Reihe C

Dissertationen

Heft Nr. 579

Franz Josef Meyer

Simultane Schätzung von Topographie und Dynamik polarer Gletscher aus multi-temporalen SAR Interferogrammen

München 2004

Verlag der Bayerischen Akademie der Wissenschaften in Kommission beim Verlag C. H. Beck

DEUTSCHE GEODÄTISCHE KOMMISSION

bei der Bayerischen Akademie der Wissenschaften

Reihe C

Dissertationen

Heft Nr. 579

Simultane Schätzung von Topographie und Dynamik polarer Gletscher aus multi-temporalen SAR Interferogrammen

Vollständiger Abdruck der von der Fakultät für Bauingenieur- und Vermessungswesen der Technischen Universität München zur Erlangung des akademischen Grades eines Doktor-Ingenieurs (Dr.-Ing.) genehmigten Dissertation

vorgelegt von

Dipl.-Ing. Franz Josef Meyer

Verlag der Bayerischen Akademie der Wissenschaften in Kommission beim Verlag C. H. Beck Adresse der Deutschen Geodätischen Kommission:

Deutsche Geodätische Kommission

Marstallplatz 8 • D – 80 539 München

Telefon +49 - (0)89 - 23 031 -0 / -1113 ● Telefax +49 - (0)89 - 23 031 -1283 / -1100 E-mail hornik@dgfi.badw.de ● http://dgk.badw.de

Prüfungskommission:Vorsitzender:Univ.-Prof. Dr.phil.nat. Markus RothacherPrüfer der Dissertation:1. Univ.-Prof. Dr-Ing. Heinrich Ebner, i.R.
2. Univ.-Prof. Dr.-Ing. Olaf Hellwich, Techn. Univ. Berlin
3. Univ.-Prof. Dr.-Ing. Richard Bamler

Die Dissertation wurde am 19.11.2003 bei der Technischen Universität München eingereicht und durch die Fakultät für Bauingenieur- und Vermessungswesen am 16.1.2004 angenommen

© 2004 Deutsche Geodätische Kommission, München

Alle Rechte vorbehalten. Ohne Genehmigung der Herausgeber ist es auch nicht gestattet, die Veröffentlichung oder Teile daraus auf photomechanischem Wege (Photokopie, Mikrokopie) zu vervielfältigen

Abstract

This thesis presents a new technique to simultaneously estimate topography and motion of polar glaciers and ice sheets from multi-temporal SAR interferograms. In this approach the unknown parameters, i.e. topography and surface displacement, are estimated from a redundant number of observations. The resulting redundancy is systematically used to attach realistic accuracy and robustness measures to all estimated unknowns and to reveal possible gross errors in the observations or errors in the model. Additionally, the redundancy facilitates replacing very restrictive model components by more flexible models with a higher amount of free parameters. This leads to a better description of the real behavior of the object.

The approach combines several SAR interferograms into a least-squares adjustment based on the Gauss-Markov model. In order to connect the multi-temporal data sets, a spatio-temporal model is proposed that describes the properties of the surface and its temporal evolution. The parameterization of the model can be adapted considering the properties of the object under investigation. Tests with simulated data show that, with this technique, both topography and motion of polar ice caps can be estimated with an accuracy of a few meters or a few centimeters per day, depending on the configuration of the adjustment. The quality of the estimated parameters depends on the accuracy of the phase observations, the observation geometry, and the number of involved data sets. Analyses of the robustness of the approach additionally indicate a high robustness of the estimated unknowns with respect to gross errors in the observations. The influence of the atmospheric path delay on the unknowns is analyzed and quantified for various observation geometries and different atmospheric conditions. It is shown that errors in the assumed deformation model significantly falsify the estimated parameters. Thus, the configuration of the spatio-temporal model must be chosen carefully. In addition to the estimation of surface topography and motion, the method and its inherent analysis tools allow to determine the observation geometry that is necessary to reach a pre-defined accuracy level in advance. Therefore, the method is a very useful tool for project planing. By means of a case study aimed at the observation of a huge ice dome in the Russian arctic the feasibility of the approach in real-life situations is demonstrated.

Zusammenfassung

Die vorliegende Arbeit präsentiert eine neue Methode zur simultanen Schätzung von Topographie und Bewegung polarer Gletscher und Eisflächen aus multi-temporalen SAR Interferogrammen. Die unbekannten Parameter Topographie und Bewegung werden dabei aus einer redundanten Anzahl an Beobachtungen geschätzt. Die Redundanz wird systematisch zur Ableitung realistischer Genauigkeitsaussagen sowie zur Aufdeckung möglicher grober Fehler bzw. Modellfehler genutzt. Die Überbestimmung eröffnet ebenfalls die Möglichkeit, restriktive Modellkomponenten durch flexiblere Modellkomponenten mit einer größeren Anzahl an freien Parametern zu ersetzen und gewährleistet dadurch eine bessere Beschreibung der tatsächlichen Verhältnisse.

Der Ansatz basiert auf der Kombination einer Anzahl von SAR Interferogrammen in einer Kleinste-Quadrate-Ausgleichung nach dem Gauss-Markov Modell. Zur Verknüpfung der multi-temporalen Datensätze wird ein räumlich-zeitliches Modell vorgeschlagen, das die Eigenschaften der beobachteten Oberfläche und deren zeitliche Veränderung beschreibt. Die Parametrisierung des räumlich-zeitlichen Modells kann dabei an die Eigenschaften des Untersuchungsobjekts angepasst werden. Simulationsrechnungen zeigen, dass die Topographie und die Bewegung polarer Gletscher je nach Konfiguration der Ausgleichung mit einer Genauigkeit von wenigen Höhenmetern bzw. wenigen Dezimetern pro Jahr bestimmt werden können. Die Genauigkeit der geschätzten Parameter wird dabei vor allem durch die Genauigkeit der Phasenbeobachtungen, die Aufnahmegeometrie und die Anzahl der kombinierten Datensätze bestimmt. Zuverlässigkeitsanalysen zeigen zudem eine hohe Robustheit der Schätzwerte gegenüber groben Fehlern in den Beobachtungen. Der Einfluss der atmosphärischen Laufzeitverzögerung auf die Unbekannten wurde für verschiedene Beobachtungskonfigurationen und verschiedene atmosphärische Bedingungen untersucht und quantifiziert. Fehler im Bewegungsmodell führen zu einer signifikanten Verfälschung der geschätzten Unbekannten. Auf eine sorgfältige Konfiguration des räumlichzeitlichen Modells ist daher zu achten. Neben der Ermittlung der Schätzwerte ermöglichen das Verfahren und dessen inhärente Analysestrategien, die zum Erreichen eines vorgegebenen Genauigkeitsniveaus notwendige Beobachtungskonfiguration im Voraus zu bestimmen. Die Analysestrategien sind daher ein nützliches Werkzeug für die Projektplanung. Anhand einer Fallstudie, bei der ein großer Eisdom in der russischen Arktis beobachtet wurde, wird die Umsetzbarkeit des Verfahrens unter realen Bedingungen gezeigt.

Inhaltsverzeichnis

1	Einl	Einleitung					
	1.1 Motivation						
	1.2 Zielsetzung						
	1.3	3 Aufbau der Arbeit					
2 RADAR mit synthetischer Apertur (SAR) zur Beobachtung dynamischer Prozesse							
	2.1	Prinzij	o der SAR	Abbildung	11		
		2.1.1	RADAR	mit realer Apertur	12		
		2.1.2 RADAR mit synthetischer Apertur					
		2.1.3	Abbildu	ngseigenschaften	14		
			2.1.3.1	Verkürzungseffekte	14		
			2.1.3.2	Überlagerungseffekte	15		
			2.1.3.3	RADAR Schatten	15		
	2.2	SAR I	nterferom	etrie (InSAR)	16		
		2.2.1	Across-7	Track-Interferometrie und Geländetopographie	16		
		2.2.2	Zusätzlio	che Komponenten der interferometrischen Phase	19		
			2.2.2.1	Einfluss der atmosphärischen Laufzeitverzögerung	19		
			2.2.2.2	Eindringtiefe in die Erdoberfläche	20		
		2.2.3	Korrektu	r um die geometriebedingte Phasenkomponente	20		
2.2.4 Anforderungen an die Beobachtungsbasis		Anforde	erungen an die Beobachtungsbasis				
		en zur Amplituden- und Phasenfilterung	23				
	2.2.6 Phasenabwicklung		bwicklung	24			
		2.2.7	Kohären	z der interferometrischen Phase	24		
2.3 Differentielle SAR Interferometrie (D-InSAR)		AR Interferometrie (D-InSAR)	26				
		2.3.1	Trennun	g von Topographie- und Bewegungseinflüssen	26		
		2.3.2	Zeitliche	e Dekorrelation	29		
3	SAR	R Interf	erometrie	zur Beobachtung polarer Gletscher	30		
	3.1	Gletsc	her und G	letscherdynamik aus der Sicht der SAR Interferometrie	30		
		3.1.1	Physikal	ische Besonderheiten der Gletscheroberfläche	31		
		3.1.2	Grundei	genschaften der Gletscherbewegung	31		
3.2 Bisherige Arbeiten zur Gletscherbeobachtung				en zur Gletscherbeobachtung	33		
		3.2.1	Arbeiten	auf der Grundlage der differentiellen SAR Interferometrie	34		
		3.2.2	Alternati	ive Ansätze	36		
		3.2.3	Kombina	ation multi-temporaler Datensätze	37		
		3.2.4	Folgerur	ngen für die Entwicklung eines neuen Verfahrens	38		

4	Sim	ultane Sc	chätzung von Topographie und Dynamik polarer Gletscher	40						
	4.1	4.1 Vermittelnde Ausgleichung zur Schätzung unbekannter Parameter								
	4.2	Beobach	htungen und Unbekannte	42						
	4.3	Funktio	nalmodell	43						
		4.3.1	Interferometrisches Modell	43						
		4.3.2	Verbindung der multi-temporalen Datensätze	44						
		4.3.3	Räumliche Modellierung	45						
			4.3.3.1 Wahl der Flächenfunktion	45						
			4.3.3.2 Bilineare Flächenfunktion	47						
	4.4	4.4 Stochastisches Modell								
		4.4.1	Signalstatistik einer SAR Auflösungszelle	48						
		4.4.2	Vergleich der theoretischen Standardabweichungen mit Messdaten	50						
		4.4.3	Einfluss von Orbitfehlern	52						
		4.4.4	Einfluss der atmosphärischen Laufzeitverzögerung	55						
		4.4.5	Eindringtiefe in die Oberfläche	56						
	4.5	Paramet	terschätzung	58						
		4.5.1	Simultane Schätzung	58						
		4.5.2	Zwei-Schritt-Verfahren	59						
		4.5.3	Vergleich	62						
			6							
5	Ana	lyse des s	simultanen Ansatzes anhand von Simulationen	65						
	5.1	Genauig	gkeits- und Zuverlässigkeitsanalysen	65						
		5.1.1	Erreichbare Genauigkeiten	66						
		5.1.2	Berechnung und Interpretation von Zuverlässigkeitsmaßen	69						
		5.1.3	Empfindlichkeit der Unbekannten gegenüber Modellfehlern	72						
	5.2	2 Einfluss der Maschenweite des räumlichen Gitters								
	5.3	Kachelung großer Datensätze								
	x 7 x									
6	Vali	dierung i	mit realen Daten	82						
	6.1	6.1 Beschreibung des Untersuchungsgebiets								
		6.1.1	Geographische Lage	82						
		6.1.2	Die Gletscher auf Hall Island	83						
	6.2	Beschreibung der Datensätze								
	6.3	6.3 Topographie und Bewegung des Moskau-Eisdoms auf Hall-Island								
		6.3.1	Digitales Oberflächenmodell von Hall-Island	88						
		6.3.2	Geschwindigkeitsfeld des Moskau-Eisdoms	91						
	6.4	Untersuchung und Interpretation der Verbesserungen								
	6.5	Glaziolo	ogische Interpretation der Ergebnisse	98						
		6.5.1	Ableitung des 3-dimensionalen Bewegungsfeldes	99						
		6.5.2	Bewegung und Bewegungsvariation des Sonklar-Gletschers	101						
	6.6	Zusamn	nenfassung	102						
7	Disk	cussion u	nd Ausblick	103						
	7.1	.1 Zusammenstellung des neuen Ansatzes								
	7.2	Bewertu	- Ing	104						
	7.3	Ausblic	- k	105						

1 Einleitung

1.1 Motivation

Das Weltklima innerhalb der letzten 100 Jahre war geprägt von einem rasanten Anstieg der globalen mittleren Jahrestemperatur. Entsprechend des letzten Berichtes des *Intergovernmental Panel on Climate Change (IPCC)* betrug der Temperaturanstieg im Laufe des 20. Jahrhunderts 0.6° C (FOLLAND und KARL 2001). Paleoklimatische Analysen der letzten 1000 Jahre über der nördlichen Hemisphäre lassen vermuten, dass die Erwärmung im 20. Jahrhundert der größte Temperaturanstieg innerhalb der letzten 1000 Jahre war. Den Untersuchungen in (FOLLAND und KARL 2001) zufolge waren die 90er Jahre des 20. Jahrhunderts das wärmste Jahrzehnt des vergangenen Jahrtausends.

Die Veränderung des Weltklimas beeinflusst im hohen Maße die Rahmenbedingungen sowohl der Gesellschaft als auch der Umwelt. Die globale Erwärmung verursachte eine deutliche Verlängerung der frostfreien Perioden in den mittleren und höheren Breiten. Neue Untersuchungen zeigen eine signifikante Verringerung der Seeeisausdehnung in der Arktis, vor allem in den Frühjahrs- und Sommermonaten. Im Einklang damit stehen Ergebnisse aus anderen Analysen, die eine Abnahme der Mächtigkeit des Sommer-Seeeises in der Arktis von nahezu 40 % innerhalb der letzten 30 Jahre feststellten. Auf der Grundlage von Satellitendaten wurde ein Rückgang der Ausdehnung der Schneebedeckung von ca. 10 % in der nördlichen Hemisphäre nachgewiesen. Von besonderer Bedeutung für Gesellschaft und Natur ist die Veränderung des Meeresspiegels in Folge des Klimawandels. In (FOLLAND und KARL 2001) wird der mittlere globale eustatische Meeresspiegelanstieg innerhalb der letzten 100 Jahre mit 0.10 bis 0.20 Meter beziffert. Ein Großteil dieses Anstieges ist darauf zurückzuführen, dass in Folge der Temperaturerhöhung vermehrt gefrorenes und in Gletschern gespeichertes Wasser durch Abschmelzungsund Verdunstungsprozesse dem Meer zugeführt wird. Die in allen Gletschern und Eiskappen vorliegenden Wassermassen, mit Ausnahme der Eisdecken der Antarktis und Grönlands, würden einen Anstieg des globalen Meeresspiegels von ca. 0.5 Meter verursachen. Das Abschmelzen der polaren Eisdecken Grönlands und der Antarktis würden sogar zu einem Meeresspiegelanstieg von knapp 70 Meter führen. Vor diesem Hintergrund entwickelte sich die Untersuchung der Reaktion polarer Eismassen auf Veränderungen des Weltklimas und die Vorhersage ihres Beitrags zum gegenwärtigen Anstieg des Meeresspiegels zu einer der wichtigsten glaziologischen Aufgaben (MACHERET et al. 1999).

Zur Evaluierung des Beitrags von Gletschern, Eisdecken und Eiskappen zum gegenwärtigen Meeresspiegelanstieg ist es notwendig, Informationen über die Änderung der weltweiten Eismassen zu erheben. Leider sind Messungen, die zur Bestimmung der Massenbilanz geeignet sind, nur für einen kleinen Bruchteil der weltweit ca. 100000 Gletscher vorhanden. Es besteht demnach ein großer Bedarf an regelmäßigen und großflächigen Beobachtungen der Kryosphäre mit hoher Genauigkeit und hoher räumlichen Auflösung zur Bereitstellung von Datengrundlagen für Analyse- und Vorhersagemodelle. Mehr als 99 % der globalen Eismasse ist in den polaren Regionen der Arktis und Antarktis konzentriert. Eine regelmäßige Beobachtung dieser Eismassen wird durch die räumliche Abgeschiedenheit der polaren Regionen und wegen ihrer rauen klimatischen Bedingungen deutlich erschwert. Nur an einigen ausgewählten Testgletschern sind Messstationen vorhanden, die regelmäßig Daten über Zustand und Veränderung der Gletscher bereitstellen. Andere Gebiete wurden in der Vergangenheit in unregelmäßigen Abständen von Expeditionsteams besucht.

Erst durch den Beginn der Satellitenfernerkundung mit ersten opto-mechanischen Scannern, zum Beispiel den ersten Landsat Satelliten, konnten die Wiederholrate und die Abdeckung der Beobachtungen erhöht werden. Diese Satelliten arbeiteten im sichtbaren und im infraroten Bereich des Spektrums. Obwohl die ersten satellitengestützen Fernerkundungsdaten neue Perspektiven in der Beobachtung polarer Regionen eröffneten, wurden dennoch einige bedeutende Einschränkungen offenkundig. Optische Beobachtungsverfahren benötigen die externe Beleuchtung durch die Sonne und sind nicht in der Lage Bewölkung zu durchdringen. Beispielsweise sind wegen Wolkenbedeckung nur ca. 10 % aller über Europa erfassten optischen Bilddaten für Kartierungsanwendungen nutzbar. Nahezu andauernde Wolkenbedeckung in den Sommermonaten und die fehlende Sonneneinstrahlung in den Wintermonaten der Polarregionen schränkten die Nutzbarkeit dieser Sensoren für die Erforschung der Kryosphäre deutlich ein.

Ende der 70er Jahre wurde mit dem Satelliten Seasat der erste RADAR Sensor für Erdbeobachtungen gestartet. Wegen des großen Erfolgs dieser Mission fanden SAR Systeme bei der Konzeption neuer Satellitenmissionen vermehrt Berücksichtigung. Mehrere SAR Sensoren wurden in der Folgezeit entwickelt, die in verschiedenen Wellenlängenbereichen die Erde beobachteten.

Die Entwicklung der SAR Interferometrie stärkte die Position der SAR Sensoren zusätzlich. Durch die Nutzung der Differenz der Phasen zweier komplexer SAR Szenen wurden 1986 erste Interferogramme generiert, die in jeder Auflösungszelle die multiplizierte Amplitude der beiden Interferogrammpartner und deren Phasendifferenz beinhalteten. Durch Auswertung dieser als interferometrische Phase bezeichneten Phasendifferenz konnten topographische Karten mit einer Höhengenauigkeit zwischen 10 und 30 Meter abgeleitet werden (ZEBKER und GOLDSTEIN 1986). Die ersten Studien zur SAR Interferometrie basierten auf Daten zweier SAR Sensoren, die quer zur Flugrichtung in einem Flugzeug eingebaut waren (Single-Pass Interferometrie). Die ersten Beispiele von Repeat-Pass Interferometrie, bei der ein Satellit ein Beobachtungsgebiet nach einer bestimmten Zeitdauer erneut beobachtet, wurden im Jahr 1987 präsentiert (LI und GOLDSTEIN 1987). Hauptziel der ersten Anwendungen war es, die Schätzung der Geländeoberfläche mit einer Genauigkeit zu ermöglichen, die der Qualität von optischen Verfahren entspricht. Wegen der All-Wetter-Tauglichkeit von RADAR wurde die SAR Interferometrie zu einem Ernst zu nehmenden Verfahren für Kartierungsanwendungen. Dennoch ist die Verwendung der Repeat-Pass Interferometrie für solche Anwendungen eingeschränkt. Eines der Hauptprobleme entsteht durch die Dekorrelation der Oberfläche aufgrund der Zeitdifferenz zwischen den Aufnahmezeitpunkten der beiden Interferogrammpartner, die zu einer starken Abnahme der Interferogrammqualität führt. Unterschiedliche atmosphärische Bedingungen zu den beiden Aufnahmezeitpunkten verursachen zusätzliche Störungen in der interferometrischen Phase, die nicht vom erwünschten Signal zu trennen sind.

Eine weitere spektakuläre Anwendung der RADAR Interferometrie ist die Beobachtung von dynamischen Prozessen, die durch die Verwendung einer *Repeat-Pass Konfiguration* möglich wird. Mit diesem Verfahren können kohärente Deformationen, die nur einen Bruchteil der RADAR Wellenlänge ausmachen, beobachtet werden. Ein Problem dieser Methode ist, dass im Falle einer effektiven Basisline länger als Null, die Deformationsinformation immer mit dem topographischen Signal vermischt ist. Eine geeignete Lösung für diese Problem stellt die *differentielle Interferometrie* dar, ein Verfahren, das durch Differenzbildung zweier Interferogramme die Trennung der verschiedenen Signalanteile erlaubt.

Ein Meilenstein in der Beobachtung der polaren Regionen war mit dem Start des ersten europäischen Fernerkundungssatelliten ERS-1 gesetzt, der ausgestattet mit einem C-Band SAR Sensor im Juli 1991 seine Arbeit aufnahm. Die Konfiguration des Sensors wurde auf die Beobachtung des polaren Ozeans und Eises ausgerichtet. Im April 1995 wurde der Satellit ERS-2, eine beinahe baugleiche Kopie von ERS-1, in denselben Satellitenorbit ausgesetzt, der in einem Abstand von 24 Stunden dasselbe Gebiet beobachtet. Mit dieser als *Tandem-Mission* bezeichneten Konfiguration war man erstmals in der Lage, aus den SAR Daten hochauflösende Geländemodelle hoher Qualität über den vergletscherten Gebieten der Arktis und Antarktis abzuleiten. Durch Anwendung der differentiellen Interferometrie konnten in vielen Studien die Geschwindigkeitsfelder von Gletschern und Eiskappen mit hohem Detailreichtum abgeleitet werden. Erste Arbeiten sind in (GOLDSTEIN et al. 1993, KWOK und FAHNESTOCK 1996, CUMMING und ZHANG 1996) erschienen.

In der Vergangenheit konnte die Leistungsfähigkeit der differentiellen SAR Interferometrie für die Analyse der Topographie und Bewegung polarer Gletscher anhand vieler Fallstudien nachgewiesen werden. Erst in den letzten Jahren wurde der Schwerpunkt der Untersuchungen mehr auf die Analyse möglicher Störsignale gelegt, die die Messgrößen der SAR Interferometrie beeinflussen und eine Interpretation dieser Messgrößen erschweren. Hier sind insbesondere die Einflüsse durch zeitliche Dekorrelation, durch die atmosphärische Laufzeitverzögerung und durch die Eindringtiefe in die Erdoberfläche sowie die Unsicherheit der Satellitenorbits zu nennen. Im Besonderen gilt es auch zu untersuchen, wie sich diese Störgrößen durch den Auswerteprozess auf die gesuchten Zielgrößen abbilden. Ein Ansatz zur Minimierung von Störgrößen in der interferometrischen Phase ist durch die so genannte *Permanent Scatterer Methode* entwickelt worden (FERRETTI et al. 1999, FERRETTI et al. 2000, COLESAN-TI et al. 2003a, COLESANTI et al. 2003b). Die Analyse stabiler stark reflektierender Objekte, so genannte *Permanent Scatterer*, die unter Verwendung einer großen Anzahl von Datensätzen identifiziert werden können, ermöglicht es, Einflüsse durch zeitliche Dekorrelation zu minimieren und die Effekte der atmosphärischen Laufzeitverzögerung zu eliminieren. Derart stabile natürliche Objekte, wie sie für die Permanent Scatterer Methode benötigt werden, sind in vergletscherten Gebieten nicht zu finden. Daher ist diese Methode für die Analyse von Gletschern und Eismassen nicht anwendbar. Auf dem Gebiet des Gletschermonitorings ist daher die Identifizierung potentieller Fehlerquellen und die Abschätzung ihres Einflusses auf die Zielgrößen noch immer eine Herausforderung.

1.2 Zielsetzung

Ziel dieser Arbeit ist es, ein Schätzverfahren zur Bestimmung von Topographie und Bewegung polarer Gletscher aus SAR Interferogrammen zu entwickeln. Im Besonderen soll das Augenmerk auf eine systematische Modellierung aller Prozessierungsschritte und ihrer stochastischen Eigenschaften gelegt werden. Dazu ist ein geeignetes Schätzverfahren aufzubauen, das die Formulierung der funktionalen und stochastischen Zusammenhänge erlaubt und die Fortpflanzung aller Genauigkeitseigenschaften auf die gewünschten Zielgrößen emöglicht. Durch einen redundanten Mehrbild-Ansatz sollen die Genauigkeit und die Robustheit der Schätzergebnisse gesteigert werden.

Die funktionale und stochastische Beschreibung aller Einflussgrößen auf das interferometrische Signal bildet die Grundlage für eine umfassende Genauigkeits-, Zuverlässigkeits- und Fehleranalyse der Schätzergebnisse. Dabei sollen neben den Einflüssen der Geländetopographie und Oberflächenbewegung vor allem Effekte durch Orbitunsicherheiten, durch die atmosphärische Laufzeitverzögerung und durch die Eindringtiefe des SAR Signals in die Oberfläche des Untersuchungsobjekts behandelt werden.

Durch die Anwendung eines Mehrbild-Ansatzes soll die Korrektheit von Annahmen analysiert und getestet werden, die in den Auswerteprozess der SAR Daten eingebunden sind. In erster Linie soll dabei die Annahme einer konstanten Bewegung der Erdoberfläche getestet werden, die häufig zur Durchführung der differentiellen Interferometrie eingeführt wird. Gegebenenfalls soll diese Annahme durch ein flexibleres, weniger restriktives Bewegungsmodell ersetzt werden.

Abschließend sollen die Leistungsfähigkeit und die Eigenschaften des Ansatzes durch umfassende Untersuchungen und Analysen anhand von realen Daten dokumentiert und überprüft werden.

1.3 Aufbau der Arbeit

In Kapitel 2 wird zunächst das grundlegende Konzept der RADAR Interferometrie erläutert. Ausgehend von der Beschreibung eines RADAR Sensors mit realer Apertur wird das Prinzip der Generierung einer synthetischer Apertur (SAR) und die Bildung eines Interferogramms aus zwei SAR Aufnahmen behandelt. Die grundlegenden Eigenschaften und Einschränkungen der Interferometrie werden aufgezeigt und abschließend die Grundidee, das Konzept sowie die Eigenschaften der differentiellen SAR Interferometrie beschrieben. Kapitel 2 legt somit die notwendige Grundlage zum Verständnis der folgenden Kapitel.

In Kapitel 3 werden die bisherigen Arbeiten zur Beobachtung polarer Gletscher mit der Methode der SAR Interferometrie dargestellt. Zunächst werden dabei die aus der Sicht der RADAR Fernerkundung interessanten Eigenschaften der Gletscheroberfläche und die Grundcharakteristika der Gletscherbewegung erläutert. Nach einer ausführlichen Darstellung der bisherigen Arbeiten zur Beobachtung polarer Gletscher mit der Methode der SAR Interferometrie werden Folgerungen für die Entwicklung eines neuen Verfahrens aufgestellt.

Ein neues Verfahren zur Schätzung der Gletschertopographie und Gletscherbewegung aus multi-temporalen SAR Interferogrammen wird in Kapitel 4 vorgestellt. Zunächst wird dabei der verwendete Ansatz zur Parame-

terschätzung beschrieben. Eine Darstellung der implementierten Modelle und eine Charakterisierung der stochastischen Eigenschaften der Daten und Modelle schließt sich an. Die Beschreibung des Aufbaus des Schätzverfahrens erfolgt am Ende des Kapitels.

In Kapitel 5 werden die Eigenschaften des Schätzverfahrens analysiert. Zunächst werden basierend auf dem Modell der vermittelnden Ausgleichung Genauigkeits- und Zuverlässigkeitsmaße abgeleitet. Aus der Analyse dieser Kenngrößen werden dann Rückschlüsse auf die Leistungsfähigkeit des Verfahrens gezogen. Im Anschluss an diese Analysen werden Vorschläge für die Gestaltung des in Kapitel 4 vorgestellten räumlichen Modells gegeben. Zum Ende dieses Kapitels werden Möglichkeiten zur Verarbeitung großer Datensätze aufgezeigt.

In Kapitel 6 wird die Validierung des neu entwickelten Schätzverfahrens unter Verwendung multi-temporaler SAR Daten über einem Untersuchungsgebiet durchgeführt. Die Eigenschaften der beobachteten SAR Interferogramme und die Ergebnisse der Parameterschätzung werden ausführlich dargestellt. Zur Plausibilitätskontrolle werden die geschätzten Parameter mit verfügbarer Information aus anderen Quellen verglichen.

Eine Diskussion des Verfahrens sowie die Erarbeitung von Verbesserungsvorschlägen für die Analyse von dynamischen Prozessen mit Hilfe der SAR Interferometrie erfolgt in Kapitel 7.

2 RADAR mit synthetischer Apertur (SAR) zur Beobachtung dynamischer Prozesse

Dieses Kapitel dient der Erläuterung des grundlegenden Konzepts der RADAR Interferometrie. Ausgehend von der Beschreibung eines RADAR Sensors mit realer Apertur wird das Prinzip der Generierung einer synthetischer Apertur (SAR) dargestellt (Abschnitt 2.1). Die Bildung eines Interferogramms aus zwei SAR Aufnahmen und somit der Übergang zur SAR Interferometrie wird anschließend behandelt (Abschnitt 2.2). Gleichzeitig werden die grundlegenden Eigenschaften und Einschränkungen der Interferometrie aufgezeigt. Abschließend werden die Grundidee, das Konzept sowie die Eigenschaften der differentiellen SAR Interferometrie beschrieben (Abschnitt 2.3). Damit wird in diesem Kapitel die notwendige Grundlage zum Verständnis der folgenden Kapitel gelegt.

2.1 Prinzip der SAR Abbildung

Abbildende RADAR Syteme erstellen durch Abstrahlung und Empfang von Mikrowellenstrahlung Reflektivitätskarten des bestrahlten Teils der Erdoberfläche. Die verwendete Wellenlänge liegt typischerweise im Bereich weniger Zentimeter. In diesem Wellenlängenbereich ist der Transmissionsgrad der Erdatmosphäre sehr hoch. Mikrowellenstrahlung mit Wellenlängen größer einem Zentimeter kann kleine Wassertropfen beinahe ungehindert durchdringen. Damit werden RADAR Systeme von Wolken, Nebel und Regen kaum beeinträchtigt. Da RADAR Syteme die Erdoberfläche aktiv beleuchten, können sie unabhängig von externen Beleuchtungsquellen, und damit unabhängig von der Tageszeit betrieben werden. Wegen den genannten Eigenschaften sind RADAR Sensoren vor allem in Gebieten mit regelmäßiger Wolkenbedeckung oder langer Dunkelheit, wie sie zum Beispiel in tropischen oder polaren Regionen zu finden sind, gegenüber optischen Sensoren klar im Vorteil.

Bei der Aufzeichnung der RADAR Signale nutzt man das so genannte RADAR (**Ra**dio **D**etection And **R**anging) Prinzip, das die Ableitung der Entfernung eines Zielpunktes aus der Messung der Laufzeit des Signals erlaubt. Ein abbildendes RADAR System besteht aus einer Sende- und einer Empfangsantenne, die sich auf einer bewegten Plattform befinden. Die Sendeantenne ist im einfachsten Fall seitlich blickend parallel zur Flugrichtung ausgerichtet (siehe Abb. 2.1). Die Blickrichtung der Antenne θ kann je nach System und Anwendung zwischen sehr flachen und sehr steilen Winkeln variieren. Die Blickrichtung wird in der RADAR Fernerkundung üblicherweise als *Entfernungsrichtung* oder auch englisch *Range* bezeichnet.



Abbildung 2.1: SAR Abbildungsgeometie

2.1.1 RADAR mit realer Apertur

Der Sender eines Seitensicht-RADARs mit realer Apertur (sidelooking real aperture **R**ADAR (SLAR)) emittiert Mikrowellenpulse in dichter Folge in Richtung Erdoberfläche. Ein Teil der ausgesandten Energie wird von der Erdoberfläche zum Sensor zurückreflektiert und erreicht den Empfänger nach einer Zeitverzögerung Δt . Das Bild eines SLAR-Systems wird ausgehend von der Amplitude und der Zeitverzögerung der empfangenen Signale aufgebaut. Die Zeitverzögerung ist eine Funktion der Entfernung r zwischen Sensor und Streuer und errechnet sich aus

$$\Delta t = \frac{2r}{c} \quad . \tag{2.1}$$

Die Konstante c steht für die Lichtgeschwindigkeit. Mehrere Streuer sind in Entfernungsrichtung dann voneinander unterscheidbar, wenn ihre jeweiligen 2-Wege-Signallaufzeiten verschieden sind. Die Auflösung in Entfernungsrichtung R_e wird daher durch die minimal unterscheidbaren Laufzeitdifferenzen definiert und ist somit eine Funktion der Länge des gesendeten Impulses τ

$$R_e = \frac{c\tau}{2} \quad . \tag{2.2}$$

Gleichung (2.2) verdeutlicht, dass die Auflösung in Entfernungsrichtung R_e unabhängig von der Entfernung des Streuers vom Sensor und damit unabhängig von der Flughöhe ist. Gemäß Gleichung (2.2) ist die erreichbare Entfernungsauflösung um so höher je kürzer die Zeitdauer des generierten Impulses ist. Um ein ausreichendes Signal-Rausch-Verhältnis zu erreichen, muss die Gesamtenergie des gesendeten Impulses zusätzlich sehr hoch sein. Das Erzeugen sehr kurzer hoch energetischer Pulse ist allerdings wegen der dabei entstehenden Leistungsspitzen technisch limitiert. Daher ist die mit herkömmlichen Methoden erreichbare Entfernungsauflösung begrenzt. Wegen der umgekehrten Proportionalität zwischen Impulsdauer und Bandbreite W

$$W = \frac{1}{\tau} \tag{2.3}$$

kann, um die selbe Entfernungsauflösung zu realisieren, anstatt eines sehr kurzen Pulses auch ein langer frequenzmodulierter Impuls gleicher Energie aber niedrigerer Leistung gesendet werden (KLAUDER et al. 1960). Bei RADAR-Aufnahmen wird meist anstelle eines monofrequenten Pulses ein linearer *Chirp* ausgesendet. Ein linearer Chirp entspricht dabei einem Signal dessen Frequenz mit der Zeit linear ansteigt. Ein Beispiel eines Chirps ist in Abbildung 2.2 zu sehen. Die Bandbreite W, die durch einen Chirp realisiert ist, entspricht der Diffe-



Abbildung 2.2: Frequenz und Amplitude eines Chirps als Funktion der Zeit t. Die Bandbreite des Chirps beträgt 5 Hz

renz zwischen dessen Startfrequent f_0 und dessen Endfrequenz f_1 . Der gesendete Chirp wird nach dem Empfang durch einen Demodulierungsprozess wieder zu einem schmalen Puls komprimiert, indem das empfangene Signal mit der konjugiert komplexen zeitinvertierten Kopie des gesendeten Impulses gefaltet wird (Matched-Filter Prozess) (PAPOULIS 1984).

Die Auflösung in Flug- bzw. Azimutrichtung R_{ra} wird von anderen Einflußgrößen definiert. Bei einem Seitensicht-Radar mit realer Apertur entspricht die Azimut-Auflösung der Breite der Fläche, die von einem gesendeten Impuls bestrahlt wird. D.h. zwei in Flugrichtung angeordnete Oberflächenpunkte können nur dann voneinander unterschieden werden, wenn ihr Abstand die Breite der Strahlkeule auf der Erdoberfläche übersteigt. Die Winkelauflösung α_{ra} einer Antenne der Länge L_{ra} in Azimut-Richtung wird durch Beugungseffekte an ihrer Apertur beschränkt (HUYGENS 1690). Sie ist gegeben durch

$$\alpha_{ra} = \frac{\lambda}{L_{ra}} \tag{2.4}$$

wobei λ der Wellenlänge des gesendeten Signals entspricht. Da α_{ra} in der Regel sehr klein und damit $\sin(\alpha_{ra}) \approx \alpha_{ra}$, kann die Auflösung in Azimut-Richtung R_{ra} durch einfache Multiplikation des Öffnungswinkels mit der Schrägentfernung r ermittelt werden.

$$R_{ra} = r \cdot \frac{\lambda}{L_{ra}} \tag{2.5}$$

Gleichung (2.5) zeigt eine deutliche Abhängigkeit der Azimut-Auflösung von der Entfernung des Streuers r und der Länge der realen Apertur L_{ra} . Setzt man ein Satellitensystem mit einer Flughöhe von 850 km, einer Antenne der Länge 10 m und einer Wellenlänge von 5,66 cm voraus, so beträgt dessen Azimut-Auflösung nur 4.8 km. Hohe Auflösungen sind folglich nur bei Verwendung langer Antennen und geringer Entfernung zur Oberfläche möglich. Um für Satellitenanwendungen dennoch vergleichbare Auflösungen in Entfernungs- und Azimutrichtung zu erreichen, sind theoretisch Antennen von mehreren Kilometern Länge notwendig.

2.1.2 RADAR mit synthetischer Apertur

Wie im vorherigen Kapitel dargestellt wird die Azimut-Auflösung eines RADARs mit realer Apertur durch das Verhältnis zwischen Entfernung r und der Länge der realen Apertur L_{ra} bestimmt. Wegen der bautechnisch beschränkten Länge der Antenne, nimmt die Azimutauflösung R_{ra} mit zunehmender Entfernung r schnell ab und erreicht für Satellitenanwendungen nur noch mehrere Kilometer. Durch Verwendung eines sogenannten Synthetischen Apertur RADARs (SAR) kann diese Problematik behoben werden. Da der Weg, den der RADAR Sensor zwischen den Sendezeitpunkten zweier RADAR Impulse zurücklegt, wesentlich kleiner ist als der Durchmesser der Strahlkeule am Boden, ist die Antwort eines Streuobjekts in mehreren aufeinanderfolgenden RADAR Echos enthalten. Werden alle diese Echos durch geeignete kohärente Prozessierung zusammengefasst, führt dies zur Generierung einer synthetisch vergrößerten Antenne, der so genannten synthetischen Apertur (CURLANDER und MCDONOUGH 1991, KLAUDER et al. 1960). Kohärente Prozessierung meint, dass bei der Verarbeitung der Daten sowohl die Amplitude als auch die Phaseninformation der aufgezeichneten Signale berücksichtigt wird. Ist $S(t_1)$ die Sensorposition zu dem Zeitpunkt t_1 , an dem ein Objektpunkt P erstmals von der Strahlkeule des Senders erfasst wird, und $S(t_2)$ die Position zu der P aus der Strahlkeule austritt, so entspricht die Länge der synthetischen Apertur L_{sa} der Differenz zwischen beiden Sensorpositionen $S(t_1)$ und $S(t_2)$ (vergleiche Abbildung 2.3). Die Winkelauflösung α_{sa} , die mit einer synthetischen Apertur erreicht werden kann, ist wiederum von der Wel-



Abbildung 2.3: Generierung einer synthetischen Apertur durch die Bewegung eines Sensors entlang einer Flugbahn

lenlänge des Signals λ und der Länge der synthetischen Antenne L_{sa} abhängig und ist doppelt so hoch wie bei einer gleich langen realen Apertur.

$$\alpha_{sa} = \frac{\lambda}{2L_{sa}} \tag{2.6}$$

Der Faktor 2 in Gleichung (2.6) entsteht durch den Generierungsprozess der synthetischen Apertur. Im Fall einer realen Antenne wird das Radarsignal von allen Elementen der Antenne gleichzeitig abgestrahlt. Der Phasengradient des Empfangssignals der realen Apertur entsteht damit nur aus dem Signalrückweg. Bei der synthetischen Apertur senden die einzelnen Elemente getrennt und nacheinander so dass der Hinweg ebenso eingeht wie der gleich lange Rückweg. Die Phasendifferenzen zwischen Sende- und Empfangssignalen sind daher im Fall einer synthetischen Apertur doppelt so groß wie bei einer realen Antenne (MOREIRA 2001). Entsprechend Gleichung (2.5) berechnet sich die Azimut-Auflösung R_{sa} einer SAR Antenne aus:

$$R_{sa} = r \cdot \frac{\lambda}{2L_{sa}} \tag{2.7}$$

Da die Länge der synthetischen Apertur L_{sa} nach Abbildung 2.3 der Breite der Strahlkeule auf der Erdoberfläche entspricht, kann Gleichung (2.7) durch Einsetzen von Gleichung (2.5) umgerechnet werden in

$$R_{sa} = r \cdot \frac{\lambda}{2R_{ra}} = r \cdot \frac{\lambda}{2r \cdot \frac{\lambda}{L_{ra}}} = \frac{L_{ra}}{2} \quad . \tag{2.8}$$

Gemäß Gleichung (2.8) ist R_{sa} unabhängig von der Fughöhe des Sensors und nur noch definiert durch die Länge der realen Apertur. Im Gegensatz zu SLAR Systemen nimmt die Auflösung in Azimut-Richtung zu, je kürzer die verwendete Antenne ist. Mit SAR Systemen kann damit theoretisch für satellitengestützte Syteme wie für flugzeuggetragene Sensoren die gleiche Azimutauflösung erreicht werden. In der Realität scheitert dies im wesentlichen an technischen Problemen. Wegen der niedrigen Energie der zurückgestreuten Signale sind bei Systemen mit großen Flughöhen Antennen größerer Länge erforderlich, um ein ausreichendes Signal-Rausch-Verhältnis für die SAR Bildgenerierung zu gewährleisten. Weiterführende Informationen über die technischen Aspekte der SAR Bildgenerierung aus Satelliten-Rohdaten sind in (RANEY 1982, PAPOULIS 1984, CURLANDER und MCDONOUGH 1991) zu finden.

2.1.3 Abbildungseigenschaften

Entspricht die Flugbahn des Sensors einer Geraden, so kann der SAR Abbildungsprozess als Projektion der 3-dimensional angeordneten Streuer P(x, y, z) in ein 2-dimensionales zylindrisches Koordinatensystem u(x, r) angegeben werden (BAMLER und HARTL 1998). Die Koordinatenachsen werden durch die Azimutrichtung x und die Entfernungsrichtung r gebildet (siehe Abbildung 2.4). Durch die Projektion der dreidimensionalen Oberfläche auf u(x, r) geht Information über die räumliche Verteilung der Streuer verloren. Demnach können Streuebjekte, die in der selben Entfernung zum Sensor und in der selben x-Ebene liegen, nicht voneinander unterschieden werden (REIGBER 2001). Folglich ist es nicht möglich durch Analyse *eines* SAR Bildes den Elevationswinkel, unter dem ein Streuer beobachtet wird, zu rekonstruieren. Bei der Erfassung von unebenem Gelände verursacht die Beobachtungsgeometrie zusätzliche Verzerrungen im Bild, deren Ausmaß durch den örtlichen Einfallswinkel der Strahlung und die Neigung der Oberfläche definiert wird. In Abbildung 2.4 wird ein Überblick über die Abbildungsfehler gegeben. Im unteren Teil der Grafik sind die Topographie der Erdoberfläche und ihre Grundrissprojektion dargestellt. Im oberen Teil der Abbildung ist die Projektion der Oberflächenelemente entlang den Linien gleicher Entfernung in die Geometrie des SAR Bildes gezeigt. Die beim Abbildungsprozess entstehenden Bilddeformationen lassen sich in die, im Folgenden kurz beschriebenen, drei Gruppen einteilen.

2.1.3.1 Verkürzungseffekte

Verkürzungseffekte zeigen sich an der gestauchten Abbildung von dem Sensor zugewandten Hängen in SAR Bildern. Ein Beispiel für die Entstehung einer Hangverkürzung ist bei Betrachtung der Punkte 9 - 12 in Abbildung 2.4 zu finden. Die Punkte 9, 11 und 12 signalisieren die Fußpunkte bzw. den Gipfel eines Berges, dessen dem Sensor zugewandter und abgewandter Hang die gleiche Länge besitzt. Die in die SAR Bildebene projizierten Punkte 9' und 11' zeigen, dass der dem Sensor zugewandte Hang deutlich verkürzt dargestellt wird. Punkt 12' wird im SAR Bild nicht abgebildet, da er im so genannten RADAR Schatten liegt. Seine theoretische Position



Abbildung 2.4: Eigenschaften der SAR Abbildung. Aufriss in Entfernungsrichtung.

ist zur Verdeutlichung des Verkürzungseffektes dennoch dargestellt. Durch den Verkürzungseffekt entsteht im Bild der Eindruck dass Geländeformen zur Sensorflugbahn geneigt sind. Die Steigung der verkürzten Hänge erscheint überhöht. Bei gegebenem Sensorblickwinkel θ treten an den Hängen, deren Neigung ε geringer ist als θ Verkürzungseffekte auf. Durch das Design des Sensors kann Verkürzungseffekten vorgebeugt werden. Durch die Wahl größerer Sensorblickwinkel θ werden Verkürzungseffekte minimiert. Diese Tatsache unterscheidet die Eigenschaften der SAR Geometrie deutlich von den Eigenschaften einer zentralperspektivischen Beobachtungskonfiguration, die einen minimalen Geländeversatz für kleine Blickwinkel aufweist.

2.1.3.2 Überlagerungseffekte

Mit steigender Geländeneigung ε nimmt die projektionsbedingte Verkürzung der dem Sensor zugewandten Hänge immer mehr zu. Erreicht die Geländeneigung den Wert $\varepsilon = \theta$ so werden alle Oberflächenelemente entlang des Hanges in eine SAR Auflösungszelle abgebildet. Die Punkte 1 und 2 und ihre Projektionen 1' und 2' in Abbildung 2.4 verdeutlichen diesen Effekt. Übersteigt die Geländeneigung den Sensorblickwinkel θ , so wird der lokale Einfallswinkel der Mikrowellenstrahlung negativ. Die Entfernung r des Berggipfels zum Sensor ist in diesen Fällen geringer als die Entfernung des Hangfußes. In diesen extremen Fällen der Verkürzung ist die Versetzung so stark, dass Pixel auf dem Gipfel eines Objekts im Bild von der Sensorposition ausgehend vor Pixeln dargestellt werden, die den Fuß des selben Objekts repräsentieren. In Abbildung 2.4 ist dieser Effekt an den Punkten 5 und 6, bzw. ihren Projektionen 5' und 6' zu erkennen.

2.1.3.3 RADAR Schatten

Der Begriff Schatten hat in der optischen Fernerkundung und in der RADAR Fernerkundung eine grundlegend unterschiedliche Bedeutung. Als Schatten bzw. als abgeschattete Bereiche werden im allgemeinen diejenigen Teile einer Oberfläche bezeichnet, die von der Beleuchtungsquelle nicht direkt bestrahlt werden. In der optischen Fernerkundung entspricht die Beleuchtungsquelle in der Regel der Sonne. Schatten sind im Bild sichtbar, falls die Position und Orientierung des Sensors von der Position der Beleuchtungsquelle abweicht. Diese Bereiche erscheinen im Bild verdunkelt, da sie nicht direkt bestrahlt werden. Durch Streulicht von umliegenden Oberflächenelementen behalten Schattenbereiche aber in der Regel eine Resthelligkeit. Im Gegensatz dazu sind bei RADAR Aufnahmen Position und Orientierung der Beleuchtungsquelle und des Sensors in der Regel identisch. Der RADAR-Schatten resultiert lediglich aus geometrischen Eigenschaften der RADAR Beobachtungsgeometrie und tritt auf wenn die Neigung eines dem Sensor abgewandten Hanges den Winkel der einfallenden Strahlung übersteigt. In Abbildung 2.4 sind solche Gebiete grau schattiert dargestellt (z.B. zwischen den Punkten 5 und 9). Diese Bereiche der Oberfläche werden vom Sensor weder beleuchtet noch sind sie beobachtbar. Sie erscheinen im SAR Bild schwarz, da, mit Ausnahme des Sensorrauschens, vom Sensor kein Signal aus diesen Gebieten aufgezeichnet wird. Aufgrund ihrer Entstehung sind sie mit Verdeckungen in optischen Bildern vergleichbar. Große

Depressionswinkel $1 - \theta$ minimieren das Auftreten von RADAR-Schatten, fördern allerdings die Entstehung von Verkürzungseffekten. Beim Design des Sensors muss demnach beiden Effekten Rechnung getragen werden.

2.2 SAR Interferometrie (InSAR)

Wie im vorherigen Abschnitt angesprochen, entspricht die SAR Abbildung einer Projektion der 3-dimensionalen Welt in ein 2-dimensionales zylindrisches Koordinatensystem. Die Information über den Blickwinkel des Sensors zu einem Objekt auf der Erdoberfläche geht dabei verloren (vergleiche Abbildung 2.4). Damit ist ein RADARoder SAR-System nicht in der Lage, zwei in der gleichen Entfernung aber unter verschiedenen Blickwinkeln beobachtete Objekte voneinander zu unterscheiden. Die Bestimmung der Höhe eines Streuers ist daher durch Analyse *eines* SAR Bildes nicht möglich. Die so genannte SAR-Interferometrie ist ein Verfahren, mit dem durch Bestimmung der Entfernungsdifferenz zwischen einem Streuobjekt und zwei an verschiedenen Positionen befindlichen Detektoren zusätzliche Information über das beobachtete Objekt gewonnen wird.

Ein interferometrisches Bildpaar besteht aus zwei komplexwertigen SAR-Bildern, die an leicht unterschiedlichen Orten erfasst worden sind und den selben Ausschnitt der Erdoberfläche zeigen. Die Aufnahme der Bilder kann entweder gleichzeitig durch zwei Sensoren auf einer Plattform (Single-Pass-Interferometrie), oder durch wiederholte Aufnahme des gleichen Gebietes von unterschiedlichen parallel versetzten Orbits (Repeat-Pass-Interferometrie) erfolgen (GOLDSTEIN et al. 1985, ZEBKER und GOLDSTEIN 1986, LI und GOLDSTEIN 1987, GABRIEL und GOLDSTEIN n.d.).

Die räumliche Anordnung der Aufnahmestandorte bestimmt den Modus, in dem das Interferometer betrieben wird. Die *Across-Track-Interferometrie* erlaubt die Rekonstruktion der Geländetopographie aus zwei oder mehreren SAR-Bildern. Die Aufnahmestandpunkte sind dabei so angeordnet, dass sich eine räumliche Basiskomponente quer zur Flugrichtung ergibt. Bei der *Along-Track-Interferometrie* sind die Sensoren in Flugrichtung angeordnet. Dadurch ist die Erfassung von Bewegungen des beobachteten Objekts auf der Erdoberfläche möglich (GOLDSTEIN und ZEBKER 1987). Für die vorliegende Anwendung finden Across-Track-Interferometer Verwendung. Daher beschränken sich alle folgenden Erläuterungen auf diesen Modus.

2.2.1 Across-Track-Interferometrie und Geländetopographie

Abbildung 2.5 zeigt das typische Beobachtungsprinzip eines Across-Track-Interferometers. Ein Teil der Erdoberfläche wird von zwei Sensoren SAR_1 und SAR_2 beobachtet. Der Raumvektor zwischen beiden Antennen wird als *Basislinie* **B** bezeichnet, die durch ihre Länge *B* und ihre Neigung α beschrieben ist. Ein beobachteter Streuer *P* befindet sich in einer topographischen Höhe *h* und wird von den Sensoren unter dem Blickwinkel θ_1 bzw. θ_2 gesehen. Die Winkeldifferenz $\theta_1 - \theta_2$ ist wegen der im Verhältnis zur Entfernung in der Regel kurzen Basis gering. Daher werden zur Vereinfachung der folgenden Erläuterungen die Winkel θ_1 und θ_2 durch den mittleren Winkel θ ersetzt.

Der mathematische Zusammenhang zwischen den Sensorpositionen SAR_1 und SAR_2 und einem Objektpunkt P_1 auf der Erdoberfläche wird durch den Cosinussatz beschrieben. Mit $\Delta \theta \approx 0^\circ$ ergibt sich:

$$r_2^2 = r_1^2 + B^2 + 2r_1 B \sin(\theta - \alpha) \tag{2.9}$$

Sind die Sensorpositionen SAR_1 und SAR_2 und damit die Basislinienparameter B und α bekannt kann aus Gleichung (2.9) der bisher unbekannte Sensorblickwinkel θ berechnet werden.

$$\sin(\theta - \alpha) = \frac{r_2^2 - r_1^2 - B^2}{2r_1 B}$$
(2.10)

Hat man θ bestimmt, so kann die Höhe eines abgebildeten Objekts berechnet werden.

$$h = H_0 - r_1 \cos(\theta) \tag{2.11}$$



Abbildung 2.5: Abbildungsgeometrie eines Across-Track-Interferometers

Wegen der verglichen mit der Entfernung in der Regel sehr kurzen Beobachtungsbasis erzeugen bereits geringe Fehler in den gemessenen Entfernungen r_1 und r_2 deutliche Änderungen der geschätzten Position eines Streuzentrums. Da die Entfernungsauflösung eines SAR Sensors laut Gleichung (2.2) beschränkt ist, ist die Ableitung der Geländehöhen aus den ursprünglichen Entfernungsmessungen nur mit geringer Genauigkeit durchführbar. Die SAR-Interferometrie nutzt daher die Phase der komplexwertigen Bilder zur Bestimmung der Entfernungsdifferenzen Δr . Die durch Phasenmessung bestimmten Entfernungsdifferenzen können mit einer Genauigkeit von Bruchteilen einer Wellenlänge beobachtet werden und sind daher deutlich genauer als die mittels Laufzeitmessung bestimmten.

Die Phase ψ_1 bzw. ψ_2 der beiden komplexen SAR Bilder besteht, unter Vernachlässigung von Sensorrauschen, aus zwei dominierenden Komponenten.

$$\psi_{1} = -\frac{4\pi}{\lambda}r_{1} + \psi_{streu,1}$$

$$\psi_{2} = -\frac{4\pi}{\lambda}r_{2} + \psi_{streu,2}$$

$$= -\frac{4\pi}{\lambda}(r_{1} + \Delta r) + \psi_{streu,2}$$
(2.12)

Der erste Summand der Phasengleichung ist entfernungsabhängig und entsteht durch die Tatsache, dass sich die Phase einer monochromatischen elektromagnetischen Welle proportional zur zurückgelegten Weglänge r verhält. Die zweite Komponente der Phase $\psi_{streu,i}$ entspricht einer möglichen Phasenänderung, die durch die Streueigenschaften des beleuchteten Oberflächenelements bedingt wird. Wie in Abschnitt 4.4.1 gezeigt wird, ist die Streukomponente der Phase gleichverteilt und damit nicht vorhersagbar. Dennoch ist sie eine deterministische Größe. Wiederholte Phasenmessungen, die unter exakt gleichen Bedingungen durchgeführt werden, liefern daher identische Ergebnisse (HANSSEN 2001). Unter der Annahme, identischer Aufnahmebedingungen ist die Differenz der Phasen $\phi = \psi_2 - \psi_1$ nur noch von der Entfernungsdifferenz Δr abhängig.

$$\phi = \psi_2 - \psi_1 = -\frac{4\pi}{\lambda}\Delta r \tag{2.13}$$

 ϕ wird als *interferometrische Phase* bezeichnet. Da λ in der Regel klein ist, variiert die interferometrische Phase bereits bei geringen Entfernungsdifferenzen stark und ist daher ein sehr präzises Maß für Δr . Die Annahme identischer Streuphasen $\psi_{streu,i}$ ist in der Regel nicht im vollem Umfang erfüllt. Auf Ursachen und Konsequenzen dieses Verstoßes gegen Gleichung (2.13) wird später in Abschnitt 2.2.7 eingegangen. Die interferometrische Phase kann durch Bildung eines so genannten Interferogramms I aus zwei exakt koregistrierten SAR Szenen abgeleitet werden. I wird durch pixelweise Multiplikation des ersten SAR Signals c_1 mit dem konjugiert Komplexen des zweiten SAR Signals c_2 berechnet (BAMLER und HARTL 1998, SCHWÄBISCH 1995).

$$I = c_1 c_2^* = |c_1| |c_2| e^{i\phi}$$
(2.14)

Abbildung 2.6 zeigt die typische, einem Interferenzmuster entsprechende Struktur der interferometrischen Phase. Die Linien gleicher Entfernungsdifferenzen Δr stehen senkrecht auf den Kreisen gleicher Entfernung r. Dementsprechend steht mit der interferometrischen Phase ϕ eine zusätzliche Beobachtung zur Verfügung, die es ermöglicht die topographische Höhe eines Streuzentrums zu ermitteln.



