

**Hans-Berndt Neuner**

**Zur Modellierung und Analyse  
instationärer Deformationsprozesse**

**München 2008**

**Verlag der Bayerischen Akademie der Wissenschaften  
in Kommission beim Verlag C. H. Beck**

**ISSN 0065-5325**

**ISBN 3 7696 5055 7**

---

**Diese Arbeit ist gleichzeitig veröffentlicht in:  
Wissenschaftliche Arbeiten der Fachrichtung Geodäsie und Geoinformatik der Leibniz Universität Hannover  
ISSN 0174-1454, Nr. 269, Hannover 2008**





**DGK** Deutsche Geodätische Kommission  
bei der Bayerischen Akademie der Wissenschaften

---

Reihe C

Dissertationen

Heft Nr. 616

## Zur Modellierung und Analyse instationärer Deformationsprozesse

Von der Fakultät für Bauingenieurwesen und Geodäsie  
der Gottfried Wilhelm Leibniz Universität Hannover  
zur Erlangung des Grades  
Doktor-Ingenieur (Dr.-Ing.)  
genehmigte Dissertation

von

Dipl.-Ing. Hans-Berndt Neuner

München 2008

Verlag der Bayerischen Akademie der Wissenschaften  
in Kommission bei der C. H. Beck'schen Verlagsbuchhandlung München

ISSN 0065-5325

ISBN 3 7696 5055 7

---

Diese Arbeit ist gleichzeitig veröffentlicht in:  
Wissenschaftliche Arbeiten der Fachrichtung Geodäsie und Geoinformatik der Leibniz Universität Hannover  
ISSN 0174-1454, Nr. 269, Hannover 2008

Adresse der Deutschen Geodätischen Kommission:



Deutsche Geodätische Kommission

Alfons-Goppel-Straße 11 • D – 80 539 München

Telefon +49 – 89 – 23 031 1113 • Telefax +49 – 89 – 23 031 - 1283/ - 1100

e-mail hornik@dgfi.badw.de • <http://www.dgk.badw.de>

Prüfungskommission

Referent: Univ.-Prof. Dr.-Ing.habil. H. Kutterer

Korreferenten: Univ.-Prof. Dr.-Ing. H. Kuhlmann

Univ.-Prof. Dr.-Ing. S. Schön

Tag der Promotion: 31.08.2007

---

© 2008 Deutsche Geodätische Kommission, München

Alle Rechte vorbehalten. Ohne Genehmigung der Herausgeber ist es auch nicht gestattet,  
die Veröffentlichung oder Teile daraus auf photomechanischem Wege (Photokopie, Mikrokopie) zu vervielfältigen

ISSN 0065-5325

ISBN 3 7696 5055 7

## Kurzfassung

Die Durchführung und Analyse von Überwachungsmessungen bilden einen Kernbereich des ingenieurgeodätischen Aufgabenkomplexes. Ausgehend von den anfänglichen Bestrebungen nach Erfassung und statistischer Beurteilung der Geometrieänderungen hat sich im Laufe der Zeit die Sichtweise der Deformationsanalyse dahingehend verändert, dass das Überwachungsobjekt in einem systemtheoretischen Ansatz begriffen wird. Im Mittelpunkt stehen die Beschreibung und das physikalische Verständnis des gesamten Deformationsprozesses. Der Einzug automatisch messender elektrischer Sensoren in die Ingenieurgeodäsie sowie der gestiegene Automatisierungsgrad traditioneller geodätischer Messinstrumente leisten einen entscheidenden Beitrag zur Entwicklung dieser Tendenz. Damit verbunden ist die zunehmende Bedeutung, die der Zeitreihenanalyse als geeignete Auswerte- und Analysestrategie für kontinuierlich registrierte Daten zu Teil wird. In diesem Bereich der Auswertemethodik ist die vorliegende Arbeit angesiedelt.

Die herkömmlichen Verfahren der Zeitreihenanalyse, die meist eine Berechnung der Auto- oder Kreuzkorrelationsfunktion sowie spektraler Größen basierend auf der FOURIER-Transformation voraussetzen, eignen sich vordergründig für die Identifikation periodischer, in statistischem Gleichgewicht befindlicher Komponenten der Deformationsabläufe. Diese Verfahren liegen dem linearen reduzierten Deformationsmodell zugrunde, in dem pro Einflussfaktor nur der Parameter mit maximalem Einfluss auf die Deformation enthalten ist. Die physikalische Interpretierbarkeit der resultierenden Modellkoeffizienten begründet dessen Vorzug im Rahmen der Arbeit. Deformationen, die zeitlich variable Merkmale aufweisen, werden in diesem Modell nicht abgebildet. Ihr Auftreten führt zu verzerrten Schätzungen der Parameter und damit verbunden zu einer geringeren Modellqualität. Die Erschließung dieser besonderen Deformationserscheinungen im linearen reduzierten Modell ist das übergeordnete Ziel dieser Arbeit, das durch den hohen Stellenwert der Effekte in der Zustandsbewertung der Überwachungsobjekte motiviert wird. Im Einzelnen handelt es sich um die Identifikation und Modellierung von Abläufen mit veränderlichem Mittelwert und periodischen Anteilen mit variabler Amplitude.

Der lokale zeitliche Bezug einer Änderung der genannten statistischen Parameter steht im Widerspruch zur bisherigen „globalen“ Modellierungsstrategie der periodischen Komponenten. In der Arbeit wird deshalb ein auf der Wavelet-Transformation basierender Ansatz für die Aufstellung des linearen reduzierten Modells vorgeschlagen und umgesetzt. Infolge ihres dualen Identifikationspotentials im Zeit- und Frequenzbereich schaffen Wavelets den Zugang zur Einbeziehung der Deformationsabläufe mit variablen statistischen Eigenschaften und eignen sich gleichzeitig für die Identifikation und Modellierung der bisher betrachteten „gutmütigen“ periodischen Verläufe. Die Wavelet-Transformation bildet das methodische Fundament der vorgenommenen Modellerweiterung. Die praktische Umsetzung der Transformation erfolgt aus deren Einbindung in das Konzept der Multi-Skalen-Analyse und beinhaltet die Durchführung einer rekursiven Filterung mit anschließender Dezimierung des Ausgangs bzw. Spreizung der Filter. Die algorithmische und numerische Komplexität ist vergleichbar mit derjenigen der herkömmlichen Analyseverfahren, was die Akzeptanz in der praktischen Anwendung fördert.

Die Identifikation periodischer Anteile mit konstanten statistischen Eigenschaften sowie schneller Änderungen des Mittelwertes ist in der Theorie der Wavelet-Transformation verankert und beruht auf der Herleitung äquivalenter Durchlasscharakteristiken bzw. auf der Momenteneigenschaft der Wavelets. Für die Analyse periodischer Effekte mit variabler Amplitude und langsamer Niveauänderungen leistet die Transformation eine Vorverarbeitung, indem sie die Komponenten trennt und auf unterschiedliche Transformationskoeffizienten verteilt. Darauf setzen in einer zweiten Ausbaustufe zusätzliche Verfahren auf. Mit dem Varianzhomogenitätstest basierend auf der kumulierten Summe quadrierter Variablen und dem kontrastbasierten Verfahren werden zwei geeignete Methoden in der Arbeit präsentiert und untersucht. Die Leistungsfähigkeit des erweiterten Modells wird anhand synthetischer und reeller Datensätze bewertet. In der Anwendung des erweiterten Modells für die Reaktionsbeschreibung unterschiedlicher Bauwerke (eine Schleuse, eine Windenergieanlage und eine Hubbrücke) wird die zunehmende Modellqualität ersichtlich, indem längere Zeitreihen integriert analysierbar sind und eine verbesserte Erklärung der Deformationsverläufe aus den einbezogenen Anregungsfaktoren erreicht wird. Ferner besteht eine größere Übereinstimmung zwischen den Identifikationen im Zeit- und Frequenzbereich.

Schlüsselbegriffe: dynamisches Deformationsmodell, Wavelet-Transformation, Instationarität.

## Abstract

The performance and the analysis of deformation measurements are basic tasks of engineering surveying. Their initial scope, the statistical assessment of the observed geometrical changes, has been enlarged during the past years by treating the monitored object in a system theoretical approach. This comprises the description and the understanding of physical phenomena in the process that leads to the appearance of deformations. The usage of automatically recording electrical sensors in engineering surveying combined with the increased automation level of classic geodetic instruments contribute essentially to the development of this enlarged perception. In this context the theory of time series analysis becomes of increased importance due to its appropriateness for processing and analysing of continuously recorded measurements. This work deals primarily with this processing methodology.

The traditional methods of time series analysis, the auto- and cross-correlation function as well as spectral measures based on the FOURIER-transform, are proper for the identification of periodical varying components with constant statistical properties. These methods are used in the linear reduced deformation model, which includes for every influencing factor only the term with maximal influence on the deformation. Due to the physical interpretability of its parameters this model is preferred in the present thesis. However, deformation components with variable statistical properties cannot be processed in this model. Their appearance leads in consequence to biased parameter estimation and to poor quality of the model as well. The embedment of special deformation features in the linear reduced model is the main purpose of this thesis. It is motivated by the importance of these effects for the assessment of the state of the monitored object. The analysed deformation patterns are in particular changes of the mean and periodic effects with variable amplitude.

The change of the abovementioned statistical parameters is localised in time. It is therefore inconsistent with the "global" perspective adopted for modelling the periodic components. For this reason, a wavelet-based approach is implemented in the thesis for estimation of the linear reduced model. Due to their dual localising properties in the time and frequency domain, wavelets enable to analyse the special features of deformation signals affected by changes. At the same time they maintain the ability to identify and model the "well-behaved" periodic components. Therefore the wavelet transform can be regarded as a methodical basis of the proposed extended deformation model. The implementation of the wavelet transform is possible due to its integration in the concept of multiresolution analysis. It consists in performing a recursive filtering procedure followed by a decimation of the output or a spread of the filter structures. The algorithmic and numerical complexity is comparable with those of present processing techniques. This facilitates the acceptance of the proposed methods in practice.

The periodic components with constant statistical properties and rapid changes of the mean can be directly identified by means of wavelet theory through derivation of equivalent filter gains and the vanishing moments property of the wavelets, respectively. For the identification of periodic effects with variable amplitudes and slow changes of the mean the wavelet transform accomplishes a pre-processing step: It separates the components and maps them to different transformation coefficients. These are analysed with additional methods at a second stage. The variance homogeneity test which is based on the centred cumulated sum of squares and the method based on contrast functions are suitable techniques for this task. The performance of the extended deformation model is assessed based on synthetic and real data. The deformation behaviour of different monitored structures (a lock, a wind energy turbine and a bridge) reveals the improved model quality. It is expressed by the possibility for an integrated analysis of longer time series and an extended explanation of the measured deformation from the observed acting loads. Furthermore, a better agreement between the system identifications in time and frequency domain is obtained.

Key words: dynamic deformation model, wavelet transform, non-stationarity.

# Inhaltsverzeichnis

<b>1.</b>	<b>Einführung</b> .....	<b>9</b>
1.1	Motivation und Zielsetzung .....	9
1.2	Zum Inhalt der Arbeit .....	10
1.2.1	Der Aufbau der Arbeit .....	10
1.2.2	Begründung der heterogenen Datengrundlage .....	11
1.2.3	Eigene Beiträge .....	12
<b>2.</b>	<b>Klassische und besondere Signalformen in der ingenieurgeodätischen Deformationsanalyse</b> .....	<b>14</b>
2.1	Das klassische Zeitreihenmodell der ingenieurgeodätischen Deformationsanalyse .....	14
2.2	Besondere Signalformen .....	16
2.2.1	Einführende Betrachtungen .....	16
2.2.2	Rapide Niveauänderungen .....	17
2.2.3	Periodische Komponenten mit variabler Amplitude .....	19
2.2.4	Langsame Niveauänderungen .....	22
<b>3.</b>	<b>Stationäre und instationäre Deformationsvorgänge</b> .....	<b>24</b>
3.1	Analyse geodätischer Überwachungsmessungen .....	25
3.1.1	Deformationsmodelle .....	25
3.1.2	Eigenschaften geodätischer Systeme .....	28
3.1.3	Nichtparametrische Systemidentifikation .....	29
3.1.3.1	Systembeschreibung durch Differentialgleichungen .....	29
3.1.3.2	Systembeschreibung durch Faltungsintegrale .....	32
3.1.3.3	Systembeschreibung im Frequenzbereich .....	36
3.2	Repräsentativer zeitlicher Verlauf der Anregungs- und Reaktionsgrößen .....	38
3.2.1	Grundlegende Änderungen der Anregungsgrößen .....	38
3.2.2	Zeitlicher Verlauf der Objektreaktion bei grundlegenden Änderungen einer Anregungsgröße .....	41
3.3	Stationarität und Instationarität der Anregungs- und Reaktionsgrößen .....	44
3.4	Begründung eines erweiterten Ansatzes bei der dynamischen Modellierung von Deformationsvorgängen .....	49
<b>4.</b>	<b>Die Wavelet-Transformation</b> .....	<b>52</b>
4.1	Grundlagen der Wavelet-Transformation .....	52
4.1.1	Definition und Lokalisierungseigenschaften .....	52
4.1.2	Momente der Wavelet-Funktionen .....	54
4.1.3	Analysemöglichkeiten im Zeit-Frequenzbereich .....	56
4.2	Diskrete Wavelet-Transformation .....	59
4.2.1	Wavelet-Rahmen .....	59
4.2.2	Multi-Skalen-Analyse .....	60
4.2.3	Die Schnelle Wavelet-Transformation .....	64

4.3	Konstruktion orthogonaler Wavelets .....	66
4.4	Anwendung der Wavelet-Transformation bei der Analyse von Zeitreihen .....	72
4.4.1	Behandlung von Randeffekten .....	72
4.4.2	Isometrie .....	74
4.4.3	Fehlerfortpflanzungsgesetz .....	75
4.4.4	Identifikation periodischer Komponenten .....	76
4.5	Deformationsanalyse an der Rethelhubbrücke auf der Basis der sWT .....	81
4.6	Die undezimierte Wavelet-Transformation .....	83
4.6.1	Definition und Eigenschaften der undezimierten Wavelet-Transformation .....	83
4.6.2	Deformationsanalyse an der Rethelhubbrücke auf der Basis der uWT .....	87
<b>5.</b>	<b>Identifikation und Modellierung von rapiden Mittelwertänderungen .....</b>	<b>90</b>
5.1	Die geeignete Wavelet-Transformation .....	90
5.2	Unterdrückung von Rauschen .....	92
5.3	Verkettung lokaler Betragsmaxima .....	96
5.4	Identifikation der rapiden Mittelwertänderungen .....	97
5.5	Bestimmung charakteristischer Größen .....	99
5.6	Integrierte Systemidentifikation für Deformationsvorgänge mit rapiden Mittelwertänderungen und periodischen Anteilen am Beispiel der Schleuse Uelzen I .....	101
5.6.1	Ergebnisse der Identifikation und der Modellierung von rapiden Mittelwertänderungen .....	101
5.6.2	Modellierung der periodischen Komponente .....	103
<b>6.</b>	<b>Identifikation und Modellierung von Varianzänderungen .....</b>	<b>107</b>
6.1	Herleitung des Varianzhomogenitätstests .....	107
6.1.1	Formulierung der Hypothesen .....	107
6.1.2	Aufstellung der Testgröße .....	108
6.1.3	Herleitung der Wahrscheinlichkeitsbeziehungen .....	110
6.1.4	Gegenüberstellung der Quantile .....	113
6.1.5	Erweiterung des Tests für mehrfache Varianzänderungen .....	115
6.2	Beurteilung der Leistungsfähigkeit des Varianzhomogenitätstests .....	115
6.3	Integration des Varianzhomogenitätstests in die Wavelet-Analyse .....	118
6.3.1	Die Vorteile der Integration .....	118
6.3.2	Die geeignete Wavelet-Transformation .....	119
6.3.3	Berücksichtigung physikalischer Korrelationen .....	121
6.3.4	Durchführung der Systemidentifikation .....	121
6.4	Modellierung des varianzinstationären Bewegungsverhaltens einer Windenergieanlage (WEA) .....	122
6.4.1	Einleitende Aspekte .....	122
6.4.2	Die Wavelet-Transformation der Datenreihe .....	123
6.4.3	Skalenbezogene Identifikation und Modellierung von Varianzänderungen .....	124
6.4.4	Skalenübergreifende Ergebnisanalyse .....	126

