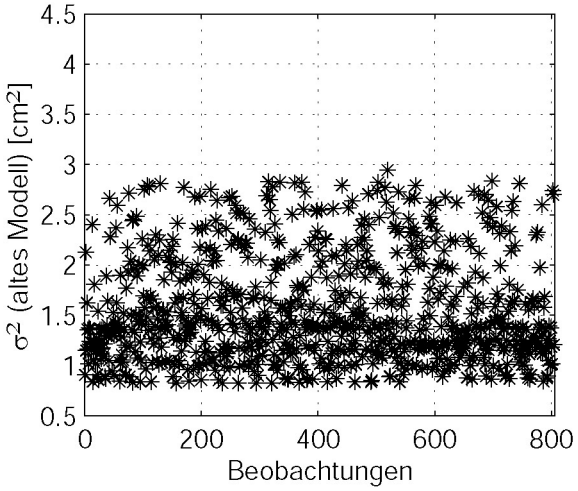

Abbildung 5-21: σ^2 der Beobachtungen des alten stochastischen Modells für 981229CA

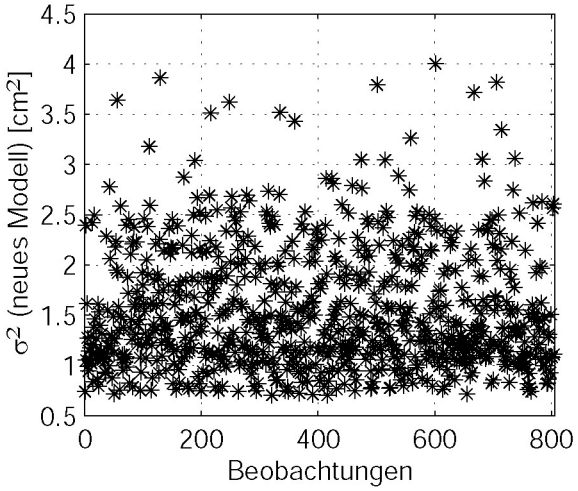

Abbildung 5-22: σ^2 der Beobachtungen des neuen stochastischen Modells für 981229CA

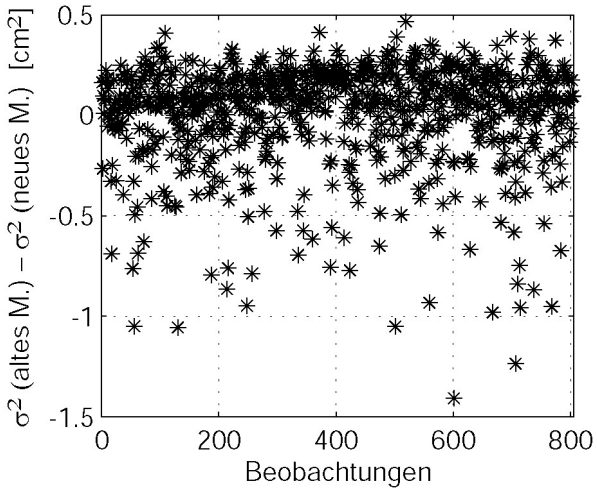

Abbildung 5-23: Differenz der σ^2 des alten und neuen stochastischen Modells (981229CA)

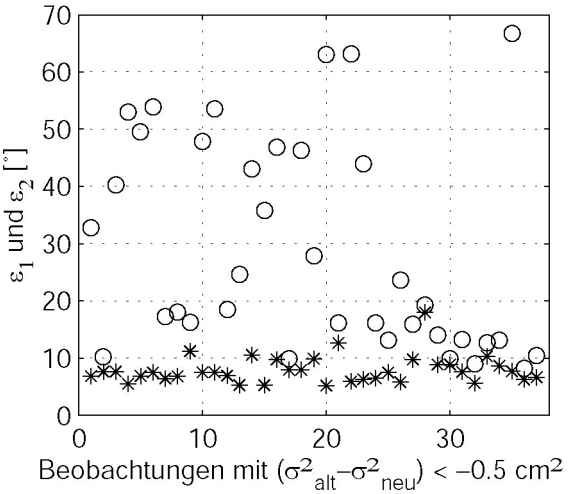

Abbildung 5-24: Niedrige („“) und hohe („o“) Elevationen der Beob. mit $\sigma^2_{alt} - \sigma^2_{neu} <$ -0.5 cm² (981229CA)*

Die ersten beiden Grafiken zeigen die Varianzen der Beobachtungen des ursprünglichen stochastischen Modells (dafür wird zu den sich aus dem Korrelationsprozess ergebenden Varianzen der Beobachtungen 0.25 cm² addiert) bzw. nach dem verfeinerten Modell. Es ist klar zu erkennen, dass die Standardabweichungen des verfeinerten stochastischen Modells eine größere Bandbreite abdecken. Die Unterschiede sind in der Abbildung 5-23 deutlicher zu erkennen, in der die Differenzen der Varianzen dargestellt sind (altes – neues stochastisches Modell).

Viele Differenzen sind nur wenig größer als null, der Maximalwert beträgt 0.5 cm². Die negativen Differenzen streuen deutlich stärker und nehmen Werte bis zu -1.4 cm² an. Es scheint, als wäre das Varianzniveau des neuen Modells prinzipiell etwas abgesenkt, die Mittelwerte der Standardabweichungen unterscheiden sich tatsächlich aber nur um weniger als 1 %. Von den Differenzen sind 37 kleiner als -0.5 cm². Für sie sind in Abbildung 5-24 die Elevationswinkel ε_1 und ε_2 dargestellt, unter denen die beiden jeweiligen Teleskope beobachtet haben (der

kleinere der beiden Winkel ist mit dem Symbol „*“ gekennzeichnet, der größere mit „o“). Wie zu erwarten war, besitzen die Elevationswinkel die größten Auswirkungen auf die Varianzen des verfeinerten stochastischen Modells: Für 26 Beobachtungen hatte eines der beiden Teleskope eine Visur unter 8° Elevation, bei fast allen anderen Beobachtungen sind die Elevationswinkel beider beteiligten Teleskope kleiner als 20°.

6. Einfluss des verfeinerten stochastischen Modells auf Zielparameter

In diesem Kapitel wird überprüft, wie sich die in Abschnitt 5.6 beschriebenen Verfeinerungen des stochastischen VLBI-Modells bei der Parameterschätzung auswirken. Da das VLBI-Beobachtungsmaterial, wie in Abschnitt 5.1 beschrieben, recht inhomogen ist, wurden VLBI-Zielparameter jeweils aus allen geeigneten VLBI-Sessions ermittelt. Dabei wurden folgende stochastische Modelle verwendet:

- Das verfeinerte stochastische Modell, wie es in Abschnitt 5.6 beschrieben wird.
- Das herkömmliche stochastische Modell, bei dem direkt die beim Korrelationsprozess zusammen mit den Beobachtungen abgeleiteten Varianzen benutzt werden. Wie für VLBI-Lösungen am DGFI üblich, wird zur Varianz jeder einzelnen Beobachtung 0.25 cm^2 addiert.

Um den Charakter des Einflusses des stochastischen Modells auf geschätzte VLBI-Zielparameter besser einschätzen zu können, wird zur Schätzung von Epochenkoordinaten von Stationen in Abschnitt 6.1 zusätzlich ein Modell verwendet, bei dem alle Beobachtungen als gleich genau angenommen werden. Die dafür verwendete Varianz 1.9302 cm^2 ist der Median der 2124 Mediane aller 2124 zur Schätzung von Komponenten verwendeten VLBI-Sessions 1.6802 cm^2 plus die in den Standardlösungen VLBI-Lösungen am DGFI addierte Varianz 0.25 cm^2.

Indirekte Auswirkungen verschiedener stochastischer Ansätze auf die Parameterschätzung

Um die Ergebnisse der Parameterschätzungen möglichst gut beurteilen zu können, wird darauf hingewiesen, dass die zur Verfeinerung des stochastischen Modells vorgenommenen Änderungen am Lösungsansatz zur Parameterschätzung komplexere Auswirkungen haben, als zunächst zu vermuten ist. Dabei sind unter anderem zu nennen:

- Einfluss von Beobachtungen unter niedriger Elevation
  Im herkömmlichen Ansatz werden die Gewichte von Beobachtungen, bei denen mindestens eines der Teleskope eine Visur mit weniger als 8° Elevation hatte, durch 100000 dividiert wodurch sie auf die Lösung quasi keinen Einfluss mehr haben. Im verfeinerten Ansatz werden alle Beobachtungen verwendet, entsprechend den Ergebnissen der MINQUE aber neu gewichtet. Beobachtungen unter sehr niedrigen Elevationen haben direkt erheblichen Einfluss z.B. auf die empfindlichen Schätzwerte troposphärischer azimutaler Gradienten und des Zenit-Delays. Ob sich das Verhalten solcher Beobachtungen aber tatsächlich ausreichend gut quasi-stochastisch durch eine erhöhte Varianz (wie in dieser Arbeit festgestellt) formulieren lässt, bleibt schließlich unklar. Unter Umständen werden einzelne Beobachtungen durch eine stochastische Eigenschaft, egal welcher Größe, nur schlecht beschrieben. In den aktuellsten VLBI-Lösungen werden üblicherweise Beobachtungen unter 5° gestrichen.

- Ausreißer und gemeinsames Varianzniveau $\hat{\sigma}_0^2$ aller Beobachtungen
  In OCCAM wird bei der Berechnung jeder Parameterschätzung jeder einzelnen Session ein einfacher Ausreißertest durchgeführt. Dazu werden nach einer ersten Lösung die Residuen $\hat{\mathbf{e}}$ mit ihren mittleren Fehlern verglichen. Die Beobachtungen, deren Residuen größer als ihr dreifacher mittlerer Fehler sind, verbleiben zwar im Gleichungssystem, werden jedoch in der Gewichtsmatrix $\mathbf{P}$ einer zweiten, endgültigen Lösung stark heruntergewichtet.

  In dieser Arbeit wird das a priori stochastische Modell der Beobachtungen geändert, und somit neben der Lösung auch die mittleren Fehler der Residuen. Dadurch werden zum Teil andere Beobachtungen als Ausreißer markiert und heruntergewichtet, als in der üblicherweise angesetzten Lösung. Unklar ist in diesem Zusammenhang, ob solche stark heruntergewichteten Beobachtungen zur Berechnung der Redundanz miteinbezogen werden sollen:

  Im Zähler $\hat{\mathbf{e}}'\mathbf{P}\hat{\mathbf{e}}$ der Schätzung $\hat{\sigma}_0^2$ des Varianzniveaus der Beobachtungen entsprechend Gleichung (3-10) werden sich stark heruntergewichtete Beobachtungen (solange ihre Residuen nicht außerordentlich groß sind) nicht mehr bemerkbar machen. Der Nenner von (3-10), die Redundanz $n - u$ bleibt mit der Anzahl der gesamten Beobachtungen des Gleichungssystems n und der Anzahl der Unbekannten u aber unabhängig von der Anzahl erkannter Ausreißer. Deshalb kann z.B. der unterschiedliche Umgang mit den Beobachtungen unter 8° Elevation (wie in Lösungen mit dem normalen und dem verfeinerten stochastischen Modell), die durchschnittlich ca. 3% der Beobachtungen ausmachen (siehe Tabelle 5-2), spürbaren Einfluss

auf die geschätzten Varianzniveaus $\hat{\sigma}_0^2$ haben. Da sich damit entsprechend (3-12) unmittelbar auch die mittleren Fehler der geschätzten Parameter ändern, werden diese Einflüsse in den folgenden Abschnitten bei Berechnungen von Streuungsmaßen geschätzter Parameter untersucht: Neben gewichtet berechneten quadratischen Mittelwerten WRMS („weighted root mean square“) werden stets auch ungewichtete quadratische Mittelwerte RMS („root mean square“) wie folgt ermittelt:

$$\mathrm{WRMS} = \sqrt{\frac{\mathbf{x}'\mathbf{P}\mathbf{x}}{\sum \mathrm{diag}(\mathbf{P})}} \qquad (6\text{-}1) \qquad \text{und} \qquad \mathrm{RMS} = \sqrt{\frac{\mathbf{x}'\mathbf{x}}{n}} \quad . \qquad (6\text{-}2)$$

Dabei ist **x** der Vektor der n Werte, für die die Streuungsmaße angegeben werden sollen und **P** ihre Gewichtsmatrix, die mit $i = 1,2,\ldots,n$ durch die mittleren Fehler der Werte mit $\mathbf{P} = 1/\mathrm{diag}(\hat{\boldsymbol{\Sigma}}_{xx})$ zu besetzen ist. Obwohl eine entsprechend (3-12) abgeleitete Matrix $\hat{\boldsymbol{\Sigma}}_{xx}$ in der Regel keine reine Diagonalmatrix ist, müssen die Werte **x** für (6-1) als untereinander unabhängig angenommen werden.