Abbildung 2.6: Interferenzmuster der Kreise gleicher Entfernung

Im folgenden wird der Nachweis geführt, dass die Ableitung der Geländehöhe durch Messung der Entfernungsdifferenzen erfolgen kann. Ersetzt man r_2 durch $r_2 = r_1 + \Delta r$ ergibt sich aus Gleichung (2.10)

$$B\sin(\theta - \alpha) = \Delta r + \frac{\Delta r^2}{2r_1} - \frac{B^2}{2r_1} \quad .$$
 (2.15)

Da die Länge der Basislinie B in der Regel sehr kurz ist gegenüber der Entfernung r_1 und damit auch die Entfernungsdifferenz Δr im Vergleich zu r_1 klein sind, können die letzten beiden Terme der Gleichung (2.15) in der Regel vernachlässigt werden. Die interferometrische Phase kann daher durch die folgende Gleichung genähert werden ("far-field" oder "parallel-ray" Approximation) (HANSSEN 2001).

$$\phi = -\frac{4\pi}{\lambda}\Delta r \approx -\frac{4\pi}{\lambda}B\sin(\theta - \alpha) \tag{2.16}$$

Ein zweiter Streuer P_2 der sich in der gleichen Entfernung vom Sensor aber in einer unterschiedlichen topographischen Höhe $h_1 + \Delta h$ befindet, wird vom Sensor unter einem geringfügig anderen Blickwinkel $\theta + \Delta \theta(\Delta h)$ gesehen und weist daher eine andere interferometrische Phase ϕ_2 auf.

$$\phi_2 = -\frac{4\pi}{\lambda}B\sin(\theta + \Delta\theta(\Delta h) - \alpha) \tag{2.17}$$

Nähert man die von den beiden Streuern aufgespannte Bogenlänge durch die Sehne an, so ergibt sich $\Delta\theta(\Delta h) = \frac{\Delta h}{r\sin(\theta)}$ und die entstehende interferometrische Phasendifferenz zwischen den beiden Streuern kann ausgedrückt werden durch

$$\Delta \phi = -\frac{4\pi}{\lambda} B(\sin(\theta + \Delta\theta(\Delta h) - \alpha) - \sin(\theta - \alpha))$$

$$= -\frac{4\pi}{\lambda} B \cdot 2\cos\left(\frac{2\theta + \Delta\theta(\Delta h) - 2\alpha}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{\Delta\theta(\Delta h)}{2}\right)$$

$$\approx -\frac{4\pi}{\lambda} B\cos(\theta - \alpha) \Delta\theta(\Delta h) \approx -\frac{4\pi B\cos(\theta - \alpha)}{\lambda r\sin(\theta)} \Delta h \quad .$$
(2.18)

Die erste Näherung gilt für kleine Differenzen $\Delta\theta(\Delta h)$. Gleichung (2.18) zeigt den Zusammenhang der interferometrischen Phasendifferenz mit der Differenz der topographischen Höhe des Geländes. Damit ist sowohl der Funktionsnachweis des Verfahrens geführt, als auch dessen Empfindlichkeit ableitbar. Setzt man r = 853000 m, $\theta = 23^{\circ}$, $\alpha = 0^{\circ}$, $\lambda = 5,66$ cm und $B_{\perp} = 100$ m, wie näherungsweise für ERS Satelliten üblich, so ergibt sich im Falle einer Phasengenauigkeit von 36° eine Höhenauflösung von ca. 10 m.

2.2.2 Zusätzliche Komponenten der interferometrischen Phase

Die interferometrische Phase ist eine Messgröße für die Entfernungsdifferenz zweier Aufnahmestandpunkte zu einem Punkt auf der Erdoberfläche. Alle Parameter, die diese Entfernungsdifferenz beeinflussen, schlagen sich in der interferometrischen Phase nieder. Der Einfluss der topographischen Höhe der Objektoberfläche ist in der Regel dominierend und wurde in diesem Abschnitt bereits vorgestellt. Funktionale Zusammenhänge zwischen der Geländehöhe und der interferometrischen Phase wurden in Abschnitt 2.2.1 abgeleitet. Neben diesem Beitrag können sich zusätzlich Schwankungen der atmosphärischen Refraktion sowie das Eindringen des RADAR Signals in die Erdoberfläche auf die interferometrische Phase auswirken. Im folgenden werden funktionale Zusammenhänge dieser Einflussfaktoren mit der interferometrischen Phase hergeleitet.

2.2.2.1 Einfluss der atmosphärischen Laufzeitverzögerung

Der Effekt der atmosphärischen Laufzeitverzögerung ist ein bekanntes Problem aller Raumverfahren, deren Beobachtungen auf der Laufzeitmessung elektromagnetischer Wellen basieren. Allen Verfahren dieser Art ist gemeinsam, dass durch Multiplikation der gemessenen Laufzeit mit der Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Signals die Entfernung zwischen Satellit und Oberfläche ermittelt wird. Hierbei wird die Ausbreitungsgeschwindigkeit zunächst der Vakuumlichtgeschwindigkeit c gleichgesetzt. Da die elektromagnetischen Wellen auf ihrem Weg jedoch die gesamte Erdatmosphäre, ein Medium mit räumlich und zeitlich variierenden dielektrischen Eigenschaften, zweimal durchqueren müssen, ist dies eine idealisierte Annahme. Die Ausbreitungsbedingungen elektromagnetischer Wellen werden durch den dimensionslosen Brechungsindex n beschrieben. Für inhomogene Medien wie die Atmosphäre, ist der Brechungsindex im Ausbreitungsbereich nicht konstant, sondern eine Funktion des Ortes und der Zeit. Dies verursacht Variationen der Ausbreitungsgeschwindigkeit entlang des geometrischen Weges zwischen Mikrowellensender und dem Streuzentrum auf der Erdoberfläche. Zusätzlich führen Variationen des Brechungsindex zu einer Abweichung des elektromagnetischen Strahls von der geometrisch kürzesten Verbindung. Die Differenz zwischen der unter Modellvorstellungen aus der gemessenen Laufzeit abgeleiteten Entfernung r_{gem} und der geometrischen Entfernung r zwischen Satellit und Auflösungszelle wird als Weglängenfehler sd bezeichnet. Für einen bestimmten Aufnahmezeitpunkt t und für eine bestimmte SAR Auflösungszelle k kann der Weglängenfehler sd_t^k durch

$$sd_{t}^{k} = r_{gem}^{k} - r^{k} = \int_{h=0}^{H} \frac{n(h)}{\cos(\theta)} dh - r^{k}$$
(2.19)

beschrieben werden (HARTMANN et al. 1992). Dabei entspricht θ dem Zenitwinkel der einfallenden Strahlung, H der Höhe des Satelliten über der Position des Streuers und r^k der geometrischen Entfernung zwischen Sensor und Auflösungszelle k. Da der atmosphärische Brechungsindex nur geringfügig von 1 abweicht, ist es im allgemeinen üblich, n durch die *Refraktivität* $N = (n - 1)10^6$ zu ersetzen. Durch Einsetzen in Gleichung (2.19) erhält man

$$sd_{t}^{k} = 10^{-6} \int_{h=0}^{H} \frac{N(h)}{\cos(\theta)} dh + \left(\int_{h=0}^{H} \frac{1}{\cos(\theta(h))} dh - r^{k} \right)$$
(2.20)

Der erste Term der rechten Seite von Gleichung (2.20) ist der Geschwindigkeits- oder Refraktivitätsfehler, der der Abweichung der Phasengeschwindigkeit von der Vakuumlichtgeschwindigkeit Rechnung trägt (BEAN und DUTTON 1968). Die beiden letzten Ausdrücke entsprechen der geometrischen Weglängenkorrektur die durch die Krümmung des Strahls entsteht. Bei Beobachtungen im Mikrowellenbereich liegt der Betrag der geometrischen Weglängenkorrektur in der Regel unterhalb einem Millimeter, und wird in der Regel vernachlässigt. Damit vereinfacht sich Gleichung (2.20) zu

$$sd_t^k = 10^{-6} \int_{h=0}^{H} \frac{N(h)}{\cos(\theta)} dh$$
 (2.21)

Der gesamte Weglängenfehler kann bis zu mehreren Metern betragen¹. Wegen des relativen Charakters der SAR Interferometrie schlagen sind nicht die absoluten Weglängenfehler, sondern nur zeitliche Änderungen des atmosphärischen Einflusses $\Delta s d^k = s d_{t_2}^k - s d_{t_1}^k$ in der interferometrischen Phase nieder. Die durch atmosphärische Effekte verursachte interferometrische Phase ϕ_{atm} ist gegeben durch

$$\phi_{atm} = -\frac{4\pi}{\lambda} \Delta s d^k \quad . \tag{2.22}$$

Der Einfluss atmosphärischer Effekte auf die interferometrische Phase kann bis zu einem Phasenzyklus oder mehr betragen.

2.2.2.2 Eindringtiefe in die Erdoberfläche

In Abhängigkeit von den Materialeigenschaften der Erdoberfläche und in Abhängigkeit von der Wellenlänge des RADAR Signals kann die vom SAR Sensor ausgesendete Welle in die Erdoberfläche eindringen. Die für die Eindringtiefe d entscheidende Materialeigenschaft ist die komplexe relative Dielektrizitätskonstante $\epsilon = \epsilon' - i \cdot \epsilon''$. Für die meisten in der Natur vorkommenden trockenen Stoffe liegt ϵ' zwischen 1.5 und 10, während $\epsilon'' < 0.1$ ist (KRAUS und SCHNEIDER 1988). Die Eindringtiefe ist direkt proportional zur Wellenlänge und umgekehrt proportional zu ϵ'' . Das heißt die Eindringtiefe d nimmt mit zunehmendem Wassergehalt ab und mit zunehmender Wellenlänge zu. Die entfernungsabhängige Komponente der Phase eines SAR Bildes ist ein Maß für die Entfernung zwischen SAR Sensor und dem Zentrum des streuenden Volumens. Dringt die ausgesendete Mikrowellenstrahlung in die Oberfläche ein, so liegt der Schwerpunkt des Streuvolumens nicht mehr auf der Geländeoberfläche sondern innerhalb des streuenden Mediums. In Gebieten mit betonter Volumenstreuung führt dieser Effekt zu einer systematischen Unterschätzung der Geländehöhe.

In (HOEN 2001) wurde an Beispielen in Grönland das Eindringverhalten von Mikrowellenstrahlung in die Oberfläche arktischer Gletscher untersucht. Unter Verwendung von ERS SAR Daten wurde die Eindringtiefe von Mikrowellenstrahlung mit Wellenlängen zwischen 5 und 10 cm für Oberflächen mit verschiedenen Eigenschaften abgeleitet. Die Ergebnisse der Untersuchungen sind in Tabelle 2.1 festgehalten. Diese Ergebnisse stehen im

Oberfläche	d [m]	σ_d [m]
Trockener Firn	27	5
Sickerzone	20	5
Blankeis	10	2

Tabelle 2.1: Eindringtiefe *d* eines C-Band Mikrowellensignals in die Gletscheroberfläche in Abhängigkeit vom Oberflächentyp (nach (HOEN 2001)).

Einklang mit Werten, die in anderen Studien abgeleitet wurden. Der mathematische Zusammenhang zwischen der Eindringtiefe des RADAR Signals und einer dadurch verursachten Komponente der interferometrischen Phase ϕ_{et} unter Verwendung von ERS SAR Daten wurde in (HOEN 2001) mit

$$\phi_{et} = \tan^{-1} \left(-\frac{2\pi\sqrt{\epsilon'}dB_{\perp}}{r\lambda\tan(\theta)} \right)$$
(2.23)

bestimmt. Die mittlere Dielektrizitätskonstante einer Firnschicht wird hierbei mit $\epsilon' \approx 1.9$ angegeben. Bei Verwendung einer ERS-Tandem Konfiguration mit $B_{\perp} = 100$ m kann durch die Eindringtiefe in die Gletscheroberfläche eine Phasenkomponente von bis zu $\phi_{et} = 0.9$ rad erzeugt werden.

2.2.3 Korrektur um die geometriebedingte Phasenkomponente

An den Gleichungen (2.16) und (2.17) ist zu erkennen, dass die interferometrische Phase einer Auflösungszelle bei gegebener Aufnahmegeometrie durch den Sensorblickwinkel θ definiert wird. Dieser wird in erster Linie von

¹Der mittlere Weglängenfehler verursacht durch eine Standard-Troposphäre beträgt ca. 2.5 m

der speziellen interferometrischen Aufnahmegeometrie bestimmt, die wegen des Schrägsichtverfahrens verschiedene Blickwinkel für unterschiedliche Schrägentfernungen verursacht (vergleiche Abbildung 2.5). Dies führt für den Fall einer topographisch "flachen Erde" zu einer kontinuierlichen Änderung der Phase in Entfernungsrichtung und damit zu einem parallelen Streifenmuster im Interferogramm (siehe Abbildung 2.7*a*)). Durch Höhenunterschiede im Gelände werden Phasenänderungen induziert, die dieses deterministische Phasenmuster verformen. In Abbildung 2.7*b*) ist das interferometrische Phasenmuster dargestellt das durch Überlagerung der geometriebedingten Phase mit einer topographiebedingten Phasenkomponente entsteht. Dieses synthetische Interferogramm simuliert die Aufnahme einer 1200 m hohen Pyramide mit einer ERS1/2 Tandem Konfiguration. Die effektive Basislinie der Konfiguration ist auf 30 m festgelegt. Die Erdoberfläche wurde hier näherungsweise horizontal angenommen. Nichtlinearitäten zwischen θ und r, die durch die Krümmung der Erdoberfläche entstehen, wurden nicht berücksichtigt. Die interferometrische Phase setzt sich damit unter Vernachlässigung von Oberflächenbe-



Abbildung 2.7: *a*) Geometriebedingte Phasenkomponente für den Fall einer topographisch "flachen Erde". *b*) Simuliertes Interferogramm einer Pyramide. Die geometriebedingte Phasenkomponente ist enthalten. *c*) Simuliertes um die geometriebedingte Phasenkomponente korrigiertes Interferogramm einer Pyramide.

wegungen, atmosphärischen Effekten und der Eindringtiefe in die Erdoberfläche, aus einem geometriebedingten und einem topographiebedingten Anteil zusammen.

$$\phi(h) = \phi_{geom} + \phi_{topo} \tag{2.24}$$

Zur Trennung der Phasenanteile muss eine Referenzfläche definiert werden, welche die Erdoberfläche ausreichend gut approximiert. Meist wird dazu ein globales (z.B. WGS84) oder ein bestmöglich angepasstes Ellipsoid verwendet. Ist die Referenzfläche festgelegt, so kann das im Interferogramm zu erwartende Phasenmuster bezüglich dieser Referenzfläche berechnet werden. Meist werden dazu Daten der Satellitenorbits benutzt, die gegebenenfalls mit Passpunktinformation ergänzt werden können. Nach Abschluss dieses Prozesses ist der Blickwinkel $\theta_0(x, r)$ zu jedem Punkt im Interferogramm unter der Annahme einer konstanten Referenzhöhe festgelegt, und die beiden Phasenkomponenten ergeben sich zu

$$\phi(h) = \phi_{geom} + \phi_{topo} = \frac{4\pi B}{\lambda} \left(-\sin(\theta_0 - \alpha) - \frac{\cos(\theta - \alpha)}{r \cdot \sin(\theta)} h \right)$$
(2.25)

Eine Elimination des von der Beobachtungsgeometrie herrührenden Phasenanteils kann zur Reduzierung der Anzahl der Phasenzyklen im Bild erwünscht sein. Dies ist von entscheidender Bedeutung für die so genannten Phasenabwicklung, d.h. für das Auflösen der Phasenmehrdeutigkeiten. Je geringer die Anzahl der Phasenzyklen im Bild desto kleiner ist der Phasengradient und dementsprechend einfacher ist der Vorgang der Phasenabwicklung (SCHWÄBISCH 1995). Die Problemstellung der Phasenabwickung wird in Abschnitt 2.2.6 behandelt. Für die Berechnung eines Geländemodells aus der interferometrischen Phase ist eine Korrektur um die geometriebedingte Komponente nicht prinzipiell notwendig. Die Interpretation des Interferogramms im Hinblick auf Topographie und Bewegung des Geländes fällt allerdings für korrigierte Interferogramme ungleich leichter. Abbildung 2.7*c*) zeigt das simulierte Interferogramm der Pyramide nach der Korrektur um die Aufgahmegeometrie. Ein Vergleich von Abbildung 2.7*c*) mit 2.7*b*) zeigt den Vorteil für die Dateninterpretation. Der zugehörige Korrekturterm ϕ_{geom} ist in 2.7*a*) zu sehen.

2.2.4 Anforderungen an die Beobachtungsbasis

Wie im vorherigen Kapitel erläutert, ist der senkrecht zur Entfernungsrichtung liegende Anteil der Basislinie $B_{\perp} = B \cos(\theta - \alpha)$ maßgebend für die Empfindlichkeit der interferometrischen Phase gegenüber Höhendifferenzen im Gelände. Nach Gleichung (2.18) erzeugen kurze Basislinien B_{\perp} geringe Phasengradienten $\Delta \phi$ im Bild. Da die interferometrische Phase nur mit einer begrenzten Genauigkeit bestimmt werden kann (vgl. Abschnitt 2.2.7), ist die Höhe und Lage eines abgebildeten Objektpunktes bei Verwendung kurzer Basislinien nur ungenau ableitbar. Interferogramme mit längeren Basislinien gewährleisten ein verbessertes Signal/Rausch Verhältnis und damit eine genauere Bestimmung der Objektkoordinaten. Die Länge der verwendbaren Basislinie B_{\perp} ist allerdings auf die Länge der so genannten *kritische Basislinie* begrenzt (GATELLI et al. 1994). Die kritische Basislinie ist die Basislänge B_{\perp} bei der das interferometrische Signal vollständig dekorreliert ist. Zur Erklärung dieses Sachverhalts wird noch einmal auf die Aufnahmegeometrie der SAR Sensoren eingegangen. Bei der SAR Aufzeichnung erfolgt die Projektion des dreidimensionalen Objektraums in ein zweidimensionales zylindrisches Koordinatensystem. Je nach Blickrichtung θ wird die Ortsfunktion der Erdoberfläche in ein bestimmtes räumliches Frequenzband transformiert (siehe Abbildung 2.8*a*)). Da sich die Blickrichtung der beiden Partner ei-



Abbildung 2.8: *a*) Veränderung der Ortsfrequenz bei Änderung des Beobachtungswinkels (aus (HELLWICH 1997)) ; *b*) Frequenzverschiebung der bandbegrenzten Impulsantwort und damit zusammenhängende Dekorrelation.

nes interferometrischen Bildpaares auf einen bestimmten Bereich der Erdoberfläche geringfügig unterscheiden, wird die Oberflächenfunktion in zwei gegeneinander verschobene Frequenzbänder abgebildet. Wie in Abbildung 2.8b) dargestellt ergeben sich durch diese Verschiebung überlappende und nicht überlappende Frequenzbereiche. Nur die überlappenden Anteile der Spektren enthalten identische Information. Die nicht überlappenden Bereiche führen zur Dekorrelation der beiden SAR Signale. Mit zunehmender Länge der Basislinie B_{\perp} nimmt die Überlappung der Frequenzbänder immer mehr ab. Die Basislänge B_{\perp} , zu der die Frequenzbänder um die Bandbreite des SAR Signals verschoben sind, verursacht eine vollständige Dekorrelation der Signale. Diese Länge von B_{\perp} wird als *kritische Basislinie* $B_{\perp,krit}$ bezeichnet. In Abbildung 2.8a) ist angedeutet, dass die Länge der kritischen Basislinie $B_{\perp,krit}$ auch durch die Neigung des lokalen Geländes α beeinflusst wird. Geländeoberflächen, die zum Sensor geneigt sind, verkürzen $B_{\perp,krit}$ lokal. Vom Sensor weggeneigte Hänge verlängern $B_{\perp,krit}$. Der Zusammenhang zwischen der kritischen Basislinie $B_{\perp,krit}$, der Systembandbreite W, der Sensorblickrichtung θ und der Geländeneigung ist nach (GATELLI et al. 1994) ausgedrückt durch:

$$B_{\perp,krit} = \left|\frac{Wr\lambda\tan(\theta - \alpha)}{c}\right|$$
(2.26)

Nach Gleichung (2.26) ist die Dekorrelation des Signals durch die geometrische Trennung der Aufnahmeorte eine Funktion der Wellenlänge. Kürzere Wellenlängen führen zu einer stärkeren Dekorrelation und verringern $B_{\perp,krit}$. Für ERS Daten entspricht $B_{\perp,krit} \approx 1050$ m.

Gleichung (2.26) berücksichtigt nur Komponenten der geometrischen Dekorrelation. Zusätzliche Dekorrelationsanteile führen zu einer weiteren Beschränkung der effektiv nutzbaren Basislinie. (HOEN und ZEBKER 2000) zeigen, dass durch Volumenstreuung, die in den schneebedeckten Gebieten des Grönland Eisschelfs dominant ist, die effektive kritische Basislinie für ERS-Tandem Daten auf nur $B_{\perp,krit} = 250 - 300$ m beschränkt ist.

2.2.5 Methoden zur Amplituden- und Phasenfilterung

Die Amplituden mit kohärenter Strahlung aufgenommener SAR Bilder besitzen eine charakteristische Körnigkeit, die durch den so genannten Speckle-Effekt entsteht. Diese körnige Bildstruktur tritt auch bei der Abbildung homogener Objektoberflächen auf. Es gibt Bildpunkte, an denen sich die von einer rauhen Oberfläche bzw. von einem inhomogenen Volumen zurückgestreuten Wellenzüge der bilderzeugenden Strahlung durch Interferenz zufällig auslöschen. An anderen Bildpunkten überlagern sich diese Wellenzüge derart, dass Interferenzmaxima entstehen. Auf dem Weg von der Antenne zum Zielgebiet besitzen die Radarwellen die gleiche Phase, sie beeinflussen sich nicht gegenseitig. Dies ändert sich beim Erreichen der Oberfläche. Viele Objektpunkte je Auflösungszelle streuen die einfallende Strahlung, ändern die Phase und erzeugen durch Überlagerung ihrer Streustrahlung Interferenzstreifen, die sich wieder gegenseitig überlagern. Die statistische Überlagerung vieler Interferenzmuster mit unterschiedlicher Orientierung führt zur so genannten Specklebildung. Näheres dazu ist in Abschnitt 4.4.1 zu finden. Vor allem für Interpretationsaufgaben und für Bildanalyseverfahren ist dieser Effekt sehr störend. Verschiedene Methoden zur Reduzierung des Speckle-Effekts sind bekannt. Eine Möglichkeit ist die Verwendung einer gleitenden Filtermaske die unter Berücksichtigung eines Filterkerns benachbarte Grauwerte kombiniert. Dies entspricht einer räumlichen Glättung der SAR Bilder. Eine weitere Möglichkeit zur Verbesserung der Radiometrie ist das so genannten Multilooking (CURLANDER und MCDONOUGH 1991). Beim Multilooking wird eine Anzahl von nominell unabhängigen Bildern (Looks) der selben Szene gerechnet und gemittelt. Zur Bildung der einzelnen Looks werden die aus einem Überflug stammenden Daten in mehrere Teile (Sub-Aperturen) aufgetrennt, die sich im Sensorblickwinkel unterscheiden. In Abbildung 2.9a) ist ein Beispiel für eine Aufteilung in vier Sub-Aperturen dargestellt. Abbildung 2.9b) zeigt, wie ein Zielobjekt beim Überflug des Sensors von den verschiedenen Sub-Aperturen beobachtet wird. Die Daten jeder Sub-Apertur bilden die einzelnen unterschiedlichen Looks. Jeder dieser (unabhängigen) Looks hat ein eigenes Specklemuster. Die (inkohärente) Addition dieser



Abbildung 2.9: *a*) In vier Looks unterteilte Apertur; *b*) Abbildung eines Objekts in die verschiedenen Sub-Apertur-Looks beim Überflug des RADAR Sensors.

verschiedenen Looks führt zu einer Glättung des Bildes. Die Glättung der Signalamplituden geht allerdings mit einem Verlust an Auflösung einher.

Phasenfilterung wird mit dem Ziel durchgeführt, das Rauschen in einem Interferogramm zu reduzieren. Meist werden dabei die komplexen Interferogrammwerte in einem Fenster einer bestimmten Größe gemittelt. Dies entspricht einer Multiplikation des Interferogrammspektrums mit einer zwei-dimensionalen *sinc*-Funktion. Diese Filterung wird in der Regel parallel zur Interferogrammgenerierung durchgeführt. Auch dieser Prozess wird als *Multilooking* bezeichnet. Es ist jedoch zu beachten, dass hier der Begriff *Multilooking* eine grundsätzlich andere Bedeutung hat als bei der SAR Prozessierung. In Abschnitt 4.4.1 wird gezeigt, dass die Standardabweichung der interferometrischen Phase durch den Multilook-Prozess verbessert wird. Die Problematik bei der Multilook-Bildung mit isotropen Filterkernen besteht darin, dass die örtlichen Verhältnisse im Interferogramm, gekennzeichnet durch den lokalen Phasengradienten, nicht berücksichtigt werden können (SCHWÄBISCH 1995). Damit könnten in Gebieten mit hoher, durch starke Topographie bedingter Fringefrequenz neben den unerwünschten auch gewollte Phasenvariationen unterdrückt werden. Ein bedeutender Fortschritt kann durch die Verwendung von anisotropen Filterkernen erreicht werden, die auf die jeweilige lokale Fringefrequenz und Fringerichtung angepasst werden können. Vorschläge für alternative Filtermethoden sind in (SCHWÄBISCH 1995), (GOLDSTEIN und WERNER 1998) und (LEE und JURKEVICH 1994) zu finden.

2.2.6 Phasenabwicklung

Da die interferometrische Phase ϕ nur für den Wertebereich $[0, 2\pi]$ definiert ist, ist das Phasenbild eines Interferogramms in der Regel mehrdeutig. Ein 2π Phasenzyklus wird dabei oft als *Fringe* bezeichnet. Mehrdeutigkeiten treten dann auf, wenn die Höhenunterschiede des beobachteten Geländes die so genannte Mehrdeutigkeitshöhe $\Delta h_{2\pi}$ überschreiten. $\Delta h_{2\pi}$ ist der Höhenunterschied der für eine bestimmte Aufnahmekonstellation eine Phasendifferenz von 2π erzeugt. Nach Gleichung (2.18) ist die Mehrdeutigkeitshöhe für eine ERS-Tandem Kofiguration mit einer Basislinie $B_{\perp} = 100 \text{ m} \Delta h_{2\pi} = 102, 5 \text{ m}$. Höhendifferenzen größer $\Delta h_{2\pi}$ können nicht mehr eindeutig wiedergegeben werden. *Phasenabwicklungsverfahren* versuchen, diese Mehrdeutigkeiten aufzulösen, also die unbekannte Anzahl der 2π -Phasenzyklen in den verschiedenen Bereichen des SAR Interferogramms zu bestimmen. Abbildung 2.10 stellt das Problem der Phasenabwicklung anhand eines einfachen Beispiels dar. Aufgrund der Komplexität der meisten Geländeformen erweist sich die Phasenabwicklung in der Regel als an-



Abbildung 2.10: Mehrdeutige und Abgewickelte Phase entlang eines Oberflächenprofils

spruchsvollster Verarbeitungsschritt der interferometrischen Auswertung. Im allgemeinen sind zusätzliche Annahmen notwendig, um eine Lösung für dieses Problem zu finden. Die Zulässigkeit dieser Annahmen und damit die Fähigkeit, Mehrdeutigkeiten korrekt aufzulösen, wird stark von dem jeweiligen Datensatz bestimmt und ist durch Phasenrauschen und Unterabtastungs-Phänomene erschwert. In den letzten Jahren wurden verschiedenste Phasenabwicklungs-Algorithmen entwickelt (ZEBKER und LU 1998) (HELLWICH 1998) (REIGBER und MOREIRA 1997) (PRITT 1996) (FORNARO et al. 1996) (COSTANTINI 1998) (FERRETTI et al. 1997), die unterschiedlichen Lösungsstrategien folgen. Bisher konnte allerdings keine völlig zufriedenstellende und zuverlässige Lösung gefunden werden.

2.2.7 Kohärenz der interferometrischen Phase

Die Qualität der Phasenwerte eines SAR Interferogramms ist ein wichtiger Faktor in der SAR Interferometrie, da sie die Genauigkeit der Höhenschätzung und die Qualität der Phasenabwicklung bestimmt. Wie in Gleichung (2.12) gezeigt besteht die Phase einer SAR Szene aus mehreren Komponenten, einem entfernungsabhängigen Anteil und einem Beitrag der durch Streuvorgänge auf der Erdoberfläche erzeugt wird. Identische Aufnahmebedingungen führen zu identischen Streuphasen $\psi_{streu,i}$ und nach Gleichung (2.13) zu einer exakt definierten interferometrischen Phase. Unter realen Bedingungen treten jedoch verschiedene Störungen auf, die den Grad der Ähnlichkeit der Aufnahmebedingungen reduzieren und zu einer schlechter definierten interferometrischen Phase führen. Die wichtigsten dieser Effekte sind

- Änderungen der Streueigenschaften des Objektes zwischen den Beobachtungszeitpunkten
- Unterschiede im Informationsgehalt der beiden Bilder verursacht durch unterschiedliche Blickwinkel der Sensoren
- Thermisches Rauschen des RADAR Systems
- Prozessierungsfehler

Der Grad der Ähnlichkeit der Information in den beiden SAR Bildern wird als interferometrische Kohärenz γ bezeichnet und ist durch folgende Gleichung mathematisch beschrieben.

$$\gamma = \frac{E\{c_1c_2^*\}}{\sqrt{E\{|c_1^2|\} \cdot E\{|c_2|^2\}}}$$
(2.27)

 $E\{.\}$ entspricht dabei dem Erwartungswert eines komplexen SAR Signals. In der Praxis wird der Erwartungswertoperator, durch eine räumliche Mittelung ersetzt, da in der Regel nur eine Realisierung der Messung vorliegt. Dazu wird die Ergodizität des SAR Abbildungsprozesses angenommen. Die Kohärenz kann also aus den Daten nur geschätzt werden. In der Regel wird dazu der komplexe Korrelationskoeffizient verwendet, der die Kohärenz durch den Korrelationskoeffizienten einer Pixelnachbarschaft annähert. Die Kohärenz γ ist für den Wertebereich [0, 1] definiert, wobei $\gamma = 1$ maximale Kohärenz bedeutet. Die oben genannten Störgrößen führen zu einer Verminderung der Kohärenz und damit zu einer Dekorrelation. Einige Dekorrelationsbeiträge können durch Filterung der Datensätze reduziert werden (z.B. Einfluss der Sensorblickwinkel), andere sind nicht reversibel. Die Kohärenz ist ein Maß für die Standardabweichung der interferometrischen Phase und damit für die Qualität abgeleiteter Produkte. Der Zusammenhang zwischen Kohärenz und Phasenrauschen ist in Abbildung 2.11 anschaulich dargestellt.



Abbildung 2.11: Interferometrische Phase für verschiedene Kohärenzen γ

Zusammenfassend erlaubt die SAR Interferometrie die Ableitung der topographischen Höhe durch die Kombination zweier SAR Bilder. Dadurch kann aus den SAR Daten ein digitales Oberflächenmodell generiert werden, dessen Genauigkeit bei Satellitendaten 10–30 m beträgt. Jedoch hat dieses Verfahren auch einige Nachteile. Die interferometrische Phase ist nur in mehrdeutiger Form gegeben. Diese Mehrdeutigkeiten müssen anschließend durch Phasenabwicklung aufgelöst werden. Das Ergebnis dieses Prozesses beinhaltet einige Unsicherheiten, da die getroffenen Annahmen nicht immer in allen Bereichen des Bildes gültig sind. Alle permanent verfügbaren Satellitensysteme sind nur mit einer SAR Antenne ausgestattet. Die Ableitung eines Interferogramms ist demnach nur durch Repeat-Pass-Interferometrie möglich. Zwischen den Aufnahmezeitpunkten verändern sich jedoch in vielen Bereichen des Bildes, vor allem in Gebieten mit starker Volumenstreuung, die Streueigenschaften der Oberfläche stark. Der damit verbundene Kohärenzverlust lässt nur unzuverlässige Ergebnisse zu, oder macht die interferometrische Verarbeitung unmöglich. Zusätzlich ist die SAR Interferometrie nur in der Lage, das Phasenzentrum einer Auflösungszelle (Pixel) zu detektieren. In Gebieten mit starker Volumenstreuung (z.B. Wald) führt dies zu einer systematischen Unterschätzung der Oberfläche².

²Die Oberfläche beinhaltet das Gelände sowie Häuser und Vegetation

2.3 Differentielle SAR Interferometrie (D-InSAR)

Da alle permanent beobachtenden Satellitensysteme nur mit *einer* SAR Antenne ausgestattet sind, können die meisten satellitengestützen InSAR Bildpaare nicht gleichzeitig erfasst werden. Die Zeitdifferenz zwischen den Beobachtungsepochen wird durch die Wiederholfrequenz des verwendeten SAR Sensors, oder den Abstand zwischen Beobachtungen eines Tandem-Systems bestimmt. Kohärente Bewegungen der Erdoberfläche zwischen den Beobachtungszeitpunkten mit einer Komponente δr in Entfernungsrichtung des Sensors erzeugen im interferometrischen Signal eine zusätzliche Phasenkomponente ϕ_{bew}

$$\phi_{bew} = -\frac{4\pi}{\lambda} \delta r \quad . \tag{2.28}$$

Gleichung (2.28) zeigt, dass Bewegungen δr in Sensorblickrichtung direkt, skaliert mit dem Faktor $\frac{4\pi}{\lambda}$, in die interferometrische Phase einfließen. Damit ist ϕ_{bew} im Gegensatz zur Topographiephase ϕ_{topo} unabhängig von der Basisliniengeometrie. Da die Wellenlänge λ nur wenige Zentimeter beträgt, ist die interferometrische Phase bereits für Bewegungen von weniger als einem Zentimeter sensitiv. Eine Verschiebung von $\delta r = 1$ cm in Sensorblickrichtung erzeugt bei der in Abschnitt 2.2.1 beschriebenen Tandem-Konfiguration eine Bewegungsphase von $\phi_{bew} = 127^{\circ}$. Ein Phasenzuschlag in dieser Größenordnung liegt deutlich über dem mittleren Rauschniveau ϕ_{rausch}^{ref} das für ERS Daten mit $\phi_{rausch}^{ref} \approx 40^{\circ}$ angegeben wird und ist damit eindeutig detektierbar. Die SAR Interferometrie ist demnach ein Messverfahren, das sowohl die Erfassung der Topographie der Erdoberfläche als auch die großflächige Detektion und Analyse kleinster Deformationsprozesse erlaubt (KLEES und MASSONNET 1999).

Vernachlässigt man den Einfluss der atmosphärischen Laufzeitverzögerung und der Eindringtiefe in die Erdoberfläche, so setzt sich die interferometrische Phase eines Repeat-Pass SAR Interferogramms mit signifikanter Bewegungsphase nach Gleichung (2.18) und (2.28) aus den Elementen

$$\phi = -\frac{4\pi}{\lambda}\delta r - \frac{4\pi B\cos(\theta - \alpha)}{\lambda r\sin(\theta)}h = \phi_{bew} + \phi_{topo}$$
(2.29)

zusammen.

2.3.1 Trennung von Topographie- und Bewegungseinflüssen

Die sog. *differentielle SAR Interferometrie (D-InSAR)* ist eine Methode, die es ermöglicht, durch Topographie und durch Oberflächenbewegung verursachte Phasenanteile voneinander zu trennen. Je nach vorhandener Datengrundlage und Eigenschaften des beobachteten Phänomens sind unterschiedliche Verfahren zur Isolierung der Oberflächendeformation erforderlich.

Bei der 2-Pass-Methode wird die Topographiephase $\phi_{topo,sim}$ basierend auf einem existierenden Digitalen Geländemodell berechnet. $\phi_{topo,sim}$ wird dabei unter Berücksichtigung der Beobachtungsgeometrie eines SAR Interferogramms simuliert (siehe Gleichung (2.18)). Die Bewegungskomponente der interferometrischen Phase wird in einem zweiten Schritt durch Berechnung von $\phi_{bew} + \Delta \phi_{topo} = \phi - \phi_{topo,sim}$ isoliert (WEGMÜLLER und STROZZI 1998). Fehler $\Delta \phi_{topo} = \phi_{topo} - \phi_{topo,sim}$ im verwendeten Geländemodell werden dabei direkt in das Deformationsfeld übertragen.

Die 3-Pass-Methode kombiniert ein bestehendes InSAR Paar mit einer dritten SAR Aufnahme. Die Aufnahmen werden dabei so kombiniert, dass ein InSAR Paar I_1 mit vernachlässigbaren Bewegungseinflüssen entsteht (Topographie-Paar). Dieses Interferogramm sollte eine ausreichende Sensitivität gegenüber der Geländetopographie und hohe Kohärenz aufweisen. Desweiteren wird eines der beiden Bilder von I_1 mit einem dritten Datensatz kombiniert. Die dritte SAR Aufnahme ist so zu wählen, dass das entstehende Interferogramm I_2 Deformationsanteile ϕ_{bew} enthält (Deformations-Paar) (ZEBKER et al. 1994). Die Zusammensetzung der interferometrischen Phase ϕ_1 und ϕ_2 lässt sich unter diesen Voraussetzungen folgendermaßen beschreiben.

$$\phi_1 = -\frac{4\pi B_1 \cos(\theta_1 - \alpha_1)}{\lambda r_1 \sin(\theta_1)} h$$

$$\phi_2 = -\frac{4\pi B_2 \cos(\theta_2 - \alpha_2)}{\lambda r_2 \sin(\theta_2)} h - \frac{4\pi}{\lambda} \delta r_2 \quad . \tag{2.30}$$

Zur Isolierung der Deformationskomponente der interferometrischen Phase wird das Interferogramm I_1 in die Beobachtungsgeometrie von I_2 skaliert. Unter der Voraussetzung, dass $r_1 \approx r_2$, $\alpha_1 \approx \alpha_2$ und $\theta_1 \approx \theta_2$ entspricht der Skalierungsfaktor

$$\chi = \frac{B_2 \cos(\theta - \alpha)}{B_1 \cos(\theta - \alpha)} = \frac{B_{2,\perp}}{B_{1,\perp}}$$
(2.31)

 $B_{i,\perp}$ ist die Basislinienkomponente senkrecht zur Sensorblickrichtung. Die Phase des differentiellen Interferogramms $I_{1,2}$ beinhaltet dann lediglich Deformationsinformation. Die Skalierung des Interferogramms I_1 mit einem beliebigen nicht ganzzahligen Faktor $\chi \in \mathbf{R} \setminus \mathbf{Z}$ ist nur für absolute Phasen erlaubt. Für diese Fälle ist die vorausgehende Abwicklung der mehrdeutigen Phasenwerte ϕ_1 unumgänglich.

In manchen Fällen ist es nicht möglich, SAR Interferogramme so zu kombinieren, dass ein bewegungsfreies Interferogramm erzeugt werden kann. Dies ist der Fall, wenn keine geeignete räumliche oder zeitliche Beobachtungsbasis für die Bildung eines Topographie-Paares gefunden werden kann. Die Anforderungen an die zulässige Zeitdifferenz zwischen den Aufnahmezeitpunkten sind unter anderem abhängig von der Deformationsart, die beobachtet wird. Werden einmalige Ereignisse (z.B. Verschiebungen in Folge von Erdbeben) untersucht, ist die zeitliche Basis nur durch die abnehmende Kohärenz beschränkt. Bei der Beobachtung wiederkehrender bzw. permanenter Bewegungen muss die Geschwindigkeit der jeweiligen Vorgänge beachtet werden. Sehr langsame Prozesse, wie z.B. Setzungen von Oberflächen, oder das Aufblähen von Vulkanen erlauben eine lange Zeitdifferenz zwischen den Aufnahmen des Topographie-Paares, da δr nur sehr langsam ansteigt. Wird beispielsweise eine Oberflächenabsenkung mit einer typischen Geschwindigkeit von $v_{sub} = 5$ cm/Jahr beobachtet, erreicht ϕ_{bew} gemäß

$$\Delta t_{max} = \frac{\phi_{rausch}^{ref} \lambda}{4\pi \cos(\theta) v_{sub}} \tag{2.32}$$

erst nach einer Zeitdifferenz von $\Delta t = 25$ Tagen die Größenordnung des mittleren Rauschniveaus der interferometrischen Phase.

Bei der Aufnahme schneller Bewegungen muss die Zeitdifferenz Δt entsprechend verkürzt werden. Die derzeit mit Satellitensystemen minimal realisierbare Zeitdifferenz entspricht $\Delta t = 1$ Tag. Bewegungen, für die $\frac{\phi_{bew}}{Tag} > \phi_{rausch}$, bzw. v > 3.4 mm/Tag gilt, können mit der Methode der 3-Pass-Interferometrie nicht mehr korrekt abgebildet werden.

In diesen Fällen ist es möglich, zwei unabhängige Interferogramme im Rahmen der 4-Pass-Interferometrie zusammenzufassen. Da die beiden Interferogramme voneinander unabhängig sind, ist die Zeitdifferenz zwischen den Aufnahmen der beiden Interferogramme aus dem Blickwinkel der Prozessierung beliebig. Ist eines der beiden Interferogramme frei von Bewegungseinflüssen, kann die differenzielle Verarbeitung angelehnt an die 3-Pass-Methode erfolgen. In folgenden seien die Fälle betrachtet, in denen beide Interferogramme Deformationsanteile beinhalten. Die interferometrische Phase ϕ_1 bzw. ϕ_2 setzt sich dann, unter Vernachlässigung von ϕ_{atm} und ϕ_{et} , wie folgt zusammen:

$$\phi_1 = -\frac{4\pi B_1 \cos(\theta_1 - \alpha_1)}{\lambda r_1 \sin(\theta_1)} h_1 - \frac{4\pi}{\lambda} \delta r_1$$

$$\phi_2 = -\frac{4\pi B_2 \cos(\theta_2 - \alpha_2)}{\lambda r_2 \sin(\theta_2)} h_2 - \frac{4\pi}{\lambda} \delta r_2 \quad .$$
(2.33)

Mehrere Annahmen sind notwendig, um Topographie und Bewegungsanteile erfolgreich voneinander zu trennen. In Abhängigkeit von der Zeitdifferenz zwischen den Beobachtungsepochen von I_1 und I_2 können Änderungen in der Topographie des Untersuchungsgebiets aufgetreten sein. Damit das obige Gleichungssytem lösbar bleibt, muss angenommen werden, dass sich die Topographie des beobachteten Geländes zwischen der letzten Aufnahme des ersten Interferogramms und der ersten Aufnahme des zweiten Interferogramms nicht signifikant verändert hat (d.h. $h_1 = h_2$). Wegen der Abhängigkeit der Interferogramme ist bei der *3-Pass-Interferometrie* eine solche Annahme nicht notwendig. Veränderungen der Topographie würden zur Dekorrelation der Szene führen. Die Anforderungen an die Stabilität der Geländehöhe sind für übliche interferometrische Aufnahmekonfigurationen mit Basislängen zwischen 0 und 300 m in der Regel gering (vergleiche Gleichung (2.18)). Bei der Verwendung von zwei Interferogrammen zur Phasentrennung muss außerdem ein funktionaler Zusammenhang zwischen den Bewegungskomponenten $\phi_{1,bew}$ und $\phi_{2,bew}$ aufgestellt werden. Üblicherweise wird der Bewegungsvektor eines pixelgroßen Elements der Erdoberfläche als konstant in Orientierung und Betrag angenommen. Damit sind die Projektionen der Bewegungsvektoren in die Sensorblickrichtung und die Beiträge zur interferometrischen Phase identisch. Das zuvor unterbestimmte Gleichungssystem ist jetzt lösbar und die Phasentrennung kann erfolgen.

Je nach Zielsetzung kann der topographie- oder der bewegungsbedingte Beitrag rechnerisch eliminiert werden. Die Differenz der originalen Interferogramme enthält nach Gleichung (2.33) nur noch Topographieanteile (KWOK und FAHNESTOCK 1996). Eine Skalierung der Datensätze in die selbe Aufnahmegeometrie und nachfolgende Subtraktion der Phasenwerte führt dagegen zur Elimination von ϕ_{topo} (KWOK und FAHNESTOCK 1996, DOWDESWELL et al. 1999). Je nach Art der Berechnung kann die Phase beider, eines oder keines der beiden Interferogramme als absolute Phase vorliegen. Nach der Berechnung des differentiellen Interferogramms ist also unter Umständen eine Phasenabwicklung notwendig, um eindeutige Topographie und Bewegungskarten zu erhalten.

Da die Topographiephase eines SAR Interferogramms stark von der Länge der Basis B_{\perp} abhängt, ist es für die differentielle Prozessierung notwendig, dass die Länge der Basislinien mit hoher Genauigkeit bekannt ist. In der Regel ist die Genauigkeit der Orbitvektoren der Satelliten für diese Zwecke nicht ausreichend. Daher müssen die Basislinien der ursprünglichen Interferogramme verbessert werden. Ansätze hierfür werden beispielsweise von (HELLWICH und EBNER 2000) und (WEGMÜLLER und STROZZI 1998) vorgeschlagen.

Mit Methoden der RADAR Interferometrie ist man lediglich in der Lage, Entfernungsänderungen in Blickrichtung der Sensoren zu detektieren. Durch das System ist daher nur die Projektion des dreidimensionalen Bewegungsvektors in die RADAR Sichtlinie messbar. Abbildung 2.12*a*) stellt die Empfindlichkeit der Bewegungsphase gegenüber horizontalen und vertikalen Bewegungen dar und gibt den jeweiligen mathematischen Zusammenhang an. Die Empfindlichkeit der interferometrischen Phase gegenüber horizontalen Oberflächenbewegungen



Abbildung 2.12: *a*) Empfindlichkeit der SAR Interferometrie gegenüber horizontalen (Δhor) und vertikalen ($\Delta vert$) Bewegungen; *b*) Empfindlichkeit gegenüber horizontaler Bewegungen als Funktion der Winkeldifferenz zwischen Sensorblickwinkel und Bewegungsrichtung η . Der graue Vektor deutet die Projektion des Beobachtungsvektors in die Ebene an.

hängt zusätzlich von der Richtung des Bewegungsvektors relativ zur Sensorblickrichtung ab. In Abbildung 2.12*b*) ist gezeigt, wie sich eine horizontale Oberflächenbewegung mit einer Amplitude von 0.5m und einer Richtung von $\eta \in [0, 2\pi[$ relativ zur Sensorblickrichtung auf die gemessene interferometrische Phase auswirkt. Die radialen Linien deuten die Bewegungsrichtung an. Der Abstand zum Zentrum zeigt die Anzahl an Phasenzyklen, die durch die Bewegung erzeugt wird. Abbildung 2.12*b*) zeigt, dass der Effekt auf die interferometrische Phase für Oberflächenbewegungen in und entgegen der Beobachtungsrichtung maximal wird. Bewegungen senkrecht zur Beobachtungsrichtung schlagen sich nicht in der interferometrischen Phase nieder. Der Einfluss vertikaler Bewegungsvektors in die RADAR Sichtlinie messbar ist, kann aus den Messungen eines interferometrischen SAR Systems der dreidimensionale Bewegungsvektor der Erdoberflächen Blickwinkeln auf das Untersuchungsgebiet (z.B. Kombination von aufsteigenden und absteigenden Orbits) können zwei der drei Komponenten des Bewegungsvektors aufgedeckt werden. Die Winkelauflösung, die dabei erreicht wird, ist eine Funktion der Beobachtungsgeometrie und ist optimal für ortogonale Beobachtungsrichtungen. Zur Auflösung der dritten Komponente werden häufig Annahmen über die Charakteristik der Bewegung eingeführt. Bei Gletscherbewegungen wird meist angenommen, dass die Bewegung parallel zur Oberfläche, also in Richtung des Gradienten der Topographie erfolgt.

2.3.2 Zeitliche Dekorrelation

Eine der Hauptbeschränkungen der Repeat-Pass Interferometrie und damit aller D-InSAR Anwendungen ist das Phänomen der zeitlichen Dekorrelation $(1 - \gamma_{temporal})$. Diese ist umso größer, je mehr sich die Streueigenschaften der Erdoberfläche zwischen den Aufnahmezeitpunkten der Bilder eines SAR Interferogramms verändern haben. Die Hauptursachen für zeitliche Dekorrelation sind Änderungen der Vegetation (insbesondere in Waldgebieten), Variationen in der Bodenfeuchte, Frost und Tau, kohärente und inkohärente Bewegung der Oberfläche oder antropogene Einflüsse (KLEES und MASSONNET 1999). Diese Ursachen lassen sich im Wesentlichen auf drei verschiedene Effekte zurückführen: (*i*) Die Änderung des streuenden Volumens durch Änderungen der Eindringtiefe, (*ii*) Änderungen der Zusammensetzung des Streuvolumens durch kohärente Verschiebung aller Streuzentren und (*iii*) die inkohärente Änderung der Lage einzelner Streuzentren durch vertikale und/oder horizontale Bewegung. Dekorrelationsanteile durch Volumenstreuung führen nach Beobachtungen von (ZEBKER und VILLASENOR 1992) zu einer linearen Abnahme von $\gamma_{temporal}$ mit der Zeit. Unter Annahme von stabilen klimatischen Bedingungen wird in (ZEBKER und VILLASENOR 1992) die Änderung der Kohärenz mit der Zeit durch den Zusammenhang

$$\gamma_{temporal}(t) = a_t + s_t t, \quad \text{bis} \quad \gamma \approx 0$$
(2.34)

dargestellt. Dabei ist a_t der Wert der Kohärenz im Falle zeitgleicher Beobachtungen und s_t die lineare Änderung der Kohärenz mit der Zeit. a_t ist nicht notwendigerweise 1. s_t ist in der Regel negativ (HOEN und ZEBKER 2000). Die zeitliche Dekorrelation ist abhängig von der Wellenlänge des Sensors und nimmt für kürzere Wellenlängen zu. Nach Untersuchungen von (ZEBKER und VILLASENOR 1992) und (HOEN und ZEBKER 2000) beträgt s_t für ERS-Tandem Daten unabhängig von der Oberflächenart ca. -0.03 pro Tag während a_t zwischen 0.85 und 1 variiert.

Bei der Beobachtung arktischer Gletscher mit Repeat-Pass-Interferometrie tragen alle drei oben genannten Einflussgrößen zur zeitlichen Dekorrelation der SAR Signale bei. In den Sommermonaten variiert die Temperatur um den Gefrierpunkt was zu einem häufigen Wechsel von Tau- und Gefrierprozessen führt. Unter derartigen Bedingungen können Repeat-Pass-Interferogamme innerhalb weniger Tage komplett dekorrelieren. Starke Winde und damit verbundene Schneeverfrachtungen, sowie Neuschnee verändern die Zusammensetzung der Streuvolumen innerhalb kürzester Zeit erheblich. Trockene Schneeauflagen in den Wintermonaten sorgen für erhebliche Eindringtiefen und ausgeprägte Volumenstreuung. Hohe Gletscherfließgeschwindigkeiten bis zu mehreren Metern pro Tag beschränken den zeitlichen Abstand der Aufnahmen eines Repeat-Pass-Interferogramms zusätzlich. Diese Eigenschaften haben starken Einfluss auf die Anforderungen an die Datengrundlage. Für die Untersuchung arktischer Gletscher sind vor allem Daten der ERS-Tandem Mission mit nur einem Tag Beobachtungsintervall, sowie Aufnahmen der ERS-Ice-Phase Mission mit drei Tagen Repeat-Orbit geeignet. Kombinationen von Aufnahmen verschiedener Wiederholorbits mit 35 Tagen Zeitdifferenz sind in der Regel nicht anwendbar.

3 SAR Interferometrie zur Beobachtung polarer Gletscher

Obwohl die Beobachtung und Erforschung der Kryosphäre in den Alpen bereits im 15. Jahrhundert begann, war der überwiegende Teil aller Schnee- und Eisflächen der Erde lange Zeit unbekannt und unerforscht. Erste Untersuchungen der polaren Regionen fanden gegen Ende des 19. Jahrhunderts statt. Ein umfangreiches wissenschaftliches Programm zur Beobachtung der polaren Eismassen wurde während des Internationalen Geophysikalischen Jahrs 1957/58 beschlossen. Seit dieser Zeit wurden viele so genannte in situ Beobachtungen an den Randbereichen und im Inneren der großen Eisdecken der Arktis und Antarktis durchgeführt. Diese Messungen werden durch die rauen klimatischen Bedingungen der polaren Regionen und aufgrund ihrer Abgeschiedenheit behindert. Zusätzlich können durch derartige Messkampagnen wissenschaftliche Daten lediglich an wenigen, weit auseinander liegenden Punkten gewonnen werden. Dies führt zu einer ungenügenden Erfassung der Vorgänge in den polaren Regionen, die sich durch hohe räumliche und zeitliche Dynamik auszeichnen. Permanent erfassende Fernerkundungssatelliten können durch ihre hohe räumliche und zeitliche Auflösung zu einer flächendeckenden Beobachtung der polaren Regionen beitragen. Verschiedene Methoden zur Gewinnung glaziologischer und geophysikalischer Parameter unter Verwendung unterschiedlichster Sensoren wurden in den vergangenen Jahren vorgestellt. Insbesondere die SAR Interferometrie erlangte in den letzten Jahren besondere Bedeutung, da sie neben der Erfassung hochauflösender Geländemodelle auch die präzise Ableitung der Gletscherbewegung erlaubt. Die weitgehende Unabhängigkeit der RADAR Interferometrie von Wetter- und Beleuchtungsbedigungen unterstreicht ihre Wichtigkeit.

3.1 Gletscher und Gletscherdynamik aus der Sicht der SAR Interferometrie

Wie in Abschnitt 2.2 erwähnt, wird die Phase eines SAR Interferogramms durch die Topographie der beobachteten Oberfläche, durch deren Bewegung und durch die Eindringtiefe des RADAR Signals in die Oberfläche beeinflusst. Daneben wirken sich auch Ausbreitungseffekte entlang des Signalwegs auf die interferometrische Beobachtung aus. In diesem Abschnitt werden die Eigenschaften der Gletscheroberfläche untersucht und ihre Wechselwirkungen mit der interferometrischen Phase erläutert. Nach einer allgemeinen Einführung in die Gletschergenese wird der Gletscherkörper in verschiedene Gletscherzonen eingeteilt und die Eigenschaften dieser Zonen erläutert. Der Zusammenhang zwischen den physikalischen Eigenschaften der Gletscherzonen und der interferometrischen Phase wird aufgezeigt. Anschließend wird das allgemeine Fließverhalten eines Gletschers beschrieben. Die in diesem Abschnitt gesammelten Erkenntnisse sollen einen Eindruck von den aus Sicht der SAR Interferometrie wichtigsten Eigenschaften mit den Maßzahlen der SAR Interferometrie werden gezeigt. Ein Vergleich der hier dargestellten allgemeinen Eigenschaften des Gletscherkörpers mit den anhand der SAR Interferometrie ermittelten Parametern dient einer Plausibilitätskontrolle der Ergebnisse.

Die Eismassen jedes Gletschertyps, z.B. Talgletscher, Eiskuppe oder Eisschelf, sind durch die Komprimierung und Rekristallisierung von Schnee entstanden. Jeder Gletscher kann als ein offenes System aus den Komponenten Massenzufuhr, Massenspeicher und Massenausstoß betrachtet werden, das sich im dynamischen Gleichgewicht befindet. Die Massenzufuhr, auch *Akkumulation* genannt, umfasst alle Vorgänge, durch die einem Gletscher Masse zugefügt wird. Dies kann durch Schneefall, Windverfrachtung von Schnee, Lawinen, Gefrieren von Niederschlag oder Kondensation von Wasserdampf erfolgen. Der Massenausstoß, auch als *Ablation* bezeichnet, beinhaltet alle Vorhaben bei denen einem Gletscher Masse entzogen wird. Beispiele hierfür sind Schmelzprozesse, Verdunstung und die Kalbung von Eisbergen an der Gletscherfront. Der Bereich des Gletschers, in dem die Akkumulation die Ablation übertrifft, wird *Akkumulationszone* genannt. Die Region mit überwiegender Ablation wird als *Ablationszone* bezeichnet. Die Grenze zwischen beiden Zonen markiert die *Gleichgewichtslinie*, an der sich über ein Jahr betrachtet Akkumulation und Ablation die Waage halten.

3.1.1 Physikalische Besonderheiten der Gletscheroberfläche

Die Akkumulationszone kann je nach Schmelzwassermenge, die an der Gletscheroberfläche produziert wird, in verschiedene Unter-Zonen eingeteilt werden (siehe Abbildung 3.1). Diese Unter-Zonen zeichnen sich durch unterschiedliche physikalische Eigenschaften aus, welche die Wechselwirkungen der elektromagnetischen Strahlung mit der Oberfläche beeinflussen. In Gebieten mit einer mittleren Lufttemperatur von $\leq -25^{\circ}C$, in denen



Abbildung 3.1: Schneehydrologische Zonen im Akkumulationsgebiet nach (PATERSON 1994).

auch in den Sommermonaten kein Schmelzwasser gebildet wird, tritt durchweg *trockener Schnee* auf. Die Zone des trockenen Schnees ist vor allem in den Gebieten der Antarktis, in den höchsten Lagen arktischer Gletscher und im Zentrum Grönlands weit verbreitet. Da sich die Gletscheroberfläche in dieser Zone durch sehr feinkörnigen trockenen Firn auszeichnet, kann Mikrowellenstrahlung tief in die Oberfläche eindringen. Für C-Band Signale wurde eine mittlere Eindringtiefe von $d = 27 \pm 5$ m ermittelt (HOEN 2001). Begrenzt wird diese Zone durch die *Trockenschneelinie* (siehe Abbildung 3.1).

Bei höheren Lufttemperaturen tritt an der Oberfläche einer Jahresschneeschicht Schneeschmelze auf. Das entstehende Sickerwasser gefriert jedoch in der selben Schicht wieder. Dabei bilden sich Eislinsen und vertikale Eiskerne. Dieser als *Sickerzone* bezeichnete Bereich geht an der *Sättigungslinie* in die *Nassschneezone* über. Wegen der höheren Feuchtigkeit und der größeren Strukturen in der Sickerzone kann Mikrowellenstrahlung im C-Band nur noch 20 ± 5 m in die Oberfläche eindringen (vergleiche Tabelle 2.1).

In dem Bereich des Gletschers, der als *Zone des superimposed ice* bezeichnet wird, ist der Schmelzwasseranteil so groß, dass sich die einzelnen Eislinsen zu einer zusammenhängenden Eisfläche verbinden. Unterhalb der Gleichgewichtslinie, der Grenze zur Ablationszone, tritt Blankeis an die Oberfläche. In diesem Bereich ist der Gletscher nur nach Niederschlägen in fester Form schneebedeckt. Je nach Feuchtigkeit des Eises dringt C-Band Strahlung nur noch wenige Meter in die Oberfläche ein.

