

**Florian Seitz**

**Atmosphärische und ozeanische Einflüsse  
auf die Rotation der Erde  
Numerische Untersuchungen  
mit einem dynamischen Erdsystemmodell**

**München 2004**

---

**Verlag der Bayerischen Akademie der Wissenschaften  
in Kommission beim Verlag C. H. Beck**

Atmosphärische und ozeanische Einflüsse  
auf die Rotation der Erde  
Numerische Untersuchungen  
mit einem dynamischen Erdsystemmodell

Vollständiger Abdruck  
der von der Fakultät für Bauingenieur- und Vermessungswesen  
der Technischen Universität München  
zur Erlangung des akademischen Grades  
eines Doktor-Ingenieurs (Dr.-Ing.)  
genehmigten Dissertation

vorgelegt von

Dipl.-Ing. Florian Seitz

München 2004

---

Verlag der Bayerischen Akademie der Wissenschaften  
in Kommission beim Verlag C. H. Beck

Adresse der Deutschen Geodätischen Kommission:

**Deutsche Geodätische Kommission**

Marstallplatz 8 • D – 80 539 München

Telefon +49 - (0)89 - 23 031 -0 / -1113 • Telefax +49 - (0)89 - 23 031 -1283 / -1100

E-mail hornik@dgfi.badw.de • <http://dgk.badw.de>

Prüfungskommission:

Vorsitzender: Univ.-Prof. Dr.-Ing. M. Schilcher

Prüfer der Dissertation: 1. Prüfer: Univ.-Prof. Dr.phil.nat. M. Rothacher  
2. Prüfer: Hon.-Prof. Dr.-Ing. H. Drewes  
3. Prüfer: Univ.-Prof. Dr.-Ing. H. Schuh, TU Wien

Die Dissertation wurde am 24.6.2004 bei der Technischen Universität München eingereicht  
und durch die Fakultät für Bauingenieur- und Vermessungswesen am 15.10.2004 angenommen

---

© 2004 Deutsche Geodätische Kommission, München

Alle Rechte vorbehalten. Ohne Genehmigung der Herausgeber ist es auch nicht gestattet,  
die Veröffentlichung oder Teile daraus auf photomechanischem Wege (Photokopie, Mikrokopie) zu vervielfältigen

## Kurzfassung

Variationen der Erdrotation werden durch eine Vielzahl gravitativer und geophysikalischer Prozesse im Erdsystem hervorgerufen. Die größten Effekte werden durch die Gezeitendeformation des Erdkörpers und Massenverlagerungen in der Atmosphäre und in den Ozeanen verursacht. Um die Reaktion der Erde auf gravitative und geophysikalische Anregungen zu untersuchen, wurde das dynamische Erdsystemmodell DyMEG entwickelt. Es basiert auf der Drehimpulsbilanz im Erdsystem, die durch die nichtlineare Liouville-Gleichung beschrieben wird. Als Antriebe für das Modell werden Variationen des Trägheitstensors der Erde und relative Drehimpulse verwendet, die durch konsistente atmosphärische und ozeanische Zirkulationsmodelle beschrieben werden. Im Gegensatz zu den meisten bisherigen Untersuchungen wird die freie Kreiselbewegung der Erde (Chandler-Schwingung) in DyMEG nicht explizit bezüglich ihrer Periode und Amplitude vorgegeben, sondern vom Modell auf der Grundlage geometrischer und rheologischer Parameter erzeugt. Daher können Polbewegung und Tageslängenvariation nicht über den üblichen analytischen Ansatz berechnet werden. Die Liouville-Gleichung wird in DyMEG als Anfangswertproblem formuliert und mit einem Runge-Kutta-Integrator numerisch gelöst. Eine Sensitivitätsanalyse des Modells zeigt, dass diese Lösung aus algorithmischer Sicht verlässlich ist. Jedoch bestehen Abhängigkeiten zwischen den Modellzeitreihen der Zielparameter und den Anfangsbedingungen der Integration sowie den in DyMEG eingeführten rheologischen Modellparametern (Lovezahlen). Durch die Berücksichtigung der Rotationsdeformation im Modell bewirken die durch die Antriebe erzwungenen Rotationsvariationen einen unmittelbaren Effekt auf die freie Kreiselbewegung. Wavelet-Analysen der Zeitreihen für die Polbewegung zeigen, dass die vom Modell beschriebene Chandler-Schwingung durch die atmosphärischen und ozeanischen Antriebe über mehrere Jahrzehnte hinweg angeregt wird. Eingehende Untersuchungen weisen darauf hin, dass das in den Antrieben enthaltene Rauschen eine ausreichende Energie besitzt, um der durch Reibung verursachten Dämpfung der Chandler-Amplitude entgegenzuwirken. Als Ursache des Rauschens werden stochastische atmosphärische Prozesse (Wetter) vermutet. Die Validierung der Modellergebnisse zeigt sowohl für die Polbewegung als auch für die Tageslängenvariation eine sehr gute Übereinstimmung mit geodätischen Beobachtungen. Abhängig von der Qualität der verwendeten Antriebe betragen die Korrelationskoeffizienten zwischen den Modellergebnissen und den Beobachtungen bis zu 0,99. Abschließend werden auch die Schwerefeldkoeffizienten zweiten Grades berechnet, die unmittelbar mit dem Trägheitstensor der Erde in Zusammenhang stehen. Die Mittelwerte der Potentialkoeffizienten aus DyMEG stimmen gut mit aktuellen Schwerefeldmodellen überein. Für die Validierung ihrer zeitlichen Variationen stehen bislang noch keine ausreichend genauen Beobachtungen zur Verfügung.

## Abstract

Variations of Earth rotation are caused by a multitude of gravitational and geophysical processes in the Earth system. The largest effects are due to tidal deformations of the solid Earth and mass redistributions within the atmosphere and the oceans. In order to study the Earth's reaction on gravitational and geophysical excitations, the dynamic Earth system model DyMEG has been developed. It is based on the balance of angular momentum in the Earth system, which is described by the non-linear Liouville equation. The model is forced by consistent time series of variations of the Earth's tensor of inertia and relative angular momenta which are deduced from atmospheric and oceanic circulation models. In contrast to former investigations, the characteristics of the Earth's free polar motion (Chandler wobble) are not explicitly predetermined with respect to period and damping but reproduced by the model from geometrical and rheological parameters. Therefore the traditional analytical solution is not applicable, and the Liouville equation is solved numerically as an initial value problem. A sensitivity analysis of DyMEG reveals that the solution based on a Runge-Kutta method is reliable from an algorithmic point of view. However, the system is sensitive to the initial conditions of the integration and the rheological model parameters (Love numbers). Forced variations of Earth rotation due to atmospheric and oceanic excitations yield an effect on the free polar motion as rotational deformations of the solid Earth are regarded in DyMEG. Wavelet analyses of the resulting time series for polar motion show that the Chandler wobble from DyMEG is excited by the atmospheric and oceanic mass redistributions over more than two decades. The noise of the excitation series is found to contain sufficient energy to counteract the damping of the Chandler amplitude which is caused by friction. It is assumed that the noise is due to stochastic processes within the atmosphere (weather). The numerical results for polar motion and length-of-day variations from DyMEG are significantly related with geodetic observations. Depending on the quality of the excitations, the correlation coefficients between the model time series and observations amount to 0,99. In addition to the rotational variations, time series of the second degree spherical harmonic coefficients of the Earth's gravity field, which are directly linked to the tensor of inertia, are computed. The mean values of the respective coefficients are in good agreement with recent gravity models. However the validation of their temporal variations is limited as suitable observation time series are not yet available.



# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einführung</b>	<b>7</b>
1.1	Motivation . . . . .	7
1.2	Die Erde als System . . . . .	7
1.3	Zielsetzungen der vorliegenden Arbeit . . . . .	8
<b>2</b>	<b>Grundlagen der Erdrotation</b>	<b>10</b>
2.1	Bezugssysteme der Erdorientierung . . . . .	10
2.2	Polbewegung . . . . .	12
2.3	Tageslängenvariation . . . . .	13
2.4	Modellierungsansätze der Erdrotation . . . . .	15
2.5	Zusammenhang zwischen modellierten und beobachteten Erdrotationsvariationen . . . . .	18
2.6	Analytischer und numerischer Lösungsansatz . . . . .	19
2.6.1	Linearer analytischer Lösungsansatz . . . . .	20
2.6.2	Nichtlinearer numerischer Lösungsansatz . . . . .	21
<b>3</b>	<b>Allgemeines dynamisches Modell DyMEG</b>	<b>23</b>
3.1	Ausgangskörper . . . . .	24
3.2	Schwerefeldkoeffizienten zweiten Grades . . . . .	25
3.3	Rotationsdeformation . . . . .	26
3.4	Gezeitendeformation . . . . .	29
3.5	Geophysikalische Einflüsse . . . . .	31
3.6	Auflastdeformation . . . . .	33
3.7	Kombination der Einzeleffekte zum dynamischen Modell . . . . .	36
<b>4</b>	<b>Atmosphärische und ozeanische Antriebe</b>	<b>37</b>
4.1	Modellkombination NCEP-ECCO . . . . .	37
4.1.1	Atmosphärische Reanalysen (NCEP) . . . . .	37
4.1.2	Angekoppeltes Ozeanmodell ECCO . . . . .	38
4.2	Modellkombination ECHAM3-OMCT . . . . .	38
4.2.1	ECHAM3-T21 Klimasimulationen . . . . .	38
4.2.2	Angekoppeltes Ozeanmodell OMCT . . . . .	39
4.3	Vergleich der Antriebsdaten beider Modellkombinationen . . . . .	40
<b>5</b>	<b>Sensitivitätsanalyse</b>	<b>46</b>
5.1	Verlässlichkeit der numerischen Lösung aus algorithmischer Sicht . . . . .	46
5.2	Sensitivität des Systems gegenüber der Lovezahl $k_2$ für die Rotationsdeformation . . . . .	49
5.3	Sensitivität des Systems gegenüber den Anfangsbedingungen . . . . .	54
5.3.1	Anfangswerte . . . . .	54
5.3.2	Startzeitpunkt der Integration . . . . .	54
5.4	Sensitivität des Systems gegenüber den Parametern des Näherungs-Trägheitsellipsoids $\mathbf{I}_0$ . . . . .	59

<b>6</b>	<b>Modellergebnisse im Vergleich mit geodätischen Beobachtungen</b>	<b>61</b>
6.1	Polbewegung . . . . .	61
6.1.1	Gemeinsamer atmosphärischer und ozeanischer Antrieb . . . . .	61
6.1.2	Getrennte atmosphärische und ozeanische Antriebe . . . . .	69
6.1.3	Antrieb der Chandler-Schwingung . . . . .	72
6.2	Tageslängenvariation . . . . .	76
6.3	Schwerefeldkoeffizienten zweiten Grades . . . . .	80
<b>7</b>	<b>Bewertung und Ausblick</b>	<b>85</b>
	<b>Literatur</b>	<b>88</b>
	<b>Abkürzungsverzeichnis</b>	<b>93</b>

# 1. Einführung

## 1.1 Motivation

Massenverlagerungen im Inneren der Erde und in ihrem Aussenraum haben Auswirkungen auf die Rotation, die Oberflächengestalt und das Schwerefeld der Erde. Geodätische Weltraumverfahren wie VLBI (*Very Long Baseline Interferometry*), SLR/LLR (*Satellite/Lunar Laser Ranging*) und GPS (*Global Positioning System*) erlauben die Bestimmung dieser Effekte seit einigen Jahrzehnten mit steigender Genauigkeit. Aus den Beobachtungen werden unter anderem Zeitreihen für Polbewegung, Tageslängenvariation, horizontale und vertikale Deformationen sowie niedere harmonische Koeffizienten der Kugelfunktionsentwicklung des Erdschwerefeldes abgeleitet.

Gegenstand der vorliegenden Arbeit ist die physikalische Modellierung zeitlicher Variationen dieser Zeitreihen unter Verwendung des dynamischen Erdsystemmodells DyMEG (*Dynamic Model for Earth Rotation and Gravity*). Mit diesem Modell sollen einzelne geophysikalische oder gravitative Prozesse identifiziert werden, die für die Ausbildung charakteristischer Signalanteile in den Beobachtungsdaten verantwortlich sind. Da die beobachteten Variationen der Erdrotation, der Oberflächengestalt und des Schwerefeldes den integralen Effekt aller jeweils zugrundeliegenden Einflussfaktoren beschreiben, wird eine möglichst umfassende und konsistente Modellbildung angestrebt.

Den Schwerpunkt der Arbeit bildet die Untersuchung der Rotationsdynamik der Erde auf Zeitskalen von Tagen bis Dekaden unter dem gemeinsamen Einfluss von Massenverlagerungen, die durch geophysikalische Prozesse und gravitative Wechselwirkungen mit anderen Himmelskörpern hervorgerufen werden. Simultan zu den Variationen der Erdrotation werden in DyMEG Oberflächendehformationen und die zeitlichen Änderungen der harmonischen Koeffizienten zweiten Grades der Kugelfunktionsentwicklung des Erdschwerefeldes aus den Massenverlagerungen abgeleitet.

## 1.2 Die Erde als System

Das dynamische Systemmodell DyMEG entspricht einer Abbildung der realen Erde und ihres planetaren Umfelds. Im Sinne der Systemtheorie ist ein Systemmodell die hypothesenbehaftete Beschreibung eines komplexen Sachverhalts mit einem theoretischen Modell (SCHNEIDER 2002). Das Abbild der Realität wird aus einer diskreten Anzahl miteinander wechselwirkender Elemente zusammengesetzt. Das gewählte Modell soll die Realität im Sinne der Anforderungen möglichst gut beschreiben. Andererseits soll es möglichst einfach aufgebaut sein, um die Abläufe im System leicht nachvollziehen zu können und unnötige Fehlerquellen zu vermeiden. Das System wird also gegenüber dem Teil der Umwelt abgegrenzt, der im Rahmen der Aufgabenstellung vernachlässigbar ist. Dadurch wird die Komplexität der realen Situation reduziert, ohne wichtige Elemente und Wechselbeziehungen auszuklammern.

Die Entwicklung von DyMEG orientiert sich an der eingangs beschriebenen Aufgabenstellung. Auch dieses Systemmodell ist ein unvollständiger, bestmöglich an die Anforderungen angepasster Ausschnitt der Realität. Die grundlegenden Systemelemente in DyMEG sind ein in Bezug auf seine Massendichte homogener Erdkörper, der mit bestimmten geometrischen und rheologischen Eigenschaften ausgestattet ist, sowie die Atmosphäre und die Ozeanosphäre. Wechselwirkungen dieser Komponenten untereinander bestehen über Drehimpuls-, Stoff- und Energieaustauschprozesse. Daneben werden die gravitativen Wechselwirkungen mit Sonne und Mond berücksichtigt. Im Modell wird die vollständige Entkopplung von Erdkern und -mantel angenommen. Zulässigkeit und Auswirkungen dieser Vereinfachung werden in der Arbeit diskutiert.

Neben der verfeinerten theoretischen Beschreibung komplexer Vorgänge innerhalb der einzelnen Systemkomponenten und ihrer Wechselwirkungen untereinander hat sich in den letzten Jahren die Datensituation auf Seiten der Antriebe für numerische Modellsimulationen aufgrund gesteigerter Rechenleistung erheblich verbessert. Hier sind insbesondere zeitlich und räumlich hochauflösende globale Zirkulationsmodelle für Atmosphäre und Ozeane zu nennen, da Transportprozesse und Massenumverteilungen in diesen beiden Systemkomponenten die Primäreinflüsse auf die eingangs genannten Zielparameter darstellen. Kleinere Massenverlagerungen, die in den sogenannten Sekundärkomponenten des Erdsystems auftreten (z.B. kontinentale Hydrosphäre, Kryosphäre, Biosphäre) werden in DyMEG bislang nicht berücksichtigt, da ihr Einfluss im Vergleich zu den Primärkomponenten Atmosphäre und Ozeane gering ist (DILL 2002).

DyMEG basiert auf der Drehimpulsbilanz im rotierenden Bezugssystem der Erde, die durch das Liouvillesche Differentialgleichungssystem beschrieben werden kann. Bei DyMEG handelt es sich im Gegensatz zu den meisten bisherigen Untersuchungen um ein freies Kreiselmodell, dessen Ausgangskörper ein triaxiales Trägheitsellipsoid bildet. Die freie Rotation der Erde (sog. Chandler-Bewegung) wird vom Modell auf der Grundlage geometrischer und rheologischer Parameter selbst erzeugt und nicht wie bislang üblich bezüglich ihrer Periode und Amplitude fest vorgegeben (MIKOLAISKI 1989; FRÖHLICH 1994). Dadurch wird im Modell die Wechselwirkung zwischen erzwungener und freier Rotation ermöglicht. Da bei dieser Art der Modellierung (sog. Vorwärtsmodellierung) die traditionell verwendete analytische Vorgehensweise zur Lösung der Liouville-Gleichung nicht mehr möglich ist, wird das gekoppelte Differentialgleichungssystem erster Ordnung als Anfangswertproblem formuliert und unter Verwendung eines Einschrittintegrators nach Runge-Kutta-Fehlberg numerisch gelöst.

In DyMEG werden Variationen der Oberflächengestalt des Erdkörpers aufgrund von Gezeitendeformationen, Auflasteffekten und der Rotationsdeformation (Polzeiten) berücksichtigt und als Eingangsdaten für die Berechnung von Polbewegung und Tageslängenvariationen angesetzt. Die Koeffizienten zweiten Grades der harmonischen Kugelfunktionsentwicklung des terrestrischen Gravitationspotentials sind über den Trägheitstensor der Erde direkt mit den Rotationsvariationen und Oberflächendeformationen verknüpft. DyMEG ermöglicht eine simultane Berechnung der zeitlichen Variationen von Erdrotation, Oberflächengestalt und Schwerfeld (Koeffizienten zweiten Grades) aus den im Modell betrachteten Massenverlagerungen auf der Grundlage eines gemeinsamen Erdmodells. Damit steht die vorliegende Arbeit im Gegensatz zu den meisten bisherigen Untersuchungen, in denen die Auswirkungen von Massenverlagerungen im Erdsystem auf die entsprechenden Parameter getrennt voneinander betrachtet wurden (z.B. DILL 2002; PETERS *et al.* 2002). Durch die konsistente Zusammenführung der drei Zielgrößen korrespondiert DyMEG mit Zielen des Projekts GGOS (*Global Geodetic Observing System*) der Internationalen Assoziation für Geodäsie (IAG) (RUMMEL *et al.* 2002).

Die Erdsystemforschung ist in ein interdisziplinäres Umfeld eingebettet. Für Forschergruppen aus benachbarten Fachgebieten wie Geophysik, Ozeanographie oder Meteorologie sind die Erkenntnisse aus globalen dynamischen Modellen von Nutzen. Der Grad der Übereinstimmung der Modellergebnisse mit den geodätischen Beobachtungen gibt Hinweise auf die Qualität des Systemmodells, der verwendeten Antriebe (z.B. Atmosphären- und Ozeanmodelle) und der Verknüpfung der einzelnen Subsysteme über Drehimpuls-, Stoff- und Energieaustauschprozesse an den jeweiligen Grenzflächen. Durch die Vertiefung des Verständnisses dynamischer Prozesse innerhalb und auf der Erde können Systemmodelle auch wichtige Beiträge zur aktuellen Diskussion über den globalen Wandel und Umweltveränderungen liefern.

### 1.3 Zielsetzungen der vorliegenden Arbeit

Folgende grundlegende Fragestellungen sollen theoretisch und anhand der numerischen Ergebnisse aus DyMEG untersucht werden:

- Inwieweit können geodätisch beobachtete Zeitreihen der Erdrotationsparameter und der Schwerfeldkoeffizienten zweiten Grades durch Vorwärtsmodellierung nachgebildet werden?
  - Ist die numerische Lösung des freien Modells aus algorithmischer Sicht verlässlich und stabil?
  - Wie unterscheiden sich die Ergebniszeitreihen bei Einführung unterschiedlicher Antriebsdaten für die Massenverlagerungen?
  - In welchen Spektralbereichen ist die Übereinstimmung hoch, in welchen gering?
- Welche Wechselwirkungen bestehen zwischen erzwungener und freier Erdrotation?
  - Wie wirken sich die durch Massenverlagerungen verursachten Rotationsvariationen auf Amplitude und Periode der freien Kreiselbewegung aus?
  - Kann die Chandler-Schwingung durch die verwendeten Antriebe aufrechterhalten werden?
  - Welcher Antriebsmechanismus wirkt der Dämpfung der freien Erdrotation entgegen?
- Welche vereinfachenden Modellannahmen sind gerechtfertigt?
  - Welche Vorteile bietet der hier verwendete nichtlineare Ansatz gegenüber dem traditionellen linearen Ansatz?

- Ist die Annahme eines homogenen Ausgangskörpers mit vollständiger Entkopplung von Erdkern und -mantel ausreichend?
- Welche grundlegenden Defizite bestehen in DyMEG und wie können sie behoben werden?

Zwei unterschiedliche, aber in sich konsistente Kombinationen für atmosphärische und ozeanische Antriebe werden für die numerischen Modellsimulationen mit DyMEG angesetzt: Zum einen werden die auf atmosphärischen Beobachtungsdaten basierenden Reanalysen der *National Centers for Environmental Prediction* (NCEP) in Verbindung mit dem globalen Ozeanzirkulationsmodell ECCO (*Estimating the Circulation and the Climate of the Ocean*) eingeführt. Zum anderen findet die freie Modellkombination aus dem globalen atmosphärischen Zirkulationsmodell ECHAM3 (*ECMWF-Hamburg*) und dem Ozeanmodell für Zirkulation und Gezeiten OMCT (*Ocean Model for Circulation and Tides*) Anwendung. Die Zeitreihen der entsprechenden Drehimpulsvariationen, die in DyMEG benötigt werden, erstrecken sich in beiden Fällen über einen Zeitraum von mehr als zwei Jahrzehnten. Die Vor- und Nachteile der beiden Modellkombinationen werden einander gegenübergestellt und ausführlich diskutiert.

Im Rahmen einer Sensitivitätsanalyse wird die Verlässlichkeit der numerischen Lösung ebenso wie die Abhängigkeit der Ergebniszeitreihen von den Anfangsbedingungen der Integration untersucht. Daneben dient die Sensitivitätsanalyse der Aufdeckung kritischer Modellparameter, deren Variationen einen starken Einfluss auf die Ergebnisse für Polbewegung und Tageslängenvariation haben. Zu diesen zählen insbesondere die rheologischen Eigenschaften des Ausgangskörpers. Die Ergebniszeitreihen für Polbewegung, Tageslängenvariation und Schwerfeldparameter zweiten Grades werden mit Hilfe der Fourier- und Wavelet-Transformation spektral analysiert und den entsprechenden Zeitreihen aus geodätischen Beobachtungen gegenübergestellt. Diese Validierung erlaubt die abschließende Beurteilung der Leistungsfähigkeit von DyMEG.

## 2. Grundlagen der Erdrotation

### 2.1 Bezugssysteme der Erdorientierung

Ein wesentlicher Teil der vorliegenden Arbeit behandelt die Modellierung von Erdrotationsschwankungen auf der Grundlage des dynamischen Erdsystemmodells DyMEG. Der Begriff *Erdrotation*, wie er im Sinne dieser Arbeit verwendet wird, umfasst sowohl die zeitliche Veränderung der Richtung als auch des Betrags des Erdrotationsvektors  $\omega$  gegenüber einem erdfesten Bezugssystem. Die Richtungsänderung entspricht der auf der Erde beobachtbaren *Polbewegung*, während die Variation des Betrags des Erdrotationsvektors gleichbedeutend mit einer Veränderung der Winkelgeschwindigkeit der Rotation ist.

Der Erdrotationsvektor ändert seine Orientierung jedoch nicht nur gegenüber einem erdfesten Bezugssystem. Die unmittelbare Krafteinwirkung durch lunisolare Drehmomente verursacht sowohl eine Bewegung des Erdrotationsvektors gegenüber dem erdfesten als auch gegenüber dem raumfesten System. In DyMEG werden die Einflüsse von Sonne und Mond auf die Variationen der Erdrotation berücksichtigt. Da die für die Modellierung erforderlichen lunisolaren Ephemeriden bezüglich eines raumfesten Systems angegeben werden, ist eine Transformation zwischen dem erdfesten und dem raumfesten Bezugssystem erforderlich. Die relative Orientierung der beiden Systeme muss auch bei der Berechnung von Polbewegung und Tageslängenvariationen aus den Beobachtungen geodätischer Weltraumverfahren berücksichtigt werden.

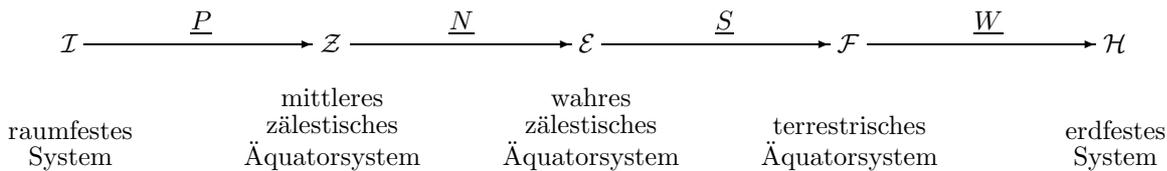
Die Rotation der Erde kann als Veränderung der räumlichen Orientierung eines erdfesten Bezugssystems  $\mathcal{H}$  relativ zu einem raumfesten Bezugssystem  $\mathcal{I}$  aufgefasst werden. Sind  $e_i^{\mathcal{H}}$  bzw.  $e_i^{\mathcal{I}}$  ( $i = 1, 2, 3$ ) orthonormale Basisvektoren der beiden Bezugssysteme, so lässt sich die Orientierung des erdfesten Systems in Bezug auf das raumfeste System ausdrücken durch:

$$e_i^{\mathcal{H}} = \underline{R} e_i^{\mathcal{I}}. \quad (2.1)$$

Darin ist  $\underline{R}$  eine zeitabhängige Rotationsmatrix, die in vier Anteile zerlegt werden kann (RICHTER 1995):

$$\underline{R} = \underline{W} \underline{S} \underline{N} \underline{P}. \quad (2.2)$$

In dieser Gleichung bezeichnet  $\underline{P}$  die Präzessionsmatrix,  $\underline{N}$  die Nutationsmatrix,  $\underline{S}$  die Rotationsmatrix um den Winkel der scheinbaren Sternzeit von Greenwich (GAST) und  $\underline{W}$  die Rotationsmatrix aufgrund der Polbewegung der Erde (engl.: wobble). Anschaulich kann der Übergang von  $\mathcal{I}$  nach  $\mathcal{H}$  folgendermaßen dargestellt werden:



Die Erde ist aufgrund ihrer Rotation an den Polen abgeplattet. Da sich Sonne und Mond in der Regel ober- oder unterhalb der Äquatorebene befinden, üben sie ein gravitatives Drehmoment auf die abgeplattete Erde aus, das die Äquatorebene der Erde in Richtung der Ekliptikebene zwingt (TORGE 2001, Seite 28f.). Als Folge der Erdrotation führt diese Krafteinwirkung zur Präzession der Erdachse um den Pol der Ekliptik, in dessen Richtung die  $z$ -Achse des raumfesten Systems  $\mathcal{I}$  weist. Der Öffnungswinkel des Kegels, auf dem die Rotationsachse den Pol der Ekliptik umläuft, beträgt  $23,5^\circ$ . Der Frühlingspunkt, der den Schnittpunkt von Äquatorebene, Ekliptik und der Himmelskugel bezeichnet, bewegt sich mit etwa  $50,3''$  pro Jahr im Uhrzeigersinn entlang der Ekliptik. In etwa 25800 Jahren, dem sogenannten Platonischen Jahr, vollzieht er einen kompletten Umlauf um die Himmelskugel. Die Präzessionsmatrix  $\underline{P}$  beschreibt die Rotation vom raumfesten System  $\mathcal{I}$  in das *mittlere zälestische Äquatorsystem*  $\mathcal{Z}$ .

Die Präzession wird von der wesentlich kürzerperiodischen lunisolaren Nutation überlagert, die Schwankungen der Erdrotationsachse im mittleren zälestischen Äquatorsystem verursacht. Sie entsteht als Folge der periodischen Änderung der Stellung von Sonne und Mond relativ zur Erde. Die Nutation ist eine Überlagerung mehrerer Schwingungen unterschiedlicher Amplituden und Perioden, die zwischen 5 Tagen und 18,6 Jahren betragen. Der bedeutendste Anteil der Nutation entsteht als Folge der Neigung der Mondbahnebene um etwa  $5^\circ$  gegenüber der Ekliptik (SCHÖDLBAUER 2000, Seite 88f.). Die Knotenlinie der Mondbahn, also die Schnittgerade der Mondbahnebene mit der Ekliptik, bewegt sich mit einer Periode von 18,6 Jahren entlang der Ekliptik. Dadurch

vollzieht der Normalenvektor der Mondbahnebene einen Kegelumlauf um die Ekliptiknormale. Das durch den Mond auf die abgeplattete Erde ausgeübte Drehmoment variiert mit gleicher Periode: Es ist am stärksten, wenn die Knotenlinie der Mondbahn mit der Schnittgeraden von Äquatorebene und Ekliptik zusammenfällt und der Mond seine maximale Deklination von  $+28,5^\circ$  bzw.  $-28,5^\circ$  erreicht. Weitere Nutationsterme, die durch die Bewegung des Mondes und der Sonne zwischen Nord- und Südhalbkugel der Erde entstehen, haben Perioden von einem halben Monat bzw. einem halben Jahr (TORGE 2001, Seite 29). Die Halbachsen der Nutationsellipse sind mit Öffnungswinkeln von weniger als  $10''$  wesentlich kleiner als die der Präzession. Durch die Nutationsmatrix  $\underline{N}$  wird der Übergang vom mittleren zälestischen Äquatorsystem in das *wahre zälestische Äquatorsystem*  $\mathcal{E}$  beschrieben. Der Pol des wahren zälestischen Äquatorsystems wird auch als *zälestischer Ephemeridenpol* (engl.: Celestial Ephemeris Pole, CEP) bezeichnet.<sup>1</sup>

Der CEP ist dadurch ausgezeichnet, dass er weder in Bezug auf ein raumfestes noch in Bezug auf ein erdfestes Koordinatensystem täglichen oder quasi-täglichen Bewegungen unterworfen ist (SEIDELMANN 1982). In einem auf den CEP bezogenen Nutationsmodell (z.B. IAU1980) sind daher keine quasi-täglichen Schwankungen enthalten. Würde die Erde als starr angenommen und äussere Drehmomente vernachlässigt, so wiese ihre Drehimpulsachse in Richtung des CEP (SCHÖDLBAUER 2000, Seite 45ff.). Die Abweichung zwischen CEP und der tatsächlichen Drehimpulsachse, die mit der Figurenachse und der Rotationsachse der Erde in einer Ebene liegt, wird als Oppolzer-Bewegung bezeichnet (SCHÖDLBAUER 2000, Seite 256ff.). Von der Richtung zum CEP unterscheidet sich die tatsächliche Erdrotationsachse nur durch quasi-tägliche Bewegungen mit Amplituden  $< 0,01''$  (RICHTER 1995). Aufgrund von Präzession und Nutation verändert die Rotationsachse der Erde ihre Orientierung in Bezug auf das raumfeste System in Abhängigkeit von der Zeit. Die dadurch verursachte Variation der Rektaszension und Deklination von Fixsternen muss bei Beobachtungen von einer Station auf der Erdoberfläche aus berücksichtigt werden. Die (wahre) geographische Breite der Station, also der Winkel zwischen der wahren Äquatorebene und der Zenitrichtung der Station, bleibt durch Präzession und Nutation unverändert. Die Matrizen  $\underline{P}$  und  $\underline{N}$  können durch Modelle auf der Grundlage der Sonnen- und Mondephemeriden mit guter Genauigkeit beschrieben werden (LIESKE *et al.* 1977, WAHR 1981, SEIDELMANN 1992). Vom Internationalen Erdrotations- und Referenzsystemdienst (IERS) werden im Internet regelmäßig kleine Korrekturen zu den aktuellen Modellen veröffentlicht (*Celestial Pole Offsets*) (<http://www.iers.org>).

Der Übergang von  $\mathcal{E}$  in das erdfeste System  $\mathcal{H}$  erfolgt unter Berücksichtigung der *Erdrotationsparameter*. Diese umfassen die scheinbare Sternzeit von Greenwich (GAST), also der scheinbare Stundenwinkel von Greenwich in Bezug auf den wahren Frühlingspunkt, und die Polbewegung, die durch die Koordinaten  $x_p$  und  $y_p$  beschrieben wird. Über die Rotationsmatrix  $\underline{S}$ , die eine Rotation um die  $z$ -Achse des wahren zälestischen Äquatorsystems um den Winkel GAST beschreibt, wird die Transformation vom wahren zälestischen ins terrestrische Äquatorsystem vollzogen. GAST steht über die bekannte *Gleichung der Äquinoktien* (SCHÖDLBAUER 2000, Seite 313ff.) in Zusammenhang mit der um die Nutation bereinigten mittleren Sternzeit von Greenwich und damit auch im Zusammenhang mit der Weltzeit UT1 (AOKI *et al.* 1982). Die Rotationsmatrix  $\underline{S}$  führt vom wahren zälestischen Äquatorsystem in das *terrestrische Äquatorsystem*  $\mathcal{F}$  über. Der letzte Anteil der Rotationsmatrix  $\underline{R}$ , die Polbewegungsmatrix  $\underline{W}$ , beschreibt die Transformation vom terrestrischen Äquatorsystem in das erdfeste System  $\mathcal{H}$ . Die  $z$ -Achse des terrestrischen Äquatorsystems  $\mathcal{F}$  weist in Richtung des CEP, während die  $z$ -Achse des erdfesten Systems in Richtung des konventionellen terrestrischen Pols (CTP) weist. Dieser mittlere Pol ist heute der *IERS Reference Pole* (IRP), der den bis 1967 gültigen *Conventional International Origin* (CIO) ablöste. Der CIO ist identisch mit der mittleren Richtung der Erdrotationsachse zwischen 1900 und 1905. Der IRP weicht vom CIO um maximal  $\pm 0,03''$  ab und wird über die aus geodätischen Weltraumverfahren abgeleiteten Koordinaten global verteilter Beobachtungsstationen realisiert. Das heute gebräuchliche erdfeste System  $\mathcal{H}$  ist das Internationale Terrestrische Referenzsystem (ITRS), das geozentrisch gelagert ist und dessen  $z$ -Achse in Richtung des IRP weist. Die  $x$ -Achse des ITRS ist in Richtung des Meridians von Greenwich orientiert, die  $y$ -Achse nach  $90^\circ$  östlicher Länge (MCCARTHY 2003). Aufgrund der Polbewegung sind die (wahre) geographische Breite und Länge einer Beobachtungsstation auf der Erdoberfläche Schwankungen unterworfen.

Sowohl die Orientierung der Erdrotationsachse gegenüber dem CTP als auch die Winkelgeschwindigkeit der Erdrotation werden durch singuläre, episodische und periodische Prozesse im Inneren der Erde und in ihrem Aussenraum beeinflusst. Da die Rotationsmatrizen  $\underline{S}$  und  $\underline{W}$  nicht ausreichend genau durch Modelle beschrieben werden können, veröffentlicht der IERS die aus geodätischen Weltraumverfahren abgeleiteten Parameter  $\Delta UT = UT1 - UTC$  und die Polkoordinaten  $x_p$  und  $y_p$  (<http://www.iers.org>). Dabei entspricht die koordinierte Weltzeit

<sup>1</sup>Nach einer Resolution der Internationalen Astronomischen Union (IAU) wurde der zälestische Ephemeridenpol (CEP) zum 1.1.2003 durch den zälestischen Intermediären Pol (CIP) ersetzt (CAPITAINE 2002). Der CIP ist so definiert, dass er im raumfesten System nur noch Bewegungen mit Perioden länger als zwei Tage ausführt. Dementsprechend hat er tages- und kürzerperiodische Bewegungen im erdfesten System. Der Übergang vom CEP zum CIP erfordert die Einführung des überarbeiteten Präzessions- und Nutationsmodells IAU2000 (SOUCHAY *et al.* 1999; MATHEWS *et al.* 2002). Die vorliegende Arbeit soll jedoch von der neuen Resolution unberührt bleiben.

*UTC* bis auf einen konstanten Versatz durch die Berücksichtigung von Schaltsekunden der auf der Erde durch Atomuhren realisierten gleichförmigen Internationalen Atomzeit *TAI*. Die Polkoordinaten  $x_p$  und  $y_p$  geben die Abweichung zwischen den Achsrichtungen zum CEP und zum IRP an. Der Grund für die Verwendung des CEP und nicht des instantanen Rotationspols als Bezugsrichtung liegt in der oben genannten Tatsache, dass der CEP weder in Bezug auf das raumfeste noch in Bezug auf das erdfeste System quasi-tägliche Bewegungen enthält. Die positive Achse für  $x_p$  weist in Richtung des Meridians von Greenwich, für  $y_p$  in Richtung  $90^\circ$  westlicher Länge. Mit den drei beschriebenen Parametern kann die Transformation vom wahren zälestischen System  $\mathcal{E}$  in das erdfeste System  $\mathcal{H}$  ausgeführt werden.

Alternativ zum Parameter  $\Delta UT$  wird häufig auch der Begriff *Tageslängenvariation* (engl.: excess length-of-day,  $\Delta LOD$ ) verwendet.  $\Delta LOD$  bezeichnet die astronomisch bestimmte Länge eines Sonnentages (length-of-day, *LOD*) ausgedrückt in *TAI* vermindert um 86400 Sekunden (MORITZ und MUELLER 1987, Seite 196f.):

$$\Delta LOD = LOD - 86400 \text{ s} . \quad (2.3)$$

Zwischen *LOD* und  $\Delta UT$  besteht folgender Zusammenhang:

$$\frac{d}{dt} \Delta UT = -LOD . \quad (2.4)$$

Durch die Verwendung von  $\Delta LOD$  kann die Variation der Winkelgeschwindigkeit der Erdrotation infolge geophysikalischer und gravitativer Einflüsse anschaulich als Schwankung der tatsächlichen Umdrehungszeit der Erde interpretiert werden.

## 2.2 Polbewegung

In Abb. 2.1 ist die vom IERS veröffentlichte Zeitreihe C04 der Polbewegung für den Zeitraum zwischen 1962 und 2003 dargestellt, wie sie aus den Beobachtungen geodätischer Weltraumverfahren mit einer Genauigkeit von bis zu 0,1 mas (Millibogensekunden) abgeleitet wurde (IERS 2003). Deutlich erkennbar ist eine Schwebung mit einer Periode von 6,3 Jahren. Sie wird durch die Überlagerung eines jahresperiodischen Signals (Amplitude etwa 0,09'') mit einer Schwingung der Periode von ungefähr 1,2 Jahren (Amplitude etwa 0,17'') verursacht. Die resultierende Schwebungsamplitude beträgt etwa 0,25'', was auf der Erdoberfläche bis zu 9 m entspricht.

Während die jahresperiodische Oszillation allein durch geophysikalische und gravitative Einflüsse auf das Erdsystem erklärt werden kann, ist die Schwingung mit der Periodendauer von 1,2 Jahren die freie Polbewegung der Erde. Sie wurde von CHANDLER (1891, 1892) entdeckt und wird daher auch als *Chandler-Schwingung* bezeichnet. Die freie Polbewegung der Erde ist darin begründet, dass die polare Hauptträgheitsachse (Figuren-achse) nicht mit der Rotationsachse der Erde zusammenfällt (SCHÖDLBAUER 2000, Seite 46.). Dadurch wird eine Taumelbewegung des abgeplatteten Erdkreisels hervorgerufen, bei der der Rotationsvektor im erdfesten System einen Kegelumlauf um die Figuren-achse beschreibt.<sup>2</sup> Für einen Starrkörper mit den Dimensionen der Erde würde die Umlaufperiode 305 Tage (Euler-Periode) betragen (LAMBECK 1980, Seite 30ff.). Aufgrund der Deformierbarkeit des Erdkörpers wird die tatsächliche Periodendauer jedoch deutlich verlängert und beträgt etwa 434 Tage.

Als Folge der Anelastizität des Erdmantels und den damit verbundenen Energieverlusten durch Reibung ist die Chandler-Bewegung eine gedämpfte Schwingung. Die Zeitreihen geodätischer Beobachtungen zeigen jedoch, dass die Amplitude der freien Polbewegung der Erde offenbar durch einen Mechanismus angeregt wird, der der Dämpfung entgegenwirkt. Welcher Effekt für die Aufrechterhaltung der Chandler-Amplitude verantwortlich ist, konnte bisher nicht erklärt werden. In zahlreichen Arbeiten wurde vermutet, dass die Chandler-Schwingung entweder durch atmosphärische oder hydrologische Massenverlagerungen (WAHR 1983; HAMEED und CURRIE 1989; SIDORENKOV 1992; FURUYA *et al.* 1996; FURUYA *et al.* 1997) oder Prozesse im Erdinneren (SOURIAU und CAZENAIVE 1985; GROSS 1986; HINDERER *et al.* 1987) angetrieben wird. Die Ergebnisse der einzelnen Untersuchungen sind jedoch teilweise widersprüchlich. Inwieweit die freie Kreisbewegung in DyMEG durch die eingeführten geophysikalischen Antriebe aufrechterhalten werden kann, ist eine der zentralen Fragestellungen dieser Arbeit. In einer vor kurzem veröffentlichten Studie untersuchte GROSS (2000) in einer Spektralanalyse die Drehimpulsvariationen atmosphärischer Wind- und Druckfelder sowie ozeanischer Strömungs- und Bodendruckfelder aus Reanalysedaten und Modellsimulationen. Er schloss aus den Ergebnissen, dass die Anregungsenergie ozeanischer Bodendruckvariationen im Spektralbereich zwischen 0,730 cpy (Schwingungen pro Jahr) und 0,913 cpy

<sup>2</sup>In der Physik wird die freie Kreisbewegung auch als *freie Nutation* bezeichnet. Um Verwechslungen mit der lunisolaren Nutation auszuschließen, wird der Begriff im Rahmen dieser Arbeit nicht verwendet.

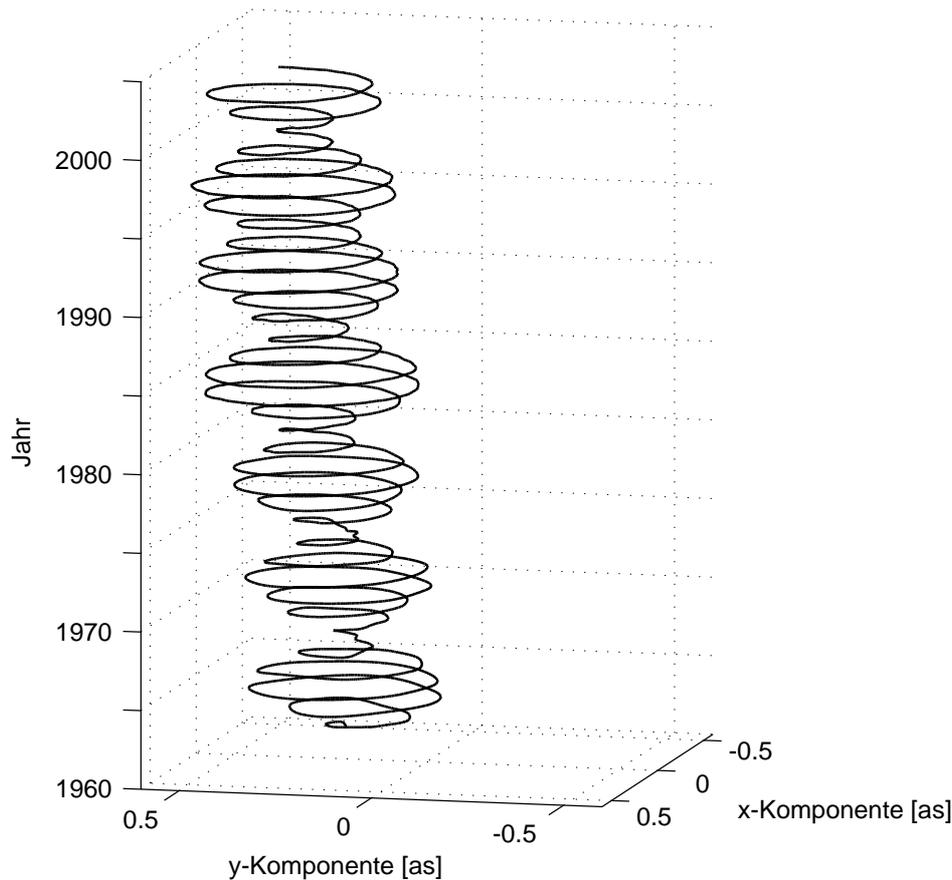


Abbildung 2.1: Zeitreihe C04 der Polbewegung für den Zeitraum zwischen 1962 und 2003.

für die resonante Anregung der Chandler-Schwingung zwischen 1985 und 1996 verantwortlich ist. Die Ergebnisse dieser Veröffentlichung werden später im Vergleich mit den Ergebnissen aus DyMEG noch einmal ausführlich diskutiert (Abschnitt 6.1.3).

Das Jahressignal der Polbewegung entsteht genauso wie eine Reihe weiterer signifikanter höherer Frequenzen als Folge geophysikalischer und gravitativer Antriebe, die Massenverlagerungen im Erdsystem hervorrufen. Sie werden im Folgenden als erzwungene Rotationsvariationen bezeichnet. Daneben scheint eine langperiodische Variation der Polbewegung mit einer etwa 30-jährigen Periode und einer Amplitude um  $0,01''$  zu existieren. Dieses Signal wird als *Markowitz wobble* bezeichnet (MORITZ und MUELLER 1987, Seite 509f.). Seine Ursache ist jedoch unklar (CELAYA *et al.* 1999). Eine Zusammenstellung wichtiger Einflussfaktoren auf die Erdrotation findet sich zusammen mit den jeweils angeregten Perioden und Amplituden in CHAO (1994).

Die erzwungenen Erdrotationsvariationen und die freie Chandler-Schwingung sind nicht unabhängig. Durch Rückkopplungseffekte verändern Variationen des Erdrotationsvektors das Zentrifugalpotential der Erde, wodurch zusätzliche Massenverlagerungen im Erdkörper hervorgerufen werden (Rotationsdeformation). Die resultierende Verlagerung der Hauptträgheitsachse wirkt sich auf die Chandler-Bewegung aus (Abschnitt 3.3). Eine säkulare Wanderung des Rotationspols mit gegenwärtig etwa  $3,3 \text{ mas/a}$  in Richtung  $76^\circ$  - $78^\circ$  westlicher Länge (VONDRAK *et al.* 1995; SCHUH *et al.* 2001) wird wahrscheinlich durch postglaziale Landhebungen und Meeresspiegelvariationen verursacht (MILNE und MITROVICA 1998).

## 2.3 Tageslängenvariation

Die Tageslängenvariation kann heute mit einer Genauigkeit von  $20 \mu\text{s}$  aus Beobachtungen abgeleitet werden (IERS 2003). Die Zeitreihe wird von einer dekadischen Variation dominiert, der deutliche jahres- und halbjahresperiodische Schwingungen aufgrund atmosphärischer und ozeanischer Anregungen sowie Gezeitensignale mit Perioden von wenigen Tagen überlagert sind (Abb. 2.2). Im Gegensatz zur Polbewegung gibt es keine signifikante freie Tageslängenvariation aufgrund der Rotationsdeformation (WAHR 1985). Die dekadische Variabilität von  $\Delta LOD$  erreicht Amplituden vom mehreren Millisekunden und wird zum größten Teil auf den Drehimpulsaus-

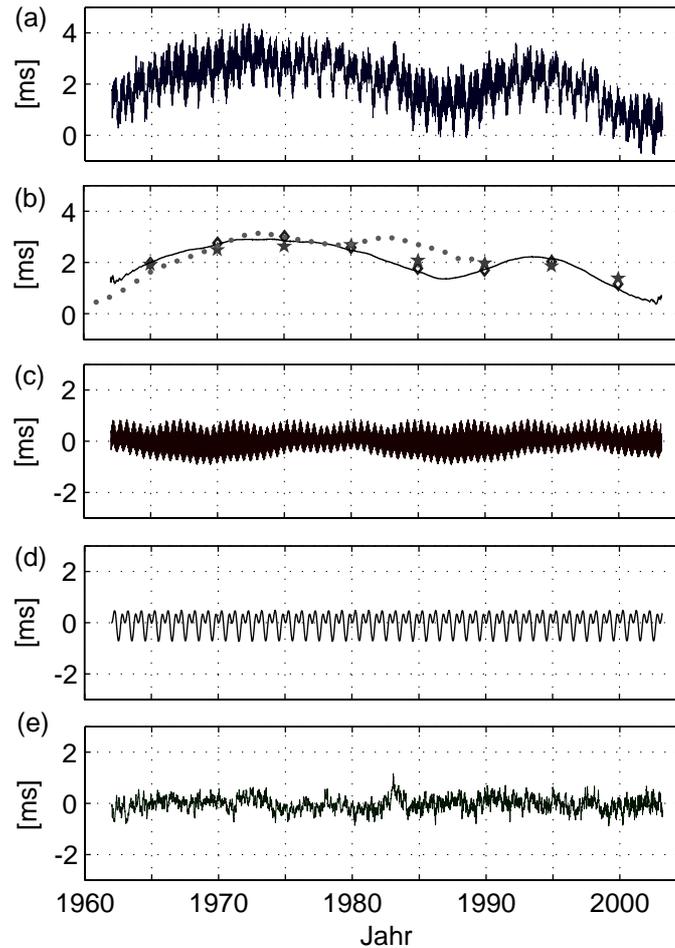


Abbildung 2.2: Tageslängenvariation für den Zeitraum zwischen 1962 und 2003. (a) Beobachtungszeitreihe C04, (b) gleitender Mittelwert über jeweils fünf Jahre im Vergleich mit drei Modellen des Einflusses der Kern-Mantel-Kopplung auf  $\Delta LOD$  (Punkte: JBG, Sterne: PD1, Rauten: PD2), (c) Einfluss der Erdbezeiten, (d) Jahres- und halbjahresperiodisches Signal, (e) Restanteil.

tausch zwischen Erdkern und Erdmantel zurückgeführt (LIAO und GREINER-MAI 1999). Diese Annahme wird auch dadurch gestützt, dass die dekadischen Tageslängenvariationen stark mit Variationen des Erdmagnetfelds korreliert sind (SCHUH *et al.* 2003, Seite 87). Vier mögliche Mechanismen der Kern-Mantel-Kopplung (KMK) werden aktuell diskutiert: topographische, elektromagnetische, viskoelastische und gravitative Kopplung. Die topographische Kopplung ist bisher aufgrund der unzureichenden Kenntnis der Topographie an der Kern-Mantel-Grenze nur ungenau modellierbar, verfügt aber wahrscheinlich nicht über genügend Energie, um die starken  $\Delta LOD$ -Variationen anzutreiben (PONSAR *et al.* 2002). HOLME (1998) zeigte, dass die elektromagnetische KMK der wahrscheinlichste Antriebsmechanismus ist. Sie beruht auf Variationen des geomagnetischen Feldes als Folge von Dynamoprozessen, die über die Lorentzkraft ein Drehmoment auf elektrisch leitfähige Gebiete des unteren Mantels ausüben (SCHUH *et al.* 2003, Seite 78). Viskoelastische und gravitative Kopplungsmechanismen spielen dagegen nur eine untergeordnete Rolle. Im Rahmen des *Special Bureau for the Core* (SBC) des Global Geophysical Fluids Center (GGFC) stellt der IERS Modellzeitreihen zur Verfügung, die die Einflüsse der KMK auf die Tageslängenvariation beschreiben. In Abb. 2.2 (b) sind die Ergebnisse dreier Modelle einem gleitenden Mittelwert der Tageslängenvariation über jeweils fünf Jahre gegenübergestellt. Einer der Datensätze (nach JACKSON, BLOXHAM und GUBBINS, JBG)<sup>3</sup> hat eine zeitliche Auflösung von 2,5 Jahren, die beiden anderen (nach PETROV und DEHANT, PD1 und PD2)<sup>3</sup> liegen nur für Intervalle von 5 Jahren vor. Alle drei Datensätze beruhen auf der Frozen Flux Hypothese (BLOXHAM und JACKSON 1992). Während JBG ein freies Modell ist, stützen sich PETROV und DEHANT auf Magnetfeldbeobachtungen. Beim Vergleich der verschiedenen Modelle des SBC werden signifikante Unterschiede deutlich. Zwar besteht eine gewisse Übereinstimmung zwischen den Zeitreihen und dem gleitenden Mittelwert (vor allem bei PD2), jedoch ist die zeitliche Auflösung viel zu grob, um die dekadischen  $\Delta LOD$ -Variationen ausreichend genau beschreiben und andere Einflüsse ausschließen zu können.

<sup>3</sup>Daten bezogen von der Homepage des SBC. Nähere Informationen zu den Datensätzen unter <http://www.astro.oma.be/SBC/main.html> (5.12.2001)

Im Gegensatz zu den dekadischen Variationen können die Tageslängenschwankungen auf annuellen, saisonalen und kürzerperiodischen Skalen mit hoher Korrelation durch den Einfluss der atmosphärischen und ozeanischen Massenverlagerungen beschrieben werden (Abschnitt 6.2). Die beiden stärksten durch diese Prozesse verursachten Signalanteile haben Perioden von einem Jahr und einem halben Jahr mit nahezu gleichen Amplituden von jeweils 0,36 ms. Daneben existiert eine schwache quasi-zweijährige Schwingung (quasi-biennial oscillation, QBO) aufgrund ungleichmäßiger Variationen zonaler Winde und Temperaturen in der tropischen Troposphäre und Stratosphäre (TRENBERTH 1980). Ihre Amplitude variiert von Zyklus zu Zyklus, beträgt jedoch in der Regel weniger als 0,10 ms (HÖPFNER 2001). Die wichtigsten durch Gezeiten der festen Erde verursachten Perioden liegen bei 9,13 Tagen (Amplitude 0,07 ms), 13,63 Tagen (0,15 ms), 13,66 Tagen (0,35 ms) und 27,55 Tagen (0,19 ms) (YODER *et al.* 1981). Das in DyMEG verwendete Erdgezeitenmodell (MCCARTHY 2003, Kapitel 6) wird in Abschnitt 3.4 näher beschrieben. Im Gegensatz zu den Erdgezeiten ist der Einfluss ozeanischer Gezeiten auf die Variation der Tageslänge unbedeutend (LAMBECK 1980, Seite 139; GROSS 1993).

Im Restsignal der Tageslängenvariation (Abb. 2.2 e) sind vorübergehende Zunahmen der Tageslänge im Jahr 1983 und (etwas weniger ausgeprägt) im Jahr 1997 zu erkennen. Diese episodischen Schwankungen sind auf starke El Niño Ereignisse zurückzuführen (ROSEN *et al.* 1984; CHAO 1989). Wie die Polbewegung unterliegt auch  $\Delta LOD$  einer säkularen Veränderung. Vor allem als Folge der Gezeitenreibung nimmt die Tageslänge um etwa 2,3 ms pro Jahrhundert zu (MORRISON und STEPHENSON 1998).

## 2.4 Modellierungsansätze der Erdrotation

### Drehimpulsbilanzierung

Untersuchungen zur zeitlichen Variation der Erdrotation basieren auf der Lösung einer Kreiselgleichung, die sich aus der Drehimpulsbilanz im System Erde ergibt. In einem rotierenden Bezugssystem wird die Reaktion der Erde auf externe Drehmomente durch die dynamische Euler-Gleichung beschrieben (LAMBECK 1980, Seite 30ff.):

$$\frac{d}{dt}\mathbf{H} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{H} = \mathbf{L} . \quad (2.5)$$

Darin bezeichnen  $\boldsymbol{\omega}$  den Rotationsvektor der Erde bezogen auf das rotierende Bezugssystem,  $\mathbf{H}$  den Eigendrehimpuls der Erde und  $\mathbf{L}$  lunisolare und (in DyMEG nicht berücksichtigte) planetare Drehmomente. Für einen rotierenden Starrkörper mit den Dimensionen der Erde entspricht der Drehimpulsvektor  $\mathbf{H}$  dem Produkt seines Trägheitstensors  $\mathbf{I}$  mit dem Rotationsvektor  $\boldsymbol{\omega}$ :

$$\mathbf{H} = \mathbf{I} \cdot \boldsymbol{\omega} . \quad (2.6)$$

Der Trägheitstensor beschreibt die Massenverteilung im Körper und ist symmetrisch (LAMBECK 1980, Seite 30). Für einen Starrkörper ist er bezüglich körperfester Achsen invariant. Der Eigendrehimpuls  $\mathbf{H}$  eines rotierenden deformierbaren Körpers lässt sich in zwei Summanden aufspalten. Ein Anteil entspricht dem Drehimpuls des rotierenden Starrkörpers (Gl. 2.6), wobei der Trägheitstensor aufgrund der Deformierbarkeit zeitlich variiert (*Massenterm*). Der zweite Anteil kann als Drehimpuls  $\mathbf{h}$  relativ zur Körperrotation aufgefasst werden (*Bewegungsterm*). Er entsteht als Folge der Bewegung von Massenelementen relativ zu dem rotierenden Bezugssystem, in dem die Rotationsvariationen beschrieben werden (SCHNEIDER 1988, Seite 161ff.):

$$\mathbf{H} = \mathbf{I} \cdot \boldsymbol{\omega} + \mathbf{h} . \quad (2.7)$$

Für einen rotierenden deformierbaren Körper wird die Euler-Gleichung (2.5) zu

$$\frac{d}{dt}(\mathbf{I} \cdot \boldsymbol{\omega} + \mathbf{h}) + \boldsymbol{\omega} \times (\mathbf{I} \cdot \boldsymbol{\omega} + \mathbf{h}) = \mathbf{L} . \quad (2.8)$$

Die Differentialgleichung (2.8) wird in dieser Form auch als *Euler-Liouville-* oder kurz *Liouville-Gleichung* bezeichnet (MUNK und MACDONALD 1960, Seite 10).

Unter Deformierbarkeit werden bei Untersuchungen zur Erdrotation nicht nur die Deformationen des festen Erdkörpers verstanden, sondern auch Massenverlagerungen innerhalb und zwischen den übrigen Komponenten des Gesamtsystems. Insbesondere spielen im Rahmen dieser Arbeit die Atmosphäre und die Ozeane eine bedeutende Rolle. Alle Massenverlagerungen wirken sich über die zeitabhängige *Massenanordnung* auf den Trägheitstensor  $\mathbf{I}$  aus. *Massenbewegungen* gegenüber dem Bezugssystem bewirken relative Drehimpulse  $\mathbf{h}$ . Daher sind alle in der Liouville-Gleichung vorkommenden Größen zeitlich variabel:

$$\mathbf{I} = \mathbf{I}(t), \mathbf{h} = \mathbf{h}(t), \boldsymbol{\omega} = \boldsymbol{\omega}(t), \mathbf{L} = \mathbf{L}(t) . \quad (2.9)$$

Durch Massentransfer und relative Massenbewegungen tauschen die einzelnen Systemkomponenten untereinander Drehimpuls aus. Das Auftreten von relativen Drehimpulsen ist nicht unbedingt mit dem Auftreten von zeitabhängigen Trägheitstensorvariationen gekoppelt. Zwar haben die meisten der in dieser Arbeit relevanten Prozesse simultane Auswirkungen sowohl auf den Massen- als auch auf den Bewegungsterm. So sind beispielsweise atmosphärische Strömungen mit Variationen des Luftdrucks, und ozeanische Zirkulationen mit Variationen des ozeanischen Bodendrucks verknüpft. Jedoch existieren auch Massenbewegungen, die keinen Einfluss auf die Massenordnung im Erdsystem und damit auf den Trägheitstensor haben. Dieser Fall tritt beispielsweise ein, wenn sich Wasser in einer ringförmigen Strömung bewegt (Zirkumpolarstrom) oder die Rotation des Erdkerns in Bezug auf den Erdmantel eine Beschleunigung erfährt. Umgekehrt können vertikale Deformationen des Erdkörpers oder die zeitvariable Schneebedeckung als Beispiele für Massenverlagerungen ohne nennenswerten Einfluss auf den Bewegungsterm genannt werden.

## Referenzsystem

In theoretischen Untersuchungen zur Erdrotation werden die in der Liouville-Gleichung vorkommenden Größen oft auf mitrotierende Bezugssysteme bezogen, gegenüber denen die Massenelemente eines rotierenden Starrkörpers zu allen Zeitpunkten bezüglich ihrer Position invariant sind. Für eine deformierbare Erde kann ein solches System durch eine Minimum-Bedingung definiert werden (SCHNEIDER 1988, Seite 165f.). Häufig diskutiert wird beispielsweise das Tisserandsystem, bei dem der integrale Effekt der Relativbewegungen von Massenelementen gegenüber dem Bezugssystem minimiert wird bzw. verschwindet ( $\mathbf{h} = 0$ ). Das Tisserandsystem bietet den Vorteil, dass sich die Liouville-Gleichung (2.8) stark vereinfacht. Der Nachteil ist aber, dass die Festlegung eines solchen System hypothesenbehaftet ist, da sich der relative Drehimpuls (insbesondere im Erdinneren) nicht ohne weiteres aus Beobachtungen an der Erdoberfläche ergibt (ENGELS und GRAFAREND 1999).

Numerische Studien werden zumeist in einem terrestrischen Bezugssystem betrachtet, das geozentrisch gelagert ist und dessen Rotationsachse genähert in die Richtung des polaren Hauptträgheitsmoments  $C$  der Erde weist. Seine  $x$ -Achse ist in Richtung Greenwich orientiert, die  $y$ -Achse weist nach  $90^\circ$  östlicher Länge. Näherungsweise rotiert das terrestrische System gleichmäßig mit der Winkelgeschwindigkeit  $\Omega = 2\pi/86164\text{ s}$  um seine  $z$ -Achse. Zeitliche Schwankungen des instantanen Erdrotationsvektors  $\boldsymbol{\omega}(t)$  werden als kleine Abweichungen von einer gleichförmigen Rotation aufgefasst. Ausgedrückt in Koordinaten des terrestrischen Systems gilt für den Erdrotationsvektor (MUNK und MACDONALD 1960, Seite 37):

$$\boldsymbol{\omega}(t) = \Omega \cdot \begin{pmatrix} m_1(t) \\ m_2(t) \\ 1 + m_3(t) \end{pmatrix}, \quad m_i \ll 1. \quad (2.10)$$

Die dimensionslosen Größen  $m_i(t)$ , ( $i = 1, 2, 3$ ) entstehen als Folge der Massenverlagerungen im Erdsystem und sind die unbekanntenen Größen der Liouville-Gleichung. Die Größen  $m_1(t)$  und  $m_2(t)$  beschreiben die zeitabhängige Richtungsänderung der Rotationsachse. Schwankungen der Rotationswinkelgeschwindigkeit sind äquivalent zur Tageslänge. Sie ergeben sich aus zeitlichen Variationen des Betrags des Erdrotationsvektors  $|\boldsymbol{\omega}(t)|$ , wobei in guter Näherung gilt (SCHNEIDER 1988, Seite 189):

$$|\boldsymbol{\omega}(t)| = \Omega \sqrt{m_1(t)^2 + m_2(t)^2 + (1 + m_3(t))^2} \approx \Omega (1 + m_3(t)). \quad (2.11)$$

Der Fehler, der durch diese Näherung bei der Berechnung von  $\Delta LOD$  entsteht, hat eine Größenordnung von  $10^{-16}$  s und ist vernachlässigbar.

Der Trägheitstensor der Erde  $\mathbf{I}(t)$  wird aus den beiden Anteilen  $\mathbf{I}_0$  und  $\Delta\mathbf{I}(t)$  zusammengesetzt (LAMBECK 1980, Seite 35). Dabei ist  $\mathbf{I}_0$  ein konstanter Näherungs-Trägheitstensor. Bezüglich eines Hauptachssystems besitzt er Diagonalgestalt:

$$\mathbf{I}_0 = \begin{pmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & B & 0 \\ 0 & 0 & C \end{pmatrix}. \quad (2.12)$$

In dieser Gleichung bezeichnen  $A$  und  $B$  die äquatorialen Hauptträgheitsmomente der Erde, wobei  $C > B > A$  gilt. Die Hauptträgheitsachsen fallen nicht mit den Achsen des terrestrischen Systems zusammen, da die Achse des kleinsten Hauptträgheitsmoments  $A$  etwa in Richtung  $15^\circ$  westlicher Länge orientiert ist (MARCHENKO und SCHWINTZER 2003). Diese Abweichung wird durch eine Rotation berücksichtigt, durch die  $\mathbf{I}_0$  bezüglich

des terrestrischen Systems seine Diagonalgestalt verliert. Die Abhängigkeit der Ergebniszeitreihen für die Erdrotationsparameter von der Wahl der numerischen Werte für  $A$ ,  $B$  und  $C$  sowie von der Orientierung des Hauptachsensystems gegenüber dem terrestrischen System wird im Rahmen der Sensitivitätsanalyse diskutiert (Abschnitt 5.4).