- Einfluss der „Constraints“ auf die Lösung
  „Constraints“ sind künstlich dem Gleichungssystem zur Stabilisierung schwacher Parameter hinzugefügte Pseudobeobachtungen, wobei der entsprechende Parameterwert in der Regel mangels besseren Wissens null ist. Wie echte Beobachtungen mit echten stochastischen Eigenschaften ist der Einfluss dieser Pseudobeobachtungen auf die entsprechenden Parameter unter anderem abhängig von folgenden Einflüssen:

  - Rechengewicht (bzw. –varianz) der Pseudobeobachtung,
  - Anzahl der tatsächlichen, zu dem Parameter beitragenden Beobachtungen,
  - Varianzen der tatsächlichen, zu dem Parameter beitragenden Beobachtungen und
  - davon, wie gut der durch die Pseudobeobachtung beeinflusste Parameter durch die Konfiguration der echten Beobachtungen definiert wird (z.B. sind Raten einer stückweise stetigen Funktion des troposphärischen Zenit-Delays dann optimal definiert, wenn Beobachtungen des gesamten Elevationsbereichs zeitlich verteilt über den gesamten Gültigkeitsbereich des Parameters vorliegen).

  Die Wirkung der Pseudobeobachtung wird sich nicht nur darauf beschränken, den entsprechenden geschätzten Parameterwert zu beeinflussen. Unter Umständen wird er zusätzlich die gesamte Varianz-Kovarianz-Matrix der geschätzten Parameter verändern, auf jeden Fall aber die Varianz und die Kovarianzen des damit versehenen Parameters.

  Im Rahmen einer unveröffentlichten Diplomarbeit (am DGFI in Zusammenarbeit mit der TU-München durchgeführt) wurden von R. Heinkelmann unter anderem die Rechengewichte der üblicherweise verwendeten Pseudobeobachtungen zur Stabilisierung dreier Parameter-Typen (siehe dazu Abschnitt 2.1.4 unter „troposphärische Refraktion“ und „Uhrenverhalten“) durch eine Varianzkomponentenschätzung quantifiziert. Mit den so erhaltenen Rechengewichten wurden Tests zur Qualität von VLBI-Parameterschätzungen durchgeführt, die den in Abschnitt 6.1 beschriebenen Tests sehr ähnlich waren. Die Ergebnisse zeigten, dass sich so die Parameterschätzungen nicht verbessern ließen.

  Dies bestätigte, dass die „Rechenvarianzen“ von Pseudobeobachtungen nicht Varianzen im Sinne einer stochastischen Eigenschaft des entsprechenden Parameterwerts repräsentieren und sich deshalb nicht durch eine Schätzung von Varianzkomponenten quantifizieren lassen. Da sie aber unerlässlicher Teil der VLBI-Beobachtungsgleichungssysteme sind, muss für sie im Rahmen einer Varianzkomponentenschätzung zumindest ein mit den tatsächlichen Beobachtungen gemeinsames Varianzniveau bestimmt werden (Abschnitt 4.1.1). Sich ergebende Auswirkungen auf die Ergebnisse einer damit durchgeführten Parameterschätzung sind nicht endgültig zu quantifizieren.

6.1 Epochenkoordinaten von Stationen

In der verwendeten VLBI-Software OCCAM entspricht die Modellierung der Beobachtungen dem heutigen Stand des Wissens (bzw. den „IERS Conventions 2003“ nach MCCARTHY und PETIT 2003). Ein Teil davon ist die Beschreibung von Effekten, die unmittelbar die Positionen der Radioteleskope auf der Erdoberfläche (bzw. in einem terrestrischen Referenzrahmen) beeinflussen (siehe Abschnitt 2.1.3). Nicht modelliert werden nur solche

Effekte, die bis heute noch nicht befriedigend zu erfassen sind oder Größenordnungen haben, die kleiner sind als die aus der Parameterschätzung zu erwartenden mittleren Fehler der Stationskoordinaten.

Werden unter Verwendung eines geeigneten, nicht deformierenden Datums jeweils pro Session Zuschläge an die Stationskoordinaten eines linearen Bewegungsmodells (z.B. der VLBI-Lösung DGFI02R02) als unbekannte Parameter geschätzt, bietet die Größe und die Signifikanz der Zuschläge Aufschluss über die Qualität der Modellierung: Die zur Parameterschätzung verwendeten funktionalen und stochastischen Modelle beschreiben die Realität umso besser bzw. realistischer, je kleiner die Zuschläge an die Stationskoordinaten bzw. je weniger signifikant sie unter Berücksichtigung ihrer, durch Fehlerfortpflanzung abgeleiteten, stochastischen Eigenschaften sind. Dabei könnte auch als Erfolg gewertet werden, wenn sich mit Hilfe des neuen stochastischen Modells bislang nicht beschriebene Systematiken in den Stationskoordinatenzeitreihen deutlicher abzeichnen würden als bisher und sich als noch nicht modellierte, tatsächliche Stationsbewegungen identifizieren ließen.

Lösungsansatz

Für jede der 2230 Sessions, die zur Berechnung der VLBI-Lösung DGFI02R02 beigetragen haben, wurde eine Schätzung mit den jeweiligen Epochenkoordinaten aller pro Session beteiligten VLBI-Stationen als Zielparameter durchgeführt (die in TESMER 2002 beschriebene Strategie zur Berechnung von DGFI01R01 ist der zur Berechnung von DGFI02R02 sehr ähnlich). Die Rotations- und Translationsfreiheitsgrade der Stationskoordinaten werden dabei durch jeweils angesetzte NNR- und NNT-Bedingungen gegenüber DGFI02R02 geeignet beseitigt. Um die innere Geometrie des Netzes nicht zu deformieren, sind systematische Rotationsanteile von ebenfalls parametrisierten Rotationswinkeln aufzufangen. Wie bereits in Abschnitt 5.4.1 ausführlich erläutert, ist ein so geschätztes Stationsnetz als Ganzes im Vergleich mit DGFI02R02 nicht verdreht und verschoben.

Ergebnisse

Um die Auswirkungen der drei verschiedenen stochastischen Modelle zu untersuchen, sind in Tabelle 6-1 die ungewichteten und gewichteten mittleren Zuschläge (RMS und WRMS) an die Stationskoordinaten in Breite, Länge und Höhe gegeben. Diese Werte wurden jeweils mit den drei zuvor erläuterten stochastischen Modellierungsansätzen berechnet. In Tabelle 6-2 sind diese Ergebnisse als Verhältnisse der Streumaße gegenüber den mit dem üblicherweise verwendeten stochastischen Modell erzeugten Streuen dargestellt (ein Wert kleiner als 100 % bedeutet, dass die Streuung verglichen mit den Ergebnissen des herkömmlichen Ansatzes geringer war).

Tabelle 6-1: Streuung von Epochenkoordinaten, geschätzt mit verschiedenen stochastischen Modellen

	RMS [cm]			WRMS [cm]		
	verfeinertes stoch. Modell	herkömmliches stoch. Modell	alle Beobachtungen gleichgenau	verfeinertes stoch. Modell	herkömmliches stoch. Modell	alle Beobachtungen gleichgenau
Breite	0.506	0.521	0.568	0.291	0.296	0.340
Länge	0.495	0.503	0.552	0.285	0.293	0.334
Höhe	1.085	1.099	1.205	0.350	0.322	0.367

Tabelle 6-2: Relative Streuung von Epochenkoordinaten, geschätzt mit verschiedenen stochastischen Modellen

	Streuung verfeinertes / herkömmliches stoch. Modell [%]		Streuung vereinfachtes / herkömmliches stoch. Modell [%]	
	RMS	WRMS	RMS	WRMS
Breite	97.11 %	98.33 %	108.90 %	114.91 %
Länge	98.48 %	97.43 %	109.72 %	114.06 %
Höhe	98.67 %	108.61 %	109.66 %	114.01 %

Das stochastische Modell, bei dem alle Beobachtungen gleich genau mit der Varianz 1.9302 cm^2 angenommen werden, ist den anderen beiden Ansätzen klar unterlegen. Dies ist eindeutig darauf zurückzuführen, dass die während des Korrelationsprozess abgeleiteten Varianzen der einzelnen Beobachtungen sehr inhomogen sind: Berechnet man von den jeweils kleinsten und größten Varianzen, sowie dem jeweiligen Median der Varianzen aller 2230 Sessions den Median, so erhält man die Werte MED(MIN) = 0.2663 cm^2, MED(MED) = 1.6432 cm^2

und MED(MAX) = 21.3558 cm^2. Vorausgesetzt, diese Varianzen beschreiben tatsächlich zumindest teilweise die stochastischen Eigenschaften der Beobachtungen (z.B. bedingt durch technische Probleme), dürfen solch große Unterschiede der Gewichte der Beobachtungen nicht vernachlässigt werden. Deshalb wird in allen folgenden Untersuchungen nur noch das üblicherweise verwendete und das verfeinerte stochastische Modell angewendet.

Tabelle 6-3 gibt die relativen RMS- und WRMS-Werte für die geschätzten Koordinaten der drei Stationen wieder, für die das verfeinerte stochastische Modell die größten Verbesserungen mit sich gebracht hat, bzw. deren Verhältnisse am kleinsten sind (die relativen RMS- und WRMS-Werte berechnen sich als $(W)RMS_{\text{verfeinertes Modell}}/(W)RMS_{\text{herkömmliches Modell}}$). Dabei wurden von den insgesamt 47 Stationen nur die 34 berücksichtigt, die während der 2230 verwendeten Sessions an mehr als 50 beteiligt waren. So sollte die Auswahl möglichst unabhängig von einzelnen „Ausreißern" gehalten werden. In Tabelle 6-4 sind die Werte für die drei Stationen mit der größten Verschlechterung der Streuungsmaße zusammengefasst. Die Rangfolge der „besten/schlechtesten" Stationen wurde durch Mittelung aller pro Station vorhandenen sechs Streuungswerte (RMS und WRMS jeweils für B, L, H) festgelegt. Die Werte für die drei an den meisten Sessions beteiligten Stationen sind in Tabelle 6-5 zu finden.