3.1.2 Grundeigenschaften der Gletscherbewegung

Der Eiskörper eines Gletschers wird in der Akkumulationszone durch Umformung von Schnee in Eis gebildet. Die Existenz von Gletschereis unterhalb der Gleichgewichtslinie ist dadurch zu erklären, dass die Eismassen unter ihrem eigenen Gewicht von der Akkumulationszone langsam in alle Richtungen hangabwärts fließen. Drei verschiedene Mechanismen sind für das Fließen des Gletschereises verantwortlich: (1) interne Verformung, (2) Gleitvorgänge am Gletscheruntergrund und (3) Verformungen des Gletscheruntergrundes. Fließprozesse, die durch interne Verformung des Gleschereises entstehen, erzeugen ein Strömungsbild einer *laminaren Bewegung*, wie es z.B. bei viskosen Flüssigkeiten zu beobachten ist. Die Gletschergeschwindigkeit variiert dabei sowohl quer zur Fließrichtung als auch in der Tiefe. Von den Gletscherrändern zur Gletschermitte hin nimmt die Geschwindigkeit zu. Vertikal ändert sich die Bewegung in der oberen Hälfte nur wenig, nimmt aber gegen den



Abbildung 3.2: Vertikale Geschwindigkeitsverteilung innerhalb dreier Gletscher mit unterschiedlichen Fließmechanismen: *a*) Temperierter Gletscher auf hartem Untergrund. Die Linie I–II wird durch Gleiten auf die Position III–IV verschoben und dann nach III–V verformt. *b*) Kalter Gletscher auf hartem Untergrund. *c*) Temperierter Gletscher auf deformierbarem Untergrund. Die Linie I–II wird durch Deformation des Untergrundes auf die Position III–IV verschoben, durch Gleiten von III–IV auf V–VI versetzt und durch interne Deformation nach V–VII verformt.

Grund stark ab. Das vertikale Profil einer rein laminaren Bewegung ist in Abbildung 3.2*b*) zu sehen. Das Auftreten von *Gleitprozessen* hängt vom Verhältnis zwischen der Eistemperatur am Gletscheruntergrund und dem Druckschmelzpunkt des Eises ab. Der Druckschmelzpunkt ist die Temperatur, bei der das Eis in Abhängigkeit vom vorherrschenden Druck schmilzt. Ist der Druck am Gletscherboden groß genug, so dass der Druckschmelzpunkt unter die Eistemperatur fällt, so schmilzt das Eis am Untergrund und bildet einen Wasserfilm, auf dem der Gletscherkörper zu gleiten beginnt (vergleiche Abbildung 3.2*a*)). Ist der Gletscheruntergrund nicht aus festem Fels sondern aus gefrorenen Sedimenten aufgebaut, so können diese Sedimente durch die Bewegung des Gletschers verformt werden (siehe Abbildung 3.2*c*)). Oft sind derartige Prozesse für den überwiegenden Teil der horizontalen Gletscherbewegung verantwortlich (BENNETT und GLASSER 1996).

In welcher Kombination die beschriebenen Fließmechanismen auftreten, hängt von den thermalen Eigenschaften des Gletschers sowie von den Eigenschaften des Untergrunds ab. Bei so genannten *kalten Gletschern*, die in den polaren Regionen häufig sind, liegt die Temperatur am Gletscheruntergrund fast das ganze Jahr unter dem Druckschmelzpunkt. Auch in den Sommermonaten ist kein oder nur sehr wenig Schmelzwasser an der Gletscherbasis zu finden. Gleitprozesse sind daher die Ausnahme. So genannte *temperierte Gletscher* haben an ihrer Basis ganzjährig Temperaturen um den Druckschmelzpunkt. Dementsprechend tragen Gleitvorgänge zur Gletscherbewegung bei.

Die Entwicklung der Oberflächengeschwindigkeiten eines idealisierten Gletschers entlang eines Gletscherlängsprofils ist in Abbildung 3.3 dargestellt. Demnach zeigen sich die geringsten Bewegungen am oberen Ende des Gletschers. Zur Gleichgewichtslinie hin nimmt die Geschwindigkeit zu und in Richtung auf das Zungenende wieder ab. Ist das Längsgefälle des Gletschers konstant und ändert sich das Querprofil nicht wesentlich, kann diese Geschwindigkeitsentwicklung durch den Massenhaushalt des Gletschers erklärt werden. In der Akkumulationszone übertrifft die Akkumulation von Eismassen die Ablation. Umgekehrtes gilt für die Ablationszone. Befindet sich der Gletscher im Gleichgewicht, so muss innerhalb eines Jahres durch einen beliebigen Querschnitt des Gletschers genau die Masse strömen, die der Differenz zwischen Akkumulations- und Ablationsmasse im Bereich oberhalb dieses Querschnitts entspricht. Da die Akkumulationsmasse vom höchsten Punkt des Gletschers bis zur Gleichgewichtslinie zunimmt, müssen dort auch die höchsten Geschwindigkeiten auftreten. Darunter bleibt die Akkumulationsmasse konstant und die Ablationsmasse nimmt zu. Dies führt zu einer Abnahme der Geschwindigkeit zum Zungenende hin. Überlagert wird diese idealisierte Geschwindigkeitsabfolge durch Unregelmäßigkeiten am Gletscheruntergrund.

Eine wesentliche Abweichung vom idealisierten Verhalten, wie es in Abbildung 3.3 dargestellt ist, zeigt sich häufig bei polaren Gletschern, die im Meer enden. Bei vielen dieser Gletscher nimmt die Geschwindigkeit des Eises bis zu ihrer Front zu. Das transportierte Eis wird an der Gletscherfront durch Eisbergkalbung abgestoßen. Verschiedenste Phänomene können eine Zunahme der Gletschergeschwindigkeit bis zur Gletscherfront verur-



Abbildung 3.3: Geschwindigkeitsvektoren entlang eines Längsprofils durch einen idealisierten Gletscher nach (PATERSON 1994).

sachen. In manchen Fällen kann diese Geschwindigkeitszunahme durch eine Verringerung des Gletscherquerschnitts erklärt werden. Außerdem führt das Durchdringen des Gletschers mit Meerwasser zu einer Temperaturzunahme am Gletscherboden und damit zu einer Verbesserung der Gleitbedingungen. Bei kalbenden Gletschern in der Hocharktis ergibt sich die Zunahme der Bewegung gegen das Gletscherende auch dadurch, dass die Gleichgewichtslinie nahe an der Kalbungsfront liegt.

Neben den lokalen Geschwindigkeitsänderungen treten auch zeitliche Variationen der Gletscherbewegung auf. Dabei unterscheidet man zwischen langfristigen Erscheinungen, die sich über mehrere Jahre erstrecken, und kurzfristigen Effekten, die sich innerhalb eines Jahres, innerhalb weniger Wochen oder innerhalb weniger Stunden abspielen. Langfristige Geschwindigkeitsänderungen sind in der Regel Folgeerscheinungen eines veränderten Massenhaushalts des Gletschers. Eine Abnahme der Akkumulation führt zu einer Abnahme der Geschwindigkeit und schließlich zu einem Rückzug des Gletschers. Kurzfristige Schwankungen können innerhalb einer betrachteten Zeitspanne erhebliche Ausmaße erreichen. Dabei gilt in der Regel, dass die prozentuale Geschwindigkeitsänderung um so größer ist, je kürzer das Beobachtungsintervall gewählt wird (WILHELM 1974). Schwankungen zwischen Sommer- und Wintergeschwindigkeiten können im Allgemeinen zwischen 10% und 20% betragen. Mit Werten bis 40% sind monatliche bis wöchentliche Schwankungen schon erheblich größer. Innerhalb weniger Tage bis weniger Stunden können Geschwindigkeitsvariationen von mehr als 100% auftreten. Für diese Schwankungen sind größtenteils Wettereinflüsse verantwortlich. Hier spielen vor allem Temperaturschwankungen, der damit zusammenhängende Schmelzwasseranfall, sowie Niederschlagsereignisse eine Rolle. Die kurzfristigen Variationen gleichen sich über längere Zeiträume aus, so dass sich über längere Perioden eine gleichmäßige Fließgeschwindigkeit ergibt. Kurzfristige Geschwindigkeitsvariationen spielen bei der Beobachtung polarer Gletscher mit SAR Interferometrie eine wichtige Rolle. Insbesondere Interferogramme aus ERS Tandem Daten mit einem Beobachtungszeitraum von nur einem Tag werden von kurzfristigen Bewegungsänderungen beeinflusst.

3.2 Bisherige Arbeiten zur Gletscherbeobachtung

In diesem Kapitel werden bisherige Verfahren zur Beobachtung arktischer und antarktischer Gletscher vorgestellt. In Abschnitt 3.2.1 werden zunächst Untersuchungen auf Grundlage der differentiellen SAR Interferometrie behandelt, die sich auf die in Abschnitt 2.3 vorgestellte Theorie stützen. In Abschnitt 3.2.2 werden zusätzlich einige alternative Ansätze beschrieben und deren Vor- und Nachteile aufgezeigt. Anschließend wird in Abschnitt 3.2.3 auf Arbeiten eingegangen, die sich mit der Schätzung von Parametern aus multi-temporalen SAR Daten durch die Lösung überbestimmter Gleichungssysteme beschäftigen. Nach bestem Wissen des Autors sind bisher keine überbestimmten Ansätze entwickelt worden, die sich mit der Beobachtung polarer Gletscher beschäftigen. In anderen Beschäftigungsfeldern, wie z.B. der Beobachtung von langsamen Oberflächensetzungen, finden Methoden zur Lösung überbestimmter Gleichungssysteme häufig Anwendung. Da die Schätzung unbekannter Parameter durch die Lösung überbestimmter Gleichungssysteme interessante Möglichkeiten zur Optimierung der Genauigkeit der geschätzten Parameter sowie zur Analyse der Zuverlässigkeit des Ansatzes eröffnet, werden derartige Ansätze im Folgenden trotzdem dargestellt. Abschließend werden in Abschnitt 3.2.4 aus den Eigenschaften der bereits bestehenden Methoden Folgerungen für die Entwicklung eines neuen Verfahrens gezogen.

3.2.1 Arbeiten auf der Grundlage der differentiellen SAR Interferometrie

Die ersten Arbeiten zur Bestimmung der Eisbewegung unter Verwendung der SAR Interferometrie wurden im Jahre 1993 von (GOLDSTEIN et al. 1993) veröffentlicht. Dort wurde die Bewegung des *Rutford Eis-Stroms* in der Antarktis aus Interferogrammen mit kurzen Basislinien abgeleitet. Topographiebedingte Phasenanteile wurden in Anbetracht der hohen Geschwindigkeit des Eis-Stroms, aufgrund der flachen Topographie und der Kürze der Basislinien vernachlässigt. Eine differentielle Verarbeitung mehrerer Interferogramme erfolgte nicht. Erste Anwendungen der *differentiellen Interferometrie* zur Detektion der Eisbewegung und Gletschertopographie wurden in (KWOK und FAHNESTOCK 1996, JOUGHIN et al. 1996a, JOUGHIN et al. 1996b) veröffentlicht. Die Phasentrennung erfolgte in diesen Arbeiten nach den Regeln der *4-Pass-Interferometrie*. Zeitgleich wurde erstmals die *2-Pass-Interferometrie* in Kombination mit einem DGM zur Beobachtung der Bewegung des *Columbia Icefields* in Canada eingesetzt (CUMMING et al. 1996). In den folgenden Jahren wurde eine große Anzahl an Eisflächen in verschiedenen Gebieten der Erde mit Verfahren der differentiellen SAR Interferometrie beobachtet und analysiert. Tabelle 3.2 gibt einen nach Untersuchungsgebieten gegliederten Überblick über die Aktivitäten in diesem Bereich.

Dem überwiegenden Anteil, der in Tabelle 3.2 zusammengefassten Arbeiten, liegt das Prinzip der 2-Pass-, 3-Pass- oder 4-Pass-Interferometrie zu Grunde. Bei 2-Pass-Interferometrie Verfahren wird die topographiebedingte Phasenkomponente unter Verwendung eines existierenden digitalen Geländemodells ermittelt. Das verwendete Geländemodell kann aus optischen Stereodaten, aus Laserscanning-Messungen, durch Radargrammetrie, oder aus topographischen Karten abgeleitet werden. Durch Subtraktion des topographiebedingten Phasenanteils von der abgewickelten Phase wird ein neues Interferogramm generiert, welches nur noch Information über die Gletscherbewegung enthält. Arbeiten, die auf dem Prinzip der 2-Pass-Interferometrie basieren, sind beispielsweise in (CUMMING et al. 1996, CUMMING und ZHANG 1996, WANGENSTEEN et al. 1999) zu finden. Um die Qualität des abgeleiteten Deformationsfeldes nicht zu reduzieren, sollte die Höhengenauigkeit und die räumliche Auflösung des externen Geländemodells mindestens den mit der jeweiligen InSAR Konfiguration erreichbaren Werten entsprechen. Durch die Einbindung externer Information in den Auswerteprozess wird die topographische Geländehöhe h nicht länger als Unbekannte geführt, sondern als Beobachtung mit Standardabweichung in der Parameterschätzung berücksichtigt. Damit ermöglicht die Einbindung der externen Information die Ableitung von Variationen der Gletscherbewegung ohne die Entwickung der Gletschergeschwindigkeit mit der Zeit modellieren zu müssen. Änderungen der Gletscherbewegung im Jahreslauf unter Verwendung der 2-Pass-Interferometrie wurden beispielsweise in (CUMMING et al. 1996) abgeleitet.

Da für den überwiegenden Teil der polaren Eisflächen keine Oberflächenmodelle ausreichender Güte vorhanden sind, kann die 2-Pass-Interferometrie Methode nur in Ausnahmefällen angewendet werden. Zur erfolgreichen Trennung der topographie- und bewegungsbedingten Phasenkomponenten sind daher mindestens drei SAR Szenen notwendig. Wie in Abschnitt 2.3 erläutert, ist die Annahme einer in Richtung und Amplitude konstanten Gletscherfließgeschwindigkeit notwendig, um bei der Verwendung von 3-Pass- und 4-Pass-Interferometrie Verfahren die Trennung der Phasenanteile zu ermöglichen. Sind diese Bedingungen erfüllt, so kann die Phasentrennung gemäß den Gleichungen (2.30), (2.31) bzw. (2.33) durchgeführt werden. Der überwiegende Teil aller Arbeiten zur Beobachtung von polaren Eismassen mittels SAR Interferometrie basiert auf der 3-Pass- bzw. der 4-Pass-Interferometrie. Beispiele für die Anwendung dieser Verfahren zur Beobachtung von Eisflächen der Arktis und der Antarktis sind in (RIGNOT 1996, JOUGHIN et al. 1996a, KWOK und FAHNESTOCK 1996, FATLAND und LINGLE 1998, FROLICH und DOAKE 1998, DOWDESWELL et al. 1999, JOUGHIN et al. 1999, BAMBER und RIGNOT 2002) zu finden. Wie in Abschnitt 3.1.2 erläutert, ist die Annahme konstanter Gletscherfließgeschwindigkeit nur in Ausnahmefällen gültig, z.B. bei nahezu laminar fließenden Gletschern und bei gewissenhafter Datenauswahl (FATLAND und LINGLE 1998). Beispielsweise können Interferogramme, die in verschiedenen Jahreszeiten erfasst wurden, bewegungsbedingte Phasenkomponenten enthalten, welche durch jahreszeitliche Differenzen der Gletschergeschwindigkeit beeinflusst sind. Dies entspricht einer Verletzung der Annahme konstanter Fließgeschwindigkeiten und führt bei einer gemeinsamen Verarbeitung dieser Daten zu verfälschten Schätzwerten für die Topographie und die Gletscherbewegung. Insbesondere bei der Beobachtung temperierter Talgletscher, deren Fließgeschwindigkeit stark mit der subglazialen Hydrologie gekoppelt ist, sollte die Gültigkeit der Annahme einer konstanten Fließgeschwindigkeit kontrolliert werden (FATLAND und LINGLE 1998).

Untersuchungsgebiet	Referenzen				
SVALBARD					
Isachsenfonna, Akademikerbreen und Nordbreen,	(WANGENSTEEN et al. 1999)				
Spitzbergen					
Austfonna Eis-Kappe, Ost Svalbard	(DOWDESWELL et al. 1999)				
Monacobreen, Nord-West Svalbard	(LUCKMAN und MURRAY 1999)				
Grönland					
Storstrømmen Gletscher	(REEH et al. 2002)				
Humboldt, Petermann und Ryder Gletscher	(JOUGHIN et al. 1999, JOUGHIN et al. 1996a,				
	RIGNOT 1996, JOUGHIN et al. 1998)				
West Grönland	(JOUGHIN et al. 1996b, REEH et al. 1999)				
Nord-Ost Grönland	(KWOK und FAHNESTOCK 1996, RIGNOT et al.				
	2000)				
Grönland	(BAMBER et al. 2000)				
ANTARKTIS					
Filchner-Ronne Eisschelf	(RIGNOT und MACAYEAL 1998, FORSTER et al.				
	1998, MACAYEAL et al. 1998)				
Rutford Eis-Strom und Carlson Inlet	(FROLICH und DOAKE 1998)				
Eis-Strom D und E, West Antarktis	(BINDSCHADLER et al. 1996)				
Thwaites und Pine Island Gletscher	(BAMBER und RIGNOT 2002)				
westliche Antarktis	(LANG 2002)				
Rutford Eis-Strom	(GOLDSTEIN et al. 1993)				
Russische Arktis					
Rykatchova und Mack Gletscher, Novaya Zemlya	(SHAROV et al. 2002)				
Akademie der Wissenschaften Eis-Kappe, Severna-	(DOWDESWELL et al. 2002)				
ya Zemlya					
Champ, Hall, Salisbury und Wilczek Insel, Franz-	(SHAROV et al. 2000)				
Josef-Land					
Sonstiges					
Bering Gletscher, Alaska	(FATLAND und LINGLE 1998)				
Black Rapids Gletscher, Alaska	(RABUS 2000)				
Europa und Penguin Gletscher, Heilo Patagonico	(FORSTER et al. 1999)				
Sur, Chile					
Moreno Gletscher, Argentinien	(MICHEL und RIGNOT 1999)				
Siachen Gletscher, Zentral Kaschmir	(RABUS und LANG 1999)				
Columbia Ice Field, Canada	(CUMMING et al. 1996)				

 Tabelle 3.2: Arbeiten zur Beobachtung von Gletschern mit RADAR Interferometrie.

Wie in Abschnitt 3.1.2 erläutert, nimmt die Variation der Gletschergeschwindigkeit mit Verkürzung des Beobachtungsintervalls deutlich zu. Daher ist besonders bei der Verwendung von ERS-Tandem Daten mit einem Beobachtungsintervall von lediglich einem Tag die Annahme einer konstanter Fließgeschwindigkeit häufig nicht korrekt. In den meisten der in Tabelle 3.2 genannten Studien wird diese Tatsache vernachlässigt. In (FATLAND und LINGLE 1998, FROLICH und DOAKE 1998, BAMBER und RIGNOT 2002) wird auf diese Schwäche hingewiesen.


Abbildung 3.4: Durch horizontale Verdrängung von Festeis vor aktiven Gletschern entstandenes Fringemuster.

Von (FATLAND und LINGLE 1998) wurden bei der Analyse eines so genannten *katastrophalen Gletschervorstoßes (englisch: Glacier surge)* des *Bering Gletschers* in Alaska deutliche Verstöße gegen die Annahme einer konstanten Fließgeschwindigkeit festgestellt. Wegen der hohen Empfindlichkeit der interferometrischen Phase gegenüber Oberflächenbewegungen werden bereits durch geringfügige Änderungen der Gletscherbewegung und damit zusammenhängende Verstöße gegen die Annahme konstanter Fließgeschwindigkeit, Fehler in den geschätzten Geschwindigkeits- und Topographieparametern erzeugt. In (FROLICH und DOAKE 1998) wird versucht, die Gültigkeit der Annahme einer konstanten Fließgeschwindigkeit durch Vergleich der abgeleiteten Gletschergeschwindigkeiten mit in situ Messungen zu testen. Die Ergebnisse dieses Test sind allerdings anfechtbar, da den jeweiligen Messungen unterschiedliche Beobachtungsperioden zu Grunde liegen. Obwohl in verschiedenen Veröffentlichungen auf die Unsicherheit der Annahme konstanter Fließgeschwindigkeiten hingewiesen wird, wurde die Gültigkeit dieser Annahme bisher nicht systematisch untersucht.

3.2.2 Alternative Ansätze

Zur Beobachtung von Gletscheroberflächen mit SAR Interferometrie wurden neben den Verfahren, die sich auf die Grundlagen der 2-Pass-, 3-Pass- oder 4-Pass-Interferometrie stützen, noch einige Verfahren entwickelt, die von der konventionellen Prozessierung abweichen. In (SHAROV et al. 2002) wird die sogenannte Transferential Interferometry vorgestellt, mit der die Geschwindigkeit im Meer endender Gletscher an deren Front aus einem einzelnen SAR Interferogramm geschätzt werden kann. In polaren Breitengraden werden feste Landmassen in den Wintermonaten häufig von so genanntem Festeis (englisch: fast ice) eingeschlossen, einer beinahe horizontalen Eisfläche, die direkt an der Küste angefroren ist. Die interferometrische Kohärenz derartiger Eisflächen ist in der Regel hoch. Wegen ihrer horizontalen Oberfläche weisen unbewegte Festeis-Flächen in Interferogrammen einen räumlich nahezu konstanten Phasenwert auf. Wird die Festeis-Fläche vor einem Gletscher durch dessen Bewegung von der Küste verdrängt, treten in den entsprechenden Bereichen des Interferogramms konzentrische halbkreis- oder halbellipsenförmige Fringes auf, die an den Gletscherrändern konvergieren. Diese als Outflows bezeichneten Phasenvariationen stehen im Zusammenhang mit der horizontalen Bewegung der Gletscherfront und sind damit ein Maß für deren horizontale Geschwindigkeit. Abbildung 3.4 zeigt ein Beispiel eines Winter-Interferogramms, in dem Outflows zu sehen sind. Die horizontale Geschwindigkeit der Gletscherfront v_{hr} kann aus der Anzahl ganzer Phasenzyklen k innerhalb eines Outflows bestimmt werden.

$$v_{hr} = 0.5\lambda \cdot k \cdot (T\sin(\theta)\cos(\eta))^{-1}$$
(3.1)

Mit diesem Ansatz ist man in der Lage die Fließgeschwindigkeit polarer Gletscher an deren Front zu bestimmen. Da sich die Gletscherfront in SAR Interferogrammen oft durch niedrige interferometrische Kohärenz auszeichnet, können mit D-InSAR Verfahren in der Regel keine zuverlässigen Ergebnisse für diese Bereiche des Gletschers abgeleitet werden. Wegen der horizontalen Oberfläche des Festeises ist es bei der *Transferential Interferometry* zusätzlich nicht notwendig, die Bewegungskomponente der interferometrischen Phase von der Topographiephase zu trennen. Ein großer Nachteil des Verfahrens leitet sich aus der Tatsache ab, dass der Ansatz lediglich die

Bestimmung der Gletschergeschwindigkeit an dessen Front ermöglicht. Zur Trennung der topographie- und bewegungsbedingten Phasenkomponenten auf dem Gletscher und damit zur Ableitung der Gletschertopographie und des Geschwindigkeitsfeldes ist die *Transferential Interferometry* folglich nicht geeignet. Zusätzlich ist diese Methode von der Präsenz von Festeis entlang der Küste abhängig und kann daher nur während der Wintermonate eingesetzt werden. Einflüsse von Gezeiteneffekten, Wellenbewegungen, inelastischen Deformationen des Festeises und anderen Effekten auf die geschätzte Fließgeschwindigkeit sind noch wenig untersucht.

Zur Beobachtung von Oberflächen, die durch starke Änderungen der Streueigenschaften oder durch sehr starke Bewegungen gekennzeichnet sind, ist die SAR Interferometrie wegen des rapiden Kohärenzverlustes meist nicht einsetzbar. Um auch in diesen Gebieten die Bestimmung der Gletschergeschwindigkeiten zu ermöglichen, wurde die so genannte Speckle-Tracking Methode entwickelt. Dieses Verfahren ist mit Feature-tracking Algorithmen verwandt, die erfolgreich auf optische und neuerdings auch auf RADAR Daten angewendet werden. Die Speckle-Tracking Methode basiert auf der Korrelation von SAR Speckle Mustern aus verschiedenen SAR Bildern (GRAY et al. 1998). Die Position des Maximums der Korrelationsfunktion wird verwendet, um die Verschiebung einer Auflösungszelle in den beiden Koordinatenrichtungen des Bildes mit Sub-Pixel-Genauigkeit zu bestimmen. Mit dieser Methode können identische Punkte in mehreren SAR Bildern gefunden und deren Bewegung verfolgt werden. Der Vorteil dieser Methode liegt darin, dass keine erkennbaren Bildstrukturen auf der Gletscheroberfläche (z.B. Gletscherspalten) für die Prozessierung notwendig sind. Im Gegensatz zur SAR Interferometrie liefert dieses Verfahren zwei-dimensionale Informationen über die Oberflächenbewegung. Der Ansatz ist robuster gegenüber zeitlicher Dekorrelation als die SAR Interferometrie, da er auf der Untersuchung des komplexen Signals und nicht allein auf der Phase basiert. Die Genauigkeit dieser Methode ist durch die Pixelgröße beschränkt und liegt je nach Signal-Rausch-Verhältnis zwischen 1/2 und 1/30 Pixel. Bei der Verwendung von ERS SAR Daten, mit Pixelgrößen im Bereich von ca. 30 m, ist dieses Verfahren daher deutlich weniger sensitiv gegenüber Oberflächenbewegungen als die SAR Interferometrie (GRAY et al. 1998, MICHEL und RIGNOT 1999).

3.2.3 Kombination multi-temporaler Datensätze

Verschiedenste geophysikalische Deformationsvorgänge wurden mit der Methode der SAR Interferometrie beobachtet und untersucht. Viele natürliche Prozesse führen zu Deformationen der Erdoberfläche, die sich zeitlich nur sehr langsam entwickeln. Selbst mit sehr sensitiven Messverfahren sind solche Prozesse erst nach längeren Beobachtungsintervallen messbar. Beispiele hierfür sind Oberflächenabsenkungen durch Entnahme von Grundwasser, Bergbauaktivitäten oder die Expansion von Vulkanen vor einem Ausbruch. Zur Analyse langsamer Deformationsprozesse unter Verwendung der SAR Interferometrie wurden verschiedene Verfahren entwickelt, die die Trennung verschiedener Komponenten der interferometrischen Phase basierend auf multi-temporalen Datensätzen ermöglichen. Nach einer kurzen Beschreibung einiger ausgewählter Ansätze wird deren Übertragbarkeit auf die Analyse der Dynamik polarer Gletscher geprüft.

In (USAI 2002) wird ein Verfahren zur langfristigen Beobachtung von Deformationen unter Verwendung eines Kleinste-Quadrate Ansatzes vorgestellt. Bei der Beobachtung langsamer Deformationsprozesse über lange Zeiträume, ist es wegen der Zunahme der zeitlichen Dekorrelation oftmals nicht praktikabel, diese aus einem den gesamten Zeitbereich umspannenden Interferogramm abzuleiten. Vielmehr ist es ratsam, eine Serie von N Interferogrammen zu verwenden und die Ergebnisse aus deren Einzel-Analysen zu summieren. Häufig überlappen sich die Beobachtungsintervalle der verschiedenen Interferogramme, die zum Aufbau einer Deformationshistorie beitragen. In (USAI 2002) wird ein Kleinste-Quadrate Ansatz vorgestellt, der die Information aller Interferogramme optimal zu einer Deformationshistorie zusammenfügt. Aus einem Interferogramm mit kurzer zeitlicher und langer räumlicher Basis wird die Topographiephase abgeleitet. Wegen der geringen Deformationsgeschwindigkeit können Deformationsbeiträge in diesem Interferogramm vernachlässigt werden. Durch Reduzierung aller Interferogramme um den Topographiebeitrag werden N interferometrische Deformationskarten generiert. Diese sich teilweise zeitlich überlappenden residualen Interferogramme dienen als Eingangsinformation für eine Kleinste-Quadrate-Ausgleichung, in der flächenhafte Deformationsbeträge der Erdoberfläche zu jedem Beobachtungszeitpunkt geschätzt werden. In (FERRETTI et al. 1999, FERRETTI et al. 2000, COLESANTI et al. 2003a, COLESANTI et al. 2003b) wird ein multi-temporaler Ansatz zur Ableitung von Oberflächenabsenkungen und der Geländetopographie unter Verwendung der SAR Interferometrie vorgeschlagen. Dem Verfahren liegt eine Serie von N + 1 SAR Szenen zugrunde, die innerhalb einer mehrjährigen Zeitspanne aufgenommen wurden. Alle SAR Bilder werden auf ein Referenzbild (Master) co-registriert, und anschließend N Interferogramme zwischen dem Master und allen übrigen SAR Szenen erzeugt. Nach diesen Verarbeitungsschritten liegen N Interferogramme vor, die sich in ihren zeitlichen und räumlichen Basislinien unterscheiden. Wegen der zum Teil sehr langen zeitlichen Basislinien ist die Kohärenz in vielen SAR Interferogrammen sehr niedrig und damit die Standardabweichung der Phase sehr hoch. Daher werden zur weiteren Verarbeitung aus den Interferogrammen nur die Pixel ausgewählt, die über die gesamte Beobachtungszeit kohärent bleiben (so genannte Permanent Scatterer). Durch Lösung eines linearen Gleichungssytems mit N Gleichungen wird in diesen Pixeln die topographische Höhe sowie eine linear mit der Zeit ansteigende Absenkung der Erdoberfläche geschätzt. Die Schätzung erfolgt im Modell der Kleinsten-Quadrate-Ausgleichung. Nicht-modellierte Einflüsse durch Orbitfehler, atmosphärische Effekte und Phasenrauschen sind nach der Ausgleichung in den ausgeglichenen Verbesserungen der Beobachtungen enthalten. Durch Analyse und Interpretation der Verbesserungen der Parameterschätzung werden zusätzliche Informationen über nicht-lineare Setzungsvorgänge und atmosphärische Effekte gewonnen. Zur Trennung dieser Modellfehler in den Verbesserungen werden signalspezifische Eigenschaften der Teilsignale ausgenutzt. Es wird angenommen, dass atmosphärische Effekte räumlich korreliert und zeitlich unkorreliert, nicht-lineare Setzungen jedoch zeitlich korreliert sind. Durch die vorgestellte Kombination multi-temporaler Datensätze in einer Kleinsten-Quadrate-Ausgleichung ist man also in der Lage, die topographische Höhe, die lineare Setzung der Oberfläche, sowie nicht-lineare Setzungskomponenten in den Positionen der Permanent Scatterer, mit hoher Genauigkeit zu bestimmen. Ähnliche Ansätze sind auch in (MORA et al. 2001) und (MORA et al. 2002) zu finden.

Ein abgewandelter Ansatz zur Schätzung von Topographie- und Bewegungsparametern unter Verwendung multitemporaler SAR Interferogramme ist in (KAMPES et al. 2001) zu finden. Als Datengrundlage stehen wie im vorherigen Ansatz multi-temporale SAR Interferogramme mit unterschiedlichen zeitlichen Basislinien zur Verfügung, in denen Permanent Scatterer identifiziert werden. Zur Trennung der Phasenkomponenten auf Grundlage der Permanent Scatterer werden verschiedene Deformationsmodelle aufgestellt, von denen das am besten geeignete durch statistische Hypothesentests ausgewählt wird. Die Deformationsmodelle variieren von keinen messbaren Deformationen, über lineare Deformationen bis hin zu jahreszeitenabhängigen Verformungen im beobachteten Ausschnitt der Erdoberfläche. Das Deformationsmodell, das die systematischen Fehler der Beobachtungen minimiert, wird zur Bestimmung der Topographie- und Bewegungsparameter verwendet.

In (HANSSEN 2001) wird eine geschlossene Formulierung des Verfahrens der SAR Interferometrie basierend auf einem Gauss-Markov-Modell vorgestellt. Im funktionalen Modell wird die Phasenbeobachtung in einem Pixel mit den unbekannten Parametern topographische Höhe, Bewegung in Sensorblickrichtung, atmosphärische Laufzeitverzögerung und Phasenmehrdeutigkeit in Beziehung gesetzt. Das stochastische Modell berücksichtigt Varianzen und Kovarianzen der beobachteten interferometrischen Phase. Dabei werden die Einflüsse durch Streumechanismen, Aufnahmegeometrie, Orbitfehler, atmosphärische Effekte und Prozessierungsartefakte ausführlich untersucht. Zur Lösung des unterbestimmten Gleichungssystems wird ein Multi-Bild Ansatz vorgeschlagen, bei dem mehr als zwei SAR Aufnahmen miteinander kombiniert werden. Durch Unterdrückung oder Eliminierung einiger Parameter wird die Anzahl der Unbekannten im Gleichungssystem reduziert, und somit die Lösung eines gewünschten Parameters ermöglicht. Dadurch werden spezielle funktionale Modelle zur Ableitung der Topographie, zur Beobachtung von Deformationen, oder zur Untersuchung der Atmosphäre hergeleitet. An Beispielen aus den Bereichen Deformationsmonitoring und Atmosphärenmonitoring wird die Anwendbarkeit dieses Ansatzes überprüft.

3.2.4 Folgerungen für die Entwicklung eines neuen Verfahrens

Die in den Abschnitten 3.2.1, 3.2.2 und 3.2.3 vorgestellten Ansätze verdeutlichen das große Potential von Multi-Bild Ansätzen zur Trennung verschiedener Komponenten der interferometrischen Phase. Zur optimalen Kombination der verschiedenen Datensätze erweist sich das Modell der Kleinste-Quadrate-Ausgleichung als besonders geeignet. Dieses Modell ermöglicht die Kombination der funktionalen Relationen zwischen Beobachtungen und Unbekannten mit der stochastischen Charakteristik der Beobachtungen. Die Formulierung erlaubt die Ermittlung der Redundanz, die Ableitung der Genauigkeit und Zuverlässigkeit sowie die Nutzung von Standardverfahren zur Ausgleichung und Filterung der Daten. Durch die Verwendung mehrerer Datensätze kann die Genauigkeit der geschätzten Parameter deutlich erhöht werden. Die Nutzung von Permanent Scatterern ist ein essentieller Bestandteil einiger der in Abschnitt 3.2.3 angesprochenen Verfahren. Niedriges Phasenrauschen in den Permanent Scatterern ist Voraussetzung für die Konvergenz dieser Ansätze (FERRETTI et al. 1999, FERRET-TI et al. 2000, COLESANTI et al. 2003a, COLESANTI et al. 2003b, MORA et al. 2001, MORA et al. 2002).

Die Schätzung von Unbekannten aus multi-temporalen SAR Interferogrammen im Rahmen des Gauss-Markov Modells kann grundsätzlich auch zur Beobachtung von Gletscheroberflächen und deren Bewegung eingesetzt werden. Eine direkte Übertragung der in Abschnitt 3.2.3 angebotenen Verfahren auf die simultane Schätzung von Topographie und Bewegung polarer Gletscher ist jedoch nicht möglich. Diese Verfahren nutzen meist das Prinzip der Permanent Scatterer. Wegen der Beschaffenheit der Gletscheroberfläche und wegen ihrer permanenten Bewegung können in vergletscherten Gebieten aber grundsätzlich keine Permanent Scatterer identifiziert werden. Auch die in (HANSSEN 2001) vorgestellte Methode kann nicht direkt auf das vorliegende Problem übertragen werden. Der dort entwickelte Ansatz erlaubt in der dargestellten Form nur die Schätzung eines ausgewählten Parameters und nicht die simultane Bestimmung mehrerer Unbekannter.

Die Entwicklung des neuen Verfahrens zielt daher darauf ab, die Stärken der in Abschnitt 3.2.3 beschriebenen Verfahren zu kombinieren und auf die Problemstellung der simultanen Schätzung von Topographie und Bewegung polarer Gletscher zu übertragen. Die einzelnen Ziele sind:

- Nutzung der Kleinste-Quadrate-Ausgleichung zur Kombination der Information multi-temporaler SAR Interferogramme
- Modellierung der Statistik der interferometrischen Phase
- Simultane Schätzung von mehreren Unbekannten, insbesondere der Topographie und der Oberflächenbewegung
- Untersuchung der Genauigkeit und Zuverlässigkeit des Ansatzes sowie Analyse des Einflusses von systematischen Fehlern
- Optimierung der Genauigkeiten der geschätzten Parameter
- Realistische Modellierung der Gletscherbewegung zur Vermeidung von Modellfehlern
- Test des Verfahrens mit realen Daten

4 Simultane Schätzung von Topographie und Dynamik polarer Gletscher

In diesem Kapitel wird ein neues Verfahren vorgestellt, das die simultane Schätzung der Gletschertopographie und der Gletscherbewegung aus einer Vielzahl multi-temporaler SAR Interferogramme erlaubt. Der Ansatz basiert auf einer Kombination mehrerer SAR Interferogramme in einer Kleinste-Quadrate-Ausgleichung nach dem Gauss-Markov Modell. Um die multi-temporalen Datensätze zu verbinden, wird ein räumlich-zeitliches Modell aufgestellt, das die Eigenschaften der Objektoberfläche sowie deren zeitliche Veränderung beschreibt. Dieses Modell is flexibel und erlaubt bei steigender Anzahl an Datensätzen eine Anpassung der Parametrisierung, so dass die realen Eigenschaften des Untersuchungsobjekts besser beschrieben werden können. Gegenüber nicht überbestimmten Systemen, hat der vorliegende Ansatz den Vorteil, dass unbekannte Parameter aus einer großen Anzahl Beobachtungen geschätzt werden und Genauigkeit und Zuverlässigkeit der Schätzergebnisse angegeben werden können. Da der Ansatz auf der Theorie der vermittelnden Ausgleichung beruht, können die in dieser Theorie verfügbaren Analyseverfahren eingesetzt werden, um die Genauigkeit und Zuverlässigkeit des Ansatzes zu analysieren. Zusätzlich lässt sich die Qualität der implementierten Modelle überprüfen und der Einfluss von Fehlern dieser Modelle auf die unbekannten Parameter abschätzen.

Im Abschnitt 4.1 wird zunächst eine kurze Einführung in die Theorie der Kleinste-Quadrate-Ausgleichung, der theoretischen Grundlage der entwickelten Parameterschätzung, gegeben. Die Beobachtungen, die in den Ansatz einfließen, sowie die zu bestimmenden Unbekannten werden in Abschnitt 4.2 vorgestellt. Eine Darstellung der implementierten Modelle und eine Charakterisierung der stochastischen Eigenschaften der Daten und Modelle folgt in den Abschnitt 4.3 und 4.4. Die Beschreibung des Aufbaus des Schätzverfahrens erfolgt in Abschnitt 4.5.

4.1 Vermittelnde Ausgleichung zur Schätzung unbekannter Parameter

Liegt ein Vektor von Beobachtungen b der Länge n und ein Vektor von unbekannten, zu bestimmenden Parametern x der Länge u < n vor, so ist es die Aufgabe eines Ausgleichungsverfahrens, die Menge der Beobachtungen b auf die Menge der Unbekannten x abzubilden. Wesentlich für eine erfolgreiche Abbildung ist die Formulierung von funktionalen Zusammenhängen zwischen Beobachtungen und Parametern. Bei der Ausgleichung nach vermittelnden Beobachtungen wird jede Beobachtung als Funktion f der unbekannten Parameter dargestellt.

$$b = f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_{u-1}, x_u)$$
(4.1)

Gleichung (4.1) wird in der Regel als Funktionalmodell bezeichnet. Das wegen u < n überbestimmte reguläre Gleichungssystem mit n Beobachtungen und u < n Unbekannten, ist im Sinne der linearen Algebra nur dann eindeutig lösbar, wenn alle Beobachtungen fehlerfrei sind, d.h. wenn keine Messunsicherheiten vorliegen. Für tatsächliche Beobachtungen ist die Freiheit von Fehlern in der Regel nicht gegeben. Daher treten Widersprüche im Gleichungssystem auf, die dadurch kompensiert werden, dass jeder Beobachtung b eine Verbesserung v zugeordnet wird. Die in der Ausgleichung geschätzten Parameter sollen dann die ursprünglichen funktionalen Zusammenhänge erfüllen. Das funktionale Modell für fehlerbehaftete Beobachtungen hat die Form

$$b + \hat{v} = f(\hat{x}_1, \hat{x}_2, \hat{x}_3, \dots, \hat{x}_{u-1}, \hat{x}_u)$$
(4.2)

Hierbei sind \hat{v} und \hat{x}_i die Schätzwerte der Verbesserungen bzw. der Unbekannten. Sind Genauigkeitsangaben für die Beobachtungen vorhanden, so können diese zur gegenseitigen Gewichtung der Beobachtungen verwendet werden. Diese Genauigkeitsinformation beeinflusst über das Funktionalmodell die ausgeglichenen Parameter. Die a priori Information über die Genauigkeit der Beobachtungen wird in der so genannten *Kovarianzmatrix K*_{bb} zusammengestellt und als *stochastisches Modell* bezeichnet.

Mit Hilfe des Funktionalmodells und des stochastischen Modells werden unter Vorgabe einer *Ausgleichungsbedingung* die Beobachtungen auf die Unbekannten abgebildet. Zur Lösung überbestimmter Gleichungssysteme sind verschiedene Ansätze bekannt, die sich anhand ihrer *Ausgleichungsbedingung* unterscheiden.

Da analytische Verfahren der vermittelnden Ausgleichung auf die Lösung von linearen Gleichungssytemen beschränkt sind, werden für die Parameterschätzung lineare Beziehungen zwischen Beobachtungen und unbekannten Parametern vorausgesetzt. Falls die Beziehungen nichtlinear sind, ist es demnach notwendig, diese durch Methoden der numerischen Mathematik zu linearisieren. Dabei nutzt man die Tatsache, dass für jede stetig differenzierbare Funktion der Funktionswert f in einem Nachbarschaftsbereich $\mathring{x} + \Delta x$ durch Tangenten approximiert werden kann, wenn die Funktion in \mathring{x} bekannt ist und ein hinreichend gleichmäßiger Funktionsverlauf gewährleistet ist bzw. der Fortschritt Δx klein ist. Unter diesen Voraussetzungen kann eine stetige nichtlineare Funktion also durch eine Taylor-Reihe

$$f(\overset{\circ}{x} + \Delta x) = f(\overset{\circ}{x}) + \frac{\delta f}{\delta \overset{\circ}{x}}(\Delta x) + \frac{1}{2}\frac{\delta^2 f}{\delta \overset{\circ}{x}^2}(\Delta x^2) + \dots$$
(4.3)

dargestellt werden. Wegen der für die Ausgleichung geforderten Linearität wird die Taylor-Entwicklung nach den Gliedern erster Ordnung abgebrochen. Diese Näherung führt zu einer guten Approximation für $f(\hat{x} + \Delta x)$, wenn die Fortschritte Δx klein, bzw. die Näherungswerte \hat{x} gut sind. Die partiellen Ableitungen werden an den Näherungswerten ausgewertet und in der so genannten *Jacobi-Matrix A* angeordnet. Die Unbekannten werden dann durch iterative Schätzverfahren bestimmt. Damit gilt

$$\hat{x} = \ddot{x} + \Delta \hat{x}. \tag{4.4}$$

Unter allen statistischen Schätzverfahren in Naturwissenschaft und Technik ist für Ausgleichungsaufgaben die *Methode der kleinsten Quadrate*, in moderner Terminologie auch *Schätzung nach* L_2 *Norm*, das am häufigsten angewandte Schätzprinzip (NIEMEIER 2001). Bei der *Methode der kleinsten Quadrate* wird die optimale Lösung eines Gleichungssystems basierend auf der Minimierung der Funktion

$$\delta = \hat{v}^T P_{bb} \hat{v} \quad \to \quad min \tag{4.5}$$

gesucht (KOCH 1987). P_{bb} entspricht dabei der Gewichtsmatrix, die bei der Parameterschätzung für gleichgenaue und unkorrelierte Beobachtungen zu einer Einheitsmatrix entartet. Wird eine Gewichtung der Beobachtungen berücksichtigt, bezeichnet man den Ausgleichungsansatz in der Regel als *Gauss-Markov-Modell*. Das *Funktionalmodell* einer derartigen Ausgleichung ergibt sich nach Gleichung (4.2), (4.3) und (4.4) zu

$$\hat{v} = A\Delta\hat{x} - w. \tag{4.6}$$

mit $w = b - f(\overset{\circ}{x})$. Das stochastische Modell entspricht

$$K_{bb} = \sigma_0^2 Q_{bb} = \sigma_0^2 P_{bb}^{-1}.$$
(4.7)

Die Kofaktormatrix Q_{bb} beschreibt die Genauigkeitsrelationen zwischen den Beobachtungen. σ_0^2 gibt das allgemeine "Genauigkeitsniveau" an und wird oft mit dem Begriff Varianzfaktor bezeichnet. In vielen Ansätzen wird der Varianzfaktor $\sigma_0^2 = 1$ gesetzt. In diesem Fall wird die Kofaktormatrix Q_{bb} der Kovarianzmatrix K_{bb} gleichgesetzt. Nach dem Gauss-Markov-Modell, lassen sich die ausgeglichenen Unbekannten \hat{x} sowie die ausgeglichenen Beobachtungen \hat{b} nach Gleichung (4.5) und (4.6) durch die Gleichungen

$$\hat{x} = \Delta \hat{x} + \overset{\circ}{x} = \left(A^T P_{bb} A\right)^{-1} A^T P_{bb} w + \overset{\circ}{x}$$

$$\tag{4.8}$$

$$\hat{b} = \hat{v} + b = A\Delta\hat{x} - w + b \tag{4.9}$$

berechnen (NIEMEIER 2001). Ein wesentlicher Aspekt einer Ausgleichung ist die Möglichkeit, aus den Ergebnissen der Ausgleichung Informationen über die Qualität der Ergebnisse abzuleiten. Genauigkeitsmaße für die ausgeglichenen Parameter \hat{x} und die ausgeglichenen Verbesserungen \hat{v} zu den Beobachtungen werden in den Kovarianzmatrizen $\hat{K}_{\hat{x}\hat{x}}$ und $\hat{K}_{\hat{v}\hat{v}}$ zusammengefasst.

$$\hat{K}_{\hat{x}\hat{x}} = \hat{\sigma}_0^2 \left(A^T P_{bb} A \right)^{-1} \tag{4.10}$$

$$\hat{K}_{\hat{v}\hat{v}} = \hat{\sigma}_{0}^{2} \left(Q_{bb} - A Q_{\hat{x}\hat{x}} A^{T} \right) = \hat{\sigma}_{0}^{2} \left(Q_{bb} - A \left(A^{T} P_{bb} A \right)^{-1} A^{T} \right)$$
(4.11)

Die ausgeglichenen Kovarianzmatrizen lassen sich in zwei Komponenten zerlegen, den Skalar $\hat{\sigma}_0^2$ und die Matrix $(A^T P_{bb} A)^{-1}$. Die Matrix wird durch das Funktional-Modell und das stochastische Modell festgelegt. $\hat{\sigma}_0^2$ ist eine stochastische Größe deren Wert in der Ausgleichung mit

$$\hat{\sigma}_0^2 = \frac{\hat{v}^T P_{bb} \hat{v}}{n-u} \tag{4.12}$$

geschätzt wird.

4.2 Beobachtungen und Unbekannte

Auf der Grundlage der aus SAR Daten abgeleiteten Beobachtungen sollen als Unbekannte die Geländeoberfläche h und die Oberflächengeschwindigkeit $v = \frac{\delta r}{\Delta t}$ polarer Gletscher geschätzt werden. Die Bestimmung der Oberflächengeschwindigkeit wird, im Rahmen der Ausgleichung, auf die Schätzung ihrer Komponente in Blickrichtung des Sensors beschränkt. Die Variablen δr und v bezieht sich daher im Folgenden immer auf die Oberflächenbewegung in Blickrichtung des Sensors. Die Parameterschätzung erfolgt nach der in Abschnitt 4.1 vorgestellten Theorie der vermittelnden Ausgleichung. Die Beziehungen zwischen den Beobachtungen und den Unbekannten h und v werden im Funktionalmodell des Ausgleichungsansatzes beschrieben. Das stochastische Modell erlaubt die Gewichtung der Beobachtungen entsprechend ihrer Genauigkeitseigenschaften.

Als primäre Datenquelle zur Durchführung dieser Studie werden so genannte SLC (Single Look Complex) Datensätze des ERS C-Band SARs mit einer Bodenabdeckung von ca. $100x100 \text{ km}^2$ verwendet. Dabei sind die ursprünglichen SAR Beobachtungen, wie sie von der SAR Antenne empfangen werden, bereits unter Verwendung eines kohärenten SAR Prozessors zu einem Bild verarbeitet worden. Die SAR Prozessierung ist standardisiert, so dass konstante Bildeigenschaften gewährleistet werden. Die SLC Daten werden mit einer Bodenpixelgröße von ca. 4×20 m bereitgestellt. Die Bilddaten liegen in komplexer Form vor und beinhalten Information über die Amplitude und die Phase des zurückgestreuten Signals.

Für die interferometrische Prozessierung werden jeweils zwei SAR SLC Szenen zu einem Interferogramm kombiniert. Die Auswahl der Partner ist dabei nicht beliebig. Unter anderem werden hohe Anforderungen an die geometrische Konfiguration - parametrisiert durch die *räumliche Basislinie B* - und die temporale Trennung der beiden SAR Beobachtungen - auch als *zeitliche Basislinie* bezeichnet - gestellt. Wie in Abschnitt 2.2.4 vorgestellt wurde, ist die maximale Länge der verwendbaren Basislinien auf die so genannte *kritische Basislinie* $B_{\perp,krit}$ beschränkt. Ausgeprägte Volumenstreuung, wie sie über schneebedeckten Gebieten oft auftritt, beschränkt die effektiv nutzbare kritische Basislinie $B_{\perp,krit}$ bei Verwendung von ERS SAR Daten auf nur $B_{\perp,krit} = 250 - 300$ m. Die Wahl der zeitlichen Basislinie wird vor allem durch die zeitliche Dekorrelation des SAR Signals beschränkt. Wie in Abschnitt 2.3.2 beschrieben, führen besonders in polaren Regionen Änderungen der Zusammensetzung des Streuvolumens durch klimatische Einflüsse in kürzester Zeit zur Dekorrelation der Signale. Zur Gewährleistung von Interferogrammen mit hoher Kohärenz werden nur Daten der ERS Tandem Mission mit einem Beobachtungsintervall von nur einem Tag verwendet. Wegen $\Delta t = 1$ gilt $v = \frac{\delta r}{\Delta t} = \delta r$. Deswegen werden im Weiteren die Begriffe Oberflächenbewegung und Oberflächengeschwindigkeit äquivalent verwendet und durchweg mit der Variable v bezeichnet.

Als Beobachtungen werden die interferometrischen Phasen von Q Interferogrammen in die Parameterschätzung eingeführt. Die Phasen aller Interferogramme wurden zuvor unter Verwendung eines Minimum Spanning Tree Verfahrens abgewickelt. In allen Beobachtungen wurde eine Phasenfilterung durch Multilooking vorgenommen, um gute Voraussetzungen für die Abwicklung der mehrdeutigen interferometrischen Phase zu gewährleisten. Alle SAR Aufnahmen wurden vor der Interferogrammgenerierung auf ein Masterbild koregistriert. Die geometriebedingte Phasenkomponente wurde unter Verwendung von ERS D-PAF Precision Orbits bestimmt und korrigiert. Residuale Phasenrampen wurden unter Verwendung von Punkten bekannter Höhe entfernt. Der Prozess der Reduktion der geometriebedingten Phasenkomponente wird als fehlerfrei betrachtet. Die Beobachtungen liegen in Form von Matrizen mit I Zeilen und J Spalten vor. Die Anzahl der Beobachtungen im Gauss-Markov Modell beläuft sich demnach auf $n = i \cdot j \cdot Q$ mit i = 1, ..., I und j = 1, ..., J.

4.3 Funktionalmodell

Wie in Abschnitt 4.1 beschrieben, werden im funktionalen Modell deterministische Beziehungen zwischen den Beobachtungen b und den unbekannten Parametern x formuliert. Die Gültigkeit der durch das Funktional-Modell beschriebenen Beziehungen ist im Rahmen des Ausgleichungsansatzes mit statistischen Methoden zu überprüfen.

Zur Lösung der vorliegenden Aufgabe werden drei verschiedene Gruppen funktionaler Zusammenhänge kombiniert.

- Über die Funktion der interferometrischen Abbildung wird der funktionale Zusammenhang der Phaseninformation eines Pixels mit verschiedenen geophysikalischen Parametern hergestellt.
- Durch Verwendung eines zeitabhängigen Fließmodells wird die zeitliche Veränderung des untersuchten Objekts beschrieben. Dadurch wird eine Verknüpfung der multi-temporalen Datensätze erreicht. Die Komplexität dieses Modells steuert den Bedarf an Datensätzen und die Qualität der Modellierung.
- Mit Hilfe eines Objektoberflächenmodells werden funktionale Zusammenhänge zwischen den beobachteten Phasenwerten in einer begrenzten Nachbarschaft eingeführt. Dadurch wird eine Glättung der geschätzten Parameter erreicht. Des weiteren erlaubt die Einführung eines Oberflächenmodells eine Verminderung des Prozessierungsaufwands in der Ausgleichung und eine Steigerung der Redundanz.

Im Folgenden werden die funktionalen Zusammenhänge der drei Modellgruppen hergeleitet und ihre charakteristischen Eigenschaften ausführlicher beschrieben.

4.3.1 Interferometrisches Modell

Die Eismassen eines Gletschers fließen unter ihrem eigenen Gewicht langsam in alle Richtungen hangabwärts. Wegen der andauernden Bewegung des Gletscherkörpers weist die Phase jedes mit entsprechender zeitlicher Basis aufgenommenen SAR Interferogramms signifikante Bewegungskomponenten ϕ_{bew} auf. Die abgewickelte interferometrische Phase ϕ_{unw} eines über vergletschertem Gebiet erfassten Repeat-Pass-Interferogramms wird von vielen Parametern beeinflusst. Die dominanten Einflüsse sind jedoch die topographische Höhe h des Geländes, die kohärente Bewegung v der Gletscheroberfläche in Sensorblickrichtung, die Differenz der atmosphärischen Laufzeitverzögerung Δsd zu den Aufnahmezeitpunkten t_1 und t_2 und die Eindringtiefe des RADAR Signals d. Die Phase einer Beobachtung an der Stelle (i, j) im Interferogramm setzt sich damit – unter Berücksichtigung von $\Delta t = 1$ und daraus folgend $v = \delta r$ – zusammen aus

$$\phi_{unw}^{i,j} = -\frac{4\pi}{\lambda} \left(\frac{B^{i,j} \cos(\theta^{i,j} - \alpha^{i,j})}{r^{i,j} \sin(\theta^{i,j})} h^{i,j} + v^{i,j} + \Delta s d^{i,j} \right) - \arctan\left(-\frac{2\pi \cdot \sqrt{\epsilon'} \cdot d^{i,j} \cdot B_{\perp}^{i,j}}{r^{i,j} \lambda \tan(\theta^{i,j})} \right)$$
(4.13)

In dieser Darstellung wird angenommen, dass die geometriebedingte Phasenkomponente bereits korrigiert ist. Für jedes Pixel im Interferogramm stehen einer beobachteten interferometrischen Phase vier Unbekannte Parameter gegenüber. Eine Lösung dieses unterbestimmten Problems kann auf zwei verschiedenen Wegen erfolgen. Die erste Möglichkeit besteht darin, a priori Information in das Gleichungssystem einzubinden. Diese Strategie kann angewendet werden, wenn ein oder mehrere Parameter des Gleichungssystems bekannt sind. Aus anderen Daten abgeleitete Geländemodelle, oder Wissen über das Deformationsverhalten der Oberfläche sind beispielsweise geeignete Informationsquellen, die es erlauben, die Anzahl der zu schätzenden Unbekannten zu reduzieren. In polaren Gebieten ist derartige Vorinformation jedoch im allgemeinen nicht verfügbar. Alternativ können für jedes Pixel zusätzliche unabhängige Phasenbeobachtungen eingeführt werden. Dies kann durch Kombination mehrerer multi-temporaler Datensätze erfolgen. Um das Schätzverfahren in allen polaren Gebieten einsetzen zu können, erfolgt in dieser Arbeit die Lösung des unterbestimmten Gleichungssystems durch die Einbindung zusätzlicher Beobachtungen, die durch die Kombination einer Vielzahl multi-temporaler SAR Interferogramme ermöglicht wird. Zusätzlich ist die Einbindung von Annahmen über die Veränderung einiger Parameter mit der Zeit notwendig, um ein redundantes Gleichungssystem zu erhalten, das die Schätzung der unbekannten Parameter ermöglicht.

4.3.2 Verbindung der multi-temporalen Datensätze

Um die Phasenkomponenten in Gleichung (4.13) mit Hilfe eines multi-temporalen Ansatzes trennen zu können, muss ein funktionaler Zusammenhang zwischen den Unbekannten in den verschiedenen Datensätzen aufgestellt werden. Dies kann nur für deterministische Signale gelingen, also für Signale, die keinem stochastischen Prozess entspringen. Betrachtet man Gleichung (4.13), so gilt dies in erster Linie für die Beiträge der Geländetopographie h und der Oberflächenbewegung v. Standardmäßig wird bei Ansätzen der Vier-Pass-Interferometrie die Konstanz der Geländetopographie, sowie die Stabilität der Gletscherbewegung vorausgesetzt (vergleiche Abschnitt 2.3.1). Wegen der in der Regel langsamen Änderung der Topographie h mit der Zeit, und der beschränkten Sensitivität der interferometrischen Phase gegenüber Änderungen von h wird die topographische Höhe zeitlich konstant modelliert. Pro Pixel betrachtet, werden damit die zuvor Q Topographie-Unbekannten auf eine Unbekannte reduziert. Den Ausführungen in Abschnitt 3.1.2 folgend ist die Annahme einer konstanten Fließgeschwindigkeit bei der Verwendung von ERS-Tandem Interferogrammen in den meisten Fällen nicht korrekt. Die Modellierung einer zeitabhängigen Fließgeschwindigkeit v(t) kann auf der Basis physikalischer Fließmodelle oder durch approximierende mathematische Funktionen erfolgen. Die Wahl eines physikalischen Modells bringt die Fließgeschwindigkeit v(t) in Zusammenhang mit verschiedenen physikalischen Parametern und erlaubt so eine Berücksichtigung der physikalischen Eigenschaften der Gletscherbewegung. Die funktionalen Zusammenhänge in physikalischen Gletscherfließmodellen beinhalten eine hohe Anzahl freier Parameter, sind meist sehr komplex und hochgradig nicht-linear. Die Verwendung derartiger Modelle geht demnach mit einem hohen Modellierungsund Invertierungsaufwand einher und erfordert eine hohe Anzahl von Beobachtungen. Die Approximation des Fließverhaltens durch einfache mathematische Funktionen erlaubt die Beschreibung der Geschwindigkeitsvariationen mit geringem Aufwand. Die Parameter solcher Modelle tragen allerdings keine physikalische Information. Um die Komplexität, den Modellierungsaufwand, sowie die Anforderungen an die Anzahl der Beobachtungen zu reduzieren, wurde in dieser Arbeit auf die Verwendung eines physikalischen Fließmodells verzichtet. Stattdessen wurde auf eine mit geringerem Aufwand verbundene mathematische Modellierung zurückgegriffen.