Aufgrund der Massenverlagerungen im Erdsystem ergeben sich für den Trägheitstensor kleine zeitabhängige Abweichungen vom Näherungs-Trägheitstensor  $\mathbf{I}_0$  (MORITZ und MUELLER 1987, Seite 40). Die Zuschläge  $c_{ij} \ll A, B, C$  ( $i, j = 1, 2, 3$ ) für die einzelnen Tensorkomponenten werden als Deviationsmomente bezeichnet:

$$\Delta \mathbf{I}(t) = \begin{pmatrix} c_{11}(t) & c_{12}(t) & c_{13}(t) \\ & c_{22}(t) & c_{23}(t) \\ \text{sym.} & & c_{33}(t) \end{pmatrix}. \quad (2.13)$$

Vorausgesetzt, dass die Trägheitstensorvariationen  $\Delta \mathbf{I}(t)$ , die relativen Drehimpulse  $\mathbf{h}(t)$  und die Drehmomente  $\mathbf{L}(t)$  auf der rechten Seite der Liouville-Gleichung (2.8) mit ausreichender Genauigkeit aus Modellen oder Beobachtungsdaten abgeleitet werden können, führt die Auflösung der Gleichung nach dem Rotationsvektor  $\boldsymbol{\omega}(t)$  auf die Variationen der Erdrotation. Der Zusammenhang der Modellergebnisse für  $m_i(t)$  mit den vom IERS veröffentlichten Werten für Polbewegung und Tageslängenvariation wird in Abschnitt 2.5 hergestellt.

Zwei unterschiedliche Lösungsansätze, der Drehimpulsansatz und der Drehmomentansatz, eignen sich für die Lösung der Liouville-Gleichung. Sie unterscheiden sich in der Betrachtungsweise des Körpers, für den diese Gleichungen aufgestellt werden (SEITZ 2002).

### Drehimpulsansatz

Beim Drehimpulsansatz umfasst der Körper neben der festen Erde die Primärkomponenten Atmosphäre und Ozeane sowie die (in DyMEG vernachlässigten) Sekundärkomponenten. Jede Massenverlagerung in einer der Systemkomponenten führt unmittelbar zu einer zeitlichen Änderung des Trägheitstensors  $\Delta \mathbf{I}(t)$ . Für die feste Erde ergeben sich Deviationsmomente aufgrund der Deformationen des Erdkörpers als Reaktion auf das gezeitenerzeugende Potential, Auflasten und Rotationsvariationen.

Als Folge der Relativbewegung einzelner Massenelemente gegenüber dem terrestrischen System treten relative Drehimpulse  $\mathbf{h}(t)$  auf. Die Trägheitstensorvariationen können für die meisten der Subsysteme gut aus modellierten bzw. auf Beobachtungen basierenden Massenbilanzen abgeleitet werden, die relativen Drehimpulse werden aus Strömungsfeldern globaler Zirkulationsmodelle gewonnen. Der Drehimpulsansatz entspricht einer abstrakten Bilanz der Drehimpulse voneinander als unabhängig errichteter Teilsysteme. Daher werden die Einflüsse der einzelnen Komponenten additiv überlagert:

$$\begin{aligned} \mathbf{I}(t) &= \mathbf{I}_0 + \Delta \mathbf{I}_{\text{feste Erde}}(t) + \Delta \mathbf{I}_{\text{primär}}(t) + \Delta \mathbf{I}_{\text{sekundär}}(t) \\ \mathbf{h}(t) &= \mathbf{h}_{\text{feste Erde}}(t) + \mathbf{h}_{\text{primär}}(t) + \mathbf{h}_{\text{sekundär}}(t). \end{aligned} \quad (2.14)$$

Extern auf den Körper wirkende Drehmomente sind beim Drehimpulsansatz rein gravitativen Ursprungs. Unter Vernachlässigung weiterer Himmelskörper gilt für die lunisolaren Drehmomente  $\mathbf{L}(t)$  auf der rechten Seite der Liouville-Gleichung (2.8) (MORITZ und MUELLER 1987, Seite 50ff.):

$$\mathbf{L}(t) = \sum_{j=s,m} \frac{3GM_j}{r_{ej}^5(t)} \begin{pmatrix} y_j(t) z_j(t) (C - B) \\ x_j(t) z_j(t) (A - C) \\ x_j(t) y_j(t) (B - A) \end{pmatrix}. \quad (2.15)$$

Dabei stehen die Indizes  $j = s, m$  für Sonne und Mond. Der geozentrische Abstand des jeweiligen Himmelskörpers mit der (Punkt-)Masse  $M_j$  wird mit  $r_{ej}(t)$  bezeichnet,  $x_j(t)$ ,  $y_j(t)$ ,  $z_j(t)$  sind seine Koordinaten bezüglich des erdfesten Systems, und  $G$  ist die Gravitationskonstante. Die lunisolaren Drehmomente werden in DyMEG auf Grundlage der *JPL Development Ephemeris* DE405 (STANDISH 1998) berechnet. Zur Transformation vom raumfesten System (ICRF), in dem die Ephemeriden gegeben sind, ins wahre zälestische Äquatorsystem wird das Präzessions- und Nutationsmodell IAU1980 (SEIDELMANN 1982) verwendet. Der Übergang vom wahren zälestischen ins terrestrische Äquatorsystem erfolgt durch Rotation um den Winkel GAST um die  $z$ -Achse des wahren zälestischen Äquatorsystems (MCCARTHY 2003, Kapitel 5). Die Koordinaten von Sonne und Mond beziehen sich somit nicht auf das oben beschriebene terrestrische System, gegenüber dem die Variationen des Erdrotationsvektors betrachtet werden, sondern auf das terrestrische Äquatorsystem  $\mathcal{F}$ . Die verbleibenden Abweichungen betragen in allen Komponenten maximal einige Meter und sind im Vergleich zur großen

Entfernung zwischen Geozentrum und Helio- bzw. Selenozentrum vernachlässigbar. Dies gilt insbesondere bei der Berechnung der Polbewegung. Bei den mit DyMEG ermittelten Zeitreihen der Tageslängenvariation könnten auf sehr langen Zeitskalen Phasenverschiebungen in den durch lunisolare Einflüsse (Drehmomente, Erdzeiten, Ozeangezeiten) verursachten Schwingungsanteilen auftreten, da die beiden Systeme infolge säkularer Veränderungen der Rotationswinkelgeschwindigkeit der Erde auseinanderlaufen. In den numerischen Ergebnissen (vgl. Kapitel 6), die über Zeiträume von mehr als 20 Jahren berechnet wurden, sind derartige Effekte jedoch nicht erkennbar.

### Drehmomentansatz

Beim Drehmomentansatz werden die Einflüsse der Primärkomponenten Atmosphäre und Ozeane auf die Drehimpulsbilanz als (quasi-)externe Drehmomente  $\mathbf{L}(t)$  modelliert. Die Variationen des Trägheitstensors  $\Delta\mathbf{I}(t)$  entstehen wie beim Drehimpulsansatz durch die Deformationen des Erdkörpers aufgrund von Gezeiten, Auflasten und Rotationsvariationen. Falls Sekundärkomponenten berücksichtigt werden, werden sie als zum Körper gehörig betrachtet und verursachen zusätzliche Deviationsmomente sowie relative Drehimpulse  $\mathbf{h}(t)$ .

Da Atmosphäre und Ozeane als externe Komponenten angesehen und nicht als zum Körper gehörig betrachtet werden, haben deren Massenverlagerungen keinen direkten Einfluss auf den Trägheitstensor. Auch relative Drehimpulse  $\mathbf{h}(t)$  aufgrund atmosphärischer und ozeanischer Massenbewegungen treten nicht auf. Dafür werden die konkreten Wechselwirkungen zwischen der festen Erde einerseits und Atmosphäre und Ozeanen andererseits über die Drehmomente  $\mathbf{L}(t)$  berechnet. Drei Arten von Drehmomenten, die zwischen den einzelnen Komponenten auftreten können, kommen in Betracht: das Reibungsdrehmoment (engl.: friction torque) bei Relativbewegungen der Komponenten, das Druckdrehmoment (pressure torque) und das Gravitationsdrehmoment (gravitational torque) von Atmosphäre und Ozeanen (DE VIRON *et al.* 2001). Diese Drehmomente verursachen neben der durch Gl. (2.15) beschriebenen Gravitationswechselwirkung von Sonne und Mond zusätzliche externe Kräfte auf den rotierenden Körper. Für  $\mathbf{L}(t)$  gilt daher

$$\mathbf{L}(t) = \mathbf{L}_{\text{Reibung}}(t) + \mathbf{L}_{\text{Druck}}(t) + \mathbf{L}_{\text{Gravitation}}(t). \quad (2.16)$$

Vom Standpunkt des physikalischen Verständnisses aus, ist der Drehmomentansatz dem Drehimpulsansatz überlegen. Durch die Beschreibung der unmittelbaren Kraftwirkungen der Massenverlagerungen können einzelne Beiträge zur Variation der Erdrotationsparameter identifiziert werden.

Der Nachteil des Drehmomentansatzes ist, dass bislang keine ausreichend genauen Modelle für die durch Reibung, Druck und Gravitation der Primärkomponenten verursachten Drehmomente erstellt werden können. Die Schwierigkeiten entstehen vor allem durch die unbekanntenen Reibungswiderstände zwischen Luft und dem Festland bzw. Wasser und dem Meeresboden. Darüber hinaus können der Berechnung der Druckdrehmomente nur Orographiemodelle zugrunde gelegt werden, deren horizontale Auflösung der relativ geringen Gitterweite der heute zur Verfügung stehenden atmosphärischen und ozeanischen Zirkulationsmodelle entspricht. Da die Auflösung in der Regel schlechter als  $2,5^\circ$  ist, können die Drehmomente nicht realitätsnah modelliert werden (DE VIRON *et al.* 1999; STUCK 2002, Seite 65). Eine Ausweitung des Drehmomentansatzes auf die Sekundärkomponenten ist erst sinnvoll, wenn die noch vorhandenen Probleme für die Primärkomponenten gelöst sind. Aufgrund der deutlich genaueren Modelle für Trägheitstensorvariationen und relative Drehimpulse der einzelnen Subsysteme wird im Rahmen dieser Arbeit der Drehimpulsansatz verwendet. Da signifikante Diskrepanzen zwischen Drehmoment- und Drehimpulsansatz bestehen, scheint eine Verwendung des Drehmomentansatzes momentan noch nicht erfolversprechend.

## 2.5 Zusammenhang zwischen modellierten und beobachteten Erdrotationsvariationen

Um die Modellergebnisse mit den geodätisch beobachteten Zeitreihen für Polbewegung und Tageslängenvariation vergleichen zu können, ist der Zusammenhang zwischen den Modellzeitreihen für  $m_i(t)$  und den in der Reihe C04 veröffentlichten Werten herzustellen. Während die beiden ersten Komponenten des Erdrotationsvektors  $\boldsymbol{\omega}(t)$  die zeitabhängige Richtungsänderung der Erdrotationsachse im terrestrischen System beschreiben (Gl. 2.10), gibt der IERS die Lage des CEP (heute CIP; vgl. Abschnitt 2.1) gegenüber dem IRP an. Beide Koordinatensysteme unterscheiden sich insbesondere in der Richtung, in die die positive  $y$ -Achse weist. Daher wird definiert:

$$\begin{aligned} p_1(t) &= x_p(t) \\ p_2(t) &= -y_p(t). \end{aligned} \quad (2.17)$$

Das Koordinatenpaar  $(p_1, p_2)$  bezeichnet die Lage des CEP gegenüber dem IRP in einem Rechtssystem. Zwischen  $(p_1, p_2)$  und den beiden ersten Komponenten des Erdrotationsvektors  $\boldsymbol{\omega}(t)$  besteht der Zusammenhang (GROSS 1992):

$$\begin{aligned}\omega_1(t) &= \Omega p_1(t) + \dot{p}_2 \\ \omega_2(t) &= \Omega p_2(t) - \dot{p}_1,\end{aligned}\tag{2.18}$$

worin der Punkt die Ableitung nach der Zeit bezeichnet. Mit  $\omega_1(t) = \Omega m_1(t)$  und  $\omega_2(t) = \Omega m_2(t)$  gilt

$$\begin{aligned}m_1(t) &= p_1(t) + \frac{1}{\Omega} \dot{p}_2 \\ m_2(t) &= p_2(t) - \frac{1}{\Omega} \dot{p}_1.\end{aligned}\tag{2.19}$$

Der Zusammenhang zwischen der Variation des Betrags des Erdrotationsvektors  $\boldsymbol{\omega}(t)$  und der Tageslängenvariation  $\Delta LOD$  ergibt sich unmittelbar aus deren Definition als Zeitdauer einer Erdumdrehung vermindert um 86400 s:

$$\Delta LOD = \frac{2\pi}{|\boldsymbol{\omega}(t)|} - 86400 \text{ s}.\tag{2.20}$$

Mit Gl. (2.11) folgt (SCHNEIDER 1988, Seite 189):

$$\begin{aligned}\Delta LOD &= \frac{2\pi}{\Omega(1+m_3(t))} - 86400 \text{ s} = \frac{86400 \text{ s} \cdot (1-m_3(t))}{1-m_3(t)^2} - 86400 \text{ s} \\ &\approx -m_3(t) \cdot 86400 \text{ s}.\end{aligned}\tag{2.21}$$

## 2.6 Analytischer und numerischer Lösungsansatz

Zur Berechnung der Erdrotationsvariationen muss die Liouville-Gleichung (2.8) nach den unbekanntenen Größen  $m_i$  des Erdrotationsvektors  $\boldsymbol{\omega}(t)$  gelöst werden. Im Folgenden wird der traditionell verwendete analytische Lösungsansatz einem numerischen Verfahren gegenübergestellt.

Das Differentialgleichungssystem (2.8) wird zunächst etwas weniger kompakt in folgender Form geschrieben:

$$\dot{\mathbf{I}} \boldsymbol{\omega} + \mathbf{I} \dot{\boldsymbol{\omega}} + \dot{\mathbf{h}} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{I} \boldsymbol{\omega} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{h} = \mathbf{L}.\tag{2.22}$$

Darin lauten die einzelnen Terme ausgeschrieben:

$$\dot{\mathbf{I}} \boldsymbol{\omega} = \begin{pmatrix} \dot{c}_{11} & \dot{c}_{12} & \dot{c}_{13} \\ \dot{c}_{12} & \dot{c}_{22} & \dot{c}_{23} \\ \dot{c}_{13} & \dot{c}_{23} & \dot{c}_{33} \end{pmatrix} \cdot \Omega \begin{pmatrix} m_1 \\ m_2 \\ 1+m_3 \end{pmatrix}\tag{2.23}$$

$$\mathbf{I} \dot{\boldsymbol{\omega}} = \begin{pmatrix} A+c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{12} & B+c_{22} & c_{23} \\ c_{13} & c_{23} & C+c_{33} \end{pmatrix} \cdot \Omega \begin{pmatrix} \dot{m}_1 \\ \dot{m}_2 \\ \dot{m}_3 \end{pmatrix}\tag{2.24}$$

$$\dot{\mathbf{h}} = \begin{pmatrix} \dot{h}_1 \\ \dot{h}_2 \\ \dot{h}_3 \end{pmatrix}\tag{2.25}$$

$$\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{I} \boldsymbol{\omega} = \Omega \begin{pmatrix} m_1 \\ m_2 \\ 1+m_3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} A+c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{12} & B+c_{22} & c_{23} \\ c_{13} & c_{23} & C+c_{33} \end{pmatrix} \cdot \Omega \begin{pmatrix} m_1 \\ m_2 \\ 1+m_3 \end{pmatrix}\tag{2.26}$$

$$\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{h} = \Omega \begin{pmatrix} m_1 \\ m_2 \\ 1+m_3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} h_1 \\ h_2 \\ h_3 \end{pmatrix}.\tag{2.27}$$

Der analytische Lösungsansatz beruht auf der Linearisierung der Liouville-Gleichung (MUNK und MACDONALD 1960, Seite 37ff; LAMBECK 1980, Seite 30ff; MORITZ und MUELLER 1987, Seite 46ff.). Voraussetzung für seine Anwendbarkeit ist die Einführung einiger Vereinfachungen. Mit dem in DyMEG verwendeten numerischen Verfahren wird das nichtlineare Gleichungssystem direkt gelöst. Gegenüber dem klassischen Ansatz weist es grundlegende Unterschiede auf.

### 2.6.1 Linearer analytischer Lösungsansatz

Um eine geschlossene Lösung für das gekoppelte Differentialgleichungssystem (2.22) zu ermöglichen, werden vereinfachend folgende Annahmen getroffen (LAMBECK 1980, Seite 35):

- Die Erde kann mit ausreichender Genauigkeit durch ein biaxiales Näherungs-Trägheitsellipsoid  $\mathbf{I}_0$  beschrieben werden, für das  $A = B$  gilt (tatsächlich ist der Unterschied nur etwa  $1 \cdot 10^{-5}$ ; vgl. TORGE (2001), Seite 104).
- Terme, in denen Produkte der kleinen Größen  $m_i$ ,  $c_{ij}$  und  $h_i$  oder ihrer zeitlichen Ableitungen auftreten, sind vernachlässigbar (Linearisierung).

Unter diesen Voraussetzungen folgt durch Ausmultiplizieren obiger Ausdrücke:

$$\dot{\mathbf{I}} \boldsymbol{\omega} = \Omega \begin{pmatrix} \dot{c}_{13} \\ \dot{c}_{23} \\ \dot{c}_{33} \end{pmatrix} \quad (2.28)$$

$$\mathbf{I} \dot{\boldsymbol{\omega}} = \Omega \begin{pmatrix} A \dot{m}_1 \\ A \dot{m}_2 \\ C \dot{m}_3 \end{pmatrix} \quad (2.29)$$

$$\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{I} \boldsymbol{\omega} = \Omega^2 \begin{pmatrix} m_2(C - A) - c_{23} \\ -m_1(C - A) + c_{13} \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.30)$$

$$\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{h} = \Omega \begin{pmatrix} -h_2 \\ h_1 \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (2.31)$$

Damit ergibt sich für die Liouville-Gleichung (2.22)

$$\Omega \begin{pmatrix} \dot{c}_{13} \\ \dot{c}_{23} \\ \dot{c}_{33} \end{pmatrix} + \Omega \begin{pmatrix} A \dot{m}_1 \\ A \dot{m}_2 \\ C \dot{m}_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \dot{h}_1 \\ \dot{h}_2 \\ \dot{h}_3 \end{pmatrix} + \Omega^2 \begin{pmatrix} m_2(C - A) - c_{23} \\ -m_1(C - A) + c_{13} \\ 0 \end{pmatrix} + \Omega \begin{pmatrix} -h_2 \\ h_1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_1 \\ L_2 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (2.32)$$

oder komponentenweise

$$\dot{m}_1 \cdot \frac{A}{\Omega(C - A)} + m_2 = \frac{1}{\Omega^2(C - A)} \cdot [L_1 + \Omega^2 c_{23} - \Omega \dot{c}_{13} + \Omega h_2 - \dot{h}_1] =: \Psi_2 \quad (2.33)$$

$$\dot{m}_2 \cdot \frac{A}{\Omega(C - A)} - m_1 = \frac{1}{\Omega^2(C - A)} \cdot [L_2 - \Omega^2 c_{13} - \Omega \dot{c}_{23} - \Omega h_1 - \dot{h}_2] =: -\Psi_1 \quad (2.34)$$

$$\dot{m}_3 = \frac{1}{\Omega C} \cdot [-\Omega \dot{c}_{33} - \dot{h}_3] =: \dot{\Psi}_3. \quad (2.35)$$

Die Terme auf der linken Seite dieser drei Gleichungen werden auch als Anregungsfunktionen  $\Psi_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) bezeichnet. Sie beinhalten die lunisolaren Drehmomente ( $L_3 = 0$  wegen  $A = B$ , vgl. Gl. 2.15) sowie die durch die Massenverlagerungen auftretenden Trägheitstensorvariationen und relativen Drehimpulse (BARNES *et al.* 1983). Aufgrund der Linearisierung treten in den Anregungsfunktionen nur drei der sechs Trägheitstensorkomponenten auf. Die Deviationsmomente  $c_{11}$ ,  $c_{22}$  und  $c_{12}$  werden im analytischen Ansatz vernachlässigt. Die axiale Komponente  $m_3$  des Erdrotationsvektors ist vollständig von den horizontalen Komponenten entkoppelt (Gl. 2.35). Mit ausreichender Genauigkeit (vgl. Gl. 2.11) kann die Tageslängenvariation unabhängig von der Polbewegung bestimmt werden. Für die Berechnung der Polbewegung werden die ersten beiden Differentialgleichungen in eine komplexe Gleichung umgeformt (LAMBECK 1980, Seite 35):  $m = m_1 + im_2$ . Mit  $\Psi = \Psi_1 + i\Psi_2$  folgt

$$i \cdot \left( \dot{m} \frac{A}{\Omega(C - A)} \right) + m = \Psi. \quad (2.36)$$

Betrachtet man zunächst den Fall einer starren Erde und vernachlässigt zusätzlich die auf die Erde wirkenden lunisolaren Drehmomente ( $\Psi = 0$ ), so ergibt sich als Lösung der Differentialgleichung

$$m = m_0 e^{i\sigma t}. \quad (2.37)$$

mit der Abkürzung  $\sigma = \Omega \frac{(C-A)}{A}$  und der komplexen Koordinate  $m_0 = m(t_0)$  als Anfangsbedingung zum Zeitpunkt  $t_0$ . Die freie Kreiselbewegung eines Starrkörpers mit den Dimensionen der Erde ist eine prograde (d.h. vom Nordpol aus betrachtet gegen den Uhrzeigersinn von West nach Ost gerichtete) ungedämpfte Schwingung mit der Amplitude  $|m_0|$  und der Frequenz  $\sigma$ , die einer Periode von 305 Tagen entspricht (Euler-Periode).

Die beobachtete Frequenz der freien Kreiselbewegung (Chandler-Frequenz) unterscheidet sich aufgrund der Deformierbarkeit des Erdkörpers von der Euler-Frequenz. Als Folge der Anelastizität des Erdmantels treten bei der Rotationsdeformation Energieverluste durch Reibung auf. Um diesen Effekt zu berücksichtigen, wird  $\sigma$  durch eine komplexe Größe  $\sigma_{CW}$  ersetzt (LAMBECK 1980, Seite 42ff.):

$$\sigma_{CW} = \sigma_0 \left( 1 + \frac{i}{2Q} \right). \quad (2.38)$$

Darin entspricht  $\sigma_0$  der Chandler-Frequenz und  $Q$  dem sogenannten Güte- oder Dämpfungsfaktor, der die Dämpfung der Chandler-Amplitude aufgrund der Reibungsverluste beschreibt (vgl. Abschnitt 3.3). Sowohl die Frequenz der Chandler-Schwingung als auch der Dämpfungsfaktor  $Q$  sind Freiheitsgrade des analytischen Ansatzes. Die beiden Werte werden auf der Grundlage der beobachteten Polbewegung bestimmt und für die Berechnung explizit vorgegeben.

Die resultierende freie Kreiselbewegung ist im analytischen Ansatz aufgrund der vereinfachenden Annahme  $A = B$  für die beiden äquatorialen Hauptträgheitsmomente zirkular. Die Rotationsdeformation hat Variationen der Trägheitstensorskomponenten  $c_{13}$  und  $c_{23}$  zur Folge, die in der komplexen Anregungsfunktion  $\Psi$  berücksichtigt werden (LAMBECK 1980, Seite 41f.). Für eine als deformierbar angenommene Erde ergibt sich die Lösung der Liouville-Gleichung aus dem Faltungsintegral

$$m = e^{i\sigma_{CW}t} \left[ m_0 - i\sigma_{CW} \int_{-\infty}^t \Psi(\tau) e^{-i\sigma_{CW}\tau} d\tau \right]. \quad (2.39)$$

Die Ergebnisse für  $m_1$  und  $m_2$  werden anschließend nach Gl. (2.19) in Koordinaten des CEP transformiert, um sie mit den geodätisch beobachteten Zeitreihen der Polbewegung vergleichen zu können.

Alternativ zur expliziten Berechnung der Polbewegung aus den Anregungsfunktionen  $\Psi_1(t)$  und  $\Psi_2(t)$  wird auch häufig eine indirekte Methode diskutiert, bei der die sogenannte *geodätische Anregung* über eine inverse Faltung aus der beobachteten Polbewegung abgeleitet wird (BRZEZINSKI 1992). Der Vergleich zwischen gravitativen und geophysikalischen Antrieben und den geodätischen Beobachtungen findet also auf der Ebene der Anregungsfunktionen  $\Psi_1(t)$  und  $\Psi_2(t)$  statt, ohne dass der Erdrotationsvektor explizit berechnet wird. Diese Methode erlaubt allerdings keine Untersuchung der Wechselwirkungen zwischen erzwungenen und freien Erdrotationsvariationen, da die Chandler-Bewegung von vornherein aus den Beobachtungen herausgerechnet wird. Da auch zur Ableitung der geodätischen Anregung die freie Polbewegung bezüglich ihrer Frequenz und Dämpfung vorgegeben werden muss, ist die indirekte Methode genau wie die direkte Methode abhängig von der Wahl der Parameter  $\sigma_0$  und  $Q$  (WILSON und HAUBRICH 1976).

## 2.6.2 Nichtlinearer numerischer Lösungsansatz

Im dynamischen Erdsystemmodell DyMEG wird das Differentialgleichungssystem (2.22) numerisch gelöst. Das Modell, dessen Aufbau und Verifizierung Gegenstand der nachfolgenden Kapitel ist, soll nicht nur Aussagen über die Anregungsmechanismen der erzwungenen Erdrotationsvariationen ermöglichen, sondern auch die Wechselwirkungen zwischen den freien und erzwungenen Rotationsanteilen der Polbewegung aufzeigen. Die Chandler-Bewegung wird im Gegensatz zum analytischen Ansatz in DyMEG nicht explizit bezüglich ihrer Periode und ihrer Dämpfung vorgegeben, sondern vom Modell auf der Grundlage geometrischer und rheologischer Parameter selbst erzeugt.

Durch Umstellung kann die Liouville-Gleichung (2.22) als System dreier gewöhnlicher Differentialgleichungen erster Ordnung aufgefasst werden:

$$\begin{pmatrix} \dot{m}_1 \\ \dot{m}_2 \\ \dot{m}_3 \end{pmatrix} = \frac{1}{\Omega} \mathbf{I}^{-1} \left( \mathbf{L} - \mathbf{I} \boldsymbol{\omega} - \dot{\mathbf{h}} - \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{h} - \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{I} \boldsymbol{\omega} \right). \quad (2.40)$$

In dieser Darstellung sei vorerst vereinfachend angenommen, dass der Trägheitstensor nicht von  $m_i$  abhängig ist. Der Rückkopplungseffekt der Rotationsvariationen auf  $\mathbf{I}(t)$  (Rotationsdeformation) wird in Abschnitt 3.3 ausführlich beschrieben. Er führt zu zusätzlichen Termen in Gl. (2.40), auf die hier nicht vorgegriffen werden soll. Die Rotationsdeformation stellt den Übergang von einem rotierenden Starrkörper auf einen rotierenden deformierbaren Körper dar und ist letztendlich für die Ausbildung der charakteristischen Chandler-Schwingung verantwortlich. In diesem Abschnitt sollen zunächst die grundsätzlichen Merkmale des numerischen Ansatzes dargestellt werden.

Die Lösung des Differentialgleichungssystems als Anfangswertproblem unter Verwendung eines numerischen Integrators setzt keine Aufstellung der im analytischen Ansatz vorkommenden linearisierten Anregungsfunktionen voraus. Der Trägheitstensor  $\mathbf{I}(t)$ , der Vektor der relativen Drehimpulse  $\mathbf{h}(t)$  und der Vektor der lunisolaren Drehmomente  $\mathbf{L}(t)$  werden direkt in die Liouville-Gleichung eingeführt. Daher sind in der Lösung oben vernachlässigte Terme höherer Ordnung enthalten, die auch die zeitlichen Variationen der Deviationsmomente  $c_{11}$ ,  $c_{22}$  und  $c_{12}$  des Trägheitstensors umfassen. Aufgrund der Berücksichtigung der Terme höherer Ordnung sind Polbewegung und Tageslängenvariation im numerischen Ansatz nicht mehr entkoppelt und werden simultan gelöst.

Darüber hinaus erlaubt der numerische Ansatz einen einfachen Übergang von einem biaxialen zu einem triaxialen Näherungs-Trägheitsellipsoid  $\mathbf{I}_0$  ( $A \neq B \neq C$ ). Die freie Bewegung dieses unsymmetrischen Kreisels ist nicht mehr zirkular. Aufgrund des geringen Unterschieds zwischen A und B beträgt die numerische Exzentrizität der Ellipse, die der Erdrotationsvektor in Bezug auf das terrestrische System beschreibt, bei Vernachlässigung aller gravitativen und geophysikalischen Antriebe allerdings nur 0,10. Ihre kleine Halbachse ist in Richtung des kleinsten Hauptträgheitsmoments  $A$  orientiert. Die grundlegenden Unterschiede zwischen dem analytischen und dem numerischen Lösungsansatz sind in Tab. 2.1 zusammengestellt.

Tabelle 2.1: Unterschiede zwischen analytischem und numerischem Ansatz zur Lösung der Liouville-Gleichung

	analytischer Ansatz	numerischer Ansatz
Näherungs-Trägheitsellipsoid $\mathbf{I}_0$	biaxial ( $A = B$ )	triaxial ( $A \neq B$ )
Einführung linearisierter Anregungsfunktionen	ja	nein
berücksichtigte Deviationsmomente in $\Delta\mathbf{I}$	nur $c_{13}, c_{23}, c_{33}$	alle
Entkopplung von Polbewegung und $\Delta LOD$	ja	nein
explizite Vorgabe der CW	ja	nein
geschlossene Lösung	ja	nein

Die für die numerische Lösung der Liouville-Gleichung benötigten Anfangswerte  $m_i(t_0)$  werden nach Gln. (2.19) und (2.21) aus den Werten der Reihe C04 für Polbewegung und Tageslängenvariation abgeleitet. Durch den Vergleich einer über den linearisierten Ansatz berechneten Lösung für Polbewegung und Tageslängenvariation mit den entsprechenden Ergebnissen aus dem nichtlinearen Ansatz können Rückschlüsse auf die Einflüsse der im linearisierten Ansatz notwendigen Vereinfachungen gezogen werden. Wie sich später noch zeigen wird, ist DyMEG insbesondere gegenüber der Verwendung eines triaxialen anstelle eines biaxialen Näherungs-Trägheitsellipsoids  $\mathbf{I}_0$  sensitiv (Abschnitt 5.4). Auf der anderen Seite ist auch die numerische Lösung einer gewissen Unsicherheit unterworfen, die von der Wahl des verwendeten Integrators abhängt. Verschiedene Algorithmen, die sich zur numerischen Lösung des Differentialgleichungssystems (2.40) eignen, werden in Abschnitt 5.1 auf ihre Zuverlässigkeit hin untersucht.

### 3. Allgemeines dynamisches Modell DyMEG

Die zeitlichen Variationen der Erdrotation, der Oberflächengestalt und der Schwerefeldkoeffizienten zweiten Grades der Erde werden unter Verwendung des dynamischen Erdsystemmodells DyMEG (*Dynamic Model for Earth Rotation and Gravity*) untersucht. Die Zielparameter werden durch gravitative und geophysikalische Prozesse im Erdsystem beeinflusst. In DyMEG können Massenverlagerungen innerhalb der Primär- und Sekundärkomponenten sowie der festen Erde berücksichtigt werden. Daneben umfasst das Modell die Wechselwirkungen, die zwischen den einzelnen Komponenten bestehen. Die Grundstruktur von DyMEG ist in Abb. 3.1 dargestellt.

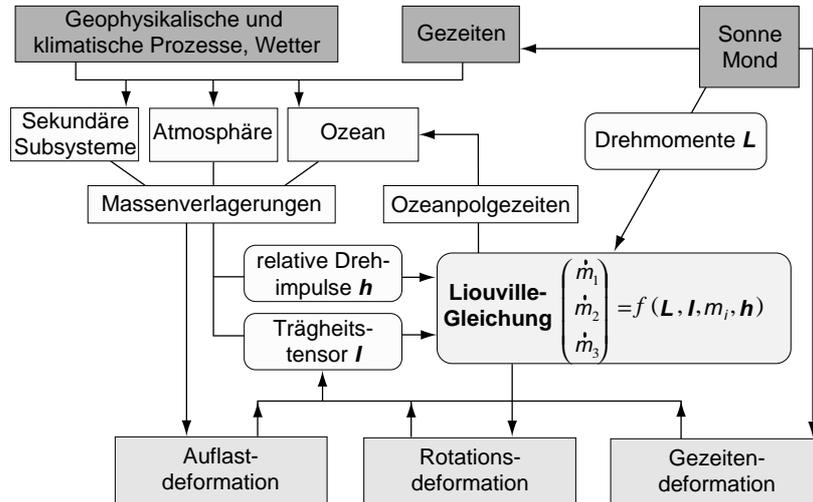


Abbildung 3.1: Schematische Darstellung des dynamischen Erdsystemmodells DyMEG

Die Gravitationskräfte von Sonne und Mond verursachen Massenverlagerungen in der Atmosphäre, den Ozeanen und der festen Erde. Die Planeten können wegen ihres geringen Einflusses in DyMEG vernachlässigt werden. Im Vergleich zu den ozeanischen spielen gravitative atmosphärische Gezeiten nur eine untergeordnete Rolle (LAMBECK 1980, Seite 107). Sie werden bisher in globalen atmosphärischen Zirkulationsmodellen nicht berücksichtigt und sind daher auch in DyMEG nicht enthalten. Der Erdkörper reagiert auf ein gezeitenerzeugendes Potential mit der Gezeitendeformation. Über die gezeiteninduzierten Massenverlagerungen hinaus, verursachen Sonne und Mond durch ihre unmittelbare Kraftwirkung auf die Erde das Drehmoment  $\mathbf{L}(t)$ , das direkt in die Drehimpulsbilanz der Liouville-Gleichung (2.22) eingeht.

Durch nicht-gravitative geophysikalische und klimatische Prozesse sowie durch das Wetter werden weitere Massenverlagerungen in den Primär- und Sekundärkomponenten des Erdsystems hervorgerufen, die die Zielparameter auf unterschiedlichen Zeitskalen beeinflussen. Diese Massenverlagerungen innerhalb der auch als *geophysikalische Fluide* bezeichneten Systemkomponenten wirken sich zum einen direkt auf die Drehimpulsbilanz aus, indem sie zeitabhängige Deviationen des Trägheitstensors  $\Delta \mathbf{I}(t)$  und relative Drehimpulse  $\mathbf{h}(t)$  zur Folge haben (*direkter Effekt*). Darüber hinaus resultiert die Auflast der Massen auf die feste Erde in Deformationen des Erdkörpers (*indirekter Effekt*). In DyMEG wird die zeitabhängige Auflastdeformation der nicht-gravitativ verursachten atmosphärischen und ozeanischen Massenverlagerungen aus den Massenfeldern der jeweiligen Komponente über Greensche Funktionen berechnet (Abschnitt 3.6). Ein zusätzlicher Beitrag zur Auflastdeformation des Erdkörpers entsteht durch die gezeitenbedingten Wassermassenverlagerungen in den Ozeanen. Dieser Effekt ist um etwa zwei Größenordnungen kleiner als die Gezeitendeformation des Erdkörpers (MORITZ und MUELLER 1987, Seite 299). Er beeinflusst die Polbewegung im Sub-Zentimeterbereich und verursacht Variationen von  $\Delta LOD$  im Bereich von 0,02 bis 0,07 ms (YODER *et al.* 1981). Da diese Größenordnungen weit unter der Modellgenauigkeit liegen, bleibt der indirekte Effekt der Ozeangezeiten in DyMEG unberücksichtigt.

Als Folge der Erdrotationsvariationen und der damit verbundenen Veränderung des Zentrifugalpotentials treten Massenverlagerungen in den einzelnen Komponenten des Erdsystems auf. Dieser Rückkopplungsmechanismus wird als Rotationsdeformation bezeichnet. In DyMEG ist die Rotationsdeformation für die feste Erde und für die Ozeane (*Polgezeit*) berücksichtigt (Abschnitt 3.3). Die als Folge der Rotationsvariationen auftretenden Massenverlagerungen in der Atmosphäre werden vernachlässigt. Deformationen des Erdkörpers durch Gezeiten, Auflasten und Rotationsvariationen wirken sich nur auf die Variationen des Trägheitstensors der Erde aus. Relative Drehimpulse werden dadurch nicht verursacht. Die Koeffizienten zweiten Grades des Schwerepotentials stehen in direktem Zusammenhang mit dem Trägheitstensor (Abschnitt 3.2). Sie werden in DyMEG konsistent und simultan zu Polbewegung und Tageslängenvariation berechnet.

### 3.1 Ausgangskörper

In DyMEG werden eine Reihe geometrischer und physikalischer Parameter vorgegeben. Die geometrische Figur der Erde wird durch Parameter des GRS80-Ellipsoids beschrieben (MORITZ 1980). Die Hauptträgheitsmomente  $A$ ,  $B$  und  $C$  des triaxialen Näherungs-Trägheitstensors  $\mathbf{I}_0$  sowie die Abweichungen der Hauptträgheitsachsen von den Koordinatenachsen des terrestrischen Referenzsystems sind aus aktuellen Schwerefeldmodellen abgeleitet. Dabei ist die Abhängigkeit der Hauptträgheitsmomente vom gewählten System der *permanenten Tide* zu beachten: Durch das gezeitenerzeugende Potential von Sonne und Mond werden Störungen des terrestrischen Gravitationspotentials verursacht, die in einen zeitabhängigen und einen zeitunabhängigen Anteil zerlegt werden können (vgl. Abschnitt 3.4). Da der zeitunabhängige Teil mit dem Koeffizienten  $\bar{C}_{20}$  der harmonischen Kugelfunktionsentwicklung des Gravitationsfeldes der Erde in Zusammenhang steht, beeinflusst er die aus den Potentialkoeffizienten zweiten Grades abgeleiteten Werte der Hauptträgheitsmomente (MARCHENKO und SCHWINTZER 2003). Darüber hinaus bewirkt die Gravitation der Himmelskörper eine permanente hydrostatische Deformation des Erdkörpers, die sich über die damit verbundene Massenverlagerung ebenfalls auf das Gravitationspotential der Erde auswirkt.

Für die Behandlung der zeitunabhängigen Effekte kommen drei Möglichkeiten in Betracht (TORGE 2001, Seite 77): Im ersten Fall sind in der Definition des (mittleren) Gravitationspotentials der Erde sowohl die permanente Gezeitendeformation des Erdkörpers, als auch die Störung des Gravitationspotentials der Erde durch das gezeitenerzeugende Potential der Himmelskörper enthalten (*mean tide*). Im Gegensatz dazu bleibt im zweiten Fall der permanente Gezeiteneffekt bei der Definition des Gravitationspotentials gänzlich unberücksichtigt. Die Erde wird als von Sonne und Mond völlig unbeeinflusst betrachtet (*tide free*). In diesem System ist infolge der Nichtberücksichtigung der permanenten Deformation des Erdkörpers die radiale Komponente einer Station am Pol um 38 cm größer als im *mean tide* System, am Äquator ist sie um 18 cm kleiner (MÜLLER und TESMER 2002). Bei der dritten, in der Geodäsie für das Schwerefeld zumeist verwendeten Definition, wird im terrestrischen Gravitationspotential nur die permanente Deformation des Erdkörpers berücksichtigt, während die Störung durch das gezeitenerzeugende Potential unberücksichtigt bleibt (*zero tide*).

Für DyMEG wird das *zero tide* System gewählt. Da die aus den entsprechenden Potentialkoeffizienten zweiten Grades abgeleiteten Hauptträgheitsmomente die tatsächlich vorhandene permanente Deformation des Erdkörpers beinhalten, geben sie eine realitätsnahe Massenverteilung im Erdsystem wieder. Dagegen bleibt der Effekt der Überlagerung des terrestrischen Gravitationspotentials durch das gezeitenerzeugende Potential unberücksichtigt. Dieser Anteil beschreibt nicht die wirklich vorhandene Massenverteilung im Erdsystem, sondern ergibt sich rein rechnerisch aus der Überlagerung der Gravitationspotentiale aller betrachteten Himmelskörper. Die aus aktuellen globalen Schwerefeldlösungen abgeleiteten Zahlenwerte für die Hauptträgheitsmomente bezüglich des *zero tide* Systems, wie sie in DyMEG verwendet werden, sind in Tab. 3.1 zusammengestellt.

Unter Vernachlässigung der äusseren Drehmomente, sämtlicher Massenverlagerungen in den fluiden Komponenten und der zeitvariablen Deformationen des Erdkörpers einschließlich der Rotationsdeformation, würde sich dieser Ausgangskörper frei und ungedämpft mit der Euler-Periode von 305 Tagen drehen.

Tabelle 3.1: Die in DyMEG verwendeten Parameter des Ausgangskörpers (*zero tide* System)

Parameter und Quelle		Zahlenwert
Halbachsen des Erdellipsoids (MORITZ 1980)	$a$	6378137,0 m
	$b$	6356752,3 m
Erdmasse (MCCARTHY 2003)	$M_E$	$5,9733 \cdot 10^{24}$ kg
Hauptträgheitsmomente (MARCHENKO und SCHWINTZER 2003)	$A$	$0,329614 \cdot a^2 M_E$
	$B$	$0,329621 \cdot a^2 M_E$
	$C$	$0,330700 \cdot a^2 M_E$
Orientierung der Hauptträgheitsachse $A$ (MARCHENKO und SCHWINTZER 2003)		14,93° Westl. Länge

## 3.2 Schwerefeldkoeffizienten zweiten Grades

Das Schwerefeld der Erde umfasst die Gravitation und die durch die Erdrotation verursachte Zentrifugalbeschleunigung. Die Zentrifugalbeschleunigung ist breitenabhängig und erreicht ihren maximalen Betrag von etwa 0,3% der Gravitationsbeschleunigung am Äquator (TORGE 2001, Seite 55). Die harmonischen Koeffizienten zweiten Grades des Schwerepotentials stehen in direktem Zusammenhang mit den Elementen des Trägheitstensors. Da in DyMEG das *zero tide* System gewählt wurde, ist die zeitunabhängige Gezeitendeformation des Erdkörpers im Gravitationspotential enthalten. Die zeitlichen Variationen des Zentrifugalpotentials werden in DyMEG durch die Rotationsdeformation beschrieben (Abschnitt 3.3).

Aus den sechs unterschiedlichen Elementen des Trägheitstensors können die fünf harmonischen Koeffizienten  $\Delta C_{20}(t)$ ,  $\Delta C_{21}(t)$ ,  $\Delta S_{21}(t)$ ,  $\Delta C_{22}(t)$  und  $\Delta S_{22}(t)$  des Schwerepotentials eindeutig abgeleitet werden (LAMBECK 1980, Seite 26):

$$\begin{aligned}
\Delta C_{20}(t) &= \frac{c_{11}(t) + c_{22}(t) - 2c_{33}(t)}{2a^2 M_E} \\
\Delta C_{21}(t) &= \frac{-c_{13}(t)}{a^2 M_E} \\
\Delta S_{21}(t) &= \frac{-c_{23}(t)}{a^2 M_E} \\
\Delta C_{22}(t) &= \frac{c_{22}(t) - c_{11}(t)}{4a^2 M_E} \\
\Delta S_{22}(t) &= \frac{-c_{12}(t)}{2a^2 M_E}
\end{aligned} \tag{3.1}$$

Zwischen  $\Delta C_{nm}(t)$  bzw.  $\Delta S_{nm}(t)$  und den normierten Koeffizienten  $\Delta \bar{C}_{nm}(t)$  bzw.  $\Delta \bar{S}_{nm}(t)$  besteht der Zusammenhang

$$\left. \begin{array}{l} \Delta C_{nm}(t) \\ \Delta S_{nm}(t) \end{array} \right\} = \frac{1}{H_{nm}} \left\{ \begin{array}{l} \Delta \bar{C}_{nm}(t) \\ \Delta \bar{S}_{nm}(t) \end{array} \right. \tag{3.2}$$

mit

$$H_{nm} = \begin{cases} \sqrt{2n+1} & \text{für } m = 0 \\ \sqrt{2(2n+1) \frac{(n-m)!}{(n+m)!}} & \text{für } m \neq 0. \end{cases} \tag{3.3}$$

Das inverse Problem, die Berechnung der Variationen des Trägheitstensors aus zeitlichen Änderungen der Potentialkoeffizienten zweiten Grades, ist nur für die Nebendiagonalelemente  $c_{12}(t)$ ,  $c_{13}(t)$  und  $c_{23}(t)$  eindeutig lösbar. Für die drei Hauptdiagonalelemente folgt aus Gl. (3.1):

$$\frac{1}{2a^2 M_E} \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{11}(t) \\ c_{22}(t) \\ c_{33}(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Delta C_{20}(t) \\ \Delta C_{22}(t) \end{pmatrix}. \tag{3.4}$$

Wird die Matrix  $A$  definiert als

$$A = \frac{1}{2a^2 M_E} \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \end{pmatrix}, \tag{3.5}$$

so lassen sich unter Verwendung ihrer Pseudoinversen

$$A_P^{-1} = A^T (AA^T)^{-1} = 2a^2 M_E \begin{pmatrix} \frac{1}{6} & -1 \\ \frac{1}{6} & 1 \\ -\frac{1}{3} & 0 \end{pmatrix} \tag{3.6}$$

und mit der Bedingung  $c_{11}(t) + c_{22}(t) + c_{33}(t) = 0$  spezielle Lösungen für die Variation der Hauptdiagonalelemente angeben:

$$\begin{aligned} c_{11}(t) &= 2a^2 M_E \left( \frac{1}{6} \Delta C_{20}(t) - \Delta C_{22}(t) \right) \\ c_{22}(t) &= 2a^2 M_E \left( \frac{1}{6} \Delta C_{20}(t) + \Delta C_{22}(t) \right) . \\ c_{33}(t) &= 2a^2 M_E \left( -\frac{1}{3} \Delta C_{20}(t) \right) \end{aligned} \quad (3.7)$$

Über die Gln. (3.1) und (3.7) werden die Variationen der Potentialkoeffizienten, die in DyMEG bei den Berechnungen von Rotations- und Gezeitendeformation auftreten, in Elemente des Trägheitstensors umgerechnet und auf diese Weise in der Liouville-Gleichung berücksichtigt.

Die harmonischen Koeffizienten globaler Schwerefeldmodelle, die aus den Beobachtungen geodätischer Welt- raumverfahren und/oder terrestrischen Schweremessungen abgeleitet wurden, beschreiben den stationären Anteil des Schwerefeldes und einen Mittelwert der zeitlichen Variationen. Zeitreihen der Koeffizienten sind bislang nur für niedrige Grade verfügbar und stammen vor allem aus der Auswertung von SLR-Beobachtungen. Räumlich und zeitlich wesentlich höherauflösende Schwerefeldmodelle auf der Grundlage der Beobachtungen neuer Satellitenmissionen, wie insbesondere CHAMP und GRACE, sind momentan Gegenstand intensiver For- schung. Beim Vergleich der Koeffizienten zweiten Grades aus DyMEG mit den entsprechenden Koeffizienten aus Schwerefeldmodellen ist darauf zu achten, dass beiden Datensätzen dasselbe System der permanenten Tide zugrunde liegt. Das in DyMEG angesetzte *zero tide* System wird beispielsweise auch für das Geopotentialmodell JGM-3 (TAPLEY *et al.* 1996) und das aus GRACE-Daten abgeleitete GGM01 (Information unter <http://www.csr.utexas.edu/grace/gravity/>) verwendet. Dagegen ist die permanente Tide im Modell EGM96 (LEMOINE *et al.* 1998) und dem aus CHAMP-Daten berechneten EIGEN-3 (REIGBER *et al.* 2003) nicht enthalten (*tide free*). Der Koeffizient  $\bar{C}_{20}$  muss daher entweder in DyMEG oder im Schwerefeldmodell entsprechend korrigiert werden.

### 3.3 Rotationsdeformation

Die Erde wird im Folgenden als rotierender deformierbarer Körper angesehen, dessen Rotationsschwankungen zu einer zeitlichen Variation des Zentrifugalpotentials führen (SEITZ *et al.* 2004). Auf diese Weise wird eine Deformation des Erdkörpers verursacht. Während die vertikale Deformation der Erdoberfläche aufgrund der Tageslängenvariation weniger als einen halben Millimeter beträgt und vernachlässigbar ist (WAHR 1985), erreicht die durch die Polbewegung verursachte Deformation bis zu 25 mm (GIPSON und MA 1998). Sie hat einen signifikanten Einfluss auf die Rotationsdynamik der Erde.

Die Polbewegung verursacht zeitliche Variationen der harmonischen Koeffizienten  $\Delta C_{21}(t)$  und  $\Delta S_{21}(t)$  des Zentrifugalpotentials. Unter Vernachlässigung von Termen zweiter Ordnung  $\mathcal{O}^2$  gilt (MCCARTHY 2003, Kapitel 6):

$$\begin{aligned} \Delta C_{21}(t) &= -\frac{\Omega^2 a^3}{3GM_E} (\Re(k_2) \cdot m_1(t) + \Im(k_2) \cdot m_2(t)) + \mathcal{O}^2 \\ \Delta S_{21}(t) &= -\frac{\Omega^2 a^3}{3GM_E} (\Re(k_2) \cdot m_2(t) - \Im(k_2) \cdot m_1(t)) + \mathcal{O}^2 . \end{aligned} \quad (3.8)$$

In diesen Gleichungen ist  $k_2$  eine komplexe Lovezahl. Ihr Realteil wird mit  $\Re(k_2)$ , ihr Imaginärteil mit  $\Im(k_2)$  bezeichnet. Die Lovezahl beschreibt das rheologische Verhalten des Erdkörpers auf Anregungen im Frequenzbereich der Rotationsdeformation. Ihr Zahlenwert wird unten noch ausführlich diskutiert. Zwischen den Potentialkoeffizienten  $\Delta C_{21}(t)$ ,  $\Delta S_{21}(t)$  und den Elementen  $c_{13}(t)$ ,  $c_{23}(t)$  des Trägheitstensors besteht der in Abschnitt 3.2 dargestellte eindeutige Zusammenhang.

Durch die Berücksichtigung der Rotationsdeformation treten im Trägheitstensor Deviationsmomente auf, die von  $m_1(t)$  und  $m_2(t)$  abhängig sind. Folglich sind in der Liouville-Gleichung (2.22) die Zeitableitungen  $\dot{m}_i(t)$  in den Termen  $\underline{\mathbf{I}}\dot{\boldsymbol{\omega}}$  und  $\underline{\mathbf{I}}\boldsymbol{\omega}$  enthalten. Um die Differentialgleichung numerisch lösen zu können, werden die  $\dot{m}_i$  auf der linken Seite des Gleichungssystems zusammengestellt. Dazu wird die zeitliche Ableitung des Trägheitstensors  $\underline{\mathbf{I}}$  in eine von  $m_i$  abhängige Komponente  $\underline{\mathbf{I}}_R$  und in eine von  $m_i$  unabhängige Komponente  $\underline{\mathbf{I}}_G$  aufgespalten. Der Anteil  $\underline{\mathbf{I}}_R$  beschreibt den Effekt der Rotationsdeformation, während  $\underline{\mathbf{I}}_G$  den Einfluss der gravitativ und geophysikalisch bedingten Massenverlagerungen umfasst. Damit gilt für die Liouville-Gleichung:

$$\underline{\mathbf{I}}_R \dot{\boldsymbol{\omega}} + \underline{\mathbf{I}}\dot{\boldsymbol{\omega}} = \mathbf{L} - \underline{\mathbf{I}}_G \boldsymbol{\omega} - \dot{\mathbf{h}} - \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{h} - \boldsymbol{\omega} \times \underline{\mathbf{I}}\boldsymbol{\omega} . \quad (3.9)$$

Unter Vernachlässigung der Produkte der  $m_i$  mit den (sehr kleinen) Zeitableitungen  $\dot{m}_i$  ergibt sich für  $\dot{\mathbf{I}}_R \boldsymbol{\omega}$ :

$$\dot{\mathbf{I}}_R \boldsymbol{\omega} = \frac{\Omega^3 a^5}{3G} \begin{pmatrix} \Re(k_2) \cdot \dot{m}_1 + \Im(k_2) \cdot \dot{m}_2 \\ \Re(k_2) \cdot \dot{m}_2 - \Im(k_2) \cdot \dot{m}_1 \\ 0 \end{pmatrix} \approx \frac{\Omega^3 a^5}{3G} \Re(k_2) \begin{pmatrix} \dot{m}_1 \\ \dot{m}_2 \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (3.10)$$

Der Imaginärteil der Lovezahl  $k_2$  für die Rotationsdeformation ist um zwei Größenordnungen kleiner als ihr Realteil. Daher werden auch dessen Produkte mit  $\dot{m}_i$  vernachlässigt und die linke Seite des Gleichungssystems (3.9) wird zu

$$\dot{\mathbf{I}}_R \boldsymbol{\omega} + \mathbf{I} \dot{\boldsymbol{\omega}} = \left[ \frac{\Omega^3 a^5}{3G} \Re(k_2) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \Omega \mathbf{I} \right] \begin{pmatrix} \dot{m}_1 \\ \dot{m}_2 \\ \dot{m}_3 \end{pmatrix} =: \mathbf{F} \begin{pmatrix} \dot{m}_1 \\ \dot{m}_2 \\ \dot{m}_3 \end{pmatrix}. \quad (3.11)$$

Für die Liouville-Gleichung ergibt sich analog zu Gl. (2.40)

$$\begin{pmatrix} \dot{m}_1 \\ \dot{m}_2 \\ \dot{m}_3 \end{pmatrix} = \mathbf{F}^{-1} \left( \mathbf{L} - \dot{\mathbf{I}}_G \boldsymbol{\omega} - \dot{\mathbf{h}} - \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{h} - \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{I} \boldsymbol{\omega} \right). \quad (3.12)$$

Um die freie Kreiselbewegung des Modells zu untersuchen und die eingeführten geometrischen und physikalischen Parameter zu überprüfen, werden in einem ersten numerischen Experiment alle durch gravitative und geophysikalische Anregungen erzwungenen Rotationsvariationen vernachlässigt ( $\mathbf{L} = \mathbf{h} = 0$ ). Deviationen des Näherungs-Tensors  $\mathbf{I}_0$  ergeben sich nur als Folge der Rotationsdeformation. Der Modell-Lauf beginnt am 1. Januar 1962 ( $= t_0$ ), dem Beginn der Beobachtungszeitreihe C04. Zur Lösung der Differentialgleichung als Anfangswertproblem erwies sich aus algorithmischer Sicht ein Runge-Kutta-Fehlberg Einschritt-Integrator 4./5. Ordnung als geeignet (vgl. Abschnitt 5.1). Anfangswerte für  $m_i(t_0)$  werden nach Gln. (2.19) und (2.21) aus den in der Reihe C04 angegebenen Werten für Polbewegung und Tageslängenvariation abgeleitet.

Wird die Lovezahl der Rotationsdeformation als reelle Zahl mit dem (vorläufigen) Wert  $k_2^* = 0,3088$  (SMITH und DAHLEN 1981) eingeführt, erzeugt DyMEG eine freie und ungedämpfte Kreiselbewegung mit einer Periode von 447 Tagen. Damit ist das Modellergebnis in Übereinstimmung mit theoretischen Überlegungen: Beide Werte gelten nach SMITH und DAHLEN (1981) unter Vernachlässigung der dynamischen Reaktionen der Ozeane und des Erdkerns für eine voll elastische Erde.

Um die Reaktion der Erde auf die Variationen des Zentrifugalpotentials zu verfeinern, wird im Folgenden ein einfaches Erdmodell eingeführt das aus einem anelastischen Mantel und einem sphärischen flüssigen Kern besteht (SEITZ *et al.* 2004). Die beiden Komponenten werden als vollständig entkoppelt angenommen. Grundlegende Betrachtungen zur Verwendung eines solchen Modells für Untersuchungen zur Erdrotation finden sich in MORITZ und MUELLER (1987, Seite 168ff.) und BRZEZINSKI (2001). Der in DyMEG verwendete Erdkörper ähnelt den von MOLODENSKY (1961) und SASAO *et al.* (1980) vorgeschlagenen Modellen, berücksichtigt aber im Gegensatz zu diesen keinen Drehimpulsaustausch zwischen Mantel und Kern. In diesem Punkt besteht bislang ein Defizit von DyMEG, wenngleich ein signifikanter Einfluss der Kern-Mantel-Kopplung (KMK) auf die Polbewegung vor allem auf täglichen und kürzeren Zeitskalen besteht (Nearly Diurnal Free Wobble, NDFW) (ROGISTER 2001). Ob die KMK auch für die Entstehung der schwachen Markowitz-Schwingung verantwortlich ist, ist noch ungeklärt (DUMBERRY und BLOXHAM 2002). Durch die KMK werden jedoch starke dekadische Variationen der Tageslänge verursacht (vgl. Abschnitt 2.3). Diese können von DyMEG aufgrund der vollständigen Entkopplung nicht nachvollzogen werden. Um die Auswirkungen des Erdkerns auf  $\Delta LOD$  im Modell zu berücksichtigen, können direkte Zeitreihen der durch die KMK verursachten Tageslängenvariationen vom *Special Bureau for the Core* des GGFC bezogen werden. Da deren Auflösung mit 2,5 bis 5 Jahren allerdings sehr grob ist, werden im Rahmen der vorliegenden Arbeit sowohl die Modellergebnisse als auch die entsprechenden C04-Werte um einen gleitenden Mittelwert reduziert und die Restsignale verglichen (Abschnitt 6.2). Für die Länge des Zeitfensters, über das der jeweilige Mittelwert berechnet wird, erweisen sich fünf Jahre als günstig. Dadurch kann das dekadische Signal gut eliminiert und die Übereinstimmung der vor allem auf Zeitskalen bis zu einem Jahr relevanten periodischen Signalanteile mit den Beobachtungen untersucht werden.

Als Folge der vollständigen Entkopplung von Erdkern und -mantel müssen die in den Näherungs-Trägheitstensor  $\mathbf{I}_0$  eingeführten Hauptträgheitsmomente  $A$ ,  $B$ , und  $C$  durch  $A_m$ ,  $B_m$  und  $C_m$  ersetzt werden, die dem Erdmantel alleine zugeordnet sind. Da der Erdkern als sphärisch angenommen wird, ergeben sich die in DyMEG zu verwendenden Hauptträgheitsmomente nach  $A_m = A - A_c$ ,  $B_m = B - A_c$  und  $C_m = C - A_c$ , worin  $A_c$  das Hauptträgheitsmoment des sphärischen Kerns bezeichnet. Für  $A_c$  gilt (SASAO *et al.* 1980)

$$A_c = A \frac{\xi}{\gamma}. \quad (3.13)$$

Darin sind  $\xi$  und  $\gamma$  Konstanten, die von den rheologischen Eigenschaften von Erdkern und -mantel abhängen. SASAO *et al.* (1980) geben die Werte mit  $\xi = 2,300 \cdot 10^{-4}$  und  $\gamma = 1,970 \cdot 10^{-3}$  an. In einer aktuelleren Untersuchung bestimmten MATHEWS *et al.* (1991) die Werte auf Grundlage des Erdmodells PREM (DZIEWONSKI und ANDERSON 1981) mit  $\xi = 2,222 \cdot 10^{-4}$  und  $\gamma = 1,965 \cdot 10^{-3}$ .

Zur Berücksichtigung der Ozeanpolzeiten und der Anelastizität des Erdmantels in DyMEG müssen inkrementelle Zuschläge  $\Delta k_2^O$  bzw.  $\Delta k_2^A$  an die oben verwendete Lovezahl  $k_2^*$  angebracht werden. Die effektive Lovezahl für die Rotationsdeformation  $k_2$  setzt sich somit aus drei Komponenten zusammen:

$$k_2 = k_2^* + \Delta k_2^O + \Delta k_2^A. \quad (3.14)$$

Nach aktuellen Ergebnissen beträgt der Zuschlag zur Berücksichtigung der Ozeanpolzeiten  $\Delta k_2^O = 0,044$  (MATHEWS *et al.* 2002). Die Reaktion der Erde auf die zeitliche Variation des Zentrifugalpotentials erfolgt nicht ideal elastisch. Aufgrund von Reibungseffekten ist die Rotationsdeformation des Erdmantels ein dissipativer Prozess. Dies führt zu einer Dämpfung der Amplitude der freien Kreiselbewegung. Würde nicht ein kontinuierlicher Anregungsprozess der Dämpfung entgegenwirken, würde die Rotationsachse sich der polaren Hauptträgheitsachse annähern, was im Laufe der Zeit zum Verschwinden der charakteristischen Chandler-Schwingung führen würde (MORITZ und MUELLER 1987, Seite 321). In den Beobachtungen der Polbewegung ist eine Abschwächung der Chandler-Amplitude jedoch nicht erkennbar. Der Anregungsmechanismus, der für ihre Aufrechterhaltung verantwortlich ist, ist Gegenstand der Forschung und konnte durch bisherige Untersuchungen nicht eindeutig identifiziert werden. In DyMEG wird die Anelastizität des Erdmantels durch den komplexen Zuschlag  $\Delta k_2^A = 0,0125 + 0,0036i$  beschrieben (MATHEWS *et al.* 2002; MCCARTHY 2003).

Unter Berücksichtigung der Einflüsse von Erdkern, Erdmantel und Ozeanen hat die nach neuesten Untersuchungen in DyMEG zu verwendende Lovezahl den Wert  $k_2 = 0,35 + 0,0036i$  (MCCARTHY 2003, Kapitel 6). Eine kritische Diskussion dieses Wertes erfolgt im Rahmen der Sensitivitätsanalyse (Abschnitt 5.2), in der die Abhängigkeit der Modellergebnisse von der verwendeten Lovezahl  $k_2$  untersucht wird. Wird  $k_2$  anstelle von  $k_2^*$  eingesetzt, erzeugt DyMEG eine gedämpfte freie Kreiselbewegung mit einer konstanten Periode von 431,9 Tagen. Dieser Wert ist in guter Übereinstimmung mit der durch Spektralanalyse aus der C04-Reihe gewonnenen Chandler-Periode (vgl. Tab. 3.2).

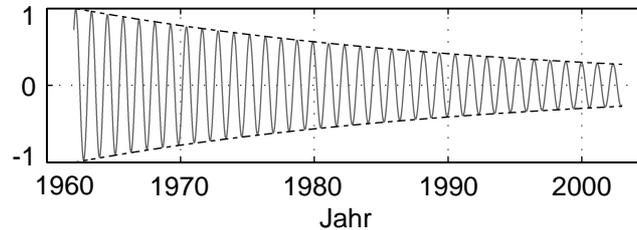


Abbildung 3.2: Gedämpfte freie Kreiselbewegung aus DyMEG für einen Zeitraum von 42 Jahren (1962-2003). Die durchgezogene Linie ist die  $x$ -Koordinate der Polbewegung bei vollständiger Entkopplung von Erdkern und -mantel und unter Berücksichtigung der Ozeanpolzeiten und der Anelastizität des Erdmantels. Die gestrichelte Linie zeigt die Dämpfungsfunktion.

Abb. 3.2 zeigt das Modellergebnis für die  $x$ -Komponente der Polbewegung für einen Zeitraum von 42 Jahren (1962-2003). Für die Abbildung wurde eine normalisierte Darstellung gewählt, da die Anfangsamplitude der freien Kreiselbewegung von den gewählten Anfangswerten  $m_1(t_0)$  und  $m_2(t_0)$  und damit vom Startzeitpunkt  $t_0$  abhängt. Die Dämpfung der Chandler-Schwingung ist deutlich erkennbar. Bereits nach etwa 22 Jahren hat sich die Amplitude halbiert. Die Dämpfungsfunktion  $c(t)$  ist die Einhüllende der gedämpften Schwingung. Sie ist gegeben durch

$$c(t) = c_0 \cdot e^{-\delta(t-t_0)}, \quad (3.15)$$

worin  $c_0$  die Anfangsamplitude der Schwingung und  $\delta$  den Dämpfungskoeffizienten bezeichnen. Letzterer wird durch das Verhältnis zweier aufeinanderfolgender Maxima der Schwingung  $c(t_i)$  und  $c(t_{i+1})$  bestimmt:

$$\delta = \frac{\ln(c(t_i)/c(t_{i+1}))}{(t_{i+1} - t_i)}. \quad (3.16)$$

Zumeist wird die Dämpfung der Chandler-Amplitude aufgrund der Rotationsdeformation durch den Dämpfungsfaktor  $Q$  ausgedrückt (vgl. Abschnitt 2.6.1). Der Kehrwert  $Q^{-1}$  bezeichnet die spezifische Dissipation, die

den Energieverlust durch Reibung in der Chandler-Frequenz beschreibt (MUNK und MACDONALD 1960, Seite 167f.). Die spezifische Dissipation steht in direktem Zusammenhang mit dem Dämpfungskoeffizienten:

$$Q^{-1} = \frac{\delta(t_{i+1} - t_i)}{\pi}. \quad (3.17)$$

Für den in Abb. 3.2 gezeigten Modelldurchlauf ( $k_2 = 0,35 + 0,0036i$ ) ergibt sich ein Dämpfungsfaktor von  $Q = 82$ . In Tab. 3.2 sind Perioden und Dämpfungsfaktoren der Chandler-Schwingung zusammengestellt, wie sie in einigen Untersuchungen unter Verwendung unterschiedlicher Methoden auf der Grundlage der geodätischen Beobachtungen bestimmt wurden. Vor allem die Werte der Dämpfungsfaktoren weichen stark voneinander ab und sind zudem mit großen Unsicherheiten behaftet. Werden gravitative und geophysikalische Antriebe in DyMEG berücksichtigt, tritt infolge der Rotationsdeformation eine Wechselwirkung zwischen freier und erzwungener Polbewegung auf. Während die Auswirkungen der Anregungen auf die Chandler-Frequenz vernachlässigbar sind (OKUBO 1982; JOCHMANN 2003), wird die Chandler-Amplitude stark von den Anregungen beeinflusst. Im Folgenden soll insbesondere die Frage geklärt werden, ob die in DyMEG eingeführten atmosphärischen und ozeanischen Antriebe in der Lage sind, der Dämpfung entgegenzuwirken.