Tabelle 6-3: Drei Stationen, deren Streuungsmaße sich durch das verfeinerte Model am meisten verbessern

	HOBART26 (149 sessions) Streuung verfeinertes / herkömmliches stochastisches Modell [%]		KAUAI (306 sessions) Streuung verfeinertes / herkömmliches stochastisches Modell [%]		KASHIMA (155 sessions) Streuung verfeinertes / herkömmliches stochastisches Modell [%]	
	RMS	WRMS	RMS	WRMS	RMS	WRMS
Breite	93.44 %	96.98 %	92.98 %	91.05 %	97.17 %	96.10 %
Länge	92.58 %	92.26 %	95.66 %	95.36 %	89.92 %	90.29 %
Höhe	90.67 %	93.64 %	94.78 %	97.49 %	99.82 %	98.74 %

Tabelle 6-4: Drei Stationen, deren Streuungsmaße sich durch das verfeinerte Modell am meisten verschlechtern

	SESHAN25 (59 sessions) Streuung verfeinertes / herkömmliches stochastisches Modell [%]		MEDICINA (144 sessions) Streuung verfeinertes / herkömmliches stochastisches Modell [%]		LA-VLBA (107 sessions) Streuung verfeinertes / herkömmliches stochastisches Modell [%]	
	RMS	WRMS	RMS	WRMS	RMS	WRMS
Breite	106.71 %	107.99 %	99.73 %	100.87 %	106.58 %	103.79 %
Länge	108.22 %	107.84 %	103.34 %	105.27 %	99.93 %	102.74 %
Höhe	101.84 %	114.04 %	105.75 %	125.82 %	101.96 %	133.43 %

Tabelle 6-5: Streuungsmaße für die drei Stationen, die an den meisten Sessions beteiligt waren

	WETTZELL (1420 sessions) Streuung verfeinertes / herkömmliches stochastisches Modell [%]		GILCREEK (1165 sessions) Streuung verfeinertes / herkömmliches stochastisches Modell [%]		WESTFORD (1065 sessions) Streuung verfeinertes / herkömmliches stochastisches Modell [%]	
	RMS	WRMS	RMS	WRMS	RMS	WRMS
Breite	95.46 %	98.72 %	99.38 %	101.64 %	99.47 %	99.72 %
Länge	96.53 %	97.99 %	99.10 %	97.92 %	97.56 %	101.10 %
Höhe	96.27 %	107.21 %	99.63 %	103.17 %	99.19 %	100.92 %

Betrachtet man die Streuungsmaße der 47 Stationen (inklusive der 13 Stationen, die an weniger als 50 Sessions beteiligt waren) im Einzelnen, verbesserten sich die RMS-Werte von 35 in der Breiten-, 29 in der Längen- und 27 in der Höhenkomponente durch Verwenden des verfeinerten stochastischen Modells. Die WRMS-Werte wurden dadurch für 24, 28 und 22 Stationen kleiner. Einige Male tritt deshalb der Fall auf, dass die RMS-Werte sich verbessern, die WRMS-Werte vor allem der Höhenkomponente, aber schlechter werden (z.B. PIETOWN mit RMS für B/L/H 98.24 %, 98.81 %, 87.99 % und WRMS für B/L/H 102.26 %, 96.58 %, 124.57 %). Für einzelne Stationen kommt aber auch der entgegengesetzte Fall vor (z.B. DSS65 mit RMS für B/L/H 96.28 %, 112.21 %, 102.07 % und WRMS für B/L/H 93.34 %, 99.83 %, 94.64 %).

Die Ergebnisse in Tabelle 6-1 und Tabelle 6-2 zeigen sehr deutlich, dass die Annahme, alle VLBI-Beobachtungen seien gleich genau, nicht ausreichend ist. Die im Rahmen des Korrelationsprozess abgeleiteten Varianzen besitzen zwar einzelne Defizite, grobe Fehleinschätzungen der Varianzen der Beobachtungen (z.B. wegen technischer Probleme bei deren Gewinnung) können damit aber vermieden werden.

Mit den in dieser Arbeit erreichten Verfeinerungen des üblicherweise bei der VLBI-Auswertung verwendeten stochastischen Modells können deutliche Fortschritte in der Modellierung von VLBI-Beobachtungen gemacht werden (Tabelle 6-1 und Tabelle 6-2). Es weisen aber nicht alle in diesem Abschnitt dargestellten Werte eindeutig in diese Richtung: Zwar verbessern sich die Streuungsmaße sehr klar, bei denen die mittleren Fehler der geschätzten Varianzen aus der Parameterschätzung nicht berücksichtigt werden (RMS). Bemerkenswert ist aber, dass sich die WRMS-Werte, bei denen die mittleren Fehler der geschätzten Parameter berücksichtigt werden, nicht ebenso eindeutig verbessern. Insbesondere die mittleren Fehler der geschätzten Höhenkomponenten werden durch das verfeinerte stochastische Modell sogar oft weniger realistisch (kleiner).

Zieht man die einleitenden Überlegungen des Kapitels 6 zu den indirekten Auswirkungen der Verfeinerung des stochastischen Modells auf die Parameterschätzung in Betracht, kommen alle drei dort genannten indirekten Auswirkungen als Grund für zu optimistische mittlere Fehler der Höhenkomponenten in Frage:

- Das Hinzunehmen von Beobachtungen unter niedriger Elevation (< 8°) kann sich auf die Trennbarkeit von Zenit-Delay und Höhenkomponente positiv auswirken, wodurch sich insbesondere die mittleren Fehler der beiden Parameter verbessern werden (z.B. kann bereits eine einzelne Beobachtung unter sehr niedriger Elevation die durch Fehlerfortpflanzung abgeleiteten, stochastischen Eigenschaften einer geschätzten Rate der stückweise stetigen Funktion des troposphärischen Zenit-Delays positiv beeinflussen. Ob dadurch der Schätzwert aber tatsächlich realistischer wird, ist so nicht kontrolliert).
- Werden bedingt durch das verfeinerte stochastische Modell andere bzw. mehr Beobachtungen als Ausreißer deklariert, kann sich das ungünstig auf eine realistische Schätzung des Varianzniveau $\hat{\sigma}_0^2$ aller Beobachtungen und somit auch der geschätzten Parameter auswirken.
- Durch eine direkte Veränderung des Einflusses der Pseudobeobachtungen (z.B. der troposphärischen Parameter), können sich die stochastischen Eigenschaften der geschätzten Parameter ähnlich wie durch zusätzliche Beobachtungen unter sehr niedriger Elevation unrealistisch optimistisch verhalten.

Obwohl diese drei möglichen Einflüsse bekannt sind, können sie nicht ohne weitere große Anstrengungen kontrollierbar gemacht werden. Zusätzlich sind sie zum Teil stark von einander abhängig und es ist nicht möglich sie zu umgehen. Dies muss Thema weiterer Arbeiten sein.

Vergleichbare Tests, bei denen zur Parameterschätzung getrennt voneinander geschätzte elevations- bzw. stationsabhängige Komponenten angewendet wurden (z.B. in Abschnitt 5.3 durch Abbildung 5-8 illustriert), waren deutlich nicht so erfolgreich wie das Verwenden des gesamten verfeinerten Modells entsprechend Abschnitt 5.6. Dies bestätigt klar die unter 5.3 erläuterten Abhängigkeiten zwischen den entsprechenden Komponenten.

6.2 Aus unabhängigen, simultan beobachtenden Netzen bestimmte EOP

Die Orientierung der Erde im Raum bzw. die des terrestrischen Referenzsystems gegenüber dem zälestischen Referenzsystem wird in der Regel mit Hilfe der zeitabhängigen Erdorientierungsparameter (EOP) $\Delta\psi$, $\Delta\varepsilon$, x_P, y_P und $\Delta UT1$ beschrieben (Genaueres dazu in Abschnitt 2.1.2). Sollen diese Orientierungswinkel von geodätischen Messungen abgeleitet werden, realisiert sich das terrestrische und das zälestische Referenzsystem durch diskrete Punkte auf der Erdoberfläche bzw. im quasi-inertialen Raum. Den Punkten sind dafür Koordinaten im jeweiligen Referenzrahmen zuzuordnen. Werden die Erdorientierungsparameter z.B. als unbekannte Parameter einer Schätzung aus VLBI-Beobachtungen abgeleitet, stehen dafür meist nur wenige Stationen zur Verfügung (siehe dazu Abschnitt 5.1), die sich fast alle auf der nördlichen Hemisphäre befinden. Eine ungünstige geometrische Verteilung der beteiligten Teleskope sollte sich aber durch Fehlerfortpflanzung auf die stochastischen Eigenschaften der geschätzten EOP auswirken und so eine realistische Beurteilung der EOP erlauben.

Können Erdorientierungsparameter jeweils von den Beobachtungen zweier unabhängiger, simultan beobachtender VLBI-Netze abgeleitet werden, sind Rückschlüsse über die Qualität der zur Parameterschätzung angewendeten Modellierung möglich: Die dabei verwendeten funktionalen und stochastischen Modelle beschreiben die Realität umso besser bzw. realistischer, je kleiner die Unterschiede der jeweils geschätzten Winkel sind bzw. je weniger signifikant sie unter Berücksichtigung ihrer stochastischen Eigenschaften voneinander abweichen (Voraussetzung dafür ist, dass konsistente Referenzrahmen verwendet werden).

Solche Untersuchungen wurden bereits häufiger anhand der zwischen 1997 und Mitte 2000 simultan beobachtenden NEOS-A und CORE-A Sessions durchgeführt (z.B. MACMILLAN et al. 1999 oder TESMER und SCHUH 2000). Ursprünglich sollte mit diesen Sessions überprüft werden, ob sich die Konfiguration von VLBI-Netzen systematisch auf geschätzte Erdrotationsparameter auswirkt.

Lösungsansatz

Teil des am DGFI vorliegenden VLBI-Beobachtungsmaterial sind 67 Paare von Sessions, bei denen jeweils voneinander unabhängige NEOS-A und CORE-A Netze so beobachteten, dass die Start- und Endzeitpunkte der parallelen 24-h Sessions maximal 15 Minuten auseinander liegen. Durch diese strikte Vorgabe ist gewährleistet, dass mit den Beobachtungen beider Sessions getrennt voneinander geschätzte EOP im Idealfall tatsächlich dieselben mittleren Rotationswinkel zwischen den Referenzrahmen repräsentieren. Zur Interpretation der Unterschiede der aus den simultanen Sessions bestimmten EOP werden in dieser Arbeit nur die Schätzwerte und ihre Varianzen betrachtet, Kovarianzen werden vernachlässigt. Um große Korrelationen, vor allem zwischen den Parametern x_P, y_P und $\Delta UT1$ soweit wie möglich zu vermeiden, wurden deshalb nur solche Sessions verwendet, in denen mehr als drei Teleskope beobachteten und deren Netze sich mindestens über zwei Kontinente erstrecken, also globalen Charakter besitzen. Die Stationskoordinaten der Teleskope wurden dazu auf die zur Beobachtungsepoche gültigen Werte der Lösung DGFI02R02 fixiert, die Quellenkoordinaten auf die des zälestischen Referenzrahmens ICRF-Ext1.

Ergebnisse

Es wurden pro Session jeweils zwei Lösungen berechnet, eine mit dem üblicherweise verwendeten und eine mit dem verfeinerten stochastischen VLBI-Modell. Die WRMS- und RMS-Werte der Unterschiede der EOP, die mit den simultan beobachtenden Netzen bestimmt wurden, sind in Tabelle 6-6 zusammen mit den sich durch Verwendung des verfeinerten stochastischen Modells ergebenden, prozentualen Verbesserungen der Streuungswerte zu finden. In Abbildung 6-1 sind exemplarisch die Unterschiede für y_P zusammen mit den mittleren Fehlern der Differenzen dargestellt. Die mit dem verfeinerten stochastischen Modell bestimmten Differenzen wurden mit dem Symbol „o“ markiert, wohingegen „*“ die Differenzen kennzeichnet, die von den Schätzungen mit dem herkömmlichen Ansatz abgeleitet wurden.