Bei der Wahl der mathematischen Funktion kann im allgemeinen zwischen linearen und nicht-linearen Funktionen unterschieden werden. Lineare Funktionen haben gegenüber nicht-linearen einige entscheidende Vorteile:

- Die Lösung linearer Probleme ist in der Regel mit geringerem Rechenaufwand möglich.
- Die Erweiterung des Modells um zusätzliche Terme ist in der Regel einfach.
- Lineare Approximationsfunktionen sind additiv. Die Eigenschaft der Additivität erleichtert unter anderem die Durchführung experimenteller Sensitivitätsuntersuchungen, bei der man ausgewählte Datensätze mit additiven Störungen überlagert und deren Auswirkungen auf die Approximationsfunktion studiert.
- Zur Schätzung der Parameter der Funktion sind keine Iterationen erforderlich.
- Die vermittelnde Ausgleichung ist, wie viele andere mathematische Schätzverfahren, besser für die Lösung linearer Problemstellungen geeignet.

Aus diesen Gründen wird für die Beschreibung der zeitlichen Änderung der Gletscherbewegung auf lineare Funktionen zurückgegriffen. Für die Wahl der endgültigen Approximationsfunktion sind zusätzlich die Eigenschaften der zu verknüpfenden Ausgangsdaten zu betrachten. Da nicht jedes der in regelmäßigen Abständen aufgenommenen ERS Bildpaare für eine interferometrische Verarbeitung geeignet ist, sind die Stützpunkte der multi-temporalen Beobachtungsreihe in der Regel nicht äquidistant verteilt. Zur Interpolation nicht äquidistanter Abtastwerte eignet sich vor allem die stückweise Lagrange-Interpolation, die zu einer Anzahl von (f+1) Punkten einer Ebene ein Polynom höchstens f-ten Grades bestimmt. Da im vorliegenden Schätzverfahren neben den Parametern des Fließmodells zusätzlich noch die unbekannte Geländetopographie h ermittelt wird, verringert sich der maximal zulässige Grad \bar{u} des Polynoms auf $\bar{u} = Q - 1$. Q entspricht dabei der Anzahl der multi-temporalen Datensätze. Um zumindest eine Redundanz von 1 im zeitlichen Modell zu gewährleisten wird \bar{u} nochmals um 1 reduziert und errechnet sich schließlich aus $\bar{u} = Q - 2$. Ist die Anzahl der multi-temporalen Beobachtungen gering, so ist anzuraten, als Grad der Lagrange-Interpolation einen Wert zu wählen der möglichst nah an \bar{u} liegt, um eine gute Beschreibung der Oberflächenbewegung zu erzielen. Ist die Anzahl der Datensätze groß, so muss der maximale zulässige Grad des Polynoms nicht ausgenutzt werden. Die Bewegung der Oberfläche v(t) wird bei Verwendung des maximal zulässigen Grads der Interpolation durch die Funktion

$$v(t) = \sum_{g=1}^{\bar{u}} a_g t^{g-1} \tag{4.14}$$

angenähert. Da die hier beschriebenen Modelle die zeitliche Änderung der gesuchten Unbekannten beschreiben, werden diese im weiteren unter dem Begriff *zeitliches Modell* zusammengefasst. Dieses enthält die zeitliche Beschreibung der Topographie h(t) = const und der Oberflächenbewegung $v(t) = \sum_{g=1}^{Q-\bar{u}} a_g t^{g-1}$ einer Auflösungszelle.

4.3.3 Räumliche Modellierung

Ist die Abtastrate der digitalen interferometrischen Datensätze höher als es zur Representation ihres Informationsgehaltes erforderlich wäre, dann ist es nicht notwendig, die Unbekannten der Ausgleichung, die topographische Höhe *h* und die Fließgeschwindigkeit *v*, in jedem Pixel der Interferogramme zu berechnen. Im vorliegenden Fall wird die Schätzung der Unbekannten, Topographie und Bewegung, nur in den Knoten eines regelmäßigen räumlichen Rasters durchgeführt. Die *räumliche Modellierung* hat dann die Aufgabe, den funktionalen Zusammenhang zwischen den beliebig verteilten Beobachtungen und den Unbekannten in den Gitterknoten zu beschreiben. Basis für die Beschreibung ist dabei die räumliche Anordnung der Beobachtungen und Unbekannten zueinander. Diese Beschreibung erlaubt es, die unbekannten Funktionswerte in den Gitterknoten, unter Verwendung einer Flächenfunktion, aus einer Nachbarschaft von gegebenen Interferogrammwerten zu schätzen. Die Flächenfunktion ist dabei so zu wählen, dass sie die Einbindung aller Beobachtungen zur Schätzung der Unbekannten erlaubt, und außerdem die zwischen den Knoten liegenden Funktionswerte approximiert. Unter Berücksichtigung der Flächenfunktion ist die Maschenweite des regelmäßigen Gitters so klein zu halten, dass eine Unterabtastung der Datensätze vermieden wird.

Die Beschränkung auf die Bestimmung der unbekannten Parameter in nur wenigen Gitterpunkten hat mehrere Vorteile. Zum einen wird dadurch die Anzahl der Rechenoperationen, und damit die Rechenzeit, deutlich gesenkt. Zum anderen wird durch diesen Schritt die Redundanz des Ausgleichungssystems, und damit die Möglichkeit zur Aufdeckung grober Fehler in den Beobachtungen, drastisch erhöht. Werden Flächenfunktion und Maschenweite des Gitters richtig gewählt, entsteht durch dieses Vorgehen kein wesentlicher Informationsverlust.

4.3.3.1 Wahl der Flächenfunktion

Zur Definition des regelmäßigen Gitters wird das Untersuchungsgebiet durch gleichabständige parallele Profile in Zeilen- und Spaltenrichtung in rechtwinklige Teilflächen unterteilt. Für jede Teilfläche wird eine Flächenfunktion definiert. Die Schnittpunkte der vertikalen und horizontalen Profile stellen die gesuchten Knoten dar, deren Funktionswerte aus den Beobachtungen und unter Verwendung der definierten Flächenfunktion geschätzt werden sollen. Der funktionale Zusammenhang zwischen einer Beobachtung an der Stelle (i, j) und den Unbekannten in den Knoten (k, l) mit k = 1, ..., K und l = 1, ..., L kann allgemein durch

$$\hat{b}^{i,j} = f(\dots, \hat{x}^{k-1,l-1}, \hat{x}^{k,l-1}, \hat{x}^{k-1,l}, \hat{x}^{k,l}, \dots)$$
(4.15)

dargestellt werden. Um die Schätzung der Unbekannten durchführen zu können, ist die abbildende Funktion f noch festzulegen. f kann als Gewichtsfunktion beschrieben werden, die das Gewicht einer Beobachtung definiert, mit dem sie zur Bestimmung einer Unbekannten beiträgt. Das jeweilige Gewicht ist dabei von der räumlichen Lage der Beobachtung relativ zur Unbekannten und von der gewählten Gewichtsfunktion abhängig. Grundsätzlich stehen für diese Problemstellung verschiedene Gewichtsfunktionen zur Verfügung, die sich in der Anzahl der involvierten Unbekannten und hinsichtlich ihrer Eigenschaft zur Approximation der Beobachtungen unterscheiden.

Eine optimale Gewichtsfunktion für äquidistante Abtastwerte mit Abstand T wird durch die Funktion $sinc(\frac{t}{T})$ definiert. Die Anwendung dieser Gewichtsfunktion emöglicht es die Funktionswerte an den Stellen der Beobachtungen (i, j) exakt zu approximieren, da deren Spektrum innerhalb der Bandbreite des beobachteten Datensatzes den Wert 1 und außerhalb dieser Bandbreite den Wert 0 annimmt (vergleiche Abbildung 4.1 *a*) und *b*)). Dadurch können Aliasing-Effekte und Verformungen des Spektrums des beobachteten Datensatzes vermieden werden (PRATT 2001). Die Verwendung der vollständigen Gewichtsfunktion $sinc(\frac{t}{T})$ ist in der Praxis jedoch nicht realisierbar, da zu deren Berechnung unendlich viele Koeffizienten benötigt werden, deren Werte nur invers proportional zum Abstand vom Zentrum des Kerns abfallen. Folglich müssen zur Schätzung des Funktionswertes eines unbekannten Gitterknotens theoretisch unendlich viele Beobachtungen involviert werden.

Um dieses Problem zu beheben, wird die *sinc*-Funktion in der Regel durch eine Gewichtsfunktion genähert, deren Funktionswerte im Ortsraum schneller abfallen, d.h., deren Gewichtsmaske minimale Länge aufweist (JÄHNE 1997). Näherungen für eine optimale Gewichtsfunktion können z.B. aus Nächste-Nachbarschafts, aus bilinearen und aus kubischen Beziehungen abgeleitet werden (HEIPKE 1990). Weicht die Gewichtsfunktion von der *sinc*-Funktion ab, treten Approximationsfehler auf, die zu Verformungen des Signalspektrums und zu Aliasing Effekten führen. In Abbildung 4.1 ist dieser Effekt für Nächste-Nachbarschafts Beziehungen und eine bilineare Gewichtsfunktion dargestellt. Die hohen Frequenzen des abgetasteten Bildspektrums werden bei der Verwendung dieser Funktion verformt. Zusätzlich werden Bestandteile von periodischen Wiederholungen des Spektrums in das Spektrum des Zielsignals gespiegelt. Der entstehende Fehler ist in der Regel mathematisch quantifizierbar. Informationen darüber sind in (PRATT 2001) zu finden.



Abbildung 4.1: Spektren verschiedener Gewichtsfunktionen: a)Spektrum des nach dem Nyquist-Theorem abgetasteten Datensatzes; b)*sinc*-Rekonstruktionsfilter; c)lineare Gewichtsfunktion; d)Nächste-Nachbarschafts-Gewichtung

Zur Wahl der Gewichtsfunktion, die für die vorliegende Anwendung verwendet werden soll, tragen zwei Entscheidungskriterien bei.

- Um einen schnellen Abfall der Nebenmaxima im Spektrum des Kerns zu gewährleisten, sollte die Gewichtsfunktion erst in hohen Ableitungen Unstetigkeiten aufweisen.
- Um die Anzahl der notwendigen Rechenoperationen im Ausgleichungsansatz möglichst gering zu halten, soll die Gewichtsfunktion zusätzlich eine geringe Länge aufweisen.

Zur Minimierung der Komplexität und des Prozessierungsaufwandes wurde dem zweiten der beiden Kriterien ein höheres Gewicht zugewiesen. Unter Berücksichtigung der beiden Auswahlkriterien inclusive ihrer Gewichtung wurde eine bilineare Gewichtsfunktion ausgewählt. Die Beobachtungen werden folglich durch Bilinearflächen approximiert, die durch jeweils vier Knoten des regelmäßigen Rasters aufgespannt werden. Die gewählte Vorschrift kann jedoch ohne Einschränkung des Verfahrens durch jede andere Vorschrift ersetzt werden.

4.3.3.2 Bilineare Flächenfunktion

Bei der Approximation der Geländeoberfläche durch eine bilineare Flächenfunktion werden die Funktionswerte der unbekannten Gitterknoten aus den Funktionswerten der im Prinzip beliebig verteilten Beobachtungen geschätzt. Für jede Gittermasche wird ein bilineares Polynom definiert, das durch die Funktionswerte der vier angrenzenden Gitterknoten beschrieben wird. Die Gesamtheit aller (k-1)(l-1) Polynome bildet eine Fläche, die in den Funktionswerten stetig ist, entlang der Gitterlinien x=xi, i=2 ... k-1 bzw. y=yi, i=2 ... l-1 aber unstetige erste Ableitungen Δx bzw. Δy aufweist. Eine graphische Darstellung einer bilinearen Fläche ist in Abbildung 4.2 zu sehen. Die Funktionswerte in den Gitterknoten werden als Unbekannte einer vermittelnden Ausgleichung aufge-



Abbildung 4.2: Zusammenhang zwischen den unbekannten Knoten $Z^{k,l}$ und den Beobachtungen $Z^{i,j}$ einer zweidimensionalen bilinearen Flächenfunktion.

fasst. Der Zusammenhang zwischen einem Funktionswert Z an einer beliebigen Stelle des Datensatzes (i, j) und den Funktionswerten der Knoten des bilinearen Rasters $Z^{k,l}$ wird beschrieben durch

$$Z^{i,j} = Z^{k,l} + (Z^{k+1,l} - Z^{k,l})dr + (Z^{k,l+1} - Z^{k,l})dc + (Z^{k+1,l+1} - Z^{k+1,l} - Z^{k,l+1} + Z^{k,l})drdc$$
(4.16)

mit $dr = Z^i - Z^k$ und $dc = Z^j - Z^l$. Der Betrag des Spektrums |U(f)| der bilinearen Gewichtsfunktion fällt für Frequenz $|f| \to \infty$ proportional zu f^{-2} ab. Die Nebenmaxima sind demnach deutlich geringer als die einer Nächste-Nachbarschaft Gewichtsfunktion, für die gilt $|U(f)| \propto f^{-1}$ für $|f| \to \infty$.

4.4 Stochastisches Modell

Im Abschnitt 4.3 wurde das so genannte Funktionalmodell des Schätzverfahrens festgelegt, welches die interferometrischen Beobachtungen mit den unbekannten Parametern, wie zum Beispiel die Topographie und Bewegung des Geländes, in Bezug bringt. In diesem Abschnitt wird das stochastische Modell des Ausgleichungsansatzes definiert. Das stochastische Modell beschreibt die a priori Genauigkeitseigenschaften der Beobachtungen anhand von Varianzen und Kovarianzen. Diese Eigenschaften beeinflussen über die funktionalen Beziehungen direkt die Genauigkeit der unbekannten Parameter. In Abschnitt 4.4.1 wird die Statistik einer SAR Auflösungszelle beschrieben und der Zusammenhang zwischen der interferometrischen Kohärenz und der Phasenstatistik aufgezeigt. Korrelationen zwischen Auflösungszellen werden dabei vernachlässigt. In Abschnitt 4.4.2 werden die theoretischen Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen (Probability Density Functions (*PDF*)) mit den Eigenschaften realer Daten verglichen. Anschließend werden Fehlerquellen betrachtet, die Korrelationen zwischen den Auflösungszellen bewirken. Vor allem wird dabei auf Fehler in den Satellitenorbits (Abschnitt 4.4.3), auf die atmosphärische Laufzeitverzögerung (Abschnitt 4.4.4) und auf das Eindringen der Mikrowellenstrahlung in die Erdoberfläche (Abschnitt 4.4.5) eingegangen.

4.4.1 Signalstatistik einer SAR Auflösungszelle

Bei satellitengetragenen SAR Systemen, mit Wellenlängen im cm-Bereich, setzt sich das von einer Auflösungszelle zurückgestreute Gesamtsignal aus Anteilen vieler einzelner Streuzentren zusammen. Die Antwort eines einzelnen Streuzentrums ist dabei unbekannt und kann aus den Daten nicht rekonstruiert werden. Die Amplitude und Phasenlage des Rückstreusignals wird in der Regel als Summe aller in der Auflösungszelle befindlichen Einzelstreuer dargestellt. Abbildung 4.3 zeigt den Zusammenhang zwischen den Einzelsignalen und dem gesamten Rückstreusignal einer Auflösungszelle in der komplexen Zahlenebene.



Abbildung 4.3: Summation der Streuer innerhalb einer Auflösungszelle dargestellt in der komplexen Zahlenebene. Aus der Vektoraddition aller Einzelsignale (links) ergeben sich Amplitude und Phase des detektierten Gesamtsignals (rechts).

Kann das Gesamtsignal als Summe einer großen Anzahl voneinander unabhängiger Teilsignale aufgefasst werden, von denen jedes zur Summe nur einen unbedeutenden Beitrag liefert, so ist dieses Signal nach dem zentralen Grenzwertsatz annähernd normalverteilt (BRONSTEIN und SEMENDJAJEW 1991). Unter diesen Annahmen kann eine SAR Beobachtung u als komplexe zirkular gaussverteilte Zufallsvariable angenommen werden, deren Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion oder auch Probability Density Function (PDF) durch

$$PDF(u) = PDF(Re\{u\}, Im\{u\}) = \frac{1}{\sigma^2 2\pi} e^{-\frac{1}{2} \left[\frac{(Re\{u\})^2}{\sigma^2} + \frac{(Im\{u\})^2}{\sigma^2}\right]}$$
(4.17)

mit $\sigma^2 = \sigma_u^2 = \sigma_{Re\{u\}}^2 = \sigma_{Im\{u\}}^2$ beschrieben wird. Zur Ableitung der Verteilungsfunktionen der Amplitude A und der Phase ψ des SAR Signals muss eine Transformation der Funktion PDF(u) in die Verteilungsfunktion $PDF(A, \psi)$ durchgeführt werden. Mit den bijektiven Abbildungsgleichungen

$$Re{u} = A\cos(\psi)$$

$$Im{u} = A\sin(\psi)$$
(4.18)

ist die Transformationsvorschrift der bekannten Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion $PDF(Re\{u\}, Im\{u\})$ in die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion $PDF(A, \psi)$ gegeben. Wegen der Erhaltung der Wahrscheinlichkeit muss gelten

$$PDF(A,\psi) = PDF(Re\{u\}, Im\{u\}) \left| \frac{\partial(Re\{u\}, Im\{u\})}{\partial(A,\psi)} \right|$$
(4.19)

Darin bedeutet $\left|\frac{\partial(Re\{u\},Im\{u\})}{\partial(A,\psi)}\right|$ die Funktionaldeterminante der Abbildung. Ausgehend von Gleichung (4.17) mit den Gleichungen (4.18) und (4.19) errechnet sich die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion der Amplitude A und der Phase ψ einer SAR Auflösungszelle zu

$$PDF(A,\psi) = \frac{A}{\sigma^2 2\pi} e^{-\frac{A^2}{2\sigma^2}}$$
(4.20)

Die Randdichtefunktion der Phase ψ erhält man durch Integration über die Amplitude A von A = 0 bis $A = \infty$.

$$PDF(\psi) = \frac{1}{2\pi}, \quad -\pi \le \psi < \pi \tag{4.21}$$

Aus Gleichung (4.21) geht hervor, dass die Phase des von einer Auflösungszelle zurückgestreuten Signals gleichverteilt ist. Die *PDF* der Amplitude des Signals wird durch Integration über die Phase erhalten und ergibt die so genannten *Rayleighverteilung* (siehe (PAPOULIS 1984)). Die *PDF* der Intensität $|u|^2$ eines Pixels lässt sich aus Gleichung (4.17) ableiten. Sie weist eine exponentielle Verteilung auf, die unter dem Begriff *Speckleverteilung* bekannt ist. Die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen der Phase ϕ und der Intensität $|u|^2$ sind in Abbildung 4.4 dargestellt. *PDF* ($|u|^2$) ist hier für den Erwartungswert $E\{|u|^2\} = 1$ gerechnet. Der Abfall der Funktion *PDF* ($|u|^2$) nimmt mit steigendem Erwartungswert $E\{|u|^2\}$ ab. Dementsprechend nimmt das Rauschen des SAR Signals mit steigender Intensität $|u|^2$ zu.



Abbildung 4.4: Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion der Phase (a)) und der Intensität (b)) einer SAR Auflösungszelle.

Auch wenn die Phase ψ einer SAR Aufnahme gleichverteilt ist, muss dies nicht notwendigerweise für das komplexe Produkt zweier SAR Signale gelten. Der Grad an Information, den die Phasedifferenz ϕ zweier zirkular gaussverteilter SAR Signale trägt, hängt vom Grad der Korrelation zwischen beiden Signalen ab. In (BAMLER und HARTL 1998) und (LEE et al. 1994) wird der funktionale Zusammenhang zwischen der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion der Phasedifferenz zweier zirkular gaussverteilter SAR Signale und der Kohärenz dieser Signale hergeleitet.

$$PDF(\phi) = \frac{1 - |\gamma|^2}{2\pi (1 - |\gamma|^2 \cos^2(\phi - \phi_0))} \left[1 + \frac{|\gamma| \cos(\phi - \phi_0) \arccos(-|\gamma| \cos(\phi - \phi_0))}{\sqrt{1 - |\gamma|^2 \cos^2(\phi - \phi_0)}} \right]$$
(4.22)

 ϕ_0 entspricht dabei dem Erwartungswert der Phase und $|\gamma|$ der Intensität des komplexen Korrelationskoeffizienten γ . Gleichung (4.22) gibt die Verteilungsfunktion der interferometrischen Phase in Single-Look Datensätzen an. Wie in Abschnitt 2.2.5 beschrieben, wird bei der interferometrischen Prozessierung häufig *Multilooking* durchgeführt, um die interferometrische Phase zu glätten, und dadurch die Abwicklung der mehrdeutigen Phase zu erleichtern. Dieser Prozess führt zu einer Änderung der Wahrscheinlichkeitsdichte von ϕ . Die Verteilungsfunktion der interferometrischen Phase in Multi-Look Datensätzen wurde unter anderem von (LEE et al. 1994), (TOUGH et al. 1995) und (LEE et al. 1998) hergeleitet und setzt sich zusammen aus

$$PDF(\phi) = \frac{\Gamma(n+\frac{1}{2})(1-|\gamma|^2)^n\beta}{2\sqrt{\pi}\Gamma(n)(1-\beta^2)^{n+\frac{1}{2}}} + \frac{(1-|\gamma|^2)^n}{2\pi} \cdot F(n,1;\frac{1}{2};\beta^2), \quad -\pi < (\phi-\phi_0) < \pi$$
(4.23)

mit

$$\beta = |\gamma| \cos(\phi - \phi_0), \tag{4.24}$$

der Gamma-Funktion

$$\Gamma(a) = \int_{0}^{\infty} t^{a-1} e^{-t} dt \tag{4.25}$$

und der Gausschen Hypergeometrischen Funktion

$$F(n,1;\frac{1}{2};\beta^2) = \frac{\Gamma(\frac{1}{2})}{\Gamma(n)\Gamma(1)} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{\Gamma(n+i)\Gamma(1+i)}{\Gamma(\frac{1}{2}+i)i!} (\beta^2)^i$$
(4.26)

Zur exakten Berechnung der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion in Gleichung (4.23) ist nach Gleichung (4.26) eine Summation mit unendlich vielen Summanden durchzuführen. Der Abbruch der Summation nach wenigen Gliedern führt vor allem für hohe Kohärenzen zu signifikanten Abbruchfehlern. Zur Behebung dieses Problems wird in (LEE et al. 1994) die Hypergeometrische Funktion für kleine n durch trigonometrische und algebraische Funktionen ersetzt. Gleichungen für n = 1, 2, 3 und 4 Looks sind in (LEE et al. 1994) zu finden.

Die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion der interferometrischen Phase für n = 1, 2, 4 und 10 Looks ist in Abbildung 4.5*a*) dargestellt. Die Funktionswerte sind für eine Kohärenz von $|\gamma| = 0.7$ gerechnet. Es ist deutlich zu



Abbildung 4.5: Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion (PDF) und Standardabweichung der interferometrischen Phase für n = 1, 2, 4 und 10 Looks

erkennen, dass eine Erhöhung der Anzahl der Looks mit einer Verbesserung der Phasengenauigkeit einhergeht. Durch Integration über alle ϕ kann aus der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion die Standardabweichung der Phase σ_{ϕ} berechnet werden. Der Verlauf der Standardabweichung σ_{ϕ} , in Abhängigkeit von der Kohärenz, ist in Abbildung 4.5b) exemplarisch für n = 1, 2, 4 und 10 gezeigt. Es ist zu erkennen, das durch Multilooking vor allem für Daten mit niedriger Kohärenz ein deutlicher Gewinn an Phasengenauigkeit erreicht wird. Die Zusammenhänge zwischen der Standardabweichung der interferometrischen Phase, der interferometrischen Kohärenz und der Anzahl der Looks werden für die Bestimmung der Standardabweichungen der beobachteten interferometrischen Phasenwerte verwendet. Damit dient die hier vorgestellte Theorie der Definition der Standardabweichungen der Beobachtungen, und trägt zur Bildung des stochastischen Modells des Ausgleichungsansatzes bei.

4.4.2 Vergleich der theoretischen Standardabweichungen mit Messdaten

Im vorherigen Abschnitt wurde der theoretische Zusammenhang zwischen der Kohärenz und der Standardabweichung der interferometrischen Phase für verschiedene Looks hergeleitet. Zur Verifikation dieser Modelle wird hier ein Vergleich der aus theoretischen Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen abgeleiteten Standardabweichung gen mit den Standardabweichungen von realen Messwerten durchgeführt. Dazu wird die Standardabweichung σ_{ϕ} der Phasenwerte zum einen aus der Kohärenz, und zum anderen direkt aus den beobachteten interferometrischen Datensätzen geschätzt. Wie bei der Schätzung der Kohärenz wird zur Ableitung von σ_{ϕ} aus den Interferogrammen das Scharmittel, unter Annahme der Ergodizität des SAR Signals, durch ein räumliches Mittel ersetzt. Um die Ergodizität genähert zu gewährleisten, muss der Datensatz die Anforderungen der schwachen Stationarität erfüllen. Dies ist gleichbedeutend mit der Forderung, dass die Erwartungswerte der ersten und zweiten Ordnung innerhalb der zur Mittelwertbildung benutzten Nachbarschaft räumlich invariant sind. Dies kann erreicht werden, indem homogene Regionen eines Interferogramms ausgewählt werden, die sich durch vernachlässigbare Topographieeinflüsse und eine homogene Signalintensität auszeichnen, und deren Varianz räumlich näherungsweise konstant ist. Sind keine Regionen mit vernachlässigbarer Geländeneigung zu finden, kann versucht werden die topographiebedingte Phasenkomponente durch geeignete Verfahren zu eliminieren. Dies kann beispielsweise durch die Subtraktion ausgleichender Ebenen von der interferogramm stark zu glätten, und diesen geglätteten Datensatz dann vom originalen Interferogramm abzuziehen.

Um Prozessierungsartefakte in den Ergebnissen zu vermeiden, müssen vergleichbare Verarbeitungsalgorithmen für die Herleitung der Kohärenz und der Standardabweichung aus den Daten gewährleistet werden. Da die Anzahl der zur Mittelung verwendeten Pixel die Genauigkeit der jeweiligen Schätzwerte entscheidend beeinflusst, ist darauf zu achten, dass diese Anzahl für die Schätzung der Kohärenz und für die Ableitung der Standardabweichung aus den Daten identisch ist.

Für den Vergleich der theoretischen Funktion mit den Eigenschaften realer Daten wurde ein ca. $12 \times 12 \text{ km}^2$ großes Fragment aus einem SAR Interferogramm der Insel Hall in Franz-Josef-Land verwendet. Das Gebiet zeigt eine relativ glatte Geländeoberfläche mit einer maximalen Höhendifferenz von ca. 150-200 m. Die Kohärenz im Untersuchungsgebiet variiert von 0.15 bis 0.8 und deckt somit nahezu den gesamten Kohärenzbereich ab, der bei der Verwendung von Repeat-Pass-Interferogrammen zu erwarten ist. Abbildung 4.6 zeigt das Ergebnis der Elimination der topographiebedingten Phasenrampe des Interferogrammfragments. Diese Reduktion wurde durch Differenzbildung zwischen originalem und geglättetem Interferogramm erreicht. Der Erwartungswert der interferometrischen Phase wird durch diesen Prozess auf $E\{\phi\} = 0$ reduziert. Ausgehend von den reduzierten





a)

b)

Abbildung 4.6: Beispiel für die Elimination der topographiebedingten Phasenkomponente aus einem Interferogramm durch Subtraktion einer stark geglättetem Kopie des originalen Datensatzes. Das originale Interferogramm ist in *a*) und das reduzierte Interferogramm in *b*) zu sehen.

Daten aus Abbildung 4.6*b*) wird die Standardabweichung der interferometrischen Phase für jedes Pixel, basierend auf der Funktion

$$\sigma_{\phi} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n} \phi_i^2} \tag{4.27}$$

berechnet. Dabei wird auf die Verwendung einer identischen Pixelanzahl n für die Schätzung der Kohärenz und der Standardabweichung geachtet. Abschließend werden die aus den Daten geschätzten Standardabweichungen den jeweiligen Kohärenzwerten gegenübergestellt und mit den theoretischen Funktionen verglichen. Abbildung

4.7 zeigt eine Gegenüberstellung des theoretischen und des tatsächlichen Verlaufs der Standardabweichung in Abhängigkeit von der Kohärenz. Abbildung 4.7*a*) zeigt den Vergleich für einen 5 Look Datensatz, Abbildung 4.7*b*) für ein 10 Look Datensatz des oben beschriebenen Ausschnitts. Für beide Fälle wird eine gute Übereinstimmung der Theorie mit den Daten nachgewiesen. Die Variation um den theoretischen Wert ist für den 5 Look Fall vergleichsweise hoch. Dies liegt in wesentlichen daran, dass mehr Punkte zum Vergleich zur Verfügung standen. In Abbildung 4.7 ist die Variationsbreite in den verschiedenen Kohärenzbereichen hauptsächlich auf ei-



Abbildung 4.7: Vergleich der mit Hilfe von Modellen gerechneten Standardabweichungen mit den aus den Daten abgeleiteten Standardabweichungen. Links ist ein Vergleich für ein 5-look, rechts für ein 10-look Bild gezeigt. Das Modell ist als durchgezogene Linie dargestellt.

ne inhomogene Verteilung der Messungen mit der Kohärenz zurückzuführen. Sie lässt somit keine Rückschlüsse auf Abhängigkeiten der Variationsbreite von der Kohärenz zu. Bereinigt um die Anzahl der Beobachtungen pro Kohärenzwert ergibt sich für den 5-Look Fall dass die Standardabweichungen für niedrigere Kohärenzen schlechter bestimmt sind. Dieses Verhalten wurde in (LEE et al. 1994) postuliert.

Da die Verwendung eines Modells zur Definition der Standardabweichungen der interferometrischen Phase mit deutlich geringerem Aufwand verbunden ist als die Schätzung von σ_{ϕ} aus den Daten, und da die Ergebnisse beider Ansätze vergleichbar sind, wird die Standardabweichung der Beobachtungen σ_{ϕ} unter Verwendung der theoretischen Zusammenhänge abgeleitet.

4.4.3 Einfluss von Orbitfehlern

Um den funktionalen Zusammenhang zwischen der interferometrischen Phase ϕ und der Höhe des Geländes *h* theoretisch abzuleiten, ist die genaue Kenntnis der interferometrischen Aufnahmegeometrie erforderlich. Um die Aufnahmegeometrie festzulegen, sind Informationen über die Orbits der beteiligten Satelliten notwendig, die in Form von Satelliten-Ephemeriden oder Ortsvektoren zu diskreten Zeitpunkten gegeben sind. Fehler in den Satellitenorbits pflanzen sich in Fehler der aus der interferometrischen Phase abgeleiteten topographischen Höhe *h* bzw. Oberflächenbewegung *v* fort. Da die SAR Interferometrie ein relatives Messverfahren ist, sind nicht die Fehler der einzelnen Orbits selbst, sondern der Einfluss dieser Fehler auf die Genauigkeit der interferometrischen Basislinie entscheidend für die Abschätzung ihres Einflusses auf die Zielparameter. Im einzelnen ist also zu klären, wie sich Orbitfehler auf die interferometrische Basislinie und über die Basisgeometrie auf die Schätzwerte für Topographie und Bewegung auswirken.

Fehler in der Satellitenposition können in Fehleranteile in Flugrichtung des Satelliten (Along-Track), quer zur Flugrichtung (Across-Track) und in radialer Richtung aufgeteilt werden. Die Along-Track Komponenten der Orbitfehler der interferometrischen Partner werden im Laufe der interferometrischen Prozessierung durch den Vorgang der Koregistrierung in der Regel ausreichend korrigiert. Systematische Fehler in der interferometrischen Phase werden damit nur durch Orbitfehler radial und senkrecht zur Flugrichtung verursacht. Der Zusammenhang zwischen radialen und Across-Track Fehlern des Satellitenorbits mit Fehlern in der interferometrischen Basislinie ist durch

$$\sigma_{B_{radial}} = \sqrt{\sigma_{radial,1}^2 + \sigma_{radial,2}^2}$$

$$\sigma_{B_{xtrack}} = \sqrt{\sigma_{xtrack,1}^2 + \sigma_{xtrack,2}^2}$$
(4.28)

gegeben. Gleichung (4.28) gilt unter der Voraussetzung, dass die Fehler in den beiden Satellitenorbits unkorreliert sind (HANSSEN 2001). Zur Ableitung des Einflusses eines Basislinienfehlers auf die interferometrische Phase wird der Zusammenhang der interferometrischen Phase ϕ mit der topographischen Höhe h und den Basisparametern, Basislänge B und Basisneigung α , nochmals dargestellt. Nach Gleichung (2.16) und (2.18) ergibt sich für ϕ in Abhängigkeit von h

$$\phi(h) = \frac{4\pi B}{\lambda} \left(-\sin(\theta_0 - \alpha) - \frac{\cos(\theta - \alpha)}{r \cdot \sin(\theta)} h \right)$$
(4.29)

Der erste der beiden Terme in Gleichung (4.29) entspricht der durch die Aufnahmegeometrie bedingten Referenzphase des Interferogramms, der zweite Term beinhaltet die durch die topographische Höhe einer Auflösungszelle verursachte Phasenkomponente. Zur Bestimmung der Auswirkung eines Fehlers in der Basislinie auf die interferometrische Phase muss durch die partielle Ableitung der Gleichung (4.29) nach dem Parameter *B* zunächst dessen Beziehung zur interferometrischen Phase hergestellt werden:

$$\frac{\delta\phi}{\delta B} = \frac{4\pi}{\lambda} \left(-\sin(\theta_0 - \alpha) - \frac{\cos(\theta - \alpha)}{r \cdot \sin(\theta)} h \right)$$
(4.30)

Unter Verwendung der Gleichung (4.30) kann durch Wahl von $\alpha = 90^{\circ}$ beziehungsweise $\alpha = 0^{\circ}$ der Einfluss eines radialen bzw. eines Across-Track Fehlers des Basisvektors auf die interferometrische Phase abgeleitet werden. Gleichung (4.30) zeigt, dass eine fehlerhafte Bestimmung der Basisline sowohl eine residuale Referenzphase erzeugt (erster Term), als auch zu einem relativen Fehler der geschätzten topographischen Höhe führt (zweiter Term). Der erste der beiden Effekte äußert sich in einem Phasenfehler $\delta \phi_{ref}$ dessen Intensität mit der Streifenbreite rampenartig zunimmt. Der zweite Effekt erzeugt einen Höhenfehler $\frac{\delta h}{h}$, der mit der topographischen Höhe eines Streuers linear zunimmt. Abbildung 4.8 zeigt welche Werte die residuale Referenzphase sowie der relative Höhenfehler in Abhängigkeit von Across-Track (Abb. 4.8 a) und b)) bzw. radialen Fehlern der Basislinie (Abb. 4.8 c) und d)) annimmt. Die Werte für die residuale Referenzphase $\delta \phi_{ref}$ sind auf ein vielfaches ganzer Phasenzyklen normiert dargestellt. Abbildung 4.8 zeigt, dass die interferometrische Phase gegenüber Across-Track Fehlern der Basislinie etwa zweimal so empfindlich ist wie gegenüber radialen Fehlern. Der überwiegende Teil des Phasenfehlers tritt in Form einer fehlerhaft geschätzten Referenzphase auf. Die residuale Referenzphase $\delta\phi_{ref}$ nimmt mit zunehmendem Fehler und zunehmendem Abstand zur ersten Rangezeile stark zu. $\delta\phi_{ref}$ ist unabhängig von der Länge B und der Orientierung α der interferometrischen Basislinie. Der relative Höhenfehler $\frac{\delta h}{h}$ ist unabhängig von der Position des Streuers relativ zum Sensor, aber abhängig von der Länge der effektiven Basislinie und dem Betrag des Basislinienfehlers.

Zur Beurteilung der Ergebnisse in Abbildung 4.8 müssen die Beträge für $\delta \phi_{ref}$ und $\frac{\delta h}{h}$ dem Rauschen der interferometrischen Phase gegenübergestellt werden. Für ERS1/2 Tandem Interferogramme muss bei der Verwendung von Single-Look Daten mit einem mittleren Phasenrauschen von 10% der Wellenlänge, bzw. 0.6 rad gerechnet werden. Um mit einer 99.7% -igen Wahrscheinlichkeit davon ausgehen zu können, dass die maximale residuale Referenzphase kleiner ist als das mittlere Rauschniveau des Interferogramms muss gelten

$$3 \cdot \delta \phi \le 0.6 \, rad \tag{4.31}$$

Ein Phasenfehler von 0.6 rad entspricht für interferometrische Aufnahmekonfigurationen mit Basislinien zwischen 50 und 200 m einem Höhenfehler von 8–30 m. Betrachtet man Abbildung 4.8 *a*) und *c*), so ist zur Einhaltung dieser Anforderungen in Across-Track Richtung eine Basisgenauigkeit von ca. 5 cm und in radialer Richtung eine Basisgenauigkeit von ca. 12 cm einzuhalten. Laut (REIGBER et al. 1996), (SCHARROO und VISSER 1998) und (SCHWÄBISCH 1995) kann bei der SAR Interferometrie mit ERS1/2 Tandem Daten unter Verwendung von so



Abbildung 4.8: *a*)Durch Across-Track Fehler in der interferometrischen Basislinie erzeugte residuale Referenzphase in Vielfachen von 2π . *b*) Durch Across-Track Fehler verursachter relativer Höhenfehler $\frac{\delta h}{h}$ in % in Abhängigkeit von der effektiven Basislinie B_{\perp} . Eine mittlere Entfernung r = 845 km und ein mittlerer Sensorblickwinkel $\theta = 23^{\circ}$ wurden angenommen. In *c*) und *d*) sind die jeweiligen Effekte für den Fall radialer Fehler aufgetragen.

genannten *precise Orbits* von einer Basisgenauigkeit von ca. 7 cm in radialer Richtung und ca. 30 cm in Across-Track Richtung ausgegangen werden. Die Unsicherheit der Across-Track Komponente der ERS *precise Orbits* ist demnach zu groß, um eine voll automatische DOM Generierung zu ermöglichen.

Zur Korrektur des durch Orbitunsicherheiten erzeugten Phasenfehlers ist streng genommen die Rekonstruktion der Across-Track und der radialen Komponente des Orbitfehlers notwendig. Ein Standardansatz zur Behebung der Orbitunsicherheiten ist die Einführung von gleichmäßig verteilten Passpunkten, um die residuale Referenzphase an ausgewählten Stellen des Interferogramms zu bestimmen. Im Falle der Beobachtung von Inseln oder Küstenregionen ist auch die Verwendung von Punkten entlang der Küstenlinien zur Einschränkung der residualen Referenzphase möglich. Tragen mehrere Ursachen zur Bildung der gemessenen interferometrischen Phase bei, treten bei Ansätzen, die auf der Nutzung von Passpunkten beruhen, oft Schwierigkeiten bei der Interpretation der Phasenwerte an den Stellen der Passpunkte sowie der Phasengradienten zwischen den Passpunkten auf. Die Phasenwerte und -gradienten können neben der residualen Referenzphase auch Einflüsse aus atmosphärischen Störungen, topographischen Signalen und Deformationsbeiträgen beinhalten. Die Isolation des Phasenbeitrags durch Orbitfehler ist daher meist schwierig und erfordert Kenntnis über die lokalen Gegebenheiten. Andere Ansätze (HANSSEN 2001) schlagen vor, residuale Referenzphasen durch Anpassung einer Polynomialflächen von Grad 1 bzw. 2 an die Daten zu eliminieren. Wird auf die Korrektur der Basisgeometrie verzichtet, ist eine Restneigung des abgeleiteten Geländemodells in Rangerichtung zu erwarten.

Der durch Across-Track bzw. radiale Ungenauigkeiten des Basisvektors erzeugte relative Höhenfehler $\frac{\delta h}{h}$ bleibt für die Genauigkeitsangaben der *precise Orbits* klein. Er nimmt für kurze Basislinien deutlich zu und erreicht für effektive Basislinien von 10–30 m in etwa einen Wert von 0.1% bzw. 0.1% der topographischen Höhe. Demnach erreicht der relative Höhenfehler erst bei ca. 1000 m bzw. 10000 m Höhendifferenz einen Wert von 10 m und kann daher für viele Anwendungen vernachlässigt werden.

In diesem Abschnitt wurde der Einfluss von fehlerhafter Orbitinformation auf die Phase von ERS1/2 Tandem Interferogrammen untersucht. Die Basisungenauigkeit resultiert in einer fehlerhaft geschätzten Referenzphase sowie in einer fehlerbehafteten Schätzung der topographischen Höhe. In der vorliegenden Arbeit wurde die residuale Referenzphase unter Verwendung von Punkten entlang von Küstenlinien korrigiert. Der Einfluss des relativen Höhenfehlers ist unter Betrachtung der Genauigkeit der Orbitdaten für die vorliegende Anwendung nicht signifikant und wurde für die Konstruktion des stochastischen Modells ignoriert.

4.4.4 Einfluss der atmosphärischen Laufzeitverzögerung

In Abschnitt 2.2.2.1 wurden die atmosphärisch bedingten Einflüsse in SAR Interferogrammen erläutert. Aufbauend auf dieser Information werden die Fehler, die durch die atmosphärische Laufzeitverzögerung in SAR Interferogrammen verursacht werden, genauer analysiert. Der in Abschnitt 2.2.2.1 definierte Weglängenfehler $\Delta s d^k$ lässt sich je nach seiner Entstehung in atmosphärische Signale aufgrund von horizontalen Fluktuationen des Brechungsindex, und Effekte, die durch unterschiedliche vertikale Refraktionsprofile in beiden SAR Aufnahmen entstehen, unterteilen (HANSSEN 2001). Im Folgenden werden die Auswirkung dieser Signaltypen auf die interferometrische Phase analysiert und Wege zur Behebung dieser Fehler aufgezeigt.

Horizontale Fluktuationen des Brechungsindex beeinträchtigen sowohl flaches als auch gebirgiges Terrain. Sind die SAR Interferogramme um den für die gesamte Szene konstanten Betrag des Weglängenfehlers Δsd^k reduziert, so schlagen sich nur noch horizontale Variationen des Weglängenfehlers $\Delta sd^k_{red}(x, y, h) =$ $\Delta s d^k - \Delta s d^k$ in der interferometrischen Phase nieder. Der reduzierte Weglängenfehler $\Delta s d^k_{red}(x, y, h)$ ist mit $E\{\Delta sd_{red}^k(x,y,h)\} = 0$ mittelwertfrei und zeigt die räumliche Variation der Refraktion. Von allen atmosphärischen Parametern, die den Brechungsindex beeinflussen, zeichnet sich die Verteilung des Wasserdampfs durch die höchste zeitliche und räumliche Variabilität aus. Innerhalb der Dimensionen eines SAR Bildes werden horizontale Fluktuationen des Brechungsindex daher überwiegend durch Wasserdampf verursacht. Verschiedene Untersuchungen haben gezeigt, dass atmosphärische Signale in SAR Interferogrammen zum überwiegenden Teil auf die Verteilung des Wasserdampfs in der unteren Troposphäre zurückgeführt werden können (TARAYRE und MASSONNET 1996, HANSSEN und FEIJT 1996). Wie oben erwähnt, ist der Mittelwert des reduzierten atmosphärischen Signals $\Delta sd_{red}^k(x, y, h)$ in SAR Interferogrammen Null, die Momente höherer Ordnung können jedoch, in Abhängigkeit von den jeweiligen Wetterbedingungen, große Werte annehmen. In (HANSSEN 2001) wird das statistische Verhalten des reduzierten Weglängenfehlers $\Delta sd_{red}^k(x, y, h)$ in Repeat-Pass-Interferogrammen untersucht. Unter Verwendung von 26 Interferogrammen über dem Gebiet der Niederlande stellt er Variationen des reduzierten Weglängenfehlers mit einer mittleren Standardabweichung von 6.7 mm fest¹. Die größten Werte für den reduzierten Weglängenfehler $\Delta sd_{red}^k(x, y, h)$ wurden in Interferogrammen mit Beeinträchtigung durch starke Gewitter gefunden und erreichten bis ± 40 mm. Ähnliche Werte werden auch in (TARAYRE und MASSONNET 1996) beschrieben. Den Ergebnissen in (HANSSEN 2001) folgend, muss in Repeat-Pass-Interferogrammen im Mittel mit atmosphärischen Phasenbeiträgen von $\phi_{atm} = 43^{\circ}$ gerechnet werden. Eine mathematische Beschreibung der räumlichen Variation des reduzierten Weglängenfehlers ist nicht möglich, da die Wasserdampfverteilung in der Troposphäre nicht vorhersagbar ist. Außerdem steht bisher kein Instrument zur Messung der Refraktion zur Verfügung, dessen Genauigkeit und dessen räumliche und zeitliche Auflösung ausreichen, um atmosphärische Einflüsse aus Repeat-Pass-Interferogrammen zu eliminieren.

Die Atmosphäre wird als Anordnung einer unendlichen Anzahl dünner horizontal angeordneter Schichten mit unterschiedlicher aber jeweils konstanter Refraktion angenommen. Eine elektromagnetische Welle, die sich in diesem geschichteten Medium ausbreitet, wird gemäß Gleichung (2.21) in ihrer Ausbreitungsgeschwindigkeit beeinflusst, was zu einer fehlerhaft geschätzten Entfernung zwischen Satellit und Auflösungszelle führt. *Änderungen der vertikalen Schichtung* zwischen den Aufnahmezeitpunkten eines Repeat-Pass-Interferogramms erzeugen unterschiedliche Entfernungsfehler in den beiden Beobachtungen der selben Auflösungszelle. Über flachem Gebiet ist der Phasenbeitrag durch unterschiedliche Entfernungsfehler für alle Auflösungszellen identisch. Da SAR Interferogramme für über das gesamte Bild konstante Phasenfehler nicht sensitiv sind, haben Änderungen der

¹Bei den angegebenen Werten handelt es sich um Ein-Wege-Fehler

vertikalen Schichtung, bei der Beobachtung flacher Gebiete, keine Auswirkung. Allerdings beeinflussen Änderungen in der atmosphärischen Schichtung die Phasendifferenzen zwischen Auflösungszellen unterschiedlicher topographischer Höhe. Der Einfluss auf die interferometrische Phasendifferenz zwischen den Punkten P_1 und P_2 ist gegeben durch

$$\Delta \phi_{vs}^{P_1 P_2} = \frac{4\pi}{\lambda \cos(\theta)} 10^{-6} \int_{h(P_1)}^{h(P_2)} \left(N^{t_1}(h) - N^{t_2}(h) \right) dh$$
(4.32)

Er entspricht demnach der Differenz der Refraktivität zwischen den Zeitpunkten t_1 und t_2 , integriert über die Höhen der Punkte P_1 und P_2 . Wegen des relativen Charakters des interferometrischen Prinzips ist der Erwartungswert des Phasenfehlers $E\{\Delta\phi_{vs}\}=0$. Die hohe Turbulenz der vertikalen Schichtung erlaubt keine funktionale Modellierung dieses Effekts. In (HANSSEN 2001) wurden die statistischen Eigenschaften von $\Delta\phi_{vs}$ durch Analyse von 1460 Radiosondenmessungen über dem Gebiet der Niederlande untersucht. Aus diesen Analysen konnte ein empirisches Modell abgeleitet werden, das die Standardabweichung der interferometrischen Phase auf Grund von Änderungen der vertikalen Schichtung der Atmosphäre angibt. Das Modell ist abhängig von der topographischen Höhe h des Objektpunktes und der Zeitdifferenz zwischen den Beobachtungen Δt .

$$\sigma_{\phi_{vs}} = \frac{4\pi}{\lambda \cos(\theta)} \left(33.7 + 0.08\Delta t \right) 10^{-3} \sin\left(\frac{h\pi}{2h_s}\right), \quad 1 \le \Delta t \le 182, \quad 0 \le h \le h_s$$
(4.33)

 Δt ist in Tagen angegeben. $h_s = 5000$ m entspricht einer Skalierungshöhe, über der die Variabilität der Refraktion vernachlässigt werden kann. Für ERS-Tandem Daten mit einer Zeitdifferenz von $\Delta t = 1$ Tag ergibt sich die Standardabweichung $\sigma_{\phi_{vs}}$ für einen Punkt einer topographischen Höhe von h = 1000 m zu $\sigma_{\phi} \approx 75^{\circ}$. Da die Statistik von $\sigma_{\phi_{vs}}$ von der topographischen Höhe des Geländes abhängt, ist eine stochastische Modellierung des Effekts auf die interferometrische Phase nur unter Kenntnis der Geländetopographie möglich. Weil diese Information in den vorliegenden Fällen meist nicht zugänglich ist, kann eine Berücksichtigung im stochastischen Modell nicht erfolgen. Da dieses Modell unter Nutzung von Radiosondendaten einer räumlich begrenzten Region erstellt wurde, ist seine globale Gültigkeit zumindest fragwürdig. In Gebieten mit stabiler atmosphärischer Schichtung sind deutlich geringere Werte für $\sigma_{\phi_{vs}}$ zu erwarten. Vor allem in polaren Regionen ist die Schichtung der Atmosphäre über das ganze Jahr hinweg sehr stabil (LANDSBERG 1970). Zusätzlich ist wegen der niedrigen Temperaturen nur sehr wenig Wasserdampf in der Atmosphäre gelöst. Es wird daher angenommen, dass $\sigma_{\phi_{vs}}$ in polaren Regionen nur sehr kleine Werte annimmt. Werden Gebiete mit geringen Höhendifferenzen untersucht, so wird $\sigma_{\phi_{vs}}$ zusätzlich reduziert (vergleiche Gleichung (4.32)).

Obwohl die atmosphärische Laufzeitverzögerung auch in der SAR Interferometrie, insbesondere bei der Durchführung von Deformationsstudien, eines der Hauptprobleme darstellt, wird in dieser Arbeit sowohl auf eine Einbindung in das funktionale als auch in das stochastische Modell verzichtet. Stattdessen wird versucht, den Einfluss der atmosphärischen Laufzeitverzögerung durch eine geschickte Auswahl der Datensätze zu minimieren. Zur weitgehenden Gewährleistung vergleichbarer meteorologischer Bedingungen für alle Aufnahmezeitpunkte wurden meteorologische Daten mit in den Auswahlprozess der Datensätze einbezogen. Zusätzlich wird angenommen, dass sowohl der Einfluss horizontaler Fluktuationen, als auch der Effekt der vertikalen Schichtung auf die interferometrische Phase in polaren Regionen deutlich geringer ist als in niedrigeren Breiten. In (GRAY et al. 1997) wird der maximale Phasenbeitrag durch atmosphärische Effekte für das Gebiet der amerikanischen Arktis mit 0.25 Phasenzyklen beziffert. Es ist zu erwarten, dass die Phasenbeiträge durch atmosphärische Einflüsse in anderen Gebieten des arktischen Raums eine ähnliche Größenordnung aufweisen.

4.4.5 Eindringtiefe in die Oberfläche

Die Materialeigenschaften der Erdoberfläche bestimmen die Tiefe, bis zu der elektromagnetische Strahlung der Wellenlänge λ in den Boden eindringen kann, und legen damit das zur Rückstreuung beitragende Volumen fest. Die gemessene interferometrische Phase steht in direkter Beziehung zur Entfernung zwischen der Position des Satelliten und dem Zentrum des streuenden Volumens. Ist der Streuvorgang auf die Oberfläche beschränkt, wie es bei der Streuung an felsigem Untergrund, an feuchter Erde oder an Wasseroberflächen der Fall ist, so fällt

dieses Zentrum mit der Erdoberfläche zusammen. Dringt die Strahlung tiefer ein, so sinkt das Zentrum des Streuvolumens unter die Oberfläche. Dieser Effekt führt in Gebieten mit betonter Volumenstreuung zu einer systematischen Unterschätzung der Geländeoberfläche. Der mathematische Zusammenhang zwischen der Eindringtiefe d und der dadurch erzeugten Phasenkomponente ϕ_{et} ist in Gleichung (2.23) dargestellt. Zur Beurteilung des Einflusses dieses Phasenbeitrags auf die Schätzwerte für die Geländetopographie und die Oberflächenbewegung ist zu unterscheiden, ob die Eindringtiefe d über die Zeit konstant bleibt oder sich mit der Zeit ändert.

Ist die Eindringtiefe d unabhängig von der Zeit t, so führt die Eindringtiefe zu einer Unterschätzung der Topographie um den Faktor

$$\Delta h_{et} = \frac{\lambda r \sin(\theta)}{4\pi B_{\perp}} \phi_{et} = \frac{\lambda r \sin(\theta)}{4\pi B_{\perp}} \arctan\left(-\frac{2\pi \sqrt{\epsilon'} dB_{\perp}}{r\lambda \tan(\theta)}\right)$$
(4.34)

Da der Anteil der Eindringtiefe ϕ_{et} an der interferometrischen Phase wie der Anteil der Topographie ϕ_{topo} von der Aufnahmegeometrie abhängt, können Effekte der Eindringtiefe durch differentielle Ansätze eliminiert werden. Sie beeinflussen demnach nicht die Schätzung der Oberflächenbewegung v. Variiert die Eindringtiefe mit der Zeit, so entsteht in jedem Interferogramm eine Phasenkomponente $\Delta \phi_{et}(t)$, die nicht durch differentielle Verarbeitung zweier Interferogramme eliminiert werden kann. In diesem Fall wird sowohl der Schätzwert für die topographische Höhe der Oberfläche als auch die abgeleitete Oberflächenbewegung verfälscht.

Die typischen Eindringtiefen eines C-Band Mikrowellensignals in verschiedene Eis und Schneeoberflächen wurden bereits in Tabelle 2.1 zusammengefasst. Die größten Werte werden in Firngebieten mit Eindringtiefen von 27 ± 5 m erreicht. Änderungen der Eindringtiefe mit der Zeit sind hauptsächlich auf Variationen des imaginären Teils der komplexen relativen Dielektrizitätskonstante ϵ'' und damit auf eine Änderung des Wassergehalts der Oberfläche zurückzuführen. In vergletscherten Gebieten führen vor allem Schmelzprozesse und Niederschläge zu einer Erhöhung des Wassergehalts im oberen Bereich des Gletscherkörpers und damit zu einer Abnahme der Eindringtiefe der Mikrowellenstrahlung. Im Extremfall kann der Wassergehalt so stark ansteigen, dass die Streuung nicht mehr im Volumen sondern an der Oberfläche stattfindet. Die Eindringtiefe kann also zwischen der für die jeweilige Oberfläche maximalen Eindringtiefe d_{max} und 0 variieren. Damit entspricht der maximal mögliche Phasenfehler $\Delta \phi_{et,max}$ dem Phasenbeitrag ϕ_{et} , der durch die jeweilige typischen Eindringtiefe entsteht. In Abbildung 4.9 ist $\Delta \phi_{et,max}$ in Abhängigkeit von der effektiven Basislinie B_{\perp} und der Eindringtiefe d aufgetragen. In polaren Regionen finden Schmelzprozesse der Schnee- und Eisoberflächen hauptsächlich in den Sommermonaten Juli und August statt. Temperaturen über dem Gefrierpunkt treten allerdings nur selten auf (ca. 10-15 Tage im Jahr) und können hauptsächlich in der zweiten Juli-Hälfte beobachtet werden (LANDSBERG 1970). Niederschläge fallen hauptsächlich in den Wintermonaten und meist in Form von Schnee. Die Niederschlagsmenge nimmt mit der geographischen Breite ab. Regenfälle treten nur gelegentlich in den Sommermonaten auf. Leichte Schmelzprozesse in den Sommermonaten Juli und August führen zu einer Verringerung der Eindringtiefe d. Perioden mit Temperaturen über dem Gefrierpunkt führen zu starken Schmelzprozessen und können daher zu



Abbildung 4.9: Effekt der Eindringtiefe der RADAR Welle in die Erdoberfläche auf die interferometrische Phase in Abhängigkeit von der Länge der effektiven Basislinie B_{\perp} und der Eindringtiefe d. Der Einfluss auf die Phase ist in Radiant angegeben.

Oberflächenstreuung führen. In den Monaten des Frühjahrs, des Herbsts und des Winters sind die klimatischen Bedingungen stabil. In dieser Periode ändert sich die Eindringtiefe nur wenig. Zur Minimierung von $\Delta \phi_{et,max}$ sollten Interferogramme aus Perioden mit positiven Temperaturen vermieden werden. Werden in Sommermonaten Interferogramme mit kurzen Basislinien gewählt, so trägt dies zusätzlich zur Minimierung des maximalen Phasenfehlers $\Delta \phi_{et,max}$ bei.