<b>7</b>	<b>Identifikation und Modellierung von langsamen Mittelwert- und Varianzänderungen</b> .....	<b>129</b>
7.1	Identifikation einer bekannten Anzahl von Änderungspunkten .....	129
7.1.1	Die Schätzung der statistischen Parameter nach der Maximum-Likelihood Methode .....	129
7.1.2	Die Lokalisierung der Änderungspunkte .....	131
7.2	Identifikation einer unbekannt Anzahl von Änderungspunkten .....	133
7.2.1	Die penalisierte Schätzung der Konfiguration von Änderungspunkten .....	133
7.2.2	Zwei Formen der Penalisierung .....	136
7.2.3	Automatische Identifikation auf Grundlage der Penalisierung .....	138
7.3	Beurteilung der Leistungsfähigkeit unterschiedlicher Penalisierungen .....	140
7.4	Identifikation des instationären Bewegungsverhaltens einer Windenergieanlage (WEA) .....	142
7.4.1	Die Identifikation von Mittelwertänderungen auf Basis der Skalierungskoeffizienten .....	142
7.4.2	Vergleich der identifizierten Varianzänderungen .....	145
7.5	Identifikation des Deformationsverhaltens der Rethhubrücke unter Verkehrsbelastung .....	147
<b>8.</b>	<b>Das erweiterte dynamische Deformationsmodell</b> .....	<b>152</b>
8.1	Der Aufbau des erweiterten dynamischen Deformationsmodells .....	152
8.2	Einige Vorteile des erweiterten dynamischen Deformationsmodells .....	159
<b>9.</b>	<b>Zusammenfassung und Ausblick</b> .....	<b>162</b>
<b>Anhang A</b>	Grundlegender Formelapparat der Zeitreihenanalyse .....	<b>164</b>
<b>Anhang B</b>	Umformung der Teststatistik (6.1-10) nach DURBIN für größere Zeitreihenlängen .....	<b>166</b>
<b>Anhang C</b>	Ergebnisse der Simulationen zur Beurteilung der Leistungsfähigkeit des im 6. Kapitel eingesetzten Varianzhomogenitätstests .....	<b>168</b>
<b>Anhang D</b>	Ergebnisse der Simulationen zur Beurteilung der Leistungsfähigkeit des im 7. Kapitel eingesetzten Identifikationsverfahrens .....	<b>170</b>
<b>Literatur</b>	.....	<b>174</b>
<b>Abbildungsverzeichnis</b>	.....	<b>179</b>
<b>Tabellenverzeichnis</b>	.....	<b>181</b>
<b>Danksagung</b>	.....	<b>182</b>
<b>Lebenslauf</b>	.....	<b>183</b>



# 1 Einführung

Die umfassendste Beschreibung der Deformationsprozesse erfolgt in der dynamischen Modellbildung. Dabei wird der Zustand des Überwachungsobjektes unter Einbeziehung der Zeit in funktionalen Zusammenhang zu den einwirkenden Beanspruchungen gebracht. Diese Relation wird auf physikalischer oder rein mathematischer Basis aufgestellt. Im ersten Fall, der parametrischen Systemidentifikation, ist das resultierende Modell systemspezifisch. Die mathematisch begründete Modellbildung, die so genannte nichtparametrische Systemidentifikation, ist hingegen auf unterschiedliche Aufgabenstellungen übertragbar und erfährt dadurch eine größere Verbreitung. Der Themenkomplex der vorliegenden Arbeit wird Bezug nehmend auf diese Modellierungsstrategie behandelt.

## 1.1 Motivation und Zielsetzung

Bislang werden für jede kausale Beziehung zwischen Deformations- und Einflussgröße die Systemparameter aus dem gesamten Datenbudget geschätzt. Indirekt wird dadurch die Forderung der Stationarität mindestens bis zur 2. Ordnung an die beobachteten Prozesse gestellt. Dies hat zur Folge, dass instationäre Deformationsvorgänge, wie z.B. sprunghafte und lineare Änderungen, sich als Modellstörungen auswirken und zu verzerrten Schätzungen der Parameter führen.

Die Zielsetzung dieser Arbeit ist es eine Methodik der nichtparametrischen Systemidentifikation einzuführen, die es ermöglicht instationäre Effekte zu identifizieren und zu modellieren. Da es sich meistens um Effekte handelt, die für die Beurteilung des Objektzustandes von zentraler Bedeutung sind, ist es sinnvoll, diese gezielt zu suchen und im Sinne der dynamischen Modellbildung zu untersuchen. Gleichzeitig sollen die bestehenden und in der Praxis bewährten Konzepte zur Analyse und Modellierung stationärer Komponenten weiterhin Bestand haben, so dass faktisch eine Modellerweiterung im Rahmen der Arbeit angestrebt wird.

Die möglichen Ursachen für den Auftritt von Komponenten mit heterogenen statistischen Eigenschaften in den registrierten Zeitreihen lassen sich in zwei übergreifende Kategorien erfassen:

- Effekte aus der Natur der Einflüsse und der Deformationen: Zu den theoretischen Grundtypen von Anregungsgrößen gehören Impulse, Sprünge und lineare Änderungen, deren repräsentativer zeitlicher Verlauf durch eine lokalisierte Niveauänderung gekennzeichnet ist. Sie weisen deshalb einen instationären Erwartungswert auf. Einige physikalische Einflussgrößen, denen Bauwerke ausgesetzt sind, haben ebenfalls einen instationären Charakter. Hierzu gehören der Wind oder die kurzfristig variierende Komponente der Verkehrsbelastung. Diese unterliegen ständigen Variationen, die sich als Änderungen der statistischen Eigenschaften der registrierten Zeitreihe äußern.

Zeitreihen, die in Messprozessen mit hohen Erfassungsraten entstehen, können zunehmend Realisierungen von Objektreaktionen mit einem instationären Charakter beinhalten. Die modernen Geräte, wie z.B. Lasertracker oder terrestrische Laserscanner, aber auch typisch geodätische Sensoren, wie z.B. GPS oder automatisch zielverfolgende Tachymeter, ermöglichen gegenwärtig die Erfassung derartiger Deformationen. Ebenfalls induzieren wechselnde Betriebszustände der Bauwerke oder Maschinenanlagen, wie beispielsweise die Rotordrehzahl einer Windenergieanlage oder die Schleusungsvorgänge an einer Schleuse, Änderungen des statistischen Gleichgewichts der Beobachtungsreihen. Durch bauliche Aktivitäten in der unmittelbaren Nachbarschaft des Überwachungsobjektes können an diesem Zustandsänderungen auftreten, die es durch Beweissicherungsmessungen aufzudecken gilt. Diese Änderungen äußern sich durch Variationen der statistischen Parameter der registrierten Zeitreihen.

- Sensorseitig induzierte Effekte: Bei einer permanenten Installation können Sensoren ihre Eigenschaften, z.B. ihren Nullpunkt, mit der Zeit ändern. Diese Änderungen können infolge automatisch stattfindender Kalibrierprozesse oder außergewöhnlicher Ereignisse, z.B. ein Blitzeinschlag, eintreten. Darüber hinaus führen systemspezifische konfigurationsbedingte Einflüsse zur Variation der statistischen Parameter einer Zeitreihe. Im Falle von GPS ist eine Änderung der Varianz der Position bzw. der Varianz der Residuenzeitreihen mit der Elevation der Satelliten zu erwarten.

## 1.2 Zum Inhalt der Arbeit

### 1.2.1 Der Aufbau der Arbeit

Das 2. Kapitel gibt einen Überblick über die analysierten Strukturen von Zeitreihen. Es wird zwischen klassischen Signalformen, die im herkömmlichen Zeitreihenmodell der ingenieurgeodätischen Deformationsanalyse integriert sind, und Signalen mit besonderen Merkmalen unterschieden, die in der vorliegenden Arbeit zusätzlich zur ersten Kategorie behandelt werden. Für letztere werden repräsentative Zeitreihen eingeführt, um die Relevanz ihrer Betrachtung im Kontext der ingenieurgeodätischen Überwachungsmessungen auch praktisch zu motivieren. Die Zeitreihen spiegeln das Deformationsverhalten unterschiedlicher Überwachungsobjekte wider. Die Wahl einer heterogenen Datengrundlage wird im nachfolgenden Kapitel begründet.

Die Grundzüge der systemtheoretisch orientierten Deformationsanalyse werden im 3. Kapitel unter besonderer Berücksichtigung der nichtparametrischen Systemidentifikation vorgestellt. Es wird argumentiert, dass das lineare reduzierte Deformationsmodell hinsichtlich der Modellkomplexität und der physikalischen Interpretierbarkeit der Modellparameter deutliche Vorteile gegenüber komplexeren Modellaufstellungen besitzt. Aus diesem Grunde nehmen die Konzepte dieses Modells in der Arbeit einen zentralen Stellenwert ein. Das Kapitel 3.2 bildet aus ingenieurgeodätischer Sicht den Kern dieser Arbeit. Darin werden repräsentative zeitliche Verläufe der Anregungs- und Reaktionsgrößen vorgestellt. Die typischen Reaktionen der Strukturen werden anhand eines Analogiemodells 2. Ordnung hergeleitet. Die große Bedeutung dieses Kapitels entsteht daraus, dass die Modellierungsansätze und die Systemparameter in den Anwendungen der nachfolgenden Kapitel stets auf die hier hergeleiteten Beziehungen und die gewonnenen Erkenntnisse zurückgeführt werden. Hier wird die Existenz abschnittsweise stationärer Anregungen belegt und damit die praktische Relevanz der behandelten Thematik für die ingenieurgeodätische Deformationsanalyse begründet. Die gemeinsame Behandlung und die Zusammenführung der stationären und instationären Effekte zu einem gemeinsamen Deformationsmodell werden durch die in Kapitel 3.3 behandelten Aspekte ermöglicht. Dieses stellt daher aus modelltechnischer Sicht einen weiteren Kern der Arbeit dar. Es wird gezeigt, dass das vorgeschlagene erweiterte dynamische Modell aus dem gegenwärtig eingesetzten, linearen reduzierten Modell hervorgeht. Die bestehenden Konzepte der Modellbildung werden dadurch beibehalten. In Abwesenheit der instationären Komponenten wird das erweiterte Modell auf das lineare reduzierte Modell zurückgeführt. Die gemeinsame Behandlung der stationären und instationären Komponenten ist nur durch eine Analysemethode zugänglich, die Lokalisierungseigenschaften sowohl im Zeit- als auch im Frequenzbereich besitzt. Die Motivation hierfür und die Begründung für die Durchführung einer Systemidentifikation auf der Basis der Wavelet-Transformation werden in Kapitel 3.4 gegeben.

Die theoretischen Hintergründe der Wavelet-Transformation werden im 4. Kapitel der Arbeit eingeführt. Ein Schwerpunkt dabei liegt in der Vorstellung der Momenteneigenschaft und der Isometrie der Wavelet-Transformation. Dies sind zentrale Charakteristiken, die die Lokalisierung von rapiden Mittelwertänderungen bzw. periodischen Signalanteilen ermöglichen und somit die Grundlage für die Modellbildung auf der Ebene der Transformationskoeffizienten bilden. Die Eigenschaften gehen aus einer kontinuierlichen Betrachtungsweise des Zeit-Frequenzbereiches hervor, die für die praktische Umsetzung der Transformation allerdings nicht geeignet ist. Aus diesem Grunde wird im Kapitel 4.2 zu einer diskreten Wavelet-Transformation übergegangen. Dieser Übergang beruht auf dem funktionalanalytischen Konzept der Multi-Skalen-Analyse. Die theoretische Präsentation des Diskretisierungsvorganges im Verlauf dieses Kapitels soll zeigen, dass die oben genannten Eigenschaften auch im diskreten Fall der Wavelet-Transformation gültig sind. Aus praktischer Sicht reduziert sich mit der Einführung der schnellen Wavelet-Transformation die Berechnung der Wavelet-Transformation auf eine rekursive Filterung und ist damit algorithmisch und numerisch sehr vorteilhaft. Mit der im Kapitel 4.3 vorgestellten Berechnungsweise der Filterkoeffizienten liegen alle Komponenten vor, die für die Umsetzung der Wavelet-Transformation notwendig sind. Die verschiedenen Aspekte, denen bei der Ergebnisinterpretation der Wavelet-Transformation Rechnung getragen werden muss, wie z.B. die Identifikation periodischer Komponenten oder die Berücksichtigung von Randeffekten werden in Kapitel 4.4 diskutiert. Das Kapitel schließt mit der dynamischen Modellierung des Deformationsverhaltens des Nordturmes der Rethhubrücke unter Einfluss der Temperatur und der Tide ab. Es wird empirisch gezeigt, dass im Falle stationärer und periodischer Komponenten die Systemidentifikation auf der Basis von Waveletkoeffizienten mindestens eine vergleichbare Qualität mit dem Ergebnis des gegenwärtig verwendeten linearen reduzierten Modells aufweist.

Die Vorteile eines Einsatzes der Wavelet-Transformation für Aufgaben der nichtparametrischen Systemidentifikation kommen in den nachfolgenden Kapiteln 5, 6 und 7 zum Tragen. Darin wird das vorangegangene Modell durch die Einbeziehung instationärer Komponenten erweitert. Die in der vorliegenden Arbeit betrachteten Formen der Instatio-

naritäten wirken sich durch Änderungen des Mittelwertes und der Varianz der analysierten Zeitreihen aus. Es wird vorausgesetzt, dass diese Änderungen in Bezug auf die Länge der Zeitreihen zeitlich lokalisiert auftreten. Aus diesem Grunde werden die Prozesse als abschnittsweise stationär bezeichnet. Aufgrund ihrer Struktur äußern sich die Instationaritäten unterschiedlich in den Koeffizienten der Wavelet-Transformation. Während die Änderungen des Mittelwertes in Abhängigkeit des Abtastintervalls und der Eigenschaften der überlagerten periodischen Komponenten in den hoch- oder niederfrequenten Transformationskoeffizienten enthalten sein können, treten diejenigen der Varianz ausschließlich in den hochfrequenten Koeffizientenreihen auf. Die unterschiedlichen Charakteristiken und Erscheinungsformen der Änderungen erfordern den Einsatz verschiedener Verfahren für ihre Identifikation. In den jeweiligen Kapiteln werden im Einzelnen folgende Formen der Instationarität analysiert und einer dynamischen Modellbildung zugeführt:

- rapide Mittelwertänderungen (5. Kapitel),
- Änderung der Varianz (6. Kapitel),
- langsame Mittelwert- und Varianzänderungen (7. Kapitel).

Die theoretische Abhandlung jedes Verfahrens wird um eine Untersuchung seiner Praxistauglichkeit anhand simulierter und reeller Zeitreihen ergänzt. Die Erkenntnisse zum Systemverhalten der analysierten Objekte, die nach der Anwendung der eingeführten Verfahren gewonnen werden, sind in der Arbeit aus ingenieurgeodätischer Sicht besprochen. Dennoch sind diese Verfahren allgemeingültig und einer Anwendung für Beobachtungsfolgen aus Bereichen zugänglich, die über die ingenieurgeodätische Überwachung hinwegreichen. Die besprochenen Aufdeckungs- und Modellierungsstrategien der stationären und instationären Anteile werden im 8. Kapitel zu einem erweiterten dynamischen Deformationsmodell integriert. Das erarbeitete Modell ist als übergeordnetes und wesentliches Ergebnis dieser Arbeit zu verstehen.

### 1.2.2 Begründung der heterogenen Datengrundlage

Die Analyse des Deformationsverhaltens unterschiedlicher Überwachungsobjekte soll die breite praktische Relevanz der präsentierten Ansätze demonstrieren. Sie bietet zudem deutliche Vorteile für die Zielsetzung der Arbeit. Durch die Betrachtung verschiedenster Strukturen bleibt der Fokus stets auf die methodische Entwicklung gerichtet. Die notwendige Kontinuität des strukturbezogenen Deformationsverhaltens wird durch die Rückführung auf die Eigenschaften eines dynamischen Analogiemodells gewährleistet. Diesem wird dadurch im Verlauf der Arbeit eine wesentliche Rolle zugeteilt. Die spezifischen Eigenschaften der unterschiedlichen Strukturen rücken dann in den Vordergrund, wenn den Tendenzen der modernen Deformationsanalyse folgend, die Ergebnisse der durchgeführten Untersuchungen und Modellierungen hinsichtlich ihrer physikalischen Interpretierbarkeit und ihres Realitätsbezuges bewertet werden. Die betrachteten Formen der Instationarität treten in den registrierten Datenreihen mit unterschiedlicher Häufigkeit auf. Beispielsweise weist das Neigungsverhalten des Turmes einer Windenergieanlage primär Änderungen der Varianz auf. Selbst in einem verhältnismäßig kleinen Zeitraum von ca. 40 Minuten treten diese Änderungen mehrfach ein. Dieser Änderungstyp ist ebenfalls im Neigungsverhalten des Turmes der Rethhubrücke im Hamburger Hafen zu verzeichnen, taucht jedoch im beobachteten Zeitraum von ca. zwei Wochen nur vereinzelt auf. Eine Beurteilung der Leistungsfähigkeit des Identifikationsverfahrens aus praktischer Sicht wäre am zweiten Bauwerk daher nur eingeschränkt möglich, während aus der Betrachtung unterschiedlicher Konfigurationen der mehrfachen Änderungen ein umfangreicheres Bild des praktischen Potentials des entsprechenden Identifikationsverfahrens resultiert. Dieses stellte eine zusätzliche Motivation für die Einbeziehung der unterschiedlichen Datenquellen dar. Die Breite der praktischen Anwendung verhindert andererseits eine umfassende Behandlung der einzelnen Bauwerksreaktionen auf die unterschiedlichen Lasteinwirkungen. Dieses Ziel wird im Rahmen der vorliegenden Arbeit nicht verfolgt. Vielmehr ist hier beabsichtigt anhand repräsentativer Verhaltensweisen den breiten Rahmen festzulegen und die grundlegende Methodik herauszuarbeiten, anhand derer die angesprochenen Überprüfungen und Analysen durchzuführen sind.