Tabelle 6-6: Ungewichtete und gewichtete mittlere EOP-Differenzen simultaner VLBI-Sessions

	RMS			WRMS		
	verfeinertes stoch. Modell	herkömmliches stoch. Modell	verfeinertes / herkömmliches stoch. Modell [%]	verfeinertes stoch. Modell	herkömmliches stoch. Modell	verfeinertes / herkömmliches stoch. Modell [%]
x_P [µas]	230.29	232.51	99.02 %	207.92	210.28	98.88 %
y_P [µas]	194.61	197.87	98.35 %	183.94	187.06	98.33 %
$\Delta UT1$ [µs]	10.050	10.232	98.22 %	9.584	9.731	98.49 %
$\Delta\psi$ [µas]	381.25	410.47	92.88 %	347.39	364.95	95.19 %
$\Delta\varepsilon$ [µas]	143.15	140.71	101.73 %	130.91	131.29	99.71 %

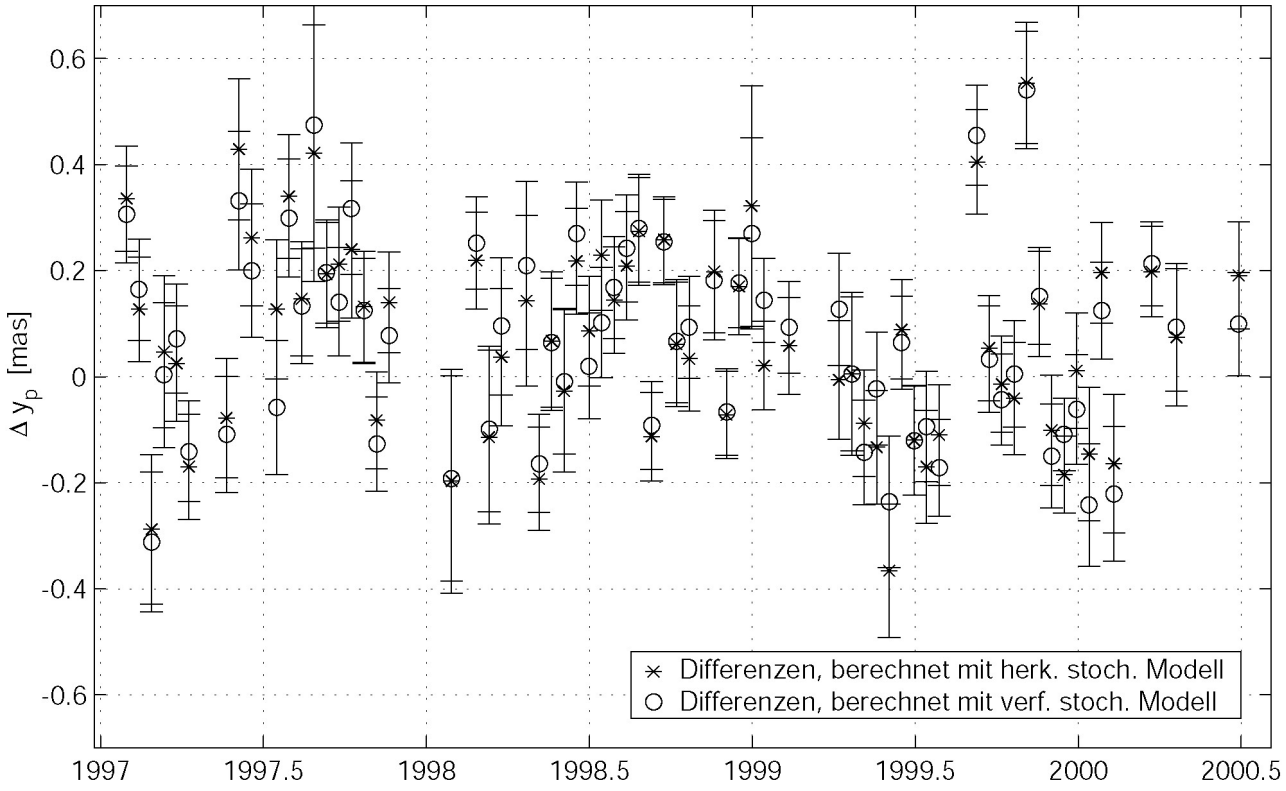

Abbildung 6-1: Mit zwei stochastischen Modellen geschätzte y_P-Unterschiede simultaner Sessions

Wie bereits bei der Schätzung der Epochenkoordinaten von Teleskopen im vorhergehenden Abschnitt, zeichnet sich auch hier eine kleine, aber scheinbar stabile Verbesserung der Schätzungen ab. Die Erdrotationsparameter sind hauptsächlich von den Lagekomponenten der Stationen abhängig und nicht von den Höhenkomponenten. Deshalb wird hier anders als im vorangegangenen Abschnitt auch der WRMS eindeutig durch Verwenden des verfeinerten Modells besser. Kritisch ist die geringe Anzahl der Datenpunkte zu betrachten: Bei nur 67 Sessions können bereits wenige „Problemfälle“ deutliche Auswirkungen auf mittlere Streuungsmaße wie RMS- oder WRMS-Werte haben. Für die beiden maximalen Veränderungen der Streuungsmaße der Schätzungen der Nutationswinkel konnte keine befriedigende Erklärung gefunden werden.

7. Zusammenfassung und Diskussion

Die drei zentralen Aufgabenstellungen dieser Arbeit wurden in Kapitel 1, der Einleitung vorgegeben: Zunächst sollten Defizite des stochastischen Modells der Beobachtungen, das üblicherweise bei der VLBI-Auswertung benutzt wird (bzw. Defizite des funktionalen Modells, die im stochastischen Modell formuliert werden können) qualitativ beschrieben werden. Anschließend waren die Defizite mit einer MINQUE in Form geschätzter Varianz- und Kovarianzkomponenten (siehe dazu Abschnitt 3.3) so zu quantifizieren, dass damit das stochastische Modell möglichst repräsentativ für alle VLBI-Beobachtungen verfeinert werden kann. Der Erfolg dieser Verfeinerungen des stochastischen VLBI-Modells sollte schließlich bei der VLBI-Parameterschätzung nachgewiesen bzw. kontrolliert werden. Alle Aufgaben wurden erfolgreich durchgeführt (siehe Kapitel 4, 5 und 6).

Die wichtigsten Ergebnisse lassen sich wie folgt zusammenfassen:

- Der in Abschnitt 3.4 beschriebene Algorithmus, bei dem ähnlich dem Akkumulieren von Normalgleichungen Informationen einzelner VLBI-Sessions zunächst getrennt voneinander gesammelt werden können, um in einem zweiten Schritt zu einer gemeinsamen Schätzung beizutragen, hat sich eindeutig bewährt.

- Verfeinerungen des üblicherweise bei der VLBI-Auswertung verwendeten stochastischen Modells weisen in der Regel keine ausgeprägten Zeitabhängigkeiten auf. Ausnahmen sind meist Komponenten, die nur durch wenige Beobachtungen bestimmt wurden. Sie können eindeutig als nicht repräsentativ eingeschätzt werden.

- Mit einer MINQUE geschätzte Komponenten besitzen verschiedene Abhängigkeiten untereinander, weshalb sich Fehlinterpretationen geschätzter stochastischer Eigenschaften von VLBI-Beobachtungen nur vermeiden lassen, wenn sie in einer gemeinsamen Lösung bestimmt werden.

- Werden die gewöhnlich bei der VLBI-Parameterschätzung benutzten Parametrisierungsansätze verwendet, lassen sich keine Korrelationen zwischen Beobachtungen nachweisen, von denen ein signifikanter Einfluss auf die geschätzten Parameter zu erwarten ist. Durch geeignete, starke Manipulationen der Parametrisierung lassen sich aber deutliche Korrelationen zwischen Beobachtungen erzeugen. Damit wird bestätigt, dass stochastische (bzw. quasi-stochastische) Eigenschaften der Beobachtungen im Rahmen einer Parameterschätzung abhängig vom verwendeten funktionalen Modell bzw. der Parametrisierung sind. Geschätzte Varianzkomponenten erwiesen sich aber als stabil, solange nur die normalerweise zur Bestimmung der VLBI-Zielparameter benutzten Parametrisierungsansätze gebraucht werden.

- Das üblicherweise bei der VLBI-Parameterschätzung verwendete stochastische Modell besitzt bereits eindeutig stations- und zum Teil auch elevationsabhängige Varianzanteile. Trotzdem wurden die größten Defizite bei den elevationsabhängigen Varianzanteilen festgestellt.

- Für die Klassifizierung der Quellen des ICRF in drei Gruppen oder nach FEISSEL-VERNIER (2003) in vier Gruppen dienten größtenteils Kriterien, mit denen die Stabilität der Positionen von Quellen im quasi-inertialen Raum beschrieben werden sollten. Diese Klassifizierungen lassen sich durch eine Schätzung von Varianzkomponenten entsprechender Beobachtungen nicht eindeutig bestätigen. Entweder sind durch scheinbare Instabilitäten der Quellen bedingte „Restfehler“ des normalerweise formulierten funktionalen Modells nicht durch stochastische Eigenschaften der Beobachtungen zu erfassen, oder die Klassifizierungen differenzieren zu wenig.

Mit den in Abschnitt 5.6 erläuterten Verfeinerungen des üblicherweise bei der VLBI-Auswertung verwendeten stochastischen Modells der Beobachtungen können unabhängig von den geschätzten Zielparametern eindeutig Fortschritte in der Modellierung von VLBI-Beobachtungen gemacht werden: Die Streuungsmaße von Stationspositionen, die pro Session abweichend von einem linearen Bewegungsmodell geschätzt werden, verkleinern sich durch Verwenden des verfeinerten stochastischen Modells. Auch die Unterschiede zwischen Erdrotationsparametern, die von den Beobachtungen zweier unabhängiger, simultan beobachtender VLBI-Netze abgeleitet wurden, werden geringer. Verbesserungen von mehr als 5 % kommen öfter vor, im Mittel werden entsprechende Kriterien aber nur um ca. 2 % kleiner. Die Veränderungen können sich in einzelnen Fällen auch negativ auswirken.

Fortschritte bei der Modellierung von VLBI-Beobachtungen äußern sich aber nur selten durch Verbesserungen bei der Parameterschätzung, die deutlich größer als die hier erreichten sind. Immer verschlechtern sich auch Teilkriterien wie z.B. die Wiederholbarkeit der Positionen einzelner Stationen (z.B. in HERRING 1992, MACMILLAN und GIPSON 1994 oder HAAS 1996, S. 70ff). Das Potential der Verfeinerung des stochastischen Modells bei der VLBI-Auswertung ist aber noch nicht erschöpfend ausgereizt. Von einigen weiterführenden Untersuchungen, die in dieser Arbeit nicht mehr durchgeführt werden konnten, werden weitere Fortschritte erwartet:

Vereinzelt müssen in dieser Arbeit geschätzte Komponenten als nicht repräsentativ eingeschätzt werden, da sie nur durch wenige Beobachtungen bestimmt wurden. Solche Schätzungen könnten leicht durch Verwenden aller 2230 Sessions stabilisiert werden. Da bei einigen der 106 bislang zur Komponentenschätzungen nicht benutzten Sessions beinahe 10000 Beobachtungen durchgeführt wurden, wären dafür aber viele Wochen Rechenzeit bzw. umfangreichere Optimierungen der entsprechenden Algorithmen notwendig.

Weitere Verbesserungen wären auch durch eine stärkere Differenzierung der stochastischen Eigenschaften, vor allem der Elevationsabhängigkeit, z.B. nach saisonalen oder stationsabhängigen Anteilen denkbar. Möglicherweise weisen die elevationsabhängigen Komponenten auch Anteile auf, die abhängig von der geografischen Breite der beobachtenden Teleskope sind. Weil damit aber stets zusätzlicher Rechenaufwand verbunden wäre, sind nicht beliebige weitere Unterscheidungen möglich. Außerdem müsste darauf geachtet werden, dass die entsprechenden Komponenten durch genügend Beobachtungen repräsentiert sind. Denkbar ist ebenfalls eine Schätzung quellenabhängiger Varianzkomponenten, bei der die Varianzen der Beobachtungen jeder einzelnen Quelle (~700) durch eine eigene Komponente verfeinert würden. Dies wäre allerdings nur mit verkürzten Schätzverfahren möglich, die vielen Einschränkungen ausgesetzt sind.