Zur stochastischen Modellierung der Phasenunsicherheiten aufgrund der Eindringtiefe ist die Kenntnis der räumlichen Verteilung der Eindringtiefe *d* notwendig. In (HOEN 2001) wird eine Methode vorgeschlagen, welche die Ableitung der Eindringtiefe aus der interferometrischen Kohärenz ermöglicht. Zur Minimierung des Aufwands wird in dieser Arbeit auf eine Berücksichtigung der Eindringtiefe im stochastischen Modell der Ausgleichung verzichtet. Stattdessen wird versucht den maximalen Phasenfehler durch variierende Eindringtiefe $\Delta \phi_{et,max}$ durch die Auswahl der Datensätze unter Berücksichtigung der obigen Kriterien zu minimieren.

4.5 Parameterschätzung

In den vorherigen Abschnitten wurde der Aufbau des funktionalen und des stochastischen Modells beschrieben. Unter Verwendung dieses funktionalen und stochastischen Modells wird die Schätzung der unbekannten Parameter als vermittelnde Ausgleichung durchgeführt. Auf eine Berücksichtigung der atmosphärischen Effekte sowie des Einflusses der Eindringtiefe in die Geländeoberfläche wird aufgrund der in Abschnitt 4.4.4 beziehungsweise 4.4.5 angesprochenen Gründe sowohl im funktionalen als auch im stochastischen Modell verzichtet. Bei der Schätzung von Topographie und Bewegung von Gletschern kann die Ausgleichung in unterschiedlicher Art und Weise genutzt werden. Die verschiedenen Möglichkeiten unterscheiden sich dabei dadurch, ob die Schätzung der Unbekannten durch simultane Auswertung aller Modelle oder durch sequentielle Verarbeitung einzelner Modelle durchgeführt wird. Bei der simultanen Schätzung, die in Abschnitt 4.5.1 vorgestellt wird, werden die Unbekannten Topographie $h^{k,l}$ und Bewegung $v^{k,l}(t)$ in den Knoten (k,l) des regelmäßigen Gitters durch simultane Auswertung des interferometrischen Modells (vergleiche Abschnitt 4.3.1), des zeitlichen Modells (vergleiche Abschnitt 4.3.2) und des räumlichen Modells (vergleiche Abschnitt 4.3.3) in einem einzigen Verarbeitungsschritt geschätzt. Bei sequentiellen Verfahren wird das funktionale Modell in voneinander unabhängige Teilmodelle zerlegt, die dann nacheinander ausgewertet werden. Je nachdem, in welcher Reihenfolge die entstandenen Teilmodelle verarbeitet werden, können mehrere sequentielle Schätzverfahren unterschieden werden. Eine Darstellung dieser Ansätze erfolgt in Abschnitt 4.5.2. In Abschnitt 4.5.3 werden der simultane Ansatz und die sequentiellen Verfahren hinsichtlich ihrer Gemeinsamkeiten und Unterschiede, sowie ihrer Vor- und Nachteile verglichen. Dabei wird sowohl das funktionale als auch das stochastische Modell analysiert. Auf der Grundlage dieses Vergleichs wird abschließend der geeignetste Ansatz für die Implementierung der Schätzung der Topographie- und Bewegungsparameter ausgewählt.

4.5.1 Simultane Schätzung

In diesem Abschnitt wird der Aufbau des vermittelnden Ausgleichungsansatzes im Falle der simultanen Schätzung beschrieben. Im simultanen Ansatz wird die unbekannte Topographie $h^{k,l}$ und die unbekannte Bewegung $v^{k,l}(t)$ in den Knoten (k,l) des regelmäßigen Gitters in einem Schritt, durch simultane Auswertung des interferometrischen, des räumlichen und des zeitlichen Modells, geschätzt. Als Beobachtungen fließen die multitemporalen SAR Interferogramme in die Ausgleichung ein. Alle Interferogramme sind koregistriert. Die mehrdeutige interferometrische Phase aller Interferogramme wurde unter Verwendung eines Minimum-Spanning-Tree Verfahrens abgewickelt (GOLDSTEIN et al. 1988). Zur Beschaffung von Näherungswerten für die Unbekannten wird ein konventionelles Verfahren der 4-Pass-Interferometrie eingesetzt.

Die Beobachtungsgleichung einer Phasenbeobachtung $\phi_q^{i,j}$ an der Stelle (i,j) im Interferogramm q hat, im Rahmen der simultanen Ausgleichung, die Form

$$\phi_q^{i,j} = b\left(\dots, f(\hat{h}^{k-1,l-1}) + g(\hat{v}^{k-1,l-1}(t)), f(\hat{h}^{k,l-1}) + g(\hat{v}^{k,l-1}(t)), f(\hat{h}^{k,l}) + g(\hat{v}^{k,l}(t)), \dots\right)$$
(4.35)

worin b(.) die bilineare Flächenfunktion, f(.) die Abbildung der Oberflächenform in die interferometrische Phase und g(.) die zeitliche Modellierung der Gletscherbewegung beschreibt. Die Parametrisierung dieser Funktionen ist in den Abschnitten 4.3.1 bis 4.3.3 dargestellt. Das funktionale Modell der simultanen Schätzung umfasst $I \cdot J \cdot Q$ Beobachtungsgleichungen der in Gleichung (4.35) ersichtlichen Form. Q entspricht dabei der Anzahl an multi-temporalen Datensätzen. Die partiellen Ableitungen der Beobachtungsgleichungen nach der unbekannten Geländehöhe und den unbekannten Parametern des Bewegungsmodells werden in die Jacobi-Matrix A eingetragen. Die Struktur der Jacobi-Matrix wird durch die Eigenschaften des Funktionalmodells bestimmt, ihre Größe hängt vom Grad des Bewegungsmodells v(t) und von der Anzahl der multi-temporalen Datensätze Q ab. Abbildung 4.10 zeigt die Struktur der Jacobi-Matrix der simultanen Schätzung für ein Beispiel, bei dem die beobachteten Phasenwerte aus drei multi-temporalen Datensätzen zur Verfügung stehen. Der Grad des Bewegungsmodells



Abbildung 4.10: Struktur der Jakobi-Matrix A und des Widerspruchsvektors w der simultanen Schätzung. Besetzte Elemente sind in Schwarz, unbesetzte Elemente in Weiß dargestellt. Die Vergrößerung links im Bild lässt Detailstrukturen der Matrix erkennen.

ist 1. Besetzte Matrixelemente sind dabei in Schwarz, unbesetzte Elemente in Weiß dargestellt. Die Anzahl der Zeilen der Jacobi-Matrix entspricht der Länge des Beobachtungsvektors $n = I \cdot J \cdot Q$. Die Anzahl der Spalten entspricht der Menge an Unbekannten $u = K \cdot L \cdot 2$. Die Jacobi-Matrix zerfällt in 3×2 Blöcke, die jeweils eine Unbekanntengruppe mit einer Beobachtungsgruppe in Beziehung setzen. Wie an der Ausschnittsvergrößerung in Abbildung 4.10 zu erkennen ist, entstehen durch das gewählte räumliche Modell jeweils Wertekorrelationen zwischen den Beobachtungen und den Unbekannten eines Blocks. Betrachtet man die Jacobi-Matrix in Spaltenrichtung, so zeigen die besetzten Matrixelemente, welche Beobachtungen eine bestimmte Unbekannte beeinflussen. In Zeilenrichtung veranschaulichen die besetzten Elemente, dass eine Beobachtung mit mehreren (maximal acht) Unbekannten verknüpft ist. Bedingt durch eine hohe Redundanz ist das Verhältnis der Anzahl der Zeilen zur Anzahl der Spalten der Jacobi-Matrix sehr groß.

Das stochastische Modell der simultanen Ausgleichung wird aus der Kohärenzinformation der Beobachtungen abgeleitet. Die theoretischen Grundlagen für diesen Schritt sind in Abschnitt 4.4.1 erläutert. Basierend auf diesen Informationen wird die simultane Schätzung aller Unbekannten durchgeführt.

4.5.2 Zwei-Schritt-Verfahren

Die in Abschnitt 4.5.1 dargestellte Auswertung des interferometrischen, des räumlichen und des zeitlichen Modells in einem simultanen Ausgleichungsansatz erlaubt eine stabile Schätzung von Topographie und Oberflächenbewegung eines Beobachtungsgebiets mit geringem Prozessierungsaufwand. Jedoch erschwert die Verwebung der Modelle in *einer* Ausgleichung die Beurteilung der Schätzergebnisse und die Analyse der Genauigkeit und Zuverlässigkeit des Schätzverfahrens. So kann sich unter Umständen die Suche nach Ursachen systematischer Fehler als schwierig erweisen. Daher können alternativ zu einem Ansatz, der die Unbekannten, Topographie h(k, l) und Bewegung v(k, l, t) in einem Schritt ermittelt, sequentielle Verfahren zum Einsatz kommen. Dabei werden unabhängige Teilmodelle nacheinander und unabhängig voneinander ausgewertet. Systematische Fehler sind in diesem Fall eindeutig *einem* Modell zuzuordnen. Das dem in Abschnitt 4.5.1 vorgestellten Ausgleichungssystem zugrundeliegende Funktionalmodell kann grundsätzlich in zwei unabhängige Teilmodelle unterteilt werden. Eines der beiden Teilmodelle umfasst das interferometrische und das zeitliche Modell. Da durch das zeitliche Modell die Anzahl der zu separierenden Unbekannten bestimmt wird, sind das interferometrische und das zeitliche Modell voneinander abhängig und können daher nicht separat behandelt werden. Das zweite Teilmodell entspricht dem in Abschnitt 4.3.3 eingeführten räumlichen Modell. Folglich können zwei verschiedene sequentielle Ansätze eingesetzt werden, die sich in der Anordnung der Verarbeitungsschritte unterscheiden. Die Eigenschaften dieser mit *Alternativansatz A*, bzw. *Alternativansatz B* bezeichneten Verfahren werden im Folgenden vorgestellt.

Im Alternativansatz A wird im ersten Schritt die Kombination aus interferometrischem und zeitlichem Modell ausgewertet. Das zeitliche Modell beschreibt dabei die Entwicklung der Topographie $h^{i,j}$ und der Oberflächenbewegung $v^{i,j}$ mit der Zeit. Als Eingangsdaten werden wie beim simultanen Ansatz die Phasenwerte der abgewickelten und koregistrierten SAR Interferogramme $\phi_q^{i,j}$ verwendet. Die Standardabweichung der Beobachtungen wird entsprechend dem Modell in Abschnitt 4.4.1 aus den Kohärenzdaten abgeleitet. Die Beobachtungsgleichung einer Phasenbeobachtung $\phi_q^{i,j}$ an der Stelle (i, j) im Interferogramm q hat im ersten Schritt des Alternativansatzes A die Form

$$\phi_q^{i,j} = f(\hat{h}^{i,j}) + g(\hat{v}^{i,j}(t)) \tag{4.36}$$

Als Resultat der Auswertung des interferometrischen und des zeitlichen Modells liegen die Schätzwerte der Geländetopographie $h^{i,j}$ sowie alle Parameter des Oberflächenmodells $v^{i,j}(t)$ in jedem Pixel (i, j) des originalen Datensatzes vor. Den geschätzten Unbekannten ist eine vollständige Varianz-Kovarianz-Matrix zugeordnet, die im Ausgleichungsverfahren gewonnen wird. In einem zweiten Schritt erfolgt aus den Ergebnissen des ersten Schrittes die Berechnung der Geländetopographie $h^{k,l}$ und der Oberflächenbewegung $v^{k,l}(t)$ in den Knoten (k, l) eines gröberen regelmäßigen Gitters. Als Funktionalmodell dient das in Abschnitt 4.3.3 vorgestellte räumliche Modell. Topographie und Bewegungskomponenten werden dabei getrennt voneinander verarbeitet. Die Beobachtungsgleichungen haben die Form

$$h^{i,j} = b\left(\dots, \hat{h}^{k-1,l-1}, \hat{h}^{k,l-1}, \hat{h}^{k,l}, \dots\right)$$
(4.37)

$$v^{i,j}(t) = b\left(\dots, \hat{v}^{k-1,l-1}(t), \hat{v}^{k,l-1}(t), \hat{v}^{k,l}(t), \dots\right)$$
(4.38)

Als Eingangsinformation für den zweiten Verarbeitungsschritt werden die in der ersten Ausgleichung geschätzten Parameter $h^{i,j}$ und $v^{i,j}(t)$ mit ihren Varianzen und Kovarianzen verwendet. Standardabweichungen für die geschätzten Unbekannten $h^{k,l}$ und $v^{k,l}(t)$ werden in der Ausgleichung ermittelt. Die Formulierung des dem *Alternativansatz A* zugrundeliegenden funktionalen und stochastischen Modells ist so gewählt, dass sie der Formulierung des simultanen Ansatz genau entspricht. Die Jacobi-Matrizen für die zwei Verarbeitungsschritte des Alternativansatzes A sind in Abb. 4.11 dargestellt. Abbildung 4.11*a*) zeigt die Form der Jacobi-Matrix auf deren Grundlage im ersten Verarbeitungsschritt eine Anzahl von $2 \cdot i \cdot j$ Unbekannten aus $3 \cdot i \cdot j$ Beobachtungen geschätzt wird. Anhand dieser Matrix ist zu erkennen, dass der Wert einer beliebigen Unbekannten an der Stelle (i, j) nur durch Beobachtungen an der selben Stelle bestimmt wird. Die Unbekannten eines Pixels werden daher unabhängig von den Unbekannten in Nachbarpixeln geschätzt. Im zweiten Schritt erfolgt die Auswertung des räumlichen Modells. Aus der zugehörigen Jacobi-Matrix in Abbildung 4.11*b*) lässt sich auf die durch das räumliche Modell entstehenden Korrelationen schließen. Die Besetzung der Matrix ist dabei mit der in Abbildung 4.10 ersichtlichen Struktur identisch.

Im *Alternativansatz B* erfolgt zunächst die Auswertung des räumlichen Modells. Die Parameterschätzung des ersten Schrittes basiert wiederum auf der in Abschnitt 4.3.3 vorgestellten Flächenfunktion. Als Beobachtungen werden die Pixelwerte der abgewickelten und koregistrierten SAR Interferogramme eingeführt, deren Standardabweichungen aus den Kohärenzdaten geschätzt werden. Die Beobachtungsgleichungen des ersten Schritts des *Alternativansatzes B* haben die Form

$$\phi_q^{i,j} = b\left(\dots, \hat{\phi}_q^{k-1,l-1}, \hat{\phi}_q^{k,l-1}, \hat{\phi}_q^{k,l}, \dots\right)$$
(4.39)



Abbildung 4.11: Skizzen der Jacobi-Matrizen des ersten (*a*)) und des zweiten (*b*)) Verarbeitungsschrittes des *Alternativan*satzes A.

Nach der Ausgleichung liegen die aus allen beobachteten Phasenwerten $\phi_q^{i,j}$ geschätzten interferometrischen Phasenwerte $\phi_q^{k,l}$ in den Knoten eines regelmäßigen Rasters vor. Diese geschätzten Parameter finden Eingang in den Beobachtungsvektor des zweiten Verarbeitungsschrittes, bei dem durch Auswertung des interferometrischen und des zeitlichen Modells die Ableitung der zeitlich konstanten Geländetopographie $h^{k,l}$ und der zeitabhängigen Oberflächenbewegung $v^{k,l}(t)$ in jedem Knoten des Rasters erfolgt. Die Beobachtungsgleichungen sind durch die Gleichung

$$\phi_q^{k,l} = f(\hat{h}^{k,l}) + g(\hat{v}^{k,l}(t)) \tag{4.40}$$

gegeben. Die Statistik der Beobachtungen wird der Varianz-Kovarianz-Matrix der geschätzten Unbekannten aus der ersten Ausgleichung entnommen. Nach der Prozessierung liegt die Geländetopographie $h^{k,l}$ und die Oberflächenbewegung $v^{k,l}(t)$ mit ihren Standardabweichungen in den Knoten des regelmäßigen Rasters vor. Abbildung 4.12 zeigt die Jacobi-Matrizen der Prozessierungsschritte von Alternativansatz B.



Abbildung 4.12: Skizzen der Jacobi-Matrizen des ersten (*a*)) und des zweiten (*b*)) Verarbeitungsschrittes des Alternativansatzes B.

Im Folgenden werden die drei Lösungsansätze verglichen und ihre Eignung zur Lösung der dargestellten Aufgaben bewertet. Ziel ist es, die beste Konfiguration für die Schätzung von Topographie und Oberflächenbewegung zu identifizieren.

4.5.3 Vergleich

Bei allen in den Abschnitten 4.5.1 und 4.5.2 vorgestellten Lösungsansätzen werden die Unbekannten unter Verwendung einer vermittelnden Ausgleichung, basierend auf einem Gauss-Markov Modell, aus den Phasenwerten der beobachteten SAR Interferogramme geschätzt. Die Ergebnisse der Schätzverfahren sind daher genau dann identisch, wenn sowohl die funktionalen als auch die stochastischen Modelle aller Lösungsansätze einander entsprechen. Im Folgenden werden die funktionalen Modelle im Hinblick auf mögliche Unterschiede untersucht. Dazu werden die Funktionalmodelle analytisch hergeleitet und verglichen. Der Einfachheit halber wird das Funktionalmodell auf die Trennung der Phasenanteile beschränkt. Der Bezug zur Geländetopographie h und zur Oberflächenbewegung v wird ohne Beschränkung der Allgemeinheit vernachlässigt. Anschließend wird dargestellt, unter welchen Voraussetzungen eine Übereinstimmung der stochastischen Modelle gewährleistet werden kann, und wie sich Abweichungen zwischen den stochastischen Modellen auf die Unbekannten auswirken.

Das Funktionalmodell der *simultanen Schätzung* besteht aus Komponenten, die im interferometrischen, räumlichen und zeitlichen Modell ihren Ursprung haben. Der mathematische Zusammenhang zwischen den beobachteten Phasenwerten und den Unbekannten, unter den oben erwähnten Bedingungen, entspricht

$$\phi_{q}^{i,j} = \phi_{topo}^{k,l} + \phi_{bew}^{k,l} + (\phi_{topo}^{k+1,l} + \phi_{bew}^{k+1,l} - \phi_{topo}^{k,l} - \phi_{bew}^{k,l})dr + (\phi_{topo}^{k,l+1} + \phi_{bew}^{k,l+1} - \phi_{topo}^{k,l} - \phi_{bew}^{k,l})dc + (\phi_{topo}^{k+1,l+1} + \phi_{bew}^{k+1,l+1} - \phi_{topo}^{k+1,l} - \phi_{bew}^{k+1,l} - \phi_{bew}^{k,l+1} - \phi_{bew}^{k,l+1} - \phi_{bew}^{k,l+1} - \phi_{bew}^{k,l+1} + \phi_{bew}^{k,l} + \phi_{bew}^{k,l})drdc$$
(4.41)

wobei $\phi_q^{i,j}$ der beobachteten Phase an der Stelle (i, j) im Interferogramm q entspricht. $\phi_{topo}^{k,l}$ bzw. $\phi_{bew}^{k,l}$ repräsentieren die unbekannten Phasenkomponenten im Knoten (k,l) des Gitters. Aus Gleichung (4.41) ergibt sich die Zusammensetzung der Topographiekomponenten an einer Stelle des Gitters $\phi_{topo}^{k,l}$ zu

$$\phi_{topo}^{k,l} = \frac{\phi_q^{i,j} - \phi_{topo}^{k+1,l}(dr - drdc) - \phi_{topo}^{k,l+1}(dc - drdc) - \phi_{topo}^{k+1,l+1}(drdc)}{1 - dr - dc + drdc} - \frac{\phi_{bew}^{k+1,l}(dr - drdc) - \phi_{bew}^{k,l+1}(dc - drdc) - \phi_{bew}^{k+1,l+1}(drdc)}{1 - dr - dc + drdc} - \phi_{bew}^{k,l}$$
(4.42)

Gleichung (4.42) spiegelt die räumlichen Korrelationen wider, deren Struktur durch die Konfiguration des Oberflächenmodells definiert wird. Korrelationen zwischen den Unbekanntengruppen werden durch das interferometrische und das zeitliche Modell verursacht.

Die oben beschriebenen funktionalen Zusammenhänge sind bei *Alternativansatz A* auf zwei Ausgleichungen aufgeteilt. Im ersten Schritt erfolgt die Trennung der Phasenkomponenten in jedem Pixel. In diesem einfachen Fall besteht der mathematische Zusammenhang aus

$$\phi_q^{i,j} = \phi_{topo}^{i,j} + \phi_{bew}^{i,j} \tag{4.43}$$

In einem anschließenden Schätzverfahren werden die endgültigen Unbekannten durch Resampling auf die Gitterpunkte eines regelmäßigen Rasters ermittelt. Der mathematische Zusammenhang ist wie folgt

$$\phi_{topo}^{i,j} = \phi_{topo}^{k,l} + (\phi_{topo}^{k+1,l} - \phi_{topo}^{k,l})dr + (\phi_{topo}^{k,l+1} - \phi_{topo}^{k,l})dc + (\phi_{topo}^{k+1,l+1} - \phi_{topo}^{k+1,l} - \phi_{topo}^{k,l+1} + \phi_{topo}^{k,l})drdc$$
(4.44)

Aus den Gleichungen (4.43) und (4.44) kann die Zusammensetzung der Topographiekomponente an einer Stelle des Gitters $\phi_{topo}^{k,l}$ abgeleitet werden.

$$\phi_{topo}^{k,l} = \frac{\phi_q^{i,j} - \phi_{topo}^{k+1,l}(dr - drdc) - \phi_{topo}^{k,l+1}(dc - drdc) - \phi_{topo}^{k+1,l+1}(drdc)}{1 - dr - dc + drdc} - \frac{\phi_{bew}^{k+1,l}(dr - drdc) - \phi_{bew}^{k,l+1}(dc - drdc) - \phi_{bew}^{k+1,l+1}(drdc)}{1 - dr - dc + drdc} - \phi_{bew}^{k,l}$$
(4.45)

Gleichung (4.45) zeigt, dass das funktionale Modell des Alternativansatzes A dem Funktionalmodell des simultanen Ansatzes entspricht.

Im Alternativansatz B wird in der ersten Ausgleichung das in Abschnitt 4.3.3 vorgestellte räumliche Modell ausgewertet. Der mathematische Zusammenhang zwischen beobachteten Phasen $\phi_q^{i,j}$ und unbekannten Phasen $\phi_q^{k,l}$ ist in Gleichung (4.46) dargestellt.

$$\phi_{q}^{i,j} = \phi_{q}^{k,l} + (\phi_{q}^{k+1,l} - \phi_{q}^{k,l})dr + (\phi_{q}^{k,l+1} - \phi_{q}^{k,l})dc + (\phi_{q}^{k+1,l+1} - \phi_{q}^{k+1,l} - \phi_{q}^{k,l+1} + \phi_{q}^{k,l})drdc$$
(4.46)

In einem zweiten Schritt erfolgt die Trennung der Phasenkomponenten in den Knoten eines bilinearen Gitters. Als Beobachtungen werden die ausgeglichenen Unbekannten der vorherigen Ausgleichung verwendet.

$$\phi_q^{k,l} = \phi_{topo}^{k,l} + \phi_{bew}^{k,l} \tag{4.47}$$

Setzt man Gleichung (4.47) in Gleichung (4.46) ein ergibt sich

$$\phi_{q}^{i,j} = \phi_{topo}^{k,l} + \phi_{bew}^{k,l} + (\phi_{topo}^{k+1,l} + \phi_{bew}^{k+1,l} - \phi_{topo}^{k,l} - \phi_{bew}^{k,l})dr + (\phi_{topo}^{k,l+1} + \phi_{bew}^{k,l+1} - \phi_{topo}^{k,l} - \phi_{bew}^{k,l})dc + (\phi_{topo}^{k+1,l+1} + \phi_{bew}^{k+1,l+1} - \phi_{topo}^{k+1,l} - \phi_{bew}^{k,l+1} - \phi_{be$$

Wie an einem Vergleich der Gleichungen (4.48) und (4.41) zu erkennen ist, entsprechen die funktionalen Zusammenhänge des Alternativansatzes B ebenfalls dem funktionalen Modell des simultanen Ansatzes. Die *Übereinstimmung der Funktionalmodelle* aller vorgestellten Lösungsansätze wurde damit analytisch nachgewiesen.

Das aus den Kohärenzdaten abgeleitete *stochastische Modell*, welches zur Bestimmung der a priori Genauigkeiten der Beobachtungen verwendet wird, ist für alle Ansätze identisch. Darin sind die Beobachtungen unkorreliert und gegeneinander entsprechend ihrer Kohärenz gewichtet. Durch die gleichzeitige Schätzung aller Unbekannten im simultanen Ansatz wird die Statistik der Beobachtungen entsprechend dem Varianz-Fortpflanzungs-Gesetz und unter Berücksichtigung des funktionalen und stochastischen Modells, vollständig auf die Unbekannten abgebildet. Die Genauigkeit der Unbekannten ist dann durch deren Kovarianzmatrix vollständig beschrieben. Aus der Ausgleichung ergeben sich Varianzen und Kovarianzen für die geschätzten Parameter, deren Besetzungsstruktur in Abbildung 4.13 ersichtlich ist. In dieser Grafik ist die Kovarianzmatrix $\hat{K}_{\hat{x}\hat{x}}$ der ausgeglichenen Unbekannten dargestellt. Beim simultanen Ansatz teilt sich $\hat{K}_{\hat{x}\hat{x}}$ in vier Quadranten. Der linke obere Quadrant enthält die Varianzen und Kovarianzen der Topographieanteile $\sigma_{topo_k,topo_l}$, der rechte untere Quadrant die Varianzen und Kovarianzen der Bewegungskomponenten σ_{bew_k,bew_l} und die beiden anderen die gemischten Glieder $\sigma_{bew_k,topo_l}$



Abbildung 4.13: Schematischer Aufbau der Kovarianzmatrix der ausgeglichenen Unbekannten unter Verwendung einer simultanen Schätzung. Die grau unterlegten Bereiche der Matrix sind besetzt.

bzw. σ_{topo_k, bew_l} . $\hat{K}_{\hat{x}\hat{x}}$ ist voll besetzt und weist daher sowohl Kovarianzen $\sigma_{topo_k, topo_l}$ bzw. σ_{bew_k, bew_l} als auch gemischte Kovarianzen auf. Die Korrelationen nehmen mit steigendem Abstand zur Hauptdiagonalen schnell ab.

Um für die zwei-Schritt-Verfahren identische Ergebnisse zu gewährleisten, muss auf eine vollständige Mitführung der Kovarianzmatrix $\hat{K}_{\hat{x}\hat{x}}^1$ der Unbekannten des ersten Verarbeitungsschrittes in den zweiten Prozessierungsschritt geachtet werden. Ist dies gewährleistet, so liefern alle drei Varianten zur Schätzung der unbekannten Parameter identische Ergebnisse. In Tests auf Grundlage simulierter Daten wurde diese Tatsache empirisch nachgewiesen. Auch wenn sich die Analyse der Ausgleichungsergebnisse bei Verwendung eines zwei-Schritt-Verfahrens unter Umständen als weniger komplex erweist, ist doch der Berechnungsaufwand unverhältnismäßig groß. Wie empirisch ermittelt, steigt die Summe der benötigten Rechenoperationen, durch die Trennung des Problems in zwei separate Ausgleichungen und bei Mitführung der vollständigen Kovarianzmatrix, deutlich an. Durch Vernachlässigung der Kovarianzen in $\hat{K}_{\hat{x}\hat{x}}^1$ kann der Rechenaufwand der zwei-Schritt-Verfahren verringert werden. Die Vernachlässigung dieser Kovarianzen führt jedoch zu einer Verfälschung des stochastischen Modells, wodurch die in den zwei-Schritt-Verfahren geschätzten Unbekannten von den Schätzwerten des simultanen Ansatzes abweichen. Vernachlässigung der Kovarianzen in Alternativansatz A führt zum Verlust der Terme $\sigma_{topok, bewi}$ und $\sigma_{bew_k,topo_l}$. Nichtberücksichtigung der Kovarianzen in Alternativansatz B führt zur Vernachlässigung aller $\sigma_{k,l}$ für $k \neq l$. Die Besetzungsstruktur der Kovarianzmatrizen der Unbekannten für Alternativansatz A, beziehungsweise Alternativansatz B, unter Vernachlässigung der Kovarianzen der Unbekannten des jeweiligen ersten Schritts ist in Abbildung 4.14*a*) bzw. 4.14*b*) zu sehen.



Abbildung 4.14: Schematischer Aufbau der Kovarianzmatrizen der ausgeglichenen Unbekannten unter Vernachlässigung der Kovarianzen $\sigma_{k,l}^1$ für $k \neq l$ für *a*) Alternativansatz A und *b*) Alternativansatz B. Die grau unterlegten Bereiche der Matrizen sind besetzt.

Anbetracht des deutlich geringeren Prozessierungsaufwands ist es von Vorteil, die Parameterschätzung auf der Grundlage des simultanen Ansatzes durchzuführen. Wird das räumliche Modell so konfiguriert, dass eine Unterabtastung des Geländes vermieden wird, so können Probleme bei der Interpretation von Modellfehlern auch bei der Verwendung des simultanen Ansatzes vermieden werden. Aus diesen Gründen wird in der vorliegenden Arbeit die Parameterschätzung in Form eines simultanen Ansatzes formuliert. Alle folgenden Analysen und Ergebnisse beziehen sich daher auf die simultane Schätzung.

5 Analyse des simultanen Ansatzes anhand von Simulationen

Nach der Vorstellung der zu Grunde gelegten Modelle und der Beschreibung des allgemeinen Aufbaus der Parameterschätzung, werden in diesem Kapitel die Eigenschaften des Schätzverfahrens analysiert. Zunächst werden in Abschnitt 5.1, basierend auf dem Modell der vermittelnden Ausgleichung, Genauigkeits- und Zuverlässigkeitsmaße abgeleitet. Aus der Analyse dieser Kenngrößen werden dann Rückschlüsse auf die Leistungsfähigkeit des Verfahrens gezogen. In Anschluss an diese Analysen werden in Abschnitt 5.2 Vorschläge für die Gestaltung des in Abschnitt 4.3.3 vorgestellten räumlichen Modells gegeben. Abschließend werden in Abschnitt 5.3 Möglichkeiten zur Behandlung von großen Datensätzen aufgezeigt.

Alle Untersuchungen in diesem Kapitel werden auf der Grundlage simulierter Interferogramme durchgeführt. Die Phase dieser Interferogramme wird basierend auf einem realen Geländemodell und eines dazugehörigen Deformationsfeldes simuliert. Das Geländemodell und das Deformationsfeld zeigen die Topographie und Bewegung einer Eiskuppe in der russichen Arktis. Um die Anforderungen an die räumliche Modellierung gering zu halten, wurde aus diesen Datensätzen jeweils ein Ausschnitt ausgewählt, der möglichst geringe Topographie- und Höhengradienten aufweist. Flughöhe, Blickwinkel und Wellenlänge der simulierten Aufnahmen entsprechen den Parametern der ERS-Satelliten. Die jeweiligen Interferogramme unterscheiden sich in ihren interferometrischen Basislinien. Die Längen der Basislinien variieren zwischen 0 und 250 m. Die zeitliche Basis der Interferogramme entspricht einem Tag. Die Interferogramme sind jeweils um 35 Tage voneinander getrennt. Die Kohärenz der Interferogramme berücksichtigt die vorliegende Geländeneigung und die Aufnahmegeometrie. Die zeitliche Dekorrelation der Oberfläche wurde nicht simuliert. Das Geländemodell und das Deformationsfeld, auf denen die Interferogramme basieren, sind in Abbildung 5.1a) und b) dargestellt. Abbildung 5.1c) zeigt ein Beispiel eines Kohärenzbildes, das auf einem Interferogramm mit effektiver Basislinie von 100 m beruht. Ein Überblick über die Verteilung der interferometrischen Basislinien mit der Zeit ist in 5.1d) enthalten. Bei der Betrachtung der Ergebnisse der folgenden Analysen muss immer beachtet werden, dass diese streng genommen nur für die zugrundegelegte Beobachtungsgeometrie Gültigkeit haben. Durch eine gleichmäßige Verteilung der Basislinien wird jedoch versucht, die Resultate möglichst allgemeingültig zu gestalten.

5.1 Genauigkeits- und Zuverlässigkeitsanalysen

Auch bzw. gerade bei der Durchführung von Ausgleichungsaufgaben ist es wichtig, Aussagen über die Qualität der Resultate hinsichtlich ihrer *Genauigkeit* und ihrer *Zuverlässigkeit* zu treffen. Die *Genauigkeit* einer Unbekannten drückt aus, wie präzise ihr Wert bestimmt werden kann, wenn und nur wenn die funktionalen Beziehungen zwischen Messgrößen und zu schätzenden Paramtern korrekt sind und die a priori Annahmen über die Standardabweichungen und Korrelationen der Messgrößen zutreffen (NIEMEIER 2001). Genauigkeitsmaße werden aus der Kovarianzmatrix $\hat{K}_{\hat{x}\hat{x}}$ der ausgeglichenen Unbekannten abgeleitet. *Zuverlässigkeitsmaße* beziehen sich auf die im Ausgleichungsmodell enthaltenen Kontrollmöglichkeiten für die Beobachtungen und deren Auswirkung auf die Unbekannten. Zuverlässigkeitsmaße sind objektive Kriterien für die Kontrollierbarkeit von Beobachtungen sowie für die Abschätzung des Einflusses nicht aufdeckbarer Fehler auf die Unbekannten. Sie sagen somit etwas über die Möglichkeiten aus, die Ergebnisse der Ausgleichung vor groben Fehlern und weiteren Effekten auf die Unbekannten zu schützen, und entsprechen damit internen Kriterien. In den folgenden Abschnitten wird die erreichbare Genauigkeit des Ausgleichungsansatzes sowie dessen Robustheit gegen grobe Fehler in den Beobachtungen analysiert. Anschließend erfolgt eine Untersuchung der Auswirkungen von systematischen Fehlern auf die Unbekannten.



Abbildung 5.1: In Abbildung *a*) und *b*) sind die Datenquellen dargestellt, auf deren Grundlage die simulierten Interferogramme generiert werden. *a*) zeigt den gewählten Ausschnitt aus dem digitalen Geländemodell, *b*) die zugehörige Oberflächenbewegung in Blickrichtung des Sensors. Die Bewegung ist in cm/Tag angegeben. Negative Zahlen entsprechen einer Bewegung zum Sensor, positive Werte entsprechen einer Bewegung vom Sensor weg. In Abbildung *c*) ist ein Kohärenzbild eines simulierten Interferogramms mit 100 m Basislinie zu sehen. Die zeitliche Verteilung der Basislinien ist in *d*) dargestellt. Die Aufnahmezeitpunkte beziehen sich dabei immer auf das erste Bild der beiden Interferogrammpartner.

5.1.1 Erreichbare Genauigkeiten

Von grundlegender Bedeutung für jede Parameterschätzung ist die Frage nach den theoretisch erreichbaren Genauigkeiten für die Unbekannten. In Ausgleichungsverfahren werden Genauigkeitsmaße aus der Kovarianzmatrix $\hat{K}_{\hat{x}\hat{x}}$ der ausgeglichenen Unbekannten abgeleitet. Nach Gleichung (4.11) ist die Kovarianzmatrix $\hat{K}_{\hat{x}\hat{x}}$ definiert durch

$$\hat{K}_{\hat{x}\hat{x}} = \hat{\sigma}_0^2 \left(A^T P_{bb} A \right)^{-1} \tag{5.1}$$

Zur Untersuchung der theoretisch erreichbaren Genauigkeiten wird in Gleichung (5.1) der geschätzte Varianzfaktor $\hat{\sigma}_0^2$ durch den theoretischen a priori Varianzfaktor σ_0^2 ersetzt. In der Regel wird der a priori Varianzfaktor mit dem Wert $\sigma_0^2 = 1$ belegt. In diesem Fall wird die Kovarianzmatrix $\hat{K}_{\hat{x}\hat{x}}$ identisch mit der Kofaktormatrix $Q_{\hat{x}\hat{x}}$. Die in der Kofaktormatrix $Q_{\hat{x}\hat{x}}$ definierten Varianzen und Kovarianzen der Unbekannten werden nur noch von der Konfiguration der Messanordnung und den a priori Genauigkeiten der Beobachtungen bestimmt. Durch die Analyse von $Q_{\hat{x}\hat{x}}$ für verschiedene Messanordnungen kann der Einfluss der Aufnahmegeometrie auf die Unbekannten untersucht, und eine optimale Konfiguration abgeleitet werden. Wie bereits geschildert, wird durch die Genauigkeit der Unbekannten die *Präzision* der Ausgleichungsergebnisse beschrieben. Genauigkeitsmaße beziehen sich ausschließlich auf das zufällige Streuen der Messwerte. Eine Aussage über die *Richtigkeit* der Ergebnisse lässt sich aus den Genauigkeitsmaßen nicht ableiten.

Gleichung (5.1) zeigt, dass die Genauigkeitseigenschaften der unbekannten Parameter sowohl durch die a priori Genauigkeiten der Beobachtungen, als auch durch die Einträge in der Jacobi-Matrix A bestimmt werden. Die Einträge in der A-Matrix werden durch die *Konfiguration der Aufnahmegeometrie* und die *Anzahl der verwendeten Datensätze* bestimmt. Nach Gleichung (4.13) wird die *Konfiguration der Aufnahmegeometrie* in erster Linie durch die Länge der Basislinen der jeweiligen Interferogramme definiert. Die Konfiguration der Basislinen ist somit die dominierende Einflussgröße auf die Genauigkeitseigenschaften der Unbekannten. In Abbildung 5.2 ist die Standardabweichung der geschätzten Topographie und der ausgeglichenen Oberflächenbewegung in Abhängigkeit von der Basislinienkonfiguration dreier Interferogramme dargestellt. Die Phase der Interferogramme wird basierend auf der zu Beginn dieses Kapitels dargestellten Datengrundlagen simuliert. Die gezeigten Ergebnisse beruhen auf 256 Simulationsdurchläufen, bei denen die interferometrische Basislinie zweier Interferogramme jeweils in 25 m Schritten zwischen 25 m und 400 m variiert wurde. Die Länge der Basislinie des dritten Interferogramms wurde konstant auf 200 m festgesetzt. Ein Wert in Abbildung 5.2 entspricht dem Mittelwert der Standardabweichung der Unbekannten über die gesamte Fläche der simulierten Interferogramme. Der Ersatz der flächenhaften Darstellung der Standardabweichung durch den Mittelwert ist erlaubt, da sowohl die a piori Genauigkeiten der Beobachtungen als auch die Aufnahmegeometrie in der Fläche nur geringfügig variieren. Aus



Abbildung 5.2: Mittlere Standardabweichung der geschätzten Topographie $\sigma_h(a)$) und der Oberflächenbewegung $\sigma_v(b)$) in Abhängigkeit von der geometrischen Aufnahmekonfiguration dreier Interferogramme. Die Standardabweichung der Topographie ist in Metern angegeben, die Standardabweichung der Oberflächenbewegung in Zentimetern pro Tag. Die Längen der Basislinien B_1 und B_2 variieren zwischen 25 m und 400 m. Die Länge der effektiven Basisline B_3 des dritten Interferogramms ist 200 m.

Abbildung 5.2 werden systematische Zusammenhänge zwischen den Genauigkeitseigenschaften der Unbekannten und der Geometrie der Messanordnung deutlich. In Abbildung 5.2a) ist die mittlere Standardabweichung der geschätzten Oberflächentopographie σ_h in Abhängigkeit von der Konfiguration der Basislinien dargestellt. Abbildung 5.2b) zeigt die entsprechenden Zusammenhänge für die geschätzten Genauigkeiten der Oberflächenbewegung. Auf den ersten Blick ist eine deutliche Abhängigkeit der Standardabweichung beider Unbekanntengruppen vom Verhältnis der Basislinien zu erkennen. Basislinien ähnlicher Länge führen zu einer schlechten Konfiguration des Ausgleichungsmodells und schließlich zu hohen Standardabweichungen der Unbekannten. Im Falle identischer Basislinien ist die Information in allen Datensätzen, mit Ausnahme von zufälligen Abweichungen, identisch und die Ausgleichungsaufgabe wird singulär. Die Position der Singularität ist in den Abbildungen 5.2a) und b) jeweils durch ein Kreuz markiert. Sind zwei der drei inferferometrischen Basislinien identisch, so stehen nur zwei unabhängige Beobachtungen zur Bestimmung der Topographie und der Oberflächenbewegung zur Verfügung. In den genannten Abbildungen sind diese Fälle durch gepunktete Diagonalen gekennzeichnet. Das Gleichungssystem ist unter diesen Bedingungen lösbar, die Genauigkeit der geschätzten Unbekannten ist jedoch vergleichsweise gering. Bewegt man sich in den Abbildungen 5.2a) und b) horizontal oder vertikal von den Diagonalen weg, so wird die Veränderung der Standardabweichung der Unbekannten durch Hinzunahme einer redundanten Beobachtung deutlich. In den meisten Fällen zeigt sich dabei eine Verbesserung der Genauigkeit. Für manche Konfigurationen kann die Standardabweichung aber gleich bleiben, oder sogar abnehmen. Bewegt man sich in den Abbildungen 5.2a) und b) im rechten Winkel von den eingezeichneten Diagonalen weg, so nimmt die Standardabweichungen der Unbekannten grundsätzlich ab. Sind die Längen der Basislinen optimal verteilt, so kann die topographische Höhe h des Geländes mit einer Standardabweichung von $\sigma_h \approx 3 \,\mathrm{m}$ und die Oberflächenbewegung v mit einer Standardabweichung von $\sigma_v \approx 1 - 2$ mm/Tag bestimmt werden. Eine genaue Betrachtung von Abbildung 5.2 zeigt außerdem, dass die Topographie- und Bewegungsunsicherheiten nicht durch die gleiche Messanordnung minimiert werden. Zur Bestimmung der Geländetopographie sind vor allem solche Aufnahmekonfigurationen gut geeinget, die weit von der gepunkteten Diagonalen entfernt liegen (linke obere bzw. rechte untere Ecke in Abbildung 5.2*a*)). Die Genauigkeit der Bewegung wird durch kurze Basislinien optimiert. Eine optimale Konfiguration kann daher nur unter Berücksichtigung der jeweiligen Ziele ausgewählt werden.

Nach Gleichung (5.1) wird die Standardabweichung der ausgeglichenen Parameter zusätzlich von der Anzahl der multi-temporalen Datensätze Q bestimmt. Im Allgemeinen nimmt die Standardabweichung der Unbekannten mit zunehmender Anzahl der Datensätze Q ab und konvergiert für $Q \mapsto \infty$ gegen 0. Eine Begründung für dieses Verhalten kann aus den Eigenschaften der Normalgleichungsmatrix $N = (A^T P_{bb}A)$ abgeleitet werden. Wird in Gleichung (5.1) ohne Beschränkung der Allgemeinheit $\hat{\sigma}_0^2 = 1$ und $P_{bb} = I$ gesetzt, so reduziert sich $\hat{K}_{\hat{x}\hat{x}}$ zu

$$\hat{K}_{\hat{x}\hat{x}} = \left(A^T A\right)^{-1} \tag{5.2}$$

Damit $\hat{K}_{\hat{x}\hat{x}}$ existiert, muss die Matrix $(A^T A)$ invertierbar sein, also vollen Rang haben. Dies kann durch Berechnung ihrer *Determinante* geprüft werden. Ist $det(A^T A) \neq 0$, so hat $(A^T A)$ vollen Rang und ihre Inverse existiert. Ist die Matrix A aus u Vektoren a_u der Länge n zusammengesetzt, so ist $(A^T A)$ eine symmetrische quadratische Matrix der Größe $u \ge u$ mit den Elementen $a_{u_i}^2$ auf der Hauptdiagonale und den Nebendiagonalelementen $a_{u_i} \cdot a_{v_i} \forall i \neq j$. Die Inverse dieser Matrix kann entsprechend

$$\left(A^{T}A\right)^{-1} = \frac{1}{\det\left(A^{T}A\right)} \left(A^{T}A\right)$$
(5.3)

ermittelt werden. Durch analytische Herleitung kann bewiesen werden, dass bei Erhöhung der Beobachtungsanzahl n und gleichzeitigem Anhalten der Menge an Unbekannten u, die Determinante $det(A^T A)$ stärker anwächst als die Elemente von $(A^T A)$ selbst. Nach Gleichung (5.3) nehmen daher die Elemente von $\hat{K}_{\hat{x}\hat{x}}$ mit steigender Anzahl an Beobachtung ab. Für $Q \mapsto \infty$ konvergiert die Unsicherheit eines geschätzten Parameters folglich gegen 0. Abbildung 5.3 zeigt die aus den simulierten Interferogrammen 1–14 ermittelte Entwicklung der Standardabweichung der Topographie σ_h und der Bewegung σ_v in Abhängigkeit von der Anzahl der Datensätze Q. Der Verlauf der Kurve bestätigt die Abnahme der Standardabweichung mit wachsender Anzahl an Datensätzen Q. Die Steigung der Kurve wird durch den Einfluss einer neuen Beobachtung auf die Gesamtkonfiguration bestimmt. Die Kombination einer Vielzahl von Interferogrammen, mit guter Verteilung der Basislinen, ermöglicht folglich



Abbildung 5.3: Abhängigkeit der Standardabweichung der Unbekannten σ_h und σ_v von der Anzahl der multi-temporalen Datensätze. Die Anzahl der Unbekannten ist konstant.

die Schätzung der Topographie h und der Bewegung v mit hoher Genauigkeit. Die Genauigkeitseigenschaften eines 4-Pass-Interferometrie Ansatzes können dabei deutlich verbessert werden.

Die räumliche Verteilung der Standardabweichungen wird durch die Eigenschaften der Q_{bb} -Matrix und durch das verwendete räumliche Modell geprägt. Zunächst sei angenommen, dass die Beobachtungen gleichgenau und somit die Einträge auf der Hauptdiagonalen der Q_{bb} -Matrix gleich sind. Die Verwendung des in Abschnitt 4.3.3 beschriebenen Flächenmodells, auf der Grundlage von Bilinearflächen, bedingt, dass die Unbekannten an den Rändern des Untersuchungsgebietes mit geringerer Genauigkeit bestimmt werden können als Unbekannte im Zentrum des Gebiets. Dies liegt daran, dass zur Schätzung der Randunbekannten nicht die vollständige bilinear-Umgebung zur Verfügung steht. In Abbildung 5.4*a*) ist dieser Effekt an einem Beispiel zu sehen. Die Grafik



Abbildung 5.4: Beispiele zur räumlichen Verteilung der Standardabweichung der Unbekannten im Falle gleichgenauer (*a*)) und nicht gleichgenauer Beobachtungen (*b*)).

zeigt die räumliche Verteilung der Standardabweichung der in den Knoten eines regelmäßigen Rasters geschätzten topographischen Höhe h. Die Parameterschätzung basiert auf synthetischen Daten. Sind alle Beobachtungen gleichgenau, so ist die Aufwölbung der Standardabweichungen an den Gebietsrändern - besonders in den Ecken - deutlich zu erkennen (Abbildung 5.4*a*)). Räumliche Variationen in den Standardabweichungen der Beobachtungen, z.B. bedingt durch unterschiedliche Kohärenz, werden auf die Standardabweichungen der Unbekannten abgebildet. Typische, durch räumliche und zeitliche Variationen der Kohärenz entstehende Fluktuationen in der Standardabweichung der topographischen Höhe sind in Abbildung 5.4*b*) dargestellt.

Wie in Abbildung 5.4b) dargestellt, bestimmt, neben den funktionalen Zusammenhängen, auch das stochastische Modell der Beobachtungen die Standardabweichung der Unbekannten. Auf der Grundlage der Genauigkeitseigenschaften der Beobachtungen wird festgelegt, mit welchem Gewicht jede Beobachtung zur Schätzung der Unbekannten beiträgt. Dieser Zusammenhang ermöglicht es, den Einfluss ungenauer Beobachtungen auf die geschätzten Unbekannten zu reduzieren. Nehmen die Genauigkeiten der Beobachtungen im gesamten Gebiet ab, so führt dies über den in Gleichung (5.1) dargestellten Zusammenhang zu vergrößerten Standardabweichungen der Unbekannten und umgekehrt. In der vorliegenden Ausgleichung werden die Genauigkeitseigenschaften der Beobachtungen, unter Vernachlässigung von atmosphärischen Effekten und Orbitfehlern, aus den Kohärenzen der interferometrischen Phasenwerte abgeleitet. Da in den Beobachtungsvektor der Ausgleichung aber nicht die ursprünglichen Interferogramme, sondern aus diesen Daten abgeleitete Werte eingehen, ist bei Genauigkeitsbetrachtungen auch Folgendes zu beachten. Sind die originalen Interferogramme von hoher Qualität, wird angenommen, dass der Prozess zur Generierung der Elemente des Beobachtungsvektors keine zusätzlichen Fehler verursacht. Hohe Standardabweichungen in den Originaldaten erhöhen die Wahrscheinlichkeit, dass bei der Ableitung der Beobachtungen aus den originalen Interferogrammen Fehler entstehen. Diese Fehler können zu systematischen Verfälschungen von Teilen des Beobachtungsvektors führen, welche die angenommenen funktionalen Zusammenhänge nicht mehr erfüllen. In diesen Fällen ist eine sinnvolle Interpretation der $\hat{K}_{\hat{x}\hat{x}}$ nicht mehr möglich, da die im Modell angenommenen funktionalen Beziehungen zwischen Beobachtungen und zu schätzenden Paramtern nicht erfüllt sind.

5.1.2 Berechnung und Interpretation von Zuverlässigkeitsmaßen

Aus dem Blickwinkel der Statistik kann eine Messung als Zufallsexperiment betrachtet werden, aus dem eine so genannte Zufallsvariable hervorgeht. Die möglichen Werte, die eine Zufallsvariable annehmen kann, werden als Messwerte oder Realisierungen der Zufallsvariablen bezeichnet. Der Wertebereich, in dem die Messwerte variieren können, wird durch statistisch definierte Wahrscheinlichkeitsverteilungen beschrieben. Durch Unzulänglichkeiten bei der Durchführung einer Messung können jedoch Messwerte entstehen, die außerhalb dieses definierten Wertebereichs liegen. Derartige Messergebnisse werden als *grobe Fehler* bezeichnet (BENNING 2002). Eine Beobachtung wird als grob falsch angesehen, wenn sie derart stark vom Erwartungswert ihrer Wahrscheinlichkeitsverteilung abweicht, dass sie mit großer Wahrscheinlichkeit nicht mehr als Stichprobe dieser Verteilung gelten kann. Zur Aufdeckung grober Fehler in Messreihen und Ausgleichungsergebnissen sind verschiedene statistische Methoden entwickelt worden. Zuverlässigkeitsmaße geben an, ab welcher Größenordnung grobe Fehler in überbestimmten Systemen aufdeckbar sind. Dabei gilt eine Messanordnung als zuverlässig, wenn sie das Aufdecken

und Lokalisieren grober Fehler im Datenmaterial gestattet, und damit die Elimination dieser Fehler ermöglicht. Im Folgenden wird das vorgestellte Modell, basierend auf verschiedenen statistischen Kenngrößen, auf seine Zuverlässigkeit geprüft. Dazu werden die verschiedenen Maßzahlen zunächst erläutert, dann auf das Ausgleichungsverfahren angewendet und abschließend die Ergebnisse analysiert.

Ein häufig verwendetes Zuverlässigkeitsmaß ist der so genannten *Redundanzanteil* r_i . Ausgehend von der Methode der kleinsten Quadrate und basierend auf den Gleichungen (4.6), (4.8) und (4.11), können die Verbesserungen \hat{v} zu den Beobachtungen durch

$$\hat{v} = -Q_{\hat{v}\hat{v}}P_{bb}w \tag{5.4}$$

mit $Q_{\hat{v}\hat{v}} = \hat{K}_{\hat{v}\hat{v}}/\hat{\sigma}_0^2$ dargestellt werden. Die Matrix $(Q_{\hat{v}\hat{v}}P_{bb})$ ist eine Funktion der Jacobi-Matrix A und der Gewichtsmatrix P_{bb} und beinhaltet daher auch Informationen über die Geometrie des Ausgleichungsansatzes. Sie bestimmt, wie der Widerspruchsvektor w auf die Verbesserungen \hat{v} abgebildet wird. Basierend auf Gleichung (5.4) ist es möglich, die Auswirkungen grober Fehler in den Beobachtungen auf die Verbesserungen \hat{v} zu den Beobachtungen zu analysieren. Dazu wird in Gleichung (5.4) der Widerspruchsvektor w durch den Vektor der groben Beobachtungsfehler Δb ersetzt. Die aus Δb resultierenden Änderungen $\Delta \hat{v}$ der Verbesserungen ergeben sich aus

$$\Delta \hat{v} = -Q_{\hat{v}\hat{v}}P_{bb}\Delta b \quad . \tag{5.5}$$

 $(Q_{\hat{v}\hat{v}}P_{bb})$ ist eine *idempotente* Matrix der Größe $n \ge n$. Für eine idempotente Matrix C gilt, nach (BRONSTEIN und SEMENDJAJEW 1991), rg(C) = sp(C). Für die Diagonalelemente der Matrix $(Q_{\hat{v}\hat{v}}P_{bb})$ gilt also

$$\sum \left((Q_{\hat{v}\hat{v}}P_{bb})_{ii} \right) = sp(Q_{\hat{v}\hat{v}}P_{bb}) = r \quad .$$
(5.6)

Die Gesamtredundanz r der Ausgleichung entspricht der Spur der Matrix $(Q_{\hat{v}\hat{v}}P_{bb})$. Die Hauptdiagonalelemente $r_i = (Q_{\hat{v}\hat{v}}P_{bb})_{ii}$ geben den Anteil einer Beobachtung an der Gesamtredundanz an und werden deshalb als *Redundanzanteile* bezeichnet. Nach Gleichung (5.5) beschreiben die Redundanzanteile, wie stark sich ein grober Beobachtungsfehler Δb_i an der Stelle i auf die entsprechende Verbesserung $\Delta \hat{v}_i$ auswirkt. Umgekehrt lässt sich ableiten, wie groß ein Beobachtungsfehler Δb sein muss, um einen Zuschlag $\Delta \hat{v}$ von einer bestimmten Größe zu erzeugen. Die Redundanzanteile r_i können Werte zwischen 0 und 1 annehmen. Ist r_i groß, so schlagen sich grobe Fehler stark in $\Delta \hat{v}$ nieder und können daher leicht entdeckt werden. Sind die Nebendiagonalelemente in $(Q_{\hat{v}\hat{v}}P_{bb})$ klein, so kann zusätzlich davon ausgegangen werden, dass sich ein grober Fehler Δb_i in der Beobachtung nahezu ausschließlich auf die zugehörige Verbesserung Δv_i auswirkt. Beobachtungen mit hohem Redundanzanteil werden als gut kontrolliert bezeichnet. Niedrige Redundanzanteile erschweren dagegen die Suche nach groben Fehlern, da sich ein Fehler Δb_i nur gering in seiner zugehörigen Verbesserung $\Delta \hat{v}_i$ niederschlägt.

Abbildung 5.5 zeigt exemplarisch die Konfiguration der Matrix $(Q_{\hat{v}\hat{v}}P_{bb})$ für eine Ausgleichung, die auf drei simulierten Interferogrammen basiert. Aus den 20 simulierten Interferogrammen wurden die Interferogramme 1–3 ausgewählt (vergleiche Abbildung 5.1*d*)). Die Stützpunktweite des Oberflächenmodells *a* ist auf *a* = 5 Pixel gesetzt. Die Hauptdiagonalelemente der Matrix, und damit die Redundanzanteile, sind für alle Beobachtungen sehr hoch. Die Werte auf den Nebendiagonalen bleiben dagegen klein. In der vorliegenden Ausgleichung werden



Abbildung 5.5: Aufbau der Matrix $(Q_{\hat{v}\hat{v}}P_{bb})$ für einen 10×10 Pixel großen Ausschnitt aus dem Testgebiet.

damit, je nach Wahl der Stützpunktweite des in Abschnitt 4.3.3 vorgestellten Flächenmodells, sehr große Gesamtredundanzen r erreicht. Die Redundanzanteile aller Beobachtungen nehmen selbst für kleine Stützpunktweiten Werte über 0.8 an und steigen mit zunehmender Stützpunktweite bis nahe 1. Alle Beobachtungen im Ausgleichungssytem sind demnach gut kontrolliert und grobe Fehler können gut aufgedeckt werden. Außerdem schlagen sich wegen der niedrigen Nebendiagonalelemente grobe Fehler nahezu ausschließlich in ihrer zugehörigen Verbesserung nieder und breiten sich sowohl in räumlicher als auch in zeitlicher Richtung kaum aus. Abbildung 5.6 zeigt die Matrix der Redundanzanteile für obiges Ausgleichungsmodell. Die gezeigte Matrix hat die Größe $n \ge n$



Abbildung 5.6: Redundanzanteile der Beobachtungen exemplarisch für einen simulierten Datensatz aus drei Interferogrammen. Die Stützpunktweite des Oberflächenmodells ist a = 5 Pixel.

und stellt für die Beobachtungen eines der involvierten Interferogramme jeweils die Redundanzanteile dar. Diese Information liegt für jeden der multi-temporalen Datensätze vor. Die Matrizen der anderen Interferogramme sind mit der gezeigten Matrix qualitativ identisch und unterscheiden sich in den Beträgen nur geringfügig. Alle Redundanzanteile r_i nehmen Werte zwischen 0.88 und 0.99 an. Die räumliche Struktur der Redundanzanteile r_i folgt dem Aufbau des räumlichen Modells. Beobachtungen, die weit von den Stützpunkten des Oberflächenmodells entfernt liegen, zeichnen sich durch die größten Redundanzanteile aus. Fehler in diesen Beobachtungen sind leicht in den Verbesserungen auszumachen. Die Redundanzanteile der Beobachtungen in der unmittelbaren Nähe der Stützpunkte sind geringfügig niedriger. Fehler in diesen Beobachtungen sind geringfügig schlechter, aber immer noch gut aufdeckbar.