Für eine übersichtliche Vorstellung der Zusammenhänge zwischen den jeweiligen Kapiteln und der Beiträge einzelner Themenkomplexe zum erweiterten Deformationsmodell wird die Methodik der Modellerweiterung in Abbildung 1.2-1 schematisch dargestellt.

### 1.2.3 Eigene Beiträge

Die wesentlichen Weiterentwicklungen und Untersuchungen im Zuge der Arbeit können stichpunktartig wie folgt zusammengefasst werden:

- Die Behandlung der Instationarität der Anregungs- und Reaktionsgrößen aus ingenieurgeodätischer Sicht und Einführung geeigneter Strategien für die Modellierung instationärer Effekte in den Kapiteln 3.2 und 3.3.
- Die Motivation und die Einführung der dynamischen Modellbildung der Deformationsanalyse auf der Basis der Wavelet-Transformation. Die Identifikation periodischer Komponenten wird in Kapitel 4.4 unter besonderer Berücksichtigung der praktischen Aspekte bei der Anwendung der Wavelet-Transformation behandelt.
- Die Begründung und die Durchführung der Systemidentifikation für periodische Komponenten auf der Basis der Waveletkoeffizienten der undezimierten Wavelet-Transformation in Kapitel 4.6. Es wird gezeigt, dass die resultierenden Modelle mindestens eine vergleichbare Qualität wie die Ergebnisse der derzeit eingesetzten Modellierungsansätze aufweisen.
- Die Überprüfung der Konstanz der statistischen Parameter und die Durchführung der Systemidentifikation auf der Ebene der Koeffizienten der Wavelet-Transformation. Es wird gezeigt, dass mit der Wahl einer geeigneten Zerlegungsstufe die Änderungen der Varianz primär in den Wavelet-Koeffizienten zu suchen ist, während Änderungen des Mittelwertes in Abhängigkeit von ihrer Geschwindigkeit in den Waveletkoeffizienten der ersten Zerlegungsstufen oder in den Skalierungskoeffizienten enthalten sind.
- Die vergleichende Untersuchung der Funktionen und der Grenzwerte für die Unterdrückung von Rauschen im 5. Kapitel.
- Die Quantifizierung des Übertragungsfaktors des Unterhauptes der Schleuse Uelzen I für den Einfluss durch wechselnde Wasserstände und rechnerischer Nachweis seiner Temperaturabhängigkeit im 5. Kapitel.
- Die Einführung einer Verteilung für die Testgröße des Varianzhomogenitätstests aus dem 6. Kapitel, die für kleine Stichprobenumfänge gültig ist. Dadurch entfällt die Notwendigkeit umfangreiche Simulationen durchzuführen, um die Quantile dieser Testgröße herzuleiten.
- Die vergleichende Untersuchung zur Anwendung des CRAMÉR-von MISES und des KOLMOGOROV-SMIRNOV-Anpassungstests für die Überprüfung der Varianzhomogenität im 6. Kapitel.
- Die Einführung im 6. Kapitel einer theoretisch strengen Methode auf deren Grundlage die mit dem Varianzhomogenitätstest aufgedeckten Punkte entsprechend dem Korrelationsniveau der Zeitreihe überprüft werden.
- Der Einsatz robuster Schätzer bei der automatischen Identifikation mit dem kontrastbasierten Verfahren im 7. Kapitel.
- Der Leistungsvergleich der automatischen Identifikation von Varianzänderungen anhand des Varianzhomogenitätstests und des kontrastbasierten Verfahrens im 7. Kapitel.
- Die Erarbeitung eines erweiterten dynamischen Modells, das sowohl periodische stationäre Ereignisse als auch Instationaritäten, die sich als Änderungen des Mittelwertes und der Varianz äußern, umfasst.

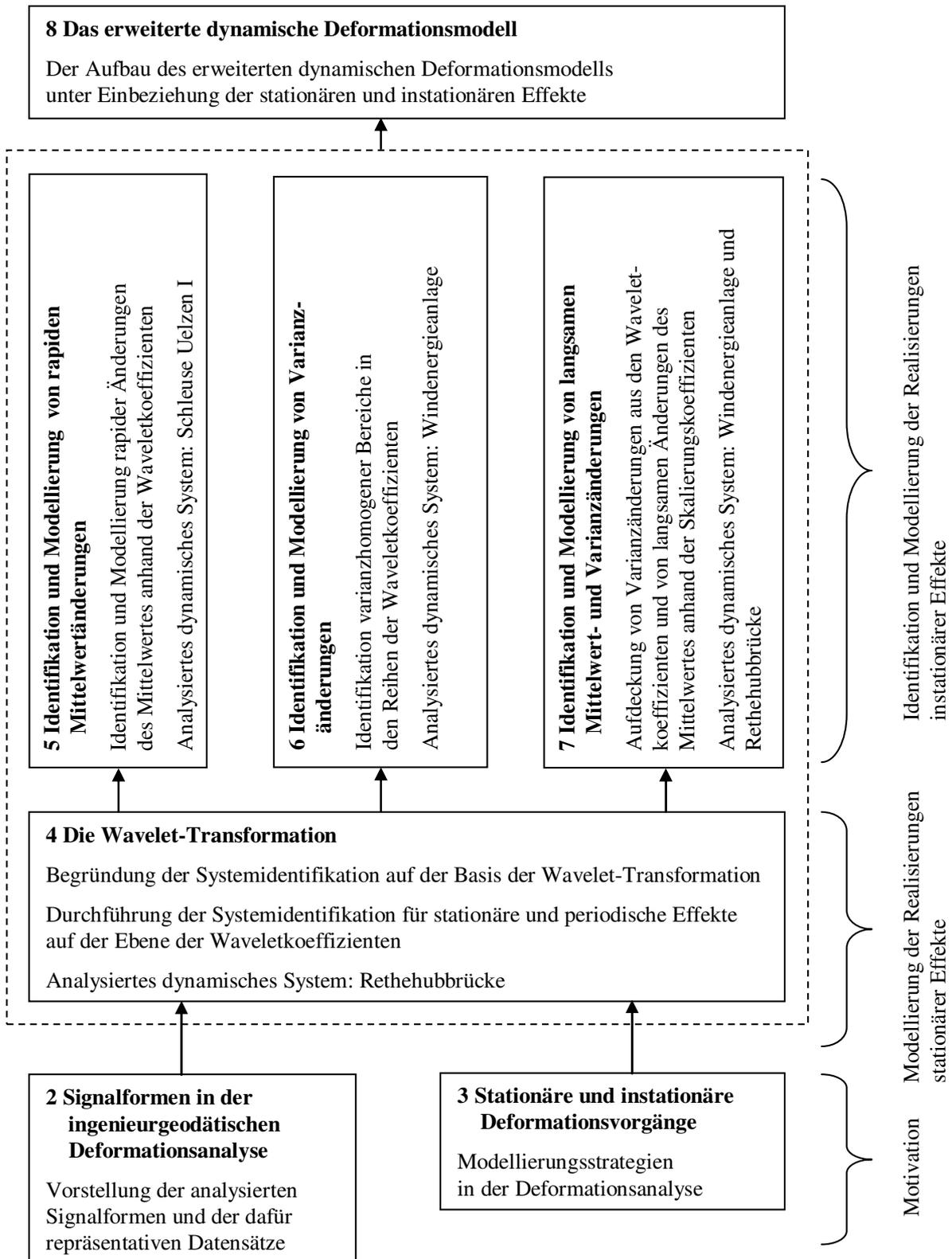


Abb. 1.2-1: Die Methodik der Modellerweiterung

## 2 Klassische und besondere Signalformen in der ingenieurgeodätischen Deformationsanalyse

### 2.1 Das klassische Zeitreihenmodell der ingenieurgeodätischen Deformationsanalyse

Die Forderung nach einer permanenten Überwachung von Objekten, deren mangelnde Standsicherheit oder Funktionsstüchtigkeit mit einem großen Gefährdungspotential verknüpft ist, hat zur Etablierung der Zeitreihenanalyse als Auswerteverfahren in der ingenieurgeodätischen Deformationsanalyse geführt. Bereits aus den Anfängen der wissenschaftlichen Auseinandersetzung mit den Auswertestrategien kontinuierlich registrierter Deformationen sind Bestrebungen nach einer Strukturierung der vorkommenden Signalformen erkennbar (z.B. PELZER, 1976). Die vorgenommene Einordnung der Deformationserscheinungen stimmt mit dem klassischen, im Bereich der Wirtschaftswissenschaften etablierten Komponentenmodell teilweise sehr gut überein. Letzteres geht in der Beschreibung der Zeitreihen von folgenden vier Komponenten aus: dem Trend  $d_k$ , der Konjunkturkomponenten, der Saison und der Restkomponenten  $e_k$  (SCHLITTGEN und STREITBERG, 2001, S. 9). Die Trennung zwischen Saison und der Konjunkturkomponenten beruht auf ökonomische Gesichtspunkte und ist für ingenieurgeodätische Problemstellungen in den seltensten Fällen sinnvoll. Angesichts ihrer gemeinsamen schwankenden Natur werden deshalb diese Komponenten in geodätischen Aufgabenstellungen zu einer gemeinsamen zyklischen Komponente  $z_k$  zusammengeführt. Die Beschreibung der Zeitreihen beruht häufig auf der Annahme einer additiven Überlagerung der Komponenten. Diese wird auch in den weiteren Betrachtungen der vorliegenden Arbeit getroffen. Eine multiplikative Überlagerung ist anhand der Variation der Streubreite in Abhängigkeit des Trends erkennbar und durch Logarithmierung ebenfalls auf ein additives Modell rückführbar (SCHLITTGEN und STREITBERG, 2001, S. 11). Den obigen Ausführungen zufolge wird die Zeitreihe  $x_k$  im Komponentenmodell wie folgt aufgefasst:

$$x_k = d_k + z_k + e_k \text{ mit } k = 0, 1, \dots \quad (2.1-1)$$

Mit Hinblick auf die Modellierung des zeitlichen Verlaufes einer beobachteten Größe kommt im Modell (2.1-1) dem Trend und der zyklischen Komponenten eine besondere Bedeutung zu. *Der Trend* repräsentiert eine systematische Änderung des mittleren Niveaus der Zeitreihe, die sich über das gesamte Datenkontingent oder zumindest über große Abschnitte davon erstreckt. Er wird als deterministischer Anteil der Zeitreihe verstanden und meist infolge deren visuelle Analyse funktional beschrieben. In ingenieurgeodätischen Überwachungsaufgaben spielt der Trend eine herausragende Rolle. Sofern er nicht als Anteil eines zyklischen Effektes entsteht, dessen Periodenlänge die Beobachtungsdauer übersteigt, ist seine Existenz ein Hinweis auf irreversible Deformation des Überwachungsobjektes, die unter Umständen eine geeignete und schnelle Reaktion erfordert. Darüber hinaus ist eine Bestimmung des Trends notwendig, um die zeitlichen Korrelationen zwischen den Termen der Zeitreihe ermitteln zu können.

Konkret stellt die Schätzung der Trendkomponenten eine Regressionsaufgabe dar. Vielfach ist das funktionale Modell infolge der visuellen Analyse jedoch nicht eindeutig erkennbar, so dass sich zusätzlich die Frage der Modellselektion stellt. Einige Trendfunktionen für die Repräsentation typischer Verläufe aus der Ingenieurgeodäsie sind in der Tabelle 2.1-1 in Anlehnung an SUTOR (1997, S. 38) angegeben.

Trendfunktion	Struktur	Trendfunktion	Struktur
linear	$d_k = ak + c$	gaußsch	$d_k = a \exp(-bk^2) + c$
quadratisch	$d_k = ak^2 + bk + c$	hyperbolisch	$d_k = a(k + b)^{-1} + c$
exponential	$d_k = a \exp(-bk) + c$		

Tab. 2.1-1: Typische Trendfunktionen

Ein geeignetes Maß für die Bemessung der Anpassungsgüte der jeweiligen Funktionskandidaten ist die Summe der quadrierten Verbesserungen. Der Einsatz dieses einzigen Bewertungskriteriums führt jedoch zur systematischen Wahl komplexer Funktionen bzw. hoher Modellordnungen. Es ist aus diesem Grund sinnvoll, neben dieser statistischen

Größe auch Hypothesentests für die Signifikanzprüfung der Modellparameter sowie auch die physikalische Interpretierbarkeit in den Entscheidungsprozess einzubeziehen.

Im Anschluss an die Bestimmung der Funktionskoeffizienten nach der Methode der kleinsten Quadrate ist die Abspaltung der modellierten Trendkomponenten aus den ursprünglichen Daten notwendig, um das zyklische Verhalten der Residuen weiterhin zu analysieren:

$$x_k - \hat{d}_k = x'_k = z_k + e_k \text{ mit } k = 0, 1, \dots \quad (2.1-2)$$

Ein großer Teil der in ingenieurgeodätischen Überwachungsaufgaben beobachteten Phänomene weisen einen ausgeprägten periodischen Charakter auf. Die erfassten Periodenlängen erstrecken sich über ein breites Spektrum von einigen Zehntelsekunden im Falle der Eigenfrequenzen bis hin zu Tages- und Jahresgängen im Falle eines Temperatureinflusses. Ein Überblick typischer Verformungsperioden ist KUHLMANN (1996, S. 58 und dort aus Lebek und Knabenschuh, 1983) sowie HEUNECKE (1995, S. 16) zu entnehmen.

Die Beschreibung der *zyklischen Komponenten* beruht auf dem Studium und der Identifikation zeitlicher Abhängigkeiten zwischen den Termen der Zeitreihe, denen eine stochastische Natur unterstellt wird. Vorrangig kommen dafür Elemente der Zeitreihenanalyse zum Einsatz (vgl. Anhang A). Die Ermittlung der periodischen Anteile mit signifikantem Informationsinhalt ist durch eine Transformation der Zeitreihe in den Frequenzbereich leichter zugänglich. Diese erfolgt auf der Basis von trigonometrischen Funktionen. Eine wesentliche Rolle kommt den harmonischen Schwingungen zu, da sich alle periodischen Funktionen durch deren additive Überlagerung darstellen lassen (PRIESTLEY, 2004, S. 186). Ein sinusförmiger Verlauf ist dafür keine zwingende Voraussetzung. Die formelmäßige Darstellung der unterschiedlichen Strategien für die Bestimmung der Koeffizienten trigonometrischer Funktionen bleibt dem 3. Kapitel der vorliegenden Arbeit vorbehalten und wird dort im Kontext der nichtparametrischen Systemidentifikation behandelt. Aus Konsistenzgründen zur Modellierung des Trends sei hier lediglich auf die Bestimmung der Koeffizienten in linearen Modellen hingewiesen, wobei die trigonometrischen Funktionen die Elemente der Designmatrix bilden. Die Schätzung erfolgt ebenfalls nach der Methode der kleinsten Quadrate. Ein Beispiel hierzu ist bei ELLMER (1987, S. 39 ff.) vorgestellt.

In den obigen Ausführungen wird stillschweigend die Orthogonalität zwischen den Komponenten des Zeitreihenmodells unterstellt, was ihre Bestimmung in getrennten Schritten ermöglicht. Diese Annahme wird häufig in Aufgabenstellungen aus dem Bereich der ingenieurgeodätischen Deformationsanalyse getroffen. Die ursprüngliche Schätzung der Trendparameter beruht auf einem vereinfachten stochastischen Modell. Dessen Unvollständigkeit rührt von der Unkenntnis der temporalen Abhängigkeiten zwischen den Beobachtungen zum Zeitpunkt der Modelllösung. Es ist daher empfehlenswert, zwecks einer Konsistenzprüfung, die Parameterschätzung beider Komponenten in einem gemeinsamen Modell vorzunehmen. Dessen Struktur ergibt sich in Anlehnung an den von SCHULTE (1987) und KOCH und SCHMIDT (1994) vorgestellten erweiterten autoregressiven Prozess. Zur Beurteilung der Optimalitätseigenschaften der Schätzer werden von SCHLITTGEN und STREITBERG (2001, S. 18) drei Maßgaben für die Bewertung der Modellgüte im Rahmen einer Residuenanalyse genannt:

- Erwartungswert der Residuen gleich Null: Stellt die Bedingung für die vollständige Erfassung aller systematischen Anteile der Zeitreihe. Zur Überprüfung wird ein grafisch basierter Ansatz vorgestellt. Gesondert wird auf die notwendige Identifikation möglicher Strukturbrüche im Verlauf der Residuen hingewiesen.
- Konstanz der Varianz: Formuliert die Bedingung an die richtige stochastische Beschreibung der Restkomponenten und ist eine Voraussetzung für die vollständige Erfassung aller zeitlich korrelierenden Anteile. Eine keilförmige Struktur der Residuen bei steigendem Trendwert stellt einen Hinweis für eine multiplikative Überlagerung der Komponenten dar (SCHLITTGEN und STREITBERG, 2001).
- Stochastische Unabhängigkeit der Residuen: Ergänzt die Forderung nach vollständiger Erfassung der zyklischen Komponenten.