Fortschritte könnten auch gemacht werden, wenn sich die indirekten Auswirkungen der Verfeinerung des stochastischen Modells auf die Parameterschätzung besser kontrollieren bzw. bewusst steuern ließen: Möglicherweise müsste der große Einfluss von Beobachtungen unter sehr niedrigen Elevationen durch Herausnehmen solcher Beobachtungen vermieden werden, da nicht klar ist, ob entsprechende Modellierungsdefizite tatsächlich stochastischen bzw. quasi-stochastischen Charakter haben. Auch das sich durch die Verfeinerungen verändernde Verhalten von Ausreißertests und die veränderte Wirkung der Pseudobeobachtungen zur Stabilisierung der (Hilfs-)Parameter sind weitgehend ungeklärt. Unter Umständen müsste für sie eine erneute heuristische Anpassung erfolgen. Darüber hinaus ist davon auszugehen, dass die Formulierung des Ansatzes zur Schätzung der Komponenten an sich z.B. durch geschicktes Arbeiten mit geeigneten Restriktionen verbessert werden könnte.

8. Literaturverzeichnis

ALTAMIMI, Z.: ITRF2000: A new Release of the International Terrestrial Reference Frame for Earth Science Applications, J. of Geoph. Res., Vol. 107, B10, 2214, 10.1029/2001JB000561, 2002

ANDERSEN, J. (ed): Resolution B2 'On the International Celestial Reference System (ICRS)'. Transactions of the Int. Astronomical Union, Vol. XXIII B, Kluwer, Dordrecht, Boston, London, 39, 1999

ANGERMANN, D.: Combination of Space Geodetic Observations. In: Drewes, H., W. Bosch, H. Hornik (eds): CSTG Bulletin 17, 42-50, Munich, 2002

ANGERMANN, D., B. MEISEL, M. KRÜGEL, H. MÜLLER, V. TESMER: Analysis of VLBI, SLR, GPS and DORIS Site Position Time Series. In preparation for IUGG general assembly 2003 proceedings, 2003

ARGUS, D., R. GORDON: No-Net-Rotation Model of Current Plate Velocities Incorporating Plate Motion Model NUVEL-1. Geoph. Res. Letters 18, 2039-2042, 1991

ARIAS, E., P. CHARLOT, M. FEISSEL, J.-F. LESTRADE: The Extragalactic Reference System of the International Earth Rotation Service, ICRS. Astron. Astrophys., 303, 604-608, 1995

BAKER, T., D. CURTIS, A. DODSON: Ocean Tide Loading and GPS. GPS World, 6(3), 54-59, 1995

BEVIS, M., S. BUSINGER, S. CHISWELL, T. HERRING, R. ANTHES, C. ROCKEN, R. WARE: GPS Meteorology: Mapping Zenith Wet Delays onto Precipitable Water. J. of Applied Meteorology, 33, 379-386, 1994

BÖHM, J., E. MESSERER, H. SCHUH: Comparison of Tropospheric Parameters Submitted to the 2nd IVS Analysis Pilot Project. In:Vandenberg, N., K. Baver (eds): IVS 2002 General Meeting Proc., NASA/CP-2002-210002, 340-344, 2002

BÖHM, J., H. SCHUH: Spherical Harmonics as a Supplement to Global Tropospheric Mapping Functions and Horizontal Gradients. In: Behrend, D., A. Rius (eds): Proc. of the 15th Working Meeting on European VLBI for Geodesy and Astrometry, Institut d'Estudis Espacials de Catalunya, Consejo Superior de Investigaciones Cientificas, Barcelona, Spain, 143-148, 2002

BÖHM, J., H. SCHUH, H. SCHMITZ-HÜBSCH, V. TESMER: Determination of Tropospheric Parameters by VLBI as a Contribution to Climatological Studies. Österreichische Zeitschrift für Vermessung & Geoinformation 1/2003, Sonderheft zur XXIII. General Assembly of IUGG, 2003

BOUCHER, C., Z. ALTAMIMI, P. SILLARD (eds): The 1997 International Terrestrial Reference Frame (ITRF97). IERS Technical Note 27, Paris, 1999

BRUNNER, F., M. GU: An Improved Model for the Dual Frequency Ionospheric Correction of GPS Observations. Manuscripta Geodaetica, 16, 205-214, 1991

CAMPBELL, J., A. NOTHNAGEL, H. SCHUH: Die Radiointerferometrie auf langen Basislinien (VLBI) als geodätisches Messverfahren höchster Genauigkeit. Allgemeine Vermessungsnachrichten, 1992/11-12, 484-502, 1992

CAMPBELL, J., N. VANDENBERG: Very Long Baseline Interferometry (VLBI) – Subcommission Report. In: Beutler, G., H. Drewes, H. Hornik: Progress Report 1998. IAG, CSTG-Bulletin No. 15, 16-30, 1999

CAMPBELL, J.: From Quasars to Benchmarks: VLBI Links Heaven and Earth. In: Vandenberg, N., K. Baver (eds): IVS 2000 General Meeting Proc., NASA/CP-2000-209893, 20-34, 2000.

CAPITAINE, N.: The Essential Contribution of VLBI to Fundamental Astronomy. In: Vandenberg, N., K. Baver (eds): IVS 2002 General Meeting Proc., NASA/CP-2002-210002, 14-23, 2002

CAPITAINE, N., D. GAMBIS, D. MCCARTHY, G. PETIT, J. RAY, B. RICHTER, M. ROTHACHER, M. STANDISH, J. VONDRAK (eds): Proc. of the IERS Workshop on the Implementation of the New IAU Resolutions. IERS Technical Note 29, Frankfurt am Main, http://www.iers.org/iers/publications/tn/tn29/tn29.html, 2002

CHARLOT, P.: Modeling Radio Source Structure for Improved VLBI Data Analysis. In: Vandenberg, N., K. Baver (eds): IVS 2002 General Meeting Proc., NASA/CP-2002-210002, 233-242, 2002

CHASE, C.: Plate Kinematics, the Americas, East Africa, and the Rest of the World. Earth and Planetary Sci. Lett., 37, 355-368, 1978

CHEN, G., T. HERRING: Effects of Atmospheric Azimuthal Asymmetry on the Analysis of Space Geodetic Data. J. of Geoph. Res., 102, B9, 20489-20502, 1997

CLARK, P., A. MIX: Ice Sheets and Sea Level of the Last Glacial Maximum. Quaternary Science Reviews 21, 1-7, 2002

CLARK, T., A. ROGERS: Mark III Data Acquisition Terminal. Memorandum, Crustal Dynamics Project, NASA Goddard Space Flight Center, Greenbelt, 1982

CLARK, T., B. COREY, J. DAVIS, G. ELGERED AND 17 OTHERS: Precision Geodesy Using the MARK-III Very-Long-Interferometer System. IEEE Transact. on Geoscience and Remote Sensing, Vol. GE-23, No. 4, 439-449, 1985

COLLINS, J., R. LANGLEY: Possible Weighting Schemes for GPS Carrier Phase Observations in the Presence of Multipath. Contract Report for the United States Army

Corps of Engineers Topographic Engineering Center, No. DAAH04-96-C-0086 / TCN 98151, 1999

CRANE, R.: Refraction Effects in the Neutral Atmosphere. In: M. Meeks (ed): Methods of Experimental Physics, 12B, Academic Press, New York, 186-200, 1976

DAVIS, J., T. HERRING, I. SHAPIRO, A. ROGERS, G. ELGERED: Geodesy by Radio Interferometry: Effects of Atmospheric Modelling Errors on Estimates of Baseline Length. Radio Science, 20, 1593-1607, 1985

DAVIS, J., G. ELGERED, A. NIELL, C. KUEHN: Ground-based Measurement of Gradients in the "Wet" Radio Refractivity of Air. Radio Science, 28, 1003-1018, 1993

DEHANT, V.: Earth Tides and Nutations, Lecture at the Winter Seminar on Geodynamics - Rotation Earth, Sopron, Ungarn, 1987

DEMETS, C., R. GORDON, D. ARGUS, S. STEIN: Current Plate Motions. Geoph. J. Int. 101, 425-478, 1990

DEMETS, C., R. GORDON, D. ARGUS, S. STEIN: Effect of Recent Revisions to the Geomagnetic Reversal Time Scale Estimates of Current Plate Motions. Geoph. Res. Letters 21, 2191-2194, 1994

DILL, R.: Der Einfluss von Sekundäreffekten auf die Rotation der Erde. Verlag der Bayerischen Akademie der Wissenschaften, Reihe C, München, 2002

DREWES, H.: Combination of VLBI, SLR and GPS Determined Station Velocities for Actual Plate Kinematics and Crustal Deformation Models. In: M. Feissel (ed): Geodynamics, IAG Symposia, Springer, 1998

DREWES, H.: The Role of VLBI within CSTG. In: Vandenberg, N., K. Baver (eds): IVS 2000 General Meeting Proc., NASA/CP-2000-209893, 35-41, 2000

DREWES, H.: Die Entwicklung der geometrischen Referenzsysteme in der Geodäsie. Festschrift 50 Jahre DGK „am Puls von Raum und Zeit", München, 2002

DREWES, H., G. BEUTLER, R. RUMMEL: Challenges for VLBI within an Integrated Global Geodetic Observing System. In: Vandenberg, N., K. Baver (eds): IVS 2002 General Meeting Proc., NASA/CP-2002-210002, 24-32, 2002

ELGERED, G., T. CARLSSON: Temperature Stability of the Onsala 20-m Antenna and its Impact on Geodetic VLBI. In: Lanotte, R., G. Bianco (eds): Proc. of the 10th Working Meeting on European VLBI for Geodesy and Astrometry, Matera, 69-78, 1995

ELGERED, G., R. HAAS: VLBI in the service of geodesy 1968-2000: An Onsala Perspective. In: Conway, J., A. Polatidis, R. Booth, Y. Pihlström (eds): Proc. of the 5th European VLBI Network Symposium, Chalmers University of Technology, Onsala Space Observatory, 209-216, 2000

ELGERED, G., D. BEHREND, R. HAAS, H. BOUMA: Atmospheric Effects on the VLBI Results. In: Campbell, J., R. Haas, A. Nothnagel (eds): Measurement of Vertical Crustal Motion in Europe by VLBI, TMR Network FMRX-CT96-0071 Scientific Report 1996-2001, European Commission, 2002

EUBANKS, T. (ed): Proc. of the U.S. Naval Observatory Workshop on Relativistic Models for Use in Space Geodesy. U.S. Naval Observatory, Washington D.C., 1991

FARRELL, W.: Deformation of the Earth by Surface Loads. Rev. Geophys. Space Phys., 10, 761-797, 1972

FEISSEL-VERNIER, M.: Selecting Stable Extragalactic Compact Radio Sources from the Permanent Astrogeodetic VLBI Program. Astronomy & Astrophysics manuscript no. MS3523, accepted and to be published, 2003

FÖRSTNER, W.: Ein Verfahren zur Schätzung von Varianz- und Kovarianzkomponenten. Allgemeine Vermessungs-Nachrichten, 11-12/1979, 446-453, 1979

FUNCKE, G.: Verfahren zur Parameterelimination im Gauß-Markoff-Modell und deren Einfluss auf ausgeglichene Beobachtungen. Allgemeine Vermessungs-Nachrichten, 3/1982, 112-122, 1982

GIPSON, J.: Very Long Baseline Interferometry Determination of Neglected Tidal Terms in High-frequency Earth Orientation Variation. J. of Geoph. Res., Vol. 101, B12, 28051-28064, 1996