Basierend auf den Redundanzanteilen können weitere Aussagen zu den Fragen (*i*) wie groß ein grober Fehler in den Beobachtungen mindestens sein muss, um ihn bei vorgegebenen statistischen Annahmen aufdecken zu können (*innere Zuverlässigkeit*) und (*ii*) welche Auswirkungen gerade nicht mehr erkennbare grobe Fehler auf die Unbekannten der Ausgleichung haben (*äußere Zuverlässigkeit*) getroffen werden. Ein Maß für die *innere Zuverlässigkeit* ist der so genannte *Kontrollierbarkeitsfaktor* $\delta_{0,i}$, der angibt, wieviel mal so groß wie die Standardabweichung σ_{b_i} ein grober Fehler sein muss, um ihn mit statistischen Testverfahren mit einer bestimmten Wahrscheinlichkeit aufdecken zu können (KOCH 1987). Die Verbesserungen \hat{v}_i lassen sich mittels ihrer Standardabweichung $\sigma_{\hat{v}_i}$ normieren, wodurch die standardnormalverteilte Prüfgrösse δ_0

$$\delta_0 = \frac{\Delta \hat{v}_i}{\hat{\sigma}_{\hat{v}_i}} = \frac{\hat{v}_i}{\hat{\sigma}_{b_i}\sqrt{r_i}} \tag{5.7}$$

mit der Standardabweichung der Beobachtungen $\hat{\sigma}_{b_i}$ und dem Redundanzanteil r_i entsteht. Für unkorrelierte Beobachtungen *b* erhält man, durch Einsetzen der Gleichung (5.5) in (5.7) und unter Berücksichtigung von $r_i = (Q_{\hat{v}\hat{v}}P_{bb})_{ii}$, den Kontrollierbarkeitsfaktor $\delta_{0,i}$

$$\delta_{0,i} = \frac{\Delta b_i}{\hat{\sigma}_{b_i}} = \frac{\delta_0}{\sqrt{r_i}} \tag{5.8}$$

Wie Gleichung (5.8) verdeutlicht, ist die *innere Zuverlässigkeit* einer Ausgleichung sowohl von der Präzision der Beobachtungen $\hat{\sigma}_{b_i}$, als auch von den Redundanzanteilen r_i abhängig. Je ungenauer die Beobachtung, desto größer wird das Intervall, in dem grobe Fehler nicht aufgedeckt werden können. Je kleiner der Redundanzanteil der i-ten Beobachtung, um so geringer die Chance grobe Fehler nachzuweisen.
Als ein Maß für die *äußere Zuverlässigkeit* kann der so genannte *Einflussfaktor* $\bar{\delta}_{0,i}$ verwendet werden. Dieser Faktor gibt an, wie stark sich ein gerade nicht mehr aufdeckbarer grober Fehler im ungünstigsten Fall auf eine Funktion der geschätzten Parameter auswirkt. Die Verfälschung dieser Funktion wird dabei bezogen auf ihre Standardabweichung angegeben. Eine Abschätzung für den Einflussfaktor $\bar{\delta}_{0,i}$ bietet Gleichung 5.9.

$$\bar{\delta}_{0,i} = \delta_0 \sqrt{\frac{1 - r_i}{r_i}} \tag{5.9}$$

Auf Grundlage der oben abgeleiteten Redundanzanteile werden, für das bereits oben verwendete Beispiel, der Kontrollierbarkeitsfaktor $\delta_{0,i}$ und der Einflussfaktor $\bar{\delta}_{0,i}$ berechnet. Die Ergebnisse sind in Abbildung 5.7 dargestellt. δ_0 wurde bei der Durchführung der Berechnungen auf $\delta_0 = 3$ gesetzt. Dies bedeutet, dass Fehler in den Beobachtungen, die dreimal größer sind als ihre Standardabweichung, als grobe Fehler klassifiziert werden. Wie



Abbildung 5.7: Kontrollierbarkeitsfaktor $\delta_{0,i}(a)$) und Einflussfaktor $\bar{\delta}_{0,i}(b)$) für das in Abbildung 5.6 verwendete Beispiel.

bereits anhand der funktionalen Zusammenhänge erkennbar, verhalten sich $\delta_{0,i}$ und $\overline{\delta}_{0,i}$ umgekehrt proportional zu r_i . Die Werte für $\delta_{0,i}$ in Abbildung 5.7*a*) zeigen, dass bei Wahl von $\delta_0 = 3$ ein groben Fehler im Beobachtungsvektor mindestens 3.04 mal so groß wie seine Standardabweichung sein muss, um ihn aufgedecken zu können. Die Werte in Abbildung 5.7*b*) zeigen, dass eine Funktion der geschätzten Unbekannten von einem nicht erkennbaren groben Fehler maximal um das einfache der Standardabweichung dieser Funktion verfälscht werden kann. Der Mittelwert des Einflussfaktors liegt bei zirka 0.5.

Die Genauigkeitseigenschaften der Ausgleichung wurden in Abhängigkeit von der Beobachtungsgeometrie, der Anzahl der multi-temporalen Datensätze und den a priori Varianzen und Kovarianzen der Beobachtungen, analysiert. Es zeigt sich, dass durch Anwendung des vorgestellten Verfahrens eine deutliche Steigerung der Genauigkeitseigenschaften gegenüber Standardverfahren erreicht werden kann. Anhand von Zuverlässigkeitsmaßen wurde zusätzlich die hohe Robustheit des Ansatzes und die ausgeprägte Kontrollierbarkeit der Beobachtungen gezeigt. Die abgeleiteten Informationen erlauben es, eine objektive Qualitätsbeurteilung der Ausgleichungsaufgabe durchzuführen.

5.1.3 Empfindlichkeit der Unbekannten gegenüber Modellfehlern

Die im vorherigen Abschnitt bestimmten Maßzahlen für die Genauigkeit und die Zuverlässigkeit des Ausgleichungsmodells erlauben die Beschreibung der Qualität des Ansatzes für den Fall, dass die funktionalen Beziehungen zwischen Beobachtungen und zu schätzenden Parametern korrekt sind und die a priori Genauigkeitseigenschaften der Beobachtungen richtig eingeschätzt wurden. Die Kriterien beschreiben damit den Einfluss von zufälligen Fehlern, wie z.B. Messungenauigkeiten, auf die Genauigkeit und den Erwartungswert der Unbekannten. Neben diesen Fehlern können auch Fehler systematischer Natur in den Daten auftreten, die zu Verzerrungen der obigen Maßzahlen führen. Ein großer Anteil der systematischen Fehler wird durch Modellfehler verursacht. Modellfehler liegen vor, wenn die physikalischen oder geometrischen Beziehungen zwischen den Messgrößen und den zu bestimmenden Parametern fehlerhaft oder unvollständig sind (NIEMEIER 2001). Dabei kann sowohl das Funktionalmodell als auch das stochastische Modell der Beobachtungen betroffen sein. Typische Beispiele unzureichender funktionaler Zusammenhänge sind fehlerhafte Kalibrierparameter, verfälschte geometrische Beziehungen oder die Verwendung unzureichender Näherungsformeln. Ein typischer Fehler des stochastischen Modells ist die Vernachlässigung von Kovarianzen. Zur Aufdeckung von Modellfehlern ist es notwendig, eine gewisse Grundinformation über die Eigenschaften des Modellfehlers zu haben. Sind Annahmen über die Modellfehler vorhanden, kann auf fehlertheoretischem Wege der Einfluss dieser Fehler auf den Erwartungswert und die Genauigkeitseigenschaften der Unbekannten untersucht werden.

In diesem Abschnitt wird die Empfindlichkeit des Ausgleichungsansatzes gegenüber vernachlässigten Modellkomponenten analysiert. Im Speziellen wird dabei auf den Einfluss von atmosphärischen Effekten und den Einfluss nicht modellierter Änderungen der Gletschergeschwindigkeit auf die Erwartungswerte der Unbekannten eingegangen. Die Herleitung des Einflusses von Modellfehlern erfolgt auf analytischem Wege nach einem in (EBNER 1969) beschriebenen Verfahren. Nach dem Ansatz der vermittelnden Ausgleichung, basierend auf einem Gauss-Markov Modell, werden die Schätzwerte für die Unbekannten \hat{x} sowie deren Kovarianzmatrix $\hat{K}_{\hat{x}\hat{x}}$ gemäß

$$\hat{x} = \left(A^T P_{bb} A\right)^{-1} A^T P_{bb} b$$
$$\hat{K}_{\hat{x}\hat{x}} = \hat{\sigma}_0^2 \left(A^T P_{bb} A\right)^{-1}$$

hergeleitet. Die Schätzwerte \hat{x} sind noch von den zufälligen Werten des Beobachtungsvektors b, die Schätzwerte $\hat{K}_{\hat{x}\hat{x}}$ von der Zufallsvariablen $\hat{\sigma}_0^2$ abhängig. Durch den Übergang auf die entsprechenden Erwartungswerte

$$E\{\hat{x}\} = (A^T P_{bb} A)^{-1} A^T P_{bb} E\{b\}$$
(5.10)

$$E\left\{\hat{K}_{\hat{x}\hat{x}}\right\} = E\left\{\hat{\sigma}_{0}^{2}\right\} \left(A^{T}P_{bb}A\right)^{-1}$$
(5.11)

werden diese Abhängigkeiten aufgehoben. Ist sowohl die Gewichtsmatrix P_{bb} , als auch das funktionale Modell frei von systematischen Fehlern, so ist $E\{\hat{\sigma}_0^2\} = 1$ und die geschätzten Unbekannten sind fehlerfrei. Weicht aber die Kovarianzmatrix der Beobachtungen $K_{bb} = \sigma_0^2 P_{bb}^{-1}$ von der korrekten Kovarianzmatrix K ab, und/oder sind systematische Fehler s_b im funktionalen Modell vorhanden, so ist der Erwartungswert des Varianzfaktors $E\{\hat{\sigma}_0^2\}$ zunächst unbekannt. Basierend auf K und s_b wurde in (EBNER 1969) der Erwartungswert des gesuchten Varianzfaktors abgeleitet:

$$E\{\hat{\sigma}_{0}^{2}\} = \frac{1}{r} \left[sp \left(K(P_{bb} - P_{bb}A(A^{T}P_{bb}A)^{-1}A^{T}P_{bb}) \right) \right] + \frac{1}{r} \left[s_{b}^{T}(P_{bb} - P_{bb}A(A^{T}P_{bb}A)^{-1}A^{T}P_{bb})s_{b} \right]$$
(5.12)

 $E\{\hat{\sigma}_0^2\}$ ist der Varianzfaktor der sich ergibt, wenn der Ausgleichung die verfälschte Gewichtsmatrix P_{bb} zu Grunde liegt, in Wirklichkeit aber die übergeordnete Kovarianzmatrix K gilt und das Funktionalmodell die systematischen Fehler s_b aufweist. Unter Verwendung von Gleichung (5.12) kann nun der Erwartungswert für die unter falschen Annahmen berechnete Kovarianzmatrix der Unbekannten $E\{\hat{K}_{\hat{x}\hat{x}}\}$ abgeleitet werden. Dieser ergibt sich zu:

$$E\left\{\hat{K}_{\hat{x}\hat{x}}\right\} = \left[\frac{1}{r}(sp(K(P_{bb} - P_{bb}A(A^{T}P_{bb}A)^{-1}A^{T}P_{bb}))) + \frac{1}{r}(s_{b}^{T}(P_{bb} - P_{bb}A(A^{T}P_{bb}A)^{-1}A^{T}P_{bb})s_{b})](A^{T}P_{bb}A)^{-1}$$
(5.13)

Die vereinfacht berechneten Varianzen und Kovarianzen der Matrix $E\{\hat{K}_{\hat{x}\hat{x}}\}$ können nun mittels einer Kovarianzmatrix $\hat{K}_{\hat{x}\hat{x}}^p$ überprüft werden, die durch Anwendung des Fehlerfortpflanzungsgesetzes auf Gleichung (4.8) und unter Zugrundelegung der übergeordneten Kovarianzmatrix K erhalten wird (EBNER 1969).

$$\hat{K}^{p}_{\hat{x}\hat{x}} = (A^{T}P_{bb}A)^{-1}A^{T}P_{bb}KP_{bb}A(A^{T}P_{bb}A)^{-1}$$
(5.14)

Analog dazu ist eine Überprüfung des Erwartungswertes $E\{\hat{x}\}$ unter Verwendung des Erwartungswertes $E\{\hat{x}\}^p$ möglich. Da für den Vektor der systematischen Fehler des funktionalen Modells der Zusammenhang $s_b = E\{b\} - AE\{\hat{x}\}^p$ gilt, ergibt sich unter Berücksichtigung der Gleichung (5.10)

$$E\{\hat{x}\} = E\{\hat{x}\}^p + (A^T P_{bb} A)^{-1} A^T P_{bb} \cdot s_b$$
(5.15)

Daraus kann der systematische Fehler der Unbekannten s_x abgeleitet werden.

$$s_x = E\{\hat{x}\} - E\{\hat{x}\}^p = (A^T P_{bb} A)^{-1} A^T P_{bb} \cdot s_b$$
(5.16)

Auf der Grundlage der Gleichungen (5.13), (5.14) und (5.16) hat man die Möglichkeit, bei Kenntnis der übergeordneten Kovarianzmatrix K sowie der systematischen Fehler s_b des funktionalen Modells, den Einfluss von systematischen Fehlern auf die Schätzwerte der Unbekannten und deren Genauigkeitseigenschaften abzuschätzen und zu analysieren.

Der Einfluss der atmosphärischen Laufzeitverzögerung auf die interferometrische Phase ist ein limitierender Faktor für Anwendungen der differentiellen SAR Interferometrie, da die atmosphärische Phasenkomponente ϕ_{atm} je nach Wetterlage große Werte annehmen kann und wegen ihrer starken räumlichen und zeitlichen Variabilität weder prädiziert noch modelliert werden kann. Wie in Abschnitt 4.4.4 bereits erläutert, ist das in SAR Interferogrammen enthaltene atmosphärische Signal, nach Reduktion um einen über die ganze Szene konstanten Beitrag, mittelwertsfrei, die Momente höherer Ordnung können jedoch, je nach Wetterlage, beträchtliche Werte annehmen. Eine funktionale Modellierung des atmosphärischen Einflusses ist wegen der hohen räumlichen und zeitlichen Variabilität des Wasserdampfgehalts in der Troposphäre nicht möglich. In (HANSSEN 2001) wird eine Methode zur stochastischen Modellierung der atmosphärischen Effekte vorgeschlagen. Dort wurden die typischen Strukturgrößen des atmosphärischen Signals, basierend auf einem Set von 26 SAR Interferogrammen, abgeleitet, auf deren Grundlage Varianzen und Kovarianzen der Beobachtungen bestimmt werden können. In anderen Arbeiten wird die Trennung der atmosphärischen Einflüsse vom restlichen Signal in einem Mehrbildansatz vorgenommen. Eine Auswahl dieser Verfahren wurde bereits in Abschnitt 3.2.3 erläutert. Beispiele hierfür sind in (FERRETTI et al. 1999, FERRETTI et al. 2000, MORA et al. 2001, MORA et al. 2002) erschienen. In vielen auf der Methode der 3- und 4-Pass-Interferometrie beruhenden Arbeiten werden atmosphärische Effekte jedoch vernachlässigt. Im vorliegenden Ansatz besteht die Möglichkeit, atmosphärische Effekte entsprechend dem Ansatz in (HANSSEN 2001) in der Kovarianzmatrix der Beobachtungen zu berücksichtigen. Durch dieses Vorgehen wird der Berechnungsaufwand zur Ableitung der Unbekannten durch Modellinversion jedoch deutlich erhöht. Die Nutzung einer vollständigen Kovarianzmatrix ist daher nur für kleinere Gebiete durchführbar. Im folgenden werden die unter Vernachlässigung atmosphärischer Effekte erhaltenen Unbekannten und deren Genauigkeiten mit Hilfe eines übergeordneten Modells überprüft, in dem atmosphärische Effekte berücksichtigt werden. Die atmosphärische Phasenkomponente ϕ_{atm} wird dabei als systematischer Fehler s_b des funktionalen Modells betrachtet und der Effekt dieses Modellfehlers auf die Unbekannten entsprechend Gleichung (5.16) untersucht. Die Stützpunktweite a des Oberflächenmodells wird wie im vorherigen Abschnitt auf a = 5 Pixel gesetzt. Um vernünftige Annahmen für die Werte in s_b zu erhalten, wurden 14 Atmosphären-Interferogramme $\phi \approx \phi_{atm}$ simuliert. Zur Generierung dieser Interferogramme wurden die in (HANSSEN 2001) ermittelten Strukturparameter des atmosphärischen Signals verwendet. Einige Beispiele für Atmosphären-Interferogramme sind in Abbildung 5.8 dargestellt. Die zeitliche Variabilität des atmosphärischen Signals ist darin gut zu erkennen. Die Standardabweichung der Atmosphären-Interferogramme wurde als gaussverteilte Zufallsvariable modelliert, deren Erwartungswert der in (HANSSEN 2001) publizierten mittleren Standardabweichung des atmosphärischen Signals entspricht. Die Breite der Gaussverteilung wurde so gewählt, dass alle in (HANSSEN 2001) gemessenen atmosphärischen Effekte bei einem Signifikanzniveau von 5% noch zur Verteilung gehören. Auf der Grundlage des auf diese Art bestimmten Vektors s_b werden die systematischen Fehler der unbekannten Parameter s_x , in Abhängigkeit von der Anzahl der multi-temporalen Datensätze Q, bestimmt. Die Einträge in der Jacobi-Matrix werden auf der Grundlage der Aufnahmegeometrien der ersten 14 simulierten Interferogramme bestimmt. Die durchgezogenen Linien in Abbildung 5.9 zeigen die durch Modellrechnung ermittelten systematischen Verzerrungen $|\Delta h|$ der in der Ausgleichung geschätzten Topographie (siehe 5.9*a*)) und der Oberflächenbewegung $|\Delta v|$ (siehe 5.9b)) in Abhängigkeit von der Anzahl der Datensätze Q. Bei einer geringen Anzahl Beobachtungen kann der Schätzwert der Topographie um 10–15 m und der Schätzwert der Oberflächenbewegung um 0.5–0.6 cm/Tag



Abbildung 5.8: Beispiele für simulierte Atmosphären-Interferogramme $\phi = \phi_{atm}$. Die Einheiten sind in *rad* angegeben.

verfälscht werden. Der exakte Wert hängt von der Amplitude und der zufälligen Struktur der jeweiligen atmosphärischen Effekte ab. Mit zunehmender Anzahl an Beobachtungen konvergieren $|\Delta h|$ und $|\Delta v|$ gegen 0. Da der Erwartungswert des atmosphärischen Signals ebenfalls mit 0 angegeben wird, konnte dieses Verhalten erwartet werden. In diesem Zusammenhang ist es interessant zu untersuchen, für welche Q die Werte von $|\Delta h|$ und $|\Delta v|$ signifikant sind. Anhand eines Signifikanztests wird daher untersucht, ob die Werte für $|\Delta h|$ und $|\Delta v|$ bei einem Signifikanzniveau von $\alpha = 0.5\%$ signifikant von 0 abweichen. Die zugehörigen Nullhypothesen werden durch $H_0: |\Delta h| = 0$ bzw. $|\Delta v| = 0$ und die entsprechenden Alternativhypothesen durch $H_1: |\Delta h| \neq 0$ bzw. $|\Delta v| \neq 0$ definiert. Die gestrichelten Linien in Abbildung 5.9 geben diejenigen Werte für $|\Delta h|$ und $|\Delta v|$ an, für die bei einem Signifikanzniveau von $\alpha = 0.5\%$ die Nullhypothese gerade noch angenommen wird. Liegt ein Wert für die systematischen Verzerrungen in Topographie $|\Delta h|$ bzw. in Bewegung $|\Delta v|$ über der gestrichelten Linie, so gilt dieser als signifikant, liegt er darunter, unterscheidet er sich nicht signifikant von 0. Abbildung 5.9 zeigt, dass ab einer Anzahl von ca. 6 multi-temporalen Datensätzen die systematischen Fehler durch atmosphärische



Abbildung 5.9: Einfluss nicht modellierter atmosphärischer Effekte auf die geschätzten Unbekannten Topographie (*a*)) und Bewegung (*b*)).

Effekte in der interferometrischen Phase unter das Signifikanzniveau fallen. Unter für mittlere Breiten typischen atmosphärischen Bedingungen, sind daher, bei Verwendung von $Q \le 6$ Datensätzen, signifikante systematische Fehler in den Unbekannten zu erwarten. Wie in Abschnitt 4.4.4 angedeutet, kann angenommen werden, dass der Einfluss der atmosphärischen Lauzeitverzögerung auf die interferometrische Phase in polaren Regionen deutlich geringer ausfällt, als in mittleren Breiten. Unter Berücksichtigung des in (GRAY et al. 1997) für arktische Gebiete bestimmten maximalen Phasenbeitrags durch atmosphärische Effekte von $\phi_{atm} = \frac{\pi}{2}$, wurden die in Abbildung 5.9 dargestellten systematischen Fehler der Unbekannten neu berechnet. Die Resultate dieser Neube-



Abbildung 5.10: Einfluss nicht modellierter atmosphärischer Effekte auf die geschätzten Unbekannten Topographie (*a*)) und Bewegung (*b*)) in polaren Regionen.

rechnung sind in Abbildung 5.10 dargestellt. Sie zeigen, dass in arktischen Gebieten die systematischen Fehler der Unbekannten auch für kleine Q immer unter dem Signifikanzniveau bleiben. Auf eine Berücksichtigung im funktionalen Modell kann unter diesen Bedingungen daher verzichtet werden.

Fehler im Bewegungsmodell der Gletscheroberfläche führen ebenfalls zu verzerrten Schätzwerten der Unbekannten. Das verwendete mathematische Modell erlaubt keine Rekonstruktion, sondern lediglich eine Approximation der tatsächlichen Gletscherfließbewegung. Die Güte der Approximation kann durch die Wahl des Grads q der Approximationsfunktion beeinflusst werden (siehe Abschnitt 4.3.2). Wird der Grad der Funktion zu niedrig gewählt, weichen die Funktionswerte der Approximationsfunktion an den Beobachtungszeitpunkten signifikant von der tatsächlichen Gletscherbewegung ab. Systematische Fehler in der geschätzten Gletschertopographie h und der geschätzten Oberflächenbewegung v sind die Folge. Wird der Grad der Funktion zu hoch gewählt, so wird die Redundanz des Ausgleichungssystems unnötig reduziert und sowohl die Genauigkeit als auch die Zuverlässigkeit der Schätzwerte verschlechtert. Mit Hilfe von Signifikanztests können die geschätzten Parameter des Bewegungsmodells auf Signifikanz getestet werden. Durch Analyse der Ergebnisse der Tests kann der minimal notwendige Grad g_{min} der Approximationsfunktion abgeleitet werden und auf dessen Basis die Ausgleichung mit $g = g_{min}$ erneut gerechnet werden. Da die Anzahl der verfügbaren SAR Interferogramme über einem Untersuchungsgebiet in der Regel beschränkt ist, und da nach Abschnitt 3.1.2 das Fließverhalten eines Gletschers im Falle kurzer Beobachtungsepochen zeitlich stark variieren kann, ist es wahrscheinlich, dass der Grad der Bewegungsfunktion g kleiner als g_{min} gewählt werden muss, um die Lösbarkeit des Gleichungssystems zu garantieren. Teile der tatsächlichen Oberflächenbewegung bleiben in diesem Fall unmodelliert.

Im Folgenden wird an einem Beispiel exemplarisch gezeigt, wie sich dadurch entstehende Modellfehler auf die Schätzwerte für die Unbekannten auswirken. Der Topographieanteil der interferometrischen Phase der Testdatensätze wird auf der Grundlage des am Anfang des Kapitels dargestellten DGMs, in Verbindung mit der jeweiligen Aufnahmegeometrie simuliert. Die Bewegungskomponente der interferometrischen Phase nimmt mit der Zeit linear zu und wird aus dem Bewegungsmodell $v(t) = \sum_{g=1}^{2} a_g t^{g-1}$ abgeleitet. Die Oberflächenbewegung in Sensorblickrichtung zum Zeitpunkt t = 0 ist in Abbildung 5.1b) dargestellt. Im zeitlichen Modell der Ausgleichung wird der lineare Anteil der Oberflächenbewegung bewusst vernachlässigt, und analysiert, wie sich der daraus resultierende Modellfehler auf die Schätzwerte für die Unbekannten auswirkt. Ausgehend von der bekannten Bewegung der Oberfläche und dem verwendeten funktionalen Modell, kann der Vektor der systematischen Fehler des funktionalen Modells s_b abgeleitet werden. Auf der Grundlage des auf diese Art bestimmten Vektors s_b werden die systematischen Fehler der unbekannten Parameter s_x , in Abhängigkeit von der Anzahl der multi-temporalen Datensätze Q und für unterschiedliche Beschleunigungsamplituden bestimmt. Die Ergebnisse dieser Untersuchungen sind in Abbildung 5.11 dargestellt. Die durchgezogenen Linien in Abbildung 5.11 zeigen wiederum die durch Modellrechnung ermittelten systematischen Fehler der Topographie $|\Delta h|$ (siehe 5.11*a*)) und der Oberflächenbewegung $|\Delta v|$ (siehe 5.11b)), in Abhängigkeit von Q. Die systematischen Fehler $|\Delta h|$ und $|\Delta v|$ wurden dabei für verschiedene Beschleunigungsraten berechnet. Die Beschleunigungsrate ist in Prozent relativ zu einer Ausgangsgeschwindigkeit v(t = 0) definiert und gibt an, um wieviel Prozent der Gletscher innerhalb eines Jahres (365 Tage) gegenüber seiner Ausgangsgeschwindigkeit beschleunigt hat. Wie bei der Analyse des Einflusses atmosphärischer Effekte, so werden auch bei der vorliegenden Untersuchung die Ergebnisse auf Signifikanz untersucht. Die Durchführung und die Kriterien des Signifikanztests sind identisch. Bei der Nutzung einer geringen Anzahl Beobachtungen können die unbekannten Parameter je nach Beschleunigungsrate drastisch verfälscht werden. Eine Erhöhung der Anzahl an Beobachtungen führt zu einer starken Abnahme des Topographiefehlers $|\Delta h|$ der für eine große Anzahl an Beobachtungsterminen Q Werte zwischen 5 und 10 m annimmt. Dennoch bleibt der Fehler $|\Delta h|$ für die meisten Beschleunigungsraten signifikant. Die Fehler in der geschätzten Oberflächenbewegung $|\Delta v|$ nehmen mit steigendem Q nur wenig ab und sind für alle getesteten Beschleunigungsraten und alle Q signifikant. Die Verwendung von vielen Beobachtungen erlaubt es demnach, den Einfluss eines Modellfehlers auf die geschätzte Geländetopographie h zu verringern, die systematische Verfälschung der konstanten Oberflächenbewegung kann jedoch nicht eliminiert werden.



Abbildung 5.11: Einfluss einer nicht modellierten linearen Beschleunigung der Gletscherbewegung auf die geschätzten Unbekannten Topographie (a)) und Bewegung (b)). Die Beschleunigungsrate ist in Prozent relativ zu einer Ausgangsgeschwindigkeit v(t = 0) dargestellt und gibt an, um wieviel Prozent der Gletscher innerhalb eines Jahres (365 Tage) gegenüber seiner Ausgangsgeschwindigkeit beschleunigt hat.

In Abschnitt 3.1.2 wurde gezeigt, dass die Bewegung polarer Eismassen starke Variationen aufweisen kann, die mit Verkürzung des Beobachtungsintervalls in der Regel zunehmen. Obigen Untersuchungen zu Folge, muss diese Tatsache bei der Beobachtung und Analyse polarer Gletscher mit Verfahren der SAR Interferometrie beachtet werden, um signifikante Verfälschungen der Schätzwerte der Unbekannten zu vermeiden. In Standardverfahren der differentiellen SAR Interferometrie wird dies in der Regel vernachlässigt. Eine flexible Modellierung der Gletscherbewegung wie sie in dieser Arbeit vorgeschlagen wird, ermöglicht daher nicht nur eine bessere Beschreibung des Fließverhaltens des Gleschers, sondern führt auch zu einer deutlichen Verringerung systematischer Fehler in den Schätzwerten.

5.2 Einfluss der Maschenweite des räumlichen Gitters

Durch die Stützpunktweite des Oberflächenmodells wird der Abstand der Gitterknoten festgelegt, in denen die unbekannten Parameter unter Verwendung einer Flächenfunktion aus den in der Nachbarschaft gegebenen Interferogrammwerten geschätzt werden. Die Wahl der Stützpunktweite erfolgt unter Berücksichtigung zweier konkurrierender Kriterien. Der Abstand der Gitterknoten bestimmt maßgeblich das Verhältnis zwischen der Anzahl der Unbekannten u und der Anzahl der Beobachtungen n und damit die Redundanz der Ausgleichung. Das Bestreben, die Genauigkeit und Zuverlässigkeit des Ausgleichungsmodells zu maximieren, führt zur Notwendigkeit hoher Redundanzen und damit zur Forderung nach großen Stützpunktweiten. Andererseits ist, unter Berücksichtigung der Oberflächenfunktion, die Maschenweite des regelmäßigen Gitters ausreichend klein zu halten, um eine Unterabtastung der Datensätze zu vermeiden. Ziel ist es also, vor der Ausgleichung, diejenige Gitterweite zu ermitteln, bei der sowohl Unterabtastungseffekte minimiert, als auch die Redundanz maximiert wird. Nach (REINHARDT 1991) ist eine Analyse zweidimensionaler Geländeprofile mit dem Verfahren der *linearen Interpolation* gut zur Abschätzung der optimalen Stützpunktdichte geeignet. Das Prinzip dieses relativ einfachen Verfahrens besteht darin, einen Schnitt durch die Datenebene zu erzeugen, und die Punktdichte dieses Profils nachfolgend schrittweise auszudünnen. Durch Vergleich des ausgedünnten mit dem originalen Profil kann der durch die Ausdünnung verursachte Fehler bestimmt werden. Für ein gegebenes Profil Z_i mit i = 1, ..., N wird bei diesem Verfahren im Ausdünnungsschritt k jeder k-te Punkt des originalen Profils als Stützpunkt des neuen Profils betrachtet. Für die dazwischen liegenden Punkte können die Differenzen der Funktionswerte zwischen Ausgangsprofil und neuem Profil berechnet werden. Es gilt der Zusammenhang

$$d_{i+n} = Z_{i+n} - \left(Z_i + \left[\frac{(Z_{i+k} - Z_i)(X_{i+n} - X_i)}{(X_{i+k} - X_i)} \right] \right)$$
(5.17)

mit $n = 1, ..., (k - 1), X_i = i\Delta x$ und dem Punktabstand Δx . Die Bezeichnung des Verfahrens ergibt sich daraus, dass die Werte der Zwischenpunkte durch lineare Interpolation ermittelt werden. Als Maß für den Rekonstruktionsfehler dient der quadratische Mittelwert der Differenzen an den Kontrollpunkten. Durch Einführung eines Schwellwertes für den Rekonstruktionsfehler kann eine, für ein bestimmtes Testgebiet optimale Gittergröße Δx_{opt} festgelegt werden. Die optimale Gittergröße ist somit abhängig vom gewählten Schwellwert und der Glattheit der interferometrischen Phase im jeweiligen Testgebiet. In Abbildung 5.12 sind die mit linearer Interpolation bestimmten Rekonstruktionsfehler für zwei Profile durch die Phasenoberfläche zweier synthetischer Interferogramme in Form der quadratischen Mittelwerte der Differenzen aufgetragen. Die Abweichungen sind in Abhängigkeit von der Gitterweite des Oberflächenmodells dargestellt. Um lokalen Unregelmäßigkeiten Rechnung zu tragen, werden diese Werte durch ausgleichende Geraden approximiert. In Abbildung 5.12*a*) und *b*) sind



Abbildung 5.12: Ergebnisse der Profilanalyse mit linearer Interpolation für zwei Längsprofile durch synthetische Interferogramme. In den Abbildungen a) und c) sind die Phasenwerte entlang von Profilen durch verschiedene Bereiche eines Interferogramms dargestellt. Die Abbildungen b) und d) zeigen die Rekonstruktionsfehler die bei einer Rekonstruktion der jeweiligen Profile in Abhängigkeit vom Punktabstand des räumlichen Gitters auftreten.

die Ergebnisse für ein Testgebiet mit einem relativ glatten Phasenverlauf dargestellt. Selbiges ist in Abbildung 5.12*c*) und *d*) für einen unruhigeren Phasenverlauf zu sehen. 5.12*a*) und *c*) zeigen jeweils Profile durch den Testdatensatz. Die Steigung α der ausgleichenden Geraden in 5.12*b*) bzw. *d*) gibt Aufschluss darüber, wie sich eine Vergrößerung des Gitters auf den Rekonstruktionsfehler auswirkt. Ist die Phasenoberfläche stark reliefiert, so führt eine Vergrößerung von Δx zu einer deutlichen Verschlechterung der Rekonstruktionsgenauigkeit. In ebeneren Gebieten ist der Einfluss vergleichsweise gering. Aufbauend auf den Geraden in Abbildung 5.12b) und d) kann, durch Definition eines Schwellwertes für den Rekonstruktionsfehler, die optimale Gitterweite Δx_{opt} ermittelt werden. Für obige Beispiele wurde Δx_{opt} jeweils für einen Schwellwert von 0.6 rad abgeschätzt. Im raueren der beiden Gebiete ergibt sich eine optimale Gitterweite von $\Delta x_{opt} = 125 \,\mathrm{m}$, im glatteren Bereich ein Wert von $\Delta x_{opt} = 325$ m. Es bietet sich an, zur Festlegung von Δx_{opt} mehrere Testgebiete in raueren Bereichen des Interferogramms auszuwählen und aus allen Werten für Δx_{opt} einen geeigneten Wert für die optimale Maschenweite abzuleiten. Die Bestimmung der Unbekannten wird schließlich in den Knotenpunkten eines regelmäßigen Rasters der Gitterweite Δx_{opt} durchgeführt. Dieses Vorgehen ist dann optimal, wenn der gewählte Punktabstand für alle Bereiche des Interferogramms optimal ist. Ist dies nicht der Fall, so kann das vorgestellte Vorgehen beispielsweise durch das Verfahren der robusten linearen Prädiktion (BRIESE und KRAUS 2003) erweitert werden. Die robuste lineare Prädiktion ist an die Methode des Progressive Samplings (MAKAROVIC 1973, EBNER und REINHARDT 1984) angepasst und hat zum Ziel, die Stützpunktdichte, also die Maschenweite des Gitters, lokal auf die Bedürfnisse der Datensätze anzupassen. Dadurch kann die Anzahl zu bestimmender Unbekannten unter Umständen nochmals deutlich gesenkt werden.

Bei der *robusten linearen Prädiktion* werden zunächst in jedem Punkt des engmaschigen Datensatzes aus den drei benachbarten Punkten - in X- und Y-Richtung getrennt - die Krümmungsradien R_x und R_y sowie die Geländeneigungen $tan(\alpha_x)$ und $tan(\alpha_y)$ berechnet. Anschließend wird mit Hilfe der Krümmungsradien R_x und R_y sowie der Neigungswinkeln α_x und α_y ermittelt, wie weit der nächste Oberflächenpunkt entfernt sein darf, um den Approximationsfehler kleiner als einen Schwellwert dZ_{max} zu halten. Diese Entfernungen E_x und E_y können auf Basis der folgenden Gleichungen berechnet werden:

$$E_x \approx \sqrt{dZ_{max} 8R_x \cdot \cos(\alpha_x)^3}$$
 (5.18)

$$E_y \approx \sqrt{dZ_{max} 8R_y \cdot \cos(\alpha_y)^3}$$
 (5.19)

Die Ableitung dieser Gleichungen ist unter anderem in (KRAUS 2003) zu finden. Für die Ausdünnung der Gitterpunkte wird von den beiden Werten E_x und E_y der jeweils kleinere Wert verwendet, der im weiteren mit E bezeichnet werden soll. Basierend auf E soll nun ein Gittermodell festgelegt werden, dass die Datenoberfläche mit einem kontrollierten Genauigkeitsverlust approximiert. Dazu wird das Untersuchungsgebiet zunächst mit einem groben regelmäßigen Raster der Gitterweite Δx_{start} überzogen. Δx_{start} kann aus der ermittelten optimalen Gitterweite Δx_{opt} durch Multiplikation mit einer gewünschten Anzahl an Verdichtungsstufen n_v erhalten werden ($\Delta x_{start} = n_v \cdot \Delta x_{opt}$). In einem zweiten Schritt wird in jeder Gittermasche nach Punkten im Ausgangsgitter gesucht, deren Entfernung E kleiner ist als die Gitterweite Δx_{start} . Trifft diese Aussage für mindestens einen Punkt in der betrachteten Gittermasche zu, so wird die Gitterweite dieser Masche auf den Wert $\Delta x_1 = \frac{\Delta x_{start}}{2}$ halbiert. Gibt es weiterhin Punkte für die gilt $E < \Delta x_1$, wird dieser Schritt wiederholt. Dieses Verfahren wird so lange fortgesetzt, bis die durch lineare Interpolation ermittelte optimale Gitterweite Δx_{opt} erreicht ist.

Zur Durchführung der robusten linearen Prädiktion müssen, mit der Anzahl der Verdichtungsstufen n_v und dem genannten Schwellwert für die Verdichtung dZ_{max} , zwei Parameter definiert werden. Nach den Untersuchungen in (REINHARDT 1991) erweist sich die Verwendung von zwei Verdichtungsstufen als sinnvoll, da der Gewinn an Redundanz bei $n_v = 2$ bereits beträchtlich ist und der Prozessierungsaufwand gering bleibt. Bei der Wahl des Schwellwertes s_v ist zu beachten, dass dieser so groß zu wählen ist, dass eine nur durch zufällige Fehler verursachte Rauigkeit der Daten nicht zu einer Verdichtung führt. Wird der Schwellwert zu groß gewählt, so werden systematische Abweichungen nicht erkannt, und eine notwendige Verdichtung bleibt aus.

5.3 Kachelung großer Datensätze

Unter Verwendung des entwickelten Verfahrens ist man theoretisch in der Lage, alle Unbekannten Parameter für das gesamte Untersuchungsgebiet und unter Verwendung aller Datensätze gleichzeitig zu schätzen. Durch dieses Vorgehen ist es möglich, das gesamte Untersuchungsgebiet in nur einem Verarbeitungsschritt zu bearbeiten. Da

die Anzahl an Beobachtungen n und Unbekannten u mit zunehmender Größe des Untersuchungsgebiets stark ansteigt, nimmt auch der Speicher- und Zeitbedarf zur Lösung des Gleichungssystems mit der Gebietsgröße stark zu. In Abbildung 5.13 ist die Zunahme des Speicherbedarfs anhand der Entwicklung der Anzahl der Elemente der Jacobi-Matrix A sowie der Normalgleichungsmatrix N, bei Vergrößerung des Untersuchungsgebiets, dargestellt. Die Größe des Untersuchungsgebiets ist durch die Anzahl der Gitterpunkte des räumlichen Modells beschrieben. Abbildung 5.13a) zeigt, dass die Elementanzahl der Jacobi-Matrix A mit zunehmender Gebietsgröße stark ansteigt. Bereits bei einem Gebiet bestehend aus 9x9 Gitterpunkten und einer Maschenweite von $\Delta x = 7$ umfasst Anahezu 1.2 Millionen Elemente. Vergleichbares ist für die Normalgleichungsmatrix N festzustellen (siehe Abbildung 5.13b)). Bei einem Gitter aus 9x9 Maschen und einer Anzahl von 2 Unbekannten pro Knoten ergeben sich insgesamt 162 Unbekannte und zur Lösung des Gleichungssystems muss bereits eine Matrix von $162^2 = 26244$ Elementen invertiert werden. Um den Bedarf an Rechenzeit und Massenspeicher bei der Verarbeitung von großen Untersuchungsgebieten in wirtschaftlichen Grenzen zu halten, kann das Bearbeitungsgebiet in kleinere Einheiten - so genannte Kacheln - eingeteilt werden, die jeweils separat bearbeitet werden.



Abbildung 5.13: Entwicklung der Elementanzahl der Jacobi-Matrix A und der Normalgleichungsmatrix N in Abhängigkeit von der Größe des berechneten Gebiets.

Zur Bestimmung einer sinnvollen Kachelgröße müssen verschiedene Kriterien abgewogen werden. Die Wahl der Kachelgröße ist nach oben hin durch die Einhaltung eines wirtschaftlichen Rechenzeit- und Speicherbedarfs begrenzt. Die Obergrenze für die Kachelgröße ist damit von der Leistungsfähigkeit der zur Prozessierung verwendeten Hardware abhängig. Nach unten hin wird die Größe der Kacheln hauptsächlich durch die aus der Ausgleichung resultierenden Korrelationen zwischen den Unbekannten beschränkt. Diese Korrelationen sind in Abbildung 5.14a), anhand eines Isolinienplots dargestellt. Zu sehen sind Korrelationen von benachbarten Unbekannten relativ zu einer zentralen Unbekannten, in Abhängigkeit von deren Abstand zu dieser Unbekannten. Korrelationen treten zwischen allen Unbekannten auf, nehmen aber mit der Entfernung schnell ab. Abbildung 5.14b) zeigt, wieviel Prozent dieser Korrelationen berücksichtigt werden, wenn zusätzlich zum Zentralen Knoten noch die Nachbarn n-ter Distanz in der Kachel enthalten sind. Die Distanzen werden basierend auf der City-Block-Metrik berechnet. Ab einer Kachelgröße von 9x9 Gitterknoten werden zur Bestimmung der zentralen Unbekannten mehr als 99% der Korrelationen berücksichtigt. Mit Abstand vom Zentrum der Kachel nimmt dieser Wert ab und erreicht in den Eckpixeln mit ca. 63% sein Minimum. Diese Kachelgröße kann als Untergrenze angegeben werden. Prinzipiell kann im Ausgleichungsverfahren eine beliebige Kachelgröße zwischen Ober- und Untergrenze verwendet werden. Die Genauigkeitseigenschaften der Unbekannten werden von der Wahl der Kachelgröße nicht signifikant beeinflusst.

Die nacheinander abgearbeiteten Kacheln müssen nach ihrer Verarbeitung wieder zu einem Gesamtergebnis zusammengefügt werden. Dabei muss selbstverständlich ein glatter Übergang zwischen den einzelnen Kacheln gewährleistet sein. Dies kann durch ausreichende Überlappung der Teilsysteme erreicht werden. Bei der praktischen Durchführung werden zunächst alle Kacheln unabhängig voneinander berechnet. Die erhaltenen Werte werden jeweils nur bis zur Mitte des mit der Nachbarkachel gemeinsamen Überlappungsbereichs weiterverwendet. In der Mitte des Überlappungsbereichs wird zusätzlich ein gewichtetes Mittel aus den geschätzten Parametern der beiden Nachbarn gebildet. Grundlage für die Gewichtung sind dabei die Standardabweichungen der jeweiligen Parameter. Ist die Anzahl der überlappenden Kacheln ungerade, so wird in den beiden der Mitte am nächsten liegenden Knoten eine Mittelung der Funktionswerte durchgeführt. Die notwendige Breite des Überlappungsbereiches kann auf der Grundlage der räumlichen Verteilung der Standardabweichungen der Unbekannten innerhalb



Abbildung 5.14: *a*) Korrelationen zwischen benachbarten Unbekannten. *b*) Anteil der berücksichtigten Korrelationen in Prozent in Abhängigkeit von der berücksichtigten Distanz.

einer Kachel, die in Abschnitt 5.1.1 vorgestellt wurde, abgeleitet werden. Da, im Falle gleichgenauer Beobachtungen, die Randunbekannten mit geringerer Genauigkeit geschätzt werden können als Unbekannte im Zentrum der Kachel, bietet es sich an, eine Überlappung von mindestens zwei Maschen zu wählen. Das Prinzip ist in Abbildung 5.15 veranschaulicht.



Abbildung 5.15: Prinzipskizze der Verbindung unabhängiger Kacheln. Die mit grauen Kreisen markierten Parameter werden verworfen, die schwarzen Knoten werden gemittelt.

6 Validierung mit realen Daten

In diesem Kapitel wird die Validierung des neu entwickelten Schätzverfahrens unter Verwendung multitemporaler SAR Daten eines Untersuchungsgebiets durchgeführt. Die Eigenschaften der beobachteten SAR Interferogramme und die Ergebnisse der Parameterschätzung werden ausführlich dargestellt. Zur Validierung werden die geschätzten Parameter mit verfügbarer externer Information verglichen. Ziel der Validierung ist der Funktionsnachweis des Verfahrens und die Überprüfung der in Kapitel 5 durch Simulationsrechnung ermittelten Genauigkeitseigenschaften unter Verwendung realer Daten.

6.1 Beschreibung des Untersuchungsgebiets

Die vorliegende Arbeit entstand im Rahmen des internationalen Projektes AMETHYST (<u>Assessment and</u> <u>Monitoring of Environmental Trends Regarding the Hydrographic Situation along the Russian Arctic Coast</u>). Dieses Projekt beschäftigte sich mit der Beobachtung polarer Eisflächen unter Verwendung aktiver und passiver Fernerkundungssensoren. Es standen Datensätze der ERS1/2 Tandem Mission zur Verfügung, die sich zur Validierung des vorliegenden Ansatzes als geeignet erwiesen. Da das Verfahren auf der Auswertung multi-temporaler SAR Interferogramme beruht, wurde aus den Untersuchungsgebieten des Projektes diejenige Region ausgewählt, die am häufigsten von multi-temporalen Datensätzen abgedeckt war. Der russische Inselarchipel Franz-Josef Land erfüllte dieses Kriterium am besten. Deshalb wurde dieser Teil der russischen Arktis zum Testgebiet für das entwickelte Verfahren genutzt.

6.1.1 Geographische Lage

Der Franz-Josef Land Archipel befindet sich im nordöstlichen Teil der Barents See zwischen 79°46' - 81°52' N und 44°55′ - 65°23′ O, weit entfernt vom eurasischen Kontinent. Franz-Josef Land ist ein komplexes System aus Inseln verschiedener Größe, getrennt durch zahlreiche tiefe Meeresstraßen (Abbildung 6.1). Entsprechend aktueller Erhebungen besteht es aus 191 Inseln mit einer gesamten Landfläche von 16134 km². Die größten Inseln des Archipels sind Prince George Land mit einer Fläche von 2700 km², Wilczek Land (2100 km²), Graham Bell Island (1700 km²), Hall Island (1200 km²), Alexandra Land (1000 km²) und Salisbury Island (1000 km²) (KOSTKA 1997). Die Meeresstraßen zwischen den Inseln sind den größten Teil des Jahres von einjährigem Festeis bedeckt. Die Küstengewässer beginnen Mitte September zu gefrieren und sind bereits Anfang Oktober von einer geschlossenen Eisdecke bedeckt. Das Eis in den Meeresstraßen beginnt im Mittel im Monat Juli zu schmelzen und ist Mitte August verschwunden. Franz-Josef Land zeichnet sich mit 85.1 % durch die höchste Vergletscherungsrate aller arktischen Landmassen aus. Die Eisküsten von Wilczek Land, Hall Island, Salisbury Island, Alexander Island und anderen Inseln haben sich in den letzten Jahrzehnten durch Abschmelzung deutlich ins Landesinnere zurückgezogen. Der maximale Rückzug, ein Zurückweichen der Küstenlinie um 3600 m seit 1952, ist auf Hall Island entstanden. Der größte Rückgang an Eisfläche ist auf den Inseln Salisbury, Hooker, Hall, Mc. Clintock, Graham Bell, La Ronciere, Luigi und Ziegler, sowie auf Wilzcek und Prince George Land zu verzeichnen. Die Eisflächen dieser Inseln nahmen in den letzten 50 Jahren um mehr als 250 km² ab. Die kleine Insel Perlamytroviy mit einer ursprünglichen Fläche von 1.6 km² ist durch Schmelzprozesse vollständig verschwunden.

Unter Berücksichtigung ihrer vielfältigen topographischen und glaziologischen Formen und in Anbetracht der drastischen Veränderungen der Eisdecke wurde *Hall Island* von allen Inseln des Archipels als Testgebiet für das entwickelte Verfahren ausgewählt. Hall Island wurde erstmals von *Julius Payer* während seiner ersten Schlittenexpedition vom 10. bis 15. März 1874 besucht. Seitdem haben verschiedene Expeditionen der Insel kurze Besuche abgestattet. Dennoch wurde die Insel seit ihrer Entdeckung kaum wissenschaftlich untersucht. Untiefen,



Abbildung 6.1: Topographische Karte des russischen Inselarchipels Franz-Josef Land. Das Untersuchungsgebiet Hall Island ist eingerahmt.

Eisberge und Seeeis entlang der Küste sowie das Fehlen einer Forschungsstation auf der Insel verhinderten eine intensivere Untersuchung von Hall Island. Genaue Informationen über die Topographie der Insel sind kaum vorhanden. Die letzte topographische Karte, in der Hall Island vollständig enthalten ist, wurde im Jahre 1971 veröffentlicht. Das Kartenmaterial basiert auf Vermessungsdaten aus dem Jahre 1953 und ist in einem Maßstab von 1:200000 erschienen. Topographische Karten eines Teils der Insel wurden kürzlich in (KOSTKA 1997) und (SHAROV 1997) im Maßstab 1:50000 publiziert. Ein Überblick über Hall Island ist in Abbildung 6.2 zu sehen. In dieser Abbildung ist ein Ausschnitt aus einer Aufnahme des satellitengestützten photogrammetrischen Sensors KATE-200 dargestellt. Über das Satellitenbild ist eine Skizze mit Informationen über die verschiedenen Outlet-Gletscher auf Hall Island gelegt, die aus (VINOGRADOV und PSARYOVA 1965) entnommen und zur besseren Darstellung leicht modifiziert wurde. Das verfügbare Kartenmaterial stellt nicht den aktuellen Zustand der Insel und ihrer Eismassen dar. Das Vorkommen von Eiskappen, Talgletschern, hängenden Gletschern, zirkulären Gletschern, Glacierets¹ und schwimmenden Eisschelfen zeigt die glaziologische Vielfalt auf Hall Island.

6.1.2 Die Gletscher auf Hall Island

Hall Island ist zu mehr als 90 % vom so genannten Moskau-Eisdom bedeckt, dessen Eismassen entlang einiger großer Outlet-Gletscher ins umgebende Meer fließen. Eisfreie Bereiche sind vor allem im Norden der Insel und an den beiden Landspitzen im Süd-Osten anzutreffen (schraffierte Bereiche in Abbildung 6.2). Die von der Bewegung der Outlet-Gletscher zur Küste transportierten Eismassen werden dort durch Kalbung von Eisbergen ins Meer entlassen. Nahezu 50 % der Eisküste ist aktiv, d.h. sie besteht aus kalbenden Eisfronten der Outlet-Gletscher. Die Abgrenzungen der wichtigsten Outlet-Gletscher auf Hall Island sind zusammen mit einer laufenden Nummerierung in Abbildung 6.2 ersichtlich. Einige grundlegende Informationen über die wichtigsten Eismassen auf Hall Island sind in Tabelle 6.1 zusammengefasst. Dabei entsprechen die Zahlen in der ersten Spalte der Tabelle der Nummerierung in Abbildung 6.2. Die Daten in der Tabelle sind aus Feldmessungen aus dem Jahre 1953 abge-

¹Glacierets sind sehr kleine alpine Gletscher



Abbildung 6.2: KATE-200 Bild von Hall Island, Franz-Josef Land, überlagert mit groben Informationen über die Küstenlinie und Gletschergrenzen in Anlehnung an (VINOGRADOV und PSARYOVA 1965). Die Zahlen in der Abbildung entsprechen einer laufenden Nummerierung der wichtigsten Outlet-Gletscher auf Hall Island. Nähere Informationen zu diesen Gletschern sind in Tabelle 6.1 zusammengefasst. Schraffierte Bereiche kennzeichnen eisfreie Gebiete.

leitet worden und daher als Schätzwerte zu verstehen. Die Informationen sollen daher lediglich einen groben Eindruck von der Verteilung der Eismassen auf Hall Island vermitteln. Alle Zahlen wurden aus (VINOGRADOV und PSARYOVA 1965) entnommen. Die in Tabelle 6.1 vorgestellten geographischen Namen sind keineswegs eindeutig. Beispielsweise existieren verschiedene Ansichten, welcher Teil des Moskau-Eisdoms als *Sonklar-Gletscher* zu bezeichnen ist. Julius Payer betrachtete die Eisfront am Ende des so genannten Nordenskiöld-Fjord (in Abbildung 6.2 im Bereich von Nr. 7) als Grenze des Sonklar-Gletschers. Spätere Autoren vermuten, dass Payer die gesamte zusammenhängende Eismasse von Hall Island Sonklar-Gletscher genannt hat. Abweichend davon wird in russischen Karten der in Abbildung 6.2 mit "1" gekennzeichnete Gletscher als Sonklar-Gletscher bezeichnet. In dieser Arbeit werden durchgängig die geographischen Bezeichnungen entsprechend der russischen Vorlage verwendet, die in Tabelle 6.1 eingetragen sind.

Nummer	Name	Anzahl an Strömen	Fläche [km ²]	max. Länge [km]
1	Sonklar	3	54.0	9.0
2	Nr. 2	2	25.2	5.5
3	Nr. 3	1	6.0	2.6
4	Nr. 4	6	13.3	4.5
5	Nr. 7	3	47.1	9.8
6	Nr. 8	6	67.0	6.1
7	Nr. 12	15	56.7	8.5
8	Nr. 16	4	23.1	7.7
9	Nr. 17	2	33.6	5.8
10	Moskau	-	504.7	30.0

Tabelle 6.1: Informationen über die größten Gletscher auf Hall Island nach (VINOGRADOV und PSARYOVA 1965).

Die Akkumulationsperiode auf Hall Island dauert etwa 10 Monate. Die Akkumulation erfolgt zum überwiegenden Teil in Form von Niederschlag. Ablation findet hauptsächlich durch Schmelzprozesse an der Gletscheroberfläche und durch Kalbung von Eisbergen statt. Gemäß Informationen in (KOSTKA 1997) liegt die Gleichgewichtslinie auf Hall Island in einer Höhe von ca. 300 m. Die Fließgeschwindigkeiten aller Outlet-Gletscher auf Hall Island nehmen zur Gletscherfront hin zu. Ursache hierfür ist meist eine Konvergenz der Stömungslinien durch eine Verengung des Gletscherbettes zur Gletscherfront hin. Die Fließgeschwindigkeit des Gletschereises variiert über den Archipel in etwa zwischen 0 und 250 m/Jahr. Bei Feldmessungen auf Franz-Josef Land wurde nachgewiesen, dass jahreszeitliche Änderungen der Gletschergeschwindigkeit bis zum Faktor 30 auftreten können. Diese Schwankungen könnten durch Änderungen der Gleitbewegung über dem Untergrund hervorgerufen werden. Nach (KOSTKA 1997) wird auf Franz-Josef Land die Gletscherbewegung häufig durch Gleiteffekte beeinflusst.

Satellit	Orbit	Frame	Datum	Flugricht.	Basislinie ()	Basislinie (\bot)
ERS1	21624	1953	03.09.1995	desc	-19 m	-50 m
ERS2	01951	1953	04.09.1995			
ERS1	22125	1953	08.10.1995	desc 5	57 m	129 m
ERS2	02452	1953	09.10.1995		57 m	127 m
ERS1	23127	1953	17.12.1995	desc	-9 m	-43 m
ERS2	03454	1953	18.12.1995			
ERS1	22268	1953	18.10.1995	desc	17 m	18 m
ERS2	02595	1953	19.10.1995		1 / 111	10 111

Tabelle 6.2: Liste der für das Untersuchungsgebiet verwendeten ERS-SAR Daten.

6.2 Beschreibung der Datensätze

Während der Tandem- und der Ice-Phase Mission des ERS1/2 Systems wurde das Untersuchungsgebiet mehrfach beobachtet. Repeat-Pass Interferogramme aus diesen Missionsphasen zeichnen sich vor allem durch sehr kurze zeitliche Basislinien von einem beziehungsweise drei Tagen aus. Diese kurzen Beobachtungsperioden eignen sich besonders zur Ableitung der Topographie von Gletscheroberflächen und zur Bestimmung der Amplitude und Richtung ihrer Bewegung. Vier verschiedene interferometrische Paare mit gleicher Blickrichtung auf das Untersuchungsgebiet waren für die weitere Verarbeitung vorhanden und wurden interferometrisch prozessiert². Um Phasenabwicklungsartefakte in den verwendeten Interferogrammen zu minimieren, wurde auf Daten aus der ERS1 Ice-Phase Mission verzichtet. Durch Einbeziehung meteorologischer Daten bei der Auswahl der Datensätze, konnten vergleichbare atmosphärische Bedingungen für alle Beobachtungszeitpunkte gewährleistet werden. Die wichtigsten Daten der verwendeten SAR Szenen sind in Tabelle 6.2 zusammengefasst. Durch witterungsbedingte Einflüsse ist die interferometrische Kohärenz im letzten der genannten Paare nicht ausreichend um eine interferometrische Verarbeitung des Bildpaares zu gewährleisten. Daher wurde dieses Paar von der weiteren Verarbeitung ausgeschlossen. Dementsprechend stehen sechs ERS-SAR Bilder zur Verfügung, die zu drei Interferogrammen kombiniert und im vorgestellten Ansatz verarbeitet werden können. Alle Datensätze stammen aus dem Jahre 1995 und decken in Abständen von 35 beziehungsweise 70 Tagen den Zeitbereich zwischen Spätsommer und Winter 1995 ab. Jahreszeitlich bedingte Änderungen der Gletscherbewegungen können in den Daten demnach vermutet werden. Die interferometrische Prozessierung der RADAR Datensätze erfolgte mit der Software DORIS v3.6 entwickelt vom Delft Institute for Earth-oriented Space Research der Technischen Universität Delft, Niederlande. Die Phasen- und Kohärenzbilder der verarbeiteten Interferogramme vom September, Oktober und Dezember 1995 sind in Abbildung 6.3 dargestellt. Hall-Island ist in der linken oberen Bildecke zu finden. Die Kohärenz über Hall-Island liegt in allen drei Interferogrammen im Mittel bei ca. 0.6. Im Dezemberbild ist die Verteilung der Kohärenz über Hall-Island deutlich inhomogen. Die Küstenlinien der einzelnen Inseln sind in den Kohärenzbildern von September und Oktober 1995 gut zu erkennen (siehe Abbildung 6.3a) und b)). Die Kohärenz über den offenen Wasserflächen zwischen den Inseln ist in diesen Datensätzen erwartungsgemäß 0. Im Kohärenzbild des Dezembers 1995 ist ein Großteil des offenen Wassers bereits von Seeeis bedeckt. Die Kohärenz in den von Seeeis bedeckten Bereichen ist daher hoch. Im Phasenbild des Dezembers 1995 sind an mehreren Stellen die in Abschnitt 3.2.2 vorgestellten Outflows zu erkennen (vergleiche dazu auch Abbildung 3.4). Sie erscheinen auf dem Seeeis und deuten die Position aktiver Gletscher an. Anhand eines Vergleiches der Basislinien B_{\perp} aus Tabelle 6.2 mit den Phasenbildern aus Abbildung 6.3 ist der Zusammenhang zwischen der Länge der effektiven Basislinie B_{\perp} und der Amplitude des Phasengradienten gut erkennbar. Die lange Basislinie des Oktober-Interferogramms erzeugt nach Gleichung (2.18) hohe Phasengradienten $\Delta \phi$ im Bild. Dies ist an der hohen Fringe-Rate in Abbildung 6.3b) zu erkennen. Die Basislinien des September- und Dezember-Interferogramms sind dagegen deutlich kürzer. Die Fringe-Rate in diesen Interferogrammen ist entsprechend niedriger.