Tabelle 3.2: Perioden und Dämpfungsfaktoren (mit 90% Konfidenz-Intervall) der Chandler-Bewegung aus Arbeiten verschiedener Autoren im Vergleich mit DyMEG

CW-Periode	Q	[Intervall]	Quelle
434,0 ± 2,5 d	100	[50, 400]	WILSON und HAUBRICH (1976)
431,7 d	24		LENHARDT und GROTEN (1985)
433,3 ± 3,6 d	179	[47, > 1000]	WILSON und VICENTE (1990)
439,5 ± 1,2 d	72	[30, 500]	KUEHNE <i>et al.</i> (1996)
433,7 ± 1,8 d	49	[35, 100]	FURUYA und CHAO (1996)
413 – 439 d			SCHUH <i>et al.</i> (2001)
431,9 d	82		DyMEG ( $k_2 = 0,35 + 0,0036i$ )

### 3.4 Gezeitendeformation

Die gravitative Anziehungskraft von Sonne und Mond verursacht Massenverlagerungen im Erdkörper, die neben der Rotation auch das Gravitationsfeld und die Oberflächengestalt der Erde beeinflussen. Zur Berechnung der lunisolaren Effekte werden in DyMEG die *JPL Development Ephemeris* DE405 (STANDISH 1998) verwendet (vgl. Abschnitt 2.4). Wie bei der Rotationsdeformation wird der Gezeiteneffekt auf die feste Erde über die Variation der harmonischen Koeffizienten zweiten Grades  $\Delta\bar{C}_{2m}(t)$  und  $\Delta\bar{S}_{2m}(t)$  ( $m = 0, 1, 2$ ) des terrestrischen Gravitationspotentials beschrieben, die anschließend in Deviationsmomente des Trägheitstensors  $\Delta\mathbf{I}(t)$  umgerechnet werden. Zeitliche Variationen des gezeitenerzeugenden Potentials von Sonne und Mond bewirken periodische Störungen des Gravitationspotentials auf Zeitskalen von wenigen Stunden bis zu 18,6 Jahren (Partialtiden). Die Rheologie des anelastischen Erdkörpers wird durch die komplexe Lovezahl  $k_2$  beschrieben. Da die Reaktion der Erde von der Frequenz des anregenden Prozesses abhängig ist, sind für jeweils unterschiedliche Frequenzbänder verschiedene Werte für  $k_2$  anzusetzen. Beispielsweise gilt für den Frequenzbereich der Rotationsdeformation der in Abschnitt 3.3 angegebene Wert. Die Berechnung der Variationen des terrestrischen Gravitationspotentials erfolgt in drei Schritten (MCCARTHY 2003, Kapitel 6):

- Frequenzunabhängige Approximation
- Korrektur wegen Frequenzabhängigkeit der Lovezahlen
- Reduktion der permanenten Tide für  $\Delta\bar{C}_{20}(t)$

Zunächst werden die harmonischen Koeffizienten zweiten Grades näherungsweise unter Verwendung frequenzunabhängiger nomineller Lovezahlen  $k_{2m}^n$  berechnet. Dabei entsprechen  $k_{21}^n$  und  $k_{22}^n$  der Lovezahl  $k_2$  für eintägige bzw. halbtägige Anregungen während  $k_{20}^n$  das rheologische Verhalten der Erde auf längeren Zeitskalen beschreibt. Die aus dem ersten Schritt resultierenden Variationen der Potentialkoeffizienten werden mit  $\Delta\bar{C}_{2m}^A(t)$  und  $\Delta\bar{S}_{2m}^A(t)$  bezeichnet.

Zur Korrektur der Näherungswerte aufgrund der Frequenzabhängigkeit werden im zweiten Schritt Abweichungen  $\delta k_f = \Re(\delta k_f) + i\Im(\delta k_f)$  der für bestimmte Frequenzbänder  $f$  gültigen komplexen Lovezahlen  $k_f$  von den nominellen Werten  $k_{2m}^n$  angesetzt. Für ein Frequenzband gilt jeweils  $\delta k_f = k_f - k_{2m}^n$ . Dadurch ergeben sich die Zuschläge  $\Delta\bar{C}_{2m}^B(t)$  bzw.  $\Delta\bar{S}_{2m}^B(t)$  zu den in den ersten beiden Schritten erhaltenen Werten. Das Ergebnis enthält den zeitunabhängigen Anteil des Koeffizienten  $\bar{C}_{20}(t)$  des terrestrischen Gravitationspotentials (vgl. Abschnitt 3.1). Da die permanente Deformation des Erdkörpers aber schon durch die Wahl der entsprechenden Hauptträgheitsmomente bezüglich des *zero tide* Systems in DyMEG enthalten ist, muss der aus den ersten beiden Schritten resultierende Wert für  $\Delta\bar{C}_{20}(t)$  um den Einfluss der permanenten Tide reduziert werden.

Unter Berücksichtigung der Anelastizität des Erdmantels gilt mit komplexen  $k_{2m}^n$  für jeden Zeitpunkt

$$\Delta\bar{C}_{2m}^A - i\Delta\bar{S}_{2m}^A = \frac{k_{2m}^n}{5} \sum_{j=M,S} \frac{GM_j}{GM_E} \left(\frac{a}{r_j}\right)^3 \bar{P}_{2m}(\cos\vartheta_j) e^{-im\lambda_j}, \quad (3.18)$$

worin die sphärischen Koordinaten  $(r_j, \vartheta_j, \lambda_j)$  den geozentrischen Abstand, die Co-Breite und die Länge der jeweiligen (Punkt-)Masse ( $M_j$ ) des Mondes ( $j = M$ ) bzw. der Sonne ( $j = S$ ) bezeichnen.  $\bar{P}_{2m}(\cos\vartheta_j)$  ist die zugeordnete vollständig normierte Legendre-Funktion. Die verwendeten Zahlenwerte der Konstanten sind in Tab. 3.3 zusammengestellt.

Tabelle 3.3: In DyMEG verwendete Parameter des Gezeitenmodells (MCCARTHY 2003)

Parameter		Zahlenwert
Selenozentrische Gravitationskonstante	$GM_M$	$4,9028 \cdot 10^{12} \text{ m}^3 \text{ s}^{-2}$
Heliozentrische Gravitationskonstante	$GM_S$	$1,3271 \cdot 10^{20} \text{ m}^3 \text{ s}^{-2}$
nominelle Lovezahlen	$k_{20}^n$	$0,30190 \pm 0,00000i$
	$k_{21}^n$	$0,29830 - 0,00144i$
	$k_{22}^n$	$0,30102 - 0,00130i$

Die Zuschläge  $\Delta\bar{C}_{2m}^B(t)$  und  $\Delta\bar{S}_{2m}^B(t)$  zu den Näherungswerten aufgrund der Frequenzabhängigkeit der Lovezahlen lauten

$$\Delta\bar{C}_{20}^B = \Re \sum_{f(2,0)} (A_0 \delta k_f H_f) e^{i\theta_f}, \quad (3.19)$$

$$\Delta\bar{C}_{21}^B - i\Delta\bar{S}_{21}^B = -i \sum_{f(2,1)} (A_1 \delta k_f H_f) e^{i\theta_f}, \quad (3.20)$$

$$\Delta\bar{C}_{22}^B - i\Delta\bar{S}_{22}^B = \sum_{f(2,2)} (A_2 \delta k_f H_f) e^{i\theta_f}, \quad (3.21)$$

mit den Konstanten  $A_0 = 1/(a\sqrt{4\pi})$ ,  $A_1 = -1/(a\sqrt{8\pi})$  und  $A_2 = 1/(a\sqrt{8\pi})$ . Die Summation erstreckt sich jeweils über Gezeitenterme mit Perioden von 18,6 Jahren bis 7,5 Tagen ( $f(2,0)$ ), einem Tag ( $f(2,1)$ ) und einem halben Tag ( $f(2,2)$ ).  $H_f$  ist die durch den Term der jeweiligen Frequenz verursachte Amplitude der Gezeitendeformation (CARTWRIGHT und TAYLER 1971). Für den Parameter  $\theta_f$  gilt

$$\theta_f = m(\theta_g + \pi) - \sum_{i=1}^5 N_i F_i. \quad (3.22)$$

Darin bezeichnet  $\theta_g$  den Winkel der mittleren Sternzeit von Greenwich (GMST), und  $F_i$  sind die fünf Delaunay-Argumente der Nutationstheorie mit den zugehörigen, von der jeweiligen Frequenz  $f$  abhängigen ganzzahligen Multiplikatoren  $N_i$  (MCCARTHY 2003, Kapitel 5). Die in die Gln. (3.19) bis (3.21) einzusetzenden Werte für  $N_i$  sowie die Faktoren  $(A_m \delta k_f H_f)$  sind für die zu berücksichtigten Frequenzen in MCCARTHY (2003, Kapitel 6, Tab. 6a, 6b, 6c) angegeben. Für den infolge der permanenten Tide in  $\Delta\bar{C}_{20}(t)$  enthaltenen zeitunabhängigen Anteil gilt  $\Delta\bar{C}_{20}^{perm} = A_0 H_0 k_{20}^n = (4,4228 \cdot 10^{-8})(-0,31460)k_{20}^n$  (MCCARTHY 2003, Kapitel 6). Folglich lauten

die zur Berechnung der zeitlichen Änderungen des Trägheitstensors  $\Delta\mathbf{I}(t)$  zu verwendenden Variationen der Potentialkoeffizienten zweiten Grades:

$$\begin{aligned}\Delta\bar{C}_{20}(t) &= \Delta\bar{C}_{20}^A(t) + \Delta\bar{C}_{20}^B(t) - \bar{C}_{20}^{perm} \\ \Delta\bar{C}_{21}(t) &= \Delta\bar{C}_{21}^A(t) + \Delta\bar{C}_{21}^B(t) & \Delta\bar{S}_{21}(t) &= \Delta\bar{S}_{21}^A(t) + \Delta\bar{S}_{21}^B(t) \\ \Delta\bar{C}_{22}(t) &= \Delta\bar{C}_{22}^A(t) + \Delta\bar{C}_{22}^B(t) & \Delta\bar{S}_{22}(t) &= \Delta\bar{S}_{22}^A(t) + \Delta\bar{S}_{22}^B(t).\end{aligned}\tag{3.23}$$

### 3.5 Geophysikalische Einflüsse

In DyMEG werden atmosphärische und ozeanische Massenverlagerungen berücksichtigt, während die kleineren Einflüsse der sekundären Subsysteme bislang vernachlässigt bleiben. Zwar könnten in DyMEG prinzipiell beliebige geophysikalische Antriebe miteinander kombiniert werden, wie sie für einzelne Subsysteme der Erde beispielsweise vom GGFC im Rahmen mehrerer *Special Bureaus* zur Verfügung gestellt werden (CHAO *et al.* 2000). Die publizierten Zeitreihen der Drehimpulsvariationen, die die Auswirkungen der Massenverlagerungen in den Systemkomponenten beschreiben, unterscheiden sich jedoch stark bezüglich der jeweils überdeckten Zeiträume sowie der zeitlichen und räumlichen Auflösungen voneinander (DILL 2002). Die meisten der geophysikalischen Modelle, auf denen die Datensätze basieren, sind unabhängig voneinander. Da sich die Simulationen hinsichtlich der verwendeten Eingangsdaten und numerischen Parameter unterscheiden, treten bei der Kombination von Zeitreihen für unterschiedliche Subsysteme häufig Inkonsistenzen auf. Beispielsweise ist bei der Kombination eines beliebigen Ozeanmodells mit einem beliebigen Modell für die kontinentale Hydrologie nicht gewährleistet, dass der Wasserkreislauf ein geschlossenes System mit ausgeglichener Massenbilanz darstellt. Zur Aufstellung der Drehimpulsbilanz in DyMEG soll eine konsistente Modellkombination verwendet werden, die mindestens die Primärkomponenten Atmosphäre und Ozeane umfasst. Zudem sollen die Antriebe möglichst einen Zeitraum von mehreren Dekaden überdecken, um neben den erzwungenen Variationen der Erdrotationsparameter auch die langfristige Entwicklung der Chandler-Amplitude untersuchen zu können. Zwei gekoppelte Atmosphären-Ozean-Modelle bieten sich zur Verwendung in DyMEG an. Die verwendeten Modelle werden in Kapitel 4 beschrieben. Hier sollen nur die grundlegenden Unterschiede der beiden Antriebskombinationen skizziert werden.

Die erste Kombination basiert auf den atmosphärischen Reanalysen der *National Centers for Environmental Prediction* (NCEP) (KALNAY *et al.* 1996) und erlaubt gemeinsam mit dem globalen Ozeanzirkulationsmodell ECCO (*Estimating the Circulation and Climate of the Ocean*) (STAMMER *et al.* 2003) eine konsistente Darstellung der Massenverlagerungen in beiden Subsystemen. Zur Berechnung der Ozeandynamik werden Antriebsfelder aus NCEP (Windschubspannungen, Wärme- und Frischwasserflüsse) in sechsstündiger Auflösung in das Modell ECCO eingeführt. Eine Assimilation des Ozeanmodells mit Beobachtungsdaten wird in der hier verwendeten ECCO-Version nicht vorgenommen. Die in DyMEG benötigten Zeitreihen für die Komponenten des Trägheitstensors werden aus den durch die beiden Modelle beschriebenen Variationen des atmosphärischen Oberflächendrucks und des ozeanischen Bodendrucks berechnet. Die relativen Drehimpulse stehen in Zusammenhang mit Strömungen in der Atmosphäre (Winde) und den Ozeanen (Zirkulation). Die Datensätze liegen für einen Zeitraum von 23 Jahren zwischen 1980 und 2002 vor.

Eine zweite, von der ersten völlig unabhängige Modellkombination basiert auf dem globalen atmosphärischen Zirkulationsmodell ECHAM3-T21 des Deutschen Klimarechenzentrums (DKRZ) (DKRZ 1992; ROECKNER *et al.* 1992). Die durch dieses Modell beschriebene Atmosphärendynamik wird im Gegensatz zu den Reanalysen nur auf der Grundlage beobachteter Meeresoberflächentemperatur- und Eisbedeckungsfelder berechnet und nicht durch direkte atmosphärische Beobachtungen gestützt. Die ECHAM3-Atmosphäre ist also in der Lage, völlig frei und ohne zusätzliche Zwänge auf die eingeführten Randbedingungen zu reagieren. Aus ECHAM3 werden die Antriebe für das globale Simultanmodell für ozeanische Zirkulation und Gezeiten OMCT (*Ocean Model for Circulation and Tides*) (THOMAS *et al.* 2001) mit einer zeitlichen Auflösung von 12 Stunden abgeleitet. Auch in OMCT findet keine Assimilation mit Beobachtungsdaten statt. Die Zeitreihen der Drehimpulsvariationen sowie der für die Berechnung der Auflastdeformationen benötigten Felder des Oberflächenluftdrucks und des ozeanischen Bodendrucks sind in 12-stündiger Auflösung für einen Zeitraum von 33 Jahren zwischen 1962 und 1994 verfügbar.

Zwischen den beiden Modellkombinationen NCEP-ECCO und ECHAM3-OMCT bestehen grundlegende Unterschiede. Beim Antrieb der hier verwendeten OMCT-Version durch ECHAM3 werden neben Windschubspannungen, Temperaturfeldern und Frischwasserzuflüssen auch die Druckvariationen der Atmosphäre über dem Meer berücksichtigt. Im Gegensatz dazu wird in ECCO eine invers barometrische Reaktion der Ozeane auf

Luftdruckvariationen angenommen (IB-Hypothese). Demnach führen atmosphärische Druckanomalien zu einer unmittelbaren isostatischen Reaktion der Meeresoberfläche, ohne dass die Dynamik und der Bodendruck der Ozeane beeinflusst werden (SCHUH *et al.* 2003, Seite 73). Da unter dieser Annahme der ozeanische Druck in jeder Tiefe unverändert bleibt, ist die IB-Hypothese gleichbedeutend mit einer Vernachlässigung des Luftdrucks über den Ozeanen und der Annahme einer nicht deformierten Meeresoberfläche. Die Gültigkeit der IB-Hypothese wurde unter Verwendung zweier Simulationen des Modells OMCT überprüft, wobei die atmosphärischen Druckantriebe aus ECHAM3 im ersten Lauf berücksichtigt, im zweiten vernachlässigt wurden. Dabei zeigte sich, dass die Meeresoberfläche vor allem im zentralen Ozean nahezu invers barometrisch auf die Luftdruckvariationen reagiert. Abweichungen vom IB-Verhalten ergaben sich in küstennahen Bereichen und arktischen Gewässern aufgrund von eisbedingten Einflüssen (THOMAS 2002, Seite 49ff.). Da die ozeanische Reaktion auf die Druckanomalien infolge der Trägheit des Ozeans nicht instantan erfolgt, ist die Übereinstimmung von den betrachteten Zeitskalen abhängig. Zwar wurden bereits nach einem Zeitschritt der Integration etwa 90% der atmosphärischen Druckanomalien durch die Meeresoberfläche statisch kompensiert. Die ozeanische Zirkulation wird jedoch auf Perioden bis zu 10 Tagen signifikant durch die Druckantriebe beeinflusst. Dieser dynamische Effekt erreicht 10-15% der gesamten ozeanischen Anregung und kann durch Zirkulationsmodelle mit IB-Annahme nicht erfasst werden (PONTE *et al.* 1998; THOMAS 2002).

Darüber hinaus ist OMCT auf die simultane Berücksichtigung mechanischer atmosphärischer und gravitativer Antriebe ausgerichtet und unterscheidet sich dadurch vom reinen Zirkulationsmodell ECCO. Die durch Sonne und Mond verursachten Meeresgezeiten führen zu ozeanischen Massenverlagerungen, die mit der allgemeinen, durch atmosphärische Einflüsse hervorgerufenen Zirkulation wechselwirken. Werden beide Bestandteile der Ozeandynamik gemeinsam modelliert, lassen sich nichtlineare Effekte untersuchen, die bei der üblichen linearen Überlagerung von zirkulations- und gezeitenbedingten Wassermassenverlagerungen vernachlässigt werden. Diese Wechselwirkungen können regionale Meeresspiegelvariationen verursachen, die bis zu 8% der durch lineare Überlagerung von Zirkulation und Gezeiten hervorgerufenen Schwankungen betragen (THOMAS 2002, Seite 109).

Die ozeanischen Gezeiten beeinflussen die Erdrotation vor allem auf täglichen und halbtägigen Zeitskalen durch die Partialtiden  $K_1$ ,  $O_1$ ,  $P_1$  und  $Q_1$  (täglich), sowie  $K_2$ ,  $M_2$ ,  $N_2$  und  $S_2$  (halbtägig). Deutlich geringere Einflüsse entstehen auch auf längeren Zeitskalen durch die Partialtiden  $M_f$  und  $M'_f$  (halbmonatlich),  $M_m$  (monatlich) sowie  $S_{sa}$  (halbjährlich) und  $S_a$  (jährlich) (GROSS 1993). Insgesamt sind die durch die Gezeiten verursachten Drehimpulsvariationen des Ozeans um mehr als eine Größenordnung kleiner, als die Effekte der allgemeinen Zirkulation (THOMAS *et al.* 2001). Die Auswirkungen der Ozeangezeiten auf die Amplitude der Polbewegung liegen im Zentimeterbereich (Gesamteffekt etwa 1 mas), während die Variationen der Tageslänge auf subtäglichen Zeitskalen bis zu 0,5 ms betragen können. Der Effekt der längerperiodischen Ozeangezeiten auf  $\Delta LOD$  ist kleiner als  $1 \mu s$  (GROSS 1993).

Durch die Kopplung des Ozeans an die Atmosphäre wird in beiden Modellkombinationen ein konsistenter Drehimpuls-, Temperatur- und Massenaustausch an der Grenzschicht zwischen der Atmosphäre und den Ozeanen erreicht. Damit befindet sich die thermohaline (d.h. durch Temperatur und Frischwasserzuflüsse verursachte), wind- und (bei ECHAM3) druckgetriebene ozeanische Zirkulation in Übereinstimmung mit dem instantanen beobachteten (NCEP) bzw. simulierten (ECHAM3) atmosphärischen Zustand. Obwohl keine direkten atmosphärischen Beobachtungen in ECHAM3 einfließen, zeigten mehrere Untersuchungen, dass das Modell in der Lage ist, eine realistische Variabilität des Klimas zu simulieren (HENSE und RÖMER 1995; GUALDI *et al.* 1997; HIDE *et al.* 1997; GLOWIENKA-HENSE 1999; STUCK 2002). Die Kombination ECHAM3-OMCT ist daher optimal geeignet, atmosphärische und ozeanische Einflüsse auf die Rotation der Erde zu untersuchen, da die numerischen Ergebnisse aus DyMEG in direktem Zusammenhang mit der Physik der Antriebsmodelle stehen (SEITZ *et al.* 2004). Auf diese Weise ermöglicht ECHAM3-OMCT eine umfassende Interpretation der Ergebnisse. Dagegen sind die resultierenden Zeitreihen bei Verwendung assimilierter Modelle wie NCEP in der Regel schlechter nachvollziehbar, da die atmosphärischen und ozeanischen Drehimpulsvariationen nicht nur von der Modellphysik, sondern auch von den (häufig unbekannt) Methoden und Genauigkeiten der Datenerfassung abhängen. Durch die Berücksichtigung der atmosphärischen Druckantriebe sowie die simultane Berechnung von Gezeiten und allgemeiner Zirkulation in OMCT werden die dynamischen Prozesse in den Primärkomponenten durch ECHAM3-OMCT umfassender beschrieben als durch NCEP-ECCO. Andererseits führt die Assimilation bei NCEP-ECCO zu einer höheren zeitlichen Übereinstimmung zwischen Modell und Realität. Dies gilt insbesondere für hochfrequente atmosphärische Variationen auf der Wetterzeitskala. Da die Phasen modellierter und realer Drehimpulsvariationen weitgehend kohärent sind, ist zu erwarten, dass die Ergebnisse für Polbewegung und Tageslängenvariation aus DyMEG in diesem Fall eine höhere Korrelation mit den geodätischen Beobachtungen C04 aufweisen.

### 3.6 Auflastdeformation

Zeitvariable Druckauflasten der Primär- und Sekundärkomponenten auf die feste Erde verursachen Deformationen des Erdkörpers, die einige Zentimeter in der Vertikalen und mehrere Millimeter in der Horizontalen erreichen (RABEL und ZSCHAU 1985; SUN *et al.* 1995). Damit beeinflussen sie neben der Oberflächengestalt das Gravitationspotential der Erde und haben Auswirkungen auf die Rotationsdynamik. Auch die Beobachtungen geodätischer Weltraumverfahren werden durch die Auflastdeformationen beeinflusst (MANABE *et al.* 1991; SCHUH *et al.* 2004). Während Gezeiten sehr großräumige und regelmäßige Deformationen des Erdkörpers verursachen, die durch Modelle gut beschrieben werden können, sind die Auswirkungen atmosphärischer, ozeanischer und weiterer Auflasten in der Regel auf wenige 100 km beschränkt und unregelmäßig. Sie sind daher schwer vorhersagbar (VAN DAM *et al.* 1997). Die Berechnung des indirekten Effekts der in DyMEG berücksichtigten nicht-gravitativ verursachten atmosphärischen und ozeanischen Massenverlagerungen auf die Erdrotation geschieht in zwei Schritten: Zunächst werden unter Verwendung eines einfachen Erdmodells die vertikalen Oberflächendeformationen über Greensche Funktionen bestimmt. Aus den globalen Deformationsfeldern werden anschließend die Deviationen des Trägheitstensors  $\Delta \mathbf{I}(t)$  abgeleitet.

Diese Vorgehensweise weicht vom üblicherweise in Untersuchungen zur Erdrotation verwendeten Ansatz ab, bei dem nicht die aus der Auflast resultierende Deformation der Erdoberfläche, sondern ihre Auswirkung auf das Gravitationspotential betrachtet wird (BARNES *et al.* 1983). Demnach gilt für die zeitliche Variation des Gravitationspotentials der Erde infolge des direkten und indirekten Effekts einer Massenverlagerung  $\delta U_n(t) = U_n(t) \cdot (1 + k'_n)$ , worin  $U_n$  das Potential der betrachteten Masse und  $k'_n$  die Lovesche Auflastzahl für den Grad  $n$  der sphärischen Kugelfunktionsentwicklung bezeichnen. Da die Elemente des Trägheitstensors nur mit den Kugelfunktionskoeffizienten zweiten Grades in Verbindung stehen, genügt es,  $\delta U_2$  zu betrachten. Mit  $k'_2 = -0,308$  (DONG *et al.* 1996) entspricht dieses Vorgehen einer einfachen, von Lage und Ausdehnung der Masse unabhängigen Reduktion ihres direkten Effekts um etwa 31% (DILL 2002).

Mit dem in dieser Arbeit verwendeten Ansatz wird die vertikale Deformation der Erdoberfläche aus globalen Druckfeldern  $p_s(\lambda, \varphi)$  der fluiden Komponenten Atmosphäre und Ozeanen berechnet. Für jeden Zeitschritt werden die an der Grenzschicht zur festen Erde gegebenen Werte auf ein  $2^\circ \times 2^\circ$ -Gitter interpoliert und in das Modell eingeführt. Die Druckfelder sind aus den Anomalien des atmosphärischen Oberflächenluftdrucks (über Land) und des ozeanischen Bodendrucks gegenüber den jeweiligen Gitter-Jahresmittelwerten zusammengesetzt. Im Falle der Modellkombination ECHAM3-OMCT beschreiben die Felder die atmosphärischen und ozeanischen Druckverhältnisse vollständig, da die atmosphärischen Druckvariationen über den Ozeanen in OMCT berücksichtigt und somit über die resultierenden Strömungen im Ozeanbodendruck enthalten sind. Im Gegensatz dazu ist bei der Kombination NCEP-ECCO aufgrund der als invers barometrisch angenommenen Reaktion der Ozeane kein Effekt atmosphärischer Luftdruckvariationen über den Ozeanen im Druckgitter enthalten. Die Anomalien des ozeanischen Bodendrucks erreichen Werte zwischen  $\pm 3$  hPa und sind um mehr als eine Größenordnung kleiner, als die des atmosphärischen Oberflächenendrucks ( $\pm 40$  hPa). Der Hauptanteil der ozeanischen Bodendruckvariationen wird durch Massenverlagerungen infolge thermohaliner Zirkulation verursacht (THOMAS 2002). Da der durch den Druckantrieb verursachte Anteil nur eine untergeordnete Rolle spielt, wird dessen Vernachlässigung in NCEP-ECCO als unkritisch betrachtet.

Die in den Gittern gegebenen Druckvariationen  $p_s(\lambda, \varphi)$  (Einheit [Pa]) werden als Auflastfelder  $q(\lambda, \varphi)$  (Einheit [ $\text{kg}/\text{m}^2$ ]) interpretiert (DONG *et al.* 1996):

$$q(\lambda, \varphi) = \frac{p_s(\lambda, \varphi)}{g}, \quad (3.24)$$

worin  $g \approx 9,81 \text{ m s}^{-2}$  die Gravitationsbeschleunigung der hier als sphärisch angenäherten Erde ist. Für die vertikale Deformation des Erdkörpers  $d_r$  im Punkt  $P(\lambda_P, \varphi_P)$  gilt unter Berücksichtigung der global verteilten

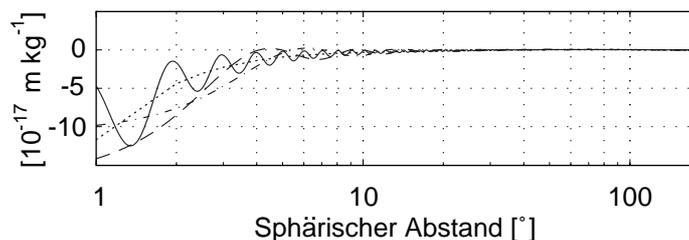


Abbildung 3.3: Greensche Funktion für das Erdmodell PREM in verschiedenen Entwicklungsgraden: strichpunktirt:  $n=30$ , gestrichelt:  $n=50$ , durchgezogen:  $n=350$ , punktiert:  $n=\infty$ .

Auflasten  $q_Q(\lambda_Q, \varphi_Q)$  für jeden Zeitpunkt

$$d_r(P) = \frac{a^3}{M_E} \iint_{\sigma_Q} q_Q \sum_{n=0}^{\infty} h'_n P_n(\cos \psi_{PQ}) d\sigma_Q. \quad (3.25)$$

In der Gleichung bezeichnet  $\psi_{PQ}$  den sphärischen Abstand zwischen  $P$  und dem Ort  $Q$  der jeweiligen Massenauflast  $q_Q(\lambda_Q, \varphi_Q)$ , und  $P_n(\cos \psi_{PQ})$  ist das zugeordnete Legendre-Polynom  $n$ -ten Grades. Die Auswirkungen der Auflasten auf die vertikale Deformation des Erdkörpers werden über die Loveschen Auflastzahlen  $h'_n$  beschrieben. Durch die Integration über die ganze Erde bilden sich in Gebieten mit positiver Druckanomalie Deformationen aus, die in Gebieten mit negativer Druckanomalie durch Ausbeulung kompensiert werden. Dadurch ist der Ansatz massenerhaltend. Durch Einführung der Greenschen Funktion (MORITZ und MUELLER 1987, Seite 294)

$$G(\psi_{PQ}) = \frac{a}{M_E} \sum_{n=0}^{\infty} h'_n P_n(\cos \psi_{PQ}) \quad (3.26)$$

wird Gl. (3.25) zu

$$d_r(P) = a^2 \iint_{\sigma_Q} q_Q G(\psi_{PQ}) d\sigma_Q. \quad (3.27)$$

Diese Gleichung wird durch Faltung gelöst. Die Greensche Funktion ist eine Gewichtungsfunktion, die den Zusammenhang zwischen einer Auflast und ihrer Auswirkung auf die vertikale Deformation des Erdkörpers im Abstand  $\psi_{PQ}$  beschreibt. Da die Funktion auf Loveschen Zahlen basiert, ist sie nicht ortsabhängig. Folglich kann mit diesem Ansatz nicht zwischen der Auswirkung einer Auflast auf kontinentale oder ozeanische Kruste unterschieden werden. Die hier eingeführten Lovezahlen  $h'_n$  wurden aus dem Erdmodell PREM abgeleitet (SCHERNECK 1990). Zum Vergleich wurden auch Werte verwendet, die mit dem älteren Gutenberg-Bullen-A-Modell bestimmt wurden (FARRELL 1972). Signifikante Unterschiede der Gewichtungsfunktionen zeigten sich aber nur für sphärische Abstände, die kleiner als  $0,5^\circ$  sind (DILL 2002). Da die räumliche Auflösung der Auflastfelder in dieser Arbeit  $2^\circ \times 2^\circ$  beträgt, sind keine Auswirkungen der leichten Unterschiede zwischen den beiden

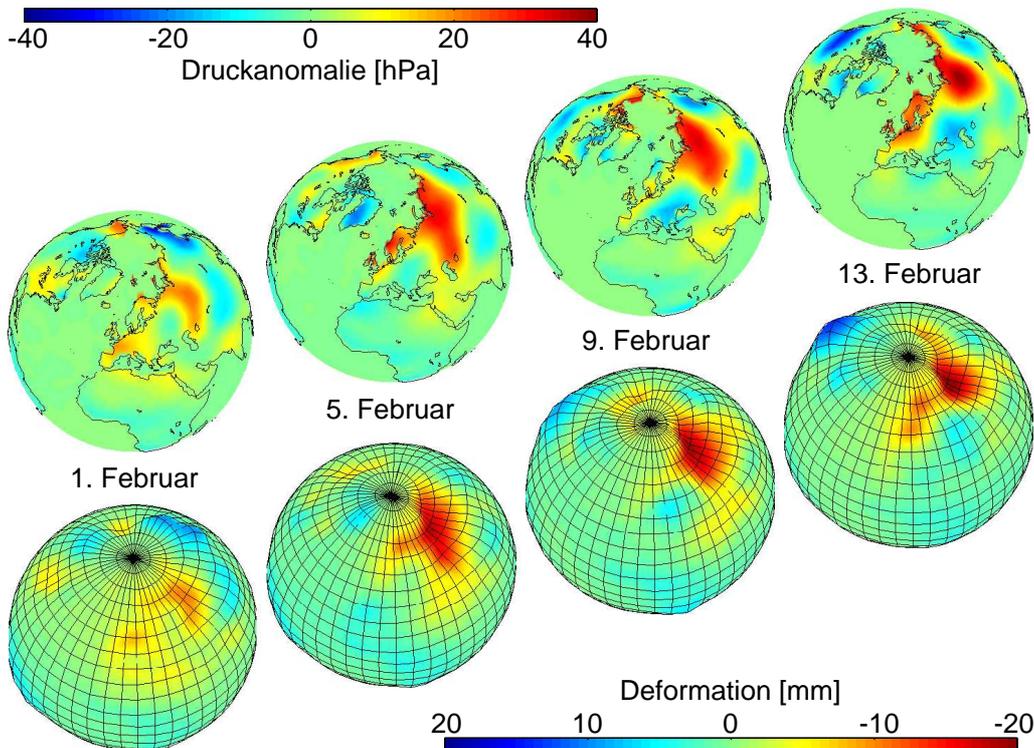


Abbildung 3.4: Deformation des Erdkörpers infolge von Anomalien des ECHAM3-Oberflächenluftdrucks (über Land) und des OMCT-Ozeanbodendrucks gegenüber den  $2^\circ \times 2^\circ$  Gitter-Jahresmittelwerten. Die Abbildung umfasst einen Zeitraum von zwei Wochen des Jahres 1994.

Modellen auf das Ergebnis zu erwarten. Abb. 3.3 zeigt die Greensche Funktion aus PREM für unterschiedliche Entwicklungsgrade. Aus Gründen des Rechenaufwandes wird die sphärische Entwicklung in dieser Arbeit bei  $n = 50$  abgebrochen, wobei die Zeitdauer eines Berechnungsschritts unter Verwendung eines 1 GHz-Prozessors drei Minuten beträgt. Für ein Jahr bedeutet dies bei täglicher Auflösung der Antriebsdaten eine Rechenzeit von über 18 Stunden. Die aus den ECHAM3- und OMCT-Druckfeldern resultierenden Auflastdeformationen sind für einen Zeitraum von zwei Wochen des Jahres 1994 in Abb. 3.4 dargestellt. Die Anomalien des Oberflächenluftdrucks verursachen über Land Deformationen von bis zu zwei Zentimetern. Ozeanische Bodendruckvariationen haben dagegen nur geringe Auswirkungen.

Im zweiten Schritt werden die Deformationen des Erdkörpers in Variationen des Trägheitstensors umgerechnet. Der weitaus größte Beitrag wird durch Deformationen im Bereich der Kontinente verursacht. Da die Deformationen in den ozeanischen Gebieten nur Werte im Millimeterbereich erreichen, wird angenommen, dass zur Berechnung der Auswirkungen der Deformationen auf den Trägheitstensor keine Unterscheidung zwischen ozeanischer und kontinentaler Erdkruste notwendig ist. Die Erde wird daher stark vereinfachend als radialsymmetrischer kugelförmiger Körper betrachtet, der aus einer kontinentalen Kruste und einem darunterliegenden Erdmantel besteht.

Die auf die feste Erde wirkenden Druckvariationen sollen nicht durch eine Kompression der Krustenmassen kompensiert werden. Vielmehr wird die Erdkruste in DyMEG als biegsam angesehen. Somit verdrängt sie die unter ihr liegende viskose Asthenosphäre (Abb. 3.5), wobei angenommen wird, dass die Grenzschicht zwischen diesen beiden Schichten (Mohorovičić-Diskontinuität) dieselben radialen Deformationen erfährt wie die Erdoberfläche (DILL 2002). Für die Erdkruste wird in DyMEG eine Dicke von 35 km und eine mittlere Dichte von  $2,67 \text{ g cm}^{-3}$  angesetzt. Die mittlere Dichte der Asthenosphäre beträgt  $3,30 \text{ g cm}^{-3}$ .

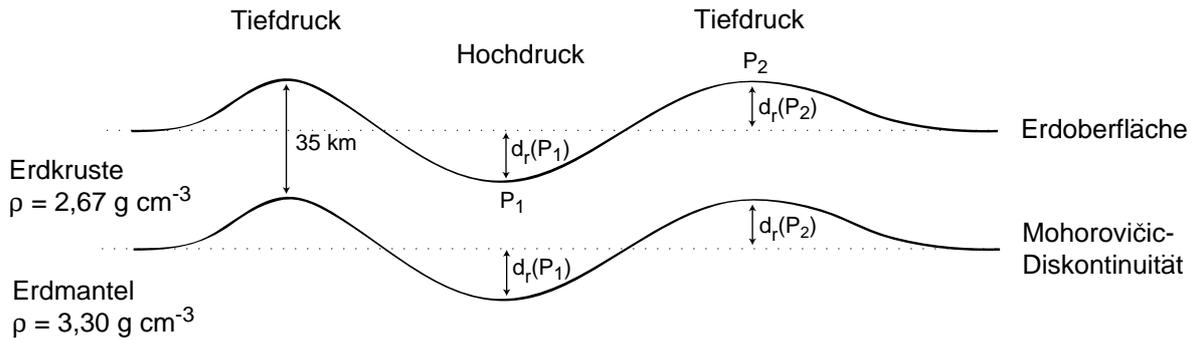


Abbildung 3.5: Prinzipische Skizze der Auswirkung ozeanischer und atmosphärischer Druckvariationen auf die Durchbiegung der starren Kruste und die Deformation des Erdmantels

Zwischen den Elementen des Trägheitstensors  $I_{ij}$  ( $i, j = 1, 2, 3$ ) und der Massenverteilung eines Kontinuums besteht allgemein folgender Zusammenhang (MORITZ und MUELLER 1987, Seite 40):

$$\begin{aligned}
 I_{11} &= \iiint y^2 + z^2 \, dM = \rho \iiint (r^2 \sin^2 \vartheta \sin^2 \lambda + r^2 \cos^2 \vartheta) \cdot r^2 \sin \vartheta \, dV \\
 I_{22} &= \iiint x^2 + z^2 \, dM = \rho \iiint (r^2 \sin^2 \vartheta \cos^2 \lambda + r^2 \cos^2 \vartheta) \cdot r^2 \sin \vartheta \, dV \\
 I_{33} &= \iiint x^2 + y^2 \, dM = \rho \iiint (r^2 \sin^2 \vartheta \sin^2 \lambda + r^2 \sin^2 \vartheta \cos^2 \lambda) \cdot r^2 \sin \vartheta \, dV \\
 I_{12} &= \iiint -xy \, dM = \rho \iiint -(r^4 \sin^3 \vartheta \cos \lambda \sin \lambda) \, dV \\
 I_{13} &= \iiint -xz \, dM = \rho \iiint -(r^4 \sin^2 \vartheta \cos \vartheta \cos \lambda) \, dV \\
 I_{23} &= \iiint -yz \, dM = \rho \iiint -(r^4 \sin^2 \vartheta \cos \vartheta \sin \lambda) \, dV .
 \end{aligned} \tag{3.28}$$

Unter Berücksichtigung der unterschiedlichen Dichten von Kruste und Mantel werden diese Gleichungen einmal für die nicht deformierte und einmal für die deformierte Erde berechnet. Dabei erstreckt sich das Volumenintegral  $\iiint dV$  in Länge und Co-Breite über das im ersten Schritt berechnete  $2^\circ \times 2^\circ$ -Deformationsgitter. Die Integrationsgrenze für den Erdradius bildet im nicht deformierten Fall der mittlere Erdradius  $r(\lambda, \vartheta) = R$ , bzw. im deformierten Fall die Fläche  $r(\lambda, \vartheta) = R + d_r(\lambda, \vartheta)$ . Die für die Lösung der Liouville-Gleichung benötigten Deviationsmomente  $\Delta \mathbf{I}(t)$  ergeben sich anschließend für jeden Zeitpunkt aus der Differenz der für die deformierte und für die nicht deformierte Erde berechneten Trägheitstensorelemente.

### 3.7 Kombination der Einzeleffekte zum dynamischen Modell

Zur Durchführung der numerischen Untersuchungen wurde DyMEG in MATLAB implementiert. Dieses speziell auf technische Anwendungen ausgerichtete Programmpaket vereint die Möglichkeit mathematischer Berechnungen mit Methoden der Auswertung, Analyse und Visualisierung von Daten. Durch die vektor- und matrizenorientierte Programmierung stellt MATLAB eine für DyMEG ideale Plattform dar. Das Modell ist so aufgebaut, dass jeder der in den vorhergehenden Abschnitten beschriebenen Einflussfaktoren in einem Auswahlm Menü „zu- oder abgeschaltet“ werden kann. Auf diese Weise lassen sich die Auswirkungen der einzelnen Beiträge zu den Variationen der Erdrotation und der Schwerefeldkoeffizienten zweiten Grades identifizieren. Durch die Kombination mehrerer Effekte können auftretende Wechselwirkungen untersucht werden. Hierzu gehören insbesondere die Auswirkungen der Auflastdeformationen sowie die Rückkopplung der geophysikalischen und gravitativen Antriebe über die Rotationsdeformation auf die freie Kreiselbewegung.

Die in DyMEG berechneten Auflastdeformationen und die Variationen der Schwerefeldkoeffizienten zweiten Grades werden nicht nur als Eingangsdaten für die Berechnung der Variationen der Erdrotation verwendet, sondern sie werden auch als eigenständige Ergebnisse ausgegeben, die mit Beobachtungszeitreihen aus geodätischen Beobachtungen verglichen werden können. Während die Schwerefeldkoeffizienten zweiten Grades mit den Elementen des Trägheitstensors in Zusammenhang stehen und daher nur für die Massenordnung im Erdsystem sensitiv sind, wird die Erdrotation zusätzlich von Massenbewegungen beeinflusst. Dadurch ergibt sich eine unabhängige Kontrollmöglichkeit für die Aufspaltung der dynamischen Prozesse in Massen- und Bewegungsterme (vgl. Abschnitt 6.3).

## 4. Atmosphärische und ozeanische Antriebe

Zum Antrieb des Erdsystemmodells DyMEG werden die beiden in Abschnitt 3.5 skizzierten, jeweils konsistenten und voneinander unabhängigen Modellkombinationen für Atmosphäre und Ozeane NCEP-ECCO und ECHAM3-OMCT verwendet. Zwischen den beiden Kombinationen besteht ein bereits angesprochener konzeptioneller Unterschied, der von grundlegender Bedeutung für die mit DyMEG erzielbaren Ergebnisse ist: Die atmosphärischen Reanalysen NCEP basieren auf beobachteten atmosphärischen Daten und erlauben somit in Kombination mit dem angekoppelten Ozeanzirkulationsmodell ECCO eine realitätsnahe Beschreibung der Atmosphären- und Ozeandynamik. Dies bezieht sich sowohl auf den (zeitlich variablen) Frequenzinhalt als auch auf die Amplituden und Phasen der einzelnen in den Anregungen enthaltenen Signalanteile. In das Atmosphärenmodell ECHAM3-T21, das auf klimatologische Studien ausgerichtet ist, werden dagegen keine atmosphärischen Beobachtungen assimiliert. Die vom Modell beschriebene Dynamik wird ausschließlich auf der Grundlage beobachteter Meeresoberflächentemperatur- und Eisbedeckungsfelder erzeugt. Mit einem derartigen freien Modell lassen sich die simulierten atmosphärischen Prozesse gut nachvollziehen, da sie sich direkt aus der verwendeten Modellphysik ergeben. Allerdings muss aufgrund der fehlenden Assimilation bei der Kombination ECHAM3-OMCT mit einer geringeren Übereinstimmung zwischen simulierten und tatsächlichen atmosphärisch-ozeanischen Zuständen gerechnet werden, als dies für NCEP-ECCO der Fall ist.

### 4.1 Modellkombination NCEP-ECCO

#### 4.1.1 Atmosphärische Reanalysen (NCEP)

Im Jahr 1997 wurde von den *National Centers for Environmental Prediction* (NCEP) ein Reanalyseprojekt durchgeführt (KALNAY *et al.* 1996). Dabei wurden atmosphärische und nicht-atmosphärische Beobachtungen (z.B. Meeresoberflächentemperaturen) vom Jahr 1996 an rücklaufend bis 1948 analysiert. Die Berechnungen wurden mit einem auf einem bestimmten Stand (1995) festgehaltenen Analyseschema durchgeführt, das aus einem operationellen Wettervorhersagemodell entwickelt wurde. Dadurch ist sichergestellt, dass keine künstlichen Klimasprünge als Folge einer veränderlichen Parametrisierung des Assimilationsmodells auftreten können. Bis heute wird der Datensatz mit aktuellen Beobachtungen laufend gehalten. Sollten grundlegende Veränderungen des Modells notwendig sein, ist vorgesehen, den gesamten Zeitraum aus Gründen der Konsistenz neu zu analysieren.

Das zugrundeliegende Modell erstreckt sich in einer horizontalen Auflösung von  $2,5^\circ \times 2,5^\circ$  zwischen  $90^\circ$  nördlicher und  $90^\circ$  südlicher Breite. In der Vertikalen werden 17 Schichten unterschieden, die sich zwischen der Erdoberfläche und einer (variablen) Höhe ausdehnen, in der ein Druckniveau von 10 hPa erreicht wird. Die im Modell berechneten Ausgangsgrößen wie Temperaturfelder, Winde, Luftdruckverteilung, Luftfeuchtigkeit und Niederschläge sind in einer zeitlichen Auflösung von sechs Stunden verfügbar. Das Assimilationsmodell wird durch beobachtete monatliche Werte der Meeresoberflächentemperatur und der globalen Eisbedeckung angetrieben, die mit dem Datensatz GISST2.2 (*Global Ice and Sea Surface Temperature*) des *Hadley Center for Climate Prediction and Research* seit 1870 in einer Auflösung von  $1^\circ \times 1^\circ$  verfügbar sind (PARKER *et al.* 1994). Zusätzlich werden atmosphärische Daten in das Modell assimiliert, die für unterschiedliche Zeiträume in variierender Qualität und (räumlicher und zeitlicher) Auflösung vorliegen. Während in früheren Jahren hauptsächlich terrestrische Beobachtungen aus besiedelten Regionen vorhanden waren, werden heute überwiegend Radiosonden-, Flugzeug- und Satellitenbeobachtungen verwendet. Diese erlauben eine nahezu globale Erfassung atmosphärischer Zustandsdaten, wie zum Beispiel Windstärken und -richtungen, Luftdruck, Temperatur und Feuchtigkeit.

Trotz der Assimilation darf der Datensatz des NCEP keinesfalls als wahres Abbild der realen Atmosphäre betrachtet werden. Beispielsweise gibt es Anzeichen, dass die durch das Modell beschriebenen Windfelder über Landflächen auf saisonalen Zeitskalen signifikant überschätzt werden (KALNAY *et al.* 1996; AOYAMA und NAITO 2000). Da die Winde mit den atmosphärischen Relativdrehimpulsen in Zusammenhang stehen, die als Antriebe für DyMEG verwendet werden, können sich derartige Modellfehler auch in den Zeitreihen der Zielparameter (insbesondere der Tageslängenvariation) bemerkbar machen (vgl. Abschnitt 6.2). Daneben bestehen in einigen Regionen künstliche Tendenzen des durch NCEP beschriebenen Oberflächenluftdrucks. So sind die Daten durch eine unnatürliche Abnahme des Luftdrucks in einer südlichen Breite von  $65^\circ$  rund um die Antarktis gekennzeichnet (HINES *et al.* 2000). Eine entgegengesetzte Tendenz besteht über Zentralasien (SEITZ *et al.* 2004), wo der über jeweils fünf Jahre gemittelte Oberflächenluftdruck zwischen 1950 und 1996 um über 4 hPa zunahm. Da die Variationen des atmosphärischen Oberflächenluftdrucks mit den Deviationsmomenten des Trägheitstensors in Zusammenhang stehen, können sich derartige regionale Artefakte auf die Ergebnisse der Polbewegung aus DyMEG auswirken (NASTULA und SALSTEIN 1999).

### 4.1.2 Angekoppeltes Ozeanmodell ECCO

Das globale Ozeanzirkulationsmodell ECCO (*Estimating the Circulation and the Climate of the Ocean*) (STAMMER *et al.* 2003) ist die Weiterentwicklung eines baroklinen Ozeanmodells des *Massachusetts Institute of Technology* (MIT) (MARSHALL *et al.* 1997) und wird am *Jet Propulsion Laboratory* (JPL) betrieben. ECCO beschreibt den Weltozean zwischen 78° nördlicher und 78° südlicher Breite. Das Modell besitzt eine horizontale Auflösung von 1° x 1°, die in den tropischen Regionen zwischen 10° nördlicher und 10° südlicher Breite in meridionaler Richtung auf 0,3° erhöht wird. Die Abstände der 46 vertikalen Schichten des Modells variieren zwischen 10 m (bis 150 m Wassertiefe) und 400 m. Die zeitliche Auflösung, in der die für die Trägheitstensorvariationen und relativen Drehimpulse benötigten Felder (Bodendruckvariationen bzw. Ozeanströmungen) berechnet werden, beträgt 24 Stunden.

Zwischen Januar 1980 und März 2002 wird das Modell mit transienten atmosphärischen NCEP-Feldern für Windschubspannungen, Oberflächentemperaturen und Frischwasserzuflüsse angetrieben. Diese werden in einer zeitlichen Auflösung von 12 Stunden in ECCO eingeführt. Die Reaktion des Ozeans auf atmosphärische Druckvariationen wird nicht berücksichtigt (IB-Hypothese, vgl. Abschnitt 3.5). Um einen stationären Anfangszustand des Ozeanmodells zu gewährleisten, geht der Echtzeitsimulation eine Einschwingphase von 10 Jahren voraus. Die hierzu benötigten Initialisierungs- und Antriebsfelder werden aus klimatologischen Durchschnittswerten für Temperatur und Salzgehalt abgeleitet (LEVITUS *et al.* 1994; LEVITUS und BOYER 1994).

ECCO berücksichtigt Zirkulationsbewegungen in den Ozeanen, die als Folge der lokal durch Gradienten der Temperatur und des Salzgehalts entstehenden Dichteunterschiede auftreten. Bei der Modellierung dieser auch als freie Konvektion bezeichneten Zirkulation findet die Boussinesq-Näherung (MARSHALL *et al.* 1997) Anwendung. Die dabei getroffene Annahme, dass Meerwasser nicht komprimierbar ist (Volumenerhaltung), kann zu künstlichen Variationen der Ozeanmasse führen (GROSS 2003). Dies ist beispielsweise dann der Fall, wenn sich die aus den atmosphärischen Antrieben resultierende Temperaturverteilung im Ozean ändert. Diese führt aufgrund der Annahme der Volumenerhaltung zu einer Massenänderung, die sich über die ozeanisch induzierten Deviationsmomente des Trägheitstensors auf die Ergebnisse aus DyMEG auswirken kann. Um diesen nicht den realen Gegebenheiten entsprechenden Effekt zu beseitigen, werden die künstlichen Massenänderungen des Meeres durch die Addition zeitlich variabler (positiver oder negativer) Ausgleichsmassen behoben (sog. Greatbatch-Korrektur) (GREATBATCH 1994; GREATBATCH *et al.* 2001).

## 4.2 Modellkombination ECHAM3-OMCT

### 4.2.1 ECHAM3-T21 Klimasimulationen

Das globale atmosphärische Zirkulationsmodell ECHAM3-T21 (*ECMWF-Hamburg*) ist eine speziell auf Klimastudien ausgerichtete Weiterentwicklung eines Wettervorhersagemodells des *European Centre for Medium-Range Weather Forecasts* (ECMWF). Es wird am Deutschen Klimarechenzentrum in Hamburg betrieben (DKRZ 1992; ROECKNER *et al.* 1992). Das Modell besitzt eine horizontale Auflösung von 5,625° x 5,625° zwischen 90° nördlicher und 90° südlicher Breite. Damit ist die Auflösung mehr als doppelt so grob wie die des NCEP-Assimilationsmodells. Allerdings sind die Zielsetzungen beider Modelle unterschiedlich: Während ECHAM3 auf die Untersuchung globaler und langfristiger Veränderungen des Klimas ausgerichtet ist, basieren die Reanalysen des NCEP auf einem Wettervorhersagemodell, das ursprünglich für regionale Prognosen konzipiert wurde. ECHAM3 ist nicht in der Lage, kleinräumige Variationen (z.B. regional begrenzte Wolkenbildung) zu beschreiben. Deren Nettoeffekt auf die grobskaligen Prozesse muss über eine geeignete Parametrisierung im Modell berücksichtigt werden. Die Vertikalauflösung des ECHAM3 ist mit 19 Schichten zwischen der Oberfläche und einem Druckniveau von 10 hPa mit NCEP vergleichbar. Die atmosphärischen Felder liegen für den Zeitraum zwischen 1949 und 1994 in Zeitschritten von 12 Stunden vor.

Wie das Assimilationsmodell des NCEP wird auch ECHAM3 durch beobachtete monatliche Werte der Meeresoberflächentemperatur und der globalen Eisbedeckung angetrieben (PARKER *et al.* 1994). Sonstige externe Informationen (insbesondere atmosphärische Beobachtungsdaten) werden nicht in das Modell eingeführt. Ausgehend von unterschiedlichen atmosphärischen Anfangszuständen werden fünf Simulationen mit ECHAM3 durchgeführt. Durch den Vergleich der Ergebnisse aller fünf Simulationen kann die durch das Modell intern erzeugte Variabilität infolge nichtlinearer atmosphärischer Wechselwirkungen von der externen Variabilität unterschieden werden, die durch den Antrieb erzeugt wird. Daneben lässt sich mit dem Ensemble der fünf Läufe die zugrundeliegende Modellphysik überprüfen und die Qualität des Zirkulationsmodells beurteilen. Da keine der Simulationen „realistischer“ als die übrigen ist, wird zum Antrieb des Erdsystemmodells DyMEG ein beliebiger der fünf Läufe herausgegriffen.

Analysen der durch ECHAM3 beschriebenen atmosphärischen Drehimpulse zeigen, dass die Übereinstimmung zwischen simulierten und beobachteten atmosphärischen Variationen stark vom jeweils betrachteten Spektralbereich abhängt (STUCK und HENSE 2002). Die in der Atmosphäre vorhandene Variabilität kann durch ECHAM3 auf Zeitskalen unter zwei Monaten nicht wiedergegeben werden, da der Antrieb nur mit monatlichen Werten der Meeresoberflächentemperatur und der Eisbedeckung erfolgt. Sämtliche in diesem Periodenbereich vorhandenen Drehimpulsvariationen sind eine Folge der internen Variabilität des Modells und daher rein stochastisch (STUCK und HENSE 2002; STUCK 2002, Seite 42). Daher ist beispielsweise die bekannte Madden-Julian-Oszillation des zonalen Windfelds im Pazifik (MADDEN und JULIAN 1994) nicht in ECHAM3 enthalten. Sie weist Perioden zwischen 40 und 50 Tagen auf und beeinflusst die axiale Komponente der atmosphärischen Drehimpulse. Aufgrund des stochastischen Charakters der hochfrequenten atmosphärischen Anregungen, der sich durch die Kopplung auf den Ozean fortsetzt, kann auch in den Zeitreihen der Zielparameter in diesem Spektralbereich mit keinen realitätsnahen Ergebnissen gerechnet werden (Kapitel 6). Im Bereich der saisonalen Signale (Jahres- und Halbjahresschwingung) hat ECHAM3 ebenfalls deutliche Schwächen (Abschnitt 4.3) (STUCK und HENSE 2002; STUCK 2002). Mit zunehmender Periodenlänge verbessert sich die Übereinstimmung zwischen dem freien Modell und der beobachteten atmosphärischen Variabilität. Im interannuellen Bereich, für den ECHAM3 als Klimamodell ausgelegt ist, steht die atmosphärische Variabilität vor allem mit dem in unregelmäßigen Abständen wiederkehrenden El Niño-Phänomen in Zusammenhang. Die dadurch induzierten Variationen der atmosphärischen Deviationsmomente und Relativdrehimpulse werden durch ECHAM3 gut wiedergegeben (HENSE und RÖMER 1995; GUALDI *et al.* 1997; HIDE *et al.* 1997; GLOWIENKA-HENSE 1999). Allgemein ist bei der Interpretation von Modellergebnissen auf der Basis eines freien Zirkulationsmodells zu beachten, dass die in einigen Spektralbereichen realitätsnahe Variabilität des Modells nicht unbedingt auch eine gute zeitliche Übereinstimmung einzelner Signalanteile mit den Beobachtungen bedeutet (STUCK 2002, Seite 44). Anders als bei NCEP werden die simulierten und realen atmosphärischen Drehimpulsvariationen in ECHAM3 nicht durch vorgegebene Randbedingungen des atmosphärischen Zustands synchronisiert. Daher entsprechen die Phasenbeziehungen zwischen den einzelnen modellierten Signalanteilen nicht immer den Beobachtungen, obwohl die Charakteristik der Atmosphärendynamik (zumindest auf einigen Zeitskalen) gut wiedergegeben wird.

#### 4.2.2 Angekoppeltes Ozeanmodell OMCT

Das *Ocean Model for Circulation and Tides* (OMCT) (THOMAS *et al.* 2001) basiert auf dem am Max-Planck-Institut für Meteorologie in Hamburg entwickelten *Hamburg Ocean Primitive Equation Model* (HOPE) (WOLFF *et al.* 1996). HOPE ist ein auf klimatologische Studien ausgerichtetes baroklines Zirkulationsmodell. Um nicht-lineare Wechselwirkungen bei der Überlagerung von allgemeiner Zirkulation mit Gezeiten untersuchen zu können, wurde HOPE auf die Wetterzeitskala ausgerichtet und kann in der jetzigen Version („OMCT“) neben dem Antrieb durch die Atmosphäre auch dem Einfluss der Gezeiten unterworfen werden. Das Modell verfügt über eine horizontale Auflösung von  $1,875^\circ \times 1,875^\circ$  zwischen  $90^\circ$  nördlicher und  $90^\circ$  südlicher Breite. Vertikal ist OMCT in 13 Schichten unterteilt, von denen sechs die obersten 240 m des Ozeans beschreiben. Das Modell besitzt eine wesentlich geringere räumliche Auflösung als ECCO. Da in OMCT im Gegensatz zu ECCO auch die Ozeangezeiten berücksichtigt werden können, und diese die Ozeandynamik vor allem auf subtäglichen Zeitskalen beeinflussen, wurde der Zeitschritt des Modells OMCT auf eine Stunde festgelegt.

Um einen stationären Anfangszustand des Ozeans zu erreichen, geht dem Echtzeitantrieb mit ECHAM3 eine Einschwingphase von 260 Jahren voraus, in der OMCT analog zu ECCO mit klimatologischen Daten der Oberflächentemperatur und des Salzgehalts angetrieben wird. Für den Echtzeitantrieb wird in dem in dieser Arbeit verwendeten Lauf neben Feldern der Windschubspannungen, Oberflächentemperaturen und Frischwasserzuflüsse auch die Auflast der Atmosphäre (Oberflächenluftdruck) berücksichtigt. Die atmosphärischen Zustandsgrößen werden in 12-stündiger Auflösung in das Ozeanmodell eingeführt. Neben der Atmosphäre umfasst der Echtzeitantrieb des OMCT auch das Meereis, dessen Mächtigkeit und Drift durch ein Modell von HIBLER (1979) beschrieben werden. Darüber hinaus wird in OMCT ein Sekundäreffekt auf die Ozeandynamik betrachtet, der durch ein zusätzliches Potential infolge von Auflast- und Selbstanziehungseffekten der zeitlich veränderlichen Wassermassen verursacht wird (THOMAS 2002, Seite 29f.). Dessen Auswirkung wurde in Ozeanzirkulationsmodellen bislang meistens vernachlässigt und nur in reinen Gezeitenmodellen berücksichtigt. Wie sich in Analysen der aus OMCT abgeleiteten Antriebsfelder für DyMEG zeigt, ist dieser Sekundäreffekt nach der allgemeinen (thermohalinen und windgetriebenen) Zirkulation und der durch den Atmosphärendruck hervorgerufenen Zirkulation der drittgrößte ozeanische Einflussfaktor auf die Erdrotation. Seine Auswirkungen auf Polbewegung und Tageslängenvariation sind (auf den in DyMEG betrachteten Zeitskalen von  $> 1$  Tag) stärker als der Effekt der gezeiteninduzierten Wassermassenverlagerungen (THOMAS 2002, Seite 114). Wie in ECCO wird auch in OMCT die Boussinesq-Näherung (Volumenerhaltung infolge angenommener Nichtkompressibilität des Meer-

wassers) eingeführt (MARSHALL *et al.* 1997), die die in Abschnitt 4.1.2 angesprochene Greatbatch-Korrektur zur Vermeidung künstlicher Massentendenzen erfordert (GREATBATCH 1994; GREATBATCH *et al.* 2001).

Der direkte Effekt der ozeanischen Gezeiten auf die Erdrotation ist auf den in DyMEG betrachteten Zeitskalen ( $> 1$  Tag) sehr gering (vgl. Abschnitt 3.5). Polbewegung und Tageslängenvariation werden vor allem im Periodenbereich von einem Tag (Partialtiden  $K_1$ ,  $O_1$ ,  $P_1$ ,  $Q_1$ ) und einem halben Tag (Partialtiden  $K_2$ ,  $M_2$ ,  $N_2$ ,  $S_2$ ) beeinflusst. Der gesamte Beitrag der Ozeangezeiten zur Polbewegung beträgt etwa 1 mas. Damit liegt er zwar im Bereich der Beobachtungsgenauigkeit geodätischer Raumverfahren, aber deutlich unterhalb der Modellgenauigkeit von DyMEG (vgl. Abschnitt 6.1). Die Tageslänge wird durch längerperiodische Tiden sogar nur um bis zu  $1 \mu\text{s}$  beeinflusst (GROSS 1993). Somit ist der direkte Gezeiteneffekt auf die Ergebnisse aus DyMEG vernachlässigbar. Bei der simultanen Berücksichtigung von Zirkulation und Gezeiten in OMCT zeigt sich, dass eine signifikante Wechselwirkung zwischen diesen beiden Hauptkomponenten der Ozeandynamik lediglich im Periodenbereich von einem Jahr und von einem halben Jahr besteht, in dem sich gezeiteninduzierte (Partialtiden  $S_a$  bzw.  $S_{sa}$ ) und saisonale meteorologische Effekte gegenseitig beeinflussen (THOMAS 2002, Seite 96). In diesem Periodenbereich kann es sogar vorkommen, dass die Auswirkungen der nichtlinearen Überlagerung größer sind, als der direkte Gezeiteneffekt selbst (THOMAS 2002, Seite 114). Die Wechselwirkungen zwischen Zirkulation und Gezeiten entstehen hauptsächlich über die Effekte von Auflast und Selbstanziehung der durch die Gezeiten verlagerten Wassermassen. Allerdings zeigte sich in mehreren Simulationsläufen mit DyMEG, dass die Berücksichtigung der ozeanischen Gezeiten im Modell die numerischen Ergebnisse für Polbewegung und Tageslängenvariation eher verschlechtert. Es wird vermutet, dass der in DyMEG gewählte Zeitschritt von 12 Stunden mit den halbtägigen und täglichen Partialtiden zu einer resonanten Überhöhung des Gezeiteneffekts führt, der die Ergebnisse für Polbewegung und Tageslängenvariation negativ beeinflusst. Da kein OMCT-Lauf verfügbar ist, in dem ausschließlich der Einfluss der längerperiodischen Gezeiten berücksichtigt ist, werden die Ozeangezeiten im Folgenden bewusst vernachlässigt. Somit bestehen die wichtigsten Unterschiede zwischen ECCO und dem hier verwendeten OMCT-Lauf im Antrieb durch den Atmosphärendruck und die Berücksichtigung der Sekundäreffekte infolge von Auflast und Selbstanziehung (THOMAS 2002, Seite 32f., Lauf 2c).