GORDON, R.: Present Plate Motions and Plate Boundaries. Global Earth Physics - A Handbook of Physical Constants. AGU Reference Shelf 1, 66-87, 1995

GRAFAREND, E.: Schätzung von Varianz und Kovarianz der Beobachtungen in geodätischen Ausgleichungsmodellen. Allgemeine Vermessungs-Nachrichten, 2/1978, 41-49, 1978

GRAFAREND, E., A. D'HONE: Gewichtsschätzung in geodätischen Netzen. DGK Reihe A, Heft 88, Verlag der Bayerischen Akademie der Wissenschaften, München, 1978

GUEGUEN, E., H.-G. SCHERNECK: Geophysical Interpretation – Part 2: Central and Southern Europe. In: Campbell, J., R. Haas, A. Nothnagel (eds): Measurement of Vertical Crustal Motion in Europe by VLBI, TMR Network FMRX-CT96-0071 Scientific Report 1996-2001, European Commission, 2002

HAAS, R.: Untersuchungen zu Erddeformationsmodellen für die Auswertung von geodätischen VLBI-Messungen. Verlag des Instituts für Angewandte Geodäsie, Reihe C, 466, Frankfurt am Main, 1996

HAAS, R., H. SCHUH: Determination of Frequency Dependent Love and Shida Numbers from VLBI data. Geoph. Res. Letters, Vol. 23, No. 12, 1509-1512, 1996

HAAS, R., H.-G. SCHERNECK, H. SCHUH: Atmospheric Loading Corrections in Geodetic VLBI and Determination of Atmospheric Loading Coefficients. In: Pettersen, B. (ed): Proc. of the 12th Working Meeting on European VLBI for Geodesy and Astrometry, Hønefoss, Norway, 122-132, 1997a

HAAS, R., H. SCHUH, J. WÜNSCH: Determination of Tidal Parameters from VLBI Data. Bulletin D'Information Marées Terrestres, 127, 9778-9786, 1997b

HAAS, R., H. SCHUH: Ocean Loading Observed by Geodetic VLBI. In: Ducarne, B., P. Pâquet (eds): Proc. of the 13th Int. Symposium on Earth Tides, Série Géophysique, Observatoire Royal de Belgique, Bruxelles, 111-120, 1998

HAAS, R., H.-G. SCHERNECK: The Effect of Ocean Tide Loading on the Determination of Earth Rotation Parameters. In: Schlüter W., H. Hase (eds): Proc. of the 13th Working Meeting on European VLBI for Geodesy and Astrometry, Viechtach, 178-185, 1999

HAAS, R., A. NOTHNAGEL, H. SCHUH, O. TITOV: Explanatory Supplement to the Section "Antenna Deformation" of the IERS Conventions (1996). In: Schuh, H. (ed): Explanatory Supplement to the IERS Conventions (1996), Chapters 6 and 7, Deutsches Geodätisches Forschungsinstitut Report 71, http://www.dgfi.badw.de/dgfi/DOC/report71.pdf, 26-29, 1999

HASE, H.: Theorie und Praxis globaler Bezugssysteme. Dissertation, Mitteilungen des Bundesamtes für Kartographie und Geodäsie, 13, Frankfurt am Main, 1999

HECK, B.: Rechenverfahren und Auswertemodelle der Landesvermessung. Wichmann Verlag, 1995

HELMERT, F.: Die Ausgleichungsrechnung nach der Methode der kleinsten Quadrate. Teubner Verlag Leipzig, 1872

HERRING, T.: Precision and Accuracy of Intercontinental Distance Determinations Using Radio Interferometry. Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, Scientific Report No. 1, AFGL-TR-84-0182, 1983

HERRING, T.: Modeling Atmospheric Delays in the Analysis of Space Geodetic Data. Refraction of Transatmospheric Signals in Geodesy. DeMunck & Spoelstra (eds): Netherlands Geodetic Commission, Publications on Geodesy, 36, 157-164, 1992

HERRING, T.: Earth Rotation Applications. In: Vandenberg, N., K. Baver (eds), IVS 2000 General Meeting Proc., NASA/CP-2000-209893, 62-68, 2000

HERRING, T.: Stability of Global Geodetic Results. Spring 2002 EGS meeting G06-IM04 A-002 presentation, http://bowie.mit.edu/~tah/Herr_egs02.pdf, 2002

HERRING, T., P. MATHEWS, B. BUFFET: Modelling of Nutation-Precession: Very Long Baseline Interferometry Results. J. of Geoph. Res., 107, B4, ETG 4.1–ETG 4.13, 2002

HOBIGER, T., J. BÖHM, H. SCHUH: Determination of Ionospheric Parameters by Geodetic VLBI. In: Vandenberg, N., K. Baver (eds): IVS 2002 General Meeting Proc., NASA/CP-2002-210002, 345-349, 2002

HÖPFNER, J.: Parameter Variability of the Observed Chandler and Annual Wobbles. Zeitschrift für Vermessungswesen, 2002/6, 397-408, 2002

HOSKIN, M. (ed): The Cambridge Illustrated History of Astronomy. Cambridge University Press, Cambridge, New York, Oakleigh, 1997

HOWIND, J., H. KUTTERER, B. HECK: Impact of Temporal Correlations on GPS-derived Relative Point Positions. J. of Geodesy, 73, 246-258, 1999

HUGENTOBLER, U., S. SCHAER, P. FRIDEZ: Bernese GPS Software Version 4.2. Press University of Berne, Astronomical Institute, University of Berne, 2001

IHDE, J., A. NOTHANGEL, A. REINHOLD, G. SOLTAU, V. THORANDT: Der Beitrag der VLBI zum Internationalen Erdrotationsdienst – eine wichtige Voraussetzung für die Realisierung globaler Bezugssysteme. In: Schneider, M. (ed): 3. DFG-Rundgespräch zum Thema Bezugsysteme, Mitteilungen des Bundesamtes für Kartographie und Geodäsie, Band 5, Frankfurt am Main, 134-139, 1999

KANIUTH, K., H. MÜLLER, W. SEEMÜLLER: Displacement of the Space Geodetic Observatory Arequipa due to Recent Earthquakes. Zeitschrift für Vermessungswesen, 2002/4, 238-244, 2002

KIM, D., R. LANGLEY: Estimation of the Stochastic Model for Longbaseline Kinematic GPS Applications. In: Proc. of the Institute of Navigation (ION) 2001 National Technical Meeting, Long Beach, CA, USA, 586-595, 2001

KOCH, K.-R.: Parameterschätzung und Hypothesentests. Dümmlers Verlag, Bonn, 1997

KOVALEVSKI, J.: Celestial Reference Systems – An Overview. In: Johnson, K., D. McCarthy, B. Luzum, G. Kaplan (eds): Towards Models and Constants for Submicroarcsecond Astrometry. Proc. of IAU Colloquium 180, 3-9, 2000

LAMBECK, K.: Geophysical Geodesy. Claredon Press, Oxford, 1988

LOHMAR, F.: Zur Berechnung ionosphärischer Refraktionskorrekturen für VLBI-Beobachtungen aus simultanen Dopplermessungen nach Satelliten. Mitteilungen aus den Geodätischen Instituten der Rheinischen Friedrich-Wilhelms-Universität Bonn, Nr. 67, 1985

MA, C., J. RYAN, D. CAPRETTE: Crustal Dynamics Project Data Analysis – 1988. VLBI Geodetic Results 1979-1987. NASA Technical Memorandum 100723, Greenbelt, 1989

MA, C., M. FEISSEL (eds): Definition and Realisation of the International Celestial Reference System by Astrometry of Extragalactic Objects. IERS Technical Note 23, Paris, 1997

MA, C., F. ARIAS, M. EUBANKS, L. FEY, A.-M. GONTIER, C. JACOBS, O.J. SOVERS, B. ARCHINAL, P. CHARLOT: The International Celestial Reference Frame as Realized by Very Long Baseline Interferometry. The Astronomical J. 166, 516-546, 1998

MA, C.: The International Celestial Reference Frame (ICRF) and the Relationship Between Frames. In: Vandenberg, N., K. Baver (eds), IVS 2000 General Meeting Proc., NASA/CP-2000-209893, 52-56, 2000

MA, C., D. GORDON, D. MACMILLAN, L. PETROV: Towards a Future ICRF Realization. In: Vandenberg, N., K. Baver (eds): IVS 2002 General Meeting Proc., NASA/CP-2002-210002, 355-359, 2002

MACMILLAN, D., J. GIPSON: Atmospheric Pressure Loading Parameters from Very Long Baseline Interferometry Observations. J. of Geoph. Res. 99, B9, 18081-18087, 1994

MACMILLAN, D., C. MA: Evaluation of Very Long Baseline Interferometry Atmospheric Modelling Improvements. J. of Geoph. Res., 99 B1, 637-651, 1994

MACMILLAN, D.: Atmospheric Gradients from Very Long Baseline Interferometry Observations. Geoph. Res. Letters, Vol. 22, No. 9, 1041-1044, 1995

MACMILLAN, D., C. MA: Atmospheric Gradients and the VLBI Terrestrial and Celestial Reference Frames. Geoph. Res. Letters, Vol. 24, No. 4, 453-456, 1997

MACMILLAN, D., W. HIMWICH, C. THOMAS, N., VANDENBERG, J. BOSWORTH, B. CHAO, T. CLARK, C. MA: CORE: Continous, High-Accuracy Earth Orientation Measurements. In: Proc. of the 13th Working Meeting on European VLBI for Geodesy and Astrometry, Viechtach, 166-171, 1999

MACMILLAN, D., C. MA: Improvement of VLBI EOP Accuracy and Precision. In: Vandenberg, N., K. Baver (eds): IVS 2000 General Meeting Proc., NASA/CP-2000-209893, 247-252, 2000

MANABE, S., T. STAO, S. SAKAI, K. YOKOYAMA: Atmospheric Loading Effect on VLBI Observations. Proc. of the AGU Chapman Conference on Geodetic VLBI: Monitoring Global Change, NOAA Technical Report NOS 137 NGS 49, 111-122, 1991

MARINI, J.: Correction of Satellite Tracking Data for an Arbitrary Tropospheric Profile. Radio Science, 7, 223-231, 1972

MATHEWS, P., B. BUFFET, I. SHAPIRO: Love Numbers for a Rotating Spheroidal Earth: New Definitions and Numeric Values. Geoph. Res. Letters 22, 579-582, 1995

MATHEWS, P., V. DEHANT, J. GIPSON: Tidal Station Displacement. J. of Geoph. Res., 102 B9, 20469-20477, 1997

MATHEWS, P.: Improved Models for Precession and Nutation. In: Johnston, J., D. McCarthy, B. Luzum, G. Kaplan (eds): Proc. of IAU Colloquium 180, Towards Models and Constants for Sub-Microarcsecond Astrometry, USNO Special Publications, 212-222, 2000

MCCARTHY, D. D. (ed): IERS Standards (1989). IERS Technical Note 3, Paris, 1989

MCCARTHY, D. D. (ed): IERS Standards (1992). IERS Technical Note 13, Paris, 1992

MCCARTHY, D. D. (ed): IERS Conventions (1996). IERS Technical Note 21, Paris, 1996

MCCARTHY, D. D., G. PETIT (eds): IERS Conventions (2003). IERS Technical Note 32, im Druck, http://maia.usno.navy.mil/conv2000.html, 2003

MINSTER, J., T. JORDAN: Present-day Plate Motions. J. of Geoph. Res., 83, 5331-5354, 1978

MITROVICA, J., W. PELTIER: On Post-glacial Geoid Relaxation over the Equatorial Oceans. J. of Geoph. Res., 96, 20053-20071, 1991