²Die relativ geringe Anzahl an multi-temporalen Datensätzen ist in der Datenpolitik des AMETHYST Projekts begründet. Darin wurde das Hauptgewicht auf die flächenhafte Abdeckung des Untersuchungsgebiets gelegt.



Abbildung 6.3: Phasenbilder (oben) und Kohärenzkarten (unten) der ERS-Tandem Daten aus dem September (Abbildung *a*)), dem Oktober (Abbildung *b*)) und dem Dezember (Abbildung *c*)) 1995. Helle Regionen in den Kohärenzkarten zeigen Gebiete mit hoher Kohärenz, dunkle Regionen sind von niedriger Kohärenz (vor allem Wasserflächen).

Abbildung 6.4 zeigt Ausschnitte aus den jeweiligen Interferogrammen mit einer Ausdehnung von ca. 1100×1100 Pixeln, die das gewählte Untersuchungsgebiet Hall-Island zeigen. Die interferometrische Phase, die in den Phasenbildern dargestellt ist, wird hauptsächlich von der Geländetopographie und der Oberflächenbewegung beeinflusst. Bereiche mit bereits visuell erkennbaren Bewegungseinflüssen in der interferometrischen Phase sind beispielhaft im September-Interferogramm in Abbildung 6.4 durch weiße Rahmen markiert. Diese Bereiche korrespondieren mit den Einzugsbereichen der Outlet-Gletscher Sonklar, Nr. 7, Nr. 8, Nr. 12 und Nr. 17 (vergleiche Tabelle 6.1 und Abbildung 6.2). Die Beobachtungsbedingungen für diese Gletscher sind besonders günstig, da deren Fließrichtungen in guter Näherung in beziehungsweise gegen die Blickrichtung des Sensors ausgerichtet sind. Hohe Fließgeschwindigkeiten in den Frontbereichen der Outlet-Gletscher Sonklar und Nr. 7 erzeugen sehr hohe Phasengradienten. Die dichten Fringes in diesen Bereichen sind in der Darstellung in Abbildung 6.4 visuell nicht mehr aufzulösen. In diesen Bereichen konnte die Abwicklung der mehrdeutigen interferometrischen Phase nicht erfolgreich durchgeführt werden. Die Schätzung der Topographie und der Oberflächenbewegung ist in diesen Bereichen daher nicht möglich. Die Aufnahmekonfiguration ist zur Analyse des Fließverhaltens der Outlet-Gletscher Nr. 3 und Nr. 4 vergleichsweise ungeeignet, da deren Bewegung nahezu senkrecht zur Sensorblickrichtung erfolgt.

6.3 Topographie und Bewegung des Moskau-Eisdoms auf Hall-Island

Die Topographie und die Bewegung in Sensorblickrichtung des Moskau-Eisdoms auf Hall-Island wurde durch Kombination dreier ERS1/2 Tandem Interferogramme aus den Monaten September, Oktober und Dezember 1995 geschätzt. Alle Interferogramme wurden mit identischer Blickrichtung aufgenommen. Mit dem in dieser Arbeit entwickelten Verfahren konnten neben der Topographie- und Bewegungsinformation zusätzlich Genauigkeitsei-



Abbildung 6.4: Phasenbilder (oben) und Kohärenzkarten (unten) von Hall-Island aus dem September (Abbildung *a*)), dem Oktober (Abbildung *b*)) und dem Dezember (Abbildung *c*)) 1995. Die weiß eingerahmten Bereiche in September-Phasenbild zeigen die Bereiche mit visuell erkennbaren Bewegungseinflüssen.

genschaften für alle Unbekannten abgeleitet werden. In einem weiteren Schritt gibt eine Analyse der Verbesserungen der Beobachtungen Aufschluss über das Auftreten von Modellfehlern.

Bevor die Daten gemäß dem neuen Verfahren prozessiert werden können, sind noch einige vorbereitende Verarbeitungsschritte durchzuführen. Alle SAR Szenen werden zueinander koregistriert. Danach werden die jeweiligen ERS1/2-Tandem Partner interferometrisch prozessiert. Dabei wird in jedem Datensatz ein Multilooking von 10×2^3 Pixeln durchgeführt. Nach der Prozessierung wird die Phase der erhaltenen Interferogramme gefiltert um optimale Voraussetzungen für die nachfolgende Phasenabwicklung zu gewährleisten. Die gefilterte Phase wird unter Verwendung des *Goldstein-Residue-Cut* Algorithmus (GOLDSTEIN et al. 1988) abgewickelt. Basierend auf einigen Passpunkten werden residuale Phasenrampen durch Orbitfehler und atmosphärische Effekte aus den Daten entfernt. Die auf diese Art vorbereiteten multi-temporalen Datensätze werden als Beobachtungen in den Ausgleichungsansatz eingeführt. In der Ausgleichung wird die unbekannte Geländetopographie und Oberflächenbewegung in den Knoten des in Abschnitt 4.3.3 vorgestellten räumlichen Modells geschätzt. Zur Berechnung wird das Untersuchungsgebiet in 14×14 Kacheln unterteilt, die einzeln ausgewertet und danach zusammengefügt werden. Aus den Unbekannten in den Knoten des räumlichen Gitters werden abschließend, gemäß der Abbildungsvorschriften des räumlichen Modells, Werte für die Topographie und die Oberflächenbewegung in allen Auflösungszellen interpoliert, so dass wieder ein flächendeckendes DOM und Geschwindigkeitsfeld zur Verfügung steht.

³Es werden 10 Pixel in Azimutrichtung und 2 Pixel in Entfernungsrichtung zusammengefasst.

6.3.1 Digitales Oberflächenmodell von Hall-Island

Abbildung 6.5 zeigt das unter Verwendung des neuen Verfahrens aus den interferometrischen Daten abgeleitete digitale Oberflächenmodell von Hall-Island.



Abbildung 6.5: Aus interferometrischen Daten abgeleitetes digitales Oberflächenmodell von Hall Island. Die Blickrichtung des Sensors ist durch den schwarzen Pfeil dargestellt. Die Position der großen Outlet-Gletscher auf Hall-Island ist ebenfalls zu erkennen.

Die topographischen Höhen im Untersuchungsgebiet sind auf das WGS84 Ellipsoid bezogen und variieren zwischen 0 und 500 m. Der Topographiegradient in den von Gletschern bedeckten Bereichen ist sehr gering. Stark reliefierte Oberflächenbereiche sind nur in den gebirgigen Bereichen im Südwesten und im Osten der Insel zu finden. Die Standardabweichungen der Höhenwerte aller Pixel werden in der Ausgleichung geschätzt und können aus der Kovarianzmatrix $\hat{K}_{\hat{x}\hat{x}}$ der ausgeglichenen Unbekannten abgeleitet werden. Nach Gleichung 4.11 werden die Standardabweichungen der Unbekannten durch das a priori fixierte funktionale und stochastische Modell sowie durch den in der Ausgleichung geschätzten Varianzfaktor $\hat{\sigma}_0^2$ bestimmt. Der ausgeglichene Varianzfaktor stellt das Bindeglied zwischen den in die Ausgleichung implementierten Modellen und den gemessenen Daten dar. Seine Werte geben an, inwieweit das funktionale und das stochastische Modell den tatsächlichen Verhältnissen entspricht. In der vorliegenden Ausgleichung wird der Varianzfaktor a priori auf 1 gesetzt. Signifikante Abweichungen von diesem Wert deuten auf Fehler im funktionalen oder im stochastischen Modell hin. Für jede der 14×14 Kacheln, in die das Untersuchungsgebiet aufgeteilt ist, wird in der Ausgleichung ein eigener Varianzfaktor berechnet.

Die Darstellung der Standardabweichungen der ausgeglichenen Höhen erfolgt zweigeteilt. Zum einen werden die theoretischen Standardabweichungen der Unbekannten gezeigt, die sich ergeben, wenn sowohl das funktionale als auch das stochastische Modell korrekt ist. Dazu wird der ausgeglichene Varianzfaktor auf den a priori Wert gesetzt. Die theoretischen Standardabweichungen sind in Abbildung 6.6*a*) dargestellt. Diese Darstellung der theoretischen Standardabweichungen hat den Vorteil, dass sie keine Inkonsistenzen an den Kachelrändern aufweisen, die in den realen Standardabweichungen durch unterschiedliche Varianzfaktoren in benachbarten Kacheln entstehen. Informationen über die Qualität der Modelle können aus den theoretischen Standardabweichungen jedoch

nicht gewonnen werden, dennoch sind sie zur Analyse der räumlichen Verteilung der Standardabweichungen interessant. Aus einem Vergleich der theoretischen Standardabweichungen mit den Kohärenzen der Beobachtungen (dargestellt in Abbildung 6.4) ist zu erkennen, dass die räumliche Verteilung der Standardabweichungen durch die a priori Genauigkeiten der Beobachtungen definiert wird. Vor allem dominieren hier die Standardabweichungen der interferometrischen Beobachtungen mit langen Basislinien. Interferogramme mit langen Basislinien tragen daher mit hohem Gewicht zur Bestimmung der Topographieunbekannten bei.



Abbildung 6.6: *a*) Theoretische Standardabweichungen des abgeleiteten DOMs von Hall Island in Metern. *b*) Ausgeglichene Varianzfaktoren für das Gebiet von Hall Island. Für jede der 14×14 Kacheln, in die das Untersuchungsgebiet aufgeteilt wurde, wurde ein Varianzfaktor berechnet.

Zum anderen sind, neben den theoretischen Standardabweichungen, in Abbildung 6.6*b*) die ausgeglichenen Varianzfaktoren der 14×14 Kacheln dargestellt. An ihnen ist abzulesen, in welchen Teilen des Untersuchungsgebietes die Modellannahmen der Ausgleichung von der Realität abweichen. In großen Bereichen des Moskau-Eisdoms liegt der Wert für $\hat{\sigma}_0^2$ zwischen 0.8 und 1.2 und damit nahe an σ_0^2 . Diese Bereiche sind in Abbildung 6.6*b*) in hellen Grauwerten dargestellt. Größere Abweichungen ergeben sich für die gebirgigen Bereiche der Insel sowie in den Einzugsbereichen der Gletscher Sonklar, Nr. 7 und Nr. 8. Dort erreicht der Varianzfaktor stellenweise Werte bis zu $\hat{\sigma}_0^2 = 8$. Hohe Werte des Varianzfaktors sind Indizien für Modellfehler, die im gebirgigen Bereich durch Fehler in der Phasenabwicklung und in den Einzugsbereichen der Gletscher durch ein fehlerhaftes zeitliches Modell begründet sein könnten. Für eine detailliertere Untersuchung auf mögliche Modellfehler wird in Abschnitt 6.4 eine Analyse der Verbesserungen durchgeführt.

Die realen Standardabweichungen der geschätzten topographischen Höhen, die durch Auswertung von Gleichung 4.11 erhalten werden, liegen in vergletscherten Gebieten zwischen $\sigma_h \approx 1 \text{ m}$ und $\sigma_h \approx 2 \text{ m}$ und im gebirgigen Teil der Insel zwischen $\sigma_h \approx 2 \text{ m}$ und $\sigma_h \approx 8 \text{ m}$. Die hohen Genauigkeiten in den vergletscherten Gebieten resultieren sowohl aus der hohen Genauigkeit der Beobachtungen als auch aus der hohen Redundanz des Ausgleichungssystems. In diesen Gebieten liegen die Standardabweichungen der Unbekannten im Bereich der aus theoretischen Daten ermittelten Werte (vergleiche Abbildung 5.3 in Abschnitt 5.1.1). Dort wurde die mittlere Standardabweichung der unter Verwendung von drei Interferogrammen geschätzten Topographie mit ca. 2.5 m angegeben.

Leider liegen für das Untersuchungsgebiet nur wenige externe Datenquellen vor, die als Referenz für einen Vergleich mit der in der Ausgleichung geschätzten Topographie herangezogen werden können. Die einzige für das komplette Untersuchungsgebiet vorhandene Datengrundlage ist die russische topographische Karte im Maßstab 1:200000. Die Topographie-Information in diesem Kartenwerk beruht auf Vermessungsdaten und Luftbildauswertungen aus dem Jahre 1953. Die Genauigkeit der topographischen Karten in Lage und Höhe ist nicht näher bekannt. Da sich die Topographie des Moskau-Eisdoms seit dieser Zeit durch klimatische Einflüsse verändert haben kann, ist diese Datenquelle lediglich zur Plausibilitätskontrolle der Schätzergebnisse geeignet. Ein Vergeich der Höheninformation des InSAR DOMs mit den Informationen der topographischen Karte ist in Abbildung 6.7 zu finden. Für den Vergleich wurden aus dem InSAR DOM Höhenlinien abgeleitet und mit den Höhenlinien der topographischen Karte überlagert. Die Höhenlinien der topographischen Karte sind in grauer, die Höhenlinien des InSAR DOMs in schwarzer Farbe dargestellt. Die Äquidistanz der Höhenlinien der topographischen Karte beträgt 40 m. Aus dem InSAR DOM sind die 0 m, die 80 m, die 200 m, die 280 m und die 400 m Schichtlinien eingetragen. Diese Abbildung bietet einen Überblick über die gesamte Insel und dient vor allem zum qualitativen Vergleich der Form der Höhenlinien aus beiden Datensätzen. In den eisbedeckten Bereichen von Hall-Island entspricht sich die Form des Geländes sehr gut. Die konkave Geländeform im Bereich der großen Outlet-Gletscher Sonklar, Nr. 4, Nr. 7, Nr. 8, Nr. 12 und Nr. 17, sowie die konvexen Regionen in den nördlichen und nord-östlichen Bereichen der Insel sind gut wiedergegeben. Die Küstenlinie ist in manchen Bereichen der Insel nicht identisch. Dies ist darin begründet, dass die interferometrische Phase in diesen Bereichen wegen Kohärenzverlust nicht bis an die Küste ausgewertet werden konnte. Vor allem sind hier die Zungenbereiche der Outlet-Gletscher betroffen. Dagegen ist die Höhe des Geländes in den unbewegten Gebieten nahezu identisch. In den Bereichen der Outlet-Gletscher ist die Topographie um ca. 40 m–80 m eingesunken. Da dieses Phänomen für die Sensor-zugewandten und die Sensor-abgewandten Gletscher in gleicher Form auftritt, ist eine fehlerhafte Trennung der topographie um de bewegungsbedingten Phasenanteile als Ursache auszuschließen.

Zum besseren Vergleich der topographischen Höhen in den beiden Datensätzen wurden zwei Testgebiete ausgewählt, von denen das erste sehr gute Übereinstimmungen und das zweite größere Abweichungen zwischen den Datensätzen zeigt. Die Lage der ausgewählten Testgebiete ist in Abbildung 6.7 anhand der schwarzen Rahmen zu erkennen. Ein Zoom auf die beiden Testgebiete ist in Abbildung 6.8 zu finden. Testgebiet 1 liegt in einem unbewegten Bereich des Moskau-Eisdoms. Wie in Abbildung 6.8*a*) ersichtlich, stimmen in diesem Bereich die topographischen Höhen trotz der zeitlichen Differenz zwischen beiden Aufnahmen gut überein. In den unbewegten Gletscherteilen scheint das Eisvolumen innerhalb der letzten 42 Jahre stabil geblieben zu sein. Die



Abbildung 6.7: Vergleich des aus interferometrischen Daten abgeleiteten DOMs mit Höhenlinien einer russischen topographischen Karte des Testgebiets. Die schwarzen Rahmen grenzen Testgebiete ab (siehe Abbildung 6.8).



Abbildung 6.8: *a*) Vergleich der topographischen Höhe der beiden Datensätze in Testgebiet 1. *b*) Vergleich der topographischen Höhe der beiden Datensätze in Testgebiet 2.

Differenzen zwischen den Höhenwerten liegen im Bereich von 5 bis 10 m. Am linken Rand des Ausschnittes driften die Höhenlinien auseinander. Dort befindet sich der Übergang von den unbewegten Gletscherteilen des Moskau-Eisdoms zum Sonklar Outlet-Gletscher. Testgebiet 2 zeigt einen Ausschnitt des Sonklar-Gletschers. Die Differenz zwischen beiden Geländemodellen ist in Abbildung 6.8*b*) dargestellt. In diesem Bereich sind die Unterschiede zwischen den Datensätzen deutlich größer. Die Oberfläche des InSAR DOMs liegt im Mittel ca. 40 m unterhalb der Oberfläche des Jahres 1953. In den Bereichen östlich des Ausschnitts beträgt die Differenz stellenweise bis zu 80 m.

Der Vergleich des InSAR DOMs mit den Informationen aus der topographischen Karte im Maßstab 1:200000 zeigt, dass zumindest keine offensichtlichen Fehler im InSAR DOM vorhanden sind. Zusätzlich können aus dem Vergleich Rückschlüsse über etwaige Veränderungen des Moskau-Eisdoms zwischen 1953 und 1995 gezogen werden. Demnach ist die Oberfläche in den schnell fließenden Bereichen des Moskau-Eisdoms im Zeitraum zwischen 1953 und 1995 um 40–80 m eingesunken. Diese Aussage wird durch Ergebnisse des europäischen Forschungsprojekts AMETHYST gestützt, die einen Rückzug der Küstenlinie in den Bereichen der Outlet-Gletscher von 500–2000 m zeigen (GLAZOVSKIY et al. 2002). In den unbewegten Bereichen ist die Küstenlinie dagegen nahezu stabil geblieben.

6.3.2 Geschwindigkeitsfeld des Moskau-Eisdoms

Nach Wissen des Autors existieren bisher keine veröffentlichten detaillierten Informationen über die Geschwindigkeitsfelder der Outletgletscher auf Hall Island. Die Ergebnisse dieser Untersuchung liefern daher neue Einblicke in das Fließverhalten des Gletschereises und damit in die physikalischen Eigenschaften der Eismassen auf Hall Island. Die Schätzwerte für die Oberflächenbewegung in Sensorblickrichtung auf Hall Island sind in Abbildung 6.9 dargestellt. Die Bewegung ist in der Einheit m/a angegeben. Zur Verdeutlichung der Inselform ist zusätzlich die Küstenlinie und die Geländetopographie in Form von Höhenlinien eingetragen. Die Blickrichtung des Sensors ist durch einen schwarzen Pfeil wiedergegeben. Wie erwartet schlagen sich vor allem die Gletscher Sonklar, Nr. 7, Nr. 8, Nr. 12, Nr. 16 und Nr. 17 im bewegungsbedingten Anteil der interferometrischen Phase nieder. Dies liegt vor allem daran, dass die Fließrichtung dieser Gletscher ungefähr in, bzw. gegen die Sensorblickrichtung ausgerichtet ist. Neben diesen Gletschern ist auch die Bewegung des Gletschers Nr. 4 in der Bewegungskarte zu erkennen. Die Grenzen der Outlet-Gletscher sind nicht sehr ausgeprägt. Alle Gletscher zeigen einen sanften Übergang zwischen stabilen und fließenden Bereichen. Der Betrag der Gletschergeschwindigkeiten relativ zum Sensor variiert von 0 m/a in den eisfreien Gebieten und im Zentrum der Insel bis zu ca. 43 m/a in der Nähe der Front einiger Outlet-Gletscher. Die Geschwindigkeit aller Outlet-Gletscher nimmt zur Gletscherfront hin zu und erreicht ihr Maximum in der Nähe der Grenze des auswertbaren Bereiches. Durch Kohärenzverlust im Zungenbereich der großen Outlet-Gletscher ist diese Grenze nicht mit der Küstenlinie identisch. Der Abstand zwischen beiden Linien variiert zwischen 0 und 3000 m. Die aus den SAR Interferogrammen ermittelten Geschwindigkeiten repräsentieren die Projektion des wahren Geschwindigkeitsvektors in die Blickrichtung des Sensors. Die geschätzten Geschwindigkeiten sind daher in der Regel niedriger als vor Ort gemessene Bewegungswerte, da diese den tatsächlichen Bewegungsvektor erfassen.



Abbildung 6.9: Aus interferometrischen Daten abgeleitetes Bewegungsfeld der Gletscher auf Hall-Island. Die Oberflächenbewegung ist in Sensorblickrichtung gemessen und in der Einheit m/a angegeben. Die Blickrichtung des Sensors ist durch den schwarzen Pfeil dargestellt. Die Position der großen Outlet-Gletscher auf Hall-Island ist ebenfalls zu erkennen.

Die Standardabweichung der Gletscherbewegung in Sensorblickrichtung ist in Abbildung 6.10 wiedergegeben. Zur besseren Darstellung wurden die Werte der $\hat{K}_{\hat{x}\hat{x}}$ -Matrix, wie schon bei der Standardabweichung der Topographie, in die theoretischen Standardabweichungen und den a posteriori Varianzfaktor aufgeteilt. Die Verteilung des Varianzfaktors in Abbildung 6.10*b*) entspricht der Verteilung in Abbildung 6.6*b*) und ist hier nur zur Vollständigkeit erneut wiedergegeben. Die räumliche Variation der theoretischen Standardabweichungen der Oberflächenbewegung ist in Abbildung 6.10*a*) dargestellt. Sie wird, wie die Verteilung der Standardabweichungen der Topographie, durch die Kohärenzen der Beobachtungen definiert. Im Gegensatz zur Standardabweichung



Abbildung 6.10: *a*) Theoretische Standardabweichungen der abgeleiteten Oberflächenbewegung in Sensorblickrichtung in m/a. *b*) Ausgeglichene a posteriori Varianzfaktoren für das Gebiet von Hall Island. Der Wert für den Varianzfaktor ist in jeder der 14×14 Kacheln konstant.

der Topographie wirken sich hauptsächlich die Kohärenzen der Interferogramme mit kurzen Basislinien auf die Genauigkeit der geschätzten Bewegung aus. Die realen Standardabweichungen der Oberflächenbewegung variieren in den vergletscherten Gebieten zwischen 0.06 und 0.15 m/a und in den gebirgigen Regionen zwischen 0.1 und 0.7 m/a. In den vergletscherten Regionen liegen die Standardabweichungen demnach im Bereich der in Abschnitt 5.1.1 mit theoretischen Daten ermittelten Werte. In den gebirgigen Gebieten sind die realen Standardabweichungen durch den Einfluss von Modellfehlern höher als die durch Simulationsrechnung bestimmten theoretischen Werte.

Eine Kontrolle der aus den InSAR Daten geschätzten Oberflächenbewegung erfolgt in eisfreien Gebieten, von denen angenommen wird, dass sie sich im Beobachtungszeitraum nicht bewegt haben. Wegen der hohen Eisbedeckung von Hall-Island können aber nur wenige eisfreie Gebiete gefunden werden, die für die Kontrolle der Ausgleichungsergebnisse geeignet sind. In Abbildung 6.11 sind die ausgewählten Kontrollgebiete als weiße Punkte mit schwarzem Rand dargestellt und auf ein KATE-200 Bild von Hall-Island projiziert. Die in der



Abbildung 6.11: Zur Kontrolle der geschätzten Oberflächengeschwindigkeiten ausgewählte Testgebiete. Die Testgebiete befinden sich in eisfreiem Gebiet. Sie sind als weisse Punkte mit schwarzem Rand in einem KATE-200 Bild von Hall-Island eingetragen. Die schwarzen Linien stellen den Grad des Moskau-Eisdoms dar. Die grauen Linien zeigen die Position der Eisscheide wie sie aus den geschätzten Gewschwindigkeitsdaten abgeleitet wurde.

Ausgleichung geschätzten Oberflächengeschwindigkeiten für die vier Testgebiete sind zusammen mit ihren Standardabweichungen in Tabelle 6.3 zusammengefasst. Die Werte in der Tabelle sind für das jeweilige Testgebiet repräsentativ und entsprechen Mittelwerten über eine Fläche von $400 \times 400 \text{ m}^2$. Die räumliche Verteilung der Testgebiete umspannt nahezu die gesamte Insel. Die Ergebnisse in den Testgebieten erlauben daher Rückschlüsse auf die Fehlerverteilung im Untersuchungsgebiet. Anhand eines Signifikanztests mit einer Irrtumswahrscheinlichkeit α von 5% wird überprüft, ob sich die geschätzten Werte für die Oberflächenbewegung signifikant von 0 unterscheiden. In den Testgebieten 1–3 ist die Oberflächenbewegung nicht signifikant. Jedoch weicht der Schätzwert für die Bewegung in Testgebiet 4 unter Verwendung der obigen Testkriterien signifikant von 0 ab. Der Schätzwert für die Oberflächenbewegung in diesem Gebiet ist also fehlerhaft. Ursachen für diesen Fehler können systematische oder grobe Fehler in den Beobachtungen sein, die aus Prozessierungsfehlern oder nicht modellierten Signalanteilen resultieren. Einflüsse durch atmosphärische Effekte oder Fehler bei der Abwicklung der mehrdeutigen Phase sind die wahrscheinlichsten Ursachen.

Gebiet	v [m/a]	σ_v [m/a]
1	-0.011	0.081
2	0.036	0.067
3	0.037	0.045
4	0.419	0.142

 Tabelle 6.3: Geschätzte Oberflächengeschwindigkeit über eisfreiem Gebiet. Es wird vermutet, dass sich die Testgebiete im Beobachtungszeitraum nicht bewegt haben.

Gebiete ohne messbare Oberflächenbewegung können auch in vergletscherten Gebieten auftreten. In der Nähe der Kammlinie des Eisdoms ändert sich die Fließrichtung des Gletschereises um ca. 180°. Entlang dieser als Eisscheide bezeichneten Linie ist die horizontale Oberflächenbewegung gleich Null. Die Position der Eisscheide stimmt in der Regel nahezu mit der Position der Kammlinie der Eiskappe überein. Abweichungen in der Position sind dann möglich, wenn die Akkumulation auf den beiden Seiten einer Eisscheide nicht identisch ist (DOWDESWELL et al. 1995). Zum Vergleich der Position der Eisscheide mit der Lage der Kammlinie wurden beide Parameter unter Verwendung des geschätzten Geländemodells und des ausgeglichenen Geschwindigkeitsfeld abgeleitet. Zur Festlegung der Kammlinie wurde im DOM nach horizontalen Tangenten gesucht. Die erhaltenen Kandidaten für die Kammlinie wurden nachfolgend manuell gefiltert. Die Lage der Eisscheide dagegen wurde aus den geschätzten Geschwindigkeitsdaten abgeleitet. Kandidaten für die Eisscheide wurden in Gebieten mit Geschwindigkeiten nahe bei Null gefunden und nachträglich manuell gefiltert. Ein Vergleich der auf diese Weise erhaltenen Positionen für die Kammlinie und die Eisscheide ist in Abbildung 6.11 dargestellt. Die Position der Kammlinie ist dabei als schwarze Linie dargestellt. Die Lage der Eisscheide ist in grau eingezeichnet. Der Vergleich zeigt, dass die Position beider Linien zu großen Teilen nahezu identisch ist. Nur im Einzugsbereich von Gletscher Nr. 8 ergeben sich Abweichungen. Diese Abweichungen können durch unterschiedliche Akkumulation auf der Ost- und Westseite der Eisscheide hervorgerufen werden. Eine systematische Verfälschung des geschätzten Geschwindigkeitsfeldes kann daher ausgeschlossen werden.

6.4 Untersuchung und Interpretation der Verbesserungen

Bei der Schätzung der unbekannten Parameter Topographie und Bewegung aus den beobachteten SAR Interferogrammen, sowie bei der Bestimmung von Genauigkeits- und Zuverlässigkeitsangaben wird zunächst davon ausgegangen, dass die funktionalen Beziehungen zwischen den Beobachtungen und den unbekannten Parametern korrekt sind. Treten grobe Fehler in den Daten, oder Fehler in den Modellen auf, so ist diese Annahme nicht mehr gültig. Bei der Auswertung der SAR Daten können verschiedene grobe Fehler und Modellfehler auftreten, die sich anhand ihrer Ursache und ihrer Auswirkungen unterscheiden. Beginnend mit Fehlern bei der SAR Aufzeichnung erstrecken sie sich von Prozessierungsfehlern und Fehlern bei der Phasenabwicklung über eine fehlerhafte Berechnung des stochastischen Modells hin zu Fehlern im funktionalen Modell des Ausgleichungsansatzes. Ein Ziel beim Entwurf eines Auswerteverfahrens ist es daher, einen zuverlässigen Ansatz zu entwickeln, der es ermöglicht solche Fehler aufzudecken. Dabei gilt eine Messanordnung dann als zuverlässig, wenn sie das Aufdecken und Lokalisieren von groben Fehlern und Modellfehlern erlaubt.

Für die vermittelnde Ausgleichung mit linearen Beobachtungsgleichungen gilt

$$\hat{v} = A\hat{x} - b = A(A^T P_{bb}A)^{-1}A^T P_{bb}b - b$$

= $(A(A^T P_{bb}A)^{-1}A^T - Q_{bb})P_{bb}b$ (6.1)

Aus Gleichung (6.1) und dem Zusammenhang

$$Q_{\hat{v}\hat{v}} = Q_{bb} - A(A^T P_{bb} A)^{-1} A^T$$
(6.2)

folgt für den Vektor der ausgeglichenen Verbesserungen

$$\hat{v} = -Q_{\hat{v}\hat{v}}P_{bb}b \quad . \tag{6.3}$$

Die Verbesserungen \hat{v} sind daher abhängig von der Matrix $(Q_{\hat{v}\hat{v}}P_{bb})$ und vom Vektor der Beobachtungen *b*. Die Matrix $(Q_{\hat{v}\hat{v}}P_{bb})$, die bereits in Abschnitt 5.1.2 angesprochen wurde, repräsentiert die Konfiguration des Ausgleichungssystems und bestimmt, wie sich Beobachtungen *b* (und damit auch etwaige Beobachtungsfehler) auf die Verbesserungen \hat{v} auswirken. Wird der Vektor der groben Fehler mit Δb bezeichnet, so gilt nach Gleichung (6.3) für die daraus resultierenden Veränderungen des Verbesserungsvektors

$$\Delta \hat{v} = -Q_{\hat{v}\hat{v}}P_{bb}\Delta b \quad . \tag{6.4}$$



Abbildung 6.12: Ausgeglichene Verbesserungen \hat{v} der beobachteten interferometrischen Phasen über Hall-Island: Bild a) zeigt die Verbesserungen für das September-, Bild b) für das Oktober- und Bild c) für das Dezember-Interferogramm. Verbesserungen, die durch fehlerhaft platzierte Branch-Cuts verursacht werden, sind mit schwarzen Kreisen markiert. Schwarze Rechtecke signalisieren Verbesserungen, die durch Veränderungen der Gletscheroberfläche verursacht werden. Eine genauere Analyse dieser Bereiche wird später in diesem Abschnitt durchgeführt.

Wie in Abschnitt 5.1.2 beschrieben, weist die Konfiguration der vorliegenden Ausgleichung günstige Eigenschaften hinsichtlich der Aufdeckbarkeit grober Fehler in den Beobachtungen auf. Mögliche grobe Fehler sollten daher in den ausgeglichenen Verbesserungen aufdeckbar und lokalisierbar sein. Abbildung 6.12 zeigt die ausgeglichenen Verbesserungen zu den drei Beobachtungsepochen des behandelten Beispiels. Wie an den Abbildungen 6.12*a*)–6.12*c*) zu erkennen ist, treten größere Verbesserungen hauptsächlich in den Interferogrammen auf, die mit kurzen Basislinien beobachtet wurden. Die interferometrische Phase des Oktober-Interferogramms erhält nach der Ausgleichung nur geringfügige Verbesserungen, die sich hauptsächlich auf die gebirgigen Bereiche von Hall-Island beschränken. Diese Verbesserungen werden vermutlich durch Fehler bei der Phasenabwicklung in den gebirgigen Gebieten verursacht. Ein Vergleich der Residuen mit den in den Abschnitten 6.3.1 und 6.3.2 dargestellten a posteriori Varianzfaktoren zeigt, dass die Lage der Gebiete mit großen Verbesserungen mit der Lage der Gebiete mit großen Varianzfaktoren übereinstimmt.

In einigen isolierten Gebieten von Hall-Island sind größere Werte in den Verbesserungen zu erkennen. Diese Regionen sind in Abbildung 6.12 mit schwarzen Kreisen bzw. schwarzen Rechtecken signalisiert. Die Verbesserungen in den vier durch schwarze Rechtecke gekennzeichneten Regionen werden durch Phasenanomalien im September-Interferogramm verursacht. In diesem Interferogramm, das in Abbildung 6.4a) dargestellt ist, sind auffällige Strukturen in der Phase zu erkennen, die in den beiden anderen Interferogrammen nicht enthalten sind und folglich nicht von den in den Abschnitten 4.3.3 und 4.3.2 aufgestellten Modellen erfasst werden können. Im Folgenden werden die Ausschnitte 1–4 des September-Interferogramms genauer analysiert, um mögliche Ursachen für die Phasensignaturen zu erschließen. In Abbildung 6.13 sind die Phasenanomalien der Ausschnitte 2–4 in Form der abgewickelten Phase dargestellt. Zur besseren Veranschaulichung der Phasensignatur in Ausschnitt 1 wird in diesem Fall auf die mehrdeutigen Phase zurückgegriffen.



Abbildung 6.13: Ausschnitte 1–4 aus dem Interferogramm vom September 1995 (Bild a)–d)). Aufgrund der auffälligen Strukturen in der interferometrischen Phase wurden jeweils Längs- und Querprofile gerechnet. Die Lagen der Profile sind als weiße Linien eingezeichnet. Der Profilanfang ist durch einen weißen Punkt, das Profilende durch einen Pfeil gekennzeichnet. Die Phasenwerte entlang des Profils sind jeweils über den Ausschnitten dargestellt.

Die Phasenanomalien in den Ausschnitten 2–4 zeigen, neben ihrer ähnlichen geographischen Lage in der Nähe der Kammlinie des Gletschers, auch große Übereinstimmungen in ihrer Form. Die Signaturen sind länglich und haben eine Länge von 1000 m–2500 m und eine Breite von ca. 500 m–800 m. Derartige Phasenstrukturen können durch Elemente der Oberflächentopographie, wie zum Beispiel Gräben oder Hügel, aber auch durch Änderungen der Oberfläche, wie zum Beispiel eine Oberflächenabsenkung, verursacht werden. Längs- und Querschnitte durch die Phasenoberfläche zeigen Phasenvariationen von nahezu einem Phasenzyklus (vergleiche Abbildung

6.13). Interpretiert man diese Variationen als Strukturen der Gletscheroberfläche, so müssten sich an diesen Orten Grabenstrukturen mit einer Tiefe von 150 m-200 m befinden. Da im Amplitudenbild des Septembers keine auffälligen Oberflächenelemente zu erkennen sind, und da diese Strukturen in den Interferogrammen des Oktobers und Dezembers 1995 nicht mehr zu finden sind, ist diese Erklärung unwahrscheinlich. Wahrscheinlicher lassen sich die in Abbildung (6.13b)-d) dargestellten Strukturen durch eine Absenkung der Gletscheroberfläche von ca. 2.5 cm-3 cm erklären. Im Firnbereich eines Gletschers kann Wasser, das aus Schmelzprozessen an der Gletscheroberfläche stammt, in den Firn eindringen und in tieferen Schichten in Form von Eislinsen wieder gefrieren. Die dabei frei werdende Wärme führt zu einer raschen Temperaturerhöhung in den oberen Firnschichten des Gletschers. Durch das Gefrieren von einem Gramm Wasser wird genug Wärme freigesetzt, um die Temperatur von 160 Gramm Schnee um ein Grad Celsius zu erhöhen (WILHELM 1974, PATERSON 1994). Dringt genug Schmelzwasser in die Firndecke ein, so kann durch das erneute Gefrieren genug Wärme entstehen, um eine lokale Absenkung der Gletscheroberfläche von mehreren Zentimetern zu verursachen. Eine vertikale Deformation der Gletscheroberfläche von wenigen Zentimetern innerhalb des Beobachtungszeitraums des September-Interferogramms ist folglich die wahrscheinlichste Erklärung für die beobachteten Effekte. Eine derartige einmalige Deformation ist im vorliegenden Ausgleichungsansatz nicht modelliert und schlägt sich als Modellfehler in den ausgeglichenen Verbesserungen \hat{v} nieder.

Die Phasenstruktur im Ausschnitt 1 des September-Interferogramms hat eine grundsätzlich von den anderen Ausschnitten abweichende Form. Zur besseren Darstellung der Form ist die Phasenanomalie in Abbildung 6.13a) anhand der mehrdeutigen Phase dargestellt. Die Struktur ist am rechten Rand des Ausschnitts deutlich durch eine Linie begrenzt. Rechts von dieser Linie sind keine Veränderungen der Phase zu erkennen. Die Linien gleicher Phase des mehrdeutigen Phasenbildes sind halbkreisförmig um die Mitte dieser Linie angeordnet und konvergieren an deren Enden. Ein Profil quer zur Linie zeigt Phasenvariationen von nahezu drei Phasenzyklen. Die Struktur des Phasenbildes deutet auf einen Riss in der Gletscheroberfläche hin, der im Phasenbild anhand der linienhaften Begrenzung zu erkennen ist. Linksseits des Bruches hat sich die Oberfläche des Gletschers während des Beobachtungszeitraums verändert, während auf der rechten Seite des Bruches keine Deformationen aufgetreten sind. Diese Phasenanomalie liegt im Vergleich zu den anderen weiter von der Kammlinie entfernt, im Einzugsgebiet vom Gletscher Nr. 7. Das Gletschereis in diesem Gebiet ist in Bewegung und fließt mit einer Geschwindigkeit von ca. 30 m/a hangabwärts. Betrachtet man das Vorzeichen des Phasengradienten und berücksichtigt die Geometrie der Basislinie, so ist das beobachtete Phasenbild am wahrscheinlichsten durch eine Relativbewegung des Gletschers unterhalb des Bruches von ca. 20 cm gegenüber der Umgebung entstanden. Vorstellbar wäre, dass sich innerhalb der Beobachtungsepoche des Interferogramms eine Gletscherspalte entlang eines Risses im Gletschereis geöffnet hat. Dies kann zu einer Relativbeschleunigung des Gletschereises unterhalb des Risses führen, die sich in einem mit der Beobachtung vergleichbaren Phasenmuster im Interferogramm niederschlagen würde. Abbildung 6.14 verdeutlicht das Ereignis anhand einer Schemazeichnung. Auch in diesem Fall sind in den beiden anderen Interferogrammen keine ähnlichen Ereignisse zu erkennen. Der Effekt ist folglich als Modellfehler zu klassifizieren und schlägt sich daher in den ausgeglichenen Verbesserungen nieder.



Abbildung 6.14: Öffnung einer Gletscherspalte unterhalb eines Risses in der Gletscheroberfläche. Die entstehende Relativbewegung der Gletscheroberfläche unterhalb der Spalte ist anhand der Pfeile angedeutet.

Die in Abbildung 6.12 mit Kreisen markierten Regionen zeigen Gebiete mit großen Verbesserungen, die durch Fehler beim Prozess der Phasenabwicklung verursacht werden. Das kombinierte Auftreten von hohem Phasenrauschen und steilen dem Sensor zugewandten Berghängen verhindert in diesen Bereichen die korrekte Rekonstruktion der absoluten Phase. Derartige Prozessierungsfehler sind im stochastischen und funktionalen Modell der Ausgleichung nicht enthalten. Sie tauchen daher in den Verbesserungen auf.

Vernachlässigt man alle bereits beschriebenen Effekte in den Verbesserungen \hat{v} von Abbildung 6.12 und betrachtet die verbleibenden Verbesserungen, so lassen sich niedrigfrequente Effekte mit einer Amplitude von ca. ± 1 rad erkennen. Ausdehnung, Größenordnung und Struktur dieser Effekte sowie deren zeitliche Variabilität deuten darauf hin, dass es sich in diesem Fall um den Einfluss nicht modellierter atmosphärischer Effekte handelt. Besonders deutlich sind diese Effekte in den Residuen des September-Interferogramms zu erkennen.

Neben den bereits genannten Strukturen sind außerdem signifikante, in allen drei Interferogrammen auftretende Effekte vor allem im Bereich des Sonklar-Gletschers sichtbar. In diesem Gebiet treten in den Verbesserungen aller Interferogramme große Werte auf. Die Struktur der Verbesserungen ändert sich zeitlich kaum und zeigt große Ähnlichkeiten mit der Struktur des Bewegungsfelds des Sonklar Outlet-Gletschers. Die hohe zeitliche Korrelation und die starke Ähnlichkeit mit dem Bewegungsfeld deuten an, dass diese Effekte durch zeitliche Änderungen der Gletscherbewegung verursacht werden, die nicht im Bewegungsmodell der Ausgleichung enthalten sind. Im vorliegenden Ausgleichungsansatz wird eine konstante Bewegung der Outlet-Gletscher auf Hall-Island über den Beobachtungszeitraum angenommen. Die Analyse der Verbesserungen zeigt, dass diese Annahme in manchen Bereichen nicht korrekt ist. Ob dem konstanten Anteil der Gletscherbewegung ein linearer Trend oder Bewegungskomponenten höherer Ordnung überlagert sind kann durch eine Analyse mit einer höheren Anzahl von Datensätzen untersucht werden. Durch eine vertiefte Untersuchung des Vektors der Verbesserungen können unter Umständen zusätzliche Informationen über Änderungen des Fließverhaltens von Sonklar-Gletscher gewonnen werden. Diese Analysen wurden im Rahmen dieser Dissertation nicht durchgeführt. Sie stellen aber ein interessantes Forschungsziel für die Zukunft dar.

Grobe Fehler und Modellfehler führen zu Verzerrungen der Schätzwerte für die Unbekannten und deren Genauigkeitseigenschaften. Um diese Effekte zu vermeiden müssen grobe Fehler und Modellfehler in den Verbesserungen aufgedeckt und mit geeigneten Verfahren eliminiert werden. Der Einfluss von groben Fehlern kann durch die Durchführung einer iterativen robusten Ausgleichung gemindert beziehungsweise beseitigt werden. Hierbei werden die Gewichte der als grob falsch klassifizierten Beobachtungen iterativ in Abhängigkeit von den normierten Verbesserungen neu festgelegt. Große Verbesserungen bewirken kleine Gewichte und somit weniger Einfluss der zugehörigen Beobachtungen auf das Ausgleichungsergebnis. Im Falle vorliegender Modellfehler resultiert ein robustes Schätzverfahren in einer deutlichen Verschlechterung der Genauigkeitseigenschaften der Unbekannten in den von Modellfehlern betroffenen Bereichen. Da die zu Grunde gelegten Modellannahmen für diese Gebiete nicht korrekt und die Unbekannten nur verzerrt schätzbar sind, ist die Angabe von geringen Schätzgenauigkeiten für diese Unbekannten realistisch. Sie drücken die geringe Aussagekraft der geschätzten Parameter aus.

6.5 Glaziologische Interpretation der Ergebnisse

In diesem Abschnitt soll vermittelt werden, in welcher Form die in der Ausgleichung ermittelten Parameter mit physikalischen Größen aus der Glaziologie verknüpfbar sind. Zu diesem Zweck werden ausgewählte physikalische Parameter aus den geschätzten Unbekannten berechnet und diskutiert. Im Speziellen soll, unter Einbindung einiger Annahmen, aus der Gletscherbewegung in Sensorblickrichtung der 3-dimensionale Bewegungsvektor der Gletscheroberfläche berechnet werden. Danach werden aus dieser Information so genannte *longitudinal strain rates* abgeleitet, die Aufschluss über Spannungsverhältnisse im fließenden Bereich des Gletschereises geben.

6.5.1 Ableitung des 3-dimensionalen Bewegungsfeldes

Die Oberflächenbewegung, die mit einem interferometrischen SAR beobachtet wird, entspricht der Projektion des tatsächlichen 3-dimensionalen Bewegungsvektors $v_{3d} = (v_{range}, v_{az}, v_{vert})$ in die Blickrichtung des Sensors. vaz entspricht dabei der Komponente der Oberflächenbewegung in Flugrichtung, vrange der Komponente quer zur Flugrichtung und v_{vert} dem vertikalen Bewegungsanteil. Stehen keine weiteren unabhängigen Beobachtungen zur Verfügung, so ist die Problemstellung mit nur einer Beobachtungsgleichung zur Bestimmung der drei Unbekannten v_{range} , v_{az} und v_{vert} unterbestimmt. Um das Gleichungssystem dennoch lösen zu können, müssen mindestens zwei Annahmen über die Bewegungsrichtung des Gletschereises getroffen werden. Meist wird dabei unterstellt, dass (i) die Bewegung des Gletschers in Richtung der maximalen Hangneigung erfolgt und dass (ii) vertikale Bewegungen vernachlässigbar sind. Damit wird die Bewegungsrichtung des Gletschers auf eine Bewegung entlang der Gletscheroberfläche und in Gradientenrichtung beschränkt. Nach (PATERSON 1994) kann die Bewegungsrichtung des Gletschereises in sehr guter Näherung aus der Richtung des Geländegradienten abgeleitet werden. Die erste der beiden Annahmen ist demnach in der Regel korrekt. Vertikale Bewegungen, die durch Ablationseffekte entstehen können, bleiben im Vergleich zu den horizontalen Geschwindigkeiten der Gletscheroberfläche klein (RIGNOT et al. 1996, FORSTER et al. 1999, JOUGHIN et al. 1996a). Jedoch können durch vertikale Bewegungskomponenten kleinräumige Phasenvariationen mit einer horizontalen Ausdehnung verursacht werden, die dem Vielfachen der vertikalen Eismächtigkeit entspricht. Diese Fluktuationen können durch eine Mittelung des Geschwindigkeitsfeldes über wenige Vielfache der Eismächtigkeit eliminiert werden (JOUGHIN et al. 1995). Nach einer räumlichen Mittelung kann also auch von der Zulässigkeit der zweiten Annahme ausgegangen werden. Sind die Bewegungsrichtung ζ und die Hangneigung ξ bekannt, so kann der Zusammenhang zwischen dem 3-dimensionalen Bewegungsvektor v_{3d} und der gemessenen Bewegung in Sensorblickrichtung v durch den Ausdruck

$$v_{3d} = \frac{v}{\cos(\xi)\cos(\zeta)\sin(\theta) - \sin(\xi)\cos(\theta)}$$
(6.5)

dargestellt werden. In vielen Fällen wird die Gletschergeschwindigkeit nicht in Hangrichtung angegeben, sondern in Form ihrer horizontalen Komponente $v_{3d,hor}$. Diese erhält man indem die Hangneigung in Gleichung (6.5) auf $\xi = 0$ gesetzt wird.

Die Bewegungsrichtung ζ wird durch Berechnung des Gradienten aus dem in der Ausgleichung geschätzten digitalen Oberflächenmodell abgeleitet. Zur Verringerung des Einflusses kleiner Undulationen der Gletscheroberfläche auf die Gradientenrichtung wird das InSAR DOM zuvor Median-gefiltert. In Abbildung 6.15*a*) ist die Bewegungsrichtung der Gletscheroberfläche in Form von schwarzen Pfeilen gekennzeichnet. Die Blickrichtung des Sensors ist als weißer Pfeil eingetragen. Wie an Abbildung 6.15*a*) zu erkennen ist, weicht die Bewegungsrichtung des Gletschers in vielen Bereichen stark von der Blickrichtung des Sensors ab. In diesen Regionen ist die Projektion der gemessenen Bewegung in Sensorblickrichtung in die horizontale Bewegung schlecht bestimmt. Daher wird im Folgenden nur in den Gebieten die horizontale Oberflächenbewegung berechnet, in denen die Bewegungsrichtung um $\leq 60^{\circ}$ von der Sensorblickrichtung abweicht. Alle anderen Bereiche werden ausmaskiert (graue Flächen in Abbildung 6.15*b*)). Auf der Grundlage der berechneten Bewegungsrichtung und der in der Ausgleichung geschätzten Oberflächenbewegung in Sensorblickrichtung wird die horizontale Oberflächenbewegung des Moskau-Eisdoms abgeleitet.

Das Ergebnis dieser Berechnung ist in Abbildung 6.15*b*) dargestellt. Die ausmaskierten Bereiche sind als graue Flächen zu erkennen. Die horizontale Gletschergeschwindigkeit erreicht in der Nähe der Front von Sonklar-Gletscher und Gletscher Nr. 7 bis zu 170 m/a. Typische Werte für die in den prozessierten Gebieten erreichten Geschwindigkeiten sind in Tabelle 6.4 für die Gletscher Sonklar, Nr. 7, Nr. 8, Nr. 12, Nr. 16 und Nr. 17 zusammengefasst. Die Standardabweichungen der projizierten Geschwindigkeiten $v_{3d,hor}$ wurden durch Fehlerfortpflanzung aus den Standardabweichungen der geschätzten Bewegung in Sensorblickrichtung und der geschätzten Topographie abgeleitet. Die Standardabweichung der Topographie wurde dabei zur Berechnung der Ungenauigkeit des Oberflächengradienten benötigt. Die Resultate sind in der dritten Spalte von Tabelle 6.4 in m/a angegeben. Da die Geschwindigkeit und deren Standardabweichung entlang der Grenze des prozessierbaren Gebietes variieren, sind die in der Tabelle eingetragenen Ergebnisse als Richtwerte für die Größenordnung der Parameter zu verstehen. Aus demselben Grund erweist sich auch ein Vergleich der Werte in Tabelle 6.4 mit unabhängigen Messwerten als



Abbildung 6.15: *a*) Bewegungsrichtung des Moskau-Eisdoms: Die schwarzen Pfeile entsprechen der aus dem digitalen Oberflächenmodell abgeleiteten Bewegungsrichtung der Gletscheroberfläche. Die Sensorblickrichtung ist durch den weißen Pfeil in der linken unteren Ecke angegeben. *b*) Horizontale Bewegung der Gletscheroberfläche des Moskau-Eisdoms in m/a. Die grauen Flächen entsprechen Gebieten die zur Berechnung ausmaskiert wurden.

schwierig. Vergleichswerte für die horizontalen Geschwindigkeiten der Gletscher auf Hall-Island sind bisher nur wenige publiziert. In (SHAROV et al. 2000) wurden die frontalen Geschwindigkeiten der Gletscher Sonklar, Nr. 7 und Nr. 17 unter Verwendung der in Abschnitt 3.2.2 vorgestellten Transferential Interferometry bestimmt. Die Ergebnisse dieser Untersuchung sind in Spalte 6 von Tabelle 6.4 zu finden. Zum besseren Vergleich wurden die im Ausgleichungsansatz abgeleiteten Werte für die horizontalen Geschwindigkeiten und deren Standardabweichungen von m/a in cm/d umgerechnet. Ein direkter Vergleich der ermittelten Werte ist aus mehreren Gründen problematisch. Zum einen repräsentieren die jeweiligen Parameter Geschwindigkeiten an anderen Stellen der Gletscher. Die in Tabelle 6.4 angegebenen Geschwindigkeiten zeigen repräsentative Werte für $v_{3d,hor}$ entlang der Grenze des auswertbaren Gebietes. Die Werte aus (SHAROV et al. 2000) zeigen die Geschwindigkeit der Gletscher an deren Front. Wegen des starken Kohärenzverlustes in der Nähe der Gletscherfront können beide Positionen mehrere Kilometer voneinander entfernt liegen. Zum anderen sind den Ergebnissen aus (SHAROV et al. 2000) keine Genauigkeitsangaben zugeordnet. Dennoch ist zu erkennen, dass die Geschwindigkeitsangaben für die Gletscher Sonklar und Nr. 7 gut korrespondieren. Bei Gletscher Nr. 17 zeigen sich hingegen größere Differenzen. Dieser Gletscher mündet in einer Meeresenge zwischen den Inseln Hall und Mc. Clintock. Fast-Ice, das sich zwischen beiden Inseln befindet, ist in seiner Bewegung deutlich eingeschränkt. Bei einer Bewegung des Gletschers Nr. 17 in die Meeresenge hinein können neben einer Translation des Fast-Ice auch Deformationen der Eisdecke entstehen. Die direkte Beziehung zwischen der horizontalen Gletscherbewegung und der Bewegung des Seeeises, wie sie in Gleichung 3.1 formuliert ist, wäre in diesem Fall nicht korrekt. Das Zählen der Fringes auf dem Fast-Ice könnte daher zu einer Unterschätzung der tatsächlichen horizontalen Gletscherbewegung führen. Dadurch könnten die auftretenden Differenzen in der Geschwindigkeitsschätzung erklärt werden.

Name	$v_{3d,hor}\left[\frac{m}{a}\right]$	$\sigma_{v_{3d,hor}} \left[\frac{m}{a}\right]$	$v_{3d,hor}\left[\frac{cm}{d}\right]$	$\sigma_{v_{3d,hor}}\left[\frac{cm}{d}\right]$	$v_{trans,hor} \left[\frac{cm}{d}\right]$
Sonklar	157	± 15	43	± 4.2	32
Nr. 7	134	± 5	37	± 1.4	47
Nr. 8	80	± 2	22	± 0.6	-
Nr. 12	60	± 3	16	± 0.8	-
Nr. 16	23	± 1	6	± 0.3	-
Nr. 17	130	± 8	36	± 2.2	19

Tabelle 6.4: Horizontale Geschwindigkeiten einiger Outlet-Gletscher auf Hall Island. Die Spalten 2–5 zeigen die in der Ausgleichung geschätzten Geschwindigkeiten zusammen mit ihren Standardabweichungen in m/a beziehungsweise cm/d. In Spalte 6 sind Vergleichswerte aus einer externen Quelle angegeben.

6.5.2 Bewegung und Bewegungsvariation des Sonklar-Gletschers

Für die Durchführung einer detaillierten Untersuchung des Bewegungsverhaltens wurde aus allen Outlet Gletschern auf Hall-Island der Gletscher Sonklar ausgewählt. Für diesen Gletscher werden exemplarisch weitere glaziologische Parameter aus den geschätzten Parametern der Ausgleichung abgeleitet. Die glaziologischen Parameter gewähren einen tieferen Einblick in die Eigenschaften des Untersuchungsobjektes. Im Folgenden sollen die Bewegung von Sonklar-Gletscher und die Variationen der Bewegung entlang der Gletschermittellinie analysiert werden. Zusätzlich wird nach Hinweisen auf zeitliche Variationen der Gletscherbewegung gesucht.

In Abbildung 6.16*b*) ist die Entwicklung der Gletscherbewegung entlang eines Gletscherlängsprofils in Form der schwarzen Kurve dargestellt. Die Bewegung ist dabei in m/a angegeben. Lage und Richtung des Längsprofils sind anhand des schwarzen Pfeils in Abbildung 6.16*a*) ersichtlich. Vom Zentrum des Eisdoms in Richtung des



Abbildung 6.16: Geschwindigkeit und Strain Rates entlang eines Längsprofils durch den Gletscher Sonklar auf Hall-Island. Abbildung *a*) zeigt die Lage des Längsprofils. Die schwarze Kurve in Abbildung *b*) zeigt die Gletschergeschwindigkeit entlang des Profils in m/a. Die Strain Rates haben die Einheit 1/a und sind in Form einer grauen Linie dargestellt.