### 4.3 Vergleich der Antriebsdaten beider Modellkombinationen

Die zum Antrieb von DyMEG benötigten Deviationsmomente des Trägheitstensors und relativen Drehimpulse werden aus den oben beschriebenen Modellsimulationen und Reanalysen abgeleitet. Bevor die Antriebe in das Erdsystemmodell eingeführt werden, soll ein quantitativer Vergleich der Anregungszeitreihen die zwischen ihnen bestehenden Unterschiede anschaulich herausstellen. Die Analyse wird im Rahmen dieser Arbeit knapp gehalten und beschränkt sich auf die wichtigsten zur Interpretation der nachfolgenden Modellergebnisse notwendigen Merkmale. Das Augenmerk wird dabei auf den Jahresgang der Anregungen gerichtet, der den stärksten Anteil der atmosphärisch und ozeanisch induzierten Polbewegung und Tageslängenvariation verursacht. Ausführliche spektrale Untersuchungen der Zeitreihen atmosphärischer Deviationsmomente und Relativdrehimpulse aus ECHAM3 und NCEP finden sich in STUCK und HENSE (2002), STUCK (2002) und SCHMITZ-HÜBSCH und DILL (2000). Für entsprechende Analysen der ozeanischen Anregungen sei auf THOMAS (2002) und WÜNSCH (2002) verwiesen.

Die Zeitreihen der Deviationsmomente  $c_{13}(t)$ ,  $c_{23}(t)$  und  $c_{33}(t)$  sind in den Abb. 4.1 (NCEP, ECCO) und 4.2 (ECHAM3, OMCT) für den von allen Datensätzen gemeinsam überdeckten Zeitraum vom 1.1.1980 bis zum 31.12.1994 dargestellt. Ihre (mittleren) Jahresamplituden mit den zugehörigen Phasenständen zum Anfangszeitpunkt sind in Tab. 4.1 angegeben. Die übrigen Deviationsmomente, die in der Liouville-Gleichung (3.12) nur in Termen höherer Ordnung vorkommen und für die Erdrotation eine untergeordnete Rolle spielen (vgl. Abschnitt 2.6.1), werden hier nicht diskutiert. Beim Vergleich der Trägheitstensorvariationen fällt auf, dass alle aus ECHAM3 und OMCT abgeleiteten Zeitreihen deutlich höhere Signalstärken aufweisen, als die entsprechenden Komponenten aus NCEP bzw. ECCO. Bei ECHAM3 sind vor allem  $c_{13}$  und  $c_{23}$  durch einen starken Jahresgang gekennzeichnet. In  $c_{33}$  ist die Jahresschwingung vergleichsweise schwach ausgeprägt. Im Falle von NCEP zeigt sich dagegen für  $c_{13}$  ein schwaches Signal, während  $c_{23}$  und  $c_{33}$  starke Jahresamplituden aufweisen. Die geringe Jahresamplitude in der Komponente  $c_{33}$  des ECHAM3-Laufs ist eindeutig auf Defizite des freien Zirkulationsmodells zurückzuführen, da die axiale atmosphärische Variabilität durch ECHAM3 im Periodenbereich von einem Jahr und von einem halben Jahr nur zu maximal 50% bzw. 70% erklärt werden kann (STUCK und HENSE 2002).

Die in den Komponenten  $c_{13}$  und  $c_{23}$  erkennbaren Abweichungen zwischen der Signalcharakteristik von ECHAM3 und NCEP ist auf die in den beiden Modellkombinationen NCEP-ECCO und ECHAM3-OMCT unterschiedliche Behandlung der atmosphärischen Oberflächenluftdruckvariationen über den Ozeanen zurück-

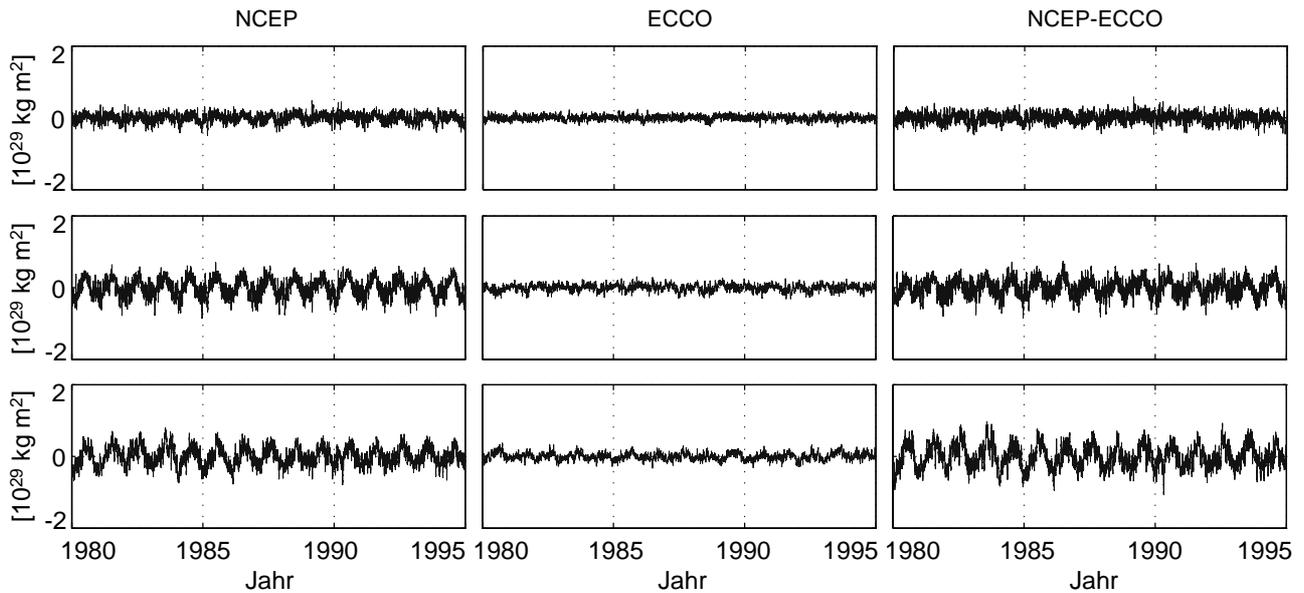


Abbildung 4.1: Zeitliche Variationen der Deviationsmomente  $c_{13}$  (oben),  $c_{23}$  (Mitte) und  $c_{33}$  (unten) der Atmosphäre (NCEP, mit IB-Korrektur) und der Ozeane (ECCO) im Vergleich mit dem gemeinsamen Einfluss.

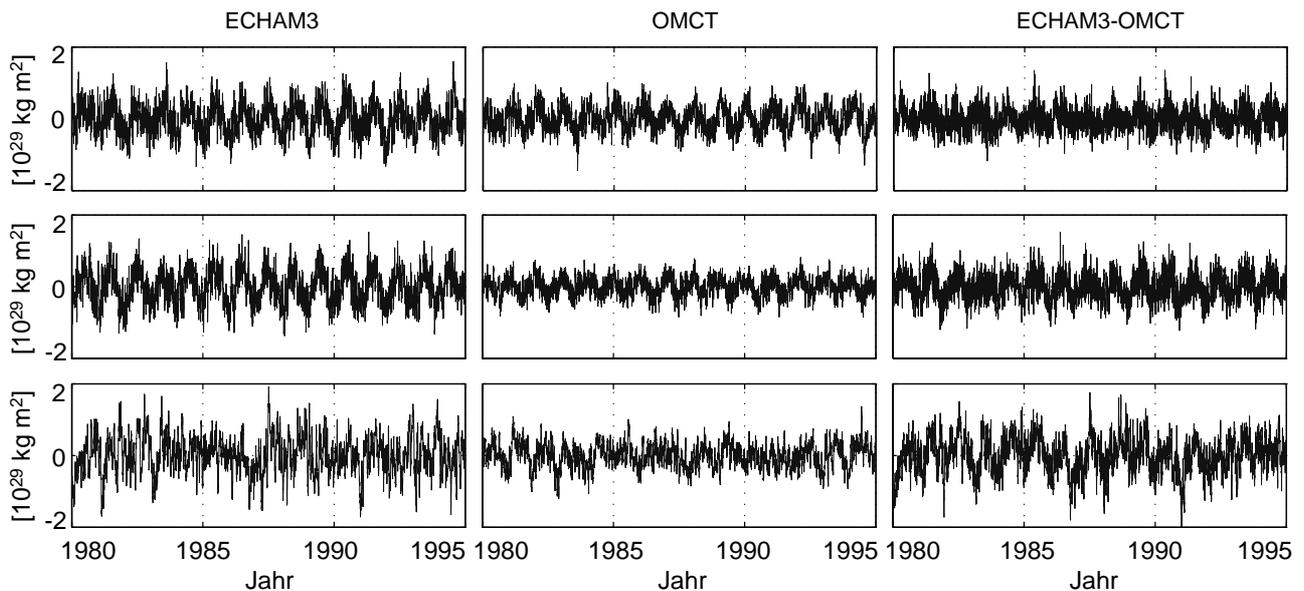


Abbildung 4.2: Zeitliche Variationen der Deviationsmomente  $c_{13}$  (oben),  $c_{23}$  (Mitte) und  $c_{33}$  (unten) der Atmosphäre (ECHAM3) und der Ozeane (OMCT) im Vergleich mit dem gemeinsamen Einfluss.

zuführen. Beim Antrieb des Ozeanmodells ECCO durch NCEP wird eine unmittelbare isostatische Reaktion des Ozeans auf zeitliche Veränderungen des Atmosphärendrucks angenommen (IB-Hypothese). Dagegen werden die Variationen des Luftdrucks aus ECHAM3 explizit in OMCT berücksichtigt. Der in letzterem Fall konsistente Drehimpulsaustausch zwischen den beiden Primärkomponenten erlaubt eine additive Überlagerung der atmosphärischen und ozeanischen Antriebe. Im Falle von NCEP-ECCO ist dies nicht ohne weiteres möglich, da die Überlagerung eines Ozeanmodells, das keinen Druckantrieb beinhaltet, mit einem Atmosphärenmodell, in dem die Druckvariationen über den Ozeanen enthalten sind, inkonsistent ist. Aus diesem Grund sind die hier verwendeten Zeitreihen des Trägheitstensors aus NCEP um den Effekt des Oberflächenluftdrucks über den Ozeanen reduziert (IB-Korrektur). Dies führt neben der Verringerung der dominanten Jahresamplitude auch zur Abschwächung von stochastischen Signalen (Rauschen), die durch unregelmäßige und zufällige Wettererscheinungen hervorgerufen werden. Analog zur atmosphärischen Anregung sind die ozeanisch verursachten Trägheitstensorvariationen durch die unterschiedliche Behandlung des atmosphärischen Oberflächenluftdrucks

Tabelle 4.1: Mittlere Jahresschwingungen in den Zeitreihen der atmosphärischen und ozeanischen Trägheitstensorvariationen.

	NCEP	ECCO	NCEP-ECCO
$c_{13}$			
Amplitude [ $10^{29}$ kg m <sup>2</sup> ]	0,06	0,01	0,06
Phase [°]	272	88	273
$c_{23}$			
Amplitude [ $10^{29}$ kg m <sup>2</sup> ]	0,26	0,06	0,20
Phase [°]	272	85	278
$c_{33}$			
Amplitude [ $10^{29}$ kg m <sup>2</sup> ]	0,26	0,08	0,32
Phase [°]	241	228	238
	ECHAM3	OMCT	ECHAM3-OMCT
$c_{13}$			
Amplitude [ $10^{29}$ kg m <sup>2</sup> ]	0,37	0,30	0,17
Phase [°]	266	64	319
$c_{23}$			
Amplitude [ $10^{29}$ kg m <sup>2</sup> ]	0,44	0,19	0,27
Phase [°]	277	83	292
$c_{33}$			
Amplitude [ $10^{29}$ kg m <sup>2</sup> ]	0,18	0,20	0,32
Phase [°]	204	299	256

in den Ozeanmodellen betroffen. OMCT weist in allen drei Zeitreihen jährliche Variationen auf, deren mittlere Amplituden in der gleichen Größenordnung liegen wie die entsprechenden Werte aus ECHAM3. Dagegen sind die Jahressignale in ECCO in allen Komponenten um eine Größenordnungen schwächer als in NCEP. Die in ECHAM3 vorhandene stochastische Variabilität ist in OMCT ebenfalls deutlich erkennbar. Wie sich zeigt, ist das Jahressignal der atmosphärischen Deviationsmomente aus ECHAM3 in der Komponente  $c_{23}$  stärker als in  $c_{13}$ . Umgekehrt weist OMCT in  $c_{13}$  eine höhere Jahresamplitude auf als in  $c_{23}$ . Diese Unterschiede sind eine Folge der Land/Wasser-Verteilung auf der Erde. In Abb. 4.3 sind die relativen Beiträge von regionalen Massenverlagerungen auf die Deviationsmomente  $c_{13}$  und  $c_{23}$  dargestellt. Die Regionen, in denen sich Massenverlagerungen vor allem auf  $c_{13}$  auswirken, liegen im östlichen Atlantik und im Zentralpazifik und somit im

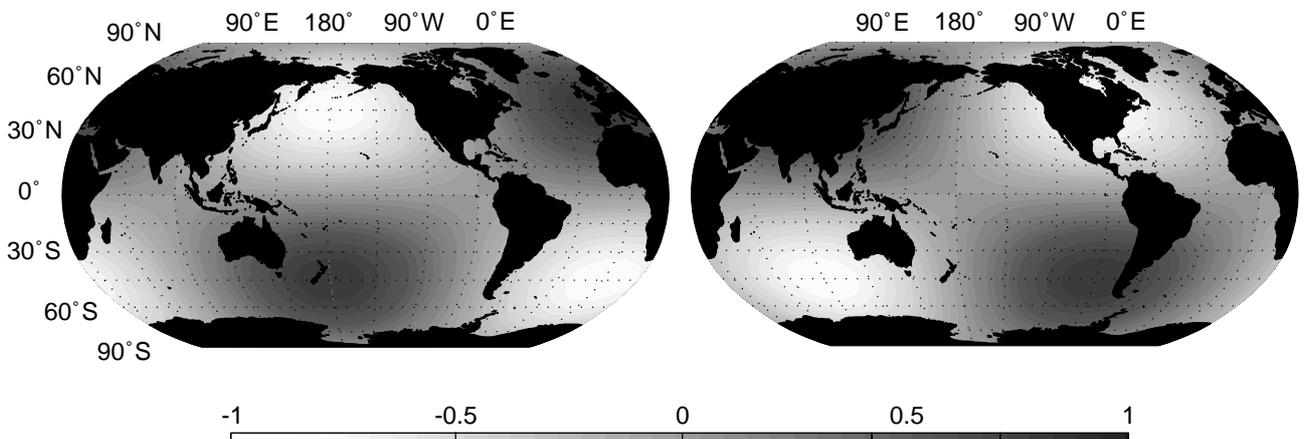


Abbildung 4.3: Regionale Einflüsse auf die Deviationsmomente  $c_{13}$  (links) und  $c_{23}$  (rechts) des Trägheitstensors (relative Darstellung)

Bereich der beiden größten Ozeane. Dagegen werden die zeitlichen Variationen von  $c_{23}$  hauptsächlich durch Massenverlagerungen in den Kontinentalbereichen Nord- und Südamerikas sowie Zentralasiens verursacht. Die Beiträge des Ozeans zu  $c_{23}$  entstehen im Indischen Ozean sowie im südöstlichen Pazifik und sind im Vergleich zu den ozeanischen Effekten auf  $c_{13}$  gering. Aus diesem Grund weist der durch OMCT beschriebene Jahresgang der Komponente  $c_{13}$  eine um etwa 58% größere Amplitude auf als die entsprechende in  $c_{23}$  enthaltene Schwingung. Unter Berücksichtigung des vollen Druckeffekts trägt die Atmosphäre sowohl über den Ozeanen als auch über den Kontinenten zur Variation des Trägheitstensors bei (NASTULA und SALSTEIN 1999). Der stärkste Effekt entsteht durch die Luftdruckvariationen über den Landflächen in mittleren Breiten. Aber auch die Schwankungen des Oberflächendrucks über dem Südpazifik, dem Nordatlantik und dem Nordpazifik haben einen deutlichen Einfluss auf die Zeitreihen der Deviationsmomente. In ECHAM3 ist der Unterschied zwischen den Jahresamplituden von  $c_{13}$  und  $c_{23}$  mit 19% wesentlich geringer als beim Ozean. Aufgrund der IB-Korrektur tragen im Falle der Reanalysen nur die Luftdruckvariationen über den Kontinenten zum Trägheitstensor bei. Daher ist das Signal in  $c_{13}$  sehr schwach. Das angekoppelte Ozeanmodell ECCO weist infolge des fehlenden Druckantriebs in allen Komponenten nur geringe Signalstärken auf.

Die Phasenstände der Jahresschwingungen, die durch die Komponenten  $c_{13}$  und  $c_{23}$  der atmosphärischen Reanalysen beschrieben werden, sind identisch. Bei ECHAM3 zeigt sich eine Abweichung von  $13^\circ$  zwischen den Phasen dieser beiden Reihen, was in Zeiteinheiten ausgedrückt etwa zwei Wochen entspricht. Durch den Antrieb der Ozeanmodelle mit den atmosphärischen Feldern stimmen auch die entsprechenden Phasen bei ECCO besser überein als bei OMCT. Bei beiden Modellkombinationen ist jedoch erkennbar, dass atmosphärische und ozeanische Variationen nahezu in Gegenphase verlaufen. Die Abweichungen von der exakten Gegenphase sind bei NCEP-ECCO mit  $184^\circ$  bzw.  $187^\circ$  geringer als bei ECHAM3-OMCT mit  $202^\circ$  bzw.  $194^\circ$ . Würde auch im Falle von ECHAM3-OMCT eine Phasendifferenz nahe  $180^\circ$  auftreten, wäre dies ein Indiz für die exakt invers barometrische Reaktion des Modell-Ozeans auf den durch ECHAM3 beschriebenen Atmosphärendruck. Allerdings zeigen Untersuchungen, dass sich in OMCT Abweichungen vom invers barometrischen Verhalten ergeben, die hauptsächlich in küstennahen Regionen und unter dem Einfluss von Meereis in arktischen Gewässern auftreten (vgl. Abschnitt 3.5) (THOMAS 2002, Seite 49ff.). Aufgrund des nahezu gegenphasigen Verlaufs ist bei der Überlagerung der atmosphärischen und ozeanischen Anregungen zu erwarten, dass eine zumindest teilweise Kompensation der starken durch den Atmosphärendruck verursachten Signale eintritt. Tatsächlich ähneln sich die Zeitreihen der Deviationsmomente aus NCEP-ECCO und ECHAM3-OMCT nur in der Komponente  $c_{23}$ . Bei  $c_{13}$  weichen sowohl die Amplitude als auch die Phase der durch die Kombination ECHAM3-OMCT beschriebenen Jahresschwingung deutlich von den Werten für NCEP-ECCO ab. Offensichtlich wird das durch die beiden freien Modelle beschriebene Jahressignal vor allem in dieser Komponente stark überschätzt. Für  $c_{33}$  zeigt ECHAM3-OMCT ein Verhalten, das bereits auf den ersten Blick im Vergleich mit NCEP-ECCO nicht sehr verlässlich wirkt. Wie oben erwähnt, sind Defizite in der axialen Komponente des Modells ECHAM3 bekannt. Durch die Kopplung des Ozeans an die Atmosphäre setzt sich das fehlerhafte Signal vermutlich auf den Ozean fort. Bei NCEP und ECCO verlaufen die Jahresschwingungen in  $c_{33}$  weitgehend in Phase, was bei ECHAM3 und OMCT nicht der Fall ist. Allerdings sind die aus den Zeitreihen für ECHAM3 und OMCT bestimmten Amplituden und Phasen des Jahressignals mit großen Unsicherheiten behaftet. Aus der kombinierten Zeitreihe für ECHAM3-OMCT ergibt sich zwar eine signifikante Jahresschwingung, deren Amplitude recht gut mit der mittleren Jahresamplitude aus NCEP-ECCO übereinstimmt. Allerdings sind die Variationen erheblich uneinheitlicher. Die Komponente  $c_{33}$  hat nur einen geringen Einfluss auf die Variationen der Erdrotation. Da die Polbewegung hauptsächlich mit  $c_{13}$  und  $c_{23}$  in Zusammenhang steht, und die Tageslängenschwankungen vor allem durch Variationen der axialen Relativdrehimpulse  $h_3$  hervorgerufen werden, soll die Realitätsnähe der Komponente  $c_{33}$  wegen ihres geringen Effekts hier nicht weiter diskutiert werden.

In den Abb. 4.4 und 4.5 sind die zeitlichen Variationen der relativen Drehimpulse  $h_1(t)$ ,  $h_2(t)$  und  $h_3(t)$  der atmosphärischen und ozeanischen Antriebe dargestellt. Die äquatorialen Komponenten  $h_1$  und  $h_2$  aus NCEP und ECHAM3 sind durch ein starkes Rauschen charakterisiert, das durch stochastische atmosphärische Prozesse (Wetter) und mit diesen in Zusammenhang stehende lokale Winde hervorgerufen wird (WEICKMANN *et al.* 2000). Während ECHAM3 in beiden Komponenten keine signifikante Jahresschwingung aufweist, zeigt sich in der Zeitreihe  $h_2$  der Reanalysen eine deutliche Jahresamplitude von  $0,33 \cdot 10^{25} \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-1}$ . Dieses Signal ist auf die in Abschnitt 4.1.1 angesprochene Überschätzung der saisonalen Variationen von Winden über den Kontinenten zurückzuführen (KALNAY *et al.* 1996; AOYAMA und NAITO 2000) und entspricht nicht den realen Gegebenheiten. Die axialen Komponenten der atmosphärischen Relativdrehimpulse sind weniger verrauscht und wesentlich stärker als die beiden äquatorialen Komponenten. Die Zeitreihe  $h_3$  aus NCEP wird von zwei Signalanteilen mit Perioden von einem Jahr und einem halben Jahr dominiert, deren mittlere Amplituden  $2,40$  bzw.  $1,38 \cdot 10^{25} \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-1}$  betragen. In ECHAM3 ist vor allem die jahresperiodische Schwingung viel zu schwach ausgeprägt (STUCK und HENSE 2002). Im Mittel erreicht deren Amplitude mit  $0,76 \cdot 10^{25} \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-1}$  nur 32% des entsprechenden Wertes aus NCEP. Die Amplitude der semiannualen Schwingung beträgt  $1,01 \cdot 10^{25} \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-1}$ ,

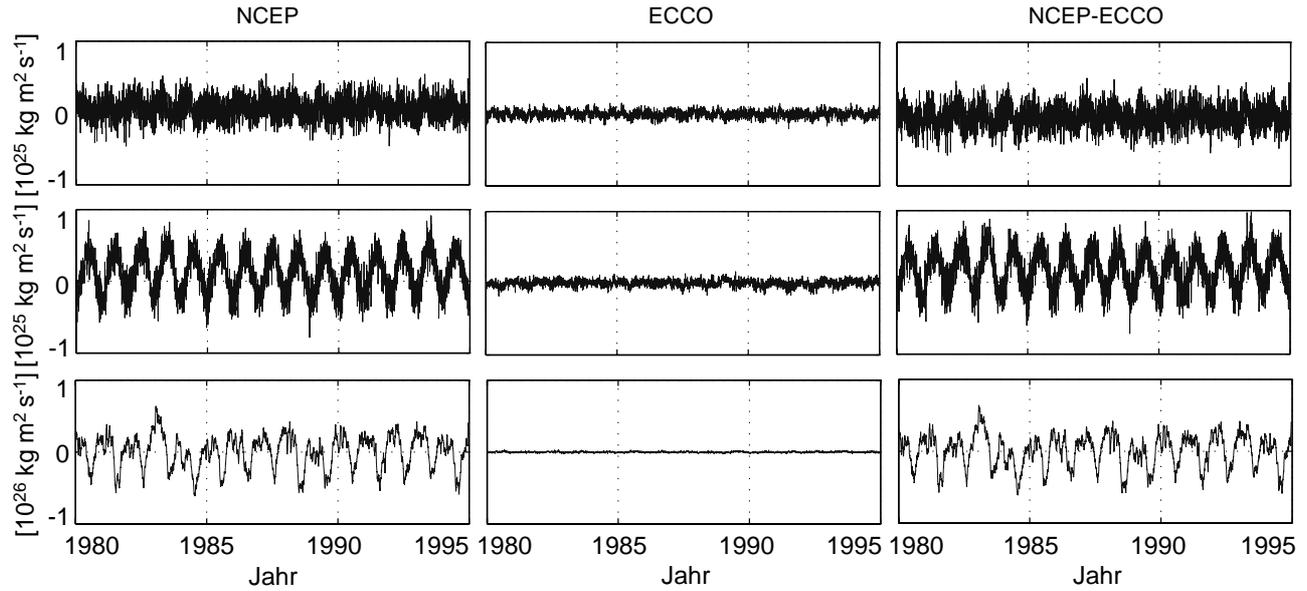


Abbildung 4.4: Zeitliche Variationen der relativen Drehimpulse  $h_1$  (oben),  $h_2$  (Mitte) und  $h_3$  (unten) der Atmosphäre (NCEP) und der Ozeane (ECCO) im Vergleich mit dem gemeinsamen Einfluss. Die Einheiten der Zeitreihen sind  $10^{25} \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-1}$  ( $h_1$  und  $h_2$ ) bzw.  $10^{26} \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-1}$  ( $h_3$ )

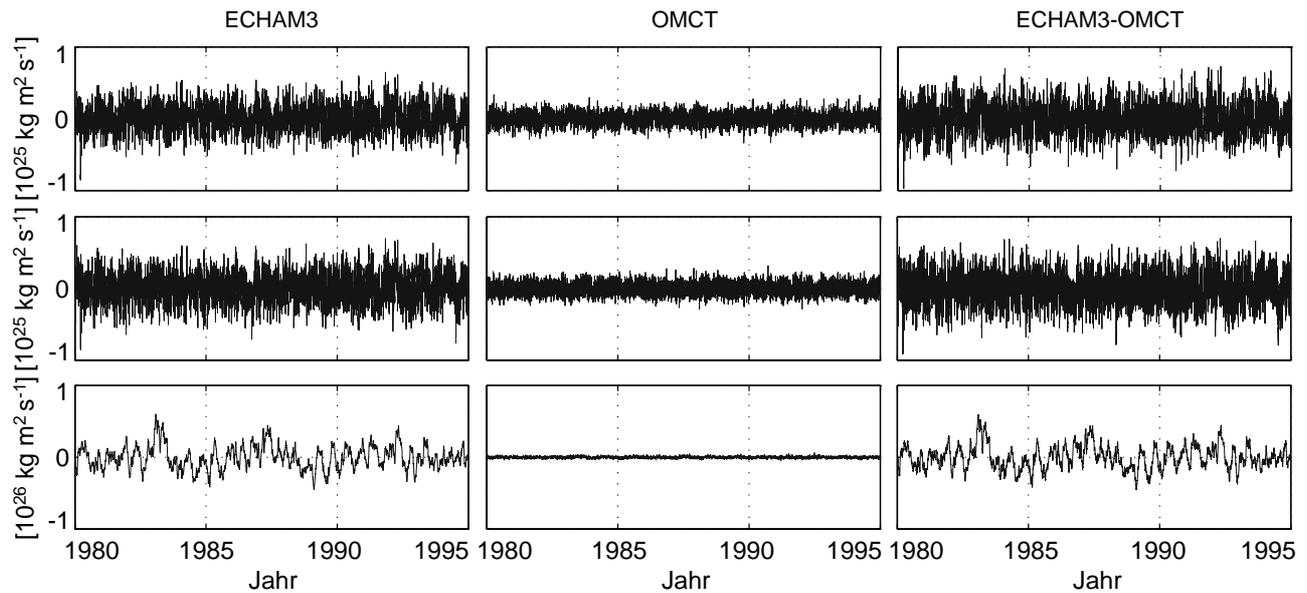


Abbildung 4.5: Zeitliche Variationen der relativen Drehimpulse  $h_1$  (oben),  $h_2$  (Mitte) und  $h_3$  (unten) der Atmosphäre (ECHAM3) und der Ozeane (OMCT) im Vergleich mit dem gemeinsamen Einfluss. Die Einheiten der Zeitreihen sind  $10^{25} \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-1}$  ( $h_1$  und  $h_2$ ) bzw.  $10^{26} \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-1}$  ( $h_3$ )

was 73% der durch die Reanalysen beschriebenen Variation entspricht. Auf saisonalen Zeitskalen steht die axiale Komponente der atmosphärischen relativen Drehimpulse vor allem mit zonalen Winden in Zusammenhang, die bei der Erdrotation durch Relativbewegungen zwischen der festen Erde und ihrer atmosphärischen Hülle verursacht werden (Superrotation der Atmosphäre) (STUCK 2002, Seite 13). Längerperiodische Variationen sind auf Anomalien der Meeresoberflächentemperatur im Zentralpazifik zurückzuführen, die mit der *El Niño Southern Oscillation* (ENSO) in Zusammenhang stehen (ROSEN *et al.* 1984; HIDE *et al.* 1997; STUCK 2002, Seite 43). Luftmassen, die sich in niederen Breiten erwärmen, steigen auf und propagieren entlang der Meridiane in höhere Breiten. Untersuchungen der Windfelder über einen Zeitraum von mehreren Jahrzehnten zeigen, dass die Winde umso stärker sind, je dichter die ENSO-Ereignisse aufeinanderfolgen (STUCK 2002, Seite 46). Üblicherweise beträgt die Zeitdauer eines ENSO-Zyklus zwischen drei und fünf Jahren. In den Zeitreihen der

axialen atmosphärischen Relativdrehimpulse (NCEP und ECHAM3) ist im Jahr 1983 eine deutliche Zunahme des Signals zu erkennen, die durch das stärkste ENSO-Ereignis im betrachteten Zeitraum verursacht wurde. Die Beiträge der Ozeane zu den Variationen der relativen Drehimpulse sind im Vergleich zur Atmosphäre gering. Für  $h_1$  und  $h_2$  zeigen sich sowohl bei ECCO als auch bei OMCT ausgeglichene Signalstärken. Die Kopplung des Ozeans an die Atmosphäre bewirkt die Ausbildung ozeanischer Strömungsfelder, die aufgrund des überwiegend stochastischen Charakters der Windfelder neben sehr schwachen Jahressignalen ( $\approx 1 \cdot 10^{23} \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-1}$ ) keine signifikanten periodischen Variationen aufweisen (THOMAS 2002, Seite 81). In der Komponente  $h_3$  zeigen sich infolge der starken atmosphärischen saisonalen Variabilität Signale mit Perioden von einem Jahr und einem halben Jahr, deren Amplituden allerdings mit 4,66 bzw.  $1,68 \cdot 10^{23} \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-1}$  (ECCO) und 3,74 bzw.  $1,64 \cdot 10^{23} \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-1}$  (OMCT) um zwei Größenordnungen kleiner sind, als diejenigen der entsprechenden atmosphärischen Schwingungen. Folglich wird die gesamte axiale Drehimpulsvariabilität (und damit die Tageslänge; vgl. Abschnitt 6.2) durch die Ozeane nur unwesentlich beeinflusst. Sowohl das Jahres- als auch das Halbjahressignal der Relativdrehimpulse  $h_3$  stimmen bei ECCO und OMCT besser überein als bei NCEP und ECHAM3. Obwohl der atmosphärische Windantrieb aus ECHAM3 in dieser Komponente im Vergleich zu NCEP sehr gering ist, bilden sich in OMCT vergleichsweise starke Strömungen aus. In  $h_1$  und  $h_2$  zeigt sich in OMCT sogar eine nahezu doppelt so hohe Signalstärke als in ECCO. Die Ursache für die stärkeren Strömungen in OMCT sind in der Berücksichtigung der atmosphärischen Druckantriebe und der Einflüsse von Auflast und Selbstanziehung der Wassermassen begründet. Diese Effekte führen im Modell zu zusätzlichen (Ausgleichs-)Strömungen, die der allgemeinen Zirkulation überlagert sind. Dabei wirken sich Auflast und Selbstanziehung vor allem auf die axiale Komponente der relativen Drehimpulse aus, während der atmosphärische Oberflächenluftdruck alle Komponenten beeinflusst (THOMAS 2002, Seiten 90 und 94).

Das Ozeanmodell OMCT ist im Gegensatz zu ECCO auf die Berücksichtigung des atmosphärischen Druckantriebs, der Sekundäreffekte von Auflast und Selbstanziehung sowie der lunisolaren Gezeiten ausgelegt. Um die durch das Modell beschriebenen ozeanischen Zustandsgrößen direkt mit den Ergebnissen aus ECCO vergleichen zu können, wäre ein durch NCEP angetriebener OMCT-Lauf wünschenswert. Da die Antriebsfelder aus NCEP in besserer Übereinstimmung mit den tatsächlichen atmosphärischen Gegebenheiten sind als diejenigen aus ECHAM3, würde eine Kopplung des OMCT an NCEP auch verlässlichere Aussagen zur Realitätsnähe dieses Ozeanmodells erlauben. Zudem ließen sich qualitative Unterschiede zwischen OMCT und ECCO aufdecken, und die Zulässigkeit der vereinfachenden Annahmen in ECCO (z.B. die Vernachlässigung der Sekundäreffekte) untersuchen. Ein derartiger durch NCEP angetriebener OMCT-Lauf soll am Institut für Meereskunde der Universität Hamburg (IfM) durchgeführt werden. Für diese Arbeit sind jedoch noch keine Ergebnisse verfügbar.

## 5. Sensitivitätsanalyse

Ausgehend von der in Kapitel 3 beschriebenen Konfiguration des Erdsystemmodells DyMEG werden die Zeitreihen für Polbewegung und Tageslängenvariation numerisch berechnet. Im Modell werden die atmosphärischen und ozeanischen Antriebe, die Deformationen des Erdkörpers infolge von Gezeiten, Auflasten und Rotationsvariationen und die lunisolaren Drehmomente berücksichtigt. Da DyMEG nur einen begrenzten Ausschnitt der Realität beschreibt, sind Abweichungen zwischen den Modellergebnissen und den entsprechenden geodätischen Beobachtungen zu erwarten. Um die Modellergebnisse bewerten und das Modell verbessern zu können, wird eine Sensitivitätsanalyse durchgeführt (SEITZ und KUTTERER 2005). Diese Untersuchung verfolgt zwei Ziele: Zum einen soll festgestellt werden, ob die Diskrepanzen teilweise auf numerische Effekte zurückzuführen sind. Dazu wird die Liouville-Gleichung unter Verwendung verschiedener Algorithmen numerisch gelöst. Die jeweils resultierenden Zeitreihen für Polbewegung und Tageslängenvariationen werden untereinander und mit den Beobachtungen verglichen. Dadurch lässt sich feststellen, ob sich die Verwendung verschiedener Lösungsverfahren signifikant auf die Zielgrößen auswirkt. Zum anderen wird im Rahmen der Sensitivitätsanalyse die Abhängigkeit der Ergebnisse von verschiedenen in DyMEG vorgegebenen Parametern ermittelt. Betrachtet werden sowohl die Anfangsbedingungen der Integration (Anfangswerte und Startzeitpunkt) als auch physikalische Modellparameter. Zu diesen gehört die Lovezahl  $k_2$  für die Rotationsdeformation, deren Zahlenwert unsicher ist, da sie nicht direkt beobachtbar ist. Daneben wird die Abhängigkeit der Ergebnisse von den Hauptträgheitsmomenten  $A$ ,  $B$  und  $C$  sowie der Orientierung der Hauptträgheitsachsen gegenüber dem terrestrischen System untersucht. Von besonderem Interesse ist hierbei die Fragestellung, inwieweit sich die Verwendung eines triaxialen anstelle eines biaxialen Näherungs-Trägheitsellipsoids  $\mathbf{I}_0$  auf die Lösung auswirkt. Die folgenden Ergebnisse beruhen auf einer Vielzahl von Testläufen, bei denen die Werte dieser Parameter systematisch variiert, und die berechneten Modellzeitreihen mit den Beobachtungen der Reihe C04 verglichen werden. Aufgrund des umfangreichen gekoppelten Differentialgleichungssystems wird keine Parameterschätzung im Sinne einer Ausgleichsrechnung vorgenommen. Die für DyMEG optimalen Parameterwerte werden im Rahmen der Sensitivitätsanalyse empirisch an die Beobachtungsdaten angepasst.

### 5.1 Verlässlichkeit der numerischen Lösung aus algorithmischer Sicht

Die Liouville-Gleichung (3.12) ist ein gekoppeltes System dreier gewöhnlicher Differentialgleichungen erster Ordnung, das der allgemeinen Form

$$\dot{\mathbf{m}}(t) = f(t, m_i(t)), \quad \text{mit} \quad \dot{\mathbf{m}}(t) = \begin{pmatrix} \dot{m}_1(t) \\ \dot{m}_2(t) \\ \dot{m}_3(t) \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad f(t, m_i(t)) = \begin{pmatrix} f_1(t, m_1(t), m_2(t), m_3(t)) \\ f_2(t, m_1(t), m_2(t), m_3(t)) \\ f_3(t, m_1(t), m_2(t), m_3(t)) \end{pmatrix} \quad (5.1)$$

( $i = 1, 2, 3$ ) genügt (STOER und BULIRSCH 2000, Seite 109). Durch die Einführung der Anfangswerte zum Zeitpunkt  $t_0$

$$\mathbf{m}(t_0) = \mathbf{m}^0 = \begin{pmatrix} m_1^0 \\ m_2^0 \\ m_3^0 \end{pmatrix} \quad (5.2)$$

lassen sich auf eindeutige Weise spezielle Lösungen für die drei gesuchten Funktionen  $m_i = m_i(t)$  berechnen, durch die die Anfangsbedingungen  $m_i(t_0) = m_i^0$  erfüllt werden. Die entsprechenden Werte  $m_i^0$  werden für den Startzeitpunkt nach Gln. (2.19) und (2.21) aus den Beobachtungen der Reihe C04 abgeleitet. Vorläufig werde angenommen, dass die Beobachtungen fehlerfrei seien. Die Abhängigkeit der numerischen Lösung von der Genauigkeit der Anfangswerte wird in Abschnitt 5.3 untersucht. Zur numerischen Lösung von Anfangswertproblemen bei gewöhnlichen Differentialgleichungen sind zahlreiche Verfahren bekannt. Sie lassen sich in drei Gruppen einteilen:

- Einschrittverfahren
- Mehrschrittverfahren
- Extrapolationsverfahren

Um die Verlässlichkeit der numerischen Lösung abschätzen zu können, werden unterschiedliche Lösungsverfahren in DyMEG implementiert und die Ergebnisse für Polbewegung und Tageslängenvariation miteinander verglichen (SEITZ und KUTTERER 2002). Im Rahmen dieser Untersuchung werden zwei Vertreter der Einschrittverfahren nach Runge-Kutta-Fehlberg (2./3. Ordnung sowie 4./5. Ordnung), das Mehrschrittverfahren nach Adams-Bashforth-Moulton und das Extrapolationsverfahren nach Bulirsch-Stoer betrachtet. Die einzelnen Lösungsverfahren sind aus der Literatur bekannt (PRESS *et al.* 1987; ENGELN-MÜLLGES und REUTTER 1993; STOER und BULIRSCH 2000). Diese Arbeit soll sich auf die Darstellung ihrer grundsätzlichen Unterschiede konzentrieren.

Bei einem Einschrittverfahren werden die Näherungen für die unbekanntenen Funktionswerte  $m_i(t_k)$  rekursiv aus den jeweils unmittelbar vorhergehenden Funktionswerten  $m_i(t_{k-1})$  bestimmt ( $k = 1, 2, \dots, k_{max}$ ). Die Güte der Näherungsberechnung wird durch den sogenannten *Diskretisierungsfehler* beschrieben (STOER und BULIRSCH 2000, Seite 118), der von der gewählten Schrittweite  $\Delta t = t_k - t_{k-1}$  abhängt. Während eine große Schrittweite zu einer ungenauen Lösung mit großem Diskretisierungsfehler führen kann, hat eine kleine Schrittweite einen hohen Rechenaufwand zur Folge. Der in DyMEG verwendete Algorithmus nach Runge-Kutta-Fehlberg arbeitet mit einer adaptiven Schrittweitensteuerung (SHAMPINE und REICHELT 1997; STOER und BULIRSCH 2000, Seite 132f.). Diese basiert auf dem Vergleich zweier Näherungslösungen für die Funktionswerte zum Zeitpunkt  $t_k$ , die mit klassischen Runge-Kutta-Verfahren benachbarter Ordnungen (hier: 2. und 3. Ordnung bzw. alternativ 4. und 5. Ordnung) berechnet werden. Überschreitet der Unterschied zwischen den jeweils ermittelten Näherungswerten eine vorher festgelegte Fehlertoleranz, so wird die Berechnung mit reduzierter Schrittweite wiederholt. Die Fehlertoleranz für die dimensionslosen Größen  $m_i(t_{k-1})$  beträgt in DyMEG  $1 \cdot 10^{-11}$ . Neben dem Diskretisierungsfehler tritt in numerischen Berechnungen auch ein *Abbruchfehler* als Folge der begrenzten Rechengenauigkeit (Rundung) auf. Da sich die Zahlenwerte in den drei Komponenten des Erdrotationsvektors maximal um bis zu zwei Größenordnungen voneinander unterscheiden, und die Berechnungen in MATLAB mit Fließkommazahlen doppelter Genauigkeit (16 Dezimalstellen) durchgeführt werden, wird der Abbruchfehler in DyMEG jedoch als vernachlässigbar betrachtet.

Bei einem Mehrschrittverfahren werden zur Berechnung der Näherungswerte an der Stützstelle  $t = t_k$  mehrere vorangehende Funktionswerte herangezogen. Sind zu Beginn der Integration nur die Anfangswerte  $m_i^0$  bekannt, müssen zunächst die Funktionswerte der Lösung für einige weitere Stützstellen bestimmt werden (*Anlaufstück*). Dies geschieht meist unter Verwendung eines Einschrittverfahrens. Bei den Mehrschrittverfahren unterscheidet man zwischen expliziten und impliziten Verfahren (ENGELN-MÜLLGES und REUTTER 1993, Seite 450ff.). Ein explizites Mehrschrittverfahren bestimmt die Näherungslösungen für den jeweils nächsten Zeitschritt durch Extrapolation von Polynomen, die aus den vorhergehenden Funktionswerten bestimmt werden. Üblicherweise werden dazu drei bis sechs zurückliegende Punkte herangezogen. Bei impliziten Mehrschrittverfahren werden die unbekanntenen Funktionswerte zum Zeitpunkt  $t = t_k$  iterativ bestimmt. Diese Methode setzt a priori die Kenntnis von (ungenaueren) Näherungswerten  $\tilde{m}_i(t_k)$  voraus, die während des Iterationsprozesses verbessert werden. Häufig werden ein explizites und ein implizites Mehrschrittverfahren miteinander kombiniert: Die für das implizite Verfahren benötigten Näherungswerte  $\tilde{m}_i(t_k)$  werden durch die explizite Methode bestimmt und anschließend bis zum Erreichen der geforderten Genauigkeit iterativ korrigiert. Ein solcher kombinierter Algorithmus wird auch als *Prädiktor-Korrektor-Verfahren* bezeichnet. Zu den klassischen Prädiktor-Korrektor-Verfahren zählt der in DyMEG implementierte Algorithmus nach Adams-Bashforth-Moulton (PRESS *et al.* 1987, Seite 569ff.; SHAMPINE und REICHELT 1997).

Beim Extrapolationsverfahren nach Bulirsch-Stoer wird das zu lösende Differentialgleichungssystem diskretisiert, indem die Integration durch eine endliche Summe approximiert wird (STOER und BULIRSCH 2000, Seite 168f.). Die Schrittweite  $\Delta t$  zwischen den einzelnen Zeitpunkten, an denen die Lösung  $m_i(t)$  berechnet werden soll, ist in diesem Verfahren fest vorgegeben. Jedoch wird das Intervall  $[t_{k-1}, t_k]$  in  $n$  gleichabständige Zwischenpunkte unterteilt, über die die gesuchte Näherungslösung an der Stelle  $t_k$  unter Verwendung der *modifizierten Mittelpunktsregel* (PRESS *et al.* 1987, Seite 560) berechnet wird. Das Ergebnis ist umso genauer, je mehr Zwischenpunkte gewählt werden. Die Berechnung wird mehrmals wiederholt, wobei die Zahl der Zwischenpunkte nach und nach erhöht wird. Die Verfeinerung der Unterteilung geschieht in der Regel gemäß der *Bulirsch-Folge*:  $n = 2, 4, 6, 8, 12, 16, \dots$  (STOER und BULIRSCH 2000, Seite 168). Der Vergleich der Ergebnisse zweier aufeinanderfolgender Berechnungen liefert die Information darüber, ab welchem Wert für  $n$  die Lösungen mit der geforderten Genauigkeit konvergieren. Das Extrapolationsverfahren verspricht besonders für glatte Funktionen eine rasche Konvergenz und eine im Vergleich zu den Einschritt- und Mehrschritt-Integratoren kürzere Rechenzeit.

Die Liouville-Gleichung wird mit den vier in DyMEG implementierten Verfahren nach Runge-Kutta-Fehlberg 2./3. Ordnung (RKF 2/3) bzw. 4./5. Ordnung (RKF 4/5), Adams-Bashforth-Moulton (ABM) und Bulirsch-Stoer (BS) für jede der beiden Antriebskombinationen NCEP-ECCO und ECHAM3-OMCT gelöst. Die Übereinstimmung der Ergebnisse untereinander sowie die Übereinstimmung der Ergebnisse mit den Beobachtungs-

zeitreihen C04 wird über die paarweise Berechnung der mittleren quadratischen Klaffungen zwischen den Zeitreihen (engl.: *root mean square*, RMS) untersucht. Für die RMS-Werte gilt

$$\text{RMS} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \Delta x_j^2}, \quad (5.3)$$

worin  $N$  die Anzahl der Stützstellen bezeichnet, an denen die Werte der gesuchten Vektoren  $m_i(t)$  für Polbewegung und Tageslängenvariation bestimmt werden. Die Größen  $\Delta x_j$  ( $j = 1, 2, \dots, N$ ) sind die Elemente des Differenzvektors der beiden betrachteten Zeitreihen.

Für die Modellergebnisse aus DyMEG wird eine zeitliche Auflösung von 24 Stunden angestrebt, in der auch die Werte der C04-Reihe vorliegen. Die im Rahmen dieser Untersuchung durchgeführten Berechnungen umfassen die Zeiträume vom 1.1.1980 bis zum 1.3.2002 (NCEP-ECCO), bzw. vom 1.1.1975 bis zum 31.12.1994 (ECHAM3-OMCT)<sup>4</sup>. Dies entspricht 8096 bzw. 7305 Berechnungszeitpunkten. Die atmosphärischen, ozeanischen und gravitativen Antriebe werden in halbtägiger Auflösung zur Verfügung gestellt und linear interpoliert, falls in der automatischen Schrittweitensteuerung kleinere Schritte benötigt werden. Die in Tab. 5.1 (Polbewegung) und Tab. 5.2 ( $\Delta LOD$ ) zusammengestellten RMS-Werte zeigen eine sehr gute Übereinstimmung der Zeitreihen aus DyMEG, wie sie sich unter Verwendung der vier verschiedenen Lösungsalgorithmen ergeben. Die RMS-Werte zwischen den numerischen Ergebnissen für die Polbewegung ( $x$ -Komponente) betragen weniger als zwei Millibogensekunden, während die RMS-Werte zwischen den Modellergebnissen und C04 mit etwa 29 mas (NCEP-ECCO) bzw. 71 mas (ECHAM3-OMCT) um mehr als eine Größenordnung höher sind. Für die  $y$ -Komponente ergeben sich ähnliche Werte. Bei der Tageslängenvariation sind die RMS-Werte zwischen den Zeitreihen aus DyMEG und den Beobachtungen sogar um etwa zwei Größenordnungen größer als die Abweichungen der Modellergebnisse untereinander ( $1 - 2 \mu\text{s}$ ). Die Abweichungen der Ergebnisse voneinander entstehen durch die Wahl unterschiedlicher Schrittweiten und unterschiedlicher Methoden der Näherungswertberechnung. Weder bei der Polbewegung noch bei der Tageslängenvariation sind bei einem Vergleich der einzelnen Zeitreihen systematische Unterschiede zu erkennen. Da NCEP und ECCO die atmosphärischen und ozeanischen Gegebenheiten realitätsnäher beschreiben (vgl. Abschnitte 3.5 und 4.3), stimmen die Ergebnisse der durch diese Modellkombination angetriebenen Läufe besser mit den Beobachtungen überein als die Zeitreihen für ECHAM3-OMCT.

Tabelle 5.1: Mittlere quadratische Klaffungen (RMS) zwischen Ergebnissen unterschiedlicher Integratoren für NCEP-ECCO im Zeitraum von 1980 bis 2002 und ECHAM3-OMCT im Zeitraum von 1975 und 1994 und Vergleich der Ergebnisse mit C04 (Polbewegung,  $x$ -Komponente).

	NCEP-ECCO [mas]				ECHAM3-OMCT [mas]			
	RKF 4/5	ABM	BS	C04	RKF 4/5	ABM	BS	C04
RKF 2/3	1,2	0,2	1,5	29,6	0,9	0,5	1,4	71,1
RKF 4/5	-	1,2	1,7	29,4	-	1,2	1,1	71,1
ABM		-	1,5	29,5		-	1,7	71,0
BS			-	29,5			-	71,3

Tabelle 5.2: Mittlere quadratische Klaffungen (RMS) zwischen Ergebnissen unterschiedlicher Integratoren für NCEP-ECCO im Zeitraum von 1980 bis 2002 und ECHAM3-OMCT im Zeitraum von 1975 und 1994 und Vergleich der Ergebnisse mit C04 ( $\Delta LOD$ ).

	NCEP-ECCO [ $\mu\text{s}$ ]				ECHAM3-OMCT [ $\mu\text{s}$ ]			
	RKF 4/5	ABM	BS	C04	RKF 4/5	ABM	BS	C04
RKF 2/3	0,9	1,2	2,3	120,2	0,8	1,1	2,9	370,7
RKF 4/5	-	1,5	2,3	120,2	-	1,4	2,7	370,8
ABM		-	2,4	120,1		-	2,9	370,6
BS			-	119,6			-	370,4

<sup>4</sup>Wie in Abschnitt 5.3.2 gezeigt wird, stellte sich für die Modellkombination ECHAM3-OMCT ein Beginn der Integration vor 1975 als ungünstig heraus, da die Chandler-Schwingungen von Modell und Beobachtungen bis zu diesem Startzeitpunkt ausser Phase sind.

Unter numerischen Gesichtspunkten sind die Lösungsverfahren einander nahezu gleichwertig. Die Einflüsse des jeweils verwendeten Lösungsverfahrens auf die numerische Lösung sind im Vergleich zu physikalisch begründeten Abweichungen zwischen den Modellergebnissen und den Beobachtungen (vgl. Kapitel 6) vernachlässigbar. Das Kriterium für den Einsatz eines Algorithmus in DyMEG ist daher der Zeitbedarf, der zur Ermittlung der Lösung nötig ist. Vergleicht man die Läufe hinsichtlich der benötigten Rechenzeit (Tab. 5.3), so zeigen sich große Unterschiede zwischen den einzelnen Verfahren. Diese sind durch die jeweilige Wahl der Schrittweite und die damit verbundene Güte der berechneten Näherungswerte begründet. Auf einem Rechner mit einem 1 GHz-Prozessor kann die Liouville-Gleichung für den angegebenen Zeitraum durch den RKF 4/5 in einer halben Stunde gelöst werden, während die übrigen Algorithmen deutlich mehr Rechenzeit benötigen. Aufgrund der höchsten Effizienz wird dieses Einschrittverfahren im Folgenden für alle Berechnungen mit DyMEG verwendet.

Tabelle 5.3: Zeitbedarf zur numerischen Lösung der Liouville-Gleichung für den Zeitraum von 1980 bis 2002 (NCEP-ECCO) bzw. 1975 und 1994 (ECHAM3-OMCT) unter Verwendung unterschiedlicher Lösungsverfahren.

	NCEP-ECCO [min]	ECHAM3-OMCT [min]
RKF 2/3	72	63
RKF 4/5	31	24
ABM	40	35
BS	59	53

## 5.2 Sensitivität des Systems gegenüber der Lovezahl $k_2$ für die Rotationsdeformation

Die komplexe Lovezahl  $k_2 = \Re(k_2) + i \cdot \Im(k_2)$  beschreibt das rheologische Verhalten des Erdkörpers auf Anregungen im Frequenzbereich der Rotationsdeformation. Wie in Abschnitt 3.3 gezeigt wurde, ist die Rotationsdeformation für die Verlängerung der Periode der freien Kreiselbewegung von der Euler-Periode auf die Chandler-Periode und die Ausbildung der charakteristischen Dämpfung der Chandler-Amplitude verantwortlich. Die Lovezahl  $k_2$  ist der maßgebliche Parameter bei der Beschreibung des Effekts der Rotationsdeformation auf die Variation des Zentrifugalpotentials (vgl. Gl. 3.8). Daher ist zu erwarten, dass sich eine Änderung des Zahlenwertes von  $k_2$  direkt auf die Periode und die Dämpfung der Chandler-Schwingung auswirkt. In Abschnitt 3.3 wurde der aus der Literatur entnommene Wert  $k_2 = 0,35 + 0,0036i$  eingeführt. Während der Realteil von  $k_2$  in direktem Zusammenhang mit der Chandler-Periode steht, beschreibt der Imaginärteil die Dissipation von Energie aufgrund von Reibungseffekten im anelastischen Erdmantel. Dieser Effekt führt im Modell zur Dämpfung der freien Kreiselbewegung. Im Rahmen der folgenden Untersuchung wird die Sensitivität des Modells auf Variationen der Lovezahl analysiert. Sie umfasst sowohl den Real- als auch den Imaginärteil von  $k_2$ .

### Realteil

Zunächst wird die Abhängigkeit der Lösung von  $\Re(k_2)$  untersucht, wobei DyMEG durch atmosphärische und ozeanische Drehimpulsvariationen angetrieben wird. Der Realteil der Lovezahl wird in 36 äquidistanten Schritten zwischen 0,310 und 0,380 (Schrittweite 0,002) variiert. Der Imaginärteil  $\Im(k_2) = 0,0036$  bleibt unverändert. Abb. 5.1 zeigt die Zeitreihen der Polbewegung ( $x$ -Komponente) für NCEP-ECCO und ECHAM3-OMCT in einer perspektivischen Darstellung. In beiden Fällen wird ein Zeitraum von mehr als 20 Jahren überdeckt. Die charakteristische Schwebung der Polbewegung durch die Überlagerung der Chandler-Schwingung mit dem durch die geophysikalischen Antriebe verursachten Jahressignal ist deutlich erkennbar. Da beide Signalanteile nahezu kreisförmig sind, ergibt sich für die  $y$ -Komponente ein ähnliches Bild.

Die Variation des Realteils der Lovezahl beeinflusst sowohl die Periode als auch die Amplitude der Chandler-Schwingung. Mit zunehmendem  $\Re(k_2)$  verringert sich die Schwebungsdauer von etwa 11 auf 5 Jahre. Die Ergebnisse für ECHAM3-OMCT haben größere Amplituden und wirken weniger gleichmäßig als die NCEP-ECCO Läufe. Der Zusammenhang zwischen dem Wert des Realteils von  $k_2$  und der von DyMEG erzeugten Chandler-Periode folgt aus der Fourier-Analyse der einzelnen Zeitreihen. Die schwarze durchgezogene Linie in Abb. 5.2

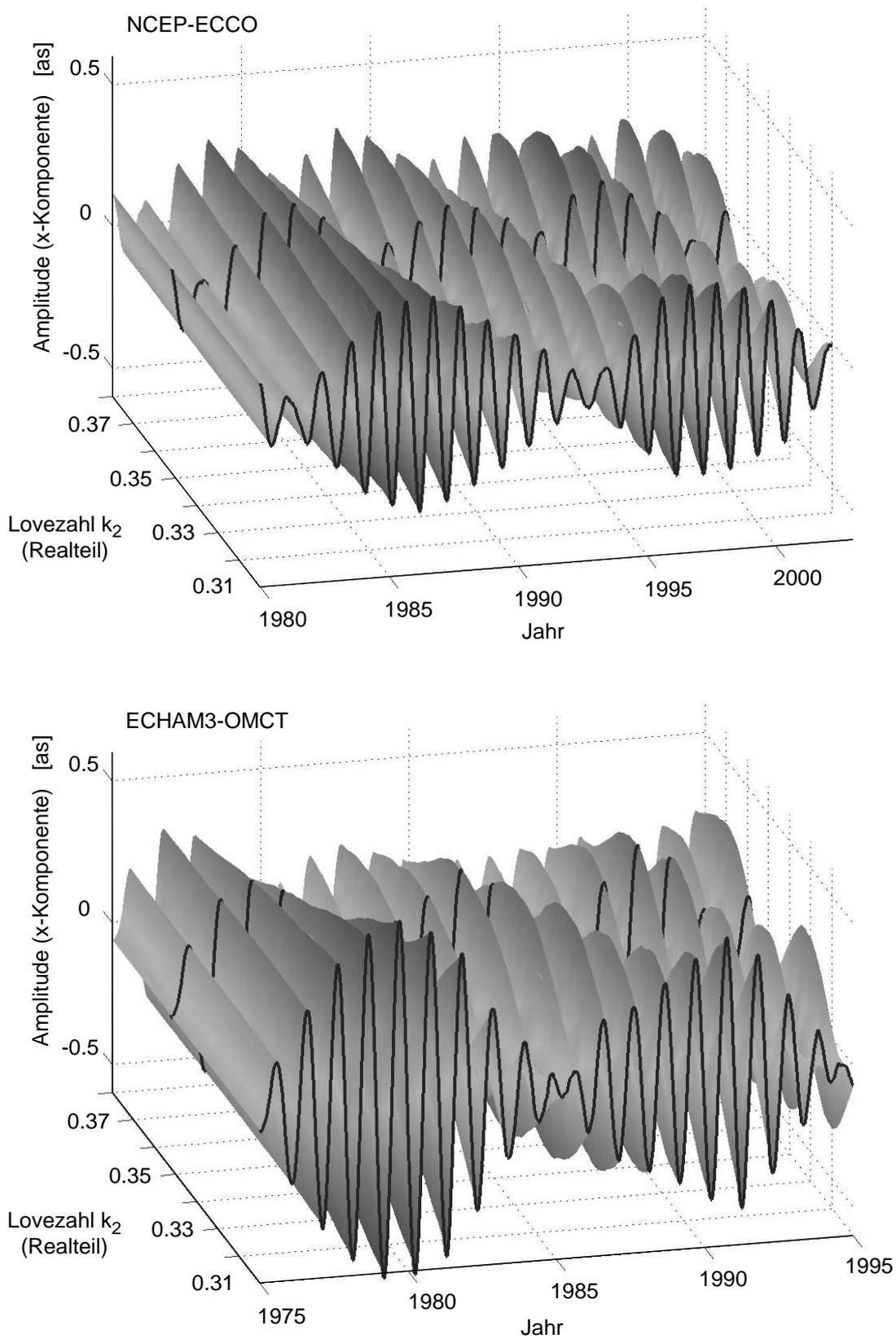


Abbildung 5.1: Modellzeitreihen der Polbewegung (x-Komponente nach Abzug eines linearen Trends) für unterschiedliche Werte des Realteils der Lovezahl  $k_2$ . Oben: NCEP-ECCO, unten: ECHAM3-OMCT. Die schwarz eingezeichneten Kurven bei  $\Re(k_2) = 0,3520$  weisen die jeweils höchste Korrelation mit den Beobachtungen auf.

zeigt, dass die von DyMEG erzeugte Chandler-Periode durch die Variation von  $\Re(k_2)$  von 0,310 bis 0,380 beliebige Werte zwischen 400 und 450 Tagen annimmt. Die höchste Korrelation zwischen Modellergebnis und C04 wird für denjenigen Modelldurchlauf erreicht, dessen Chandler-Periode in optimaler Übereinstimmung mit den Beobachtungen ist. Dies ist für beide Antriebskombinationen bei  $\Re(k_2) = 0,352$  der Fall, wodurch das Ergebnis in guter Übereinstimmung mit dem in der Literatur angegebenen Wert von 0,35 ist (MCCARTHY 2003, Kapitel 6). Der Korrelationskoeffizient zwischen der jeweiligen Modellzeitreihe und C04 beträgt 0,98 (NCEP-ECCO) bzw. 0,95 (ECHAM3-OMCT).

Für den Zeitraum 1975 bis 1994 liefert die Fourier-Analyse der C04-Reihe eine Chandler-Periode von 432,1 Tagen. Werden die Beobachtungen im Zeitraum von 1980 bis 2002 auf dieselbe Weise analysiert, ergibt sich ein Wert von 434,1 Tagen. Diese Diskrepanz ist aller Wahrscheinlichkeit nach auf die verwendete Analyseverfahren zurückzuführen, da es keine Hinweise darauf gibt, dass die Chandler-Periode tatsächlich derartigen Schwankungen unterworfen ist (OKUBO 1982; JOCHMANN 2003). Je nach gewähltem Ausschnitt der Zeitreihe können sich leichte Variationen der gefundenen Periode ergeben, die durchaus im Bereich von  $\pm 2$  Tagen liegen können (vgl. Tab. 3.2). Der größte Anteil der Polbewegung ist die Schwebung aus Chandler- und Jahresperiode. Da die Jahresamplitude aufgrund der zeitvariablen gravitativen und geophysikalischen Antriebe nicht konstant ist, kann es möglicherweise bei der Spektralanalyse zu einer Verschmierung beider Signalanteile kommen, die sich in der leichten Verschiebung der Chandler-Periode auswirken kann. Wird die Fourier-Analyse auf die Modellergebnisse für NCEP-ECCO und ECHAM3-OMCT angewandt, so ergibt sich auch für diese Zeitreihen der Unterschied von zwei Tagen. Die Chandler-Periode aus DyMEG passt allerdings in beiden Fällen für  $\Re(k_2) = 0,352$  mit 434,1 bzw. 432,1 Tagen sehr gut zu den für die C04-Reihe gefundenen Werten. Der Wert des Realteils, für den der höchste Korrelationskoeffizient zwischen Modell und Beobachtungen erreicht wird, ist für beide Antriebe identisch. Folglich ist der Unterschied von zwei Tagen kein Problem des Modells oder der verwendeten Antriebskombination, sondern ein Problem der Fourier-Analyse. Die Frage nach der Herkunft dieses Effekts kann hier nicht endgültig beantwortet werden. Jedoch wird festgestellt, dass die Chandler-Perioden von Modell und Beobachtung für beide Antriebskombinationen optimal übereinstimmen. Die mittleren quadratischen Klaffungen (RMS) zwischen den Ergebnissen aus DyMEG und C04 sind für  $\Re(k_2) = 0,352$  mit 32,3 mas (NCEP-ECCO) bzw. 72,3 mas (ECHAM3-OMCT) ebenfalls minimal. Je weiter die Chandler-Perioden von Modellzeitreihen und Beobachtungen voneinander abweichen, desto höher werden die RMS-Werte. Für  $\Re(k_2) = 0,310$  betragen sie 181 mas bzw. 260 mas. Der Zusammenhang zwischen  $\Re(k_2)$  und der von DyMEG erzeugten Chandler-Periode

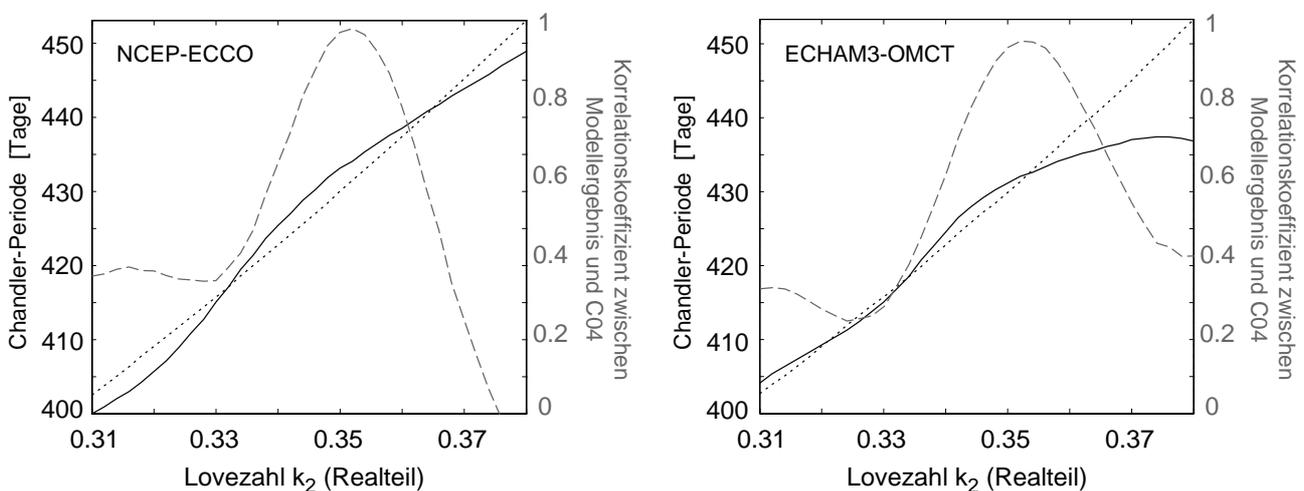


Abbildung 5.2: Periode der Chandler-Schwingung (durchgezogene Linie, Skala links) als Funktion des Realteils der Lovezahl  $k_2$  für NCEP-ECCO (links) und ECHAM3-OMCT (rechts). Unter Vernachlässigung aller gravitativen und geophysikalischen Antriebe ergibt sich die gepunktete Linie. Der Korrelationskoeffizient zwischen den Modellergebnissen und den Beobachtungen (gestrichelt, Skala rechts) erreicht für 0,352 seinen jeweils höchsten Wert.

ist gemäß Abb. 5.2 nichtlinear. Um zu untersuchen, ob die Nichtlinearität durch die Wechselwirkung zwischen erzwungener und freier Kreiselbewegung oder durch numerische Effekte bei der Fourier-Transformation verursacht wird, wird das Experiment unter Vernachlässigung der gravitativen und geophysikalischen Anregungen wiederholt. Analog zu Abb. 3.2 ergibt sich für jeden Wert von  $\Re(k_2)$  eine gedämpfte Schwingung. Die entsprechenden Perioden sind in Abb. 5.2 durch die gepunktete Linie dargestellt und zeigen eine lineare Abhängigkeit zwischen  $\Re(k_2)$  und der Chandler-Periode. Folglich führt die Rückkopplung der erzwungenen Rotationsvariationen über die Rotationsdeformation zu einem signifikanten nichtlinearen Effekt auf die freie Kreiselbewegung.