Es ist zu erwarten, dass Zeitreihencharakteristiken, die von dem Modellbild des klassischen Komponentenmodells abweichen, die Verletzung mindestens einer der aufgeführten Maßgaben verursachen und damit auch eine Einschränkung der Optimalitätseigenschaften der Schätzer bewirken. Im Speziellen werden Darstellungen der kontinuierlich erfassten Anregungsgrößen und Deformationen anhand des Komponentenmodells mindestens eine der aufgeführten Forderung nicht erfüllen können, wenn sie Anteile beinhalten, die sich nicht oder nur teilweise in diesem Modell ausdrücken lassen. Da im Bereich der ingenieurgeodätischen Deformationsanalyse der Zugang zur Beschreibung der

Zeitreihen stark an das Komponentenmodell angelehnt ist, werden gegenwärtig diese Anteile modelltechnisch nicht erfasst. Dieses veranlasste ihre besondere Betrachtung im Rahmen der vorliegenden Arbeit.

Die kontinuierlich messende Sensorik, die anfangs meist aus elektrischen Gebern bestand, wurde durch die Einführung satellitengestützter Beobachtungsverfahren und die Automatisierung des typisch geodätischen Instrumentariums vervielfältigt. Durch die Kombination und die Integration dieser Sensoren hat auch die Breite der erfassten Effekte zugenommen. Zusätzlich zu den trendartigen und periodischen Effekten enthalten die registrierten Zeitreihen zunehmend Anteile, die durch das klassische Komponentenmodell nicht abgedeckt werden. Dadurch erhält die Abhandlung zu diesen Anteilen auch einen praxisrelevanten Hintergrund.

Eine ausschöpfende Betrachtung sämtlicher Effekte erfordert den Einsatz zahlreicher, unterschiedlicher Identifikations- und Analyseverfahren. Aus diesem Grund beschränken sich die nachfolgenden Ausführungen auf die Analyse solcher Signalformen, die bei einer Beschreibung im Komponentenmodell eine Verletzung der ersten oder der zweiten Forderung herbeiführen. Die strukturelle Beschreibung dieser Signalformen sowie die Darlegung einiger ihrer repräsentativen Realisierungen, die für die beispielhafte Umsetzung der theoretischen Konzepte der Arbeit herangezogen werden, bilden den Inhalt des folgenden Kapitels.

## 2.2 Besondere Signalformen

### 2.2.1 Einführende Betrachtungen

Nicht oder nur unvollständig erfasste *Änderungen des Niveaus* einer Zeitreihe wirken sich unmittelbar auf die Residuen der Beschreibung im klassischen Komponentenmodell aus und verhindern somit die Erfüllung der ersten Forderung nach konstantem Erwartungswert gleich Null. Ein möglicher Grund hierfür ist die unzutreffende Modellierung der Trendkomponente. Dieser Unzulänglichkeit kann mit der Wahl einer geeigneten Funktion begegnet werden (vgl. Tabelle 2.1-1), so dass sie im weiteren Verlauf der Arbeit keine gesonderte Beachtung findet. Von größerem Interesse sind sprunghafte und lineare Änderungen des Gleichgewichtszustandes der Anregungsgröße bzw. des Überwachungsobjektes, die nachfolgend vordergründig betrachtet werden. Diese Signalformen unterscheiden sich in ihrer Struktur lediglich durch die Übergangsdauer zwischen den mittleren Niveaus. Eine getrennte Behandlung erscheint deshalb nicht sinnvoll, zumal die diskrete Darstellung des Übergangs in Abhängigkeit der gewählten Abtastrate erfolgt. Eine scharfe Unterscheidung von der Trendkomponente basierend auf quantitativen Größen fällt schwer, da sich im Grenzfall die Überleitung zum Trend als lang andauernde Niveauänderung fließend vollführt. Die Abgrenzung beruht deshalb mit der Forderung nach einem lokalen Charakter der analysierten Signalformen auf ein qualitatives Kriterium. Dieses gewährleistet, dass der Änderungsstelle bezogen auf der Übergangsdauer lange Bereiche vorgehen bzw. folgen, in denen die Zeitreihe ihr Niveau beibehält.

In ingenieurgeodätischen Überwachungsaufgaben weisen die beobachteten Deformationen in den seltensten Fällen ausschließlich einen sprunghaften oder linearen Charakter auf. Häufig überlagern periodische Anteile diese Signalformen. Vor diesem Hintergrund ist es notwendig deren Identifikationsstrategie nicht nur anhand der charakteristischen Größen Änderungsbetrag und –dauer festzulegen, sondern auch nach den Eigenschaften der gleichzeitig auftretenden periodischen Effekte auszurichten. Zwei Beispiele verdeutlichen dieses Erfordernis.

Eine rapide Niveauänderung, deren Übergangsdauer die Periode einer langsam variierenden zyklischen Komponente deutlich unterschreitet, wird durch die Differenzbildung benachbarter Terme besser herausgestellt. Sie ist mit dieser einfachen Maßnahme leichter identifizierbar als auf der Ebene der ursprünglichen Beobachtungen. Die langsamere Variation im Verlauf der periodischen Komponente verglichen mit dem Betrag der Niveauänderung begründet die verbesserte Darstellung. Andererseits ist diese Methode weniger wirksam, wenn der Übergangsbereich der langsamen Niveauänderung mehrere Perioden einer hochfrequenten zyklischen Komponente enthält. Infolge der Differenzbildung kann der Effekt stark verwischen, was sogar seine Aufdeckung erschwert. In diesem Fall ist eine Mittelbildung über die Periodenlänge der zyklischen Komponenten vorteilhafter. Dadurch wird das Niveau der Zeitreihe besser sichtbar und seine Änderung einer Identifikation zugänglicher. Die beschriebene Dualität des Zusammenhanges zwischen den sprunghaften oder linearen Erscheinungen einerseits und den periodischen Anteilen andererseits erfordert eine getrennte Betrachtung beider Aspekte im Verlauf der Arbeit. Nichts desto trotz werden die Modellierungsverfahren aufgrund der gleichbleibenden Signalstruktur identisch ausfallen. Die Struktur der in den Kapiteln 2.2.2 und 2.2.4

beschriebenen Zeitreihen widerspiegelt sehr gut diese Dualität und motiviert so ihre Wahl als empirische Datenbasis für die praktische Umsetzung der weiterhin vorgestellten Identifikations- und Modellierungskonzepte.

Die unvollständige funktionale Erfassung der periodischen Anteile oder die unzureichende stochastische Modellierung der Restkomponente haben Residuen mit *inhomogener Varianz* zur Folge und verletzen somit die zweite Forderung an eine optimale Beschreibung im klassischen Komponentenmodell. Während letztere Ursache aufgrund des Zufallscharakters mit der Einführung von Varianzkomponenten behoben werden kann, repräsentiert die erste Kategorie Systematiken, die Rückschlüsse auf Eigenschaften der Anregungsgrößen oder der Objekte erlauben. Sie spielen damit für die Zielsetzung der Überwachungsaufgabe eine bedeutendere Rolle. In diesem Zusammenhang ist die Änderung der charakteristischen Parameter der zyklischen Komponente als mögliche Ursache für die Unvollständigkeit des funktionalen Modells von besonderem Interesse, da sie unter Umständen auf einen modifizierten Zustand des Überwachungsobjektes hinweist. Die Variation der Amplitude wird in der vorliegenden Arbeit vordergründig behandelt, da sie das Maß für den Deformationsbetrag darstellt. Weiterhin ist die Frequenzänderung eine wichtige Kenngröße in der Zustandsbewertung. Ihre Untersuchung bleibt jedoch weiteren Arbeiten vorbehalten.

Im Bereich der ingenieurgeodätischen Überwachung werden relevante Amplitudenänderungen durch kurzfristige Veränderungen der Eigenschaften der Anregungsgrößen verursacht. Dadurch vollziehen sich diese in einem zeitlich begrenzten Abschnitt der Zeitreihe und weisen analog zu den Niveauänderungen ebenfalls einen lokalen Charakter auf. Stoßartige Anregungen induzieren periodisch ablaufende Deformationen, die von sehr kurzer Dauer sind und von einer Rückkehr des Objektes in den ursprünglichen Zustand gefolgt werden. Sie sind für die ingenieurgeodätischen Aufgabenstellungen von geringem Interesse. Die plötzliche Änderung der Eigenschaften sprunghafter oder periodischer Anregungsgrößen versetzt das Überwachungsobjekt in einen neuen, bleibenden Zustand, der durch neue Parameter der periodischen Deformationskomponenten zu charakterisieren ist. Diese Situation ist sowohl für Aufgaben des Bauwerkmonitorings als auch der Überwachung von Maschinenanlagen relevant und wird deshalb im Rahmen der Arbeit schwerpunktmäßig behandelt. Die für die praktischen Analysen gewählten und in den Kapiteln 2.2.3 und 2.2.4 beschriebenen Zeitreihen repräsentieren Deformationsverläufe, deren Amplitudenänderungen durch periodische bzw. sprunghaft verlaufende Einflüsse verursacht werden. Letztere ändern ihre Eigenschaften im Beobachtungszeitraum mehrfach plötzlich. Die unterschiedliche Natur der Anregungsgrößen sowie die verschiedenen entstehenden Änderungsformen sollen den allgemeinen Charakter der eingesetzten Analysestrategie derartiger Erscheinungen besser herausstellen.

Die Präsentation der besonderen Signalformen in diesem Kapitel verdeutlicht, dass diese anhand einer einzigen Zeitreihe nicht repräsentativ analysiert werden können. Sie sind aufgrund des gleichen Charakteristikums zwar derselben Modellierungsstrategie zugänglich, doch ihre Identifikation erfordert in Abhängigkeit von der Wechselwirkung zwischen den verschiedenen Anteilen der Zeitreihe oder von der Natur der Anregungsgrößen den Einsatz neuer, unterschiedlicher Methoden. Um ergänzend zur theoretischen Vorstellung dieser Methoden auch eine Einschätzung ihrer Leistungsfähigkeit im praktischen Einsatz zu geben, wurden in der Arbeit verschiedene Zeitreihen analysiert, die das entsprechende Charakteristikum aufweisen. Die interessierenden Signalformen können in der Vielfalt, wie sie für eine eingehende Untersuchung notwendig ist, nicht am Beispiel eines einzigen Objektes analysiert werden. Es wird deshalb das Deformationsverhalten verschiedener Überwachungsobjekte betrachtet. Der Inhalt der entsprechenden Zeitreihen ist jedoch nicht nur auf die jeweilige besondere Erscheinung beschränkt. Vielfach kommt es zur Überlagerung der Sonderformen untereinander oder mit Anteilen des klassischen Komponentenmodells. Lediglich die Häufigkeit des Auftretens einer besonderen Signalform in einer Zeitreihe begründet deren Vorzug in der Untersuchung der entsprechenden Identifikationsmethode. Diese Querbezüge zwischen den Inhalten der Zeitreihen in Verbindung mit der Diversität der einbezogenen Überwachungsobjekte unterstreichen die Allgemeinheit der vorgestellten Methodik.

Eine Interpretation und Plausibilitätsprüfung der Ergebnisse erfordert die Kenntnis der strukturmechanischen Eigenschaften und des Deformationsverhaltens der Objekte. Deren Darstellung bildet den Inhalt der nachfolgenden Kapitel. Zudem werden darin auch die Unzulänglichkeiten durchleuchtet, die sich aus der Auswertung der jeweiligen Datensätze mit Standardverfahren ergeben. Somit sind die folgenden Ausführungen über die deskriptive Rolle hinaus auch als pragmatische und praxisbezogene Motivation dieser Arbeit zu verstehen.

### 2.2.2 Rapide Niveauänderungen

Durch den vom Schiffsverkehr bedingten Schleusungsbetrieb ist die Schleuse Uelzen I (Abbildung 2.2-1) Laständerungen unterzogen, die betragsmäßig annähernd konstant sind, jedoch ein unregelmäßiges Auftreten haben. Das



Abb. 2.2-1: Die Schleuse Uelzen I

Seitenkanal (DONAU, 1977). Damit werden die Verläufe der Einflussgröße Wasserstand und der induzierten Deformation in den registrierten Zeitreihen durch zahlreiche lineare Änderungen dargestellt.

Zusätzlich zum Wasserstand ist das Bauwerk auch atmosphärischen Einflüssen, besonders der Temperatur, ausgesetzt. Diese hat einen ausgeprägten periodischen Charakter. Durch die zwei Einflussgrößen Wasserstand und Temperatur kommt es in den Zeitreihen der Deformation zu einer Überlagerung zwischen der sich linear ändernden und der periodischen Komponente. Charakteristisch dabei ist, dass die lineare Änderung deutlich schneller stattfindet als die Variation der periodischen Komponente (vgl. Abbildung 2.2-4). Dadurch eignen sich die Zeitreihen sehr gut als empirische Datengrundlage für die Untersuchung dieser besonderen Signalformen.

Die nachfolgenden Effekte beziehen sich auf das Unterhaupt der Schleuse Uelzen I. Dessen Betrachtung ist durch die langfristigen Instabilitäten des Bauwerkes motiviert, die sich aus dem einseitigen Lastwechsel aufgrund der Anordnung der Sparbecken und der Art des Gründungbaus ergaben. Diese betrafen neben dem 1. Kammerelement insbesondere dieses Teil des Bauwerkes. Die beiden Häupter der Schleuse wurden als biegesteife Bauteile konzipiert, die sowohl die Stirnwände als auch die Endabschnitte der Kammern verbinden. Insgesamt resultiert dadurch eine Länge von ca. 20 m, über die der in Längsrichtung der Schleuse wirkende Wasser- und Erddruck effektiv abgetragen wird.

Die lang- und kurzfristigen Deformationen an der Schleuse Uelzen I wurden in zahlreichen ingenieurgeodätischen Projektvorhaben erfasst und dokumentiert (z.B. EGELKAMP und HUEP, 1980; GIH 2004). Deshalb wird nachfolgend ausschließlich auf das Deformationsverhalten des Unterhauptes eingegangen. Zur Überwachung der Neigung und Biegung des Unterhauptes wurde als Teil einer automatischen Messanlage im östlichen Turm das Hannoversche Lot eingebaut (GRABOWSKI et al., 1988). Die Höhe der Geber ist der Abbildung 2.2-2 zu entnehmen. Neben dem Lot erfasst die Anlage den Wasserstand mit einer Auflösung von 1 dm. Die Auflösung des Lotabgriffs entspricht 0,025 mm (HENKELMANN, 1991). Die Anlage arbeitet seit Beginn der 90er Jahre nahezu störungsfrei, so dass heute sehr umfangreiche Datenreihen verfügbar sind.

Im Normalbetrieb werden die Lotdaten in einem Zeitintervall von 10 min registriert. Dieses ist für eine Zustandsbewertung des Bauwerkes anhand von Extremwerten ausreichend, gibt allerdings nur unzureichend den Deformationsverlauf während der Schleusungsvorgänge wieder. In einer dreiwöchigen Messkampagne im September 2005 wurde deshalb die Aufzeichnungsrate auf 1 min erhöht. Damit wurde eine gute Datengrundlage für die Identifikation der linearen Änderungen anhand des in Kapitel 5 vorgestellten Verfahrens geschaffen.