Terminus des Sonklar-Gletschers nimmt die Geschwindigkeit zunächst stetig zu. Dieses Verhalten entspricht dem in Abschnitt 3.1.2 beschriebenen Bewegungsprinzip. Der positive Trend der Gletschergeschwindigkeit setzt sich bis zur Grenze des ausgewerteten Gebietes fort. Diese Grenze liegt etwa 2000 m von der Küstenlinie entfernt in einer topographischen Höhe von 50-100 m. Die Gleichgewichtslinie der Gletscher auf Franz-Josef Land ist in einer Höhe von ca. 200-300 m anzusiedeln (KOSTKA 1997). Das Geschwindigkeitsprofil weicht daher vom Längsprofil eines idealisierten Gletschers ab, da für diesen die maximalen Geschwindigkeiten in der Nähe der Gleichgewichtslinie erwartet werden. Ursache hierfür könnten verbesserte Gleitbedingungen im unteren Teil des Outlet-Gletschers sein. An Abbildung 6.16b) ist abzulesen, dass entlang des Profils neben einer Beschleunigung auch konvergente und divergente Fließbewegungen stattfinden. Durch diese Geschwindigkeitsvariationen werden Stauchungen beziehungsweise Streckungen des Eises verursacht, die zur Faltung, Blätterung und zum Aufreißen von Spalten an der Gletscheroberfläche führen (WILHELM 1974). Eine charakteristische Größe, um Stauchungen und Streckungen zu erfassen, ist der Geschwindigkeitsgradient, der in der Fachliteratur mit dem englischen Begriff Strain Rate bezeichnet wird. Strain Rates lassen sich anhand der Gleichung $sr = \Delta v_{3d,hor}/\Delta d$, mit Δd als Entfernung zwischen den Geschwindigkeitsmesspunkten, leicht aus den Bewegungsunterschieden benachbarter Punkte berechnen. Die Strain Rates entlang des Längsprofils sind in Abbildung 6.16b) anhand der grauen Kurve zu sehen. Positive Werte von sr deuten dabei auf eine Streckung, negative Werte auf eine Stauchung des Gletschereises hin. Die Strain Rates im inneren Bereich des Moskau-Eisdoms liegen bei etwa $0.01 a^{-1}$. Dieser Wert ist typisch für temperierte Gletscher. Dies sind Gletscher, deren Eistemperatur sehr nah am Druckschmelzpunkt liegt (PATERSON 1994). Zwischen Kilometer 6.5 und 7.5 bezüglich des Startpunkts kreuzt das Profil einen kleinen Graben. Bis zum Talboden des Grabens nimmt die Strain Rate zunächst zu, um im nachfolgenden Geländeanstieg in einer kleinen Stauchung zu enden. Die Ausdehnung des Grabens ist in Abbildung 6.16b) mit gestrichelten Linien angedeutet. Unterhalb der Grabenstruktur beginnt ein Gebiet mit einer größeren Anzahl an Gletscherspalten. Die Strain Rate erreicht in diesem Bereichen bis $0.3 a^{-1}$.

Die Datensätze, die im Ausgleichungsansatz miteinander kombiniert werden, umspannen einen Beobachtungszeitraum der sich vom Spätsommer 1995 bis zum Winter 1995 erstreckt. Aus Aufzeichnungen einer Klimastation auf der nahegelegenen Insel *Hayes Island* geht hervor, dass die mittlere Temperatur der Luft in den Sommermonaten Juli–September um den Gefrierpunkt schwankt und bis zum Dezember auf ca. –20° C abfällt (KOSTKA 1997). Da der Sonklar-Gletscher Eigenschaften eines temperierten Gletschers aufweist, sind witterungsbedingte Einflüsse auf die Gletscherbewegung möglich. Eine Änderung der Fließgeschwindigkeit des Sonklar-Gletschers im Beobachtungszeitraum wäre demnach denkbar. Große Residuen im Bereich von Sonklar-Gletscher und deren hohe Korrelation mit dem Geschwindigkeitsfeld deuten an, dass die Bewegung dieses Outlet-Gletschers durch ein zeitlich konstantes Bewegungsmodell nicht ausreichend beschrieben ist (vergleiche Abschnitt 6.4). Eine genauere Untersuchung möglicher linearer oder nicht-linearer Komponenten im zeitlichen Bewegungsverhalten kann mit dem zur Verfügung stehenden Datenmaterial nicht durchgeführt werden. Dennoch zeigen die ausgeglichenen Verbesserungen, dass die Bewegung des Sonklar-Gletschers durch Witterung beeinflusst wird, und liefern damit ein weiteres Indiz, dass es sich bei Sonklar-Gletscher um einen temperierten Gletscher handelt.

6.6 Zusammenfassung

Das vorgestellte neue Verfahren zur Schätzung von Topographie und Bewegung polarer Gletscher aus multitemporalen SAR Interferogrammen wurde in diesem Kapitel im Rahmen der Möglichkeiten mit realen Daten validiert. Als Untersuchungsgebiet wurde Hall-Island gewählt, eine Insel des arktischen Inselarchipels Franz-Josef Land. Hall-Island ist fast vollständig vom Moskau-Eisdom bedeckt, dessen Eismassen entlang mehrerer Outlet-Gletscher ins Meer fließen. Datengrundlage für die Validierung sind SAR Daten aus der ERS-Tandem Mission, die zwischen dem September 1995 und dem Dezember 1995 aufgenommen wurden. Als externe Informationsquelle dienten topographische Karten, Ergebnisse von in-situ Messkampagnen und Resultate aus anderen Fernerkundungsstudien. Zusätzlich wurde externes Wissen über die Bewegung von Teilbereichen der Insel für die Validierung verwendet. Die Resultate der Parameterschätzung wurden dargestellt und soweit möglich mit externen Quellen verglichen. Die Ergebnisse der Ausgleichung bestätigen im wesentlichen die Resultate der Simulationsanalysen. Beim Vergleich der Schätzergebnisse mit Validierungsdaten konnten keine Hinweise auf systematische Fehler gefunden werden. Abschließend wurden exemplarisch einige glaziologische Parameter aus den Schätzwerten der Ausgleichung abgeleitet, um die Verwendbarkeit der interferometrischen Beobachtungen für glaziologische Untersuchungen zu zeigen. Anhand dieser Parameter wurde ein ausgewählter Outlet-Gletscher vertieft analysiert.

103

7 Diskussion und Ausblick

7.1 Zusammenstellung des neuen Ansatzes

Der vorliegende Ansatz ermöglicht die simultane Schätzung von Topographie und Bewegung polarer Gletscher aus multi-temporalen SAR Interferogrammen. Die Methode basiert auf der Kombination einer Vielzahl von Datensätzen in einer Kleinste-Quadrate-Ausgleichung nach dem Gauss-Markov-Modell. Die multi-temporalen Datensätze werden durch ein räumlich-zeitliches Modell verknüpft, das die Eigenschaften der beobachteten Oberfläche und ihre zeitliche Veränderung beschreibt. Die Parametrisierung des Modells kann, unter Berücksichtigung der Eigenschaften des jeweiligen Untersuchungsobjekts und der Anzahl an Datensätzen angepasst werden und erlaubt daher eine optimale Beschreibung des Problems. Zusätzliche Einflussgrößen auf das interferometrische Signal können in das funktionale oder stochastische Modell der Ausgleichung aufgenommen und mitgeschätzt werden.

Die Wahl der Kleinste-Quadrate-Ausgleichung als Schätzverfahren erlaubt eine systematische Beschreibung der funktionalen und stochastischen Eigenschaften aller Prozessierungsschritte, sowie die vollständige Fortpflanzung dieser Eigenschaften durch den gesamten Auswerteprozess. Die Redundanz des Ausgleichungssystems ermöglicht die Angabe von realistischen Genauigkeits- und Zuverlässigkeitsmaßen für alle Schätzgrößen. Auf der Basis des funktionalen und stochastischen Modells können die theoretisch erreichbaren Standardabweichungen der unbekannten Parameter, die Zuverlässigkeit der Ergebnisse und die Einflüsse von etwaigen nicht-modellierten Fehlerquellen auf die Unbekannten abgeschätzt werden. Diese Analysen erlauben es für eine gegebene Beobachtungskonfiguration bereits im voraus die Eigenschaften der Schätzwerte zu ermitteln. Umgekehrt ermöglichen sie, bei gegebenem Genauigkeitsniveau der Zielgrößen die optimale Beobachtungskonfiguration auszuwählen.

In der Arbeit wurden zunächst die funktionalen Zusammenhänge zwischen Beobachtungen und Unbekannten beschrieben und formuliert. Danach wurden die stochastischen Eigenschaften der Beobachtungen detailliert beschrieben. Qualitätsmaße für die interferometrische Phase wurden abgeleitet und für die Gewichtung der Beobachtungen verwendet. Fehlerquellen, die aus Orbitunsicherheiten, atmosphärischen Effekten und der Eindringtiefe in die Erdoberfläche resultieren, wurden diskutiert. Basierend auf theoretischen Daten wurde das Potential des Ansatzes im Hinblick auf seine Anwendung im Gletschermonitoring analysiert. Die theoretischen Standardabweichungen der abgeleiteten Gletschertopographie und Gletscherbewegung wurden in Abhängigkeit von der Beobachtungsgeometrie und von der Anzahl an Datensätzen bestimmt. Der Ansatz erlaubt die Schätzung der unbekannten Parameter mit Genauigkeiten von wenigen Metern, bzw. wenigen Dezimetern pro Jahr. Das Verfahren ist sehr robust gegenüber groben Fehlern in den Beobachtungen. Der Einfluss atmosphärischer Effekte auf die Unbekannten kann durch Verwendung vieler Datensätze reduziert werden. In polaren Regionen bleiben die atmosphärischen Einflüsse gering. Fehler im implementierten Bewegungsmodell führen zu einer signifikanten Verfälschung der geschätzten Parameter. Die Verwendung eines flexiblen Modells zur Beschreibung der zeitlichen Veränderung der Gletscheroberfläche und die sorgfältige Konfiguration dieses Modells steigern die Qualität der Schätzergebnisse deutlich. Die Umsetzbarkeit des Ansatzes wurde durch eine Fallstudie, in der die Topographie und Bewegung eines großen Eisdoms in der russischen Arktis ermittelt wurde, nachgewiesen. Die erzielten Genauigkeiten liegen im Bereich der durch Simulationsrechnung ermittelten Werte. Bei einem abschließender Vergleich der geschätzten Parameter mit Ergebnissen aus anderen Quellen wurden keine systematischen Fehler in den Schätzwerten festgestellt.

7.2 Bewertung

Das vorgestellte Verfahren bietet einen systematischen Ansatz zur Auswertung und Analyse von SAR Interferogrammen. Das Verfahren ist im Speziellen für die Beobachtung polarer Gletscher entwickelt worden, bleibt in seiner Konzeption jedoch allgemein einsetzbar. Die Eigenschaften des Ansatzes wurden in dieser Arbeit eingehend untersucht. Im Folgenden werden die Ergebnisse dieser Untersuchungen diskutiert und Stärken und Schwächen des neuen Verfahrens aufgezeigt.

Wahl des Schätzverfahrens: Zur Lösung des in dieser Arbeit behandelten überbestimmten Problems wurde auf eine Parameterschätzung nach der Methode der kleinsten Quadrate zurückgegriffen. In dieser Theorie wird der Vektor der Beobachtungen als Zufallsvektor begriffen, der einer Wahrscheinlichkeitsverteilung unterliegt. Die einzelnen Beobachtungswerte werden als Realisierungen einer Zufallsvariable betrachtet. Sie weichen aufgrund von Messfehlern vom (unbekannten) Erwartungswert ab. Die Varianz-Kovarianzmatrix der Beobachtungen wird - bis auf einen unbekannten Skalierungsfaktor - als bekannt vorausgesetzt. Die Übertragung von Varianz-Kovarianzmatrizen auf abgeleitete Größen erfolgt mit Hilfe des Fehlerfortpflanzungsgesetzes. Das funktionale Modell wird als wahr angenommen, d.h. es wird davon ausgegangen, dass keine systematischen Fehler vorliegen. Anhand dieser Theorie werden die unbekannten Parameter durch Minimierung der Quadratsumme der Residuen geschätzt. Jeder Schätzwert lässt sich mit einer Varianz verknüpfen. Es steht ein breites, theoretisch fundiertes Spektrum von Methoden zur Verfügung, um Messwerte zu bearbeiten, zu analysieren und zu beurteilen. Leider ist es im Ansatz der Kleinste-Quadrate-Ausgleichung nur im eingeschränktem Maße möglich, eventuelle Vorinformation über die gesuchten Parameter in den Schätzprozess zu integrieren. Denkbar sind drei Quellen solcher Vorinformationen: gesicherte Erkenntnisse der betreffenden Fachwissenschaft, empirische Erkenntisse aus der Praxis sowie Daten aus anderen Untersuchungen. Konkret könnte in vorliegenden Fall an folgendes Vorwissen gedacht werden:

- Die Oberflächengeschwindigkeit nicht vergletscherter Gebiete ist Null.
- Die horizontale Geschwindigkeit entlang der Eisscheide ist Null.
- Die horizontale Geschwindigkeit der Outlet-Gletscher auf Hall-Island ist kleiner 0.5 m/d.
- Der Oberflächengradient des Moskau-Eisdoms ist gering.
- Die Oberfläche von Hall-Island ist aus externen Quellen bekannt (externes DOM).
- Der Beitrag der Bewegung von Sonklar-Gletscher zur interferometrischen Phase ist positiv.

Im Rahmen der Kleinste-Quadrate-Ausgleichung besteht die Möglichkeit, direkt beobachtete Unbekannte in der Parameterschätzung zu berücksichtigen. Durch Vergabe eines entsprechend hohen Gewichtes für diese Zusatzbeobachtung kann deren Einfluss auf die Unbekannten gesteuert werden. Mit dieser Methode können allerdings nicht alle der oben gelisteten Vorinformationen erfasst werden. Für diese Fälle kann an einen Übergang von der Kleinste-Quadrate-Ausgleichung auf Verallgemeinerungen wie die *Bayes-Theorie* gedacht werden (KUTTERER 2002). Eine Einführung in die Bayes-Theorie und Anwendungen im Bereich der Geodäsie sind in (KOCH 1990) zu finden.

Definition der Beobachtungen: Als Beobachtungen werden die abgewickelten Phasenwerte von prozessierten und ko-registrierten SAR Interferogrammen in den Ausgleichungsansatz eingeführt. Das vorgestellte Verfahren ist also unabhängig von der interferometrischen Prozessierung und kann in diesem Sinne als interferometrischer Nachbearbeitungsschritt interpretiert werden. Die Genauigkeitseigenschaften der interferometrischen Phase werden aus der Kohärenzinformation abgeleitet. Die Verwendung der abgewickelten Phase statt der mehrdeutigen Phase führt zu einer deutlichen Vereinfachung des funktionalen Modells der Parameterschätzung. Da im gewählten Schätzverfahren das Funktionalmodell als wahr betrachtet wird, muss für den Prozess der Phasenabwicklung Fehlerfreiheit vorausgesetzt werden. Dies ist in der Regel bei hoch kohärenten Interferogrammen, bei moderater Länge der Basislinie und bei moderaten Geländeneigungen gewährleistet. Für Daten niedriger Kohärenz gelingt die Phasenabwicklung oft nicht fehlerfrei. Den dadurch entstehenden Fehlern wird im funktionalen Modell nicht Rechnung getragen. Erfolgt die Gewichtung der Beobachtung nach dem in Abschnitt 4.4.1 beschriebenen Modell,

so sind Abwicklungsfehler auch im stochastischen Modell nicht erfasst. Dies liegt im wesentlichen an der Tatsache, dass dieses Modell die Statistik der auf den Definitionsbereich $[-\pi, \pi]$ beschränkten mehrdeutigen Phase beschreibt. Sollen Daten mit niedriger Kohärenz mit diesem Ansatz verarbeitet werden, so wäre zur Vermeidung von Modellfehlern eine Anpassung der in Abschnitt 4.4.1 vorgestellten Gewichtsfunktion an die Verteilung der abgewickelten Phase notwendig.

Validierung des Ansatzes: Zur Validierung des Ausgleichungsansatzes stand lediglich ein Satz aus drei multitemporalen SAR Interferogrammen zur Verfügung. Auch die Auswahl an externen Datenquellen zur Bewertung der Ergebnisse war für das gewählte Testgebiet gering. Vor allem zur Überprüfung der Eignung des in Abschnitt 4.3.2 beschriebenen zeitlichen Modells für die Beschreibung der Gletscherbewegung, wäre ein ausgiebiger Test mit einer größeren Anzahl an SAR Interferogrammen notwendig. Diese Untersuchungen stehen noch aus. Das Verfahren als solches wird durch die geringe Menge an Validierungsdaten nicht in Frage gestellt, da es auf dem Fundament der Kleinste-Quadrate-Ausgleichung beruht und sich nur ihrer Werkzeuge bedient.

Wahl und Aufbau der Flächenfunktion: Die Verwendung einer Flächenfunktion mit nur wenigen regelmäßig verteilten Stützstellen resultiert in einer deutlichen Verringerung der Anzahl an Unbekannten und in einer entsprechend erhöhten Redundanz. Die flexible Anpassung der Gitterweite auf die Bedürfnisse der Datengrundlage führt zu einer in allen Bildbereichen optimalen Gitterstruktur. Die Einbindung der zwischen den Gitterknoten liegenden Punkte erfolgt im vorgestellten Ansatz unter Verwendung einer bilinearen Flächenfunktion. Gegenüber einer einfachen Glättung und einem nachfolgenden Resampling der Daten hat die Verwendung des flexiblen Gitters den Vorteil, dass der Grad der Glättung in allen Bereichen der Interferogramme optimal gewählt ist und somit die nutzbare Information maximiert wird. Die Verwendung einer bilinearen Flächenfunktion ist für die Berechnung eines gröberen Rasters aus dichten Beobachtungen nicht ideal. Sie wurde hier aus Gründen der Einfachheit und im Hinblick auf den Berechnungsaufwand gewählt. Für den Einsatz des Verfahrens in der Praxis kann auf höherwertige Flächenfunktionen übergegangen werden. Einerseits hat sich die Organisation des Flächenmodells in einem regelmäßigen quadratischen Gitter zwar als besonders einfach und effizient erwiesen, nachteilig erweist sich die rasterartige Struktur aber entlang von Geländekanten, die nicht parallel zu den Gitterlinien verlaufen. Eine Beschreibung dieser Kanten ist im gewählten Flächenmodell nicht möglich. Die dadurch verursachten Modellfehler resultieren in einer Verzerrung der in diesen Bereichen abgeleiteten Parameter, samt ihrer Genauigkeitsund Zuverlässigkeitsmaße. Durch die Verwendung einer flexibleren Datenstruktur, beispielsweise einer Erweiterung des bestehenden Modells um eine lokale Dreiecksvermaschung (EBNER et al. 1988), könnte dieses Problem behoben werden.

Zusammenfassend lässt sich feststellen, dass das Modell der Kleinste-Quadrate-Ausgleichung eine systematische Beschreibung der funktionalen Zusammenhänge der interferometrischen Prozessierung und ihrer stochastischen Eigenschaften erlaubt. Basierend auf diesem Modell gelingt es, multi-temporale Datensätze für die Analyse polarer Gletscher optimal zu kombinieren. Die im Modell der Kleinste-Quadrate-Ausgleichung inhärenten Analysemöglichkeiten erlauben eine detailierte Betrachtung der Genauigkeits- und Zuverlässigkeitseigenschaften, sowie die Erkennung von Fehlern in den verwendeten Modellen.

7.3 Ausblick

Die Möglichkeit, durch differentielle Verarbeitung von SAR Interferogrammen Oberflächendeformationen im Sub-Zentimeter-Bereich zu bestimmen, wurde Ende der 80er Jahre erkannt (GABRIEL et al. 1989). In den folgenden Jahren wurde das Potential der SAR Interferometrie zur Beobachtung geophysikalischer Phänomene in vielen Fallstudien bewiesen. Durch die Daten der Tandem Mission der europäischen Fernerkundungssatelliten ERS1 und ERS2 konnte die SAR Interferometrie erstmals auch für die Untersuchung polarer Eismassen eingesetzt werden. Ein Überblick über die publizierten Fallbeispiele ist in Tabelle 3.2 zu finden. Die Extraktion der Topographie- und Bewegungsinformation aus der interferometrischen Phase wird in der Regel durch die Überlagerung dieser Zielgrößen mit Störsignalen erschwert. Detaillierte Untersuchungen der Störeinflüsse auf die interferometrische Phase und deren Auswirkungen auf die Endresultate wurden von verschiedenen Gruppen durchgeführt und sind beispielsweise in (HANSSEN 2001, COLESANTI et al. 2003a, COLESANTI et al. 2003b, FER-

RETTI et al. 1999, HANSSEN und FEIJT 1996, LEE et al. 1994) veröffentlicht. Dennoch fehlt bisher eine Übertragung der dort gewonnenen Erkenntnisse auf Anwendungen zur Gletscherbeobachtung in polaren Regionen. Die in der Gletscherfernerkundung mit RADAR Verfahren vielfach verwendeten Standardansätze der differentiellen Interferometrie beinhalten einigen Annahmen, deren Gültigkeit nicht in allen Fällen gewährleistet ist. Wenn auch in einigen wenigen Arbeiten auf schwächen dieser Annahmen hingewiesen wird (FATLAND und LINGLE 1998, FROLICH und DOAKE 1998, BAMBER und RIGNOT 2002), so fehlt bisher eine detaillierte Untersuchung möglicher Modellfehler und deren Effekte auf die Schätzergebnisse. Zur Bearbeitung dieser Thematiken kann die vorliegende Arbeit einen wichtigen Beitrag leisten. Die Anwendung der entwickelten Methode eröffnet einen tieferen Einblick in die Eigenschaften der geschätzten Parameter und den Einfluss etwaiger Fehlerquellen auf die Unbekannten. Das Vertrauen in die Endergebnisse wird dadurch erhöht und der Vergleich mit externen Datenquellen erleichtert.

Zur endgültigen Einsatzfähigkeit des Ansatzes in der Praxis ist die Erweiterung des Verfahrens um folgende Punkte notwendig:

- Die Kombination von Daten aus verschiedenen Blickrichtungen ist hier als erstes zu nennen. Dies würde die direkte Schätzung des 3-dimensionalen Bewegungsvektors der Oberfläche aus den SAR Interferogrammen ohne Umwege über zusätzliche Annahmen erlauben.
- Eine umfassende Validierung des Ansatzes mit einer größeren Anzahl an Datensätzen und für verschiedene Testgebiete ist ebenfalls ein wichtiges Vorhaben, um das Vertrauen in die gewählte Modellierung zu erhöhen. Vor allem könnte dabei die Eignung des zeitlichen Modells zur Beschreibung von variierenden Gletschergeschwindigkeiten überprüft werden.
- Eine Anpassung der in Abschnitt 4.4.1 vorgestellten Gewichtsfunktion an die Verteilung der abgewickelten Phase wäre erforderlich, um auch Daten mit niedriger Kohärenz im Ausgleichungsansatz korrekt gewichten zu können. Erste Untersuchungen zu dieser Thematik wurden bereits vorgenommen.
- Die Analyse der Verbesserungen zu den Beobachtungen kann ausgebaut werden, um die Untersuchung auftretender Modellfehler weiter zu optimieren und damit die Information in den Datensätzen effektiver zu nutzen.
- Durch eine weitere Verfeinerung des räumlichen Modells, beispielsweise einer Erweiterung um eine lokale Dreiecksvermaschung, können Fehler in stark reliefierten Gebieten reduziert werden.
- Ein Test anderer Schätzverfahren kann in Zukunft ebenfalls durchgeführt werden. Hier kann vor allem auf einen Übergang auf die Bayes-Theorie gedacht werden.

Zum gegenwärtigen Zeitpunkt werden zur Beobachtung von Oberflächenbewegungen mit SAR Interferometrie zwei getrennte Enwicklungslinien verfolgt. Die eine basiert auf der differentiellen SAR Interferometrie, die andere nutzt die Methode der Permanent Scatterer. Die verwendeten Auswertealgorithmen, die Anforderungen an die Datengrundlagen und die Eigenschaften der Ergebnisse sind für beide Methoden grundlegend verschieden. Daher werden beide Strategien grundsätzlich unabhängig voneinander betrachtet. Eine Vereinigung beider Linien unter Verwendung der Kleinste-Quadrate-Ausgleichung ist ein interessantes Forschungsziel, dessen Untersuchung sich in Zukunft anbieten würde. Die Erfahrungen und Erkenntnisse, die in der vorliegenden Arbeit gewonnen wurden, können sich für diese Aufgabe als wertvoll erweisen.

Verzeichnis der Variablen

$F(\cdot \cdot)$	Gaussche Hypergeometrische Funktion		
$\Gamma(.,.,.,.)$ $\Gamma(.)$	Gamma-Funktion		
I (.)			
A	Signalamplitude		
c_i	komplexes SAR Signal der <i>i</i> -ten SAR Szene		
f	Frequenz		
J. Li	<i>i</i> -tes Interferogramm		
Im.	Imaginärteil einer komplexen Zahl		
Re.	Realteil einer komplexen Zahl		
W	Bandbreite eines Signals		
λ	Wellenlänge		
τ	Länge eines gesendeten Impulses		
$\phi^{i,j}$	interferometrische Phase an der Stelle (i, j) des Interferogramms a		
φ_q	durch atmosphärische Finflüsse verursachte interferometrische Phase		
φ_{atm}	interferometrische Phase durch kohärente Oberflächenbewegung		
φ_{bew}	durch die Findringtiefe in die Frdoberfläche verursachte Komponente der interfero-		
ψei	metrische Phase		
φ	durch die Aufnahmegeometrie bedingte Komponente der interferometrischen Phase		
φ geom Øraviaab	Rauschniveau der interferometrischen Phase		
ϕ^{ref}	mittleres Rauschniveau der interferometrischen Phase für ERS-Daten		
φ_{rausch}	interferometrische Phase bedingt durch Topographie		
ψ_i	Phase des SAR Signals in SAR Bild <i>i</i>		
$\psi_{etresui}$	streubedingte Phasenkomponente des SAR Signals in SAR Bild i		
+ 311 Cu,t			
B	Basislinenvektor der interferometrischen Aufnahmekonfiguration		
В	Länge der interferometrischen Basisline		
B_{\perp}	Komponente der interferometrischen Basisline senkrecht zur Blickrichtung		
$B_{\perp,krit}$	Länge der kritische Basislinie des Interferogramms		
c	Vakuum-Lichtgeschwindigkeit		
d	Eindringtiefe eines Signals in ein Medium		
h	topographische Höhe eines Oberflächenpunktes		
H_0	Flughöhe des Sensors zum Aufnahmezeitpunkt		
L_{ra}	Länge der realen Apertur		
L_{sa}	Länge der synthetischen Apertur		
N	atmosphärische Refraktivität		
P(x, y, z)	Objektpunkt auf der Erdoberfläche		
r	geometrische Schrägentfernung zwischen Sensor und streuendem Oberflächenele-		
	ment		
r_{gem}	Schrägentfernung abgeleitet aus der gemessenen Signallaufzeit		
R_{ra}	Auflösung der realen Apertur in Azimut-Richtung		
R_{sa}	Auflösung der synthetischen Apertur in Azimut-Richtung		
R_e	Auflösung des SAR Sensors in Entfernungsrichtung		
sd	durch atmosphärische Effekte verursachter Fehler der Entfernung zwischen Sensor		
	und Oberfläche		
S_n	Sensorposition zum Zeitpunkt n		
SAR_1, SAR_2	Sensorpositionen der Partner einer interferometrischen Aufnahme		
u(x,r)	zylindrisches Koordinatensystem		
---------------------------	--		
v	Geschwindigkeit der Oberflächenbewegung		
α	Neigung der Basisline der interferometrischen Aufnahmekonfiguration		
α_{ra}	Öffnungswinkel in Azimut-Richtung eines RADAR-Systems mit realer Apertur		
α_{sa}	Öffnungswinkel in Azimut-Richtung eines RADAR-Systems mit synthetischer Aper-		
	tur		
γ	interferometrische Kohärenz		
$(1 - \gamma_{temporal})$	zeitliche Dekorrelation		
δr	differentielle Änderung der Schrägentfernung durch kohärente Bewegung der Erd-		
	oberfläche		
$\Delta h_{2\pi}$	Mehrdeutigkeitshöhe		
Δr	Differenz zwischen Schrägentfernungen		
Δt	Zeitdifferenz		
ϵ	komplexe relative Dielektrizitätskonstante		
ε	Geländeneigung		
η	Richtung der Oberflächenbewegung relativ zur Sensorblickrichtung		
θ	Sensorblickrichtung		
χ	Skalierungsfaktor in der differentiellen Interferometrie		
a_{g}	Parameter des polynomialen Fliesmodells		
A	Jacobi-Matrix einer vermittelnden Ausgleichung		
b	Beobachtungen als Eingangsdaten eines Schätzverfahrens		
E.	Erwartungswert einer Zufallsvariablen		
$f(\ldots)$	Funktion		
K_{bb}	Kovarianzmatrix der Beobachtungen der vermittelnden Ausgleichung		
K_{xx}	Kovarianzmatrix der Unbekannten der vermittelnden Ausgleichung		
n	Anzahl der Beobachtung in der vermittelnden Ausgleichung		
PDF	Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion		
Q_{bb}	Gewichtsmatrix einer vermittelnden Ausgleichung		
Q	Anzahl an Interferogrammen in einem Mehrbildansatz		
Q_{bb}	Kofaktormatrix einer vermittelnden Ausgleichung		
u	Anzahl der Unbekannten in der vermittelnden Ausgleichung		
w	Widerspruchsvektor der vermittelnden Ausgleichung		
x	unbekannte Parameter eines Schätzverfahrens		

Literaturverzeichnis

- BAMBER, J., HARDY, R. und JOUGHIN, J. (2000): An analysis of balance velocities over the Greenland ice sheet and comparison with synthetic aperture radar interferometry, *Journal of Glaciology* 46(152): 67–74.
- BAMBER, J. und RIGNOT, E. (2002): Unsteady flow inferred for Thwaites Glacier, and comparison with Pine Island Glacier, West Antarctica, *Journal of Glaciology* 48(161): 237–246.
- BAMLER, R. und HARTL, P. (1998): Synthetic Aperture RADAR Interferometry, *Inverse Problems* 14: R1– R54.
- BEAN, B. und DUTTON, E. (1968): *Radio Meteorology*, Dover, New York.
- BENNETT, M. und GLASSER, N. (1996): *Glacial Geology: Ice Sheets and Landforms*, John Wiley and Sons Ltd.
- BENNING, W. (2002): Statistik in der Geodäsie, Geoinformation und Bauwesen, Herbert Wichmann Verlag.
- BINDSCHADLER, R., VORNBERGER, P., BLANKENSHIP, D., SCAMBOS, T. und JACOBEL, R. (1996): Surface velocity and mass balance of Ice Streams D and E, West Antarctica, *Journal of Glaciology* 42(142): 461– 475.
- BRIESE, C. und KRAUS, K. (2003): Datenreduktion dichter Laser-Geländemodelle, Zeitschrift für Geodäsie, Geoinformation und Landmanagement 5/2003: 312–317.
- BRONSTEIN, I. und SEMENDJAJEW, K. (1991): *Taschenbuch der Mathematik*, B. G. Teubner Verlagsgesellschaft.
- COLESANTI, C., FERRETTI, A., LOCATELLI, R., NOVALI, F. und SAVIO, G. (2003a): Permanent Scatterers: Precision Assessment and Multi-platform Analysis, *International Geoscience and Remote Sensing Symposium* 03, Toulouse.
- COLESANTI, C., FERRETTI, A., PRATTI, C. und ROCCA, F. (2003b): Multi-Image Satellite SAR Interferometry: State of the Art and Future Trends, *Proceedings of the Australian International Conference on Radar 03, Ade laide.*
- COSTANTINI, M. (1998): A Novel Phase Unwrapping Method Based on Network Programming, *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing* 36(3): 813– 821.
- CUMMING, J., VALERO, J.-L., VACHON, P., MATTAR, K., GEUDTNER, D. und GRAY, L. (1996): Glacier Flow Measurements with ERS Tandem Mission Data, *International Workshop on ERS SAR Interferometry: Fringe'96*.

- CUMMING, J. und ZHANG, J. (1996): Estimating the Flow Rate of the Lowell Glacier Using ERS Tandem Mode Data, *International Workshop on ERS SAR Interferometry: Fringe'96*.
- CURLANDER, J. und MCDONOUGH, R. (1991): Synthetic Aperture Radar, John Wiley & Sons, Inc.
- DOWDESWELL, J., BASSFORD, R., GORMAN, M., WIL-LIAMS, M., GLAZOVSKY, A., MACHERET, Y., SHE-PHERD, A., VASILENKO, Y., SAVATYUGUIN, L., HUBBERTEN, H.-W. und MILLER, H. (2002): Form and flow of the Academy of Sciences Ice Cap, Severnaya Zemlya, Russian High Arctic, *Journal of Geophysical Research*.
- DOWDESWELL, J., GLAZOVSKIY, A. und MACHERET, Y. (1995): Ice Devides and Drainage Basins on the Franz Josef Land, Russian High Arctic, Defined from Landsat, KFA-1000, and ERS-1 SAR Satellite Imagery, Arctic and Alpine Research 27(3): 264–270.
- DOWDESWELL, J., UNWIN, B., NUTTAL, A. und WING-HAM, D. (1999): Velocity structure, flow instability and mass flux on a large Arctic ice cap from satellite interferometry, *Earth and Planetary Science Letters* 167: 131–140.
- EBNER, H. (1969): Zur Überprüfung der unter vereinfachten Annahmen erhaltenen Genauigkeit von Ausgleichungen mit Hilfe der übergeordneter Modelle, *Zeitschrift für Vermessungswesen* 7: 264–268.
- EBNER, H., REINHARDT, W. und HÖSSLER, R. (1988): Generation, management, and utilization of high fidelity digital terrain models, *International Archives of Photo*grammetry and Remote Sensing, Kongress Kyoto, Kommission III 27(B11): III–556–566.
- EBNER, H. und REINHARDT, W. (1984): Progressive Sampling and DEM Interpolation by Finite Elements, *Bildmessung und Luftbildwesen (BUL)* 52: 172–178.
- FATLAND, D. und LINGLE, C. (1998): Analysis of the 1993-95 Bering Glacier (Alaska) surge using differential SAR interferometry, *Journal of Glaciology* 44(148): 532–546.
- FERRETTI, A., PRATI, C. und ROCCA, F. (2000): Nonlinear Subsidence Rate Estimation Using Permanent Scatterers in Differential SAR Interferometry, *IE-EE Transactions on Geoscience and Remote Sensing* 38(5): 2202–2212.
- FERRETTI, A., PRATTI, C., ROCCA, F. und GUARNIERI, M. (1997): Multibaseline SAR Interferometry for Automatic DEM Reconstruction, *ESA-SP414* 1809–1820.
- FERRETTI, A., PRATTI, C. und ROCCA, F. (1999): Monitoring Terrain Deformations Using Multi-Temporal SAR Images, *Committee on Earth Observation Satellites CEOS99, Toulouse.*

- FOLLAND, C. und KARL, T. (2001): Climate Change 2001: The Scientific Basis, *Technischer Report*, Report of the Intergovernmental Panel on Climate Change (IPCC).
- FORNARO, G., FRANCESCHETTI, G. und LANARI, R. (1996): Interferometric SAR Phase Unwrapping Using Green's Formulation, *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing* 34(3): 720–727.
- FORSTER, R., JEZEK, C. und SOHN, H. (1998): Analysis of Glacier Flow Dynamics from preliminary RADARSAT InSAR Data of the Antarctic Mapping Mission, *International Geoscience and Remote Sensing Symposium* 98, Seattle.
- FORSTER, R., RIGNOT, E., ISACKS, B. und JEZEK, K. (1999): Interferometric radar observations of Glaciares Europa and Penguin, Heilo Patagonico Sur, Chile, *Journal of Glaciology* 45(150): 325–337.
- FROLICH, R. und DOAKE, C. (1998): Synthetic aperture radar interferometry over Rutford Ice Stream and Carlson Inlet, Antarctica, *Journal of Glaciology* 44(146): 77–92.
- GABRIEL, A., GOLDSTEIN, R. und ZEBKER, H. (1989): Mapping Small Elevation Changes Over Large Areas: Differential Radar Interferometry, *Journal of Geophysical Research* 94(B7): 9183–9191.
- GABRIEL, A. und GOLDSTEIN, R. (n.d.): Crossed orbit interferometry: theorie and experimental results from SIR-B, *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing* 9(5): 857–872.
- GATELLI, F., MONTI GUARNIERI, A., PARIZZI, F., PAS-QUALI, P., PRATI, C. und ROCCA, F. (1994): The Wavenumber Shift in SAR Interferometry, *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing* 32(4): 855– 865.
- GLAZOVSKIY, A., SHAROV, A. und MEYER, F. (2002): Regional Inventory of Calving Ice Shores in the Western Russian Arctic (WeRA), *Technischer Report*, AME-THYST Project Product, Grant No. ICA-CT-2000-10028.
- GOLDSTEIN, R., CARO, E. und WU, C. (1985): Method and apparatus for contour mapping using synthetic aperture radar, *United States Patent*, *No.* 4551724.
- GOLDSTEIN, R., ENGELHARDT, H., KAMB, B. und FRO-LICH, R. (1993): Satellite Radar Interferometry for Monitoring ice Sheet Motion: Application to an Antarctic Ice Stream, *Science* 262: 1525–1530.
- GOLDSTEIN, R., ZEBKER, H. und WERNER, C. (1988): Satellite radar interferometry: Two-dimensional phase unwrapping, *Radio Science* 23(4): 713–720.
- GOLDSTEIN, R. und WERNER, C. (1998): Radar interferogram filtering for geophysical applications, *Geophysical Research Letters* 25(21): 4035–4038.
- GOLDSTEIN, R. und ZEBKER, H. (1987): Interferometric radar measurements of ocean surface currents, *Nature* 328: 707–709.

- GRAY, A., MATTAR, K., GEUDTNER, D. und VACHON, P. (1997): Experiments at the CCRS using ERS tandem mode data, *Proceedings of 3rd ERS Symposium*, *Florence*.
- GRAY, A., MATTAR, K. und VACHON, P. (1998): InSAR Results from the RADARSAT Antarctic Mission Data: Estimation of Glacier Motion using a Simple Registration Procedure, *International Geoscience and Remote Sensing Symposium 98, Seattle.*
- HANSSEN, R. (2001): *Radar Interferometry: Data Interpretation and Error Analysis*, Band 2, 1 edn, Kluwer Academic Publishers.
- HANSSEN, R. und FEIJT, A. (1996): A first quantitative evaluation of atmospheric effects on SAR interferometry, *International Workshop on ERS SAR Interferometry: Fringe'96.*
- HARTMANN, T., SOFFEL, M., RUDER, H. und SCHNEI-DER, M. (1992): Ausbreitung elektromagnetischer Signale in Gravitationsfeldern und Medium bei geodätischen Raumverfahren, *Publikationsserie der Deut*schen geodätischen Kommission: Reihe A, Theoretische Geodäsie.
- HEIPKE, C. (1990): Integration von Bildzuordnung, Punktbestimmung, Oberflächenrekonstruktion und Orthoprojektion innerhalb der digitalen Photogrammetrie, Dissertation, Fakultät für Bauingenieur- und Vermessungswesen, Technische Universität München.
- HELLWICH, O. (1997): *Linienextraktion aus SAR Daten mit* einem Markoff-Zufallsfeld-Modell, Dissertation, Fakultät für Bauingenieur und Vermessungskunde, Technische Universität München.
- HELLWICH, O. (1998): SAR Phase Unwrapping Using Adaptive Recursive Smoothing, *International Archives of Photogrammetry and Remote Sensing* 32: 492–500.
- HELLWICH, O. und EBNER, H. (2000): Geocoding SAR interferograms by least squares adjustment, *ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing* 55(4): 277–288.
- HOEN, E. (2001): A correlation-based approach to modeling interferometric RADAR observations of the Greenland ice sheet, Dissertation, Department of Applied Physics, Stanford University.
- HOEN, E. und ZEBKER, H. (2000): Penetration Depths Inferred from Interferometric Volume Decorreltation Observed over the Greenland Ice Sheet, *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing* 38(6): 2571– 2583.
- HUYGENS, C. (1690): Traité de la Luminère.
- JÄHNE, B. (1997): Practical Handbook on Image Processing for Scientific Applications, CRC Press New York.
- JOUGHIN, I., FAHNESTOCK, M., KWOK, R., GOGINENI, P. und ALLEN, C. (1999): Ice flow of Humboldt, Petermann and Ryder Gletscher, northern Greenland, *Journal of Glaciology* 45(150): 231–241.

- JOUGHIN, I., WINEBRENNER, D. und FAHNESTOCK, M. (1995): Observations of ice-sheet motion in Greenland using satellite radar interferometry, *Geophysical Research Letters* 22(5): 571–574.
- JOUGHIN, J., KWOK, R. und FAHNESTOCK, M. (1996a): Estimation of ice-sheet motion using satellite radar interferometry: method and error analysis with application to Humboldt Glacier, Greenland, *Journal of Glaciology* 42(142): 564–575.
- JOUGHIN, J., KWOK, R. und FAHNESTOCK, M. (1998): Interferometric estimation of the three-dimensional ice-flow using ascending and descending passes, *IE*-*EE Transactions on Geoscience and Remote Sensing* 36(1): 25–37.
- JOUGHIN, J., WINEBRENNER, D., FAHNESTOCK, M., KWOK, R. und KRABILL, W. (1996b): Measurement of ice-sheet topography using satellite-radar interferometry, *Journal of Glaciology* 42(140): 10–22.
- KAMPES, B., HANSSEN, R. und SWART, L. (2001): Strategies for Non-Linear Deformation Estimation from Interferometric Stacks, *International Geoscience and Remote Sensing Symposium 01, Sydney.*
- KLAUDER, J., PRICE, A., DARLINGTON, S. und ALBERS-HEIM, W. (1960): The Theory and Design of Chirp Radars, *The Bell System Technical Journal*.
- KLEES, R. und MASSONNET, D. (1999): Deformation measurements using SAR interferometry: potentials and limitations, *Geologie en Mijnbouw* 77: 161–176.
- KOCH, K. (1987): Parameterschätzung und Hypothesentests, Dümmler Verlag.
- KOCH, K. (1990): Bayesian Inference with Geodetic Applications, Springer-Verlag.
- KOSTKA, R. (1997): *The Franz Josef Land Archipelago* - *Remote Sensing and Cartography*, Petermanns geographische Mitteilungen / Ergänzungsheft 293, Justus Perthes Verlag.
- KRAUS, K. (2003): Photogrammetrie, Band 1: Geometrische Informationen aus Photographien und Laserscanneraufnahmen, de-Gruyter-Verlag.
- KRAUS, K. und SCHNEIDER, W. (1988): Fernerkundung Band 1: Pysikalische Grundlagen und Aufnahmetechniken, Dümmler Verlag, Bonn.
- KUTTERER, H. (2002): Zum Umgang mit Ungewissheit in der Geodäsie - Bausteine für eine neue Fehlertheorie -, Dissertation, Universität Karlsruhe.
- KWOK, R. und FAHNESTOCK, M. (1996): Ice Sheet Motion and Topography from Radar Interferometry, *IE*-*EE Transactions on Geoscience and Remote Sensing* 34(1): 189–200.
- LANDSBERG, H. (1970): World Survey of Climatology: Climates of the Polar Regions, Band 14, Elsevier Publishing Company.

- LANG, O. (2002): Radar Remote Sensing in Western Antarctica With Special Emphasis on Differential Interferometry, Dissertation, Fakultät für Geowissenschaften der Julius-Maximilians-Universität Würzburg.
- LEE, J.-S., HOPPEL, K. und MANGO, S. (1994): Intensity and Phase Statistics of Multilook Polarimetric and Interferometric SAR Imagery, *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing* 32(5): 1017–1028.
- LEE, J.-S., PAPATHANASSIOU, K., AINSWORTH, T., GRU-NES, M. und REIGBER, A. (1998): A New Technique for Noise Filtering of SAR Interferometric Phase Images, *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing* 36(5): 1456–1465.
- LEE, J.-S. und JURKEVICH, I. (1994): Speckle Filtering of Synthetic Aperture Radar Images: A Review, *Remote Sensing Previews* 8: 313–340.
- LI, F. und GOLDSTEIN, R. (1987): Studies of Multi-baseline Spaceborne Interferometric Synthetic Aperture Radar, *International Geoscience and Remote Sensing Symposium, Ann Arbor* 1545–1550.
- LUCKMAN, A. und MURRAY, T. (1999): Observation of a Glacier Surge in Svalbard Using ERS SAR Interferometry, Second International Workshop on ERS SAR Interferometry: Fringe'99.
- MACAYEAL, D., RIGNOT, E. und HULBE, C. (1998): Iceshelf dynamics near the front of the Filchner-Ronne Ice Shelf, Antarctica, revealed by SAR interferometry: model/interferogram comparison, *Journal of Glaciolo*gy 44(147): 419–428.
- MACHERET, Y., GLAZOVSKY, A., DOWDESWELL, J. und M.R., G. (1999): Ice Cap Volume Change on Franz Josef Land during Last 40 Years, *Zeitschrift für Gletscherkunde und Glazialgeologie* 35(2): 103–116.
- MAKAROVIC, B. (1973): Progressive sampling for digital terrain models, *ITC Journal* 3: 397–417.
- MICHEL, R. und RIGNOT, E. (1999): Flow of Glacier Moreno, Argentina, from repeat-pass Shuttle Imaging Radar images: comparison of the phase correlation method with radar interferometry, *Journal of Glaciology* 45(149): 93–100.
- MORA, O., MALLORQUI, J., DURO, J. und BROQUETAS, A. (2001): Long-term subsidence monitoing of urban areas using differential interferometric SAR techniques, *International Geoscience and Remote Sensing* Symposium 01, Sydney.
- MORA, O., MALLORQUI, J. und DURO, J. (2002): Advanced differential interferometric techniques using stable targets for generation of terrain displacement maps, *European Conference on Synthetic Aperture Radar EUSAR'02* 377–380.
- MOREIRA, A. (2001): RADAR mit synthetischer Apertur Grundlagen und Signalverarbeitung, *Forschungsbericht*, Deutsches Zentrum für Luft- un Raumfahrt, Oberpfaffenhofen.

- NIEMEIER, W. (2001): *Ausgleichungsrechnung*, deGruyter Lehrbuch.
- PAPOULIS, A. (1984): *Signal Analysis*, McGraw-Hill International Editions.
- PATERSON, W. (1994): *The Physics of Glaciers*, 3 edn, Elsevier Science Ltd.
- PRATT, W. (2001): *Digital Image Processing*, 3 edn, John Wiley and Sons, inc.
- PRITT, M. (1996): Phase Unwrapping by Means of Multigrid Techniques for Interferometric SAR, *IE*-*EE Transactions on Geoscience and Remote Sensing* 34(3): 728–738.
- RABUS, B. (2000): Comparison of SAR-interferometric and surveyed velocities on a mountain tree: Black Rapids Glacier, Alaska,U.S.A., *Journal of Glaciology* 46(152): 119–128.
- RABUS, B. und LANG, O. (1999): Ice Motion and Topography in the Siachen Glacier Area, Central Kashmir, derived with an operational processing system for INSAR-DEMs, *International Workshop on ERS SAR Interferometry: Fringe'99*.
- RANEY, R. (1982): Processing synthetic aperture radar data, International Journal of Remote Sensing 3: 243–257.
- REEH, N., MADSEN, S. und MOHR, J. (1999): Combining SAR interferometry and the equation of continuity to estimate the three-dimensional glacier surface-velocity vector, *Journal of Glaciology* 45(151): 533–538.
- REEH, N., MOHR, J., KRABILL, W., THOMAS, R., OER-TER, H., GUNDESTRUP, N. und BØGGILD, C. (2002): Glacier specific ablation rate derived by remote sensing measurements, *Geophysical Research Letters* 29(16): 10–1–4.
- REIGBER, A. (2001): Airborne Polarimetric SAR Tomography, Dissertation, Institut für Navigation der Universität Stuttgart.
- REIGBER, A. und MOREIRA, J. (1997): Phase Unwrapping by Fusion of Local and Global Methods, *International Geoscience and Remote Sensing Symposium 97, Singapore* 869–871.
- REIGBER, C., XIA, Y., KAUFMANN, H., MASSMANN, F.-H., TIMMEN, L., BODECHTEL, J. und FREI, M. (1996): Impact of Precise Orbits on SAR Interferometry, International Workshop on ERS SAR Interferometry: Fringe'96.
- REINHARDT, W. (1991): Interaktiver Aufbau eines hochqualitativen digitalen Geländemodells an photogrammetrischen Stereosystemen, Dissertation, Fakultät für Bauingenieur- und Vermessungswesen, Technische Universität München.
- RIGNOT, E. (1996): Tidal motion, ice velocity and melt rate of Petermann Gletscher, Greenland, measured from radar interferomety, *Journal of Glaciology* 42(142): 576–585.

- RIGNOT, E., BUSCARLET, G., CSATHÓ, B., GOGINENI, S., KRABILL, W. und SCHMELTZ, M. (2000): Mass balance of the northeast sector of the Greenland ice sheet: a remote-sensing perspective, *Journal of Glaciology* 46(153): 265–273.
- RIGNOT, E., FORSTER, R. und ISACKS, B. (1996): Interferometric radar observations of Glaciar San Rafael, Chile, *Journal of Glaciology* 42(141): 279–291.
- RIGNOT, E. und MACAYEAL, D. (1998): Ice-shelf dynamics near the front of the Filchner-Ronne Ice Shelf, Antarctica, revealed by SAR interferometry, *Journal of Glaciology* 44(147): 405–418.
- SCHARROO, R. und VISSER, P. (1998): Precise orbit determination and gravity field improvement for the ERS satellite, *Journal of Geophysical Research* 103(C4): 8113–8127.
- SCHWÄBISCH, M. (1995): Die SAR Interferometrie zur Erzeugung digitaler Geländemodelle, Forschungsbericht 95-25, Deutsche Forschungsanstalt für Luft- un Raumfahrt, Oberpfaffenhofen.
- SHAROV, A. (1997): Digital photogrammetric mapping in the Eropean High Arcitc using spaceborne imagery, Dissertation, Fakultät für Bauingenieur- und Vermessungswesen, Technische Universität Graz.
- SHAROV, A., GUTJAHR, K., MEYER, F. und SCHARDT, M. (2002): Methodical Alternatives to the Glacier Motion Measurement from Differential SAR Interferometry, *Proceedings of the ISPRS Commission III Conference*, 2002, Graz 34A: 324–329.
- SHAROV, A., RAGGAM, H. und SCHARDT, M. (2000): Satellite Hydrographic Monitoring along the Russian Arctic Coast, *International Archives of Photogramme*try and Remote Sensing 33: 947–955.
- TARAYRE, H. und MASSONNET, D. (1996): Atmospheric propagation heterogeneities revealed by ERS-1 interferometry, *Geophysical Research Letters* 23(9): 989– 992.
- TOUGH, R., BLACKNELL, D. und QUEGAN, S. (1995): A statistical description of polarimetric and interferometric synthetic aperture radar, *Proceedings of the Royal Society London A* 449: 567–589.
- USAI, S. (2002): A Least-Squares Approach for Longterm Monitoing of Deformations with Differential SAR Interferometry, *International Geoscience and Remote Sensing Symposium 02, Toronto.*
- VINOGRADOV, O. und PSARYOVA, T. (1965): Katalog lednikov SSSR - Zemlya Frantsa-Iosifa, Band 3, Gidrometeoizdat Press, Moskau.
- WANGENSTEEN, B., WEYDAHL, D. und HAGEN, J. (1999): Mapping Glacier Velocities at Spitzbergen Using ERS Tandem SAR Data, International Geoscience and Remote Sensing Symposium 99, Hamburg.

- WEGMÜLLER, U. und STROZZI, T. (1998): Characterization of Differential Interferometry Approaches, *European Conference on Synthetic Aperture Radar EUSAR'98* 237–240.
- WILHELM, F. (1974): *Schnee- und Gletscherkunde*, Walter de Gruyter Verlag.
- ZEBKER, H., ROSEN, P., GOLDSTEIN, R., GABRIEL, A. und WERNER, C. (1994): On the derivation of coseismic displacement fields using differential radar interferometry: the Landers earthquake, *Journal of Geophysical Research* 99: 19617–19634.
- ZEBKER, H. und GOLDSTEIN, R. (1986): Topographic Mapping From Interferometric Synthetic Aperture Radar Observations, *Journal of Geophysical Research* 91(B5): 4993–4999.
- ZEBKER, H. und LU, Y. (1998): Phase unwrapping algorithms for radar interferometry: residue/cut, leastsquares, and synthesis algorithms, *J. Opt. Soc. Am.* 5(3): 586–598.
- ZEBKER, H. und VILLASENOR, J. (1992): Decorrelation in Interferometric Radar Echoes, *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing* 30(5): 950–959.

Danksagung

Zum Ende der Arbeit ist es an der Zeit, mich bei allen Personen zu bedanken, die zum Gelingen dieser Dissertation beigetragen haben. An erster Stelle ist hier mein Doktorvater, Herr Univ.-Prof. Dr.-Ing. Dr.-Ing. e.h. Heinrich Ebner, Leiter des Lehrstuhls für Photogrammetrie und Fernerkundung der Technischen Universität München, zu nennen. Viele fruchtbare Diskussionen mit ihm vertieften meinen Einblick in die Theorie der Ausgleichungsrechnung und trugen so maßgeblich zur Überwindung auftretender Problemstellungen bei. Seine tiefgreifende Fachkenntnis und sein großer Erfahrungsschatz wiesen mir immer den richtigen Weg, der zu einer schnellen Konvergenz im Hinblick auf das angestrebte Dissertationsziel führte. Ohne seine Wegweisung wäre die Dissertation in diesem Zeitraum sicher nicht entstanden. Dafür möchte ich von ganzem Herzen danken.

Nicht weniger hat Herr Univ.-Prof. Dr.-Ing. Olaf Hellwich, Leiter des Lehrstuhls für Photogrammetrie und Kartographie der Technischen Universität Berlin, zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen. Er hat mir im Jahr 2000 das Vertrauen geschenkt und mich zur Bearbeitung des EU-Projektes AMETHYST an den Lehrstuhl für Photogrammetrie und Fernerkundung der TU München geholt. Dadurch hat er die Grundmauern für die vorliegende Arbeit gelegt. Seine Betreuung und sein Fachwissen verhalfen mir zu einem vertieften Verständnis der SAR Interferometrie. Neben diesen Verdiensten möchte ich ihm noch besonders für die Übernahme der Funktion als Zweitberichter bedanken, zu der er sich trotz hoher Arbeitsbelastung gerne bereiterklärt hat.

Herr Univ.-Prof. Dr.-Ing. habil. Richard Bamler, Leiter des Lehrstuhls für Methodik der Fernerkundung der TU München und Direktor des Instituts für Methodik der Fernerkundung am Deutschen Zentrum für Luft- und Raumfahrt, danke ich für die Übernahme des dritten Koreferats. Wegen seines internationalen Renommees war mir seine Einschätzung und Wertung der Arbeit besonders wichtig. Durch seine spontane Bereiterklärung zum Mitberichter fühle ich mich geehrt.

Zutiefst zu Dank verpflichtet bin ich allen Mitarbeitern des Lehrstuhls für Photogrammetrie und Fernerkundung, die mich in den letzten drei Jahren so geduldig und wohlwollend ertragen haben. Die fast schon familiäre Atmosphäre im Team ist wohl alles andere als selbstverständlich und ein großes Privileg für jeden neuen Mitarbeiter. Alle Kollegen hatten für Fragen und Hilfegesuche aller Art immer (fast unabhängig von der Tages- bzw. Nachtzeit) ein offenes Ohr und vor allem immer eine kompetente Antwort parat. Deswegen haben Dr.-Ing. Albert Baumgartner, Dipl.-Ing. Konrad Eder, Dipl.-Ing. Stefan Hinz, Dr.-Ing. Franz Kurz, Dipl.-Ing. Michael Spiegel, Dr.-Ing. Manfred Stephani, Dr.-Ing. Markus Ulrich, Dipl.-Ing. Birgit Wessel sowie Dr.-Ing. Christian Wiedemann eine namentliche Erwähnung verdient.

Für das Korrekturlesen meiner Dissertation (vor allem für die Berichtigung meiner maximal als intuitiv zu bezeichnenden Kommasetzung) danke ich den Herren Dr.-Ing. Albert Baumgartner, Dr.-Ing. Franz Kurz, Dr.-Ing. Andreas Reigber, Dr.-Ing. Markus Ulrich, und Dr.-Ing. Christian Wiedemann. Ich fühle mit euch.

Zum Gelingen meiner Arbeit trugen auch meine Kollegen des Forschungsprojektes AMETHYST bei, die mich - trotz meiner zunächst geringen Erfahrung - von Anfang an als vollwertiges Mitglied der Forschungsgruppe betrachteten und mir immer mit Rat und Tat beiseite standen. Besonders bedanken möchte ich mich bei den Teilnehmern an der Arktisexpedition des AMETHYST Projektes Doz. Dr. Aleksey I. Sharov, Dr. Andrey F. Glazovskiy, Dr. Vitaly Y. Alexandrov und Dipl.-Ing. Sergey S. Radionenko sowie der Besatzung des russischen Militärschiffes "Gidrolog". Die gesammelten Erfahrungen erweiterten meinen Horizont und werden mir immer in Erinnerung bleiben.

Mein größter Dank gilt schließlich meiner Freundin Erna. Sie hat mir auch im schwierigen Zeiten immer wieder genug Kraft und Motivation gegeben, um die Arbeit zu einem erfolgreichen Ende zu führen. Dafür, und für die Tatsache, dass sie es ertragen hat, mich immer mit meiner Dissertation teilen zu müssen, danke ich ihr von ganzem Herzen.

Lebenslauf

Name:	<u>Franz</u> Josef Meyer
Geburtsort:	Berching i.d. Opf.
Geburtsdatum:	05. Februar 1975
Schulausbildung:	
1981 — 1985 1985 — 1994	Grundschule Holnstein Willibald-Gluck-Gymnasium Neumarkt Allgemeine Hochschulreife
Wehrdienst:	
1994 — 1995	2. Raketen-Artillerie-Bataillon 42, Hemau
Studium:	
1995 — 2000	Vermessungswesen, TU München DiplaIng (univ.) Vermessungswesen
Dez. 1999 — Jul. 2000	Diplomarbeit bei der Fundamentalstation Wettzell, Deutschland (Titel: Messung von höhenaufgelösten Wasserdampfprofilen unter Verwendung eines bistatischen Raman-Lidars)
Beruf:	
2000 — 2003	wissenschaftlicher Mitarbeiter am Lehrstuhl für Photogrammetrie und Fernerkundung
2003 —	Mitarbeiter im wissenschaftlichen Dienst am Institut für Methodik der Fernerkundung des Deutschen Zentrums für Luft- und Raumfahrt (DLR), Oberpfaffenhofen