Die Untersuchung zeigt, dass die Sensitivität der von DyMEG erzeugten Chandler-Periode gegenüber dem Realteil der Lovezahl  $k_2$  sehr hoch ist. Da eine Veränderung des Werts dieses Modellparameters um nur 1% eine Verschiebung der Chandler-Periode um etwa zwei Tage bewirkt, ist der Rückschluss von der Periode auf  $\Re(k_2)$  sehr genau.

### Imaginärteil

Die Abhängigkeit der Lösung von der Wahl des Imaginärteils der Lovezahl  $k_2$  wird auf analoge Weise untersucht. Der Realteil wird mit dem oben gefundenen Wert 0,352 festgehalten, während  $\Im(k_2)$  in 61 äquidistanten Schritten zwischen 0 (keine Dämpfung) und 0,0060 verändert wird (Schrittweite 0,0001). Ein kleiner Wert für  $\Im(k_2)$  verursacht eine schwache Dämpfung der freien Kreiselbewegung. Dagegen führt ein hoher Wert innerhalb weniger Jahre zu einer starken Abnahme der Chandler-Amplitude (vgl. Abb. 3.2). Um den Dämpfungsfaktor  $Q$  für jeden der 61 Läufe über die Dämpfungsfunktion (Gl. 3.15) ermitteln zu können, werden die Simulationen zunächst ohne Antriebe durchgeführt. Den Zusammenhang zwischen  $\Im(k_2)$  und  $Q$  zeigt Abb. 5.4. Für  $\Im(k_2) = 0$  geht  $Q$  gegen unendlich, für  $\Im(k_2) = 0,0060$  ergibt sich  $Q = 48$ .

Werden die Antriebe in DyMEG berücksichtigt, so ergeben sich für die beiden Extremwerte  $\Im(k_2) = 0$  und  $\Im(k_2) = 0,0060$  die in Abb. 5.3 dargestellten Zeitreihen der Polbewegung ( $x$ -Komponente). Deutlich erkennbar wächst die Amplitude der Polbewegung im Fall  $\Im(k_2) = 0$  an, während die Kurve für  $\Im(k_2) = 0,0060$  gedämpft ist. Wären die erzwungene und die freie Polbewegung unabhängig voneinander, so würde man für  $\Im(k_2) = 0$  eine etwa gleichbleibende Amplitude und für  $\Im(k_2) = 0,0060$  eine stärkere Dämpfung erwarten. Die Amplitude der Polbewegung steigt im ungedämpften Fall jedoch deutlich an. Dies ist ein klarer Hinweis darauf, dass die in DyMEG berücksichtigten Antriebe in der Lage sind, die Chandler-Amplitude durch die Rückkopplung über die Rotationsdeformation anzuregen und somit der Dämpfung entgegenzuwirken. Dies gilt für beide Modellkombinationen gleichermaßen.

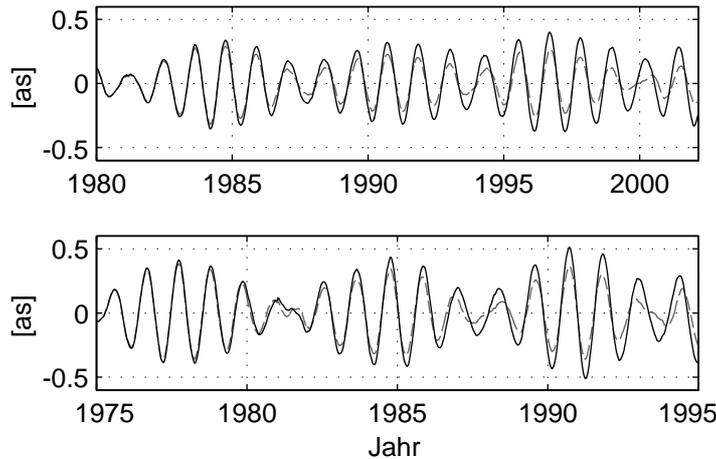


Abbildung 5.3: Zeitreihen der Polbewegung ( $x$ -Komponente nach Abzug eines linearen Trends) aus DyMEG für die Modellkombinationen NCEP-ECCO (oben) und ECHAM3-OMCT (unten). Durchgezogen:  $\Im(k_2) = 0$ , gestrichelt:  $\Im(k_2) = 0,0060$ .

Um die optimale Dämpfung für DyMEG zu ermitteln, wird an jede Modellzeitreihe eine Funktion  $f_{fit}(t)$  geschätzt, die eine Jahresschwingung mit konstanter Amplitude und eine Chandler-Schwingung mit einer Rate der Chandler-Amplitude umfasst:

$$f_{fit}(t) = A_J \sin\left(\frac{2\pi}{T_J}t + \varphi_J\right) + (A_{Ch} + B_{Ch} t) \sin\left(\frac{2\pi}{T_{Ch}}t + \varphi_{Ch}\right). \quad (5.4)$$

Darin wird die Jahresperiode mit  $T_J = 365,25$  Tagen vorgegeben;  $T_{Ch} = 434,1$  Tage (NCEP-ECCO) bzw.  $T_{Ch} = 432,1$  Tage (ECHAM3-OMCT) sind die im Rahmen der Spektralanalyse ermittelten Werte. Da die Polbewegung der Erde von einer Vielzahl geophysikalischer Prozesse beeinflusst wird, ist die hier getroffene Annahme einer in ihrer mittleren Amplitude und Periode konstanten Jahresschwingung nur eine grobe Näherung. Nach der Methode der kleinsten Quadrate werden die unbekanntenen Größen der Gleichung geschätzt. Dies sind die Phase  $\varphi_J$  und die Amplitude  $A_J$  der Jahresschwingung sowie die Phase  $\varphi_{Ch}$ , die Amplitude  $A_{Ch}$  und die Amplitudenrate  $B_{Ch}$  der Chandler-Schwingung. Die für die jeweilige Zeitreihe ermittelte Rate  $B_{Ch}$  wird anschließend mit einem über denselben Zeitraum aus den Beobachtungen geschätzten Wert  $B_{Ch}^B$  verglichen.

Für  $B_{C_h}^B$  gelten die obigen Ausführungen zur Chandler-Periode analog: Der für einen bestimmten Zeitausschnitt ermittelte Wert gibt keine Auskunft über die tatsächliche zeitliche Entwicklung der Chandler-Amplitude über viele Jahrzehnte sondern ist eine Momentaufnahme, die unter anderem davon abhängt, ob die Schätzung an einem Knoten oder einem Maximum der Polbewegung beginnt. Auf diese Weise lassen sich je nach betrachtetem Zeitraum nahezu beliebige Werte für  $B_{C_h}^B$  ermitteln. Darüber hinaus gilt die geschätzte Rate nur unter der Annahme einer absolut gleichmäßigen Jahresschwingung. Für die im Rahmen dieser Untersuchung relevanten Bereiche ergibt sich  $B_{C_h}^B = -1,1$  mas/a (1980-2002) und  $+2,4$  mas/a (1975-1994). Unabhängig von Absolutwert der Rate wird für jede Modellkombination derjenige Imaginärteil der Lovezahl als optimal betrachtet, für den die Übereinstimmung zwischen  $B_{C_h}$  und  $B_{C_h}^B$  im betreffenden Zeitraum am größten ist. In Abb. 5.4 ist die Rate der Chandler-Amplitude der Modellergebnisse in Abhängigkeit von  $\Im(k_2)$  dargestellt. Die beste Übereinstimmung mit den Beobachtungen ergibt sich mit einem RMS-Wert von 29,5 mas für  $\Im(k_2) = 0,0042$  (NCEP-ECCO) bzw. mit einem RMS-Wert von 70,7 mas für  $\Im(k_2) = 0,0043$  (ECHAM3-OMCT). Diese Werte entsprechen Dämpfungsfaktoren von  $Q = 69$  bzw.  $Q = 68$ .

Damit weicht der für DyMEG optimale Wert des Imaginärteils deutlich von dem in Abschnitt 3.3 eingeführten Wert 0,0036 (MATHEWS *et al.* 2002; MCCARTHY 2003, Kapitel 6) ab, befindet sich aber durchaus im Schwankungsbereich anderer Untersuchungen (vgl. Tab. 3.2). Da die in DyMEG berücksichtigten Antriebe die Chandler-Schwingung offensichtlich stärker anregen, als dies bei Verwendung des ursprünglichen Werts von 0,0036 angenommen wurde, muss die Dämpfung erhöht werden. Dass sich trotz der konzeptionellen Unterschiede zwischen den beiden vollkommen unabhängigen Modellkombinationen NCEP-ECCO und ECHAM3-OMCT nahezu identische Werte ergeben, ist bemerkenswert. Zum einen zeigt sich, dass beide Antriebe trotz der in Abschnitt 4.3 festgestellten Diskrepanzen gleichermaßen in der Lage sind, die Chandler-Schwingung anzuregen (vgl. Abschnitt 6.1.3). Zum anderen wird die gewählte Vorgehensweise zur Ermittlung der optimalen Lovezahl durch die Verwendung zweier unterschiedlicher Antriebskombinationen und unterschiedlicher Startzeitpunkte gestützt.

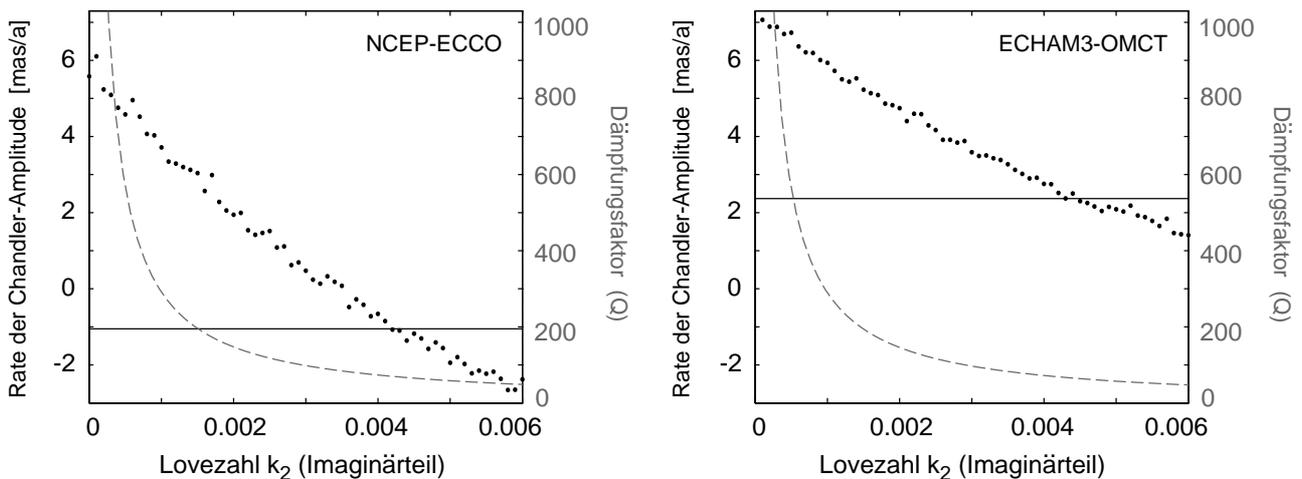


Abbildung 5.4: Rate der Chandler-Amplitude (Skala links) als Funktion des Imaginärteils der Lovezahl  $k_2$  für NCEP-ECCO (links) und ECHAM3-OMCT (rechts). Die durchgezogene Linie gibt die Rate der Beobachtungen im entsprechenden Zeitraum an. Die gestrichelte Linie zeigt den Zusammenhang zwischen  $\Im(k_2)$  und dem Dämpfungsfaktor  $Q$  (Skala rechts).

### Gemeinsame Variation von Real- und Imaginärteil

Die oben ermittelten Werte für Real- und Imaginärteil der Lovezahl  $k_2$  gelten unter der Annahme, dass  $\Re(k_2)$  und  $\Im(k_2)$  als unabhängig voneinander betrachtet werden können. Um zu überprüfen, ob die Variation des Realteils auch die Dämpfung beeinflusst oder ob umgekehrt die Variation des Imaginärteils einen Effekt auf die Chandler-Periode hat, werden weitere Testläufe mit DyMEG durchgeführt, in denen  $\Re(k_2)$  und  $\Im(k_2)$  gemeinsam verändert werden. Für  $\Re(k_2)$  werden elf Schritte zwischen 0,340 und 0,360 (Schrittweite 0,002) und für  $\Im(k_2)$  sieben Schritte zwischen 0,0039 und 0,0045 (Schrittweite 0,0001) angesetzt. Dieses Experiment wird aufgrund des hohen Rechenaufwands nur für NCEP-ECCO durchgeführt. Die Analyse der Ergebnisse umfasst sowohl die  $x$ - als auch die  $y$ -Komponente der Polbewegung aller 77 Zeitreihen. Hinsichtlich der Chandler-Periode und der Rate der Chandler-Amplitude weist der Lauf mit der Lovezahl  $k_2 = 0,352 + 0,0042i$  in beiden Komponenten die beste Übereinstimmung mit den Beobachtungen auf (Korrelationskoeffizient = 0,98, RMS = 29,5 mas). Durch dieses Ergebnis wird die unabhängige Bestimmbarkeit von Real- und Imaginärteil der Lovezahl bestätigt.

Die Sensitivitätsanalyse zeigt, dass bei Verwendung der ursprünglichen Lovezahl  $k_2 = 0,35 + 0,0036i$  die Anregungsenergie der atmosphärischen und ozeanischen Antriebe unterschätzt wird. Die für zwei unabhängige Antriebskombinationen über zwei unterschiedliche Zeiträume empirisch ermittelten Werte weichen nur marginal voneinander ab. Daher wird  $k_2$  in DyMEG durch den Wert  $k_2 = 0,352 + 0,0042i$  ersetzt. Jedoch ist zu beachten, dass die gefundene Lovezahl und der als optimal erachtete Dämpfungsfaktor von  $Q = 69$  nur für die im Rahmen dieser Arbeit beschriebene Modellkonfiguration gelten. Die Verwendung anderer Atmosphären- und Ozeanmodelle, die Berücksichtigung sekundärer Komponenten des Erdsystems oder eine Weiterentwicklung des Ausgangskörpers (Rheologie, Kern-Mantel-Kopplung) können eine erneute Anpassung des Zahlenwerts von  $k_2$  erfordern.

## 5.3 Sensitivität des Systems gegenüber den Anfangsbedingungen

### 5.3.1 Anfangswerte

Die Anfangswerte  $\mathbf{m}^0$  für die numerische Integration werden aus geodätischen Beobachtungen abgeleitet, die begrenzte Genauigkeiten haben. Daher können auch die Anfangswerte in DyMEG nicht ohne weiteres als fehlerfrei betrachtet werden. Heute erreichen die Beobachtungen moderner Weltraumverfahren Genauigkeiten von bis zu 0,1 mas (Polbewegung) bzw. 20  $\mu\text{s}$  ( $\Delta LOD$ ). Da die Startzeitpunkte der Integration jedoch je nach Lauf und verwendeter Antriebskombination bis zum Beginn der C04-Reihe im Jahr 1962 zurückreichen, muss mit Genauigkeiten gerechnet werden, die um bis zu zwei Größenordnungen schlechter sind als die der heutigen Beobachtungen (IERS 2003).

Um den Einfluss ungenauer Anfangswerte auf die numerische Lösung abschätzen zu können, werden für beide Antriebskombinationen zu mehreren Startzeitpunkten jeweils 30 Läufe durchgeführt, die sich ausschließlich in den verwendeten Anfangswerten unterscheiden. Für jeden Startzeitpunkt werden die Werte  $m_i^0$  nach Gln. (2.19) und (2.21) aus gleichverteilten Zufallszahlen aus einem Intervall  $\pm 3\sigma_i$  um den jeweiligen C04-Wert berechnet. Die Standardabweichungen  $\sigma_i$  der jeweiligen C04-Werte werden unabhängig voneinander aus einem Zeitfenster von 30 Tagen um den Startzeitpunkt  $t_0$  bestimmt. Die Intervallradien betragen für die meisten untersuchten Startzeitpunkte zwischen 10-20 mas (Polbewegung) bzw. 1-2 ms ( $\Delta LOD$ ) und liegen somit etwa im Genauigkeitsbereich älterer C04-Werte (IERS 2003).

Beim Vergleich der Modellzeitreihen für Polbewegung und Tageslängenvariation zeigt sich, dass die Veränderung der Anfangswerte innerhalb dieser Intervallgrenzen keinen großen Einfluss auf das Ergebnis hat. Die Korrelationskoeffizienten der einzelnen Zeitreihen untereinander betragen für alle untersuchten Startzeitpunkte mehr als 0,99, die entsprechenden RMS-Werte liegen für die Polbewegung zwischen 2-6 mas und für  $\Delta LOD$  zwischen 1-2  $\mu\text{s}$ . Die Abweichungen zwischen den Modellergebnissen sind zu Beginn der Integration aufgrund der unterschiedlichen Anfangswerte am größten. Im Lauf der Zeit nähern sich die einzelnen Zeitreihen einander leicht an, so dass die Abweichungen geringer werden. Die durch die Wahl der Anfangswerte zu erwartenden Unsicherheiten bewegen sich in der gleich Größenordnung wie die Unsicherheiten aufgrund der Verwendung unterschiedlicher numerischer Lösungsverfahren (vgl. Tab. 5.1 und 5.2). Aufgrund dieses Ergebnisses werden die Anfangswerte als unkritische Parameter in DyMEG betrachtet, deren Werte mit ausreichender Genauigkeit aus der C04-Reihe abgeleitet werden können.

### 5.3.2 Startzeitpunkt der Integration

Die Modifikation der Anfangswerte an einem festgelegten Startzeitpunkt der Integration hat nur geringen Einfluss auf die numerische Lösung. Dagegen zeigen sich deutliche Abweichungen zwischen den Ergebnissen einzelner Läufe, die zu unterschiedlichen Zeitpunkten gestartet werden. Um die Abhängigkeit der Zeitreihen für Polbewegung und  $\Delta LOD$  vom Startzeitpunkt zu untersuchen, werden die Integrationen in halbjährlichen Schritten zwischen 1980 und 2002 (NCEP-ECCO) bzw. 1962 und 1994 (ECHAM3-OMCT) gestartet. Der gemeinsame Endzeitpunkt aller Läufe ist der 1.3.2002 bzw. der 31.12.1994.

Abb. 5.5 zeigt die Korrelationskoeffizienten zwischen den Ergebnissen aus DyMEG und den Beobachtungen für jeden Startzeitpunkt. Daneben sind die mittleren quadratischen Klaffungen (RMS) zwischen der jeweiligen Modellzeitreihe und C04 dargestellt. Für NCEP-ECCO zeigt sich nahezu für alle Startzeitpunkte eine sehr gute Übereinstimmung der Ergebnisse mit C04. Die Korrelationskoeffizienten betragen für die drei Komponenten des Erdrotationsvektors jeweils mehr als 0,95. Die einzige Ausnahme bildet der Lauf, der am 1.7.1986 gestartet wird.

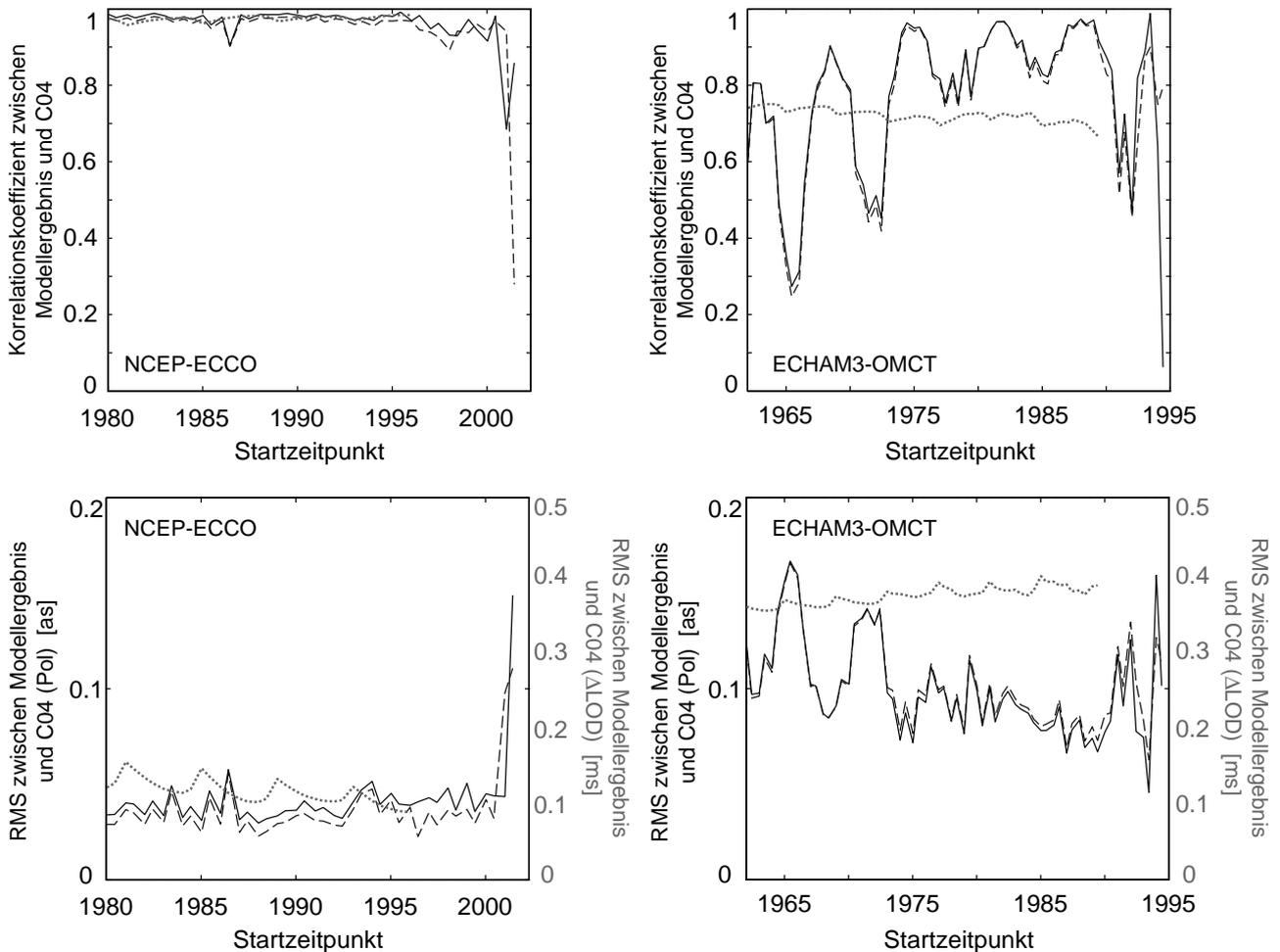


Abbildung 5.5: Vergleich der Modellergebnisse für unterschiedliche Anfangszeitpunkte der Integration mit den geodätischen Beobachtungen. Links: NCEP-ECCO, rechts: ECHAM3-OMCT. Die Bilder in der oberen Reihe zeigen den Korrelationskoeffizienten zwischen Modellergebnis und  $C04$  für die Polbewegung ( $x$ -Komponente: durchgezogen,  $y$ -Komponente: gestrichelt) und  $\Delta LOD$  (grau gepunktet). Die untere Reihe zeigt die RMS-Werte zwischen dem jeweiligen Modellergebnis und  $C04$  für die Polbewegung (Skala links) und  $\Delta LOD$  (Skala rechts).

Hier sinkt der Korrelationskoeffizient bei der Polbewegung auf unter 0,90, während er für  $\Delta LOD$  nahezu unverändert bleibt. Die  $x$ -Komponente der Polbewegung der drei Läufe vom 1.1.1986, 1.7.1986 und 1.1.1987 sind einander in Abb. 5.6 gegenübergestellt. Während die Läufe vom 1.1.1986 und vom 1.1.1987 fast perfekt übereinstimmen, zeigt der Lauf vom 1.7.1986 besonders an den Knotenpunkten der Schwebung deutliche Abweichungen. Um zu überprüfen, ob dieses Ergebnis für die Polbewegung ein zufälliger Ausreisser ist, werden zwischen dem 1.1.1986 und dem 1.1.1987 zusätzliche Simulationen in monatlichem Abstand durchgeführt. Dieser Test zeigt, dass die Korrelation bis zum 1.8.1986 stetig ab- und anschließend wieder zunimmt. Wie dieser systematische

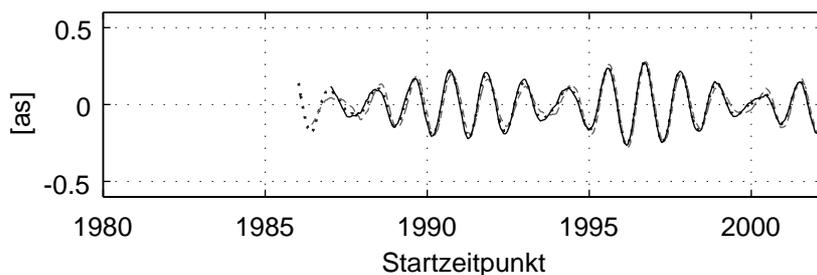


Abbildung 5.6: Polbewegung ( $x$ -Komponente nach Abzug eines linearen Trends) dreier NCEP-ECCO Läufe aus DyMEG, die zu unterschiedlichen Startzeitpunkten gestartet werden. Gepunktet: 1.1.1986; gestrichelt: 1.7.1986; durchgezogen: 1.1.1987.

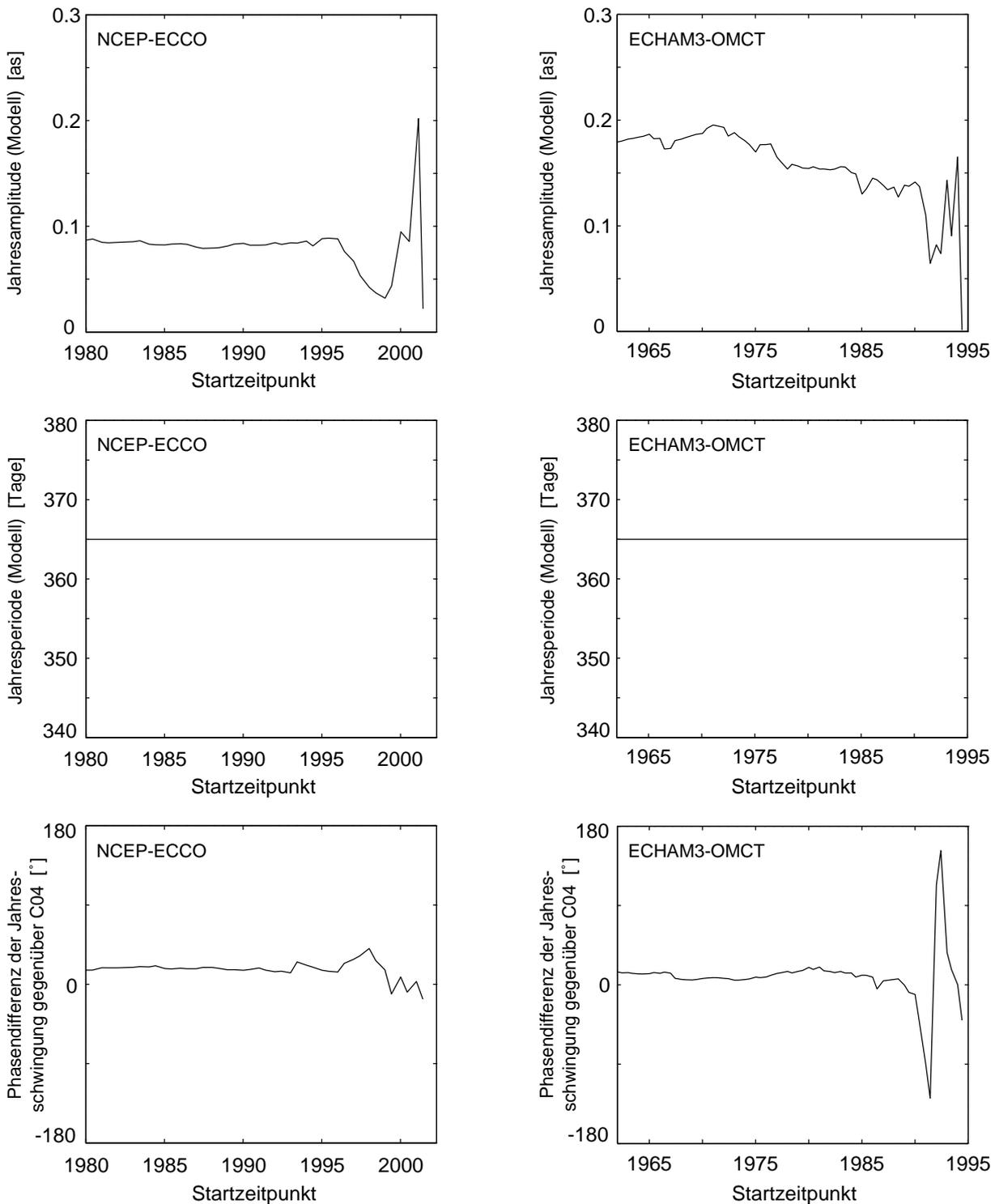


Abbildung 5.7: Amplitude (oben), Periode (Mitte) und Phasendifferenz gegenüber C04 (unten) der Jahresschwingung aus DyMEG (x-Komponente) in Abhängigkeit vom Startzeitpunkt der Integration. Links: NCEP-ECCO, rechts: ECHAM3-OMCT.

Effekt entsteht, soll im Folgenden näher untersucht werden. In den letzten fünf Jahren (ab 1997 bzw. ab 1990) werden die Korrelationen mit C04 für beide Modellkombinationen deutlich schlechter. Da der Vergleichszeitraum hier sehr kurz ist, könnte dieser Effekt ein Artefakt bei der Berechnung des Korrelationskoeffizienten sein und sollte nicht überinterpretiert werden. Die Modellzeitreihe der Tageslängenvariation wird der durch das gleitende Mittel über fünf Jahre bereinigten C04-Reihe gegenübergestellt (Abschnitt 3.3). Daher können hier für die letzten fünf Jahre keine Korrelationskoeffizienten zwischen den Modellergebnissen und den Beobachtungen angegeben werden.

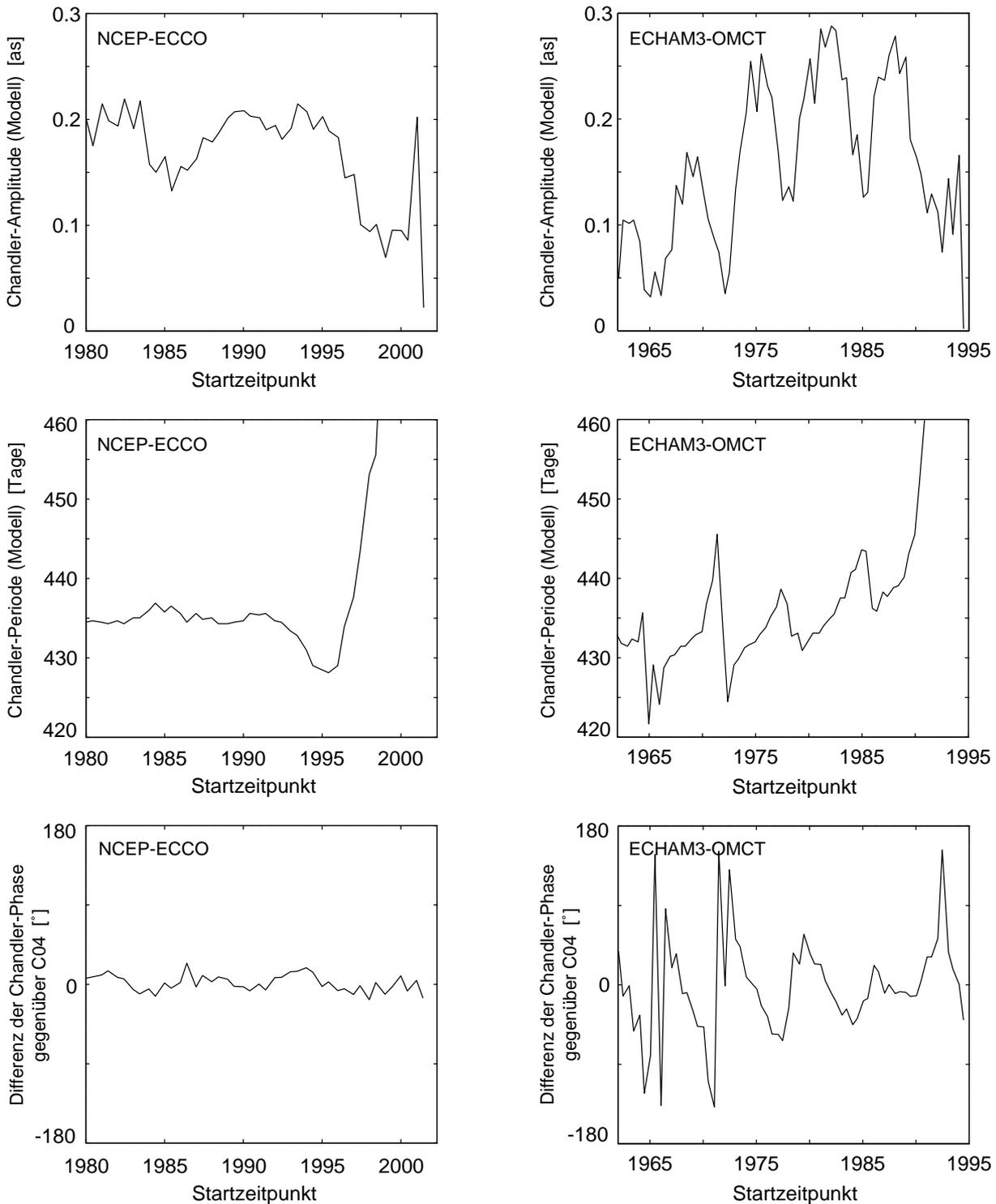


Abbildung 5.8: Amplitude (oben), Periode (Mitte) und Phasendifferenz gegenüber C04 (unten) der Chandler-Schwingung aus DyMEG ( $x$ -Komponente) in Abhängigkeit vom Startzeitpunkt der Integration. Links: NCEP-ECCO, rechts: ECHAM3-OMCT.

Im Gegensatz zu NCEP-ECCO zeigen sich bei der Polbewegung für ECHAM3-OMCT sehr starke Schwankungen der Korrelation mit C04 in Abhängigkeit vom Startzeitpunkt. Mit einer Periode von etwa 6,5 Jahren, die der Schwebungsperiode der Polbewegung entspricht, wechseln sich günstige und ungünstige Startzeitpunkte ab. Günstig scheinen Zeitpunkte zu sein, zu denen die Schwebung der beobachteten Polbewegung einen Knotenpunkt aufweist. Zwischen 1962 und 1975 sind die RMS-Werte und die Korrelationskoeffizienten gegenläufig. Nach 1975 ist die deutliche Schwingung der Korrelation in den RMS-Werten nicht mehr zu erkennen. Bei der Tageslängenvariation tritt dieser Effekt nicht auf. Hier schwankt der Korrelationskoeffizient relativ stabil um 0,7. Dass die

Übereinstimmung der Ergebnisse für  $\Delta LOD$  mit den Beobachtungen deutlich schlechter ist als für NCEP-ECCO, ist auf die unterschätzte saisonale Variabilität der axialen Drehimpulse in ECHAM3 zurückzuführen (vgl. Abschnitte 4.3 und 6.2). Um die Ursache der Schwingung in den Korrelationskoeffizienten aufzudecken, werden das Chandler- und das Jahressignal der Modellzeitreihen untersucht. Analog zu Gl. (5.4) werden für die beiden Signalanteile jeweils eine Amplitude und der Phasenstand zum Anfangszeitpunkt geschätzt. Eine Rate der Chandler-Amplitude wird nicht bestimmt. Während die Jahresperiode wieder mit  $T_J = 365,25$  Tagen vorgegeben wird, wird die (mittlere) Periode der freien Kreiselbewegung  $T_{Ch}$  über eine Fourier-Analyse der Zeitreihe ermittelt. In den Abb. 5.7 (Jahresschwingung) und 5.8 (Chandler-Schwingung) sind die Ergebnisse für die Amplituden (oben), die Perioden (Mitte) und die Phasendifferenzen gegenüber C04 (unten) für die  $x$ -Komponente der Polbewegung dargestellt. Die Ergebnisse für Läufe, die nach 1995 (NCEP-ECCO) bzw. nach 1987 (ECHAM3-OMCT) gestartet wurden, sollten nicht mehr interpretiert werden. Die Zeitreihen der Polbewegung überdecken hier lediglich eine Schwebungsperiode und weniger. Von der Fourier-Analyse dieser Läufe sind daher keine verlässlichen Ergebnisse zu erwarten.

Die Analyse zeigt, dass die Jahressignale der Polbewegung für beide Antriebskombinationen wesentlich weniger sensitiv gegenüber einer Variation des Startzeitpunkts sind, als die freie Kreiselbewegung. Die Amplitude des Jahressignals ist für NCEP-ECCO sehr stabil. Sie ist für jeden Startzeitpunkt in guter Übereinstimmung mit dem beobachteten Wert von  $0,09''$ . Dagegen wird das Jahressignal in den Modellergebnissen für ECHAM3-OMCT deutlich überschätzt. Für die Läufe, die in den ersten zehn Jahren nach 1962 gestartet wurden, ist die Amplitude beinahe doppelt so hoch wie die der C04-Reihe. Mit fortschreitendem Startzeitpunkt zeigt die Analyse eine leichte Abnahme der Jahresamplitude. Die freie Kreiselbewegung aus DyMEG scheint deutlich stärker vom Startzeitpunkt abzuhängen als das durch die Antriebe erzwungene Jahressignal. Für NCEP-ECCO variiert die Chandler-Periode um wenige Tage, während zwischen den einzelnen Läufen für ECHAM3-OMCT Sprünge von teilweise über 20 Tagen auftreten. Die Periodenlänge ist mit der Amplitude der Chandler-Schwingung verknüpft: Für beide Modellkombinationen weisen diejenigen Läufe eine geringe Amplitude auf, deren Chandler-Periode relativ lang ist. Aufgrund der starken Sprünge bei den Perioden sind auch die Chandler-Amplituden bei ECHAM3-OMCT extrem uneinheitlich. Für einige Startzeitpunkte ergibt sich eine Amplitude, die nur etwa halb so groß ist wie die der Beobachtungen ( $0,17''$ ). In einigen anderen Läufen ist sie fast doppelt so groß. Die Spektralanalyse der Polbewegung aus DyMEG zeigt einen engen Zusammenhang zwischen der Chandler-Amplitude und dem in Abb. 5.5 dargestellten Korrelationskoeffizienten für jeden Startzeitpunkt. Ist die Amplitude der freien Kreiselbewegung groß, erreicht der Korrelationskoeffizient zwischen Modellergebnis und Beobachtung einen hohen Wert. Entscheidend für eine hohe Korrelation ist demnach nicht der Absolutbetrag der Chandler-Amplitude sondern das Verhältnis der Amplituden von Chandler- und Jahresschwingung. Offensichtlich führt der ECHAM3-OMCT Antrieb in DyMEG an günstigen Startzeitpunkten über die Rotationsdeformation zu einer starken Anfachung der Chandler-Schwingung. Dieses Ergebnis ist ein deutlicher Hinweis auf die Wechselwirkungen zwischen freien und erzwungenen Rotationsanteilen in DyMEG.

Die bisherigen Überlegungen führen zur Erkenntnis, dass es günstige und ungünstige Startzeitpunkte für die Integration gibt. Ein günstiger Startzeitpunkt zeichnet sich durch zwei Aspekte aus: Zum einen erzeugt das Modell eine Chandler-Periode, die in guter Übereinstimmung mit den Beobachtungen ist. Zum anderen reagiert DyMEG über die Rotationsdeformation auf die gravitativen und geophysikalischen Antriebe und regt die Amplitude der freien Kreiselbewegung derart an, dass die resultierende Schwebung aus Chandler- und Jahresschwingung bis auf die Schwebungsamplitude in Übereinstimmung mit der beobachteten Schwebung ist. Die im Falle von ECHAM3-OMCT durch die Überschätzung des Jahressignals verursachte Diskrepanz zwischen den Schwebungsamplituden von Modell und C04-Reihe führt zu den relativ hohen RMS-Werten, die in Abb. 5.5 dargestellt sind. Da die auf den atmosphärischen Reanalysen basierende Antriebskombination NCEP-ECCO realitätsnäher ist als ECHAM3-OMCT, stimmen die Schwebungsamplituden aus DyMEG und C04 hier wesentlich besser überein. Die RMS-Werte sind folglich niedriger.

Abschließend bleibt die Frage zu klären, für welche Zeitpunkte ein Start der Simulationen günstig ist. Es wird vermutet, dass ein entscheidendes Kriterium für einen günstigen oder ungünstigen Startzeitpunkt der jeweilige Phasenstand von Chandler- und Jahresschwingung ist. Eine Phasenverschiebung bei einem der beiden Signalanteile führt zur Verschiebung der Knoten und Maxima der Schwebung. Der Phasenstand der Jahresschwingung zum Startzeitpunkt der Integration geht aus den jeweils berücksichtigten Antrieben hervor. Die Phase der Chandler-Schwingung ist mit den Anfangswerten verknüpft (vgl. Abschnitt 3.3). Werden keine gravitativen und geophysikalischen Antriebe berücksichtigt, ist die freie Kreiselbewegung aus DyMEG in Phase mit der beobachteten Chandler-Schwingung. Auch bei Einführung der atmosphärischen und ozeanischen Drehimpulsvariationen aus NCEP-ECCO stimmen die aus den Modellzeitreihen und den Beobachtungen geschätzten Phasen der Chandler-Schwingung nahezu bei allen Läufen gut überein (Abb. 5.8). Für die Simulation, die am 1.7.1986 gestartet wird, ist jedoch eine deutliche Abweichung zu erkennen. Dass die Phasen der Chandler-Periode aus Modell und Beobachtungen für diesen Lauf schlechter übereinstimmen, erklärt die Abweichung der Polbewe-

gung gegenüber den beiden benachbarten Simulationen (vgl. Abb. 5.6). Die für die Jahresschwingung ermittelten Phasen zeigen bei NCEP-ECCO durchgehend einen leichten und annähernd konstanten Versatz zwischen Modell und C04, der in etwa ein halbes Monat beträgt (Abb. 5.7; vgl. Abschnitt 6.1). Im Falle von ECHAM3-OMCT sind in Abhängigkeit vom Startzeitpunkt vor allem bei der Chandler-Schwingung größere Diskrepanzen zu erkennen. Offensichtlich führt die Berücksichtigung der geophysikalischen Antriebe in DyMEG an manchen Stellen zu einer Verschiebung der Chandler-Phase. Bei fast allen Läufen, die vor 1974 gestartet wurden, ist die Übereinstimmung der Phase mit C04 sehr schlecht. Für Startzeitpunkte zwischen 1974-76, 1981-83 und ab 1986 passen die Chandler-Phasen der Modellergebnisse dagegen gut zu denen der Beobachtungen. Genau für diese Läufe wird die höchste Korrelation zwischen den Modellergebnissen und den Beobachtungen erreicht (Abb. 5.5). Bei der Jahresschwingung zeigt sich eine durchgehend bessere Übereinstimmung der Phasen von Modellergebnis und C04 als dies bei NCEP-ECCO der Fall ist. Der Versatz liegt hier im Bereich von wenigen Tagen.

Der Phasenstand der Chandler-Schwingung scheint das entscheidende Kriterium für einen günstigen Startzeitpunkt zu sein. Während die Chandler-Phasen bei NCEP-ECCO für nahezu alle Läufe gut mit den Beobachtungen übereinstimmen, treten bei ECHAM3-OMCT für manche Startzeitpunkte Phasenverschiebungen auf, obwohl ab 1980 für beide Modellkombinationen dieselben Anfangsbedingungen gelten. Für den auf den Reanalysen basierenden Antrieb liefern alle Startzeitpunkte ausser der 1.7.1986 gute Ergebnisse. Dagegen ist ein Start der durch ECHAM3-OMCT angetriebenen Läufe insbesondere vor 1975 nicht sinnvoll. Für diese Modellkombination wird der 1.1.1975 als günstiger Startzeitpunkt angesehen. Hier sind die Phasen von Chandler- und Jahresschwingung in guter Übereinstimmung mit C04, die Chandler-Periode beträgt 432,1 Tage und der Korrelationskoeffizient zwischen der Polbewegung aus DyMEG und den Beobachtungen beträgt 0,95.

Durch eine Wiederholung der Läufe mit getrennten atmosphärischen und ozeanischen Antrieben kann die Ursache der an manchen Startzeitpunkten auftretenden Verschiebungen der Chandler-Phase nicht eindeutig der Atmosphäre oder den Ozeanen zugeordnet werden. Sowohl für die allein durch ECHAM3 als auch für die allein durch OMCT angetriebenen Läufe stimmt die Chandler-Phase bis 1974 nicht mit C04 überein. Die Phasenverschiebungen sind vermutlich eine Folge des stochastischen Charakters der atmosphärischen Antriebe auf Zeitskalen von unter einem Monat (vgl. Abschnitt 4.2.1). Das in den Antrieben enthaltene Rauschen, das das gesamte Spektrum und damit auch den Bereich der Chandler-Periode beeinflusst (SEITZ *et al.* 2005), ist im Gegensatz zu den Reanalysen nicht in Übereinstimmung mit dem beobachteten atmosphärischen Zustand. Damit sind auch die Phasenstände der für den Antrieb der Chandler-Schwingung verantwortlichen Anregungsanteile nicht mit der Realität synchronisiert. Da OMCT durch ECHAM3 angetrieben wird, setzen sich die zufälligen Drehimpulsvariationen von ECHAM3 auf OMCT fort (Abschnitt 6.1.3). Aus diesem Grund treten die Verschiebungen der Chandler-Phase auch in den allein durch OMCT angetriebenen Läufen auf.

## 5.4 Sensitivität des Systems gegenüber den Parametern des Näherungs-Trägheitsellipsoids $\underline{\mathbf{I}}_0$

Der in die Liouville-Gleichung eingeführte Trägheitstensor der Erde  $\underline{\mathbf{I}}(t)$  wird in DyMEG aus dem konstanten Tensor eines Näherungs-Trägheitsellipsoids  $\underline{\mathbf{I}}_0$  (Gl. 2.12) und einem zeitvariablen Anteil  $\Delta\underline{\mathbf{I}}(t)$  (Gl. 2.13) zusammengesetzt. Während die zeitlichen Variationen des Trägheitstensors als Folge gravitativer und geophysikalischer Prozesse entstehen und durch Modelle beschrieben werden, sind die Elemente des Tensors  $\underline{\mathbf{I}}_0$  invariante Parameter des Erdsystemmodells. Neben den Hauptträgheitsmomenten  $A$ ,  $B$  und  $C$  wird auch die Orientierung der Hauptträgheitsachsen gegenüber dem terrestrischen System in DyMEG vorgegeben. Die entsprechenden Parameterwerte (Tab. 3.1) basieren auf den aktuellen Schwerefeldmodellen JGM-3, EGM96, GRIM5-S1 und GRIM5-S1CH1 und wurden mit Genauigkeiten von  $1 \cdot 10^{-7}$  (Hauptträgheitsmomente) bzw.  $1 \cdot 10^{-4}$  (Orientierung der Hauptträgheitsachsen) bestimmt (MARCHENKO und SCHWINTZER 2003).

Zunächst wird untersucht, wie sich die Verwendung eines triaxialen Näherungs-Trägheitsellipsoids ( $A \neq B$ ) anstelle eines üblicherweise in Studien zur Erdrotation verwendeten biaxialen Ellipsoids ( $A = B$ ) auf die Zeitreihen für Polbewegung und Tageslängenvariation auswirkt. Die Annahme von Rotationssymmetrie ist Voraussetzung für die analytische Lösung der Liouville-Gleichung (vgl. Abschnitt 2.6.1). Während die Chandler-Bewegung im triaxialen Fall leicht elliptisch ist (numerische Exzentrizität 0,10), ist die freie Kreiselbewegung bei einem biaxialen Ausgangskörper zirkular. Um den Fehler abschätzen zu können, der bei Verwendung eines rotationssymmetrischen Näherungs-Trägheitsellipsoids im Modell entsteht, werden zwei Läufe von DyMEG miteinander verglichen, die durch NCEP-ECCO angetrieben werden und sich bezüglich  $\underline{\mathbf{I}}_0$  unterscheiden. Im ersten Lauf wird das bisher verwendete triaxiale Trägheitsellipsoid eingeführt, im zweiten wird

$\mathbf{I}_0 = \text{diag} \left( \frac{A+B}{2}, \frac{A+B}{2}, C \right)$  angesetzt. Die mittleren quadratischen Klaffungen zwischen den Zeitreihen der Polbewegung, die sich wie oben über mehr als zwei Dekaden erstrecken, betragen 1,5 mas bzw. 1,8 mas ( $x$ - bzw.  $y$ -Komponente). Für den RMS-Wert der Tageslängenvariation ergibt sich  $10 \mu\text{s}$ . In allen drei Komponenten beträgt der Korrelationskoeffizient 1,0. Demnach liegt der Fehler, der durch die biaxiale Näherung entsteht, für die ersten beiden Komponenten des Erdrotationsvektors in der gleichen Größenordnung wie die Unsicherheit der numerischen Lösung, die durch den Vergleich unterschiedlicher Lösungsalgorithmen ermittelt wurde (Tab. 5.1). Die Amplitude der Tageslängenvariation wird im Vergleich dazu durch den Übergang vom biaxialen zum triaxialen Näherungs-Trägheitsellipsoid etwas stärker beeinflusst (vgl. Tab. 5.2). Allerdings liegt der Unterschied zwischen den beiden Zeitreihen für  $\Delta LOD$  immer noch deutlich unterhalb der Beobachtungsgenauigkeit moderner geodätischer Weltraumverfahren. Die Annahme von Rotationssymmetrie ist folglich auch für lange Integrationszeiträume unkritisch.

In den meisten bisherigen Untersuchungen zur Erdrotation wurde der Tensor des Näherungs-Trägheitsellipsoids vereinfachend mit  $\mathbf{I}_0 = \text{diag} (A, A, C)$  eingeführt (LAMBECK 1980, Seite 31; MORITZ und MUELLER 1987, Seite 47). Obwohl die Differenz zwischen  $A$  und  $B$  um fünf Größenordnungen kleiner ist als die Beträge von  $A$  und  $B$  selbst, führt das simple Ersetzen von  $B$  durch  $A$  zu einem nicht vernachlässigbaren Effekt auf die Zeitreihen der Polbewegung: Die Periode der freien Kreiselbewegung wird gegenüber einer triaxialen Lösung um etwa 1,5 Tage verkürzt (Tab. 5.4). Aufgrund dieser Frequenzverschiebung divergieren zwei Zeitreihen der Polbewegung, die für  $\mathbf{I}_0 = \text{diag} (A, A, C)$  und für einen triaxialen Näherungs-Trägheitstensor berechnet werden (SEITZ und KUTTERER 2002). Die mittleren quadratischen Klaffungen zwischen den Zeitreihen beider Läufe betragen für NCEP-ECCO 35,3 mas bzw. 35,5 mas ( $x$ - bzw.  $y$ -Komponente der Polbewegung). Für die Korrelationskoeffizienten ergibt sich jeweils 0,97. Bei der Tageslängenvariation tritt im Gegensatz zur Polbewegung keine Frequenzverschiebung auf. Wie in der vorhergehenden Untersuchung beträgt der Korrelationskoeffizient zwischen den Läufen 1,0, der RMS-Wert ist mit  $18 \mu\text{s}$  etwa doppelt so hoch. Die Wiederholung des Experiments für ECHAM3-OMCT liefert ähnliche Werte. Um die Frequenzverschiebung bei der Polbewegung zu kompensieren und die biaxiale Lösung mit der Chandler-Periode des triaxialen Experiments in Übereinstimmung zu bringen, müsste der Realteil der Lovezahl für die Rotationsdeformation  $k_2$  auf den Wert 0,355 eingestellt werden (vgl. Abschnitt 5.2). Dies gilt für beide Antriebskombinationen. Folglich schlagen sich fehlerhafte Werte der Hauptträgheitsmomente direkt in der für das Modell optimalen Lovezahl  $k_2$  nieder.

Tabelle 5.4: Periode der freien Kreiselbewegung aus DyMEG für ein triaxiales und ein biaxiales Näherungs-Trägheitsellipsoid  $\mathbf{I}_0$  in Abhängigkeit von  $\Re(k_2)$ .

	NCEP-ECCO [Tage]		ECHAM3-OMCT [Tage]	
	$\Re(k_2) = 0,3520$	$\Re(k_2) = 0,3550$	$\Re(k_2) = 0,3520$	$\Re(k_2) = 0,3550$
$\mathbf{I}_0 = \text{diag} (A, B, C)$	434,1	435,9	432,1	433,5
$\mathbf{I}_0 = \text{diag} (A, A, C)$	432,4	434,2	430,7	432,0

Abschließend wird die Abhängigkeit der Lösung von der Orientierung der Hauptträgheitsachsen in Bezug auf das terrestrische System untersucht. Die Achse des kleinsten Hauptträgheitsmoments  $A$  ist in Richtung  $\lambda(A) = 14,9291^\circ$  westlicher Länge orientiert (MARCHENKO und SCHWINTZER 2003). Die polare Hauptträgheitsachse weist in Richtung  $\varphi(A) = 89,9999^\circ$  nördlicher Breite und die Achse des Hauptträgheitsmoments  $B$  ergänzt die beiden anderen Achsen zum Rechtssystem. In der Sensitivitätsanalyse wird ausschließlich der Winkel  $\lambda(A)$  in der Äquatorebene betrachtet. Die Richtung  $\varphi(A) = 89,9999^\circ$  ist um zwei Größenordnungen genauer bestimmbar und wird als unkritisch angesehen. Wird ein biaxiales Näherungs-Trägheitsellipsoid angesetzt, spielt die Orientierung der äquatorialen Hauptträgheitsachsen gegenüber dem terrestrischen System aufgrund der Rotationssymmetrie keine Rolle. Da die numerische Exzentrizität der Chandler-Schwingung aufgrund des geringen Unterschieds zwischen den beiden Hauptträgheitsmomenten  $A$  und  $B$  sehr klein ist, bewirkt eine Variation des Winkels innerhalb eines Intervalls von  $344,5^\circ$  bis  $345,5^\circ$  (51 Läufe mit einer Schrittweite von  $0,02^\circ$ ) keinen großen Effekt auf die Modellergebnisse: Alle Zeitreihen weisen untereinander einen Korrelationskoeffizienten von nahezu 1,0 auf, die RMS-Werte erreichen maximal 4 mas für die Polbewegung und  $3 \mu\text{s}$  für  $\Delta LOD$ . Aufgrund der hohen Genauigkeit, mit der  $\lambda(A)$  aus Beobachtungen abgeleitet werden kann, und aufgrund der geringen Sensitivität des Modells gegenüber der Orientierung der Hauptträgheitsachsen ist der Parameter  $\lambda(A)$  unkritisch.

## 6. Modellergebnisse im Vergleich mit geodätischen Beobachtungen

Die Modellzeitreihen für Polbewegung und Tageslängenvariation werden unter Verwendung der in der Sensitivitätsanalyse ermittelten Modellparameter mit DyMEG berechnet. Um die Leistungsfähigkeit des Modells beurteilen zu können, und um die numerischen Ergebnisse zu validieren, werden die Zeitreihen dieser Zielparаметer den Beobachtungen geodätischer Weltraumverfahren im Zeit- und Frequenzbereich gegenübergestellt. Auf der Modellseite stehen die beiden unabhängigen Antriebskombinationen NCEP-ECCO und ECHAM3-OMCT für die Beschreibung der atmosphärischen und ozeanischen Drehimpulsvariationen zur Verfügung. Die Beobachtungen für Polbewegung und Tageslängenvariation entstammen der vom IERS veröffentlichten Reihe C04 und liegen in täglicher Auflösung vor. Neben den Erdrotationsparametern werden in DyMEG die Zeitreihen der Schwerefeldkoeffizienten zweiten Grades berechnet, die mit den Elementen des Trägheitstensors der Erde in Zusammenhang stehen. In dieser Arbeit sind jedoch für die durch die geophysikalischen Antriebe überdeckten Zeiträume keine zeitlich hochaufgelösten Reihen der Schwerefeldkoeffizienten zweiten Grades verfügbar, wie sie etwa durch die neuen Satellitenmissionen CHAMP und GRACE für die aktuelle Dekade ermittelt werden sollen. Für Vergleiche im Rahmen dieser Arbeit liegen lediglich Variationen des Koeffizienten  $\Delta\bar{C}_{20}(t)$  vor, die auf SLR-Beobachtungen basieren.

### 6.1 Polbewegung

#### 6.1.1 Gemeinsamer atmosphärischer und ozeanischer Antrieb

Für jede der beiden Antriebskombinationen wird ein Lauf mit DyMEG durchgeführt, wobei alle in Kapitel 3 beschriebenen gravitativen und geophysikalischen Effekte berücksichtigt werden. Die Zeitreihen der Polbewegung und der Tageslängenvariation umfassen die Zeiträume vom 1.1.1980 bis zum 1.3.2002 (NCEP-ECCO) bzw. vom 1.1.1975 bis zum 31.12.1994 (ECHAM3-OMCT). In der Sensitivitätsanalyse führten diese beiden Läufe zu guten Modellergebnissen (Abschnitt 5.3.2). Abb. 6.1 zeigt die Polbewegung aus DyMEG im Vergleich mit den geodätischen Beobachtungen. Für NCEP-ECCO ist sowohl die Zeitreihe der  $x$ - als auch die der  $y$ -Komponente in sehr guter Übereinstimmung mit den geodätischen Beobachtungen (lineare Trends wurden in der Abbildung jeweils abgezogen). Dagegen weist der durch ECHAM3-OMCT angetriebene Lauf in beiden Komponenten überhöhte Schwebungsamplituden auf. In einem ersten, sehr einfachen Analyse-Ansatz werden die mittleren Amplituden und die auf den jeweiligen Anfangszeitpunkt bezogenen Phasenstände der beiden stärksten Signalanteile der

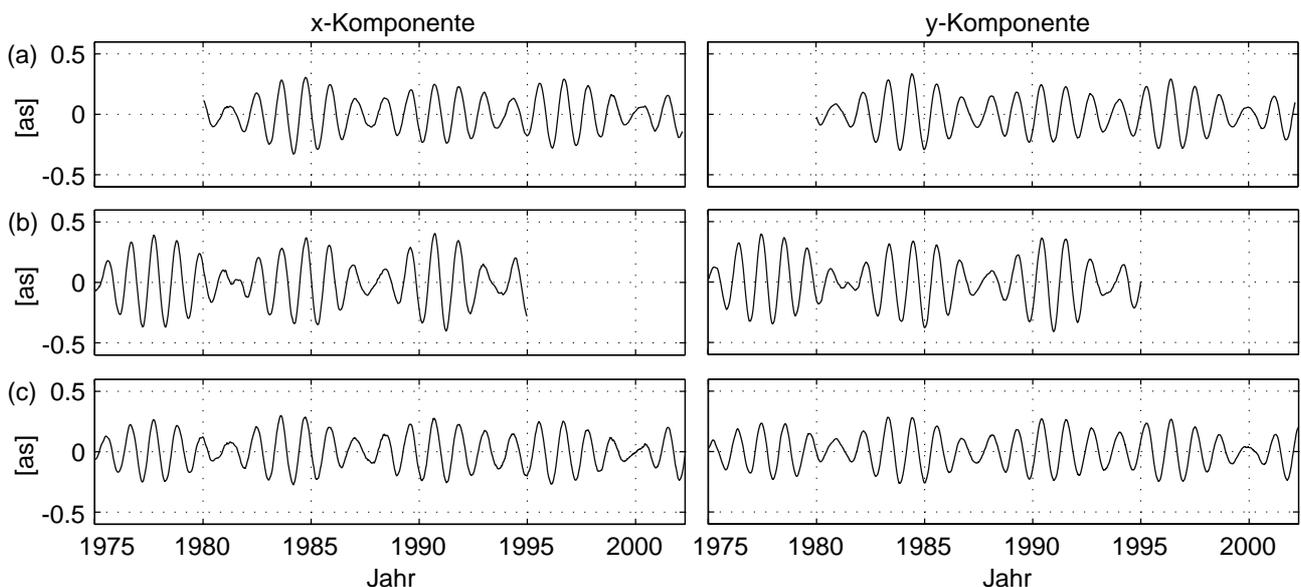


Abbildung 6.1: Modellergebnisse für die Polbewegung bei Einführung atmosphärischer und ozeanischer Antriebe im Vergleich mit den geodätischen Beobachtungen. (a) NCEP-ECCO, (b) ECHAM3-OMCT, (c) Beobachtungszeitreihe C04. Lineare Trends wurden beseitigt.

Polbewegung (Jahres- und Chandler-Schwingung) simultan nach der Methode der kleinsten Quadrate aus den Modellzeitreihen geschätzt (vgl. Abb. 5.7 und 5.8). Die Werte werden in den Tab. 6.1 und 6.2 mit den entsprechenden Resultaten aus der C04-Reihe verglichen, die für den jeweils überdeckten Zeitraum (1980-2002 bzw. 1975-1994) ermittelt wurden. Darüber hinaus sind die Korrelationskoeffizienten zwischen Modellergebnissen und Beobachtungen sowie die jeweiligen mittleren quadratischen Klaffungen (RMS) zwischen den Zeitreihen angegeben.

Tabelle 6.1: Vergleich der durch NCEP-ECCO angetriebenen Modellergebnisse mit den Beobachtungen (1980-2002).

	NCEP-ECCO		C04 (1980-2002)	
	<i>x</i> -Komponente	<i>y</i> -Komponente	<i>x</i> -Komponente	<i>y</i> -Komponente
Korrelation mit C04	0,98	0,99	-	-
RMS [mas]	29,5	23,3	-	-
Jahresschwingung				
Amplitude [mas]	85,4	79,1	81,7	75,4
Phase [°]	199	303	215	306
Phasenverschiebung [Tage]	-17	-3	-	-
Chandler-Schwingung				
Amplitude [mas]	185,7	186,5	179,5	179,4
Phase [°]	92	184	99	189
Phasenverschiebung [Tage]	-7	-6	-	-

Tabelle 6.2: Vergleich der durch ECHAM3-OMCT angetriebenen Modellergebnisse mit den Beobachtungen (1975-1994).

	ECHAM3-OMCT		C04 (1975-1994)	
	<i>x</i> -Komponente	<i>y</i> -Komponente	<i>x</i> -Komponente	<i>y</i> -Komponente
Korrelation mit C04	0,95	0,94	-	-
RMS [mas]	70,8	75,8	-	-
Jahresschwingung				
Amplitude [mas]	167,7	167,9	85,0	76,2
Phase [°]	201	295	208	299
Phasenverschiebung [Tage]	-7	-5	-	-
Chandler-Schwingung				
Amplitude [mas]	202,9	201,7	173,7	173,5
Phase [°]	0	91	355	89
Phasenverschiebung [Tage]	5	3	-	-

Sowohl für die Jahres- als auch für die Chandler-Periode zeigt der Vergleich der jeweils ermittelten Phasenstände einen zeitlichen Versatz zwischen den Modellergebnissen und der C04-Reihe, der in der Regel weniger als eine Woche beträgt. Die einzige Ausnahme bildet das Jahressignal in der *x*-Komponente des durch NCEP-ECCO angetriebenen Laufs, das gegenüber den Beobachtungen eine Phasenverschiebung von etwa -17 Tagen aufweist. Bei den Amplituden ergeben sich für NCEP-ECCO nur geringe Abweichungen gegenüber C04. Dagegen zeigt das Modellergebnis für ECHAM3-OMCT eine Jahresschwingung, deren Amplitude etwa doppelt so groß wie die der Beobachtungen ist. Der Grund dafür ist das durch ECHAM3 überschätzte Jahressignal der atmosphärischen Drehimpulsvariabilität (vgl. Abschnitt 4.3). Über den Rückkopplungsmechanismus der Rotationsdeformation wird auch die Chandler-Schwingung in DyMEG durch die ECHAM3-OMCT Antriebe zu stark angefacht (vgl. Abschnitt 5.3.2). Folglich ist die Amplitude der freien Kreiselbewegung des Modells im Vergleich zur C04-Reihe ebenfalls zu hoch. Wie bei den Beobachtungen ist die Chandler-Schwingung aus DyMEG sowohl für NCEP-ECCO als auch für ECHAM3-OMCT nahezu zirkular.