MORITZ, H., I. MÜLLER: Earth Rotation. Ungar, New York, 1987

MORITZ, H.: Advanced Physical Geodesy. Wichmann Verlag, 1989

MÜLLER, J.: Analyse von Lasermessungen zum Mond im Rahmen einer post-Newton'schen Theorie. DGK Reihe C, Heft 383, Verlag der Bayerischen Akademie der Wissenschaften, München, 1991

MÜLLER, J.: Zeitskalen. In: Schneider, M. (ed): 3. DFG-Rundgespräch zum Thema Bezugsysteme, Mitteilungen des Bundesamtes für Kartographie und Geodäsie, Band 5, Frankfurt am Main, 77-83, 1999

MÜLLER, J., K. NORDTVEDT, M. SCHNEIDER, D. VOKROUHLICKÝ: Improved Determination of Relativistic Quantities from LLR. In: Proc. of the 11th Int. Workshop on Laser Ranging, Deggendorf, Mitteilungen des Bundesamtes für Kartographie und Geodäsie, 10, 216-222, 1999

MÜLLER, J., V. TESMER: Investigation of Tidal Effects in Lunar Laser Ranging. J. of Geodesy 76, 232-237, 2002

MUNK, W., G. MACDONALD: The Rotation of the Earth. Cambridge University Press, New York, 1960

NIELL, A.: Global Mapping Functions for the Atmosphere Delay at Radio Wavelength. J. of Geoph. Res., 101(B2), 3227-3246, 1996

NIELL, A.: Improved Atmospheric Mapping Functions for VLBI and GPS. Earth Planets Space, 52, 699-702, 2000

NIELL, A.: Preliminary Evaluation of Atmospheric Mapping Functions Based on Numerical Weather Models. Phys. Chem. Earth, 26 No. 6-8, 476-480, 2001

NIELL, A., A. COSTER, F. SOLHEIM, V. MENDES, P. TOOR, R. LANGLEY, C. UPHAM: Comparison of Measurements of Atmospheric Wet Delay by Radiosonde, Water Vapor Radiometer, GPS and VLBI. J. of Atmosphere and Oceanic Technology, 18, 830-850, 2001

NIELL, A: An a priori Hydrostatic Gradient Model for Atmospheric Delay. In: Behrend, D., A. Rius (eds): Proc. of the 15th Working Meeting on European VLBI for Geodesy and Astrometry, Institut d'Estudis Espacials de Catalunya, Consejo Superior de Investigaciones Cientificas, Barcelona, Spain, 133-136, 2002

NIEMEIER, W.: Ausgleichungsrechnung. De Gruyter Verlag, Berlin, New York, 2002

NOTHNAGEL, A.: Radiointerferometrische Beobachtungen zur Bestimmung der Polbewegung unter Benutzung langer Nord-Süd-Basislininen. DGK Reihe C, Heft 368, Verlag des Instituts für Angewandte Geodäsie, Frankfurt am Main, 1991

NOTHNAGEL, A., M. PILHATSCH, R. HAAS: Investigations of Thermal Height Changes of Geodetic VLBI Radio Telescopes. In: Lanotte, R., G. Bianco (eds): Proc. of the 10th Working Meeting on European VLBI for Geodesy and Astrometry, Matera, 121-133, 1995

NOTHNAGEL, A.: Der Einfluss des Wasserdampfes auf die modernen raumgestützten Messverfahren. Habilitationsschrift, Mitteilungen des Bundesamtes für Kartographie und Geodäsie, 16, 2000

PETIT, G.: Importance of a Common Framework for the Realization of Space-time Reference Systems. In: Rummel, R., H. Drewes, W. Bosch, H. Hornik (eds): Towards an Integrated Global Geodetic Observing System (IGGOS), IAG Symposia 120, Springer, 3-7, 2000

PETROV, L.: Steps Towards Phase Delay VLBI. In: Schlüter W., H. Hase (eds): Proc. of the 13th Working Meeting on European VLBI for Geodesy and Astrometry, Viechtach, 144-151, 1999

PETROV, L.: Instrumental Errors of Geodetic VLBI. In: Vandenberg, N., K. Baver (eds): IVS 2000 General Meeting Proc., NASA/CP-2000-209893, 230-235, 2000

PROVOST, C., M. GENCO, F. LYNARD, P. VINCENT, P. CANCEIL: Spectroscopy of the World Ocean Tides from a Finite Element Hydrological Model. J. of Geoph. Res., 99, 24777-24798, 1994

QIAN, ZHI-HAN: The Correlations on VLBI Observations and its Effects for the Determinations of ERP. In: I. Mueller (ed): Proc. of the Int. Conference on Earth Rotation and the Terrestrial Reference Frame, Vol. 1, Columbus, Ohio, 360-365, 1985

RAO, C.: Linear Statistical Inference and its Applications. Verlag John Wiley & Sons, New York, London, 1973

RAY, R.: A Global Ocean Tide Model from TOPEX/POSEIDON Altimetry: GOT99.2. NASA Technical Memorandum, NASA/TM-1999-209478, Goddard Space Flight Center, Greenbelt, 1999

RABBEL, W., J. ZSCHAU: Static Deformations and Gravity Changes at the Earth's Surface due to Atmospheric Loading. J. Geophysics, 56, 81-99, 1985

ROBERTSON, D., W. CARTER, H. DILLINGER: New measurement of solar gravitational deflection of radio signals using VLBI. Nature, 349, 768-770, 1991

ROCHESTER, M., Z. PENG: The Slichter Modes of the Rotating Earth: a Test of the Subseismic Approximation. Geoph. J. Int., 113, 575-585, 1993

ROGERS, A.: Very Long Baseline Interferometry with Large Effective Bandwidth for Phase Delay Measurements. Radio Science, Vol. 5, 1239-1247, 1970

ROTHACHER, M.: The Contribution of GPS Measurements to Earth Rotation Studies. In: Capitaine, N. (ed): Proc. of the Journées 1998, "Systèmes de Référence Spatio-Temporels", Paris, 239-247, 1999a

ROTHACHER, M.: Basics of GPS Data Processing. GPS Tutorial, Int. Symposium on GPS, Tsukuba, Japan, http://alpha.fesg.tu-muenchen.de/rothache/download/GPSTUT99.PS, 1999b

ROTHACHER, M.: Towards an Integrated Global Geodetic Observing System. In: Rummel, R., H. Drewes, W. Bosch, H. Hornik (eds): Towards an Integrated Global Geodetic Observing System (IGGOS), IAG Symposia 120, Springer, 2000

ROTHACHER, M.: Combination of Space-Geodetic Techniques. In: Vandenberg, N., K. Baver (eds): IVS 2002 General Meeting Proc., NASA/CP-2002-210002, 33-43, 2002

RÜEGER, J: Report of the Ad-Hoc Working Party on Refractive Indices of Light, Infrared, and Radio Waves in the Atmosphere. IAG Special Commission SC3 – Fundamental Constants (SCFC), presented at the 22nd General Assembly of IUGG, Birmingham, (available from the author at School of Geomagnetic Engineering, Univ. of New South Wales, Sydney NSW 2052, Australia), 1999

RYAN, J., C. MA: NASA-GSFC's Geodetic VLBI Program: a Twenty-year Retroperspective. Phys. Chem. Earth, 23 No. 9-10, 1041-1052, 1998

SATIRAPOD, C., J. WANG, C. RIZOS: A New Stochastic Modelling Procedure for Precise Static GPS Positioning. Zeitschrift für Vermessungswesen, 126(6), 365-373, 2001

SATIRAPOD, C., J. WANG, C. RIZOS: A Simplified Minque Procedure for the Estimation of Variance-Covariance

Components of GPS-Observables. Survey Review, 36(286), 582-590, 2002

SCHERNECK, H.-G.: A Parameterised Solid Earth Tide Model and Ocean Tide Loading Effects for Global Geodetic Baseline Measurements. Geoph. J. Int., 106, 677-693, 1991

SCHERNECK, H.-G., R. HAAS, A. LAUDATI: Ocean Loading Tides for, in, and from VLBI. In: Vandenberg, N., K. Baver (eds): IVS 2000 General Meeting Proc., NASA/CP-2000-209893, 257-262, 2000

SCHERNECK, H.-G., R. HAAS, M. BOS: Station Motion Model. In: Campbell, J., R. Haas, A. Nothnagel (eds): Measurement of Vertical Crustal Motion in Europe by VLBI, TMR Network FMRX-CT96-0071 Scientific Report 1996-2001, European Commission, 2002

SCHNEIDER, M.: Satellitengeodäsie. BI Wissenschaftsverlag, Mannheim, Wien, Zürich, 1987

SCHÖDELBAUER, A.: Geodätische Astronomie. De Gruyter Verlag, Berlin, New York, 2002

SCHUH, H.: Die Radiointerferometrie auf langen Basen zur Bestimmung von Punktverschiebungen und Erdrotationsparametern. Verlag der Bayerischen Akademie der Wissenschaften, Reihe C, München, 1987

SCHUH, H., A. WILKIN: Determination of Correlation Coefficients between VLBI-Observables. In: A. Rius (ed): Proc. of the 7th Working Meeting on European VLBI, Madrid, Spain, CSIC, 79-91,1989

SCHUH, H., J. CAMPBELL: VLBI in Geodynamical Investigations. Acta Geod. Geophys. Hung., Vol. 29 (3-4), 397-420, 1994

SCHUH, H., R. HAAS: Earth Tides in VLBI Observations. In: Ducarne, B., P. Pâquet (eds): Proc. of the 13th Int. Symposium on Earth Tides, Série Géophysique, Observatoire Royal de Belgique, Bruxelles, 101-110, 1998

SCHUH, H., V. TESMER: Considering a-priori Correlations in VLBI Data Analysis. In: Vandenberg, N., K. Baver (eds): IVS 2000 General Meeting Proc., NASA/CP-2000-209893, 237-242, 2000

SCHUH, H., S. NAGEL, T. SEITZ: Linear Drift and Variations Observed in Long Time Series of Polar Motion. J. of Geodesy 74, 701-710, 2001

SCHUH, H., P. CHARLOT, H. HASE, E. HIMWICH, K. KINGHAM, C. KLATT, C. MA, Z. MALKIN, A. NIELL, A. NOTHNAGEL, W. SCHLÜTER, K. TAKASHIMA, N. VANDENBERG: IVS Working Group 2 for Product Specification and Observing Programs – Final Report. In: Behrend, D., A. Rius (eds): Proc. of the 15th Working Meeting on European VLBI for Geodesy and Astrometry, Institut d'Estudis Espacials de Catalunya, Consejo Superior de Investigaciones Cientificas, Barcelona, Spain, 219-246, 2002

SCHUH, H., G. ESTERMANN, J.-F. CRÉTAUX, M. BERGÉ-NGUYEN, T. VAN DAM: Investigation of Atmospheric and Hydrological Loading. In: C. Hwang, C.K. Shum, J.C. Li (eds): IAG Symposium, Sept. 8-13, 2002, Wuhan, China, IAG Symposia Vol. 126, Springer, 123-132, 2004

SCHWIDERSKI, E., L. SZETO: The NSWC Global Ocean Tide Data Tape (GOTD), its Features and Application, Random-point Tide Program. NSWC-TR 81-254, Naval Surface Weapons Center, Dahlgren Va., 19 pp., 1981

SEIDELMANN, K.: Explanatory Supplement to the Astronomical Almanac. University Science Books, Mill Valley, California, 1992

SEITZ, F., M. THOMAS, J. STUCK: Consistent Atmospheric and Oceanic Excitation of the Earth's Free Polar Motion. Submitted to Geoph. J. Int., in Review, 2003

SHAFFER, D.: Geodetic Measurements with VLBI. In: J. Zensus, P. Diamont, P. Napier (eds): Very Long Baseline Interferometry and the VLBA, Proc. from the 1993 NRAO Summer School, NRAO Workshop 22, ASP Converence Series, Vol. 82, 1995

SIEG, D., M. HIRSCH: Varianzkomponentenschätzung in ingenieurgeodätischen Netzen, Teil 1: Theorie. Allgemeine Vermessungs-Nachrichten, 3/2000, 82-90, 2000a

SIEG, D., M. HIRSCH: Varianzkomponentenschätzung in ingenieurgeodätischen Netzen, Teil 2: Anwendungen. Allgemeine Vermessungs-Nachrichten, 4/2000, 122-137, 2000b

SKURIKHINA, E.: On Computation of Antenna Thermal Deformation in VLBI Data Processing. In: Behrend, D., A. Rius (eds): Proc. of the 15th Working Meeting on European VLBI for Geodesy and Astrometry, Institut d'Estudis Espacials de Catalunya, Consejo Superior de Investigaciones Cientificas, Barcelona, Spain, 124-130, 2002

SOFFEL, M.: Relativity in Astrometry, Celestial Mechanics and Geodesy. Springer-Verlag, Heidelberg, 1989

SOFFEL, M.: Report of the Working Group Relativity for Celestial Mechanics and Astrometry. In: Johnson, K., D. McCarthy, B. Luzum, G. Kaplan (eds): Towards Models and Constants for Submicroarcsecond Astrometry. Proc. of IAU Colloquium 180, 283-292, 2000

SORGENTE, M., L. PETROV: Overview of Performance of European VLBI Geodetic Network in the Europe campaigns in 1998. In: Schlüter W., H. Hase (eds): Proc. of the 13th Working Meeting on European VLBI for Geodesy and Astrometry, Viechtach, 95-100, 1999.