Der Verlauf der Deformation des Unterhauptes aufgrund der Schleusungsvorgänge wird in Abbildung 2.2-3 vorgestellt. Im Falle einer Schleusenfüllung neigt sich dieses zunächst in Richtung Schleusenammer (Abschnitt a) um ca. 0,2 mm. Diese

Bauwerk ist während den Wartezeiten sowie den Ein- und Ausfahrtszeiten der Schiffe den extremen Lasteinwirkungen „Schleuse leer“ und „Schleuse voll“ ausgesetzt. Diesen entsprechen zwei unterschiedliche Deformationszustände. Ihre kontinuierliche Beobachtung führt zur Entstehung zweier Niveaus der registrierten Datenreihen, die sich deutlich voneinander unterscheiden. Der Übergang zwischen den Niveaus vollzieht sich bei einer Talschleusung mit der mittleren Geschwindigkeit von 2,15 m/min in 11,6 min und fällt um eine Minute kürzer aus als im Falle der Bergschleusung. Die Laständerung während der Schleusungsvorgänge kann mit einer guten Näherung als linear angenommen werden, obwohl streng betrachtet, der Wasseraustausch zwischen den einseitig angeordneten Sparbecken und der Schleusenammer schneller stattfindet als der Abfluss in bzw. der Zufluss zum Elbe-

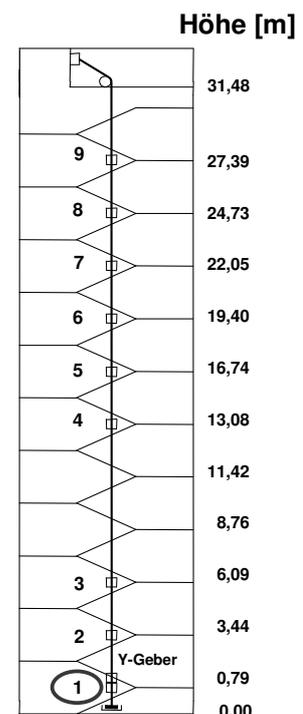


Abb. 2.2-2: Skizze der Lotanlage

Bewegung entsteht durch den anfänglichen Druck, den das Wasser auf die Schleusensole ausübt. Im letzten Drittel des Füllvorgangs überwiegt der Wasserdruck auf die Stirnwand, was die Änderung der Deformationsrichtung und eine Bewegung in Richtung Unterhafen um ca. 0,7 mm zur Folge hat (Abschnitt b). Die gleichen Bewegungen vollziehen sich beim Entleeren der Schleuse in beide Richtungen in umgekehrter Reihenfolge (Abschnitte c und d). In HENKELMANN (1991) wird eine jahreszeitliche Abhängigkeit dieser Amplituden festgestellt.

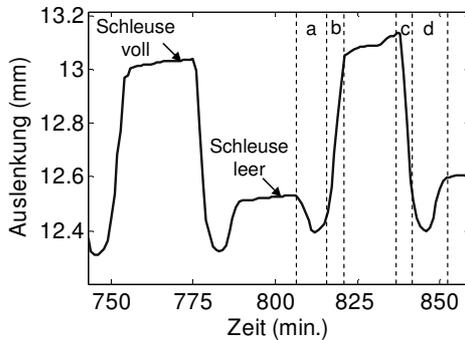


Abb. 2.2-3: Deformationsverlauf während des Schleusungsvorganges

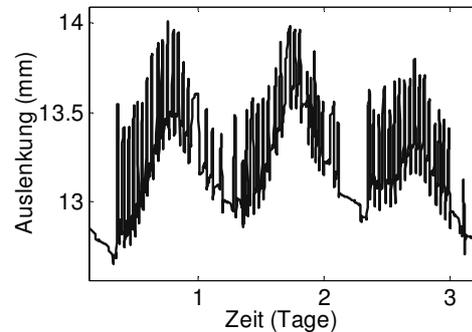


Abb. 2.2-4: Deformationsverlauf im Zeitraum 08.09 – 10.09.2005

Die Analyse der Bewegung über die Höhe des Unterhauptes deckt auf, dass während des Füll- oder Entleerungsvorgangs die Deformationen bis auf Höhe der Schleusenkammer gleichförmig verlaufen. Oberhalb unterscheiden sie sich um ca. 0,1 mm (GIH, 2004). Die Biegelinien zu den extremen Lastzuständen weisen auf eine Kippung des Unterhauptes hin. Aus diesen Gründen werden weiterhin lediglich die Aufzeichnungen des untersten Sensors als Maß für die Auslenkung des Aufhängepunktes betrachtet. Mit einer guten Näherung lassen sich nach diesen Erkenntnissen die Zustände in den verbleibenden Höhen über einen Proportionalitätsfaktor ableiten.

Trotz der umfangreichen Untersuchungen der Deformationen an der Schleuse Uelzen I und der langen verfügbaren Datenreihen wurde die Verformung des Unterhauptes aufgrund täglicher und langperiodischer Temperaturschwankungen nur von HENKELMANN (1991) rechnerisch quantifiziert. Ein Grund dafür ist sicherlich die starke Überlagerung durch die Deformationen infolge des Schleusungsbetriebs, die die Stationarität des Erwartungswertes beeinträchtigen. In der genannten Arbeit wurde für die Bestimmung der Amplitude und Phasenverschiebung mittels einer ausgleichenden Sinusfunktion (s. Kapitel 3.1) zwischen den Werten bezogen auf den Zustand „Schleuse leer“ interpoliert. Diese Vorgehensweise verlangt eine Identifikation der Bereiche mit Einwirkung der Schleusungsvorgänge und ist bei einer manuellen Suche aufwändig, was vermutlich auch die Beschränkung der Analyse auf zwei getrennte Tage erklärt. Durch die Berechnung des Amplitudenspektrums wurde eine signifikante Tagesperiode nachgewiesen. Die Betrachtung weiterer Datensätze konnte die dazugehörige Amplitude von ca. 15 mm jedoch nicht bestätigen. Alternativ zu diesen Vorgehensweisen wird im 5. Kapitel ein Analyseverfahren vorgestellt, das eine integrierte Auswertung des gesamten Datenbestandes ohne Informationsverlust und eine zeitnahe Beurteilung der Funktionstüchtigkeit des Bauwerkes mit jedem Schleusungsvorgang ermöglicht.

### 2.2.3 Periodische Komponenten mit variabler Amplitude

Mit der Windlast sind schlanke turmartige Bauwerke einer sehr unregelmäßig angreifenden Einflussgröße ausgesetzt, deren kurzfristige Änderung eine periodische Bewegung induziert. Die dominanten Frequenzen entsprechen den Eigenfrequenzen des Bauwerkes und stellen ein strukturspezifisches Kennmaß dar. Mit Ausnahme der Zeitabschnitte vollkommener Windstille ist diese periodische Komponente stets in den registrierten Zeitreihen enthalten, wenn diese mit ausreichend hoher Abtastrate aufgezeichnet werden. Die Amplitude ist unmittelbar an die Belastungsstärke gekoppelt, so dass infolge ungleich starker Anregungen von einer heterogenen Varianzverteilung über die Zeit bei der Modellbildung auszugehen ist.

Zusätzlich zum Wind induzieren auch die innerhalb oder oberhalb des Turms befindlichen Anlagenbauten periodische Bewegungen. Beispielsweise kann der Publikumsverkehr oder die fahrenden Aufzüge die 1. Oberschwingung eines hohen Gebäudes anregen (MÖHLENBRINK, 1976, S. 16). Bei der Auslegung der Betriebsparameter dieser Anlagenbauten wird der Vermeidung der Resonanz die höchste Priorität eingeräumt. Eine komplexe Situation besteht

im Falle von Windenergieanlagen (WEA). Hier regen periodische, von der Rotor-drehung abhängige Belastungen den Turm auf zusätzlichen Frequenzen an. Die Merkmale dieser Anregungsgrößen sind ebenfalls an die Eigenschaften des Windes gekoppelt. Die Steuerung der WEA folgt nicht dessen kurzfristigen Variationen, sondern leitet einen neuen Betriebszustand der Anlage erst dann ein, wenn dieser einen geänderten mittleren Zustand erreicht hat. Es ist somit zu erwarten, dass die zusätzlichen periodischen Komponenten abschnittsweise konstante Eigenschaften haben, indem sie in Abhängigkeit der längerfristigen Variationskomponente des Windes plötzlichen Änderungen unterliegen. Davon können die Frequenz sowie auch die Amplitude betroffen sein.

Die sprunghafte- sowie auch die periodische Anregung der Türme von WEA führen in den Zeitreihen der Deformationsgrößen zur Entstehung und Überlagerungen periodischer Komponenten mit strukturabhängigen und betriebsbedingten Frequenzen, die eine heterogene Varianzverteilung über die Zeit aufweisen. Aufgrund der vielfältigen Situationen, die aus der Überlagerung dieser Anteile entstehen, eignen sich die Zeitreihen sehr gut für die Analyse der besonderen Signalformen mit variabler Amplitude, was ihre Wahl als Datengrundlage für die empirischen Untersuchungen der vorliegenden Arbeit begründet.

Die analysierten Daten sind im Rahmen eines Pilotprojektes entstanden, das zum Ziel die Auslotung ingenieurgeodätischer Potentiale für die Überwachung von Windenergieanlagen hatte. Die untersuchte WEA funktioniert nach dem Auftriebsprinzip. Die Rotorblätter leisten dem Wind keinen größtmöglichen Widerstand, sondern nutzen konstruktionsbedingt den Auftrieb, den dieser beim Vorbeiströmen erzeugt. Dadurch wird der Energieertrag gesteigert und die einwirkende Last auf die Blätter deutlich reduziert. Der Rotor leistet durch die variable Drehzahl und Regelung des Anstellwinkels einen weiteren Beitrag in dieser Hinsicht, indem die Drehgeschwindigkeit und die Position der Blätter durch die zusätzliche Drehung entlang ihrer Längsachse dynamisch an die Windverhältnisse angepasst werden.

Um ein möglichst breites Spektrum der Anlagenzustände zu erfassen, wurden verschiedene Sensoren über mehrere Tage fest installiert. Deren Anordnung kann der Abbildung 2.2-5 entnommen werden. Für Messungen auf den drei Plattformen des ca. 76 m hohen Stahlrohrmastes kamen aufgrund der dynamischen Anregungen ausschließlich Servoneigungsmesser zum Einsatz, die nach dem Kompensationsprinzip arbeiten und eine gute Dämpfung aufweisen. Die eingebauten Neigungsmesser zeichneten die Neigung in einer Achsrichtung auf. Dadurch wurde lediglich eine azimutabhängige Komponente der Bewegung erfasst. Die höchste Aufzeichnungsrate von 6,1 Hz wurde von der LSOC-1 ermöglicht.

Die Bewegungen zu den unterschiedlichen Windlastsituationen und Funktionszuständen der WEA wurden bereits in einer Reihe von Arbeiten dargestellt und miteinander verglichen (HESSE et al., 2006; HESSE et al., 2005; HORST, 2005). Gemeinsam ist diesen Arbeiten der Einsatz der Standardverfahren der Zeitreihenanalyse bei der Datenauswertung. Damit konnten die Anregungsfrequenzen zwar konsequent aufgedeckt werden, eine anschließende Datenmodellierung durch ausgleichende Sinusschwingungen führte jedoch zu unbefriedigenden Ergebnissen. Die dominanten Frequenzen blieben weiterhin in den Residuenzeitreihen, teilweise sogar nur mit geringfügig reduzierten Amplituden, enthalten (vgl. die Abbildungen 2.2-6 und 2.2-7). Ein möglicher Grund dafür ist die Änderung dieser Amplituden, bedingt durch die wechselnden Windeinflüsse und Betriebsparameter der WEA. Statistisch betrachtet, weisen die Daten keine konstante Varianz auf und können somit nicht einem gemeinsamen Modell zugeführt werden. Die verbesserten Ergebnisse einer wiederholten Modellierung für kurze Datenabschnitte von ca. 2 min, in denen die Wind- und Betriebsparameter konstant blieben, bestätigen diese Annahme. Die manuelle Auswahl dieser Intervalle ist hinsichtlich der Automatisierung des Überwachungsprozesses nicht praxisrelevant. Verfeinerte Analyseverfahren sind notwendig, um eine adäquate Modellqualität zu erreichen.

Auf die Notwendigkeit der genauen Kenntnis der Amplituden in den Turmschwingungsspektren, abhängig von den Einfluss- und Betriebsparametern der Anlage, weisen auch CASELITZ und GIEBHARDT (2003) in Zusammenhang mit der Entwicklung von Fehlerfrüherkennungssystemen hin. Dort werden u.A. die ermittelten Amplituden und Phasenwerte der Rotorfrequenz benutzt, um durch die Massenunwuchten verursachte Rotorfehler aufzudecken. Es wird eine Langzeitbeobachtung der Amplituden und Phasenwerte empfohlen.

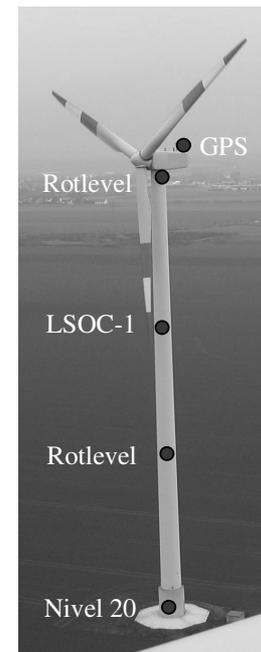


Abb. 2.2-5: Messstellen an der WEA

Im Rahmen dieser Arbeit wird für eine verfeinerte Modellierungsstrategie ein Datenabschnitt mit einer Länge von ca. 40 Minuten näher betrachtet. Die Werte wurden mit dem LSOC-1 Neigungsmesser aufgezeichnet. Während dieser Zeit blieb die Rotordrehzahl von 12 upm konstant. Der Anstellwinkel wurde einmalig am Anfang des Intervalls von  $4^\circ$  auf  $3^\circ$  geändert. Die Gondel führte zwei azimutale Drehungen von  $3^\circ$  bzw.  $-3^\circ$  durch und kehrte kurz nach der Hälfte des Beobachtungsintervalls in die Anfangslage zurück. Einzig die Windgeschwindigkeit variierte kontinuierlich und unregelmäßig bis zu 1 m/s. Abbildung 2.2-6 zeigt das auf der Grundlage dieser Daten berechnete Amplitudenspektrum.

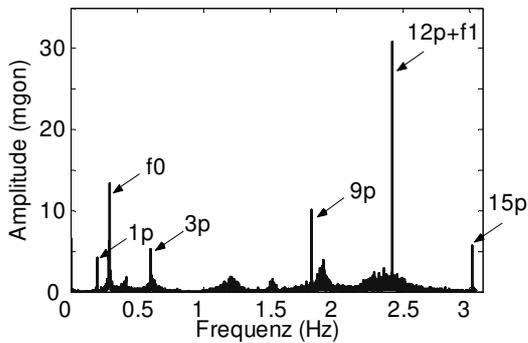


Abb. 2.2-6: Amplitudenspektrum des analysierten Datensatzes

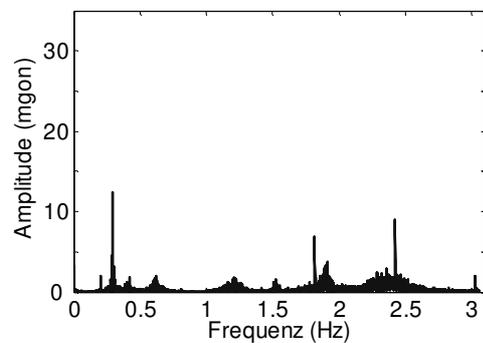


Abb. 2.2-7: Amplitudenspektrum der Residuen der Standardmodellierung

Für die Deutung der dominanten Frequenzen im Amplitudenspektrum ist es notwendig die konstruktiven Eigenschaften der WEA sowie die Ursachen der periodischen Anregung des Turmes näher zu durchleuchten. Die Biegeeigenfrequenzen des Turmes hängen hauptsächlich von seiner Steifigkeit und Einspannung ab. Sie wurden in der Planung der Anlage zu  $f_0 = 0,29$  Hz und  $f_1 = 2,40$  Hz festgelegt. Je näher die anregenden Frequenzen an der Eigenfrequenz liegen, desto höher ist die Beanspruchung der Bauteile. Aus diesem Grund ist beim Hochlaufen und Abbremsen der Anlage der Bereich der ersten Eigenfrequenzen zügig zu durchfahren.

Die Lastsituation, die zur periodischen Anregung des Turmes führt, wird meist am Rotor analysiert, da sie von da aus auf weitere Bauteile übertragen wird. Die Lasteinwirkungen lassen sich hinsichtlich ihrer zeitlichen und räumlichen Auswirkung auf den Rotor in vier Kategorien unterteilen, wobei zusätzlich nach Massen- und Luftkräften unterschieden wird (HAU, 2003):

- a) Dem gleichbleibenden mittleren Niveau der Windgeschwindigkeit wird eine stationäre Belastung durch die Luftkraft zugeschrieben. Diese idealisierte Anströmung wird eingeführt, um die Auswirkung der langsam variierenden Komponente der Windgeschwindigkeit zu analysieren. Die für diesen Fall am konstant drehenden Rotor entstehenden Fliehkräfte haben ebenfalls einen stationären Charakter. Der Einfluss dieser langfristigen Variation auf das Bauwerk wurde in HORST (2005) auf der Grundlage des gesamten Beobachtungsmaterials bereits untersucht und wird deshalb hier nicht weiter betrachtet.
- b) Zur Verbesserung des aerodynamischen Modells sind die räumlichen Unterschiede in der Anströmung des Rotors zu berücksichtigen. Diese entstehen durch Unsymmetrien der Anströmung, bedingt durch die Schräganströmung und die Zunahme der Windgeschwindigkeit mit der Höhe, und die Turmumströmung. Die Belastungen haben einen mit der Drehzahl periodischen Charakter und sind bei räumlich konstant bleibenden Windverhältnissen zeitlich stationär. Die Belastungsschwankungen aufgrund der unsymmetrischen Anströmung können Beträge bis zu 15 % des definierten mittleren Niveaus erreichen (HAU, 2003).