Alternativ zur bisherigen getrennten Analyse der *x*- und *y*-Komponente werden bei Untersuchungen zur Polbewegung häufig auch beide Komponenten gemeinsam betrachtet. Dazu wird das zweidimensionale Signal als komplexe Gleichung formuliert:  $p(t) := x(t) + i y(t)$ . Die in der komplexen Zahlenebene resultierende Polkurve entspricht einer additiven Überlagerung von mehr oder weniger elliptischen Schwingungen unterschiedlicher Frequenzen. Für den einer bestimmten Frequenz  $f$  zugeordneten Signalanteil  $p^f(t)$  gilt

$$p^f(t) = A_x^f \sin(2\pi f t + \varphi_x^f) + i A_y^f \sin(2\pi f t + \varphi_y^f), \quad (6.1)$$

beziehungsweise

$$\begin{aligned} p^f(t) &= (A_x^f \cos \varphi_x^f + i A_y^f \cos \varphi_y^f) \sin(2\pi f t) + (A_x^f \sin \varphi_x^f + i A_y^f \sin \varphi_y^f) \cos(2\pi f t) \\ &=: s^f \sin(2\pi f t) + c^f \cos(2\pi f t). \end{aligned} \quad (6.2)$$

Abweichend von dieser Darstellung wird in Untersuchungen zur Erdrotation zumeist eine Parametrisierung verwendet, die als Überlagerung zweier kreisförmiger Bewegungen mit gleicher Frequenz aber gegenläufigem Umlaufsinn interpretiert werden kann (MUNK und MACDONALD 1960, Seite 46f.; DILL 2002):

$$p^f(t) = (X^{+f} + i Y^{+f}) e^{i2\pi f t} + (X^{-f} + i Y^{-f}) e^{-i2\pi f t}. \quad (6.3)$$

Der erste Term dieser Gleichung entspricht einer vom Nordpol aus betrachtet gegen den Uhrzeigersinn von West nach Ost gerichteten Bewegung (positive Frequenz) mit der Amplitude  $(X^{+f} + i Y^{+f})$ . Analog dazu beschreibt der zweite Term eine Bewegung im Uhrzeigersinn von Ost nach West (negative Frequenz) mit der Amplitude  $(X^{-f} + i Y^{-f})$ . Die beiden Terme werden auch als *prograde* bzw. *retrograde* Polbewegung bezeichnet. Während ein elliptischer Signalanteil der Polbewegung als Überlagerung einer prograden mit einer retrograden Schwingung aufgefasst werden kann, wird ein zirkularer Signalanteil ausschließlich entweder durch eine prograde oder eine retrograde Oszillation beschrieben. Beispiele für diese beiden Kategorien sind die elliptische Jahresschwingung und die nahezu zirkuläre prograde Chandler-Schwingung. Zwischen  $s^f$  und  $c^f$  sowie  $(X^{+f} + i Y^{+f})$  und  $(X^{-f} + i Y^{-f})$  bestehen die Zusammenhänge (MUNK und MACDONALD 1960, Seite 47)

$$\begin{aligned} s^f &= i[(X^{+f} + i Y^{+f}) - (X^{-f} + i Y^{-f})] \\ c^f &= (X^{+f} + i Y^{+f}) + (X^{-f} + i Y^{-f}). \end{aligned} \quad (6.4)$$

Um die Übereinstimmung der Polbewegung aus DyMEG mit der C04-Reihe im Spektralbereich zu überprüfen, wird der Frequenzinhalt der Modellzeitreihen eingehend untersucht und mit dem Spektrum der geodätischen Beobachtungen verglichen. Aus der Darstellung der Polbewegung gemäß Gl. (6.3) ist unmittelbar zu erkennen, dass das Spektrum der komplexen Funktion  $p(t)$  sowohl positive als auch negative Frequenzen umfasst (progrades bzw. retrogrades Spektrum).

## Fourier-Analyse

Das Spektrum  $S_p(f)$  der Funktion  $p(t)$ , die während des zeitlich begrenzten Intervalls  $[t_0, t_{end}]$  erfasst ist, folgt aus der Fourier-Transformation der Autokovarianzfunktion  $C_p(\tau)$ . Für die Autokovarianzfunktion gilt (SCHMIDT 2000)

$$C_p(\tau) = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_{end}-\tau} p^*(t) p(t+\tau) dt, \quad (6.5)$$

mit  $C_p(-\tau) = C_p^*(\tau)$  und  $0 \leq \tau \leq T = t_{end} - t_0$ . In der Gleichung bezeichnet  $p^*(t)$  die konjugiert komplexe Funktion. Das Fourier-Spektrum der Polbewegung folgt damit über den Zusammenhang

$$S_p(f) = \int_{-T}^T C_p(\tau) e^{-i2\pi f \tau} d\tau. \quad (6.6)$$

Diese Darstellung ist gleichbedeutend mit der Formulierung

$$S_p(f) = \frac{1}{T} |P(f)|^2 = \frac{1}{T} P(f) P^*(f), \quad (6.7)$$

die den Zusammenhang zwischen dem Spektrum  $S_p(f)$  und der durch

$$P(f) = \int_{t_0}^{t_{end}} p(t) e^{-i2\pi f t} dt \quad (6.8)$$

definierten Fourier-Transformation  $P(f)$  der Funktion  $p(t)$  herstellt (SCHMIDT 2000). Das Spektrum  $S_p(f)$  beschreibt die Signalleistung als Funktion der Frequenz und wird daher auch als Leistungsspektrum oder Spektraldichtefunktion (engl.: power spectral density, PSD) bezeichnet (KOCH und SCHMIDT 1994, Seite 170). Im Falle der Polbewegung wird die Signalleistung in der Einheit  $[\text{as}^2 \cdot \text{d}]$  angegeben. Über das *Energie-Theorem* steht das Leistungsspektrum mit der im Signal enthaltenen Energie  $E_p$  in Zusammenhang (SCHMIDT 2001, Seite 47):

$$E_p = T \int_{-\infty}^{\infty} S_p(f) df = \int_{t_0}^{t_{end}} p(t) p^*(t) dt. \quad (6.9)$$

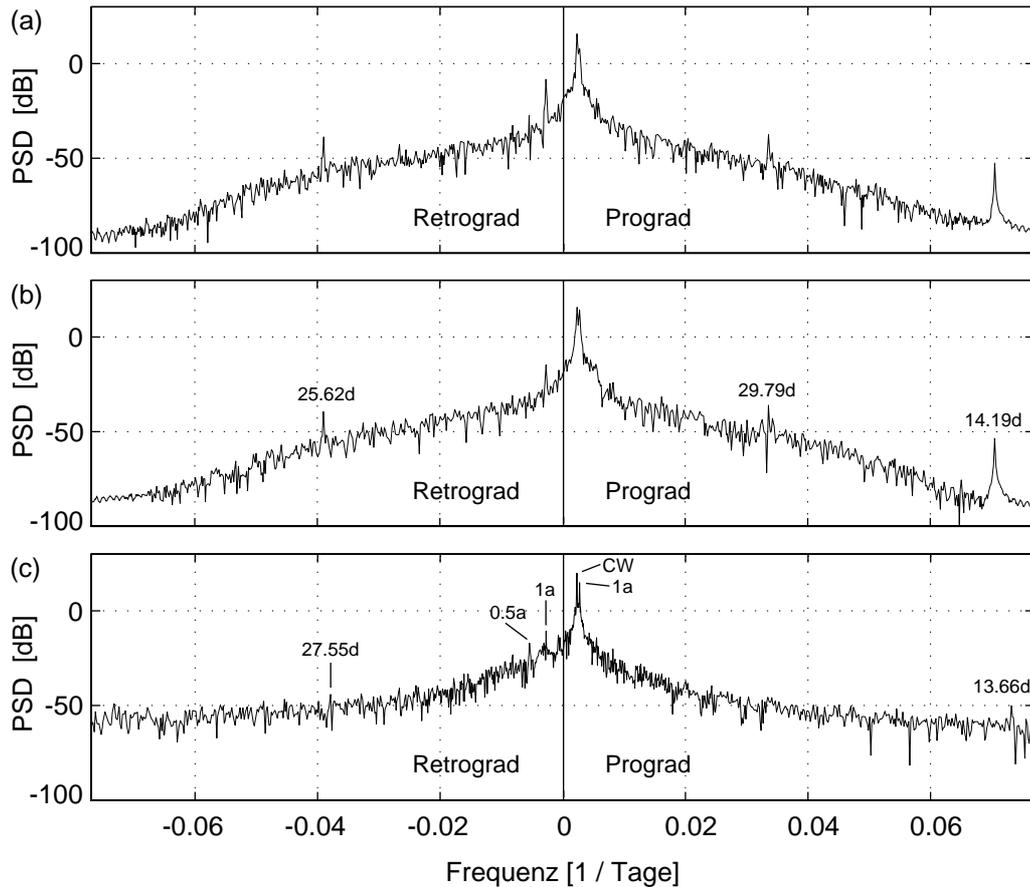


Abbildung 6.2: Leistungsspektren der Modellergebnisse und der Beobachtungen für prograde und retrograde Anteile der Polbewegung. (a) NCEP-ECCO, (b) ECHAM3-OMCT, (c) Beobachtungszeitreihe C04. Die Chandler-, Jahres- und Halbjahresschwingung sowie die Gezeiten signale sind markiert.

Die Spektren der Modellzeitreihen und der Beobachtungen sind einander in Abb. 6.2 gegenübergestellt. Um auch schwächere Signale (etwa im Gezeitenbereich) erkennen zu können, ist eine logarithmische Darstellung in Dezibel ( $= 10 \log_{10}[S_p(f)]$ ) gebräuchlich (BRZEZINSKI 1995). Der abgebildete Frequenzbereich umfasst Perioden  $> 12$  Tage.

Einer der auffälligsten Unterschiede zwischen den Spektren der Modellergebnisse und der Beobachtungen zeigt sich im Bereich der Perioden unter einem Monat ( $|f| > 0,035 \text{ d}^{-1}$ ). Während die Signalleistung der C04-Reihe für die dargestellten Frequenzen stets mehr als -60 dB beträgt ( $1 \cdot 10^{-6} \text{ as}^2 \cdot \text{d}$ ), sinkt die Leistung im Spektrum der Ergebnisse mit zunehmender Frequenz rapide ab. Bei 20 Tagen ( $|f| = 0,05 \text{ d}^{-1}$ ) ist ihr Betrag um zwei, bei 10 Tagen bereits um drei Größenordnungen geringer als beobachtet. Dies liegt daran, dass die hochfrequenten Anteile der atmosphärisch-ozeanischen Variabilität durch die beiden verwendeten Antriebskombinationen nur eingeschränkt (NCEP-ECCO) bzw. gar nicht (ECHAM3-OMCT) beschrieben werden können. Da ECHAM3 ausschließlich durch monatliche Mittelwerte der beobachteten Meeresoberflächentemperatur und der Eisbedeckung angetrieben wird, ist das Modell nicht in der Lage, realistische atmosphärische Variationen auf kürzeren Zeitskalen zu erzeugen. Die im Spektralbereich von weniger als einem Monat vorhandenen Variationen der atmosphärisch induzierten Deviationsmomente und Relativdrehimpulse entstehen durch die interne Modellvariabilität und sind daher rein stochastisch (vgl. Abschnitt 4.2.1) (STUCK und HENSE 2002; STUCK 2002, Seite 42). Da OMCT durch ECHAM3 angetrieben wird, gilt diese Aussage für die Ozeane entsprechend. Im Falle der Reanalysen stehen Antriebsfelder und Beobachtungen in unterschiedlicher zeitlicher Auflösung zwischen fünf Tagen und einem Monat zur Verfügung (vgl. Abschnitt 4.1.1). Daher wäre eigentlich zu erwarten, dass das Modellergebnis für NCEP-ECCO im Periodenbereich unter einem Monat etwas besser mit den Beobachtungen übereinstimmt. Allerdings ist es auch möglich, dass zumindest ein Teil der Abweichung gegenüber dem Spektrum der Beobachtungen durch sekundäre Einflussfaktoren begründet ist (z.B. kontinentale Hydrologie), die bislang in DyMEG unberücksichtigt sind (DICKEY *et al.* 1992).

Deutlich erkennbare Spitzen zeigen sich im Frequenzbereich der prograden Chandler-Schwingung sowie der pro- und retrograden Anteile der Jahresschwingung. Im prograden Spektrum stimmen die Jahresschwingungen

des durch NCEP-ECCO angetriebenen Laufs und der Beobachtungen gut überein. Dagegen ist das retrograde Jahressignal deutlich zu stark. Für ECHAM3-OMCT ergibt sich ein umgekehrtes Bild: Während die Signalleistung der Jahresschwingung im prograden Spektrum eine überhöhte Leistung aufweist, führt die Verwendung dieser Modellkombination zu einer vergleichsweise geringen retrograden jährlichen Oszillation. In beiden Spektren der Modellergebnisse erscheint insbesondere der retrograde Anteil „schärfer“ als im Spektrum der Beobachtungen. Dies könnte möglicherweise darin begründet sein, dass das beobachtete Jahressignal zum einen bezüglich seiner Periode nicht konstant ist und zum anderen keine ideale Sinusgestalt aufweist. Ein Analyseverfahren, das wie die Fourier-Transformation darauf basiert, das zu untersuchende Signal in Sinus- und Cosinusreihen zu entwickeln, kann derartige Abweichungen von der Sinusgestalt nur durch zusätzliche Entwicklungsterme approximieren. Diese führen im Spektrum zum Auftreten von Maxima im Bereich der doppelten, dreifachen, usw. Frequenz, den sogenannten Obertönen oder Harmonischen. Im Falle der Beobachtungszeitreihe ist ein derartiger Effekt deutlich zu erkennen (halbjährliches retrogrades Signal). Da das Jahressignal offensichtlich in den atmosphärischen und ozeanischen Modellen sowohl bezüglich seiner Periode als auch bezüglich seiner Gestalt wesentlich gleichmäßiger ist, treten hier keine (ECHAM3-OMCT) bzw. deutlich geringere (NCEP-ECCO) Halbjahressignale auf. Allerdings lässt das Analyseverfahren keine Aussagen darüber zu, ob nicht zumindest ein Teil des in der C04-Reihe festgestellten retrograden Halbjahressignals tatsächlich physikalisch begründet ist.

Weitere deutliche Maxima in den Spektren der Polbewegung werden durch die Erdzeiten  $M_f$  (halbmonatlich) und  $M_m$  (monatlich) hervorgerufen. Im Bereich der prograden Gezeit  $M_f$  ( $f = 0,07 \text{ d}^{-1}$ ) ist die spektrale Leistung beider Modellzeitreihen in sehr guter Übereinstimmung mit dem entsprechenden aus der C04-Reihe ermittelten Wert. Die Periodendauer ist mit 14,19 Tagen etwas länger als beobachtet (13,66 Tage). Sowohl im prograden als auch im retrograden Spektrum der Polbewegung aus DyMEG sind die Effekte der Gezeit  $M_m$  zu erkennen. Allerdings liegen die Spitzen bei 29,79 Tagen ( $f = 0,039 \text{ d}^{-1}$ , prograd) und -25,62 Tagen ( $f = -0,034 \text{ d}^{-1}$ , retrograd), obwohl das im Modell verwendete Erdzeitenmodell (MCCARTHY 2003, Kapitel 6) im Bereich der Gezeit  $M_m$  ausschließlich einen dominanten retrograden Term mit einer Periode von 27,55 Tagen enthält. Diese Periode entspricht der Zeitspanne zwischen zwei Perigäumsdurchgängen des Mondes (anomalistischer Monat). Das im prograden Spektrum der Modellzeitreihen auftretende Signal ist in den Beobachtungen nicht erkennbar. Die Gezeitenperioden, die sich mit DyMEG ergeben, stehen über die Gleichung

$$\frac{1}{T} = \frac{1}{365,25 \text{ d}} \pm \frac{1}{27,55 \text{ d}} \quad (6.10)$$

mit dem anomalistischen Monat in Zusammenhang. Mit dem Pluszeichen ergibt sich  $T = 29,79$  Tage, was nahezu einem synodischen Monat (Periode der Mondphasen, 29,32 Tage) entspricht. Mit dem Minuszeichen folgt  $T = 25,62$  Tage. Wird in der Gleichung die Periode des anomalistischen Monats durch 13,66 Tage ersetzt, so liefert die Subtraktion die ebenfalls in DyMEG auftretende Periode von  $T = 14,19$  Tagen. Über die Gleichung (6.10) lassen sich die in DyMEG auftretenden Perioden zwar mit den beobachteten Gezeitensignalen in Zusammenhang bringen, allerdings ist bislang unklar, wodurch diese Verschiebungen im Modell zustande kommen. Spektralanalysen der aus dem Erdzeitenmodell abgeleiteten Potentialkoeffizienten (Gl. 3.23) und der daraus berechneten Variationen des Trägheitstensors liefern keine Hinweise auf eine fehlerhafte Umsetzung des Modells in DyMEG. Die in den Deviationsmomenten auftretenden Signale entsprechen exakt den explizit durch das verwendete Gezeitenmodell vorgegebenen Schwingungen. Ein Lauf mit DyMEG, bei dem atmosphärische und ozeanische Einflüsse (und damit die saisonalen Anregungen), lunisolare Drehmomente und die Rotationsdeformation vernachlässigt werden, zeigt bezüglich der Gezeitenperioden keine Verbesserung. Folglich kommen eventuelle Wechselwirkungen mit anderen Modellkomponenten nicht als Ursache dieses Effekts in Betracht. Nach einem weiteren Testlauf, in dem untersucht wird, ob sich die Verwendung des triaxialen anstelle eines biaxialen Näherungs-Trägheitsellipsoids  $\mathbf{I}_0$  auf die Gezeitenperioden auswirkt, kann auch diese Möglichkeit ausgeschlossen werden. Somit lässt sich die Periodenverschiebung vorerst nicht erklären. Diesbezüglich sind weitere Untersuchungen notwendig.

## Wavelet-Analyse

Für die bisherigen Analysen der Modellergebnisse wurden stets die gesamten Zeitreihen der Polbewegung herangezogen. Da erzwungene Rotationsvariationen durch eine Vielzahl geophysikalischer Prozesse verursacht werden, die sowohl bezüglich ihrer Amplituden als auch bezüglich ihrer Frequenzen zeitlich variabel sind (DREWES und RADON 1990), entsprechen die geschätzten Amplituden (Tab. 6.1 und 6.2) bzw. die Spektralleistungen (Abb. 6.2) „Mittelwerten“ der mit konstanten Perioden angenommenen Signalanteile über den jeweils betrachteten Zeitraum. Um den Frequenzinhalt der Modellergebnisse in Abhängigkeit von der Zeit auflösen zu können, wird für weitere Untersuchungen eine Wavelet-Analyse mit der Morlet-Funktion verwendet. Im Gegensatz zur Fourier-Analyse ermöglicht dieses Verfahren eine gemeinsame Zeit- und Frequenzlokalisierung (SCHMIDT 2001).

Von besonderem Interesse ist dabei die zeitliche Entwicklung der beiden stärksten Signalanteile der Polbewegung, der Chandler- und der Jahresschwingung. Insbesondere soll auch im Frequenzbereich nachgewiesen werden, dass die in DyMEG verwendeten Antriebe die Chandler-Amplitude über mehr als zwei Dekaden hinweg anregen, und die vom Modell erzeugte freie Kreiselbewegung in Übereinstimmung mit den Beobachtungen ist. Durch das unabhängige Analyseverfahren kann auch die Aufspaltung des Jahressignals in den pro- und retrograden Anteil überprüft werden. Vor allem das retrograde Fourier-Spektrum der Modellzeitreihe für NCEP-ECCO zeigte in diesem Bereich eine deutliche Abweichung von den Beobachtungen. Für die kontinuierliche Wavelet-Transformation  $P(a, b)$  der komplexen Funktion  $p(t)$  gilt (SCHMIDT 2001, Seite 69ff.)

$$P(a, b) = \frac{1}{\sqrt{|a|}} \int_{t_0}^{t_{end}} p(t) \psi^*\left(\frac{t-b}{a}\right) dt \quad \text{mit } a \neq 0. \quad (6.11)$$

In dieser Gleichung bezeichnet  $\psi(n)$  mit  $n = \frac{t-b}{a}$  die Morlet-Funktion

$$\psi(n) = e^{i2\pi n} \left( e^{-n^2/2\sigma^2} - \sqrt{2} e^{-(\pi^2\sigma^2 + n^2/\sigma^2)} \right), \quad (6.12)$$

die von der Wahl des *Skalierungsparameters*  $a$ , des *Verschiebungsparameters*  $b$  und des *Gestaltparameters*  $\sigma$  abhängt. Der dimensionslose Skalierungsparameter entspricht einer Dehnung bzw. Stauchung des Wavelets (z. dt. „Wellchens“)  $\psi(n)$ , und steht in unmittelbarem Zusammenhang mit der Frequenz. Zur praktischen Berechnung der Wavelet-Transformation ist sowohl für den Skalierungs- als auch für den Verschiebungsparameter eine Diskretisierung erforderlich. Durch die Wahl eines geeigneten Inkrements  $\Delta a$  lässt sich die Frequenzauflösung der Wavelet-Analyse optimal an die Aufgabenstellung anpassen. Die zeitliche Auflösung wird über den Verschiebungsparameter gesteuert, der im Falle der vorliegenden Zeitreihe  $p(t)$  in Tagen angegeben wird. Sein Inkrement wird mit  $\Delta b$  bezeichnet. Über den konstanten Parameter  $\sigma$  wird die Gestalt der Einhüllenden der Morlet-Funktion beeinflusst. Wird für  $\sigma$  ein kleiner Wert gewählt (etwa  $\sigma \approx 1$ ), so erlaubt die Wavelet-Analyse eine sehr gute Zeit-, aber nur eine relativ schlechte Frequenzlokalisierung. Umgekehrt führt ein größerer Wert von  $\sigma$  auf Kosten der Zeitlokalisierung zu einer genaueren Frequenzlokalisierung. Für  $\sigma \rightarrow \infty$  entspricht die Wavelet-Transformation der Fourier-Transformation, bei der keine Zeitlokalisierung möglich ist (SCHMITZ-HÜBSCH 2002). Für die im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Signalanalysen der Erdrotationsparameter erwiesen sich die Einstellungen  $\Delta a = 5$ ,  $\Delta b = 5$  Tage und  $\sigma = 2$  als günstig.

Aus der Wavelet-Transformation der Polbewegung folgt analog zu Gl. (6.7) das zweidimensionale Wavelet-Skalogramm (SCHMIDT 2001, Seite 76)

$$W_{p,p}(a, b) = |P(a, b)|^2 = P(a, b) P^*(a, b). \quad (6.13)$$

Während das Fourier-Spektrum die im Signal enthaltene mittlere Energie pro Zeiteinheit (Leistung) beschreibt, entspricht das auch vom Verschiebungsparameter  $b$  abhängige Skalogramm einer zeitlich aufgelösten Energiedichtefunktion. Wird die Energiedichte über den Verschiebungsparameter integriert, so folgt die im Signal enthaltene Energie in Abhängigkeit vom Skalierungsparameter  $a$  und damit von der Frequenz:

$$E_p(a) = \int_{b_0}^{b_{end}} W_{p,p}(a, b) db. \quad (6.14)$$

Um die Gesamtenergie  $E_p$  des Signals  $p(t)$  zu ermitteln, wird zusätzlich über den Skalierungsparameter integriert:

$$E_p = \frac{1}{C_\psi} \int_{-\infty}^{\infty} E_p(a) \frac{da}{a^2} = \frac{1}{C_\psi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{b_0}^{b_{end}} W_{p,p}(a, b) db \frac{da}{a^2}, \quad (6.15)$$

worin  $C_\psi$  eine von der gewählten Wavelet-Funktion  $\psi$  abhängige Konstante mit der Einheit  $[d^2]$  ist (SCHMIDT 2001, Seite 69). Das über die Wavelet-Transformation ermittelte Ergebnis für  $E_p$  ist direkt mit dem über die Fourier-Transformation (Gl. 6.9) berechneten Wert zu vergleichen.

Abb. 6.3 zeigt die pro- und retrograden Wavelet-Skalogramme der komplexen Funktion  $p(t)$  für beide Modellkombinationen (links). Die Analyse umfasst Perioden bis zu 600 Tagen. Neben den Modellzeitreihen der Polbewegung werden auch die Residuen gegenüber den Beobachtungen analysiert (rechts). Wird die Zeitreihe der Beobachtungen  $q(t) := \hat{x}(t) + i\hat{y}(t)$  auf die gleiche Weise transformiert ( $\hat{x}$  bzw.  $\hat{y}$  bezeichnen die C04-Werte), lässt sich das Skalogramm  $W_{q,q}(a, b) = Q(a, b) Q^*(a, b)$  berechnen (nicht dargestellt). Durch die Multiplikation der Wavelet-Transformationen der Beobachtungen und der Modellergebnisse ergibt sich das *Kreuzskalogramm*  $W_{p,q}(a, b) = P(a, b) Q^*(a, b)$ . Wird analog zu Gl. (6.14) über den Verschiebungsparameter  $b$  integriert, folgt die Wavelet-Kovarianz

$$E_{p,q}(a) = \int_{b_0}^{b_{end}} W_{p,q}(a, b) db. \quad (6.16)$$

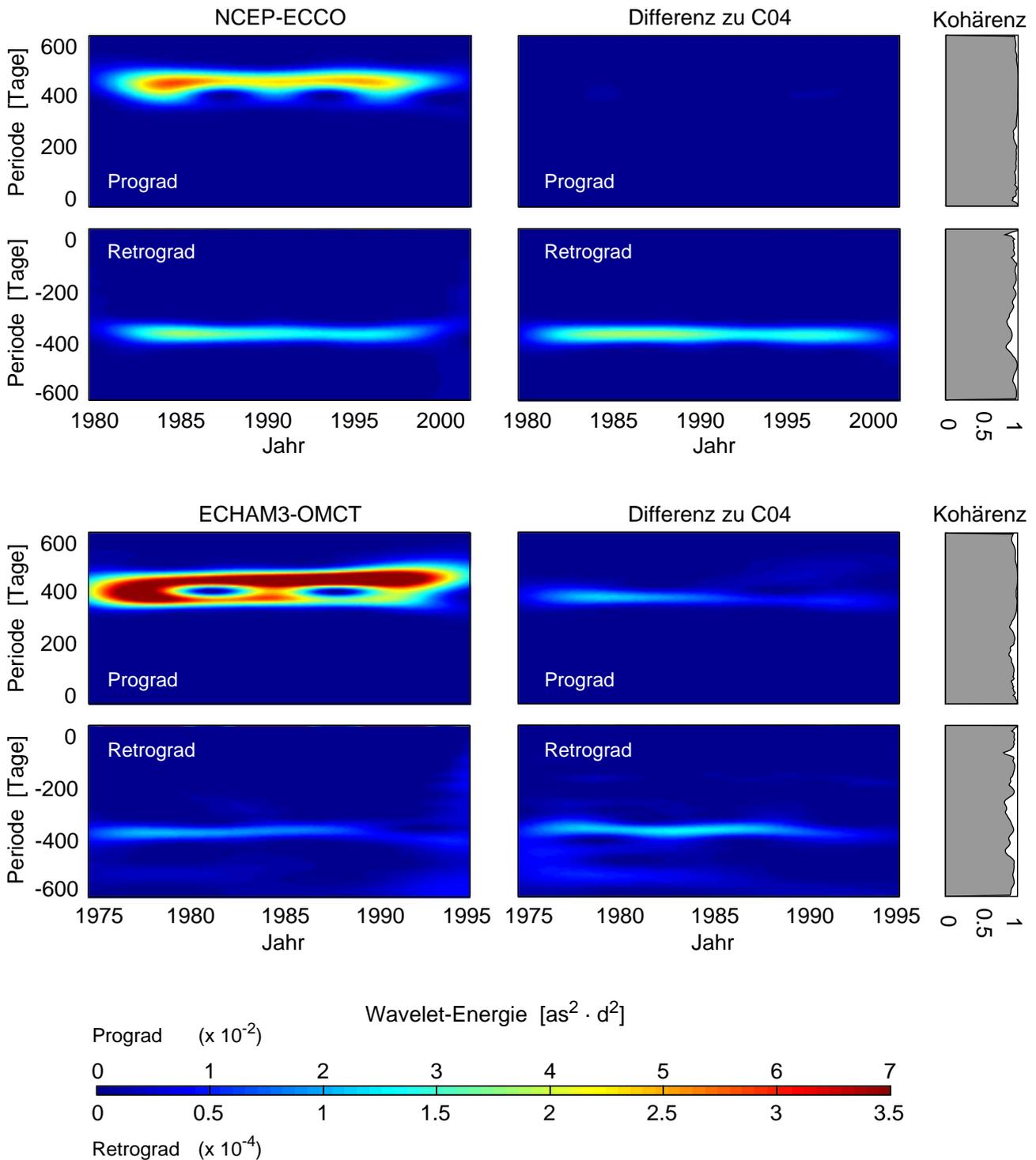


Abbildung 6.3: Wavelet-Skalogramme der Modellergebnisse für die Polbewegung und der Residuen gegenüber den Beobachtungen. Oben: NCEP-ECCO, unten: ECHAM3-OMCT.

Die Übereinstimmung des Energieinhalts der Modellergebnisse und der geodätischen Beobachtungen in Abhängigkeit von der Frequenz kann schließlich über die *normierte Wavelet-Kohärenz* überprüft werden (Abb. 6.3):

$$|\Gamma_{p,q}(a)|^2 = \frac{|E_{p,q}(a)|^2}{E_p(a) E_q(a)}. \tag{6.17}$$

Anstelle der Darstellung von Fourier-Spektren oder Wavelet-Skalogrammen in Einheiten von Leistung bzw. Energie wird oftmals aus Gründen der Interpretierbarkeit eine Darstellung der reellen Amplituden gefordert.

Der Begriff Amplitude bezeichnet die maximale Auslenkung einer harmonischen Schwingung. Da die Wavelet-Analyse jedoch im Gegensatz zur Fourier-Transformation nicht darauf ausgerichtet ist, ein Signal in einander überlagernde harmonische Schwingungen zu zerlegen, ist der Begriff der Amplitude bei diesem Verfahren bedeutungslos. Im Falle der Fourier-Transformation lassen sich den einzelnen Schwingungsanteilen prinzipiell Amplitudenwerte zuordnen. Allerdings können diese nicht ohne weiteres aus den Spektralwerten berechnet werden, da für die Umrechnung eine von der jeweiligen Frequenz abhängige Information über die Phasenverschiebung benötigt wird (SCHMIDT 2001, Seite 51). Da diese im Allgemeinen nicht verfügbar ist, sind die unmittelbar aus dem Spektrum abgeleiteten Amplitudenwerte wenig verlässlich (CURRIE 1974; CHAO 1990). Aus diesem Grund werden in dieser Arbeit stets die direkt aus den Transformationen resultierenden Werte miteinander verglichen.

Für NCEP-ECCO ist im prograden Skalogramm der Residuen nahezu keine Signalenergie zu erkennen. Leichte Diskrepanzen treten zwischen 1985 und 1988 sowie zwischen 1995 und 2000 im Bereich der Jahresperiode auf, wo die Energiewerte der Modellergebnisse um knapp 2% von denen der Beobachtungen abweichen. Auch die normierte Kohärenz der prograden Skalogramme weist auf eine nahezu perfekte Übereinstimmung der Modellergebnisse und der Beobachtungen hin. Im retrograden Spektrum ist im Bereich der Jahresperiode ein deutliches Signal zu erkennen, das in den Beobachtungen um etwa eine Größenordnung schwächer ist. Daher erscheint das Signal im Spektrum der Residuen nahezu unverändert. Die stark überhöhte Signalenergie der retrograden Jahresschwingung war bereits im Fourier-Spektrum (Abb. 6.2) offensichtlich. Die Abweichung kann möglicherweise durch die oben erwähnte Phasenverschiebung von -17 Tagen zwischen den Jahressignalen in den  $x$ -Komponenten von Modellergebnis und C04-Reihe erklärt werden (Tab. 6.1). Die Kohärenz zwischen dem retrograden Modellergebnis und den Beobachtungen ist niedriger als beim prograden Anteil. Die niedrigsten Werte werden erwartungsgemäß im Bereich der Jahresschwingung erreicht. Der Periodenbereich unter einem Monat, der auch die Gezeitensignale beinhaltet, wird durch das in der Analyse verwendete Inkrement des Skalierungsparameters  $\Delta a = 5$  schlecht aufgelöst. Daher erlauben die Skalogramme hier keine verlässlichen Aussagen.

Für die Antriebskombination ECHAM3-OMCT zeigt das prograde Skalogramm der Residuen im Bereich der Jahresschwingung die größten Abweichungen zwischen dem Ergebnis aus DyMEG und der C04-Reihe. Allerdings ist mit zunehmender Integrationsdauer eine Abnahme dieser Diskrepanz zu erkennen. So beträgt das Verhältnis der Skalogrammwerte von Modellzeitreihe und Beobachtungen (nicht dargestellt) im Bereich des Jahressignals zu Beginn der 80er Jahre etwa 3,5 : 1. Nach 10 Jahren sinkt dieser Wert auf 2,6 : 1. Das prograde Skalogramm für ECHAM3-OMCT zeigt deutlicher als das entsprechende Skalogramm für NCEP-ECCO eine mit der Zeit anwachsende Energie im Chandler-Bereich. Dieses Ergebnis ist in Übereinstimmung mit der im Rahmen der Sensitivitätsanalyse für den Zeitraum von 1975 bis 1994 ermittelten Zunahme der Chandler-Amplitude (vgl. Abb. 5.4). Lediglich zwischen 1988 und 1991 zeigt die Wavelet-Transformation der Residuen im Bereich der Chandler-Schwingung eine leichte Abweichung zwischen den Zeitreihen. Vergleicht man die beiden prograden Skalogramme von Modellergebnis und C04, so lässt sich erkennen, dass die freie Kreisbewegung aus DyMEG hier offensichtlich durch ECHAM3-OMCT etwas zu stark angeregt wird. Wie bei NCEP-ECCO weist die normierte Kohärenz auf eine gute spektrale Übereinstimmung im Periodenbereich zwischen 300 und 500 Tagen hin. Das retrograde Skalogramm der Residuen ist durch eine erhöhte Energie im Bereich des Jahressignals gekennzeichnet, die jedoch im Vergleich zu NCEP-ECCO um zwei Drittel geringer ist. Ähnlich dem prograden Anteil übertrifft die Signalenergie der Jahresschwingung aus DyMEG die der Beobachtungen zu Beginn der Integration um etwa das dreifache. Im Lauf der Zeit weist das Skalogramm der Residuen jedoch auch hier auf eine Abnahme dieser Diskrepanz hin.

Die Wavelet-Analyse zeigt, dass die durch NCEP-ECCO hervorgerufene Jahresschwingung stärker elliptisch ausgeprägt ist, als sie beobachtet wird. Dagegen ist das Jahressignal bei ECHAM3-OMCT bis auf seine Amplitude in guter Übereinstimmung mit der C04-Reihe, da das Verhältnis zwischen den Skalogrammwerten des Modellergebnisses und der Beobachtungszeitreihe im pro- und retrograden Spektralbereich sehr ähnlich ist. Gegen Ende der Simulation scheint die Jahresamplitude des ECHAM3-OMCT Laufs etwas schwächer zu werden. Eine bessere Einsicht in das zeitliche Verhalten der Jahresschwingung wird von der Verwendung des neuen ECHAM4-Modells erhofft. Die atmosphärischen Drehimpulse dieser verbesserten Modellversion, die für die in der vorliegenden Arbeit durchgeführten Untersuchungen noch nicht zur Verfügung stehen, überdecken einen Zeitraum von 100 Jahren zwischen 1903 und 2002. Da auch die Modellphysik des ECHAM4 im Vergleich zu ECHAM3 verfeinert wird, ist zu erwarten, dass das durch ECHAM4 erzeugte Jahressignal in besserer Übereinstimmung mit den Beobachtungen sein wird.

Im Bereich der prograden Chandler-Schwingung zeigen die Fourier-Spektren und Wavelet-Skalogramme der Modellergebnisse und der Beobachtungen keine nennenswerten (NCEP-ECCO) bzw. nur vorübergehende geringe (ECHAM3-OMCT) Abweichungen voneinander. Beide Antriebskombinationen sind folglich in der Lage, der durch die Lovezahl  $k_2$  eingeführten Dämpfung entgegenzuwirken und eine ungedämpfte bzw. sogar eine im Lauf der Zeit leicht zunehmende Chandler-Amplitude anzuregen. Um den eigentlichen Antriebsmechanismus der

freien Kreiselbewegung festzustellen, werden im folgenden Abschnitt weitere Simulationen mit DyMEG durchgeführt, bei denen die atmosphärischen und ozeanischen Antriebe getrennt voneinander im Modell berücksichtigt werden. Aus diesen Ergebnissen lassen sich die einzelnen Beiträge der beiden Primärkomponenten zur Anregung der Chandler-Schwingung erkennen.

In DyMEG werden der Trägheitstensor  $\mathbf{I}(t)$ , der Vektor der relativen Drehimpulse  $\mathbf{h}(t)$  und der Vektor der lunisolaren Drehmomente  $\mathbf{L}(t)$  direkt in die Liouville-Gleichung (3.12) eingeführt. Da das Differentialgleichungssystem numerisch gelöst wird, sind die Einflüsse der Deviationsmomente  $c_{11}$ ,  $c_{22}$  und  $c_{12}$  des Trägheitstensors in der Lösung enthalten. Beim traditionellen analytischen Ansatz werden diese aufgrund der Linearisierung vernachlässigt (vgl. Abschnitt 2.6.1). Durch den Vergleich der in Abb. 6.1 dargestellten Zeitreihen für ECHAM3-OMCT mit einer entsprechenden Lösung, bei der die Elemente  $c_{11}$ ,  $c_{22}$  und  $c_{12}$  des Trägheitstensors zu Null gesetzt werden, kann deren Beitrag zur Polbewegung aus DyMEG abgeschätzt werden. Aus diesem Experiment ergibt sich für beide Komponenten der Polbewegung ein RMS-Wert von 3 mas zwischen einer Lösung mit und einer Lösung ohne Berücksichtigung der drei Deviationsmomente. Systematische Abweichungen sind nicht zu erkennen. Die mittlere quadratische Klaffung zwischen den beiden Lösungen ist im Vergleich zur Abweichung der Modellergebnisse von den Beobachtungen gering. Dennoch liegt ihr Wert deutlich im Bereich der Beobachtungsgenauigkeit. Sie ist etwa doppelt so groß wie die RMS-Werte, die sich in der Sensitivitätsanalyse beim Vergleich der Ergebnisse für unterschiedliche numerische Lösungsverfahren ergaben. Dagegen ist der Einfluss der drei Deviationsmomente auf die Variation der Tageslänge vernachlässigbar. Die entsprechenden RMS-Werte betragen hier weniger als  $1 \mu\text{s}$  (vgl. Abschnitt 6.2).

### 6.1.2 Getrennte atmosphärische und ozeanische Antriebe

Um die jeweiligen Effekte der atmosphärischen und der ozeanischen Massenverlagerungen auf die Polbewegung der Erde abschätzen zu können, werden die Antriebe getrennt voneinander in DyMEG eingeführt. Von besonderem Interesse sind dabei die Beiträge der beiden Primärkomponenten zur Anregung der Chandler-Schwingung. Dazu wird die durch DyMEG erzeugte freie Kreiselbewegung für jeden der vier durch NCEP, ECCO, ECHAM3 und OMCT angetriebenen Läufe analysiert. Die einzelnen Ergebnisse werden einander gegenübergestellt und diskutiert. Um sicherzustellen, dass die auftretenden Unterschiede von den Anfangsbedingungen unbeeinflusst sind, erstrecken sich die folgenden Untersuchungen auf den durch alle verwendeten atmosphärischen und ozeanischen Antriebe gemeinsam überdeckten Zeitraum (1.1.1980 bis 31.12.1994; vgl. Kapitel 4). Der Startzeitpunkt der Simulationen (1.1.1980) führte in der Sensitivitätsanalyse für beide Modellkombinationen zu guten Ergebnissen (Abschnitt 5.3.2).

Die aus den vier Läufen mit DyMEG resultierenden Polkurven der  $x$ -Komponente sind in Abb. 6.4 dargestellt. Wie bei den Ergebnissen der kombinierten Antriebe (Abb. 6.1) zeigen die  $y$ -Komponenten ein ähnliches Verhalten. Analog zum Vorgehen in Abschnitt 6.1.1 werden zunächst die Amplituden und die auf den Anfangszeitpunkt bezogenen Phasenstände der beiden stärksten Signalanteile der Polbewegung aus den Ergebnissen geschätzt. In den Tab. 6.3 und 6.4 sind neben diesen Größen auch die jeweils resultierenden (mittleren) Perioden der freien Kreiselbewegung angegeben. Sie unterscheiden sich teilweise um mehrere Tage von der beobachteten Chandler-Periode im entsprechenden Zeitabschnitt (432,5 Tage) sowie von den mittleren Perioden der Läufe

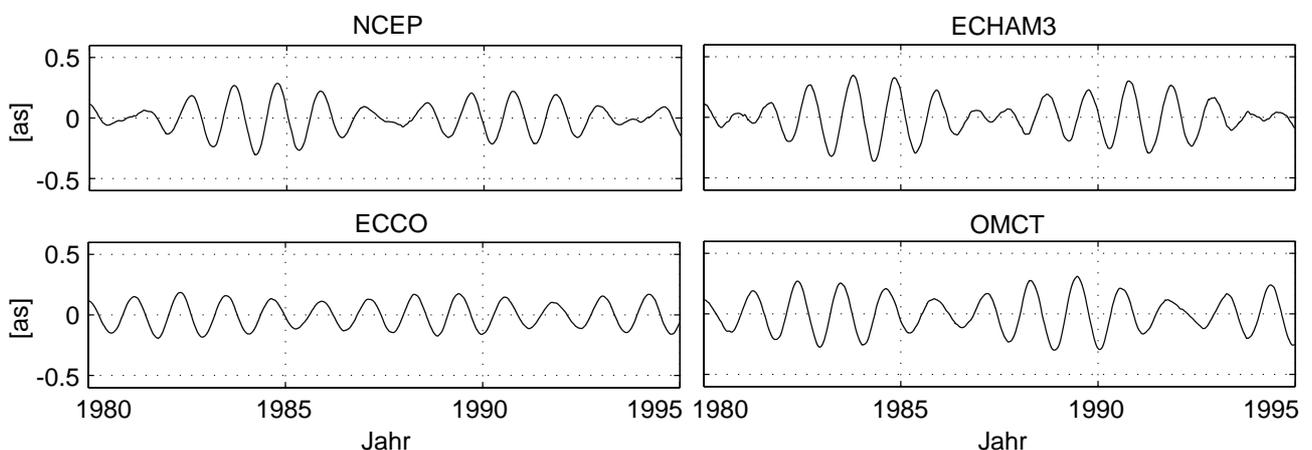


Abbildung 6.4: Modellergebnisse für die  $x$ -Komponente der Polbewegung bei getrennter Berücksichtigung atmosphärischer und ozeanischer Antriebe. Lineare Trends wurden beseitigt.

mit gekoppeltem atmosphärischen und ozeanischen Antrieb (NCEP-ECCO: 433,1 Tage; ECHAM3-OMCT: 432,4 Tage). Hier wird die Sensitivität des numerischen Systems gegenüber den Antrieben offensichtlich, indem die Vernachlässigung einzelner Subsysteme und die damit verbundene Veränderung der Resonanzbedingungen des Modells zu deutlichen Effekten auf die freie Kreiselbewegung führen.

Tabelle 6.3: Vergleich der Jahres- und Chandler-Schwingungen der durch atmosphärische Drehimpulsvariationen angetriebenen Modellergebnisse.

	NCEP		ECHAM3	
	$x$ -Komponente	$y$ -Komponente	$x$ -Komponente	$y$ -Komponente
Jahresschwingung				
Amplitude [mas]	111,6	100,2	158,7	152,9
Phase [°]	193	289	186	272
Chandler-Schwingung				
Amplitude [mas]	146,4	147,2	136,4	135,8
Phase [°]	82	174	36	128
Periode [Tage]	431,5	432,6	430,4	430,7

Tabelle 6.4: Vergleich der Jahres- und Chandler-Schwingungen der durch ozeanische Drehimpulsvariationen angetriebenen Modellergebnisse.

	ECCO		OMCT	
	$x$ -Komponente	$y$ -Komponente	$x$ -Komponente	$y$ -Komponente
Jahresschwingung				
Amplitude [mas]	29,6	33,1	92,7	100,1
Phase [°]	14	66	306	23
Chandler-Schwingung				
Amplitude [mas]	132,2	132,3	192,1	193,0
Phase [°]	114	204	119	213
Periode [Tage]	433,5	433,7	436,6	437,4

Während die mittlere Chandler-Periode der durch NCEP bzw. ECCO angetriebenen Läufe nicht stark von der Periode des gekoppelten Laufs abweicht, ergibt sich für ECHAM3 eine um etwa zwei Tage zu kurze und für OMCT eine um etwa zwei Tage zu lange Periode. Die Periodenverschiebung bei den beiden letzten Läufen ist auf die unterschiedliche Behandlung der Reaktion der Ozeane auf den atmosphärischen Oberflächendruck in den Modellkombinationen NCEP-ECCO und ECHAM3-OMCT zurückzuführen. Bei NCEP-ECCO wird diese Reaktion als invers barometrisch angenommen. Folglich beinhalten weder die durch NCEP noch die durch ECCO beschriebenen Deviationsmomente den Effekt des atmosphärischen Oberflächendrucks über den Ozeanen (vgl. Abschnitt 4.3). Im Gegensatz dazu wird der atmosphärische Druckantrieb aus ECHAM3 in OMCT berücksichtigt. Der Druckeffekt wird in diesem Fall nicht aus den atmosphärischen Antrieben reduziert, sondern bei der Überlagerung mit den ozeanischen Antriebsdaten von diesen kompensiert. Zwar lässt sich nicht eindeutig klären, warum die Perioden der freien Kreiselbewegung aus DyMEG bei Verwendung der separierten Antriebe ECHAM3 und OMCT derart verändert werden. Jedoch wird die Vermutung, dass dies eine Folge der jeweils nicht kompensierten Massenverlagerungen ist, durch zwei zusätzliche Testläufe gestützt: Werden die verwendeten NCEP-IB Antriebe durch einen Datensatz ersetzt, der analog zu ECHAM3 die volle Information über den atmosphärischen Oberflächendruck beinhaltet (NCEP-NIB), ergibt sich für die freie Kreiselbewegung in beiden Komponenten eine noch kürzere Periode von nur 427,3 Tagen. Wird analog dazu das bisher verwendete OMCT durch eine Version ersetzt, bei der der atmosphärische Druckantrieb unberücksichtigt bleibt (OMCT-IB), so ist die Polbewegung aus DyMEG mit dem durch ECCO angetriebenen Lauf vergleichbar. Die Chandler-Perioden betragen in diesem Fall 432,9 Tage bzw. 433,1 Tage ( $x$ - bzw.  $y$ -Komponente). Aufgrund der an die Reanalysedaten angebrachten IB-Korrektur (Abschnitt 4.3) ist die Amplitude der durch NCEP angelegten Jahresschwingung wesentlich geringer als die des ECHAM3-Laufs, der die vollständige Information über den Oberflächenluftdruck enthält. Entsprechend führt die Berücksichtigung des atmosphärischen Druckantriebs in OMCT zu einer deutlich stärkeren ozeanisch induzierten Jahresschwingung als die Vernachlässigung dieses Effekts im Falle von ECCO (vgl. Abb. 4.1 und 4.2). Es zeigt sich, dass die  $y$ -Komponente der Polbewegung stärker durch die ozeanischen Massenverlagerungen beeinflusst wird als die  $x$ -Komponente. Umgekehrt bewirkt

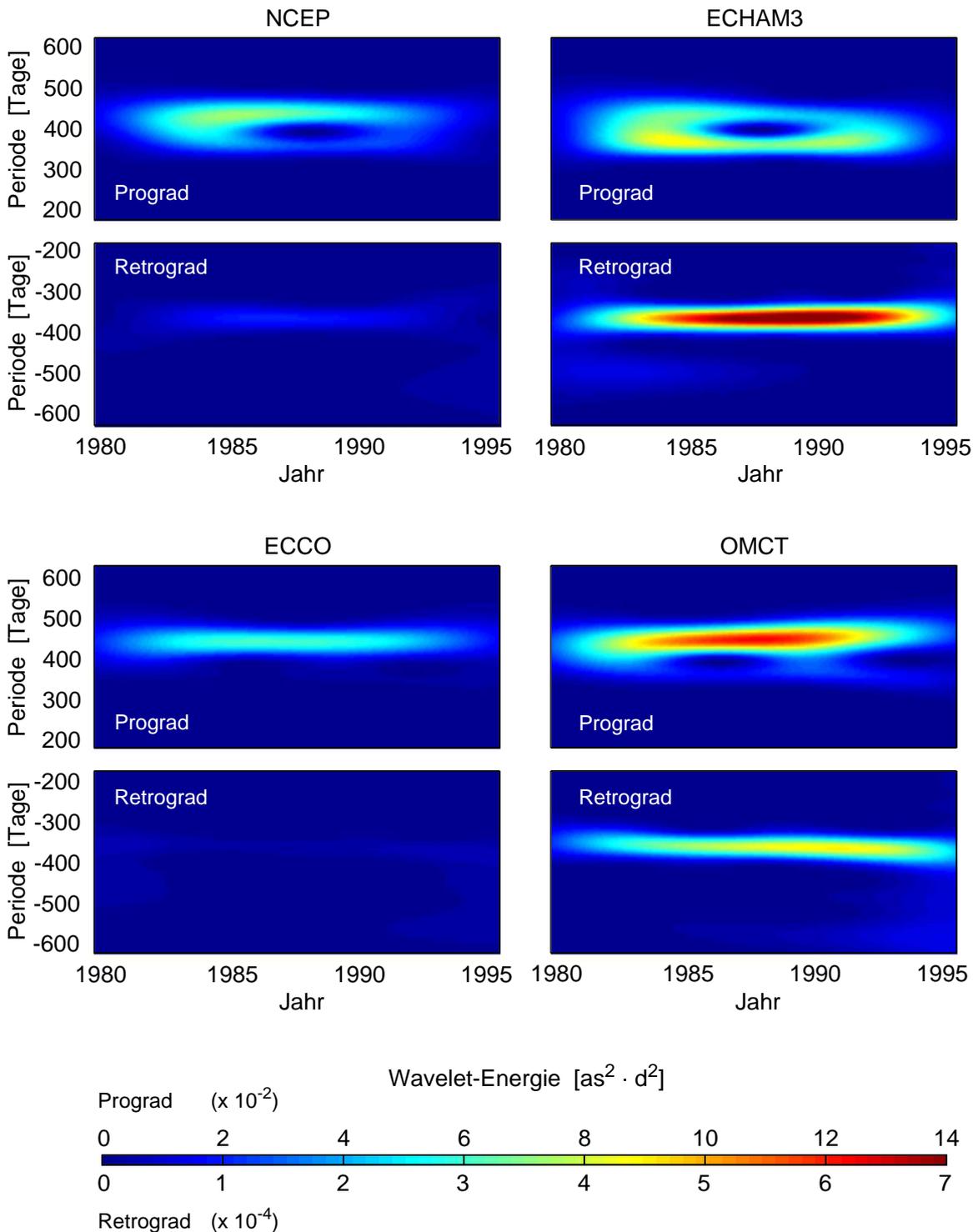


Abbildung 6.5: Wavelet-Skalogramme der Modellergebnisse für die Polbewegung bei getrennter Berücksichtigung atmosphärischer und ozeanischer Antriebe

die Atmosphäre stärkere Variationen der Polbewegung in Richtung der  $x$ -Achse als in Richtung der  $y$ -Achse. Die Verhältnisse der angeregten Jahresamplituden in  $x$ - und  $y$ -Richtung stimmen vor allem für die beiden Ozeanmodelle gut überein. Dagegen führt der atmosphärische Antrieb mit ECHAM3 zu einem geringeren Unterschied zwischen den beiden Komponenten als der Antrieb mit NCEP.

Um die beiden Atmosphärenmodelle sowie die beiden Ozeanmodelle direkt miteinander vergleichen zu können, werden auch die Jahresschwingungen der beiden oben beschriebenen Testläufe mit NCEP-NIB und OMCT-IB analysiert. Hier zeigt sich, dass die Jahresamplituden des durch NCEP-NIB angetriebenen Laufs nicht sehr stark

von denen des NCEP-IB Laufs abweichen (117,5 mas bzw. 101,2 mas). Damit wird die in ECHAM3 deutlich überschätzte Jahresschwingung offensichtlich. Im Gegensatz dazu ergeben sich für den Testlauf mit der OMCT-IB Version mittlere Jahresamplituden der Polbewegung von 36,3 mas bzw. 43,7 mas ( $x$ - bzw.  $y$ -Komponente). Die durch OMCT-IB beschriebene Jahresschwingung ist also in guter Übereinstimmung mit ECCO. Der Vergleich der Phasen der Jahressignale zeigt, dass sich die  $x$ -Komponenten von NCEP und ECCO nahezu perfekt in Gegenphase befinden. Bei der  $y$ -Komponente sind die durch die separierten Anregungen hervorgerufenen Jahresschwingungen ebenfalls weitgehend ausser Phase. Die Phasenbeziehung der durch ECHAM3 und OMCT induzierten Jahresschwingungen weichen dagegen deutlich von diesem Verhalten ab. Würden sich die dominanten Jahressignale auch hier in Gegenphase befinden, wäre dies ein Indiz für die exakt invers barometrische Reaktion des Modell-Ozeans auf den berücksichtigten Atmosphärendruck (vgl. Abschnitt 4.3). Jedoch beträgt die Abweichung vom invers barometrischen Verhalten in OMCT bis zu 10% (THOMAS 2002, Seite 49).

Wie oben beschrieben, können die in den Tabellen angegebenen Werte den zeitvariablen Charakter der Jahres- und Chandler-Schwingung nicht wiedergeben. Jedoch vermitteln sie einen guten ersten Eindruck über die Amplitudenverhältnisse und die Phasenstände der beiden Signalanteile. Daneben wird auch für die Modellergebnisse mit separierten Antrieben eine Wavelet-Analyse auf der Basis der Morlet-Funktion durchgeführt (Abb. 6.5). Alle Modellergebnisse weisen über den gesamten Zeitraum hinweg eine nahezu gleichbleibende Signalenergie im Bereich der prograden Jahresschwingung auf. In den Skalogrammen der durch die beiden Atmosphärenmodelle angetriebenen Läufe ist sie ebenso wie in demjenigen für OMCT deutlich zu erkennen. Dagegen wird das Skalogramm für ECCO durch die wesentlich stärkere Chandler-Schwingung dominiert. Aufgrund der im separierten Lauf nicht durch die Ozeane kompensierten atmosphärischen Druckvariationen ist das Jahressignal in ECHAM3 stärker als die Chandler-Schwingung. Sowohl durch ECHAM3 als auch durch OMCT werden starke retrograde jahresperiodische Signale hervorgerufen. Bei der Überlagerung der beiden Anregungen heben diese sich jedoch teilweise gegenseitig auf (vgl. Abb. 6.3). Deutliche Variationen der Jahresperiode sind bei keinem der Modellergebnisse zu erkennen. Die Chandler-Schwingung, die ausschließlich das prograde Spektrum der Polbewegung beeinflusst, wird vor allem durch die ozeanischen Anregungen stark angefacht. Für ECCO ist ihre Signalenergie über den gesamten Zeitraum hinweg nahezu gleichbleibend. Im Falle von OMCT zeigt sich sogar eine leichte Zunahme. Dagegen scheint die Signalenergie der beiden durch die atmosphärischen Drehimpulsvariationen angetriebenen Läufe im Lauf der Zeit leicht abzunehmen.

Die mit separierten atmosphärischen und ozeanischen Antrieben durchgeführten Läufe des Kreiselmodells zeigen, dass die Massenverlagerungen in beiden Subsystemen wesentlich zur Polbewegung der Erde beitragen. Daher ist die Verwendung konsistent gekoppelter Modelle zur Beschreibung der atmosphärisch und ozeanisch induzierten Polbewegung unbedingt erforderlich. Nur auf diese Weise ist gewährleistet, dass die zwischen der Atmosphären- und der Ozeandynamik bestehenden Phasenbeziehungen zu einer realistischen Kompensation einander entgegengewirkender Drehimpulse führen.

### 6.1.3 Antrieb der Chandler-Schwingung

Die Ergebnisse des vorhergehenden Abschnitts zeigen, dass alle vier hier verwendeten Modelle die freie Kreiselbewegung aus DyMEG beeinflussen. Allerdings traten deutliche Unterschiede bezüglich der aus dem jeweiligen Lauf resultierenden Chandler-Amplitude auf. Um festzustellen, welcher Anregungsmechanismus letztendlich der Dämpfung der Chandler-Schwingung entgegenwirkt, werden im Folgenden die zugrundeliegenden Antriebe bezüglich ihrer spektralen Zusammensetzung analysiert. Diese Untersuchung erstreckt sich ausschließlich auf die durch die atmosphärischen und ozeanischen Massenverlagerungen hervorgerufenen Deviationsmomente des Trägheitstensors (vgl. Abb. 4.1 und 4.2). Die bislang ebenfalls in allen Simulationen berücksichtigten Relativedrehimpulse tragen nur wenig zur Polbewegung der Erde bei und wirken sich vor allem auf die Variation der Tageslänge aus (Abschnitt 6.2). Werden die Bewegungsterme in DyMEG vernachlässigt und die Ergebnisse der Polbewegung mit den entsprechenden vollständig angetriebenen Läufen verglichen, so zeigen sich lediglich geringe Unterschiede bezüglich der Amplituden der Schwingungen. Jedoch nehmen die Relativedrehimpulse keinen signifikanten Einfluss auf die Charakteristik der resultierenden Polbewegung. Für eine weitergehende Diskussion der nach Massen- und Bewegungsterm aufgespaltenen Modellergebnisse aus DyMEG sei auf die Arbeit von SEITZ *et al.* (2004) verwiesen. Wie am Ende des Abschnitts 6.1.1 gezeigt wurde, sind die Effekte der im analytischen Ansatz vernachlässigten Deviationsmomente  $c_{11}$ ,  $c_{22}$  und  $c_{12}$  auf die Polbewegung marginal. Daher bleiben diese in den nachfolgenden Untersuchungen ebenso wie das Deviationsmoment  $c_{33}$ , das sich vor allem auf die axiale Komponente des Erdrotationsvektors auswirkt, unberücksichtigt.

Wie die beiden Komponenten der Polbewegung werden auch die Tensorkomponenten  $c_{13}(t)$  und  $c_{23}(t)$  für die Spektralanalyse zu einer komplexen Gleichung der Form  $\gamma(t) = c_{13}(t) - i c_{23}(t)$  zusammengefasst. Im Gegensatz zur Polbewegung hat der Imaginärteil hier ein negatives Vorzeichen, da die  $y$ -Achse des terrestrischen Systems,

auf das sich der Trägheitstensor bezieht, in die entgegengesetzte Richtung zur  $y$ -Achse der Polbewegung weist. In aktuellen Arbeiten führten BRZEZINSKI und NASTULA (2000) und GROSS (2000) Spektralanalysen der im klassischen Ansatz verwendeten komplexen Anregungsfunktion  $\Psi$  (vgl. Gln. 2.33 und 2.34) für den Zeitraum von 1985 bis 1996 durch und bilanzierten die in den atmosphärischen und ozeanischen Anregungen enthaltene Signalenergie. Die ermittelten Energiewerte im Bereich der Chandler-Schwingung verglichen sie mit entsprechenden Resultaten, die aus der sogenannten geodätischen Anregung abgeleitet wurden (vgl. Abschnitt 2.6.1). Übereinstimmend schlossen die Autoren, dass die in einem Band von etwa 400 bis 500 Tagen enthaltene Signalenergie der atmosphärischen und ozeanischen Anregungsfunktionen ausreicht, um die beobachtete Chandler-Schwingung anzuregen. Während die Analysen von GROSS (2000) ergaben, dass der größte Teil der zwischen 1985 und 1996 im Chandler-Band enthaltenen Anregungsenergie auf ozeanisch induzierte Drehimpulsvariationen zurückzuführen ist, schlossen BRZEZINSKI und NASTULA (2000), dass der Beitrag beider Systemkomponenten in etwa ausgeglichen ist. Die Modellergebnisse aus DyMEG zeigten für ECCO und OMCT eine über den betrachteten Zeitraum nahezu gleichbleibende bzw. leicht zunehmende Chandler-Amplitude, für die beiden atmosphärisch angetriebenen Läufe nahm diese dagegen leicht ab (Abb. 6.4 und 6.5). Im Gegensatz zu BRZEZINSKI und NASTULA (2000) und GROSS (2000), deren Studien sich ausschließlich auf die spektrale Zusammensetzung der Anregungsfunktionen erstreckten, wird in dieser Arbeit auch die aus den Anregungen resultierende Polbewegung analysiert. Dies geschieht sowohl im Zeit- als auch im Frequenzbereich. Zunächst wird untersucht, ob die in einem Band von etwa  $\pm 30$  Tagen um die Chandler-Frequenz enthaltene Signalenergie der atmosphärischen und ozeanischen Trägheitstensorvariationen ausreicht um die freie Kreiselbewegung aus DyMEG durch resonante Anfachung aufrechtzuerhalten. Dazu werden die Zeitreihen der Deviationsmomente  $c_{13}(t)$  und  $c_{23}(t)$  mit einem Bandpassfilter bearbeitet, so dass die verbleibenden Anregungssignale nur noch Energie im Bereich zwischen 400 und 460 Tagen enthalten. Die Einschränkung auf diesen relativ schmalen Bandbereich von  $\pm 30$  Tagen soll gewährleisten, dass das relativ dicht benachbarte Jahressignal durch die Filterung restlos eliminiert wird.

Zur Filterung der Zeitreihen des Trägheitstensors wurden unterschiedliche Algorithmen getestet. Damit wird sichergestellt, dass die gefilterten Restsignale die Energieverteilung im gewünschten Periodenbereich (*Durchlassbereich*) bestmöglich wiedergeben. Durch die Wahl eines ungünstigen Filters könnten unerwünschte Signalanteile erhalten bleiben bzw. erwünschte Signalanteile abgeschnitten werden. Daneben besteht die Gefahr von Phasenverschiebungen. Zunächst wurden zwei aus der Literatur bekannte digitale Filter, ein elliptischer Filter (Cauer-Filter) und ein Potenzfilter (Butterworth-Filter) getestet (VON GRÜNIGEN 1993, Seite 121ff.; MEYER 1998, Seite 102ff.). Der Cauer-Filter ist durch eine hohe Filtersteilheit gekennzeichnet. Mit ihm lässt sich der Durchlassbereich gut vom restlichen Spektrum trennen. Sein Nachteil ist jedoch eine mehr- oder weniger ausgeprägte Welligkeit im Durchlassbereich, wodurch der gefilterte Bereich nicht ganz gleichmäßig wiedergegeben wird. Der Butterworth-Filter weist eine flache Kennlinie im Durchlassbereich auf. Da er allerdings weniger steil verläuft, kann hier nicht ausgeschlossen werden, dass das Restsignal auch Energie des relativ dicht benachbarten Bandes der Jahresschwingung enthält. Darüber hinaus besitzt der Potenzfilter die ungünstige Eigenschaft, dass er die im Durchlassbereich liegenden Frequenzen mit einem unbekanntem Faktor verstärkt. Daher sind die mit der gefilterten Zeitreihe erzielten Ergebnisse für die Polbewegung wenig aussagekräftig, da die Signalenergie, die ja gerade Gegenstand der Untersuchung ist, verfälscht wird. Alternativ zu diesen beiden Filtern, die auf die Fourier-Transformation der Zeitreihen angewandt werden, wurde eine Wavelet-Filterung eingesetzt (FABERT 2004). Bei diesem Verfahren traten allerdings starke Randeffekte auf, so dass die Einführung der gefilterten Zeitreihen in DyMEG zu keinen verlässlichen Ergebnissen führte. Nach mehreren Testläufen konnte der Cauer-Filter bezüglich seiner Steilheit und Welligkeit im Durchlassbereich bestmöglich an die Problemstellung angepasst werden. Die Spektren der auf diese Weise gefilterten Deviationsmomente zeigten im betrachteten Periodenbereich die beste Übereinstimmung mit den Spektren der ursprünglichen Reihen.