SOVERS, O.J., J. FANSELOW, S. JACOBS: Astrometry and Geodesy with Radiointerferometry: Experiments, Models, Results. Modern Physics, 70, 1393-1454, 1998

SOVERS, O.J., P. CHARLOT, A.L. FEY, D. GORDON: Structure Corrections in Modeling VLBI Delays for RDV Data. In: Vandenberg, N., K. Baver (eds): IVS 2002 General Meeting Proc., NASA/CP-2002-210002, 243-247, 2002

SEEBER, G.: Satellitengeodäsie. Walter de Gruyter, Berlin, New York, 1989

TAKAHASHI, F., T. KONDO, Y. TAKAHASHI, Y. KOYAMA: Very Long Baseline Interferometer. Ohmsha Ltd./IOS Press, 2000

TAMURA, Y.: A Harmonic Development of the Tide-Generating Potential. Bulletin D'Information Marées Terrestres, 99, 6813-6855, 1987

TESMER, V., H. SCHUH: Comparison of the Results Obtained by Different VLBI Networks. In: Tomasi, P., F. Mantovani, M. Perez Torres (eds): Proc. of the 14th Working Meeting on European VLBI for Geodesy and Astrometry, Instituto di Radioastronomia, Bologna, 7-12, 2000

TESMER, V.: VLBI solution DGFI01R01 Based on Least-Squares Estimation Using OCCAM 5.0 and DOGS-CS. In: Vandenberg, N., K. Baver (eds): IVS 2002 General Meeting Proc., NASA/CP-2002-210002, 295-299, 2002

TESMER, V., H. KUTTERER, B. RICHTER, H. SCHUH: Reassessment of Highly Resolved EOP Determined with VLBI. In: Behrend, D., A. Rius (eds): Proc. of the 15th Working Meeting on European VLBI for Geodesy and Astrometry, Institut d'Estudis Espacials de Catalunya, Consejo Superior de Investigaciones Cientificas, Barcelona, Spain, 83-90, 2002

THOMAS, M.: Ozeanisch induzierte Erdrotationsschwankungen. Dissertation, Fachbereich Geowissenschaften der Universität Hamburg, 2002

TIBERIUS, C., F. KENSELAAR: Estimation of the stochastic model for GPS code and phase observables. Survey Review, 35, 277, 441-454, 2000

TITOV, O., V. TESMER, J. BÖHM: OCCAM 5.0 Users Guide. AUSLIG Technical Reports 7, AUSLIG, Canberra, 2001

TORGE, W.: Geodäsie. Sammlung Göschen, de Gruyter, Berlin, New York, 1975

TORGE, W.: Geodesy. De Gruyter, Berlin, New York, 2001

VAN DAM, T., J. WAHR: Deformation of the Earth's Surface due to Atmospheric Loading: Effect on Gravity and Baseline Measurements. J. of Geoph. Res., 92, 1281-1286, 1987

VAN DAM, T., J. WAHR, P. MILLY, A. SHMAKIN, G. BLEWITT, D. LAVALÉE, K. LARSON: Crustal Displacements due to Continental Water Loading. Geoph. Res. Letters, 28, 651-654, 2001

WAHR, J.: Tidal Motions of a Rotating, Elliptical, Elastic and Oceanless Earth. Dissertation, Department of Physics, University of Colorado, 1979

WAHR, J.: Body Tides on an Elliptical, Rotating, Elastic and Oceanless Earth. Geoph. J. of the Royal Astronomical Society, 64, 677-703, 1981

WALKER, C.: Astronomical VLBI: Comparison and Contrast with Geodetic/Astrometric VLBI. In: Vandenberg, N., K. Baver (eds): IVS 2000 General Meeting Proc., NASA/CP-2000-209893, 42-51, 2000

WALTER, H., O. J. SOVERS: Astrometry of Fundamental Catalogues. Astronomy and Astrophysics Library, Springer, Berlin Heidelberg, 2000

WANG, J., C. SATIRAPOD, C. RIZOS: Stochastic Assessment of GPS Carrier Phase Measurements for Precise Static Relative Positioning. J. of Geodesy 76, 95-104, 2002

WANNINGER, L: Der Einfluss der Ionosphäre auf die Positionierung mit GPS. Wissenschaftliche Arbeiten der Fachrichtung Vermessungswesen der Universität Hannover, Nr. 201, 1994

WEBER, R., M. ROTHACHER, G. BEUTLER: Contribution of the GPS to Monitor Earth Orientation Parameters. In: Kolaczek B., H. Schuh, D. Gambis (eds): High Frequency to Subseasonal Variations in Earth Rotation. IERS Technical Note 28, Paris, 2000

WENZEL, H.-G.: Tide-Generating Potential for the Earth. In: Wilhelm, H., W. Zürn, H.-G. Wenzel (eds): Lecture Notes in Earth Sciences: Tidal Phenomena. Springer Verlag, Berlin, 9-26, 1997

WHITNEY, A.: How do VLBI Correlators Work? In: Vandenberg, N., K. Baver (eds): IVS 2000 General Meeting Proc., NASA/CP-2000-209893, 187-205, 2000

WIELEN, R., H. SCHWAN, C. DETTBARN, H. LENHARDT, H. JAHREIß, R., JÄHRLING: Sixth Catalogue of Fundamental Stars (FK6). Veröff. Astron. Rechen-Institut Heidelberg, No. 35, Verlag G. Braun, Karlsruhe, 1999

WUNSCH, C., D. STAMMER: Atmospheric Loading and the Oceanic „Inverted Barometer" Effect. Reviews of Geophysics, 35, 79-107, 1997

ZERNECKE, R.: Seasonal Variations in Height Demonstrated at the Radio Telescope Reference Point. In: Schlüter W., H. Hase (eds): Proc. of the 13th Working Meeting on European VLBI for Geodesy and Astrometry, Viechtach, 15-18, 1999

ZHU, S., F. MASSMANN, Y. YU, CH. REIGBER: The Effect of the Geocentric Graviational Constant on Scale. In: Geoforschungszentrum (GFZ) Scientific Technical Report 01/12, http://www.gfz-potsdam.de/bib/pub/str0112/0112.htm (submitted to J. of Geodesy), Potsdam, 2001a

ZHU, S., F. MASSMANN, Y. YU, CH. REIGBER: Satellite Antenna Phase Center Offsets and Scale Errors in GPS solutions. In: Geoforschungszentrum (GFZ) Scientific Technical Report 01/12, http://www.gfz-potsdam.de/bib/pub/str0112/0112.htm (submitted to J. of Geodesy), Potsdam, 2001b

Dank

An erster Stelle möchte ich meinen drei Prüfern dafür danken, dass das Verfahren sehr zügig vonstatten gegangen ist: Markus Rothacher, der mir durch unkonventionelle Diskussionen vor, während und nach einigen Tagungen viel Freude an der Geodäsie vermittelt hat; Hermann Drewes, der als Direktor des DGFI immer alle erdenklichen Hebel in Bewegung gesetzt hat um mich zu unterstützen; schließlich Harald Schuh, der für mich von Beginn meiner „Geodätenkarriere“ an besonders wichtig war, da er mir alle Geheimnisse der VLBI vermittelt und immer fest an mich geglaubt hat.

Detlef Angermann, Johannes Böhm, Rüdiger Haas, Jürgen Müller, Axel Nothnagel und Michael Schmidt haben mich in vielerlei Hinsicht unterstützt, vor allem aber mit Rat bei besonders schwierigen fachlichen Problemen.

Das Gelingen der Arbeit ist zu einem guten Teil Hansjörg Kutterer zu verdanken, der mit mir durch viele lehrreiche und produktive Diskussionen gegangen ist. Vielen Dank für Deine übergroße Geduld, nur das Beste Dir und Deiner Familie in Hannover! Ähnliches gilt für Florian Seitz, der viel meines Missmuts generös ertragen hat.

Liebe Kollegen am DGFI! Bitte verzeiht mir, dass ich nicht jedem einzeln huldige… Ihr alle seid der Grund für die überaus kreative, fruchtbare und vor allem menschliche, familiäre Atmosphäre am DGFI. Ich hoffe, dass dies noch viele Jahre anhält und wir weiterhin gemeinsam viel Freude haben werden.

Viel Freude hatte ich auch an den Tagungen, an denen ich teilnehmen durfte. Nicht zuletzt wegen der netten Gespräche mit meinen „VLBI-Freunden“ aus Bonn, Leipzig, Onsala und Wien, über VLBI und über dies und das.

Für ihr exzellentes Adlerauge-Korrekturlesen stehe ich zutiefst in der Schuld meiner Freunde Barbara Pfrombeck und Thomas Winkler. Wir sehen uns gleich und kochen was, OK?

Dank auch Nina Schaller, die mich über weite Teile der Dissertation sehr eng durch mein Leben begleitet hat und wahrscheinlich mehr unter der Arbeit gelitten hat als ich. Viel Glück und Liebe in Zukunft!

Diese Arbeit wäre nie zustande gekommen, hätten nicht viele weitere Menschen an meinem Leben teilgenommen. Eine ganz besondere Rolle spielt dabei meine Familie, die mir immer, egal was ich tat, alle erdenkliche Unterstützung zukommen ließ, jedes einzelne Familienmitglied auf seine spezielle Art. Herzlichen Dank Euch allen.

Lebenslauf

03 / 09 / 1971	Geboren in München
1978 – 1982	Grundschule an der Jahnstraße Unterhaching
1982 – 1983	Hauptschule Fasanenstraße Unterhaching
1983 – 07 / 1993	Gymnasium Unterhaching
08 / 1993 – 10 / 1994	Zivildienst
11 / 1994 – 12 / 1999	Studium Vermessungswesen an der Technischen Universität München; Diplomarbeit am Deutschen Geodätischen Forschungsinstitut (DGFI)
01 / 1997 – 05 / 2000	Studentische bzw. wissenschaftliche Hilfskraft am DGFI und bei der Forschungseinrichtung Satellitengeodäsie der TU München
Seit 06 / 2000	Wissenschaftlicher Mitarbeiter am DGFI, bis 11 / 03 von der Deutschen Forschungsgemeinschaft (DFG) durch die Projekte DR-143/9-1 und DR-143/11-1 gefördert