Luvseitig angeordnete Rotoren, die sich in einem ausreichenden Abstand vom Turm befinden, werden einer geringen Belastung durch die Turmumströmung ausgesetzt. Der hierdurch entstehende Turmvorstau kann sich infolge der Schwingungsanregung zu einem Gefahrenpotential für den Turm entwickeln, wenn die Rotordrehzahl längere Zeit in den Resonanzbereich des Turmes fällt.

- c) Das Eigengewicht der Rotorblätter verursacht ebenfalls umlaufperiodische Effekte. Sie wirken sich als Zug- und Druckkräfte in Blattlängsrichtung und als große Biegemomente um die zwei dazu senkrecht stehenden Achsen aus. Durch die Erzeugung von Wechsellasten ist das Eigengewicht insbesondere für Rotoren mit horizontaler Achse eine

der wichtigsten Ursachen für die Ermüdungsfestigkeit der Komponenten. Bei konstanten Drehzahlen des Rotors ist diese periodische Lastkomponente zeitlich stationär.

d) Die Windturbulenz überlagert die unter Punkt b) behandelten periodischen und stationären Belastungen durch die Luftkräfte. Sie liefern den wesentlichen Beitrag zur Materialermüdung der Komponenten, insbesondere der Rotorblätter. Die Windturbulenzen sind als momentane und zufällige Abweichungen von den mittleren Windgeschwindigkeiten definiert. Letztere werden meist aus der Filterung der höherfrequenten Windaufzeichnungen mit einem gleitenden Mittelwert der Länge 10 min ermittelt. Die Analyse der Turbulenz beruht auf das Leistungsdichtespektrum der Abweichungen von der mittleren Windgeschwindigkeit. Von überwiegender Bedeutung ist im Falle der WEA die senkrecht zur Rotorfläche einwirkende Komponente. Deren Beitrag zur dynamischen Belastung kann zur Verdopplung der Verformungen führen, die aufgrund umlaufperiodischer Lasten entstehen (HAU, 2003).

Die beschriebenen Lasteinwirkungen b) und c) regen den Turm periodisch mit der Rotorfrequenz ( $1p$ ) und mit der dreifachen Rotorfrequenz, der Blattdurchgangsfrequenz ( $3p$ ), an. Bedingt durch den Drehzahlbereich der Anlage, der zwischen 11 upm und 20 upm liegt, haben die erwarteten Effekte Grundfrequenzen von 0,2 Hz bis 1 Hz. Für gewöhnlich sind auch Harmonische der Blattdurchgangsfrequenz ( $3p$ ) zu verzeichnen (s. Abbildung 2.2-6), die den genannten Frequenzbereich erheblich erweitern.

Die facettenreiche Lasteinwirkung des Windes auf turmartige Bauwerke verdeutlicht über das in der Abbildung 2.2-7 dargestellte Ergebnis hinaus, dass im Bereich der ingenieurgeodätischen Überwachungsaufgaben durchaus Signalformen mit inhomogener Varianzverteilung entstehen. Diese bedürfen einer verfeinerten Modellierungsstrategie, in der die auftretenden Änderungen der Varianz identifiziert und geeignet in der Modellbildung berücksichtigt werden. Nur auf diese Weise ist im konkreten Fall der WEA die Auswirkung der dargestellten Zustandsänderungen auf die Amplituden der dominanten Frequenzen zu untersuchen und zu quantifizieren. Ein hierfür notwendiges Instrumentarium wird im 6. Kapitel mit dem Varianzhomogenitätstest vorgestellt.

#### 2.2.4 Langsame Niveauänderungen



Abb. 2.2-8: Rethelhubbrücke

Die Überwachung von Brückenbauwerken ist Gegenstand zahlreicher ingenieurgeodätischer Projekt- und Forschungsvorhaben. Die gewonnenen Erkenntnisse und die entwickelten Lösungen der Systemidentifikation dieser Bauwerke lassen sich dennoch nur teilweise auf die hier betrachtete Rethelhubbrücke (Abbildung 2.2-8) übertragen. Diese besticht nicht durch große Dimensionen, sondern weist als Charakteristikum die Konzeption als bewegliche Brücke auf. Dadurch sichert sie den überquerenden Landverkehr sowie auch den durchquerenden Schiffsverkehr im Hamburger Hafen. Auf dem Landweg ist sie sowohl für den Schienen- als auch den Straßenverkehr ausgelegt, wobei eine gleichzeitige Nutzung der beiden Verkehrswege nicht möglich ist. Mit Hinblick auf das fortgeschrittene Alter des Bauwerkes (Baujahr 1934) und die aufgetretenen Verschleißerscheinungen stellt die Reaktionsbeschreibung auf die

starke Verkehrsbelastung ein wichtiges Kennmaß für die Zustands- und Funktionsbewertung des Bauwerkes dar.

Aufgrund der geringen Spannweite sowie der notwendigen Mobilität wird der Überbau lediglich an seinen Enden gestützt. Dadurch biegt sich dieser bei Verkehr unabhängig von der Position der Last stets in die gleiche Richtung durch. In den registrierten Zeitreihen äußert sich der Verkehrseinfluss durch die Abnahme des Mittelwertes gegenüber den Abschnitten, die den unbelasteten Zustand des Bauwerkes charakterisieren. Die Entstehung der Mittelwertänderungen ist wie im Falle der Schleuse Uelzen I verkehrabhängig und damit unregelmäßig. Dennoch unterscheiden sich die Merkmale der beiden Signale, indem der Betrag der Lasteinwirkung auf die Rethelhubbrücke an die Eigenschaften des jeweiligen Verkehrsmittels gekoppelt ist. Die Auslenkungen aus der Gleichgewichtslage fallen dadurch unterschiedlich stark aus. Zusätzlich kann es durch das zeitlich versetzte Befahren der Brücke zur Überlagerung von Effekten kommen, wodurch in den Abschnitten mit verändertem Mittelwert unterschiedliche Verläufe entstehen.

Durch den mobilen Überbau ist eine Unstetigkeit des Fahrbahnverlaufs im Bereich der Straßenanschlüsse unvermeidlich. Diese hat zur Folge, dass beim Befahren der Brücke die Fahrzeuge stoßartig auf den Überbau einwirken und

zusätzlich zur Auslenkung auch eine periodische Bewegung induzieren. Die Periode dieser Komponenten ist geringer als die Dauer der Brückenüberquerung. In den registrierten Zeitreihen werden somit die Niveauänderungen durch periodische Anteile überlagert, deren Variabilität die Änderungsrate des Mittelwertes übersteigt.

Bedingt durch die Ursache ihrer Entstehung treten die periodischen Komponenten nur zeitlich begrenzt auf, so dass die Zeitreihen zudem auch inhomogene Varianzen besitzen. Sie wurden deshalb in den praktischen Untersuchungen der vorliegenden Arbeit als repräsentatives Beispiel für Signalformen gewählt, die Änderungen beider statistischer Parameter enthalten, wobei die Niveauänderung langsamer verläuft als die periodische Variation. Diese Eigenschaften sowie auch die strukturellen Unterschiede verdeutlichen die Notwendigkeit einer getrennten Betrachtung von den Signalstrukturen aus dem Kapitel 2.2.2 und motivieren die Einführung adäquater Methoden für die Identifikation der verschiedenen variablen Komponenten.

Die Reaktion des Hubteils auf die Verkehrsbelastung wurde mit dem LSOC-1 Neigungssensor gemessen. Durch die hohe Messrate von 50 Hz liegen die entstehenden Durchbiegungen mit einer guten zeitlichen Auflösung vor. In Abbildung 2.2-9 wird ein Ausschnitt der aufgezeichneten und gefilterten Durchbiegungen vorgestellt. Die den Verkehrsdurchfahrten entsprechenden Abschnitte sind darin gut erkennbar, indem sie durch veränderte Mittelwerte und Varianzen gekennzeichnet sind. Eine unmittelbare Anwendung der Standardverfahren der Zeitreihenanalyse gestattet nicht die gezielte Untersuchung der induzierten Deformationen oder der wesentlichen Frequenzinhalte dieser Abschnitte. Auch die Beurteilung, ob es sich dabei um elastische oder plastische Verformungen handelt, ist nicht möglich. Das im 7. Kapitel vorgestellte Verfahren eignet sich für eine automatische Detektion der mittelwert- und varianzhomogenen Datensegmente und schafft dadurch die Grundlage für die praxiserprobte Lösung dieser angesprochenen Aufgaben.

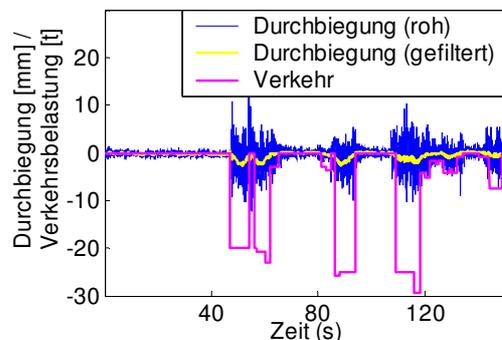


Abb. 2.2-9: Durchbiegung des Hubteils unter Verkehrsbelastung

Neben der Verkehrsbelastung wirken auf die Rethhubrücke auch die Einflussgrößen Tide und Temperatur ein. Im Vergleich zum erstgenannten Lastfall variieren diese Faktoren langsamer und haben einen ausgeprägten periodischen Charakter. Zudem findet die Beanspruchung des Bauwerkes kontinuierlich statt. Aufgrund dieser unterschiedlichen Eigenschaften wurde das Deformationsverhalten der Brücke unter den zwei genannten Einflüssen in einer getrennten Messkampagne erfasst und analysiert (WEGNER et al., 2006). Die Überwachungsaktivität konzentrierte sich auf die Reaktion der zwei ca. 62 m hohen Türme, da sie in diesem Zusammenhang die größte Relevanz für die Funktionstüchtigkeit des Bauwerks hat.

In den aufgezeichneten Zeitreihen der Turmneigungen überlagert die Einwirkung durch die Hubvorgänge das periodische Signal der Temperatur und der Tide. Abbildung 2.2-10 verdeutlicht die hierdurch entstehenden impulsförmigen Änderungen. Obwohl es sich um ein Deformationssignal handelt, wirken dessen Anteile bei einer Darstellung im Komponentenmodell als Ausreißer bzw. als Störeffekte. Für die Auswertung der Zeitreihen mit den Standardverfahren

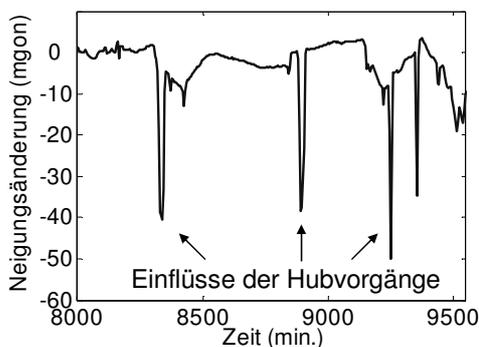


Abb. 2.2-10: Einfluss der Hubvorgänge auf die Neigung der Türme

der Zeitreihenanalyse wurden in WEGNER et al. (2006) die 70 Ausschläge durch die Hubvorgänge manuell identifiziert und getrennt modelliert. Diese Vorgehensweise ist bei einer längerfristigen Überwachung des Bauwerkes unwirtschaftlich und damit nicht anwendbar.

Die Temperatur und die Tide sind typische Faktoren im ingenieurgeodätischen Monitoring. Deshalb werden die Zeitreihen der resultierenden Deformationen in Form von Turmneigungen in der vorliegenden Arbeit stellvertretend für die klassischen Signalformen der ingenieurgeodätischen Überwachung betrachtet. Auf ihrer Grundlage wird im 4. Kapitel gezeigt, dass die neu eingeführten Auswerteverfahren den Einfluss durch die Hubvorgänge weitestgehend beseitigen, wodurch mindestens vergleichbare Ergebnisse wie mit herkömmlichen Ansätzen erreicht werden.

### 3 Stationäre und instationäre Deformationsvorgänge

Im vorangegangenen Kapitel wurden Signalformen eingeführt, die für den weiteren Verlauf der Arbeit relevant sind. Deren Einbindung in die Modellierung einer einzelnen Zeitreihe stand im Vordergrund. Die Zielsetzung der Modellierung blieb dabei allgemein. Nunmehr wird sie im vorliegenden Kapitel in den Kontext der ingenieurgeodätischen Deformationsanalyse gebracht, indem die funktionale Erfassung der betrachteten Signalformen im Zuge der Modellierung von Deformationsprozessen ausgearbeitet wird. Eine zusätzliche Herausforderung zur bisherigen mathematischen Darstellung der einzelnen Verläufe ist der Aufbau von Modellstrukturen, auf deren Grundlage die kausalen Zusammenhänge zwischen identischen Signalformen aus unterschiedlichen Zeitreihen beschrieben werden. Diese Beziehungen sind für das Verständnis der physikalischen Hintergründe von Deformationsprozessen bedeutsam. Die Modellstrukturen sind den Merkmalen der jeweiligen Signalform anzupassen.

Ausgangspunkt der Ausführungen dieses Kapitels ist die Beschreibung der Deformationsmodelle, in denen das Verhalten der untersuchten Überwachungsobjekte abgebildet wird (Kapitel 3.1). Es wird deutlich, dass die Untersuchung der angesprochenen Signale nur in Zusammenhang mit Modellen sinnvoll ist, die den Zeitfaktor integrieren. Dazu gehören das kinematische und das dynamische Modell. Als umfassendste Beschreibung eines Deformationsprozesses nimmt das dynamische Modell in der vorliegenden Arbeit einen besonderen Stellenwert ein. Im Rahmen dieser Strategie wird die nichtparametrische Systemidentifikation aufgrund ihres breiten Anwendungsbereiches und des allgemeinen Charakters bevorzugt. Aus der Vorstellung der unterschiedlichen Parametrisierungen dieses Modells geht hervor, dass allen die Voraussetzung homogener statistischer Eigenschaften der analysierten Daten gemeinsam ist. Dadurch werden die in Kapitel 2.2 eingeführten besonderen Signalformen, ebenso wie im klassischen Komponentenmodell einer einzelnen Zeitreihe, in diesen Modellstrukturen gegenwärtig nicht erfasst. Ihre Auswirkung auf die Modellresiduen führt zur Verletzung mindestens einer der in Kapitel 2.1 formulierten Forderungen. In diesem Kapitel werden methodische Voraussetzungen für die Erweiterung der nichtparametrischen Systemidentifikation durch die Einbeziehung der besonderen Signalformen geschaffen.

Ein erster Schritt besteht in der Auswahl des linearen reduzierten Modellierungsansatzes als Grundlage für den angestrebten Ausbau. Diese Entscheidung ist motiviert durch die physikalische Interpretierbarkeit seiner Koeffizienten sowie durch die eindeutige Festlegung des funktionalen Modells.

Die Reaktionen eines Überwachungsobjektes auf typische Anregungsgrößen, deren zeitlicher Verlauf die Merkmale der klassischen sowie der besonderen Signalformen aufweist, werden auf der Basis eines dynamischen Analogiemodells 2. Ordnung hergeleitet (Kapitel 3.2). Das analysierte Objekt hat eine repräsentative physikalische Struktur, die in der mathematischen Beschreibung des synthetischen Deformationsprozesses als bekannt vorausgesetzt wird. Die aufgestellten Beziehungen zwischen den Signalen der Anregungs- und Reaktionsgrößen liegen sämtlichen Quantifizierungen der Objekteigenschaften zugrunde, die in der vorliegenden Arbeit vorgenommen werden. Sie stellen die Basis der ingenieurgeodätischen Interpretation der angesetzten Modellstrukturen dar. Die Relationen, anhand derer Zusammenhänge zwischen Gleichgewichtszuständen der besonderen Erscheinungen aus den Zeitreihen der Anregungs- und Reaktionsgrößen hergestellt werden, sind der Schlüssel für die Integration der besonderen Signalformen in das lineare reduzierte Deformationsmodell und somit für die angestrebte Modellerweiterung.

Die Integration der Signalformen in ein gemeinsames Modell erfordert über die einzelne mathematische Erfassung auch einen geeigneten Umgang mit den Beziehungen, die infolge der Überlagerung in den registrierten Zeitreihen zwischen diesen entstehen. Dafür ist es notwendig die Eigenschaften der einzelnen Signale unter dem Aspekt der Stationarität und Instationarität zu analysieren (Kapitel 3.3). Diese sichert die Zusammenführung der stationären und instationären Anteile zu einem gemeinsamen Modell, indem die Reihenfolge der sequentiellen Verarbeitung der einzelnen Anteile festgelegt wird. Zusätzlich wird daraus die Notwendigkeit einer lokalen Betrachtung instationärer Prozesse, die in der vorliegenden Arbeit durch die besonderen Signalformen repräsentiert werden, deutlich. Dieses Erfordernis ist mit den gegenwärtigen Modellierungsstrategien der nichtparametrischen Systemidentifikation nicht vereinbar. Stationäre Charakteristiken sind hingegen in einer globalen Herangehensweise handhabbar und damit durch die herkömmlichen Analyseverfahren abgedeckt.