In Abb. 6.6 sind die aus diesem Experiment resultierenden Zeitreihen der Polbewegung ( $x$ -Komponente) dargestellt. Zusätzlich ist die aus dem Wavelet-Skalogramm  $W_{\gamma,\gamma}(a,b)$  der Deviationsmomente  $\gamma(t)$  abgeleitete integrale Energie  $E_\gamma(b)$  über den Spektralbereich von 400 bis 460 Tagen in Abhängigkeit vom Verschiebungsparameter  $b$  (und damit von der Zeit) angegeben. Aus Gl. (6.15) folgt für  $E_\gamma(b)$

$$E_\gamma(b) = \frac{1}{C_\psi} \int_{a_{min}}^{a_{max}} W_{\gamma,\gamma}(a,b) \frac{da}{a^2}. \quad (6.18)$$

In allen Zeitreihen ist zu erkennen, dass die Chandler-Amplitude nicht gleichmäßig zu- oder abnimmt, sondern Schwankungen unterworfen ist, die wie erwartet mit dem instantanen Energieniveau der Anregungen in Zusammenhang stehen. Die höchsten Amplituden werden für die beiden durch OMCT und NCEP angetriebenen Läufe erreicht, während insbesondere der ECCO-Lauf nur eine schwache Chandler-Schwingung aufweist. Die Amplituden der mit den gefilterten Antrieben erzielten Ergebnisse entsprechen im Mittel den aus den ungefilterten Antrieben resultierenden Werten (Tab. 6.3 und 6.4). Vergleicht man die Energieverläufe, so zeigt sich, dass die Maxima und Minima der in NCEP und ECCO enthaltenen Signalenergie nahezu simultan auftreten.

Bei ECHAM3 und OMCT ist dieser Effekt dagegen nicht zu erkennen. ECHAM3 erreicht sein maximales Energieniveau etwa um das Jahr 1985 und klingt anschließend stetig ab. Zwar ist auch OMCT durch ein Maximum im Jahr 1985 gekennzeichnet, im Jahr 1991 wird aber ein nahezu doppelt so hoher Wert erreicht. Bei beiden Atmosphärenmodellen treten höhere Energiewerte auf, als bei den durch sie angetriebenen Ozeanmodellen. Dabei ist das Energieniveau von ECHAM3 höher als das von NCEP, das von OMCT höher als das von ECCO.

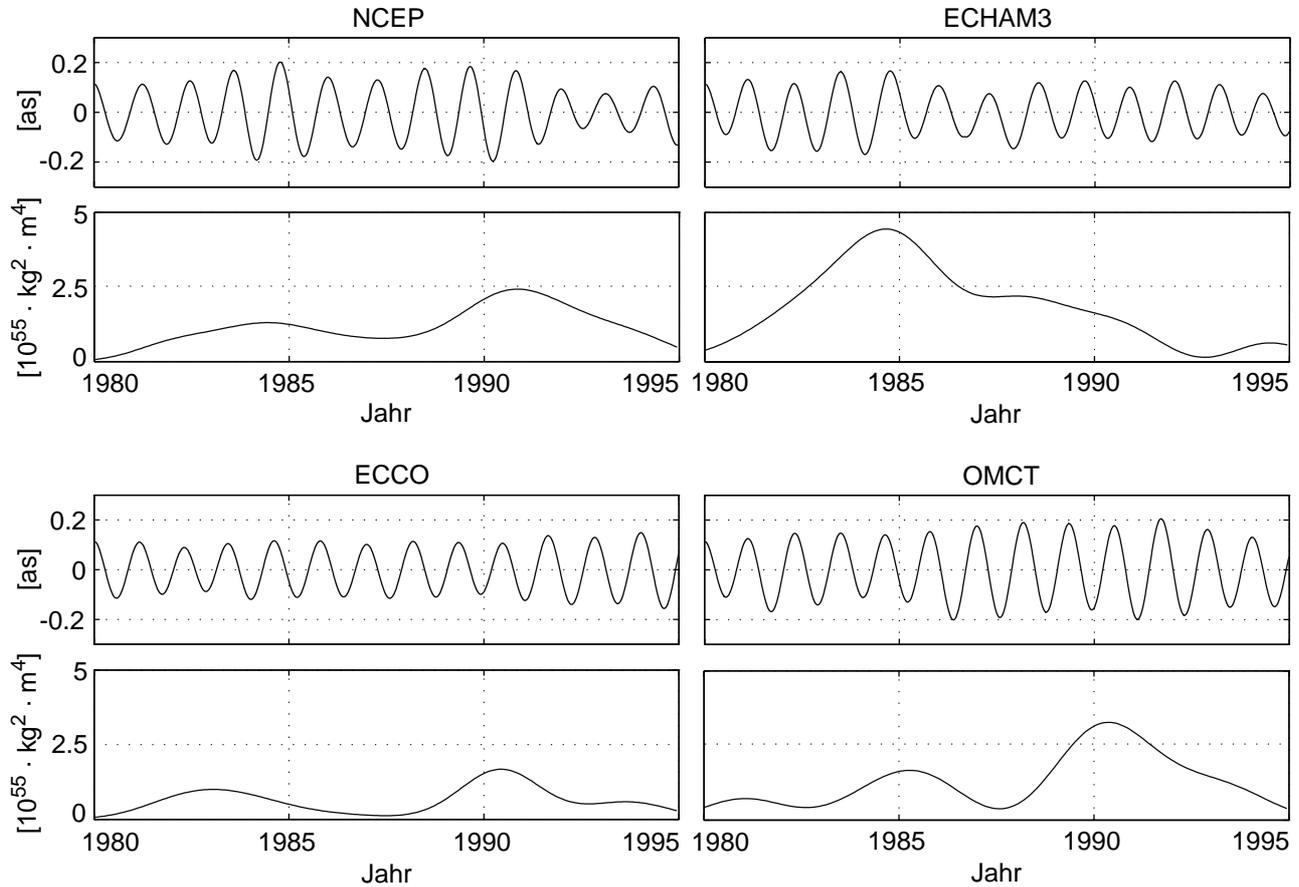


Abbildung 6.6: Zeitreihen der Polbewegung ( $x$ -Komponente) für getrennte atmosphärische und ozeanische Antriebe mit bandpassgefilterten Zeitreihen der Deviationsmomente  $c_{13}$  und  $c_{23}$  (jeweils oben) im Vergleich zur integralen Wavelet-Energie  $E_\gamma(b)$  der Antriebe über den Spektralbereich von 400 bis 460 Tagen (jeweils unten).

Die Maxima der Energiewerte und die Maxima der Amplituden der freien Kreiselbewegung aus DyMEG stimmen für NCEP und ECHAM3 zeitlich sehr gut überein. Dagegen erreicht die Energie bei ECCO ein Maximum (1991), während die Chandler-Amplitude vergleichsweise klein ist. Diese nimmt im weiteren Verlauf der Simulation zu, obwohl die im Chandler-Band der Anregung vorhandene Energie geringer wird. Für OMCT ist die Chandler-Amplitude während des ersten Maximums der Energiewerte (1985) am kleinsten. Anschließend nimmt sie zu und bleibt auf einem annähernd gleichbleibenden Niveau, obwohl die Energie zunächst abnimmt. Somit kommt es offensichtlich nicht ausschließlich auf die im Bereich der Chandler-Periode vorhandene Gesamtenergie an, sondern auch auf die instantanen Phasenstände einzelner Anregungsanteile. Allerdings sind die in der Abbildung dargestellten Kurven der Energieverteilung das Resultat einer physikalischen Filterung und somit nicht absolut verlässlich. Ihre Aussagekraft sollte daher nicht überschätzt werden. Leichte Schwabungen, wie sie beispielsweise im NCEP-Ergebnis zu erkennen sind, könnten auch von einer unvollkommenen Beseitigung der Jahresschwingung herrühren. Mehrere Versuche, den betrachteten Periodenbereich zu verbreitern bzw. einzunengen, führten zu keinen besseren Ergebnissen. Für ein zu schmales Band erwies sich keiner der Filter in der Lage, die Energieverteilung in den ursprünglichen Zeitreihen der Deviationsmomente korrekt wiederzugeben. Wird der Periodenbereich dagegen zu breit gewählt, traten die bereits beschriebenen Schwierigkeiten bei der Trennung von Jahres- und Chandler-Band auf.

Als Ergebnis dieses Experiments bleibt festzuhalten, dass DyMEG auch mit gefilterten Antrieben in der Lage ist, die freie Kreiselbewegung aufrechtzuerhalten. Dabei zeigt sich in der Regel eine zumindest grobe zeitliche Übereinstimmung zwischen den Maxima des Energieniveaus der Anregungen und den Maxima der Chandler-Amplitude. Die Absolutwerte der Anregungsenergie lassen jedoch keinen unmittelbaren Schluss auf die Ampli-

tude der freien Kreiselbewegung zu. Beispielsweise erreicht ECHAM3 im Jahr 1985 eine mehr als doppelt so hohe Energie wie NCEP im Jahr 1991. Dennoch ist die Chandler-Amplitude zum entsprechenden Zeitpunkt im NCEP-Lauf sogar etwas höher als im Lauf für ECHAM3. In keiner der Anreigungszeitreihen lässt sich im Periodenbereich der Chandler-Schwingung eine über einen längeren Zeitraum hinweg signifikant erhöhte spektrale Energie nachweisen (SEITZ *et al.* 2004). Vielmehr scheint die im Chandler-Band vorhandene Energie einer natürlichen stochastischen Variabilität der Anregungen (Rauschen) zu entsprechen. Durch dieses Rauschen wird das gesamte Spektrum, also auch der Bereich der Chandler-Schwingung, beeinflusst. In einigen Veröffentlichungen wurde nach möglichen Ursachen einer „14-Monats-Schwingung“ gesucht, die für die Aufrechterhaltung der freien Kreiselbewegung verantwortlich gemacht wurde (FURUYA *et al.* 1996; AOYAMA *et al.* 2003). Die Existenz einer derartigen Anregung lässt sich jedoch in den hier verwendeten Zeitreihen der Deviationsmomente nicht nachweisen. Folglich ist das Niveau des in den Antrieben enthaltenen Rauschens offensichtlich gerade ausreichend hoch, um die Chandler-Schwingung anzuregen und der Dämpfung entgegenzuwirken.

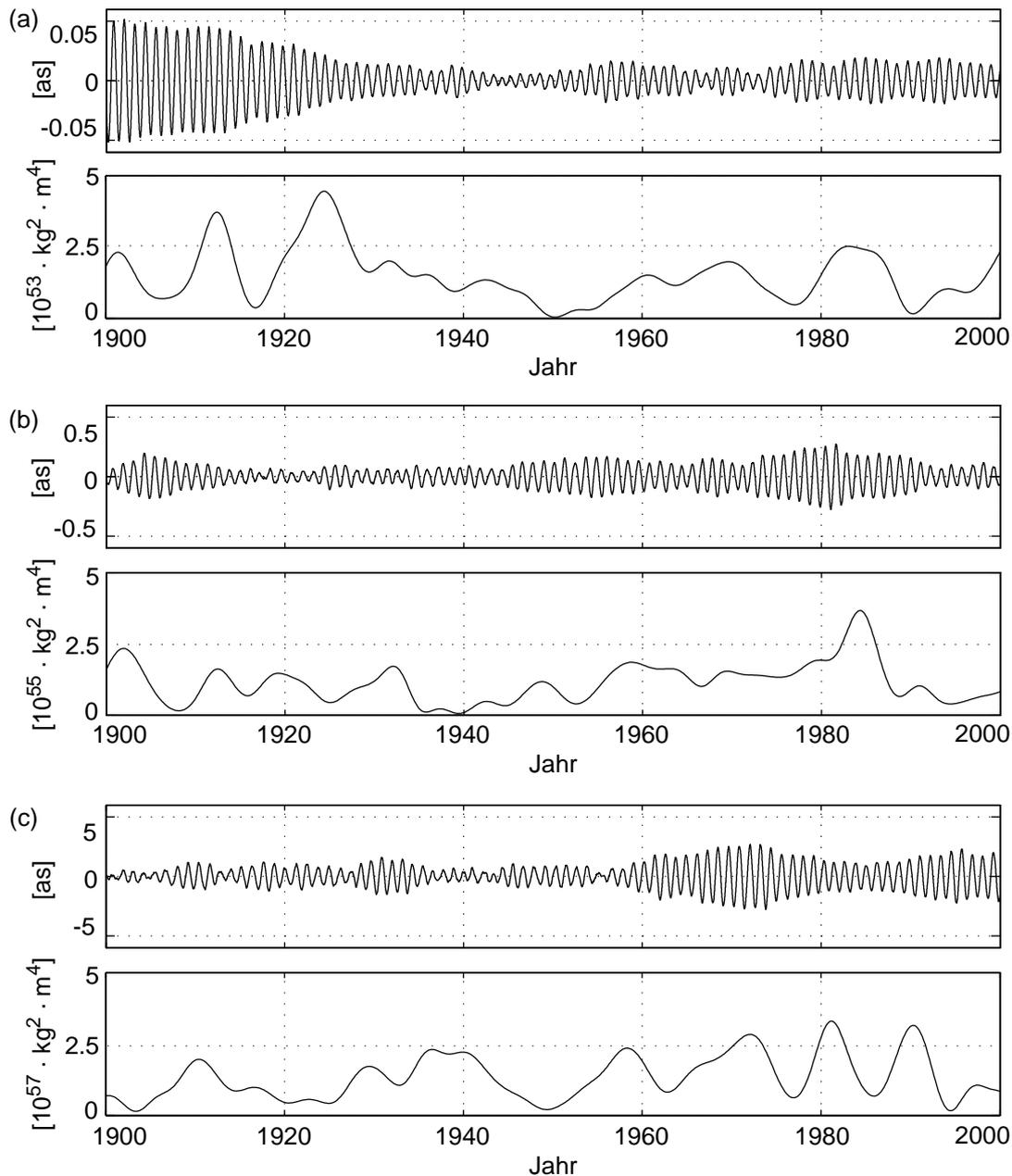


Abbildung 6.7: Ergebnisse der Polbewegung ( $x$ -Komponente) aus DyMEG für einen Antrieb mit drei unterschiedlichen Reihen gleichverteilter Zufallszahlen aus dem Intervall (a)  $[-1 \cdot 10^{28}, +1 \cdot 10^{28}] \text{ kg m}^2$ , (b)  $[-1 \cdot 10^{29}, +1 \cdot 10^{29}] \text{ kg m}^2$  und (c)  $[-1 \cdot 10^{30}, +1 \cdot 10^{30}] \text{ kg m}^2$  anstelle der Deviationsmomente  $c_{13}$  und  $c_{23}$  (jeweils oben) im Vergleich zur integralen Wavelet-Energie  $E_\gamma$  (b) der Antriebe über den Spektralbereich von 400 bis 460 Tagen (jeweils unten). Die Anfangswerte zum Startzeitpunkt (1.1.1900) sind in allen Läufen identisch.

Diese Überlegung führt auf ein zweites Experiment zum Antrieb der Chandler-Schwingung. Hierzu wird aus gleichverteilten Zufallszahlen (weisses Rauschen) aus dem Intervall  $[-1, +1]$  eine rein synthetische Anregung generiert (Einheit  $[\text{kg m}^2]$ ) (SEITZ *et al.* 2005). Die Zufallszahlen werden mit einem konstanten Faktor  $l$  multipliziert, was einer Variation des Rauschniveaus entspricht. Zwei auf diese Weise erzeugte Zeitreihen werden anstelle der atmosphärischen und ozeanischen Trägheitstensoranteile  $c_{13}$  und  $c_{23}$  in DyMEG eingeführt. Wie oben werden die übrigen Deviationsmomente und die relativen Drehimpulse vernachlässigt. Die Analyse der aus dem Modell resultierenden Polbewegung zeigt für kleine Werte von  $l$  erwartungsgemäß keine erkennbare Reaktion des Kreisel. Ab einer Größenordnung von  $l = 1 \cdot 10^{27} \text{ kg m}^2$  sind erste Effekte auf die freie Kreiselbewegung zu erkennen, indem die ohne Anregungen vorhandene Dämpfung (Abb. 3.2) leicht abgeschwächt wird. In Abb. 6.7 sind die  $x$ -Komponenten der Polbewegung für drei Läufe über 100 Jahre (1900-2000) dargestellt, denen jeweils unterschiedliche Zufallsreihen mit  $l = 1 \cdot 10^{28} \text{ kg m}^2$ ,  $l = 1 \cdot 10^{29} \text{ kg m}^2$  und  $l = 1 \cdot 10^{30} \text{ kg m}^2$  zugrunde liegen. Zusätzlich ist die in den zugehörigen Anregungen enthaltene Energie  $E_\gamma(b)$  im Periodenbereich von 400 bis 460 Tagen angegeben.

Für  $l = 1 \cdot 10^{28} \text{ kg m}^2$  ist das Modellergebnis noch durch eine starke Dämpfung charakterisiert. Die Amplitude der Polbewegung nimmt rasch ab und verbleibt auf niedrigem Niveau. Offensichtlich ist die Anregungsenergie zu gering um die Chandler-Amplitude den Beobachtungen entsprechend aufrechtzuerhalten. Der Antrieb mit  $l = 1 \cdot 10^{30} \text{ kg m}^2$  führt tendenziell zur Zunahme der Chandler-Amplitude. Die maximale Auslenkung erreicht hier mehrere Bogensekunden. Offensichtlich ist die Anregungsenergie in diesem Fall zu hoch. Für  $l = 1 \cdot 10^{29} \text{ kg m}^2$  ist DyMEG in der Lage eine freie Kreiselbewegung mit abwechselnd zu- und abnehmender Amplitude zu erzeugen. Damit stimmt die Charakteristik dieser Kurve mit den Beobachtungen überein. Wie sich zeigt, kann die Chandler-Bewegung über 100 Jahre hinweg allein mit weissem Rauschen angetrieben werden. Das zur Aufrechterhaltung ihrer Amplitude *notwendige* Energieniveau der gleichverteilten Zufallszahlen entspricht in seiner Größenordnung genau dem in den atmosphärischen und ozeanischen Antrieben *tatsächlich enthaltenen* Energieniveau (Abb. 4.1, 4.2 und 6.6) (SEITZ *et al.* 2005). Allerdings ist auch bei diesen Ergebnissen zu erkennen, dass die Maxima der Chandler-Amplitude und die Maxima der Energiewerte zeitlich nicht immer übereinstimmen. Damit wird die obige Vermutung unterstützt, dass nicht nur die Gesamtenergie sondern auch die instantanen Phasenstände der einzelnen Anregungsanteile entscheidend sind. Die Schwingungscharakteristik der aus dem Zufallsexperiment resultierenden Polbewegung entspricht den Überlegungen von JEFFREYS (1962, Seite 220), der die freie Polbewegung der Erde anschaulich mit einem schweren Pendel vergleicht:

*Imagine a massive pendulum, at which several boys discharge peashooters. The hits occur at irregular intervals, but gradually build up a vibration in the natural period of the pendulum. The amplitude attained is limited by the damping. But the motion is due simply to the occurrence of an excess of impulses producing motion near one phase rather the opposite, and if the hits are at random intervals there will come a time when the excess is the other way and the motion may die down or be reversed.*

Durch welche Prozesse das in den atmosphärischen und ozeanischen Antrieben enthaltene Rauschen entsteht, ist im einzelnen nicht zu klären. Jedoch liegt die Vermutung nahe, dass vor allem die rein stochastische atmosphärische Variabilität (Wetter) einen bedeutenden Teil der zufälligen Drehimpulsvariationen verursacht. Durch die Atmosphären-Ozean-Interaktion wird das stochastische Signal auf die ozeanischen Antriebe fortgesetzt (vgl. Abschnitt 4.3).

## 6.2 Tageslängenvariation

In DyMEG werden die Schwankungen der Tageslänge ( $\Delta LOD$ ) simultan zur Polbewegung berechnet. Wie in Abschnitt 2.3 dargestellt wurde, unterliegt die Tageslänge starken dekadischen Variationen. Diese betragen mehrere Millisekunden und werden zum überwiegenden Teil durch den Drehimpulsaustausch zwischen Erdkern und Erdmantel verursacht (LIAO und GREINER-MAI 1999). Da in DyMEG bislang eine vollständige Entkopplung von Erdkern und -mantel angenommen wird, können die dekadischen Variationen von  $\Delta LOD$  nicht modelliert werden. Um die Ergebnisse aus DyMEG dennoch mit den Beobachtungen vergleichen zu können, werden sowohl die C04-Werte als auch die Modellzeitreihen um einen gleitenden Mittelwert über jeweils fünf Jahre (vgl. Abschnitt 3.3) bereinigt. Zwar hat dieses Vorgehen auch die Eliminierung langperiodischer Signalanteile zur Folge, die nicht durch die Kern-Mantel-Kopplung hervorgerufen werden. Allerdings sind die Modellergebnisse in diesem langperiodischen Bereich ohnehin wenig verlässlich, da sich hier die in den bisherigen Zirkulationsmodellen unzureichend geschlossene Wassermassenbilanz zwischen der Atmosphäre und den Ozeanen bemerkbar macht und die Resultate verfälschen kann (SCHUH *et al.* 2003, Seite 87). Aus diesem Grund beschränkt sich die Analyse der Zeitreihen auf den vom gleitenden Mittelwert unberührten Periodenbereich von bis zu fünf Jahren. Die durch

die *El Niño Southern Oscillation* (ENSO) verursachten interannuellen Signalanteile der Tageslängenvariation bleiben erhalten. Sie beeinflussen das Spektrum auf Zeitskalen zwischen drei und fünf Jahren (Abschnitt 4.3).

Die dritte Komponente des Erdrotationsvektors  $\boldsymbol{\omega}(t)$  steht hauptsächlich mit axialen Drehimpulsvariationen in Zusammenhang. Im analytischen Lösungsansatz werden zur Berechnung der Tageslängenvariation alle Deviationsmomente ausser  $c_{33}$  und die ersten beiden Komponenten des Vektors der relativen Drehimpulse  $\mathbf{h}(t)$  vernachlässigt (Abschnitt 2.6.1). Im Gegensatz zur Polbewegung, bei der sich die Linearisierung nur wenig auf das Ergebnis auswirkt (vgl. Abschnitt 6.1.1), führt die Vernachlässigung der Terme zweiter Ordnung bei der Tageslänge zu wesentlich größeren Fehlern. Beim Vergleich mehrerer Läufe aus DyMEG, bei denen jeweils unterschiedliche Elemente des Trägheitstensors bzw. des Vektors  $\mathbf{h}(t)$  zu Null gesetzt werden, zeigt sich, dass vor allem die beiden äquatorialen Relativdrehimpulse  $h_1$  und  $h_2$  deutliche Auswirkungen auf das Modellergebnis haben. Wird ein Lauf für NCEP-ECCO, bei dem alle gravitativen und geophysikalischen Antriebe berücksichtigt sind, mit einem Lauf verglichen, der wie der analytische Ansatz nur  $c_{33}$  und  $h_3$  beinhaltet, so beträgt die mittlere quadratische Klaffung (RMS) zwischen den beiden Modellergebnissen  $113 \mu\text{s}$ . Dieser Wert liegt um eine Größenordnung über der heutigen Beobachtungsgenauigkeit geodätischer Weltraumverfahren von etwa  $20 \mu\text{s}$ . Wird bei der Berechnung der gesamte Vektor  $\mathbf{h}(t)$  berücksichtigt,  $\Delta\mathbf{I}(t)$  jedoch komplett vernachlässigt, so sinkt der RMS-Wert mit der vollständig angetriebenen Zeitreihe auf  $36 \mu\text{s}$ . Die Hinzunahme von  $c_{33}$  verbessert diese Klaffung auf  $17 \mu\text{s}$ . Wird umgekehrt der Vektor  $\mathbf{h}(t)$  zu Null gesetzt und  $\Delta\mathbf{I}(t)$  vollständig berücksichtigt, so ergibt sich eine Diskrepanz von  $385 \mu\text{s}$ . Damit wird deutlich, dass der überwiegende Teil der Tageslängenvariation durch die relativen Drehimpulse verursacht wird und folglich mit Massenbewegungen (Strömungen) in Zusammenhang steht. Der festgestellte deutliche Einfluss der äquatorialen Relativdrehimpulse auf  $\Delta LOD$  kann nicht (zumindest nicht ausschließlich) durch das überschätzte Jahressignal in der Komponente  $h_2$  der atmosphärischen Reanalysen (vgl. Abschnitt 4.3) erklärt werden. Auch für ECHAM3-OMCT zeigt sich in analogen Testläufen ein deutlicher Effekt der Komponenten  $h_1$  und  $h_2$  auf die Tageslängenvariation: Zwischen einem Lauf, bei dem der gesamte Vektor  $\mathbf{h}(t)$  berücksichtigt wird, und einem Lauf, der ausschließlich  $h_3$  beinhaltet, besteht eine mittlere quadratische Klaffung von  $79 \mu\text{s}$ . Die Ergebnisse dieser Testläufe zeigen, dass der Effekt der axialen relativen Drehimpulse auf die Tageslängenvariation zwar dominiert, die beiden äquatorialen Komponenten des Drehimpulsvektors  $\mathbf{h}(t)$  aber nicht vernachlässigt werden sollten. Durch den Massenterm wird die Tageslänge dagegen nur wenig beeinflusst.

Die Variationen der axialen Relativdrehimpulse  $h_3$  werden zum überwiegenden Teil durch atmosphärische Massenbewegungen relativ zum rotierenden Bezugssystem verursacht. Die bedeutendste Rolle spielen hierbei zonale Winde, die die atmosphärische Drehimpulsvariabilität vor allem auf saisonalen Zeitskalen beeinflussen (Abschnitt 4.3). Längerperiodische Variationen entstehen durch meridionale Winde im Bereich des Pazifik, die auf Anomalien der Meeresoberflächentemperatur im Zusammenhang mit der ENSO zurückzuführen sind (ROSEN *et al.* 1984; HIDE *et al.* 1997; STUCK 2002, Seite 43). Da atmosphärische Bodendruckvariationen nur wenig zur Variation der Tageslänge beitragen, spielt die bei NCEP und ECHAM3 unterschiedliche Behandlung des Oberflächenluftdrucks über den Ozeanen für  $\Delta LOD$  so gut wie keine Rolle (SCHUH *et al.* 2003, Seite 85). Von den Variationen des Bodendrucks wird hauptsächlich der intraannuelle Spektralbereich von 2 bis 6 Monaten beeinflusst, wobei die Amplituden der hier auftretenden Schwankungen der Tageslänge maximal 30-40  $\mu\text{s}$  betragen.

Werden die atmosphärischen und ozeanischen Antriebe der beiden Modellkombinationen NCEP-ECCO (1980-2002) und ECHAM3-OMCT (1975-1994) gemeinsam mit den lunisolaren Drehmomenten in DyMEG berücksichtigt, ergeben sich die in Abb. 6.8 dargestellten Kurven. Die Korrelationskoeffizienten und RMS-Werte der Modellergebnisse mit den Beobachtungen sind in Tab. 6.5 zusammengestellt. In den Zeitreihen auf der linken Seite der Abbildung ist zusätzlich der Gezeiteneffekt enthalten. Wie in Abschnitt 2.3 beschrieben, haben die Gezeiten der festen Erde starke Schwankungen der Tageslänge zur Folge, die vor allem den Periodenbereich unter einem Monat beeinflussen (YODER *et al.* 1981). Dagegen ist der Einfluss der (hier vernachlässigten) ozeanischen Gezeiten auf den betrachteten Zeitskalen von  $> 1$  Tag gering (LAMBECK 1980, Seite 139; GROSS 1993). Wie sich zeigt, ist auch die Auswirkung der lunisolaren Drehmomente nahezu vernachlässigbar. Der Vergleich des dargestellten Ergebnisses für NCEP-ECCO mit einem Lauf, bei dem der Vektor der Drehmomente  $\mathbf{L}(t)$  zu Null gesetzt wird, liefert einen RMS-Wert von  $21,3 \mu\text{s}$ . Die größte, durch die Drehmomente hervorgerufene Variation der Tageslänge hat eine Periode von 14,76 Tagen, ihre Amplitude beträgt knapp  $20 \mu\text{s}$ . Damit liegt der Effekt gerade in der Größenordnung der heutigen Beobachtungsgenauigkeit. Die abgebildeten Ergebnisse der Modellkombination NCEP-ECCO sind in hervorragender Übereinstimmung mit der Reihe C04. Dagegen weicht die mit ECHAM3-OMCT berechnete Variation der Tageslänge stark von den Beobachtungen ab. Dies liegt vor allem daran, dass die saisonalen Schwankungen des globalen Strömungsfeldes durch ECHAM3 deutlich unterschätzt werden (STUCK und HENSE 2002). So wird dessen tatsächlich vorhandene natürliche Variabilität im Spektralbereich von einem Jahr durch die axiale Komponente der simulierten relativen Drehimpulse zu weniger als 50%, im Bereich von einem halben Jahr zu etwa 70% erklärt (vgl. Abschnitt 4.3). Auf längeren Zeitskalen scheinen die atmosphärischen Variationen durch ECHAM3 dagegen recht gut wiedergegeben zu werden. Die durch die ENSO verursachte Zunahme der Tageslänge im Jahr 1983 ist deutlich zu erkennen.

Tabelle 6.5: Korrelationskoeffizienten und mittlere quadratische Klaffungen (RMS) zwischen den Modellergebnissen (jeweils mit Gezeiteneinfluss) und den Beobachtungen für die Tageslängenvariation.

	Korrelationskoeffizient	RMS [ $\mu$ s]
NCEP-ECCO	0,98	120,0
NCEP	0,97	122,2
ECCO	0,66	398,6
ECHAM3-OMCT	0,72	370,8
ECHAM3	0,75	353,7
OMCT	0,63	412,9
ohne Antrieb (reiner Gezeiteneinfluss)	0,64	399,3

Auch der Einfluss der Atmosphäre und der Ozeane auf die Tageslänge wird getrennt voneinander untersucht. Dabei zeigt sich, dass die Ergebnisse der ausschließlich atmosphärisch angetriebenen Läufe den in Abb. 6.8 dargestellten Zeitreihen sehr ähnlich sind. Der Korrelationskoeffizient des Ergebnisses für NCEP mit der Zeitreihe des kombinierten NCEP-ECCO Laufs beträgt 0,99 und der RMS-Wert  $25 \mu$ s. Für ECHAM3 ergibt sich eine etwas größere Abweichung vom kombinierten ECHAM3-OMCT Lauf (Korrelationskoeffizient: 0,97; RMS-Wert:  $58 \mu$ s). Offensichtlich beeinflusst OMCT das Modellergebnis aus DyMEG stärker als ECCO. Die im Vergleich zu ECCO höhere Anregungsenergie der Relativedrehimpulse aus OMCT (vgl. Abb. 4.4 und 4.5) setzt sich direkt auf die Zeitreihen der Tageslängenvariation fort. Dies wird auch durch den Vergleich der beiden rein ozeanisch angetriebenen Läufe mit dem jeweiligen kombinierten Lauf bestätigt. Ohne die Berücksichtigung der Gezeiten liegen die Korrelationskoeffizienten sowohl für ECCO als auch für OMCT nur bei 0,10. Allerdings ist die mittlere quadratische Klaffung für ECCO ( $377 \mu$ s) größer als für OMCT ( $250 \mu$ s). Werden auch in den separierten Läufen die Gezeiten der festen Erde berücksichtigt, und die Ergebnisse mit den Beobachtungen verglichen, so ergeben sich die in Tab. 6.5 angegebenen Korrelationskoeffizienten und RMS-Werte. Zusätzlich wird die Zeitreihe der Tageslängenvariation aus einem Lauf analysiert, bei dem keine atmosphärischen und ozeanischen Antriebe berücksichtigt sind, und dessen Ergebnis ausschließlich den Einfluss der Erdgezeiten auf  $\Delta LOD$  wiedergibt (vgl. Abb. 2.2 c). Aus der Tabelle ist ersichtlich, dass die Berücksichtigung der ozeanischen Massenverlagerungen in DyMEG zu keiner besseren Übereinstimmung mit den Werten der C04-Reihe führt als der reine Gezeitenantrieb. Die größte durch die ozeanischen Antriebe hervorgerufene Variation der Tageslänge hat eine Periode

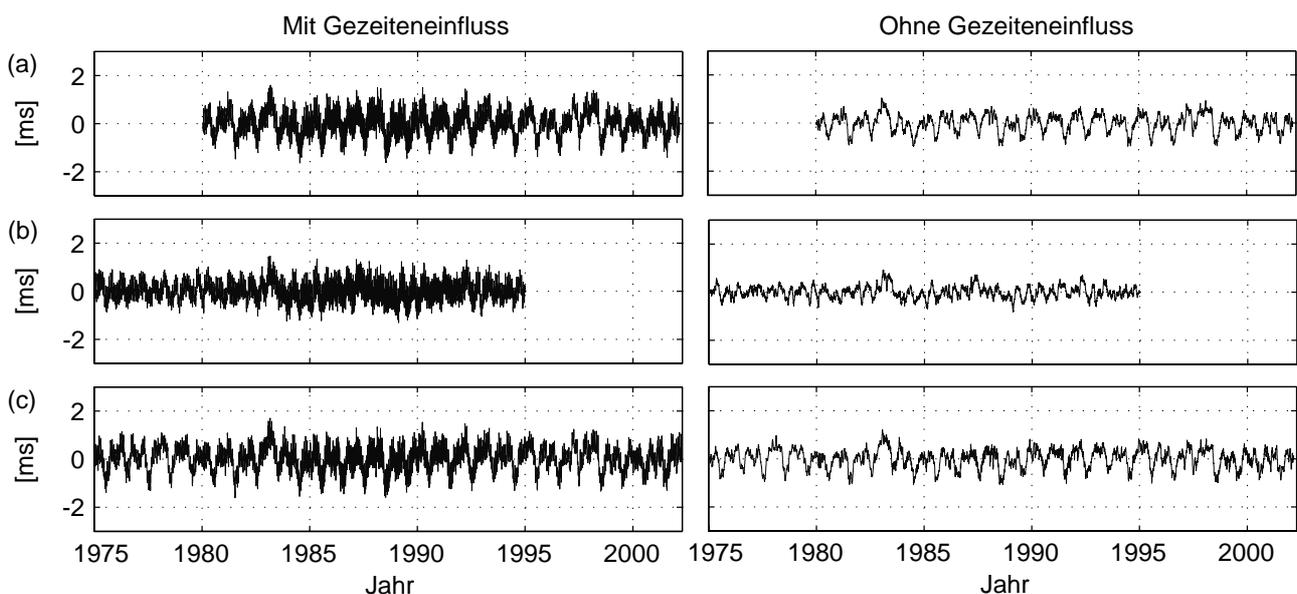


Abbildung 6.8: Modellergebnisse für die Tageslängenvariation mit (links) und ohne (rechts) Einfluss der Erdgezeiten im Vergleich mit den geodätischen Beobachtungen. In den Läufen sind atmosphärische und ozeanische Antriebe berücksichtigt. (a) NCEP-ECCO, (b) ECHAM3-OMCT, (c) Beobachtungszeitreihe C04. Alle Kurven sind um einen gleitenden Mittelwert über jeweils fünf Jahre reduziert.

von einem Jahr. Ihre mittlere Amplitude ist je nach Modell unterschiedlich. Für ECCO beträgt sie  $11 \mu\text{s}$ , für OMCT  $36 \mu\text{s}$ . In beiden Fällen ist sie allerdings um eine Größenordnung geringer als die stärkste, durch die Gezeiten verursachten Schwankung mit einer Periode von 13,66 Tagen und einer Amplitude von etwa  $350 \mu\text{s}$  (vgl. Abschnitt 2.3).

Die vor allem durch die zonalen Winde beeinflusste axiale Komponente der atmosphärischen Relativedrehimpulse bewirkt starke Variationen der Tageslänge im Periodenbereich von einem Jahr und von einem halben Jahr. Die Jahresschwingung der Modellzeitreihe für NCEP stimmt zwischen 1980 und 2002 gut mit der C04-Reihe überein. Die mittlere Amplitude des Ergebnisses aus DyMEG beträgt  $384 \mu\text{s}$ , die der Beobachtungen  $370 \mu\text{s}$ . Diese leichte Diskrepanz könnte eine Folge der in Abschnitt 4.1.1 angesprochenen Überschätzung der Windgeschwindigkeiten durch NCEP sein. Im Periodenbereich von 182 Tagen kann die Variation der Tageslänge nur teilweise durch die Atmosphäre erklärt werden. Das Modellergebnis weist hier etwa  $300 \mu\text{s}$  auf, während die beobachtete Amplitude  $352 \mu\text{s}$  erreicht. Diese Abweichung, die etwa doppelt so groß wie die Beobachtungsgenauigkeit ist, kann wahrscheinlich den bislang in DyMEG unberücksichtigten kontinentalen Grundwasserschwankungen zugeschrieben werden, die neben der Atmosphäre einen nicht unerheblichen Anteil zum Halbjahressignal beitragen (SCHUH *et al.* 2003, Seite 86). Im Falle von ECHAM3 ist die Amplitude der jährlichen Schwankungen von  $\Delta LOD$  aufgrund der unterschätzten saisonalen Variabilität des Windfeldes (Abschnitt 4.3) nur etwa halb so stark wie die des halbjährlichen Signalanteils ( $109 \mu\text{s}$  bzw.  $233 \mu\text{s}$ ). Dementsprechend ist die in Tab. 6.5 angegebene Korrelation mit den Beobachtungen relativ gering.

Zur Untersuchung der zeitlichen Variationen des Frequenzinhalts der in Abb. 6.8 dargestellten Zeitreihen (mit Gezeiteneinfluss) wird eine Wavelet-Analyse durchgeführt. Abb. 6.9 zeigt die Skalogramme der gemeinsam atmosphärisch und ozeanisch angetriebenen Modellergebnisse und ihrer Residuen gegenüber den Beobachtungen. Wie bei der Polbewegung besteht auch bei der Tageslängenvariation für NCEP-ECCO im betrachteten Spektrum eine sehr gute Übereinstimmung mit der C04-Reihe. Die normierte Kohärenz liegt fast über den gesamten abgebildeten Spektralbereich nahe bei 1. Das Skalogramm der Residuen weist auf keine großen Abweichungen hin. Die oben erwähnte Diskrepanz zwischen den Energiewerten der halbjährlichen Signalanteile von Modellergebnis und Beobachtung ist mit  $2 \cdot 10^{-3} \text{ ms}^2 \cdot \text{d}^2$  um etwa eine Größenordnung zu klein, als dass

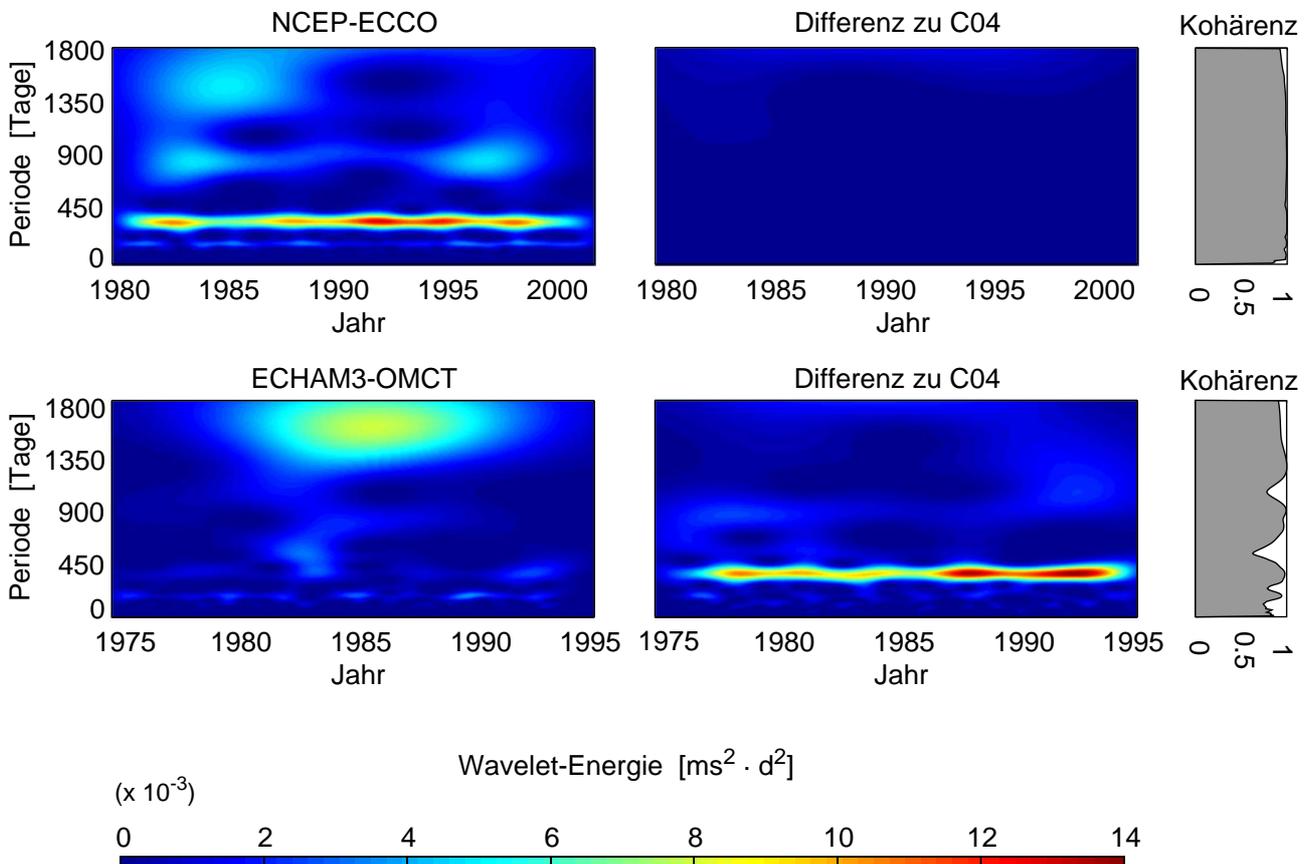


Abbildung 6.9: Wavelet-Skalogramme der Modellergebnisse für die Tageslängenvariation (links) und der Residuen gegenüber den Beobachtungen (rechts). Oben: NCEP-ECCO, unten: ECHAM3-OMCT.

sie durch den Farbbalken der Abbildung erfasst werden könnte. Größere Abweichungen treten lediglich in dem durch die ENSO beeinflussten Periodenbereich auf. Das Modellergebnis zeigt in den ersten Jahren der Zeitreihe eine erhöhte Energie im Bereich von 44-53 Monaten (1360-1630 Tage), die mit dem starken ENSO-Ereignis von 1983 in Zusammenhang steht. Auch im Jahr 1998 ist dieses Phänomen zu erkennen, wenn auch nicht so stark ausgeprägt.

Über die gesamte Zeit hinweg ist auch bei 30 Monaten (um 890 Tage) ein deutliches Signal zu erkennen, das jeweils im Jahr der ENSO sein Maximum erreicht. Diese Signalcharakteristik ist auch in den Beobachtungen enthalten. Zusätzlich ist das Modellergebnis für NCEP-ECCO durch ein relativ konstantes Signal im Periodenbereich um 59-60 Monate (1800 Tage) gekennzeichnet, das eine Amplitude von etwa  $100 \mu\text{s}$  aufweist. Diese Schwankung ist in der ursprünglichen C04-Reihe ebenfalls enthalten ( $82 \mu\text{s}$ ). Nach der Bereinigung der C04-Werte um den gleitenden Mittelwert von fünf Jahren ist sie jedoch nicht mehr erkennbar, wodurch die erhöhte Energie in diesem Spektralbereich des Skalogramms der Residuen als Artefakt erklärt werden kann. Für ECHAM3-OMCT zeigen sich erwartungsgemäß die stärksten Abweichungen im Bereich der Jahres- und der Halbjahresschwingung. Aber auch im Periodenbereich der ENSO bestehen deutliche Diskrepanzen. So wird durch das starke ENSO-Ereignis von 1983 nahezu das gesamte Spektrum zwischen 12 und 60 Monaten beeinflusst. Wie bei NCEP-ECCO weist der Bereich zwischen 44 und 53 Monaten die größte spektrale Energie auf. Ihr Betrag ist jedoch wesentlich höher als bei den Reanalysen. Die Abweichungen zwischen den Skalogrammen für NCEP-ECCO und ECHAM3-OMCT sind auf die unterschiedliche Reaktion der beiden Modellatmosphären von NCEP und ECHAM3 auf die ENSO zurückzuführen: Während in ECHAM3 ein starkes Maximum der atmosphärischen Drehimpulsvariabilität im Periodenbereich von 44 bis 70 Monaten erzeugt wird (STUCK 2002, Seite 46), zeigen sich im (realitätsnäheren) Spektrum der Reanalysen zwei getrennte Signale mit Perioden um 30 und um 50 Monate, die beide geringere Amplituden haben (STUCK 2002, Seite 47). Die Periode um 30 Monate ist im Skalogramm des durch NCEP-ECCO angetriebenen Laufs über den gesamten Zeitraum hinweg vorhanden und in guter Übereinstimmung mit den Beobachtungen. Da dieses Signal durch ECHAM3-OMCT nur vorübergehend angeregt wird (1983-1988), weicht das Skalogramm während der übrigen Zeit in diesem Bereich deutlich von den Beobachtungen ab.

### 6.3 Schwerefeldkoeffizienten zweiten Grades

Zeitliche Variationen der Anordnung von Massenelementen im Erdsystem wirken sich sowohl auf die Rotation als auch auf das Schwerefeld der Erde aus. Massenbewegungen, die ausschließlich relative Drehimpulse bewirken, haben dagegen keinen Einfluss auf das Schwerefeld. Zwischen den sechs Elementen des Trägheitstensors  $\mathbf{I}(t)$  und den fünf harmonischen Koeffizienten  $\bar{C}_{20}(t)$ ,  $\bar{C}_{21}(t)$ ,  $\bar{S}_{21}(t)$ ,  $\bar{C}_{22}(t)$  und  $\bar{S}_{22}(t)$  des Schwerepotentials besteht der durch Gl. (3.1) beschriebene Zusammenhang. Der in DyMEG vorgegebene Näherungs-Trägheitstensor  $\mathbf{I}_0$  (vgl. Abschnitt 3.1) führt auf die (Näherungs-)Koeffizienten  $\bar{C}_{20}^0$ ,  $\bar{C}_{21}^0$ ,  $\bar{S}_{21}^0$ ,  $\bar{C}_{22}^0$  und  $\bar{S}_{22}^0$  des Modells. Ihre Zahlenwerte werden in Tab. 6.6 mit den Koeffizienten der aus Satellitenbahnanalysen, gravimetrischen Beobachtungen und Altimetrie kombinierten Schwerefeldmodelle EGM96 (LEMOINE *et al.* 1998) und JGM-3 (TAPLEY *et al.* 1996) verglichen. Daneben sind auch die Koeffizienten der beiden ausschließlich auf Satellitenbahnanalysen basierenden Modelle EIGEN-3 (vorläufige Werte aus CHAMP-Beobachtungen über drei Jahre) (REIGBER *et al.* 2003) und GGM01S (aus GRACE-Beobachtungen über 111 Tage) (<http://www.csr.utexas.edu/grace/gravity/>) angegeben. Die Modelle EGM96 und EIGEN-3 beziehen sich auf ein gezeitenfreies (*tide free*) System. Um sie mit den Koeffizienten aus DyMEG (zero tide System) vergleichen zu können, wurde  $\bar{C}_{20}(t)$  in EGM96 und EIGEN-3 um den Effekt der permanenten Tide korrigiert (Abschnitt 3.4). Da die Werte des Näherungs-Trägheitstensors  $\mathbf{I}_0$  auf den Schwerefeldmodellen EGM96, JGM-3, GRIM5-S1 und GRIM5-S1CH1 basieren (MARCHENKO und SCHWINTZER 2003), ist die gute Übereinstimmung der Werte aus DyMEG mit den Koeffizienten dieser vier aktuellen Schwerefeldmodelle nicht überraschend. Deren Abweichungen untereinander sind nicht ausschließlich auf die Verwendung unterschiedlicher Beobachtungen bzw. Beobachtungstypen zurückzuführen. Die Modelle unterscheiden sich zum Teil auch bezüglich der Parameter des jeweils verwendeten Ausgangskörpers (z.B. Dimensionen des Erdellipsoids).

Massenverlagerungen in der Atmosphäre, den Ozeanen und in der festen Erde führen zu zeitlichen Variationen der Schwerefeldkoeffizienten. Die größten Effekte werden durch die Gezeitendeformation des festen Erdkörpers verursacht (vgl. Abschnitt 3.4). Die dadurch hervorgerufenen periodischen Variationen betragen für  $\Delta\bar{C}_{20}(t)$  bis zu  $\pm 2,3 \cdot 10^{-9}$ . Die übrigen vier Koeffizienten werden stärker beeinflusst. Ihre Schwankungen erreichen bis zu  $\pm 8,6 \cdot 10^{-9}$ . Damit sind die Variationen der Potentialkoeffizienten infolge der Erdgezeiten um etwa eine Größenordnung stärker als die durch die Massenverlagerungen in der Atmosphäre und den Ozeanen hervorgerufenen Schwankungen. In Abb. 6.10 ist die gemeinsame Auswirkung des direkten und indirekten Effekts dieser beiden Primärkomponenten auf  $\Delta\bar{C}_{20}(t)$  dargestellt. Wie bei der Erdrotation werden die Berechnungen

Tabelle 6.6: Aus dem Näherungs-Trägheitstensor  $\mathbf{I}_0$  abgeleitete Potentialkoeffizienten zweiten Grades aus DyMEG im Vergleich mit anderen Schwerefeldmodellen (jeweils zero tide System).

Parameter	DyMEG	EGM96	JGM-3	EIGEN-3	GGM01S
$C_{20}^0 \cdot 10^{-6}$	-484,169315	-484,169572	-484,169548	-484,169852	-484,169026
$\bar{C}_{21}^0 \cdot 10^{-6}$	-0,000234	-0,000187	-0,000188	-0,000181	-0,000261
$\bar{S}_{21}^0 \cdot 10^{-6}$	0,001338	0,001195	0,001195	0,001418	0,001415
$\bar{C}_{22}^0 \cdot 10^{-6}$	2,439224	2,439144	2,439261	2,439305	2,439306
$\bar{S}_{22}^0 \cdot 10^{-6}$	-1,400244	-1,400167	-1,400266	-1,400333	-1,400283

für die Zeiträume 1980-2002 (NCEP-ECCO) und 1975-1994 (ECHAM3-OMCT) durchgeführt. Zur Validierung der Modellergebnisse ist eine Zeitreihe des Koeffizienten  $\Delta\bar{C}_{20}(t)$  verfügbar, die aus SLR-Beobachtungen zu mehreren Satelliten wie Lageos-1, Lageos-2, Starlette und Ajisai abgeleitet wurde (COX und CHAO 2002). Sie überdeckt den Zeitraum zwischen 1980 und 2003 mit einer Auflösung von 30 Tagen. Die Genauigkeit, mit der der Koeffizient  $\Delta\bar{C}_{20}(t)$  aus den SLR-Beobachtungen geschätzt werden kann, beträgt während der ersten Dekade etwa  $1,5 \cdot 10^{-10}$ . Aufgrund deutlich genauerer SLR-Beobachtungen verbessert sich dieser Wert bis zum Ende der Zeitreihe auf etwa  $0,3 \cdot 10^{-10}$ . Um die Ergebnisse aus DyMEG mit diesen Beobachtungen vergleichen zu können, werden auch aus den beiden Modellzeitreihen für NCEP-ECCO und ECHAM3-OMCT monatliche Mittelwerte berechnet (Abb. 6.10, rechts). Zwischen den Beobachtungen und den (gemittelten) Modellergebnissen ergeben sich Korrelationskoeffizienten von 0,85 (NCEP-ECCO) bzw. 0,46 (ECHAM3-OMCT). Die entsprechenden quadratischen Klaffungen (RMS) betragen  $0,55$  bzw.  $1,01 \cdot 10^{-10}$ .

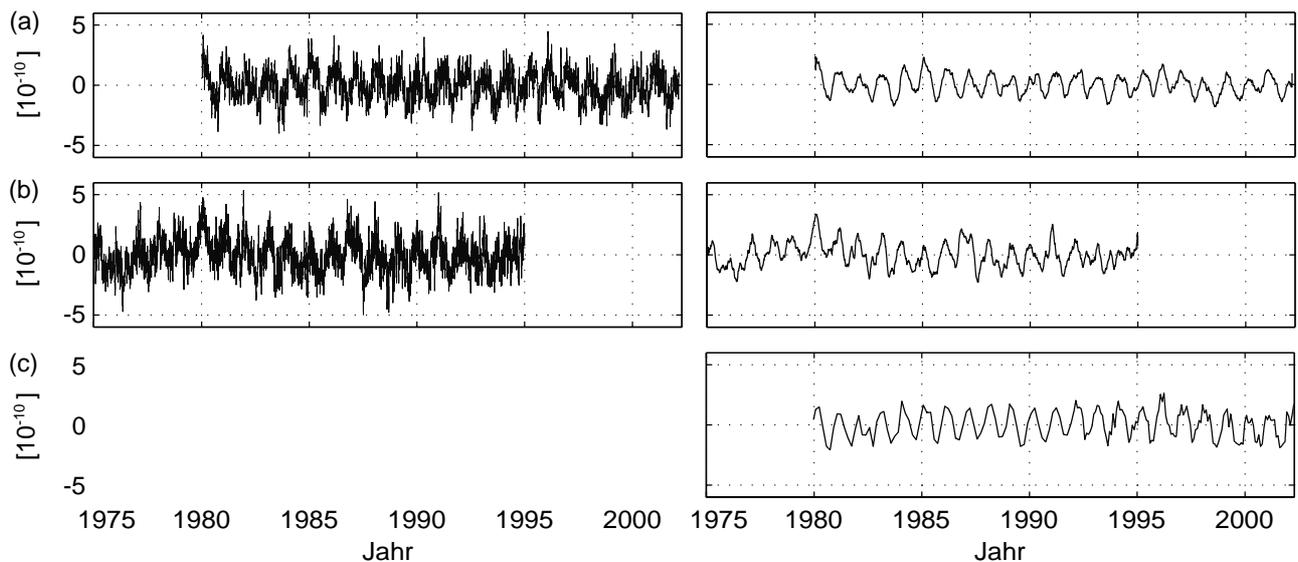


Abbildung 6.10: Zeitliche Variation des harmonischen Koeffizienten  $\Delta\bar{C}_{20}(t)$  infolge atmosphärischer und ozeanischer Massenverlagerungen und der Auflastdeformationen des Erdkörpers im Vergleich mit geodätischen Beobachtungen. (a) NCEP-ECCO, (b) ECHAM3-OMCT, (c) aus SLR-Beobachtungen abgeleitete Zeitreihe. Links: Zeitreihen in täglicher Auflösung; rechts: monatliche Mittelwerte. Lineare Trends wurden jeweils beseitigt.

Die Wavelet-Analyse der (nicht monatlich gemittelten) Zeitreihen für Perioden bis zu 600 Tagen (Abb. 6.11) zeigt für NCEP-ECCO zunächst eine recht gute Übereinstimmung mit den Beobachtungen. Die Kohärenz erreicht vor allem im Bereich zwischen 200 und 450 Tagen und ab 500 Tagen hohe Werte. Bis 1985 und zwischen 1990 und 1995 weist das Modellergebnis schwache episodische Signale mit Perioden zwischen 450 und 500 Tagen auf, die in den Beobachtungen nicht enthalten sind. Daher ist die Kohärenz in diesem Bereich geringer. Die deutlichsten Abweichungen zeigen sich nach 1990 im Bereich der Jahresschwingung. Während die durch die Tensorvariationen aus NCEP-ECCO beschriebene Jahresamplitude kontinuierlich abnimmt, bleibt das Signal in den Beobachtungen nahezu konstant. Daher zeigt das Skalogramm der Differenz in diesem Bereich eine zunehmende Energie. Die Jahresamplitude der Reihe  $\Delta\bar{C}_{20}(t)$ , die sich für ECHAM3-OMCT ergibt, ist im Vergleich mit den Beobachtungen über den gesamten Zeitraum hinweg zu hoch. Allerdings bleibt sie im Gegensatz zu NCEP-ECCO nahezu konstant. Die Kohärenz weist trotz der starken Überschätzung im Bereich des Jahressignals einen hohen Wert auf, da sie (genau wie der Korrelationskoeffizient) keine Aussage über die Amplitudenverhältnisse erlaubt. Die Signalanteile mit Perioden um 480 Tagen (ab 1985) sind bei ECHAM3-OMCT etwas stärker ausgeprägt als bei

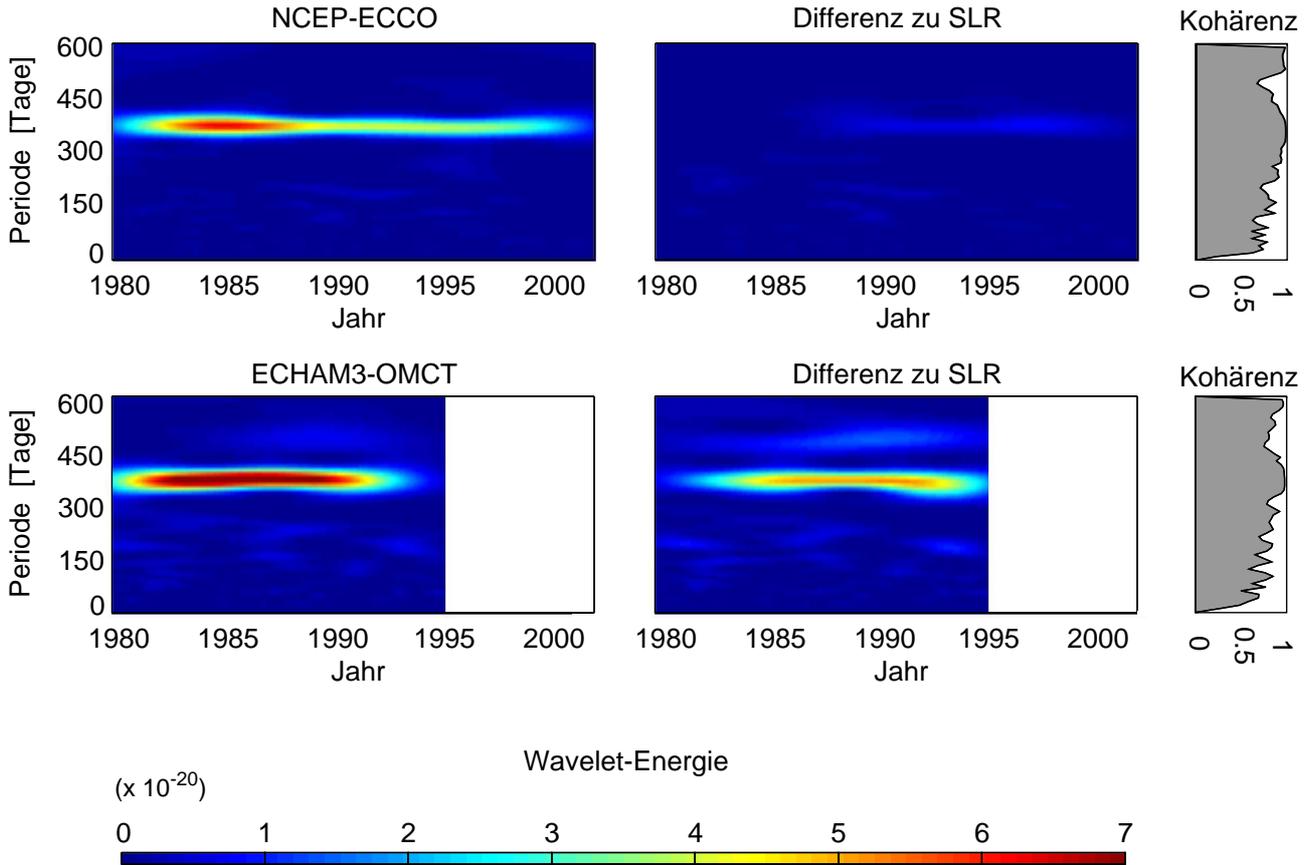


Abbildung 6.11: Wavelet-Skalogramme der Modellergebnisse für den harmonischen Koeffizienten  $\Delta\bar{C}_{20}(t)$  (links) und der Residuen gegenüber den Beobachtungen (rechts). Oben: NCEP-ECCO, unten: ECHAM3-OMCT.

NCEP-ECCO. Im Periodenbereich unter 300 Tagen weist die aus den SLR-Beobachtungen abgeleitete Zeitreihe trotz einer zeitlichen Auflösung von 30 Tagen nur eine sehr geringe Energie auf. Daher sind die Skalogramme der Modellergebnisse und der Differenz gegenüber den Beobachtungen hier sehr ähnlich. Dies gilt insbesondere für den Periodenbereich von einem halben Jahr, da die in den Modellergebnissen episodisch auftretenden Variationen durch die Beobachtungen nicht verifiziert werden können. Inwiefern allerdings die aus den Beobachtungen berechnete Zeitreihe verlässlich ist, ist hier nicht zu klären.

Die mit DyMEG ermittelten Variationen der übrigen Potentialkoeffizienten zweiten Grades sind in Abb. 6.12 dargestellt. Die Koeffizienten  $\Delta\bar{C}_{21}(t)$  und  $\Delta\bar{S}_{21}(t)$  sind mit den Deviationsmomenten  $c_{13}(t)$  bzw.  $c_{23}(t)$  des Trägheitstensors verknüpft, die am stärksten zur Polbewegung beitragen. Zwischen NCEP-ECCO und ECHAM3-OMCT zeigen sich deutliche Unterschiede, die unmittelbar mit den in Abschnitt 4.3 diskutierten Eigenschaften der beiden Modellkombinationen verknüpft sind. So führen die durch ECHAM3-OMCT beschriebenen Massenverlagerungen zu einem im Vergleich mit NCEP-ECCO wesentlich stärkeren Jahressignal. Dessen mittlere Amplituden betragen für ECHAM3-OMCT  $0,58 \cdot 10^{-10}$  ( $\Delta\bar{C}_{21}(t)$ ) bzw.  $0,88 \cdot 10^{-10}$  ( $\Delta\bar{S}_{21}(t)$ ). Für NCEP-ECCO ergeben sich  $0,20 \cdot 10^{-10}$  bzw.  $0,66 \cdot 10^{-10}$ . Entsprechend den Zeitreihen der Anregungen (Abb. 4.1 und 4.2) zeigt sich für die Jahresamplitude des Koeffizienten  $\Delta\bar{S}_{21}(t)$  eine geringere Diskrepanz zwischen beiden Modellkombinationen als für  $\Delta\bar{C}_{21}(t)$ . Die Ursache der schlechteren Übereinstimmung im Falle des Koeffizienten  $\Delta\bar{C}_{21}(t)$  kann durch die Überschätzung des atmosphärischen Jahressignals im Deviationsmoment  $c_{13}(t)$  aus ECHAM3 begründet werden, der durch den Modellozean (OMCT) nicht ausreichend kompensiert wird. Aufgrund der in NCEP vorgenommenen Reduktion der atmosphärischen Druckvariationen über den Ozeanen (IB-Korrektur) ist die Jahresamplitude der Deviationsmomente hier von vornherein wesentlich geringer. Da die Komponente  $c_{23}(t)$  aufgrund der Land/Wasser-Verteilung auf der Erde weniger stark von der in beiden Modellkombinationen unterschiedlichen Behandlung des Luftdrucks betroffen ist (Abschnitt 4.3), ist in beiden Zeitreihen des Koeffizienten  $\Delta\bar{S}_{21}(t)$  ein deutliches Jahressignal enthalten. Folglich ist die Abweichung zwischen NCEP-ECCO und ECHAM3-OMCT hier geringer. Die Koeffizienten  $\Delta\bar{C}_{22}(t)$  und  $\Delta\bar{S}_{22}(t)$  stehen mit den im analytischen Ansatz zur Berechnung der Polbewegung vernachlässigten Deviationsmomenten  $c_{12}(t)$ ,  $c_{11}(t)$  und  $c_{22}(t)$  in Zusammenhang. Diese drei Anregungszeitreihen, die für die Erdrotation nur eine untergeordnete

Rolle spielen, wurden im Rahmen dieser Arbeit nicht eingehend analysiert. Die Variationen der Schwerefeldkoeffizienten  $\Delta\bar{C}_{22}(t)$  und  $\Delta\bar{S}_{22}(t)$  zeigen jedoch, dass auch hier signifikante Unterschiede zwischen den beiden Modellkombinationen bestehen. Bei NCEP-ECCO wird  $\Delta\bar{C}_{22}(t)$  durch einen deutlichen Jahresgang dominiert, dessen Amplitude mit  $1,0 \cdot 10^{-10}$  stärker ist, als bei den Koeffizienten  $\Delta\bar{C}_{21}(t)$  und  $\Delta\bar{S}_{21}(t)$ . Dagegen ist die jahreszeitliche Schwankung von  $\Delta\bar{S}_{22}(t)$  nur etwa halb so groß. Für ECHAM3-OMCT zeigen die beiden Koeffizienten zweiter Ordnung keine ausgeprägten saisonalen Variationen. Die Zeitreihen sind vor allem durch starkes Rauschen charakterisiert.