Die Erkenntnisse der vorangegangenen Untersuchungen begründen die Erweiterung des linearen reduzierten Modells um die instationären Komponenten. Sie verdeutlichen, dass deren Behandlung mit den stationären Anteilen in einem gemeinsamen Modell den Einsatz einer Analyseverfahren mit dualen Lokalisierungseigenschaften im Zeit- und Fre-

quenzbereich erfordert. Neben der modelltheoretischen Argumentation wird die Modellerweiterung auch anhand konkreter Aspekte der ingenieurgeodätischen Praxis motiviert (Kapitel 3.4).

### 3.1 Analyse geodätischer Überwachungsmessungen

#### 3.1.1 Deformationsmodelle

Seit Anfang der 80er Jahre wurde die deskriptive Rolle der Deformationsanalyse geodätischer Überwachungsmessungen stetig um die Aufstellung orts- und zeitbezogener Zusammenhänge mit den einwirkenden Faktoren erweitert. Deformationsvorgänge werden in einem prozessorientierten Ansatz begriffen und unter Verwendung systemtheoretischer Werkzeuge analysiert. Die allgemeine Zielsetzung der Bestimmung rein geometrischer Veränderungen wird um die Ermittlung der Objekteigenschaften aus der nachfolgenden Prozesskette ausgeweitet:

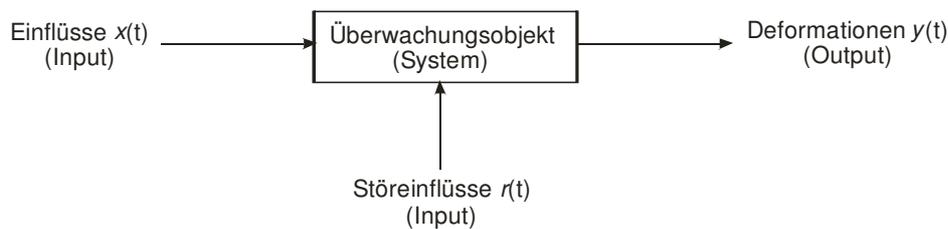


Abb. 3.1-1: Modellvorstellung eines Deformationsprozesses (aus: PELZER, 1978)

Unter einem System versteht man in der Systemtheorie ein Gebilde, das die Fähigkeit der Signalumwandlung besitzt (UNBEHAUEN, 1993). Interpretiert man diese Definition in Anlehnung an die Abbildung 3.1-1, so besteht die Rolle eines Deformationsmodells darin, die Umwandlung einwirkender Lasten (Eingangssignal) in Deformationen (Ausgangssignal) anhand der Eigenschaften des Überwachungsobjekts (System) zu beschreiben. Für letzteres führt HEUNECKE (1995) in Zusammenhang mit einer derartigen Prozessstruktur die Bezeichnung „geodätisches System“ ein.

Anlass für die Modellbildung können unterschiedliche Fragestellungen sein:

- Welche Eigenschaften hat das System? (Systemanalyse)
- Wie reagiert das Objekt auf bestimmte Einflüsse? (Systemcharakterisierung)
- Welches ist das geeignete Modell für das reelle System? (Systemidentifikation)

Das dynamische Modell eines Deformationsprozesses berücksichtigt die Trägheit des Systems, so dass die aufgenommene Energie zeitverzögert in Form von Deformationssignalen freigesetzt wird. Dieses ist die umfassendste Beschreibung des Prozesses aus der Abbildung 3.1-1. Die Objektreaktion wird als Funktion der Zeit und der einwirkenden Lasten modelliert (WELSCH und HEUNECKE, 2001). Die Übertragungseigenschaften des Systems werden durch ein mathematisches Filter ausgedrückt, dessen Koeffizienten anhand der Messung von Ein- und Ausgangsgrößen bestimmt werden.

Zur Aufstellung des dynamischen Modells kann die theoretische oder die experimentelle Systemanalyse verwendet werden (ISERMANN, 1992). In der theoretischen Analyse wird die kausale Beziehung zwischen Ein- und Ausgangssignalen auf der Grundlage physikalischer Gesetzmäßigkeiten in Form von Differentialgleichungen beschrieben. Die resultierenden Gleichungssysteme sind meist schon für einfache Strukturen sehr komplex. Hängen die Systemkoeffizienten lediglich von der Zeit ab, spricht man von Systemen mit konzentrierten Parametern. Muss zusätzlich, wie u.a. bei geodätischen Systemen, wegen der Materialheterogenität oder dem unterschiedlichen Auftreffen der Lasteinwirkung auf die Objektfläche, auch eine Ortsabhängigkeit berücksichtigt werden, so handelt es sich um Systeme mit verteilten Parametern. In diesem Fall enthalten die Systemgleichungen partielle Differentiale und eine Lösung wird meistens durch Anwendung numerischer Verfahren, wie etwa die Methode der finiten Elemente herbeigeführt (HEUNECKE, 1995).

Das entstehende Modell hat eine objektspezifische Struktur und beruht auf Parametern, die physikalisch interpretierbar sind. Es wird deshalb als Strukturmodell oder parametrisches Modell bezeichnet. Kennzeichnend ist die physika-

lich begründete Beschreibung der Realität. Demgegenüber stehen als Nachteile die Komplexität der zu lösenden mathematischen Beziehungen, die unzureichende Kenntnis der Systemparameter und die beschränkte Möglichkeit der Übertragung auf weitere Systeme. Ein direkter Nutzen eines derartigen Modells ist für Aufgaben der Systemcharakterisierung und der Systemanalyse zu sehen.

In der experimentellen Analyse wird das System auf der Basis von gemessenen Ein- und Ausgangsgrößen charakterisiert. Sie ist deshalb für Aufgaben der Systemidentifikation von Bedeutung. Die mathematischen Gleichungen können auf der Grundlage der Zustandsbeschreibung in der theoretischen Analyse oder als allgemeingültige Korrelations- und Regressionsansätze formuliert werden. In Abhängigkeit davon spricht man von einer parametrischen oder nicht-parametrischen Systemidentifikation. Die Koeffizienten des parametrischen Modells entsprechen den mechanischen Eigenschaften des Systems und sind wie auch im Falle der theoretischen Analyse physikalisch interpretierbar. Daher ist das parametrische Modell als Identifikationsmethode vorzuziehen, birgt jedoch ebenfalls die bereits erwähnten Nachteile. Im parametrischen Modell werden auf derselben mathematisch-physikalischen Grundlage Systeminformationen von Seiten der Theorie und der Empirie bereitgestellt. Es liegt daher nahe, die beiden Analysemethoden miteinander zu vergleichen und darüber hinaus zu kombinieren, um Rückkopplungen zum Modellaufbau abzuleiten.

Im Verlauf der Jahre wurden in der Forschung verschiedene Wege zur Einbeziehung der theoretischen Analyse in die Lösung ingenieurgeodätischer Fragestellungen aufgezeigt. Eine direkte Vorgehensweise ist der Vergleich mit den Ergebnissen der Deformationsmessungen, wie er etwa in HOLLMANN et al. (1994) am Beispiel eines Brückenbauwerkes realisiert wurde. BOLJEN (1983 und 1985) bearbeitet die physikalisch-mechanischen Grundlagen eines Deformationsmodells und realisiert die Integration mit der geodätischen Information, indem er eine Erweiterung des Unbekanntenvektors um physikalische Koordinaten vornimmt. Die Lösung erfolgt für diskrete Beobachtungsepochen im GAUSS-HELMERT Modell. Die Kombination der auf theoretischem und experimentellem Wege gewonnenen Informationen nimmt auch in der Arbeit von HEUNECKE (1995) einen zentralen Stellenwert ein und wird dort im Ansatz der adaptiven KALMAN-Filterung gelöst. Unsichere mechanische Parameter werden in die physikalische Partition des Zustandvektors aufgenommen und im Zuge der Filterung mitgeschätzt. Auf diese Weise kann das Strukturmodell kalibriert werden. Dieser Lösungsansatz wird von EICHHORN (2005) u.a. für die Entwicklung eines Deformationsmodells praktisch umgesetzt, das die Auswirkung der einseitigen, dynamischen Temperaturbelastung einer Aluminiumsäule beschreibt.

Aufgrund der bereits angesprochenen Schwierigkeiten bei der Aufstellung der Kräfte-Verschiebung Relationen sind parametrische Modellbildungen trotz ihres höheren Stellenwertes eher selten in der Ingenieurgeodäsie zu verzeichnen. In einer Vielzahl von Aufgaben wird bevorzugt der Weg der nichtparametrischen Identifikation eingeschlagen. Darin werden die Zusammenhänge zwischen den gemessenen Ein- und Ausgangssignalen ohne Berücksichtigung der internen Systemstruktur auf rein mathematischer Basis formuliert. Meistens werden dafür Polynome verwendet. Die Modellbildung wird dadurch weniger aufwändig und der Ansatz ist auf unterschiedliche Überwachungsobjekte leicht übertragbar. Dennoch geht der eigentlichen Beobachtung der Ein- und Ausgangsgrößen eine konzeptionelle Phase voran, in der mögliche Einflüsse auf das Objekt identifiziert und ihre Bedeutung für die jeweilige Aufgabenstellung beurteilt werden. Somit ist, wenn auch implizit durch die beobachteten Größen, in der Mehrheit der nichtparametrischen Modelle eine theoretische Analyse des Objektes integriert. Infolge dieser Analyse ist der Zweck der Modellbildung bekannt und die Datenerfassung kann entsprechend zeitlich ausgelegt werden. Die als nachteilig empfundene Eigenschaft der beschränkten Aussagekraft dieser Modelle wird vom praktischen Gesichtspunkt aus relativiert.

Die Schätzung der Modellkoeffizienten erfolgt mit Standardverfahren der Ausgleichsrechnung und der Zeitreihenanalyse. Die Modellanpassung ist somit in Bezug auf eine vorab zu wählende Zielfunktion optimal. In die Schätzung wird das gesamte verfügbare Datenmaterial einbezogen. Im Falle zeitkritischer Anwendungen muss deswegen die Rechenzeit gegenüber der geforderten Reaktionszeit a priori abgewogen werden. In neuester Zeit wurden zur nichtparametrischen Modellbildung moderne Verfahren basierend auf künstlichen neuronalen Netzen und Fuzzy-Techniken herangezogen (HEINE, 1999; MIIMA, 2002; BOEHM und KUTTERER, 2006). Das aufgestellte Modell reproduziert unter Umständen das zeitliche Verhalten des Systems sehr gut, liefert jedoch keinerlei Information über dessen mechanische Eigenschaften. Man spricht deswegen auch von einem Verhaltensmodell. Dieses ist jedoch für viele Aufgaben ausreichend. Die nichtparametrische Systembeschreibung nimmt in der vorliegenden Arbeit einen zentralen Stellenwert ein und soll durch die untersuchten Aspekte verfeinert werden. Um den Überblickscharakter dieses Kapitels beizubehalten, wird sie erneut in einem gesonderten Abschnitt auch unter Angabe formelmäßiger Beziehungen behandelt.

Aus der dynamischen Systembetrachtung lassen sich als Sonderfälle eine Reihe weiterer Modellierungsstrategien ableiten. Bei der statischen Modellbildung werden lediglich Beziehungen zwischen einwirkenden Kräften und resultierenden Deformationen ohne Berücksichtigung der Zeit betrachtet. Die praktische Systembeobachtung erfolgt nur nach Ausklingen des Einflusses und Einstellung einer neuen Gleichgewichtslage. Es ist daher auf einen ausreichenden Abstand zwischen den Messepochen zu achten. Aus modelltechnischer Sicht wird der Übergang verzögerungsfrei vollzogen.

Für die statische Modellierung ist die explizite Aufstellung der Kräfte-Verschiebung Beziehung entscheidend. Es handelt sich demnach um eine parametrische Systemidentifikation, für die sich der bereits oben angesprochene Ansatz zur Integration der theoretischen und experimentellen Analyse im adaptiven KALMAN-Filter auszeichnet. Dieser wurde in den Arbeiten von GÜLAL (1997) für die Verformungsbeschreibung einer Talsperre, von HEUNECKE (1996) zur Analyse des Biegeverhaltens eines Brückenpylons unter Temperatureinwirkung und von HESSE et al. (2000) zur Untersuchung eines doppeltgekrümmten Schalentragwerkes unter Auflasteffekten erfolgreich umgesetzt. Alternativ dazu behandelt TESKEY (1988) im Falle von Erddämmen die Zusammenführung der mechanischen und messtechnischen Information in eine gemeinsame Ausgleichung, in der Verschiebungen, Elastizitätsmodule und nichtlineare Materialparameter als Parameter fungieren. In zahlreichen Arbeiten, wie z.B. bei SZOSTAK-CHRZANOWSKI et al. (2003) für Deformationsuntersuchungen in Senkungsgebieten, werden die auf der Grundlage von mechanischen Modellen und die aus den epochalen Messungen resultierenden Verschiebungen gegenübergestellt und analysiert.

Sind die Einflussgrößen nur unzureichend bekannt oder im Rahmen der Aufgabenstellung messtechnisch nicht erfassbar, so muss die Analyse auf den Systemausgang beschränkt werden. Eine Systemidentifikation wird dadurch nicht mehr möglich. Es resultiert das sogenannte kinematische Modell, in dem nur die zeitlichen Abläufe der Deformationsvorgänge beschrieben werden. Aufgrund seines beschreibenden Charakters gliedert sich das kinematische Modell zusammen mit dem nachfolgend besprochenen Kongruenzmodell in die Klasse deskriptiver Modelle ein (HEUNECKE, 1995). Eine große Bedeutung erhielt die kinematische Modellbildung durch die sequentielle Verarbeitung mehrfach beobachteter Netze sowie den zunehmenden Automatisierungsgrad der geodätischen Messtechnik, der es ermöglicht die Position bewegter Objekte kontinuierlich zu bestimmen. Der Bewegungsablauf einzelner Objektpunkte - die Kinematik - wird anhand spezifischer Größen wie Geschwindigkeit, Beschleunigung oder Periode beschrieben. Meistens werden ihre mittleren Werte durch eine Regressionsanalyse geschätzt. Alternativ dazu, können stets aktuelle Werte der Parameter durch eine Formulierung der Aufgabe im kinematischen KALMAN-Filteransatz hergeleitet werden.

Die kinematische Modellbildung wurde für unterschiedliche Aufgabenstellungen angewandt. Stellvertretend für den Bereich der kinematischen Netzbetrachtung sei die Tätigkeit des Arbeitskreises „Rezente Krustenbewegungen“ im Zusammenhang mit dem Testnetz Pfungstadt erwähnt (MÄLZER, 1987). Eine Zielsetzung der Gruppe war es, die unterschiedlichen kinematischen Modelle für die Beschreibung rezenter Krustenbewegungen zu untersuchen. Darunter wurden sowohl Modelle für Einzelpunktbewegungen (LEONHARD und NIEMEIER, 1986; ZIPPELT, 1986) als auch Flächenmodelle im polynomialen und Kollokationsansatz (KERSTING und WELSCH, 1986) betrachtet. Ein gemeinsames Ziel aller Modellansätze war die Formulierung geeigneter Hypothesentests zur Überprüfung der gewählten Modellordnung. Diese sollten die Einbeziehung von Geschwindigkeiten, Beschleunigungen und Beschleunigungsänderungen in das kinematische Modell begründen. Die kinematische Netzbetrachtung bleibt weiterhin ein aktuelles Thema der geodätischen Modellbildung, wie es neue Projekte belegen. So wurden z.B. von LIPPITSCH und LASSEUR (2006) die Punktbewegungen im Stütznetz des Teilchenbeschleunigers am CERN im kinematischen Ansatz des KALMAN-Filters untersucht.

Permanent registrierte Deformationen können mit Verfahren der Zeitreihenanalyse modelliert werden. Damit lassen sich periodische Komponenten durch die Transformation in den Frequenzraum identifizieren, Signaleigenschaften herausstellen oder unterdrücken oder das Signal durch verschiedenste Techniken (z.B. auf der Basis von Polynomen oder Splines) approximieren.