Für diese Arbeit liegen keine, analog zu  $\Delta\bar{C}_{20}(t)$  aus SLR-Beobachtungen ermittelten Variationen der harmonischen Koeffizienten  $\Delta\bar{C}_{21}(t)$ ,  $\Delta\bar{S}_{21}(t)$ ,  $\Delta\bar{C}_{22}(t)$  und  $\Delta\bar{S}_{22}(t)$  vor. Auch aus den neuen Schwerefeldmissionen CHAMP und GRACE sind bislang keine Zeitreihen der Potentialkoeffizienten verfügbar. Daher können die Modellergebnisse dieser vier Parameter hier nicht validiert werden. Auch wenn der betrachtete Zeitraum durch CHAMP und GRACE nicht überdeckt wird, würden deren Ergebnisse doch einen grundsätzlichen Vergleich der in den Koeffizienten enthaltenen Perioden und Amplituden erlauben. Um zumindest den ozeanisch induzierten Anteil der Schwerefeldvariationen zu überprüfen, können Altimeter-Messungen herangezogen werden. Aus den beobachteten Meeresspiegelvariationen lassen sich ozeanische Massenverlagerungen abschätzen. Allerdings müssen die Beobachtungen zunächst um den sogenannten *sterischen Effekt* (themohalin verursachte Meeresspiegelschwankungen) korrigiert werden. Dieser beeinflusst durch die Volumenänderung des Wassers zwar die Meeresoberfläche, hat jedoch keine Massenänderung zur Folge. Somit wirkt er sich auch nicht auf das Schwerefeld aus. Diese dynamischen Variationen der Meerestopographie werden aus klimatologischen Durchschnittswerten über mehrere Monate abgeleitet (LEVITUS *et al.* 1994; LEVITUS und BOYER 1994) und können nur sehr ungenau modelliert werden. Eine entsprechend korrigierte Zeitreihe aus Beobachtungen des Satelliten TOPEX/Poseidon liegt für die Jahre 1993-2002 in einer Auflösung von 10 Tagen vor. Dieser Zeitraum wird durch die ECCO-Antriebe überdeckt. Die Gegenüberstellung der Modellergebnisse aus DyMEG mit den Beobachtungen liefert allerdings keine befriedigende Übereinstimmung. Die Variationen der Potentialkoeffizienten liegen zwar in der gleichen Größenordnung, der Korrelationskoeffizient zwischen dem Modellergebnis und der Beobachtungszeitreihe erreicht jedoch für keinen der Koeffizienten mehr als 0,3.

Die zeitlichen Variationen der Potentialkoeffizienten zweiten Grades stehen über den Trägheitstensor in unmittelbarem Zusammenhang mit der Erdrotation. Durch die Beobachtungen der neuen Satellitenmissionen CHAMP und GRACE sollen die durch Massenverlagerungen im Erdsystem hervorgerufenen Schwerefeldvariationen mit

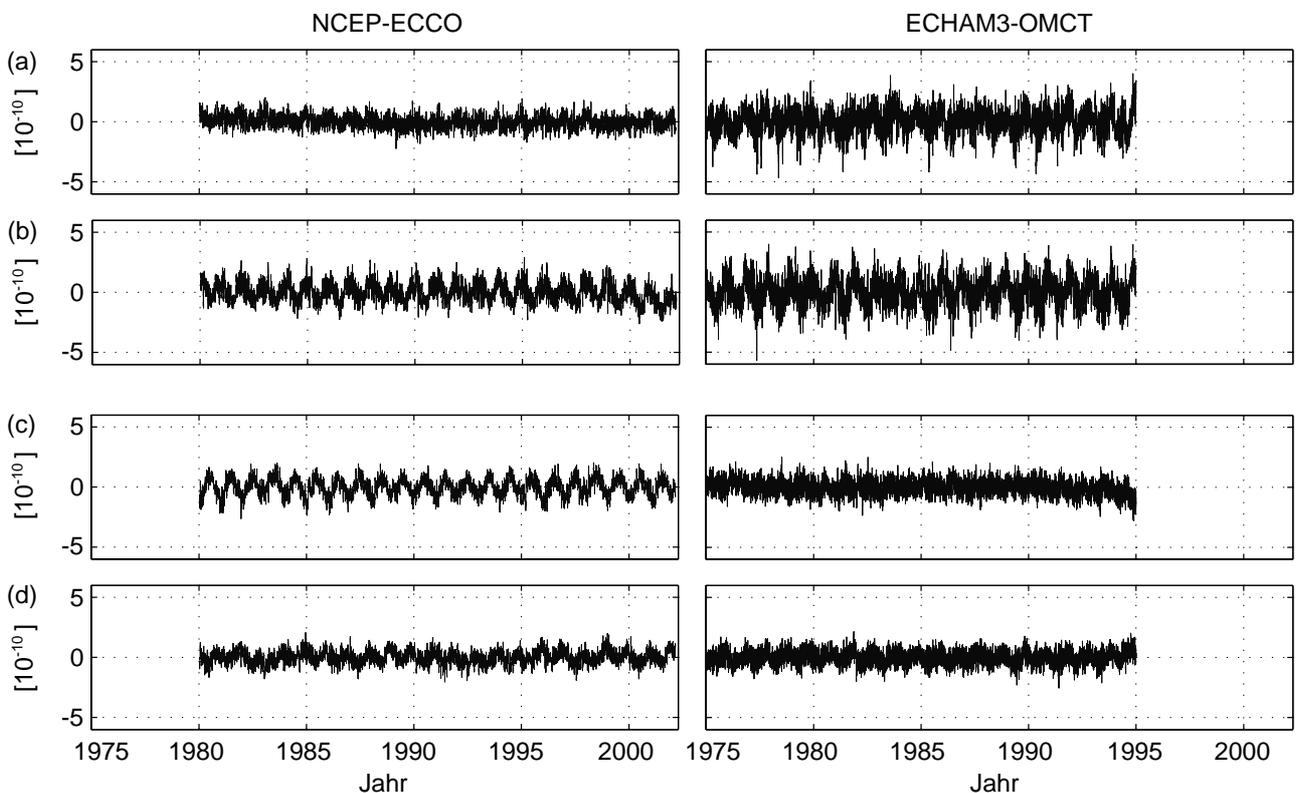


Abbildung 6.12: Zeitliche Variation der harmonischen Koeffizienten (a)  $\Delta\bar{C}_{21}(t)$ , (b)  $\Delta\bar{S}_{21}(t)$ , (c)  $\Delta\bar{C}_{22}(t)$  und (d)  $\Delta\bar{S}_{22}(t)$  infolge atmosphärischer und ozeanischer Massenverlagerungen und der Auflastdeformationen des Erdkörpers.

einer zeitlichen Auflösung von etwa einem Monat bestimmt werden. Auch für die Erdrotationsforschung ergeben sich dadurch neue Perspektiven, da die Variationen des integralen Trägheitstensors aus realitätsnahen Informationen abgeleitet werden können. Die auf diese Weise aus Beobachtungen bestimmten Deviationsmomente sind unabhängig von Modellen einzelner Komponenten des Erdsystems. Da die Schwerefeldvariationen nicht sensitiv gegenüber Massenbewegungen sind, lassen sich die Effekte des Massenterms und des Bewegungsterms auf die Erdrotation sauber voneinander separieren. Darüber hinaus können die Missionen auch dazu beitragen, Lücken in der Drehimpulsbilanz zu schließen, die aufgrund bislang unzureichend modellierter Subsysteme (z.B. kontinentale Hydrosphäre) bestehen.

## 7. Bewertung und Ausblick

Um den gemeinsamen Einfluss von Massenverlagerungen in der Atmosphäre, den Ozeanen und der festen Erde auf die Rotationsdynamik der Erde zu untersuchen, wurde das dynamische Erdsystemmodell DyMEG entwickelt. Es basiert auf der Drehimpulsbilanz im rotierenden Bezugssystem, die durch die Liouville-Gleichung beschrieben wird. DyMEG wird durch zeitlich hochaufgelöste atmosphärische und ozeanische Drehimpulsvariationen angetrieben, die aus Modellsimulationen und Reanalysedaten abgeleitet wurden. In dieser Arbeit werden die beiden unabhängigen aber jeweils konsistenten Antriebskombinationen NCEP-ECCO und ECHAM3-OMCT verwendet. Neben den direkten Einflüssen werden die Deformationen des Erdkörpers als Folge von Rotationsvariationen, Gezeiten und Auflasten im Modell berücksichtigt. Darüber hinaus bewirken direkte Gravitationskräfte von Sonne und Mond Drehmomente auf die Erde, die die Erdrotation beeinflussen. Die freie Rotation der Erde wird in DyMEG nicht bezüglich ihrer Periode und ihrer Dämpfung fest vorgegeben, sondern vom Modell auf der Basis geometrischer und rheologischer Parameter selbst erzeugt. Grundlegend hierfür ist die Berücksichtigung der Rotationsdeformation der Erde im Modell, die die Deformation der festen Erde unter dem Einfluss von Rotationsvariationen beschreibt. Dieser Effekt ist für die Verlängerung der Euler-Periode (305 Tage), mit der eine starre Erde rotieren würde, auf die Chandler-Periode (434 Tage) verantwortlich. Über die Rotationsdeformation wird die freie Kreiselbewegung durch die Massenverlagerungen in den einzelnen Komponenten des Erdsystems beeinflusst. Im Gegensatz zu klassischen Ansätzen, in denen die Liouville-Gleichung linearisiert und analytisch gelöst wird, wird das gekoppelte Differentialgleichungssystem erster Ordnung in DyMEG als Anfangswertproblem formuliert und mit einem Runge-Kutta-Fehlberg Integrator 4./5. Ordnung numerisch gelöst.

Eine Sensitivitätsanalyse des Modells zeigt, dass die numerische Lösung aus algorithmischer Sicht verlässlich und stabil ist. Daneben wird die Abhängigkeit der Modellergebnisse von physikalischen Parametern und den Anfangsbedingungen der numerischen Integration untersucht. Während sich die Hauptträgheitsmomente, die Orientierung der Hauptträgheitsachsen und die aus geodätischen Beobachtungen abgeleiteten Anfangswerte als unkritisch erweisen, zeigen sich signifikante Auswirkungen der verwendeten Lovezahl  $k_2$  für die Rotationsdeformation auf die Chandler-Schwingung. Für den empirisch ermittelten Wert  $k_2 = 0,352 + 0,0042i$  ( $Q = 69$ ) stimmen die Ergebnisse der Polbewegung aus DyMEG bezüglich Periode und Amplitudenrate der Chandler-Schwingung bestmöglich mit der Beobachtungszeitreihe C04 überein. Nahezu unabhängig vom Startzeitpunkt der Integration weisen die Ergebnisse der Polbewegung für NCEP-ECCO einen Korrelationskoeffizienten von über 0,95 mit den geodätischen Beobachtungen auf. Die mittleren quadratischen Klaffungen (RMS) zwischen den Modellzeitreihen der  $x$ - bzw.  $y$ -Komponente und den Werten der C04-Reihe betragen im günstigsten Fall 29,5 mas bzw. 23,3 mas. Für ECHAM3-OMCT variiert die Korrelation zwischen 0,6 und 0,95, wobei sich günstige und ungünstige Startzeitpunkte mit einem Zyklus von mehreren Jahren abwechseln. Im besten Fall werden RMS-Werte von 70,8 mas bzw. 75,8 mas erreicht. Eine schlechte Übereinstimmung an einem ungünstigen Startzeitpunkt wird auf Phasenverschiebungen der Chandler-Schwingung zurückgeführt, deren Ursache bislang nicht geklärt werden konnte. Die Tageslänge unterliegt dagegen nahezu keiner Abhängigkeit vom Startzeitpunkt. Sie bleibt von den Phasenverschiebungen der Chandler-Schwingung unbeeinflusst.

Die Übereinstimmung der Modellergebnisse aus DyMEG mit den geodätischen Beobachtungen ist je nach betrachtetem Spektralbereich unterschiedlich gut. So bestehen bei der Polbewegung Defizite auf Zeitskalen von unter einem Monat. Die Modellzeitreihen weisen hier eine im Vergleich zur C04-Reihe zu geringe Energiedichte auf. Daneben sind die durch DyMEG beschriebenen Perioden der Erdgezeiten  $M_m$  (monatlich) und  $M_f$  (halbmonatlich) gegenüber den Beobachtungen um bis zu zwei Tage verschoben, obwohl die lunisolen Einflüsse auf die Erdrotation explizit durch das verwendete Gezeitenmodell vorgegeben werden. Die Ursache dieser Abweichungen ist bislang unklar. Auf saisonalen und längeren Zeitskalen bis hin zur Chandler-Periode stimmen die Ergebnisse zumindest für die Antriebskombination NCEP-ECCO sehr gut mit den Beobachtungen überein. Die Modellergebnisse für ECHAM3-OMCT sind dagegen durch eine deutlich überschätzte Jahresamplitude gekennzeichnet. Die getrennte Betrachtung atmosphärischer und ozeanischer Anregungen in DyMEG zeigt, dass dieser Effekt auf ein zu hohes Jahressignal der äquatorialen atmosphärischen Antriebe zurückzuführen ist, das sich über die Druckkopplung zwischen ECHAM3 und OMCT auch auf die Ozeane fortsetzt. Säkulare Veränderungen der Polbewegung wie die Wanderung des Rotationspols in Richtung Nordamerika können durch DyMEG nicht erklärt werden. Mögliche Ursachen dieser Bewegungen wie postglaziale Landhebungen und säkulare Meeresspiegelvariationen sind bislang nicht im Modell berücksichtigt. Die Tageslängenvariation ist für NCEP-ECCO im gesamten betrachteten Spektralbereich zwischen wenigen Tagen und 5 Jahren bei einem RMS-Wert von  $120 \mu\text{s}$  hoch mit den geodätischen Beobachtungen korreliert (0,98). Die strömungsbedingten atmosphärischen Variationen, die hier den wichtigsten Antriebsmechanismus darstellen, werden durch die Reanalysen realitätsnah beschrieben. Da die axiale Komponente der ECHAM3-Drehimpulse den Jahressgang deutlich unterschätzt, ist das Jahressignal der Tageslängenvariation im Falle von ECHAM3-OMCT im Vergleich mit den geodätischen Beobachtungen zu schwach. Daher erreicht der Korrelationskoeffizient lediglich 0,72, der RMS-Wert beträgt  $370,8 \mu\text{s}$ .

Die aus dem Näherungs-Trägheitstensor abgeleiteten Potentialkoeffizienten zweiten Grades des Erdschwerefeldes stimmen sehr gut mit den Werten anderer Schwerefeldmodelle überein. Ihre atmosphärisch und ozeanisch verursachten Variationen sind direkt mit den Deviationsmomenten des Trägheitstensors verknüpft. Sie können allerdings nur eingeschränkt validiert werden, da in dieser Arbeit ausser für den Koeffizienten  $\Delta\bar{C}_{20}(t)$  keine aus geodätischen Beobachtungen abgeleiteten Zeitreihen verfügbar sind. Die Gegenüberstellung der Modellergebnisse für diesen Koeffizienten mit einer in monatlicher Auflösung aus SLR-Beobachtungen ermittelten Reihe zeigt zumindest für die Modellkombination NCEP-ECCO im Spektralbereich bis zu 600 Tagen eine relativ gute Übereinstimmung (Korrelationskoeffizient 0,85, RMS-Wert  $0,55 \cdot 10^{-10}$ ). Für ECHAM3-OMCT ergeben sich dagegen deutlichere Abweichungen (Korrelationskoeffizient 0,46, RMS-Wert  $1,01 \cdot 10^{-10}$ ).

Ein wesentlicher Bestandteil der Arbeit beschäftigt sich mit der Frage, ob und in welcher Weise die atmosphärischen und ozeanischen Antriebe die freie Kreiselbewegung der Erde (Chandler-Schwingung) beeinflussen. Die numerischen Ergebnisse der Polbewegung zeigen, dass die geophysikalischen Antriebe beider Modellkombinationen NCEP-ECCO und ECHAM3-OMCT in der Lage sind, der durch Reibung verursachten Dämpfung der Chandler-Schwingung über mehr als zwei Jahrzehnte entgegenzuwirken. Als Ursache der Anregung werden stochastische atmosphärische Variationen durch das Wetter angesehen, die ein weisses Rauschen im Spektrum der atmosphärischen Drehimpulse verursachen. Die im Rauschen enthaltene Energie, die durch die Kopplung zwischen den Systemkomponenten auch auf die Ozeane übertragen wird, reicht offensichtlich aus, um die Chandler-Bewegung anzutreiben. Erzwungene Rotationsvariationen wirken sich über den Rückkopplungseffekt der Rotationsdeformation auf Amplitude und Periode der freien Kreiselbewegung aus. So zeigt sich im Rahmen der Sensitivitätsanalyse, dass zwischen dem Realteil der Lovezahl  $k_2$  und der vom Modell erzeugten Chandler-Periode bei Vernachlässigung aller Antriebe ein linearer Zusammenhang besteht. Werden die atmosphärischen und ozeanischen Anregungen im Modell berücksichtigt, ist der Zusammenhang nichtlinear. Darüber hinaus bestehen deutliche Effekte auf die freie Kreiselbewegung, wenn die Resonanzbedingungen des Modells durch die Vernachlässigung einzelner Subsysteme verändert werden. Werden die atmosphärischen und ozeanischen Antriebe getrennt voneinander in DyMEG eingeführt, so zeigen die Ergebnisse sowohl bezüglich der Amplituden als auch der Perioden Abweichungen vom entsprechenden vollständig angetriebenen Lauf.

Im Gegensatz zum traditionellen analytischen Ansatz zur Lösung der Liouville-Gleichung, ist beim hier verwendeten numerischen Vorgehen keine Linearisierung der Differentialgleichung erforderlich. Während in der analytischen Lösung nur die Einflüsse von drei der sechs unterschiedlichen Deviationsmomente des Trägheitstensors enthalten sind, können mit DyMEG auch die Effekte der übrigen drei Elemente berücksichtigt werden. Dadurch sind Polbewegung und Tageslängenvariationen nicht wie üblich entkoppelt. Auch die Aufstellung der im analytischen Ansatz verwendeten Anregungsfunktionen ist nicht notwendig. Wie sich zeigt, tritt zwischen einer Zeitreihe für die Polbewegung, zu deren Antrieb der vollbesetzte Tensor herangezogen wird, mit einem Ergebnis, bei dem die drei im analytischen Ansatz vernachlässigten Elemente des Tensors zu Null gesetzt werden, eine quadratische Klaffung (RMS) von mehreren Millibogensekunden auf. Damit führt die Vernachlässigung der drei Deviationsmomente zu Effekten, die deutlich im Bereich der Beobachtungsgenauigkeit moderner geodätischer Raumverfahren liegen. Ihr Einfluss auf die Tageslängenvariation, die vor allem mit atmosphärischen Strömungen in Zusammenhang steht, ist dagegen gering. Allerdings zeigen sich im Falle von  $\Delta LOD$  signifikante Auswirkungen der beiden äquatorialen Komponenten des Vektors der relativen Drehimpulse, die im analytischen Ansatz bei der Berechnung der Tageslängenvariation unberücksichtigt bleiben. Durch die Einführung des vollbesetzten Trägheitstensors im Modell können Polbewegung, Tageslängenvariation und die fünf harmonischen Koeffizienten zweiten Grades des Erdschwerefeldes simultan berechnet werden. Neben der Berücksichtigung der Terme höherer Ordnung in der Liouville-Gleichung erlaubt der numerische Ansatz die Verwendung eines triaxialen Näherungs-Trägheitsellipsoids mit  $\mathbf{I}_0 = \text{diag}(A, B, C)$ . Die Sensitivitätsanalyse zeigt, dass sich die zwei Ergebnisse für  $\mathbf{I}_0 = \text{diag}(A, B, C)$  und  $\mathbf{I}_0 = \text{diag}(A, A, C)$  signifikant voneinander unterscheiden, da ihre Chandler-Perioden um etwa 1,5 Tage voneinander abweichen. Um diesen Effekt im analytischen Ansatz zu kompensieren, müsste entweder der Wert der Lovezahl  $k_2$  oder aber die (mit einer Genauigkeit von  $1 \cdot 10^{-7}$  aus Schwerefeldmodellen abgeleiteten) Parameterwerte für  $A$  und  $B$  modifiziert werden.

Obwohl die aus DyMEG abgeleiteten Zeitreihen der Erdrotationsparameter bereits eine gute Übereinstimmung mit den Beobachtungen geodätischer Weltraumverfahren aufweisen, besteht weiterhin die Aufgabe, das Modell zu verfeinern und um zusätzliche Modellkomponenten (z.B. sekundäre Subsysteme) zu erweitern. Ein wichtiger Schritt wäre auch die Untersuchung und Modellierung der Wechselwirkungen zwischen Erdkern und Erdmantel. Die Tageslänge wird durch den Drehimpulsaustausch zwischen diesen beiden Komponenten des Erdsystems säkular beeinflusst. Daneben hat die Abweichung zwischen der Rotationsachse des Erdkerns von derjenigen des Erdmantels eine nahezu tagesperiodische Polbewegung zur Folge (Nearly Diurnal Free Wobble, NDFW). Durch die Modellierung der Kern-Mantel-Kopplung könnte auch untersucht werden, ob diese für die Entstehung einer schwachen Polbewegung mit einer Periodenlänge von 30 Jahren (Markowitz-Schwingung) verantwortlich ist. Eine Erweiterung des Modells DyMEG um Erdkern und Erdmantel ist eine notwendige Voraussetzung für die

Ausdehnung des Spektralbereichs sowohl auf dekadische und säkulare als auch auf kurzperiodische und subtägliche Signale. Beide Bereiche sind heute für die Modellierung interessant. Durch moderne Raumverfahren und terrestrische Systeme (z.B. Ringlaser) können hochfrequente Erdrotationschwankungen mit hoher Genauigkeit bestimmt werden. Mit den bisherigen Systemmodellen ist eine Erklärung der beobachteten Rotationsvariationen auf subtäglichen Zeitskalen allerdings kaum möglich. Während die atmosphärischen und ozeanischen Antriebsdaten bereits in einer Auflösung von sechs Stunden und höher verfügbar sind, bestehen Defizite vor allem auf der Seite der dynamischen Erdmodelle. Da die kurzperiodische Polbewegung mit langperiodischen Bewegungen des Erdrotationsvektors bezüglich des raumfesten Bezugssystems (Nutation) in Zusammenhang steht, bestünde außerdem die Möglichkeit, DyMEG für Untersuchungen zur Nutation zu verwenden. Auf der anderen Seite könnten langperiodische und säkulare Erdrotations- und Schwerefeldvariationen erkannt bzw. präzisiert werden, die mit Klimaschwankungen in Zusammenhang stehen. Dies gilt insbesondere für die Tageslängenvariation, die eng mit dem atmosphärischen Drehimpulshaushalt verknüpft ist. Dazu benötigte Antriebe können aus Langzeit-Prognosen der Klimaentwicklung berechnet werden. Die Verfügbarkeit eines realitätsnahen Erdsystemmodells macht auch Vorhersagen der Erdrotationsparameter auf Zeitskalen bis zu wenigen Tagen denkbar, die auf kurzfristigen atmosphärischen und ozeanischen Prädiktionen („Wetterbericht“) beruhen.

Um die Auswirkungen globaler Umweltveränderungen auf die Rotation, das Schwerefeld und die Oberflächen-gestalt der Erde über mehrere Jahrzehnte auf der Basis eines konsistenten Erdsystemmodells beschreiben zu können, ist die Verfügbarkeit möglichst vollständiger und realitätsnaher Antriebsdaten der Primär- und Sekundärkomponenten Voraussetzung. Bei den beiden in dieser Arbeit verwendeten Antriebskombinationen ist der Ozean jeweils einseitig an die Atmosphäre gekoppelt. Das bedeutet, dass keine simulierten ozeanischen Informationen zu der durch die Modelle beschriebenen Atmosphärendynamik beitragen. Daher bestehen Defizite in der Energie-, Massen- und Drehimpulserhaltung, die sich auf Zeitskalen von mehreren Jahren in künstlichen Tendenzen äussern und zu Missinterpretationen führen können. Langfristig ist eine Kopplung von Atmosphäre und Ozean unter Berücksichtigung der Erhaltungssätze anzustreben. Um eine vollständige Bilanzierung des globalen Wasserkreislaufs zu ermöglichen, sollte möglichst auch ein kontinentales Hydrosphärenmodell ange-koppelt werden. Die Ergebnisse für Erdrotation und Oberflächendeformationen eines Erdsystemmodells, das mit derart konsistenten Datensätzen angetrieben wird, könnten ihrerseits in einem weiteren Schritt als Eingangsdaten für Atmosphären- und Ozeanmodelle dienen. Beispielsweise wird der Effekt der Ozeanpolgezeiten in DyMEG bislang nur über einen konstanten Zuschlag zur Lovezahl  $k_2$  der Rotationsdeformation berücksichtigt. Durch eine konsistente (Rück-)Kopplung könnte die Auswirkung der Polgezeiten explizit im Ozeanmodell berechnet werden. Ähnliches gilt für die in DyMEG über Greensche Funktionen ermittelte Veränderung der (Meeresboden-)Topographie infolge der Auflastdeformationen. Deren Effekte sind bislang weder in Atmosphären- noch in Ozeanmodellen enthalten.

Darüber hinaus ist eine Verfeinerung des in DyMEG bislang als homogen betrachteten Erdkörpers anzustreben. Durch eine realitätsnähere Beschreibung können die Auswirkungen der Deformationen (insbesondere durch Auflasten) auf die Erdrotation und das Schwerefeld besser modelliert werden. Ein erster Schritt wäre die Einführung ortsabhängiger Greenscher Funktionen, um anders als bisher zwischen den Auswirkungen von Auflasten auf kontinentale und ozeanische Kruste unterscheiden zu können. Wesentlich besser (allerdings auch wesentlich komplizierter) könnten geometrische und physikalische Deformationen des Erdkörpers durch eine dreidimensional vernetzte Finite-Elemente Methode (FEM) beschrieben werden. Um langfristige und säkulare Variationen der Rotation, des Schwerefeldes und der Geometrie der Erde mit einem derartigen Modell nachvollziehen zu können, wäre auch die Berücksichtigung weiterer geophysikalischer Prozesse, wie zum Beispiel postglaziale Landhebungen, erforderlich.

Die in dieser Arbeit dargestellten Ergebnisse basieren auf einer reinen Vorwärtsmodellierung mit DyMEG. Die einzigen geodätischen Parameter, die in das Modell einfließen, sind die aus der C04-Reihe abgeleiteten Anfangswerte. In einem alternativen Ansatz können auch Inversionsverfahren benutzt werden, um kritische Modellparameter optimal an die Beobachtungen anzupassen (Rückwärtsmodellierung). Während beispielsweise der Wert der Lovezahl  $k_2$  für die Rotationsdeformation, für den die Polbewegung aus DyMEG in bestmöglicher Übereinstimmung mit den C04-Werten ist, in dieser Arbeit empirisch ermittelt wurde, wird bei der Rückwärtsmodellierung eine (eventuell iterative) Parameterschätzung im Sinne einer Ausgleichsrechnung durchgeführt. Dazu können nichtgeodätische Informationen (z.B. geophysikalische Daten) gemeinsam mit heterogenen Beobachtungsdaten für geometrische sowie Rotations- und Schwerefeldparameter herangezogen werden. Letztere können auch dazu beitragen, die Qualität und Konsistenz der in DyMEG eingeführten Antriebe zu überprüfen, da die beobachteten Variationen der Schwerefeldkoeffizienten zweiten Grades in unmittelbarem Zusammenhang mit der zeitlichen Entwicklung des Trägheitstensors stehen. Auf diese Weise dienen die immer genaueren geodätischen Beobachtungen nicht nur der Feststellung und Dokumentation von Umweltveränderungen. Durch Fortschritte in der Modellierung leisten sie gleichzeitig wichtige Beiträge zum Verständnis globaler dynamischer Prozesse und der Wechselwirkungen im System Erde.

## Literatur

- ADAM, J. und K.-P. SCHWARZ (Hrsg.) (2002): *Vistas for Geodesy in the New Millennium*, IAG Symposia 125, Springer, Berlin.
- AOKI, S., B. GUINOT, G. H. KAPLAN, H. KINOSHITA, D. D. MCCARTHY und P. K. SEIDELMANN (1982): *The new definition of universal time*, *Astron. Astrophys.*, 105: 359–361.
- AOYAMA, Y. und I. NAITO (2000): *Wind contributions to the Earth's angular momentum budgets in seasonal variation*, *J. Geophys. Res.*, 105 (D10): 12417–12431.
- AOYAMA, Y., I. NAITO, T. IWABUCHI und N. YAMAZAKI (2003): *Atmospheric quasi-14 month fluctuation and excitation of the Chandler wobble*, *Earth Planets Space*, 55: 25–28.
- BARNES, R. T. H., R. H. HIDE, A. A. WHITE und C. A. WILSON (1983): *Atmospheric angular momentum fluctuations, length of day changes and polar motion*, *Proc. R. Soc. Lon.*, 387: 31–73.
- BLOXHAM, J. und A. JACKSON (1992): *Time-dependent mapping of the magnetic field at the core-mantle boundary*, *J. Geophys. Res.*, 87: 19537–19563.
- BRZEZINSKI, A. (1992): *Polar motion excitation by variations of the effective angular momentum function: considerations concerning deconvolution problem*, *manuscripta geodaetica*, 17: 3–20.
- BRZEZINSKI, A. (1995): *On the interpretation of maximum entropy power spectrum and cross-power spectrum in Earth rotation investigations*, *manuscripta geodaetica*, 20: 248–264.
- BRZEZINSKI, A. (2001): *Diurnal and subdiurnal terms of nutation: a simple theoretical model for a non-rigid Earth*, In: CAPITAIN, N. (Hrsg.), *Proceedings of the Journées Systèmes de Référence Spatio-temporels 2000*, 243–251, Paris.
- BRZEZINSKI, A. und J. NASTULA (2000): *Oceanic excitation of the Chandler wobble*, *Adv. Space Res.*, 30(2): 195–200.
- CAPITAIN, N. (2002): *Comparison of 'old' and 'new' concepts: The Celestial Intermediate Pole and Earth orientation parameters*, In: CAPITAIN, N., D. GAMBIS, D. D. MCCARTHY, G. PETIT, J. RAY, B. RICHTER, M. ROTHACHER, E. M. STANDISH und J. VONDRAK (Hrsg.), *Proceedings of the IERS workshop on the implementation of the new IAU resolutions*, 35–44, IERS Technical Note 29, Verlag des Bundesamtes für Kartographie und Geodäsie, Frankfurt am Main.
- CARTWRIGHT, D. E. und R. J. TAYLER (1971): *New computations of the tide-generating potential*, *Geophys. J. R. Astr. Soc.*, 23: 45–74.
- CELAYA, M. A., J. M. WAHR und F. O. BRYAN (1999): *Climate driven polar motion*, *J. Geophys. Res.*, 104: 12813–12829.
- CHANDLER, S. C. (1891): *On the variation of latitude I-IV*, *Astron. J.*, 11: 59–61, 65–70, 75–79, 83–86.
- CHANDLER, S. C. (1892): *On the variation of latitude V-VII*, *Astron. J.*, 12: 17–22, 57–72, 97–101.
- CHAO, B. F. (1989): *Length-of-day variations caused by El Nino Southern Oscillation and quasi-biennial oscillation*, *Science*, 243: 923–925.
- CHAO, B. F. (1990): *On the use of maximum entropy/autoregressive spectrum in harmonic analysis of time series*, *Pure and Applied Geophys.*, 134(2): 303–311.
- CHAO, B. F. (1994): *The geoid and Earth rotation*, In: VANIČEK, P. und N. T. CHRISTOU (Hrsg.), *Geoid and its Geophysical Interpretations*, 285–298, CRC Press, Boca Raton.
- CHAO, B. F., V. DEHANT, R. S. GROSS, R. D. RAY, D. A. SALSTEIN, M. M. WATKINS und C. R. WILSON (2000): *Space geodesy monitors mass transports in global geophysical fluids*, *EOS Transactions*, 81(22): 247–250.
- COX, C. und B. F. CHAO (2002): *Detection of large-scale mass redistribution in the terrestrial system since 1998*, *Science*, 297: 831–833.
- CURRIE, R. G. (1974): *Period and  $Q_w$  of the Chandler wobble*, *Geophys. J. R. Astr. Soc.*, 38: 179–185.
- DE VIRON, O., C. BIZOUARD, D. SALSTEIN und V. DEHANT (1999): *Atmospheric torque on the Earth and comparison with atmospheric angular momentum variations*, *J. Geophys. Res.*, 104: 4861–4875.
- DE VIRON, O., R. M. PONTE und V. DEHANT (2001): *Indirect effect of the atmosphere through the oceans on the Earth nutation using the torque approach*, *J. Geophys. Res.*, 106: 8841–8851.
- DICKEY, J. O., S. L. MARCUS, J. A. STEPPE und R. HIDE (1992): *The Earth's angular momentum budget on subseasonal time scales*, *Science*, 255: 321–324.
- DILL, R. (2002): *Der Einfluß von Sekundäreffekten auf die Rotation der Erde*, Reihe C 550, Deutsche Geodätische Kommission, München.
- DKRZ (1992): *The ECHAM3 atmospheric general circulation model*, Techn. Ber. 6, Deutsches Klimarechenzentrum, Modellbetreuungsgruppe, Hamburg.
- DONG, D., R. S. GROSS und J. O. DICKEY (1996): *Seasonal variations of the Earth's gravitational field: An analysis of atmospheric pressure, ocean tidal, and surface water excitation*, *Geophys. Res. Lett.*, 23(7): 725–728.
- DREWES, H. und M. RADON (1990): *Numerical analysis of Earth rotation and atmospheric angular momentum parameters*, In: BOUCHER, C. und G. A. WILKINS (Hrsg.), *Earth Rotation and Coordinate Reference Frames*, IAG Symposia 105, Springer, New York.
- DUMBERRY, M. und J. BLOXHAM (2002): *Inner core tilt and polar motion*, *Geophys. J. Int.*, 151: 377.
- DZIEWONSKI, A. M. und D. L. ANDERSON (1981): *Preliminary Reference Earth model (PREM)*, *Phys. Earth Planet. Int.*, 25: 297–356.

- ENGELN-MÜLLGES, G. und F. REUTTER (1993): *Numerik-Algorithmen mit Fortran 77-Programmen*, BI Wissenschaftsverlag, Mannheim.
- ENGELS, J. und E. W. GRAFAREND (1999): *Zwei polare geodätische Bezugssysteme: Der Referenzrahmen der mittleren Oberflächenvortizität und der Tisserand-Referenzrahmen*, In: SCHNEIDER, M. (Hrsg.), *3. DFG-Rundgespräch zum Thema Bezugssysteme*, 100–109, Mitteilungen des Bundesamtes für Kartographie und Geodäsie, Band 5, Verlag des Bundesamtes für Kartographie und Geodäsie, Frankfurt am Main.
- FABERT, O. (2004): *Effiziente Wavelet Filterung mit hoher Zeit-Frequenz-Auflösung*, Reihe A 119, Deutsche Geodätische Kommission, München.
- FARRELL, W. (1972): *Deformation of the Earth by surface loads*, Rev. Geophys. Space Phys., 10: 761–797.
- FRÖHLICH, H. (1994): *Bestimmung von Modellparametern der Erde durch Analyse ihrer Drehbewegungen*, Reihe C 420, Deutsche Geodätische Kommission, München.
- FURUYA, M. und B. F. CHAO (1996): *Estimation of period and Q of the Chandler wobble*, Geophys. J. Int., 127: 693–702.
- FURUYA, M., Y. HAMANO und I. NAITO (1996): *Quasi-periodic wind signal as a possible excitation of Chandler wobble*, J. Geophys. Res., 101: 25537–25546.
- FURUYA, M., Y. HAMANO und I. NAITO (1997): *Importance of wind for the excitation of Chandler wobble as inferred from wobble domain analysis*, J. Phys. Earth, 45: 177–188.
- GIPSON, J. M. und C. MA (1998): *Site displacement due to variation in Earth rotation*, J. Geophys. Res., 103: 7337–7350.
- GLOWIENKA-HENSE, R. (1999): *Forced and free variability of the semi-annual wave in the ECHAM GCM*, Climate Dynamics, 15: 269–275.
- GREATBATCH, R. J. (1994): *A note on the representation of steric sea level in models that conserve volume rather than mass*, J. Geophys. Res., 99: 12767–12771.
- GREATBATCH, R. J., Y. LU und Y. CAI (2001): *Relaxing the Boussinesq approximation in ocean circulation models*, J. Atmos. Oceanic Technol., 18: 1911–1923.
- GROSS, R. S. (1986): *The influence of earthquakes on the Chandler wobble during 1977-1983*, Geophys. J. R. Astr. Soc., 85: 161–177.
- GROSS, R. S. (1992): *Correspondence between theory and observations of polar motion*, Geophys. J. Int., 109: 162–170.
- GROSS, R. S. (1993): *The effect of ocean tides on the Earth's rotation as predicted by the results of an ocean tide model*, Geophys. Res. Lett., 20(4): 293–296.
- GROSS, R. S. (2000): *The excitation of the Chandler wobble*, Geophys. Res. Lett., 27(15): 2329–2332.
- GROSS, R. S. (2003): *The GGFC special bureau for the oceans: Past progress and future plans*, In: RICHTER, B., W. SCHWEGMANN und W. R. DICK (Hrsg.), *Proceedings of the IERS Workshop on Combination Research and Global Geophysical Fluids*, 131–138, IERS Technical Note 30, Verlag des Bundesamtes für Kartographie und Geodäsie, Frankfurt am Main.
- GUALDI, S., A. NAVARRA und H. VON STORCH (1997): *Tropical intraseasonal oscillations appearing in operational analyses and in a family of general circulation models*, J. Atm. Sci., 54: 1185–1202.
- HAMEED, S. und R. G. CURRIE (1989): *Simulation of the 14-month Chandler wobble climate model*, Geophys. Res. Lett., 16(3): 247–250.
- HENSE, A. und U. RÖMER (1995): *Statistical analysis of tropical climate anomaly simulations*, Climate Dynamics, 11: 178–192.
- HIBLER, W. D. (1979): *A dynamic thermodynamic sea ice model*, J. Phys. Oceanogr., 9: 815–846.
- HIDE, R., J. O. DICKEY, S. L. MARCUS, R. D. ROSEN und D. A. SALSTEIN (1997): *Atmospheric angular momentum fluctuations during 1979-1988 simulated by global circulation models*, J. Geophys. Res., 102: 16423–16438.
- HINDERER, J., H. LEGROS, C. GIRE und J.-L. LE MOUËL (1987): *Geomagnetic secular variation, core motions and implications for the Earth's wobbles*, Phys. Earth Planet. Int., 49: 121–132.
- HINES, K. M., D. H. BROMWICH und G. J. MARSHALL (2000): *Artificial surface pressure trends in the NCEP-NCAR reanalysis over the southern ocean and Antarctica*, J. Climate, 13: 3940–3952.
- HOLME, R. (1998): *Electromagnetic core-mantle coupling – I. Explaining decadal changes in length of day*, Geophys. J. Int., 132: 167–180.
- HÖPFNER, J. (2001): *Interannual variations in length of day and atmospheric angular momentum with respect to ENSO cycles*, Zeitschrift f. Vermessungswesen, 126(1): 39–49.
- IERS (2003): *IERS Annual Report 2002*, DICK, W. R. und B. RICHTER (Hrsg.), Verlag des Bundesamtes für Kartographie und Geodäsie, Frankfurt am Main.
- JEFFREYS, H. (1962): *The Earth*, Cambridge University Press, Cambridge.
- JOCHMANN, H. (2003): *Period variations of the Chandler wobble*, J. Geodesy, 77: 454–458.
- KALNAY, E., M. KANAMITSU, R. KISTLER, W. COLLINS, D. DEAVEN, L. GANDIN, M. IREDELL, S. SAHA, G. WHITE, J. WOLLEN, Y. ZHU, M. CHELLIAH, W. EBISUZAKI, W. HIGGINS, J. JANOWIAK, K. C. MO, C. ROPELEWSKI, J. WANG, A. LEETMAA, R. REYNOLDS, R. JENNE und D. JOSEPH (1996): *The NMC/NCAR 40-year reanalysis project*, Bull. Amer. Meteor. Soc., 77: 437–471.
- KOCH, K. R. und M. SCHMIDT (1994): *Deterministische und stochastische Signale*, Dümmler, Bonn.
- KUEHNE, J., C. R. WILSON und S. JOHNSON (1996): *Estimates of the Chandler wobble frequency and Q*, J. Geophys. Res., 101: 13573–13580.

- LAMBECK, K. (1980): *The Earth's Variable Rotation: Geophysical Causes and Consequences*, Cambridge University Press, Cambridge.
- LEMOINE, F. G., S. C. KENYON, J. K. FACTOR, R. TRIMMER, N. K. PAVLIS, D. S. CHINN, C. M. COX, S. M. KLOSKO, S. B. LUTHCKE, M. H. TORRENCE, Y. M. WANG, R. G. WILLIAMSON, E. C. PAVLIS, R. H. RAPP und T. R. OLSON (1998): *The development of the joint NASA GSFC and the National Imagery and Mapping Agency (NIMA) geopotential model EGM96*, Techn. Ber. TP-1998-206861, NASA, Greenbelt.
- LENHARDT, H. und E. GROTEN (1985): *Chandler wobble parameters from BIH and ILS data*, manuscripta geodaetica, 10: 296–305.
- LEVITUS, S. und T. P. BOYER (1994): *World ocean atlas 1994 vol. 4: Temperature*, NOAA Atlas NESDIS 4, National Ocean and Atmosphere Administration, Washington D. C.
- LEVITUS, S., R. BURGETT und T. P. BOYER (1994): *World ocean atlas 1994 volume 3: Salinity*, NOAA Atlas NESDIS 3, National Ocean and Atmosphere Administration, Washington D. C.
- LIAO, D. C. und H. GREINER-MAI (1999): *A new  $\Delta LOD$  series in monthly intervals (1892.0–1997.0) and its comparison with other geophysical results*, J. Geodesy, 73: 466–477.
- LIESKE, J. H., T. LEDERLE, W. FRICKE und B. MORANDO (1977): *Expression for the precession quantities based upon the IAU (1976) system of astronomical constants*, Astron. Astrophys., 58: 1–16.
- MADDEN, R. A. und P. R. JULIAN (1994): *Observations of the 40–50 day tropical oscillation - a review*, Mon. Wea. Rev., 122: 814–837.
- MANABE, S., T. SATO, S. SAKAI und K. YOKOYAMA (1991): *Atmospheric loading effects on VLBI observations*, In: *Proceedings of the AGU Chapman Conference on Geodetic VLBI*, 111–122, NOAA Techn. Rep. NOS 137 NGS 49, Rockville.
- MARCHENKO, A. N. und P. SCHWINTZER (2003): *Estimation of the Earth's tensor of inertia from recent global gravity field solutions*, J. Geodesy, 76: 495–509.
- MARSHALL, J., A. ADCROFT, C. HILL, L. PERELMAN und C. HEISEY (1997): *A finite-volume, incompressible Navier Stokes model for studies of the ocean on parallel computers*, J. Geophys. Res., 102: 5753–5766.
- MATHEWS, P. M., B. A. BUFFET, T. A. HERRING und I. I. SHAPIRO (1991): *Forced nutations of the Earth: Influences of inner core dynamics, part 2: Numerical results and comparisons*, J. Geophys. Res., 96: 8243–8257.
- MATHEWS, P. M., T. A. HERRING und B. A. BUFFET (2002): *Modeling of nutation and precession: New nutation series for nonrigid Earth and insights into the Earth's interior*, J. Geophys. Res., 107: 10.1029/2001JB000390.
- MCCARTHY, D. D. (Hrsg.) (2003): *IERS Conventions 2000*, IERS Technical Note 32, International Earth Rotation and Reference Systems Service, Paris.
- MEYER, M. (1998): *Signalverarbeitung*, Vieweg, Wiesbaden.
- MIKOLAISKI, H.-W. (1989): *Synthetische Modelle zur Polbewegung eines deformierbaren Körpers*, Reihe C 354, Deutsche Geodätische Kommission, München.
- MILNE, G. A. und J. X. MITROVICA (1998): *Post-glacial sea-level change on a rotating Earth*, Geophys. J. Int., 133: 1–19.
- MOLODENSKY, M. S. (1961): *The theory of nutation and diurnal Earth tides*, Comm. Obs. R. Belgique, 142: 25–56.
- MORITZ, H. (1980): *Geodetic Reference System 1980*, Bull. Geod., 54: 395–405.
- MORITZ, H. und I. I. MUELLER (1987): *Earth Rotation. Theory and Observation*, Ungar, New York.
- MORRISON, L. V. und F. R. STEPHENSON (1998): *The sands of time and tidal friction*, In: BROSCHE, P., W. R. DICK, O. SCHWARZ und R. WIELEN (Hrsg.), *The Message of the Angles - Astronomy from 1798 to 1998*, 100–113, Thun, Frankfurt am Main.
- MUNK, W. H. und G. J. F. MACDONALD (1960): *The Rotation of the Earth. A Geophysical Discussion*, Cambridge University Press, Cambridge.
- MÜLLER, J. und V. TESMER (2002): *Investigation of tidal effects in lunar laser ranging*, J. Geodesy, 76: 232–237.
- NASTULA, J. und D. A. SALSTEIN (1999): *Regional atmospheric angular momentum contributions to polar motion excitation*, J. Geophys. Res., 104: 7347–7358.
- OKUBO, S. (1982): *Is the Chandler period variable?*, Geophys. J. R. Astr. Soc., 71: 629–646.
- PARKER, D. E., P. D. JONES, C. K. FOLLAND und A. BEVAN (1994): *Interdecadal changes of surface temperature since the late nineteenth century*, J. Geophys. Res., 99: 14373–14399.
- PETERS, T., J. MÜLLER und N. SNEEUW (2002): *Temporal variations of the Earth's gravity field*, In: (SCHUH, SOFFEL und HORNIK 2002), 141–147.
- PONSAR, S., V. DEHANT, R. HOLME, D. JAULT, A. PAIS und T. V. HOOLST (2002): *The core and fluctuations in the Earth's rotation*, In: DEHANT, V., K. C. CREAGER, S. KARATO und S. ZATMAN (Hrsg.), *Earth's Core: Dynamics, Structure, Rotation*, 251–261, Geodynamics Series 31, American Geophysical Union, Washington D. C.
- PONTE, R. M., D. STAMMER und J. MARSHALL (1998): *Oceanic signals in observed motions of the Earth's pole of rotation*, Nature, 391: 476–479.
- PRESS, W. H., B. P. FLANNERY, S. A. TEUKOLSKY und W. T. VETTERLING (1987): *Numerical Recipes*, Cambridge University Press, New York.
- RABELL, W. und J. ZSCHAU (1985): *Static deformations and gravity changes at the Earth's surface due to atmospheric loading*, J. Geophysics, 56: 81–99.
- REIGBER, C., H. JOCHMANN, J. WÜNSCH, S. PETROVIC, P. SCHWINTZER, F. BARTHELMES, K.-H. NEUMAYER, R. KÖNIG, C. FÖRSTE, G. BALMINO, R. BIANCALE, J.-M. LEMOINE,

- S. LOYER und F. PEROSANZ (2003): *Earth gravity field and seasonal variability from CHAMP*, In: C. REIGBER AND H. LÜHR AND P. SCHWINTZER (Hrsg.), *Proceedings of the Second CHAMP Science Meeting*, Springer, Berlin.
- RICHTER, B. (1995): *Die Parametrisierung der Erdorientierung*, Zeitschrift f. Vermessungswesen, 102(3): 109–119.
- ROECKNER, E., K. ARPE, L. BENGTSSON, S. BRINKOP, L. DÜMENIL, M. ESCH, E. KIRK, F. LUNKEIT, M. PONATER, B. ROCKEL, R. SAUSEN, U. SCHLESE, S. SCHUBER und M. WINDELBAND (1992): *Simulation of the present-day climate with the ECHAM model: Impact of the model physics and resolution*, Techn. Ber. 93, Max-Planck-Institut für Meteorologie, Hamburg.
- ROGISTER, Y. (2001): *On the diurnal and nearly diurnal free modes of the Earth*, Geophys. J. Int., 144: 459–470.
- ROSEN, R. D., D. A. SALSTEIN, T. M. EUBANKS, J. O. DICKEY und J. A. STEPPE (1984): *An El Nino signal in atmospheric angular momentum and Earth rotation*, Science, 225: 411–414.
- RUMMEL, R., H. DREWES und G. BEUTLER (2002): *Integrated Global Geodetic Observing System (IGGOS): A candidate IAG project*, In: (ADAM und SCHWARZ 2002), 609–614.
- SASAO, T., S. OKUBO und M. SAITO (1980): *A simple theory on the dynamical effects of a stratified fluid core upon nutational motion of the Earth*, In: FEDOROV, E. P., M. L. SMITH und P. L. BENDER (Hrsg.), *Nutation and the Earth's Rotation*, 165–183, IAU Symposia 78, D. Reidel, Kiev.
- SCHERNECK, H. G. (1990): *Loading Green's functions for a continental shield with a Q-structure for the mantle and density constraints from the geoid*, Bull. d'Inform. Marées Terr., 108: 7775–7792.
- SCHMIDT, M. (2000): *Wavelet analysis of stochastic signals*, In: KOLACZEK, B., H. SCHUH und D. GAMBIS (Hrsg.), *High frequency to subseasonal variations in Earth Rotation*, 65–72, IERS Technical Note 28, Observatoire de Paris, Paris.
- SCHMIDT, M. (2001): *Grundprinzipien der Wavelet-Analyse und Anwendungen in der Geodäsie*, Shaker, Aachen.
- SCHMITZ-HÜBSCH, H. (2002): *Wavelet-Analysen der Erdrotationsparameter im hochfrequenten Bereich*, In: (SCHUH, SOFFEL und HORNIK 2002), 57–62.
- SCHMITZ-HÜBSCH, H. und R. DILL (2000): *Atmosphärische, ozeanische und hydrologische Einflüsse auf die Erdrotation*, Zeitschrift f. Vermessungswesen, 126(5): 275–283.
- SCHNEIDER, M. (1988): *Satellitengeodäsie*, BI Wissenschaftsverlag, Zürich.
- SCHNEIDER, M. (2002): *System Erde - aus himmelsmechanischer Sicht*, In: (SCHUH, SOFFEL und HORNIK 2002), 7–16.
- SCHUH, H., R. DILL, H. GREINER-MAI, H. KUTTERER, J. MÜLLER, A. NOTHNAGEL, B. RICHTER, M. ROTHACHER, U. SCHREIBER und M. SOFFEL (Hrsg.) (2003): *Erdrotation und globale dynamische Prozesse*, Mitteilungen des Bundesamtes für Kartographie und Geodäsie, Band 32, Verlag des Bundesamtes für Kartographie und Geodäsie, Frankfurt am Main.
- SCHUH, H., G. ESTERMANN, J.-F. CRÉTAUX, M. BERGÉ-NGUYEN und T. VAN DAM (2004): *Investigation of hydrological and atmospheric loading by space geodetic techniques*, In: HWANG, C., C. K. SHUM und J. C. LI (Hrsg.), *Satellite Altimetry for Geodesy, Geophysics and Oceanography*, 123–132, IAG Symposia 126, Springer, Berlin.
- SCHUH, H., S. NAGEL und T. SEITZ (2001): *Linear drift and periodic variations observed in long time series of polar motion*, J. Geodesy, 74: 701–710.
- SCHUH, H., M. SOFFEL und H. HORNIK (Hrsg.) (2002): *Vorträge beim 4. DFG-Rundgespräch im Rahmen des Forschungsvorhabens 'Rotation der Erde' zum Thema 'Wechselwirkungen im System Erde'*, Höllenstein/Wetzell, 08./09. März 2001, Reihe A 118, Deutsche Geodätische Kommission, München.
- SCHÖDLBAUER, A. (2000): *Geodätische Astronomie: Grundlagen und Konzepte*, de Gruyter, Berlin.
- SEIDELMANN, P. K. (1982): *1980 IAU theory of nutation: the final report of the IAU working group on nutation*, Celestial Mechanics, 27: 79–106.
- SEIDELMANN, P. K. (Hrsg.) (1992): *Explanatory supplement to the astronomical almanac*, University Science Books, Mill Valley, California.
- SEITZ, F. (2002): *Atmosphärische und ozeanische Massenverlagerungen als Antrieb für ein Kreiselmodell der Erde*, In: (SCHUH, SOFFEL und HORNIK 2002), 96–101.
- SEITZ, F. und H. KUTTERER (2002): *Numerical solutions for the non-linear Liouville equation*, In: (ADAM und SCHWARZ 2002), 463–468.
- SEITZ, F. und H. KUTTERER (2005): *Sensitivity analysis of the non-linear Liouville equation*, In: SANSÒ, F. (Hrsg.), *A Window on the Future of Geodesy*, 601–606, IAG Symposia 128, Springer, Berlin.
- SEITZ, F., J. STUCK und M. THOMAS (2004): *Consistent atmospheric and oceanic excitation of the Earth's free polar motion*, Geophys. J. Int., 157: 25–35.
- SEITZ, F., J. STUCK und M. THOMAS (2005): *White noise Chandler wobble excitation*, In: PLAG, H.-P., B. F. CHAO, R. GROSS und T. VAN DAM (Hrsg.), *Forcing of polar motion in the Chandler frequency band: A contribution to understanding interannual climate variations*, Cahiers du Centre Européen de Géodynamique et de Séismologie 24, Luxembourg.
- SHAMPINE, F. L. und M. W. REICHEL (1997): *The Matlab ODE suite*, SIAM J. Sci. Comput., 18(1): 1–22.
- SIDORENKOV, N. S. (1992): *Excitation mechanisms of Chandler polar motion*, Astr. Zh., 69(4): 905–909.
- SMITH, M. L. und F. A. DAHLEN (1981): *The period and Q of the Chandler wobble*, Geophys. J. R. Astr. Soc., 64: 223–281.

- SOUCRAY, J., B. LOYSEL, H. KINOSHITA und M. FOLGUEIRA (1999): *Corrections and new developments in rigid Earth nutation theory. Final tables 'REN-200' including crossed-nutation and spin-orbit coupling effects*, Astronomy and Astrophysics Supplement Series, 135: 111–131.
- SOURIAU, A. und A. CAZENAVE (1985): *Re-evaluation of the seismic excitation of the Chandler wobble from recent data*, Earth Plan. Sci. Lett., 75: 410–416.
- STAMMER, D., C. WUNSCH, R. GIERING, C. ECKERT, P. HEIMBACH, J. MAROTZKE, A. ADCROFT, C. N. HILL und J. MARSHALL (2003): *Volume, heat and freshwater transports of the global ocean circulation 1993-2000, estimated from a general circulation model constrained by World Ocean Circulation Experiment (WOCE) data*, J. Geophys. Res., 108: 10.1029/2001JC001115.
- STANDISH, E. M. (1998): *JPL planetary and lunar ephemerides DE405/LE405*, Techn. Ber. IOM 312.F-98-048, JPL, Pasadena.
- STOER, J. und R. BULIRSCH (2000): *Numerische Mathematik 2*, Springer, Berlin.
- STUCK, J. (2002): *Die simulierte axiale atmosphärische Drehimpulsbilanz des ECHAM3-T21 GCM*, Bonner Meteorologische Abhandlungen 56, Asgard-Verlag, Sankt Augustin.
- STUCK, J. und A. HENSE (2002): *Die simulierte dreidimensionale atmosphärische Drehimpulsvariabilität*, In: (SCHUH, SOFFEL und HORNIK 2002), 117–124.
- SUN, H. P., B. DUCARME und V. DEHANT (1995): *Effect of the atmospheric pressure on surface displacements*, J. Geodesy, 70: 131–139.
- TAPLEY, B., M. WATKINS, J. RIES, G. DAVIS, R. EARNES, S. POOLE, H. RIM, B. SCHUTZ, C. SHUM, R. NEREM, F. LERCH, J. MARSHALL, S. KLOSKO, N. PAVLIS und R. WILLIAMSON (1996): *The Joint Gravity Model 3*, J. Geophys. Res., 101: 28029–28049.
- THOMAS, M. (2002): *Ozeanisch induzierte Erdrotationsschwankungen: Ergebnisse eines Simultanmodells für Zirkulation und ephemeridische Gezeiten im Weltozean*, Dissertation, Fachbereich Geowissenschaften, Universität Hamburg.
- THOMAS, M., J. SÜNDERMANN und E. MAIER-REIMER (2001): *Consideration of ocean tides in an OGCM and impacts on subseasonal to decadal polar motion excitation*, Geophys. Res. Lett., 28(12): 2457–2460.
- TORGE, W. (2001): *Geodesy*, de Gruyter, Berlin.
- TRENBERTH, K. E. (1980): *Atmospheric quasi-biennial oscillations*, Mon. Wea. Rev., 108: 1370–1377.
- VAN DAM, T. M., J. WAHR, Y. CHAO und E. LEULIETTE (1997): *Predictions of crustal deformation and of geoid and sea level variability caused by oceanic and atmospheric loading*, Geophys. J. Int., 99: 507–515.
- VON GRÜNIGEN, D. (1993): *Digitale Signalverarbeitung*, AT Verlag, Aarau.
- VONDRAK, J., C. RON, I. PESEK und A. CEPEK (1995): *New global solution of Earth orientation parameters from optical astrometry in 1900-1990*, Astron. Astrophys., 297: 899–906.
- WAHR, J. M. (1981): *The forced nutations of an elliptical, rotating, elastic and oceanless Earth*, Geophys. J. R. Astr. Soc., 64: 705–727.
- WAHR, J. M. (1983): *The effects of the atmosphere and the oceans on the Earth's wobble and on the seasonal variations in the length of day - II. Results*, Geophys. J. R. Astr. Soc., 74: 451–487.
- WAHR, J. M. (1985): *Deformation induced by polar motion*, J. Geophys. Res., 90: 9363–9368.
- WEICKMANN, K. M., W. A. ROBINSON und M. C. PENLAND (2000): *Stochastic and oscillatory forcing of global atmospheric angular momentum*, J. Geophys. Res., 105 (D12): 15543–15557.
- WILSON, C. R. und R. A. HAUBRICH (1976): *Meteorological excitation of the Earth's wobble*, Geophys. J. R. Astr. Soc., 46: 707–743.
- WILSON, C. R. und R. O. VICENTE (1990): *Maximum likelihood estimates of polar motion parameters*, In: MCCARTHY, D. D. und W. E. CARTER (Hrsg.), *Variations in Earth Rotation*, 151–155, Geophysical Monograph Series 59, American Geophysical Union, Washington D. C.
- WOLFF, J. O., E. MAIER-REIMER und S. LEGUTKE (1996): *The Hamburg Ocean Primitive Equation Model HOPE*, Techn. Ber. 13, Deutsches Klimarechenzentrum, Hamburg.
- WUNSCH, J. (2002): *Der saisonale Zyklus in der Polbewegung unter spezieller Berücksichtigung des Ozeans*, In: (SCHUH, SOFFEL und HORNIK 2002), 109–116.
- YODER, C. F., J. G. WILLIAMS und M. E. PARKE (1981): *Tidal variations of Earth rotation*, J. Geophys. Res., 86: 881–891.

## Abkürzungsverzeichnis

ABM	Adams-Bashforth-Moulton
BS	Bulirsch-Stoer
CEP	Celestial Ephemeris Pole
CHAMP	Challenging Minisatellite Payload
CIO	Conventional International Origin
CIP	Celestial Intermediate Pole
CTP	Conventional Terrestrial Pole
DKRZ	Deutsches Klimarechenzentrum
DyMEG	Dynamic Model for Earth Rotation and Gravity
ECCO	Estimating the Circulation and the Climate of the Ocean
ECHAM	ECMWF-Hamburg
ECMWF	European Centre for Medium-Range Weather Forecasts
EGM	Earth Gravity Model
EIGEN	European Improved Gravity Model of the Earth by New Techniques
ENSO	El Niño Southern Oscillation
FEM	Finite-Elemente Methode
GAST	Greenwich Apparent Sideral Time
GGFC	Global Geophysical Fluids Center
GGM	GRACE Gravity Model
GGOS	Global Geodetic Observing System
GPS	Global Positioning System
GRACE	Gravity Recovery and Climate Experiment
GRIM	Gravity Model Improvement
IAG	Internationale Assoziation für Geodäsie
IAU	Internationale Astronomische Union
IB	Inverted Barometer
ICRF	International Celestial Reference Frame
IERS	International Earth Rotation and Reference Systems Service
IRP	IERS Reference Pole
ITRS	International Terrestrial Reference System
JGM	Joint Gravity Model
JPL	Jet Propulsion Laboratory
KMK	Kern-Mantel-Kopplung
LLR	Lunar Laser Ranging
LOD	Length of day
NCEP	National Centers for Environmental Prediction
NDFW	Nearly Diurnal Free Wobble
NIB	Non-inverted Barometer
OMCT	Ocean Model for Circulation and Tides
PREM	Preliminary Earth Model
PSD	Power Spectral Density
QBO	Quasi-Biennial Oscillation
RKF	Runge-Kutta-Fehlberg
RMS	Root Mean Square
SBC	Special Bureau for the Core
SLR	Satellite Laser Ranging
TAI	Temps Atomique International
UT	Universal Time
UTC	Universal Time Coordinated
VLBI	Very Long Baseline Interferometry

## Lebenslauf

26.02.1976 Geboren in München

### Ausbildung:

1982 - 1986 Grundschule an der Ährenfeldstraße, Gröbenzell  
1986 - 1995 Mathematisch-naturwissenschaftliches Gymnasium, Gröbenzell  
Abschluss: Allgemeine Hochschulreife (Abitur), Juni 1995  
1995 - 2000 Studium des Vermessungswesens an der Technischen Universität München  
Abschluss: Diplom, August 2000

### Beruflicher Werdegang:

März 1998 - August 2000 Studentische Hilfskraft der Forschungseinrichtung Satellitengeodäsie (FESG, TU München) auf der Fundamentalstation Wettzell  
September 1998 - Oktober 1999 Studentische Hilfskraft am GeoForschungsZentrum Potsdam (GFZ)  
Seit September 2000 Wissenschaftlicher Mitarbeiter am Deutschen Geodätischen Forschungsinstitut (DGFI) bei der Bay. Akademie der Wissenschaften, München

## Danksagung

Mein herzlicher Dank gilt Herrn Univ.-Prof. Dr. phil. nat. Markus Rothacher für die Übernahme des Hauptreferats, die gründliche und schnelle Korrektur der Arbeit sowie die vielen hilfreichen Diskussionen, die substanziiell dazu beitrugen, manche Unklarheit zu beseitigen und die Ergebnisse des Modells zu verbessern.

Herrn Hon.-Prof. Dr.-Ing. Hermann Drewes, dem Direktor des DGFI, danke ich dafür, dass ich die Arbeit in einer wunderbaren Atmosphäre durchführen konnte. Mit großem Engagement förderte er das Gelingen dieser Arbeit und half, oftmals drohende finanzielle Engpässe zu vermeiden. Darüber hinaus danke ich ihm für die Möglichkeit, an zahlreichen Tagungen teilnehmen zu können. Dadurch konnten wertvolle Kontakte auf nationaler und internationaler Ebene geknüpft werden, die dazu beitrugen, die Arbeit in ein breites Umfeld einzubetten.

Dem dritten Korreferenten Herrn Univ.-Prof. Dr.-Ing. Harald Schuh danke ich für die Anregung zu dieser Arbeit und die gute fachliche und persönliche Begleitung während der letzten vier Jahre. Durch seine Ideen und kritischen Anmerkungen wurde die Arbeit entscheidend mitgestaltet.

Das Erdsystemmodell wurde im Rahmen eines interdisziplinären Projekts entwickelt, das durch die Deutsche Forschungsgemeinschaft (DFG) unter den Geschäftszeichen DR 143/10 und HE 1916/4-1 gefördert wurde. Meinen Projektpartnern Herrn Dr. rer. nat. Jochen Stuck vom Meteorologischen Institut der Universität Bonn und Herrn Dr. rer. nat. Maik Thomas vom Institut für Planetare Geodäsie der TU Dresden danke ich für die Bereitstellung der atmosphärischen und ozeanischen Antriebsdaten und die hilfreichen Diskussionen, die mein Verständnis der meteorologischen und ozeanographischen Aspekte der Arbeit vertieften.

Danken möchte ich auch Herrn Univ.-Prof. Dr.-Ing. Hansjörg Kutterer, der während seiner Zeit am DGFI intensiv um das Projekt bemüht war, durch gute Tipps und Impulse dazu beitrug, meinen Horizont zu erweitern und viele Untersuchungen, die im Rahmen der Arbeit durchgeführt wurden, angeregt hat. Auch für das Korrekturlesen und die wertvollen Verbesserungsvorschläge bin ich sehr dankbar. Gleiches gilt für Dr.-Ing. habil. Michael Schmidt, der mir vor allem bei Fragen zur Signalanalyse stets mit Rat und Tat zur Seite stand. Allen Kollegen am DGFI danke ich für die gute Zusammenarbeit, insbesondere meinem Schreibtischnachbarn Herrn Dr.-Ing. Volker Tesmer für das gute Klima im Zimmer und natürlich für den guten Kaffee.

Zu guter Letzt möchte ich mich sehr herzlich bei meinen Eltern bedanken, die meine Ausbildung ermöglicht und mich immer in jeder erdenklichen Weise unterstützt haben.