Bei dem von PELZER (1971) entwickelten und als Basismodell der Deformationsanalyse etablierten Kongruenzmodell werden Zeit und Ursachenfaktor nicht berücksichtigt. Seine Bedeutung erlangte dieses Modell in Zusammenhang mit geodätischen Punktfeldern. Zunächst wurde die Kongruenz zweier Konfigurationen untersucht. Der Globaltest wird auf der Grundlage einer implizit oder explizit formulierten Nullhypothese hergeleitet. Im Falle einer Verwerfung der Nullhypothese werden die verschobenen Punkte in einem getrennten Schritt lokalisiert. Die Erweiterung des Modells hin zum Mehrepochevergleich durch NIEMEIER (1979) impliziert zusätzlich eine Lokalisierung im Zeitbe-

reich. Der Übergang zur kinematischen Modellierung gestaltete sich dadurch fließend. Die Aufstellung gezielter Hypothesen, in denen die statistische Identität der Schätzung in einer Epoche mit der aus den anderen Epochen ermittelten mittleren Punktlage bzw. die Verträglichkeit einer im Gesamtmodell hinzugefügten Epoche mit den bislang als kongruent nachgewiesenen Epochen formuliert wird, ermöglicht es, zwischen impuls- und sprunghaften Änderungen zu unterscheiden (vgl. NIEMEIER, 1979, S. 74 ff.). Es handelt sich dabei offensichtlich um charakteristische Deformationsabläufe, die in der vorliegenden Arbeit im Kontext kontinuierlich registrierter Messungen untersucht werden.

Rezente Forschungsaktivitäten auf dem Gebiet der geometrischen Analyse von Netzdeformationen befassen sich mit der Entwicklung verbesserter Methoden zur Lokalisierung verschobener Punkte. NEITZEL (2004) schlägt anstelle des rekursiven Testverfahrens einen kombinatorischen Ansatz vor. Dabei wird durch die Anwendung topologischer Beziehungen die maximale kongruente Punktuntergruppe aus der Gesamtheit identifiziert. Die Leistungsfähigkeit dieses Lokalisierungsverfahrens wird im Falle einer großen Anzahl verschobener Punkte im Netz besonders deutlich.

In dieser Arbeit liegt das Hauptaugenmerk auf der dynamischen Modellierung und Analyse von Deformationsprozessen. Für weiterführende Darstellungen zu den einzelnen Modellansätzen sowie zu deren terminologischen Beziehungen zur Mechanik und Systemtheorie wird an dieser Stelle auf die einschlägige Literatur verwiesen (PFEUFER, 1993), (HEUNECKE, 1995), (WELSCH und HEUNECKE, 1999).

### 3.1.2 Eigenschaften geodätischer Systeme

Hinsichtlich der nichtparametrischen Identifikation sind einige Eigenschaften der Systeme von Bedeutung, die nachfolgend kurz vorgestellt werden.

a) Stabilität: Ein System gilt als stabil, wenn seine Reaktion auf einen begrenzten Einfluss ebenfalls begrenzt ist. Im Allgemeinen können Bauwerke, die unter alltäglichen Betriebsbedingungen überwacht werden, als stabile Systeme betrachtet werden. Hinterlässt der Einfluss einen bleibenden Schaden, so kann dieser nachhaltig das Verhalten des Objektes beeinflussen und vor dessen Zerstörung den Übergang in ein labiles System einleiten. Anders präsentiert sich die Situation für natürliche Objekte wie etwa Rutschhänge, Vulkane oder tektonische Platten, bei denen selbst einige bzw. einmalige Impulse die Einstellung neuer Gleichgewichtslagen verursachen können (HEINE, 1999).

b) Kausalität: Ein System heißt genau dann kausal, wenn der Ausgang stets von den vergangenen und den aktuellen Eingangswerten abhängt. Alle analysierten Überwachungsobjekte sind wegen der natürlichen Abfolge der Ereignisse kausal, so dass die modelltheoretischen Ansätze ihrer Beschreibung gemäß dem Kausalitätsprinzip zu formulieren sind.

c) Linearität, Superpositionsprinzip: Ist für eine Linearkombination der Eingangssignale die Systemreaktion als entsprechende Linearkombination der Ausgangssignale darstellbar, so spricht man von einem linearen System (UNBEHAUEN, 1993). Aus der Linearitätsbeziehung folgen unmittelbar zwei weitere Eigenschaften:

- Additivität: die Summierung der Eingänge ergibt ebenfalls eine Summierung der Ausgänge.
- Homogenität: die Verstärkung einer Eingangsgröße um einen beliebigen Faktor  $k$  bewirkt eine Verstärkung der entsprechenden Ausgangsgröße um denselben Faktor.

Die Linearitätseigenschaft stellt im strengen Sinne für viele reelle Systeme eine Idealisierung dar, genügt jedoch für die Umschreibung eines wesentlichen Teils des Prozessablaufes. Bei vielen Überwachungsaufgaben wird die strenge Linearitätsbedingung durch den physikalisch bedingten Nullpunktversatz zwischen den Signalen verletzt (HEINE, 1999). Diesem Aspekt wird in der Modellbildung durch die Einführung eines zusätzlichen Terms zur Kennzeichnung des Niveauunterschiedes oder die Berücksichtigung von Last- bzw. Reaktionsänderungen Rechnung getragen. Derartige Systeme nennt man inkrementell lineare Systeme. Alle weiteren Betrachtungen dieser Arbeit gehen von dieser Eigenschaft der Systeme aus.

d) Ein- und Mehrgrößensysteme: Durch diese Eigenschaft wird die Anzahl der Ein- und Ausgänge im System beschrieben. Die einfachste Systembeschreibung erfolgt bei nur einer Einwirkungsgröße und einem verfügbaren Ausgangssignal im Single-Input-Single-Output (SISO) Modell. In den meisten Überwachungsaufgaben werden Messungen entlang verschiedener Achsen durchgeführt und die Messstellen über das Objekt verteilt, so dass SISO-Modelle eher eine Ausnahme darstellen. Wird auf der Eingangsseite nur eine Einflussgröße berücksichtigt, so handelt es sich dabei um ein Single-Input-Multi-Output (SIMO) Modell. Erwartungsgemäß ergibt sich das allgemeine, als Multi-Input-Multi-Output (MIMO) bezeichnete Modell, wenn auf der Eingangsseite  $n$  Signale und auf der Ausgangsseite  $m$

Signale beobachtet werden. Die aufgrund der einwirkenden Kräfte entstehende Deformation an einer bestimmten Stelle wird unter Anwendung des Superpositionsprinzips als Linearkombination der Systemeingänge dargestellt. Durch die Zusammenfassung aller Beziehungen zwischen Aus- und Eingängen und den Übergang zur Matrixschreibweise resultiert die formale Analogie zum SISO-Modell.

e) Zeitinvarianz: Ein System wird als zeitinvariant bezeichnet, wenn die Beziehung zwischen Ein- und Ausgang translationsinvariant gegenüber der Zeit ist (UNBEHAUEN, 1993). Das Ziel jeder Überwachungsaufgabe ist es, die zeitliche Änderung der Objekteigenschaften zu überprüfen. Derartige Änderungen, die z.B. aufgrund von Ermüdungserscheinungen oder außergewöhnlichen Ereignissen eintreten, können zu unterschiedlichen Reaktionen bei gleicher Last führen. Deshalb sollten die analysierten Objekte grundsätzlich nicht als zeitinvariante Systeme betrachtet werden. Weitere Gründe für die zeitliche Abhängigkeit der berechneten Systemparameter sind in der stochastischen Unsicherheit, die den Messungen anhaftet, oder den äußeren, nicht erfassten Störeinflüssen zu suchen. In den nachfolgenden Kapiteln wird eine Methodik zur Schätzung der Systemparameter aus Datenabschnitten mit homogenen statistischen Eigenschaften ausgearbeitet. Durch die Signifikanzprüfung festgestellter Unterschiede kann die zeitliche Invarianz des Systems unmittelbar beurteilt werden.

### 3.1.3 Nichtparametrische Systemidentifikation

Dynamische Systeme unterliegen ständigen Verformungen. Deren Zustandsbeschreibung muss daher in Abhängigkeit von der Zeit unter Berücksichtigung der Einflussfaktoren erfolgen. Das dynamische Verhalten des Überwachungsobjektes wird meistens durch kontinuierliche Verfahren an repräsentativen Stellen gemessen. Die Deformationen verursachenden Einflussfaktoren sind zunächst aus physikalischen Überlegungen zu identifizieren. Die meisten Auswerteverfahren setzen eine zeitsynchrone Erfassung mit den Deformationen voraus. Die Sensorposition ist zudem so zu wählen, dass die tatsächliche Einwirkung auf das Objekt erfasst wird. Gegebenenfalls sind Abschirmungen gegen äußere Einflüsse, die ohne Belang für die Überwachungsaufgabe sind, vorzunehmen. Infolge der kontinuierlichen Abtastung der Prozesse liegen Deformationsgrößen und Einflussgrößen in Form von Zeitreihen vor. Das Hauptziel der dynamischen Modellbildung ist es, den Zusammenhang zwischen Deformationsgrößen und Einflussgrößen mathematisch zu formulieren. Soll dieses unabhängig von der internen Struktur des Überwachungsobjektes geschehen, so kann das mathematische Modell in Form von Differentialgleichungen oder Faltungsintegralen aufgestellt werden. Die nachfolgenden Ausführungen beziehen sich der Übersichtlichkeit halber auf ein SISO-System. Dieses stellt jedoch keine allgemeine Einschränkung dar. Durch Anwendung des Superpositionsprinzips sind beide Modelle problemlos auf Mehrgrößensysteme übertragbar.

#### 3.1.3.1 Systembeschreibung durch Differentialgleichungen

In diesem Fall wird das Modell als Differentialgleichung formuliert (WELSCH et al., 2000):

$$\begin{aligned} y^{(p)}(t) + a_{p-1} \cdot y^{(p-1)}(t) + \dots + a_1 \cdot \dot{y}(t) + a_0 \cdot y(t) = \\ = b_q x^{(q)}(t) + b_{q-1} \cdot x^{(q-1)}(t) + \dots + b_1 \cdot \dot{x}(t) + b_0 \cdot x(t), \end{aligned} \quad (3.1-1)$$

wobei  $a_i$  und  $b_j$  mit  $i = 0, \dots, (p-1)$  und  $j = 0, \dots, q$  die zu bestimmenden Modellparameter darstellen. Die Variablen  $x(t)$  und  $y(t)$  stellen Abweichungen von den Gleichgewichtslagen der beobachteten Größen dar. Bislang fand dieses Modell in der geodätischen Deformationsanalyse relativ geringe Beachtung (z.B. ELLMER, 1987). Durch die Betrachtung langsamer Vorgänge in Relation zu den benutzten Abtastraten ist der Informationsgewinn aus einer einzelnen neuen Messung sehr gering, so dass unmittelbar zurückliegende Werte den größten Beitrag zur Beschreibung des neuen Systemzustandes haben. Die in dieser Arbeit behandelten Verfahren zur Prüfung der Stationarität sind auf diese Beschreibung dynamischer Systeme direkt übertragbar. Obwohl sie in den nachfolgenden Anwendungen nicht zum Einsatz kommt, soll sie dennoch kurz vorgestellt und diskutiert werden.

Bis zur Ordnung  $p < 3$  und  $q < 1$  sind die Koeffizienten der Differentialgleichung (3.1-1) physikalisch unmittelbar interpretierbar. Oberhalb dieser Grenzen ist die physikalische Interpretierbarkeit eingeschränkt, obwohl die Koeffizienten weiterhin als komplexe Kombination der Materialparameter darstellbar sind. Aus diesem Grunde wird die obige Modellstruktur in der Systemtheorie als „Grey Box Modell“ bezeichnet. Durch die Diskretisierung von (3.1-1) und den Übergang zu endlichen Differenzkoeffizienten resultiert das Modell (WELSCH et al., 2000):

$$y_k = \sum_{i=1}^p a_i \cdot y_{k-i} + \sum_{j=0}^q b_j \cdot x_{k-j}. \quad (3.1-2)$$

Liegen  $N > p+q+\max(p,q)$  Beobachtungswerte vor, können die Koeffizienten  $a_i$  und  $b_j$  in einer Ausgleichung nach kleinsten Quadraten ohne Randbedingungen geschätzt werden. Hierfür ist es notwendig, jede Gleichung der Form (3.1-2) um eine Schlupfvariable zu erweitern. Eine stabilere Schätzung der Prozesskoeffizienten kann auf der Basis von Korrelationsfunktionen erfolgen. Hierfür werden die Gleichungen unter Verwendung des Rückschiebeoperators  $B$  zu:

$$y_k = \left( a_1 B + a_2 B^2 + \dots + a_p B^p \right) y_k + \left( b_0 + b_1 B + b_2 B^2 + \dots + b_q B^q \right) x_k \quad (3.1-3)$$

umgeschrieben. Durch die Zusammenfassung der beiden polynomialen Strukturen, die dem Systemausgang bzw. -eingang entsprechen, zu  $\alpha(B)$  und  $\beta(B)$  resultiert folgende Lösung der Gleichung (3.1-2):

$$y_k = \alpha^{-1}(B) \cdot \beta(B) \cdot x_k + e_k = g(B) \cdot x_k + e_k. \quad (3.1-4)$$

Die Funktion  $g(B)$  legt den Beitrag der Terme des Eingangssignals zum aktuellen Wert des Outputsignals fest. Sie ist hier zunächst ein reiner mathematischer Formalismus, dessen physikalische Bedeutung im weiteren Verlauf dieses Kapitels diskutiert wird. Eine vollkommene Beschreibung der Beziehung zwischen Systemeingang und -ausgang gemäß (3.1-2) ist ausgeschlossen, da es sich bei den analysierten Signalen um beobachtete Größen handelt, denen Messunsicherheiten anhaften. Die Einführung eines Rauschterms  $e_k$  in (3.1-4) ist daher zweckmäßig. Die Annahme seiner stochastischen Unabhängigkeit von den anderen Größen ist in den meisten praktischen Anwendungen gerechtfertigt und wird nachfolgend vorausgesetzt.

Multipliziert man die Gleichung (3.1-4) mit  $x_{k-1}$  und geht auf Erwartungswerte über, erhält man zwischen den Kovarianzfunktionen  $\gamma_{xy}$  und  $\gamma_{xx}$  die Beziehungen (BOX und JENKINS, 1976, S. 379; PELZER, 1976):

$$\gamma_{xy}(1) = g_0 \gamma_{xx}(1) + g_1 \gamma_{xx}(1-1) + g_2 \gamma_{xx}(1-2) + \dots \quad (3.1-5)$$

Sind die Gewichte  $g_i$  bis zur Stelle  $L$  signifikant verschieden von Null, können auf der Basis von  $y_{k-1}, y_{k-2}, \dots, L+1$  Gleichungen der Form (3.1-5) aufgestellt werden und zu einem (meist) regulären Gleichungssystem zusammengefasst werden:

$$\boldsymbol{\gamma}_{xy} = \boldsymbol{\Gamma}_{xx} \cdot \mathbf{g}, \quad (3.1-6)$$

wobei  $\boldsymbol{\gamma}_{xy}$  den Vektor der Kreuzkovarianzfunktionen zwischen  $x(t)$  und  $y(t)$ ,  $\boldsymbol{\Gamma}_{xx}$  die Autokovarianzmatrix von  $\mathbf{x}$  und  $\mathbf{g}$  den Vektor der unbekanntenen Gewichtskoeffizienten darstellen. Für die Lösung des Systems sind die theoretischen Kovarianzfunktionen durch ihre empirisch geschätzten Werte zu ersetzen (s. Anhang A). Nachteilig wirkt sich bei diesem Verfahren die Notwendigkeit der Kenntnis des Grenzwertes  $L$  aus, ab welchem die Gewichtskoeffizienten  $g_i$  vernachlässigbar gering werden. Zudem sind die resultierenden Schätzungen statistisch ineffizient (vgl. BOX und JENKINS, 1976, S. 379). Diesem Nachteil kann durch die Vorschaltung eines so genannten „prewhitening“ Schrittes begegnet werden, in dem mit Hilfe eines ARMA-Modells der Systemeingang  $x(t)$  zu weißem Rauschen  $\zeta(t)$  transformiert wird. Unter Anwendung des gleichen Modells werden anschließend der Systemausgang  $y(t)$  und der Rauschprozess  $e(t)$  zu  $\psi(t)$  bzw.  $\varepsilon(t)$  transformiert. Durch die Einführung der transformierten Signale in (3.1-4) resultiert die lineare Beziehung zwischen den Prozessen  $\zeta(t)$  und  $\psi(t)$ . Der Vorteil dieser Maßnahme besteht darin, dass  $\boldsymbol{\Gamma}_{\zeta\zeta}$  eine Diagonalmatrix darstellt, in der die Elemente der Hauptdiagonalen dem Varianzniveau des Prozesses  $\zeta(t)$  entsprechen. Die resultierenden Koeffizienten  $g_i$  sind direkt proportional zu den Werten der Kreuzkovarianzfunktion zwischen den Prozessen  $\zeta(t)$  und  $\psi(t)$ :

$$g_l = \frac{\gamma_{\zeta\psi}(1)}{\sigma_\zeta^2}. \quad (3.1-7)$$

Für die Schätzung der Gewichtskoeffizienten ist in (3.1-7) die empirische Kreuzkovarianzfunktion einzusetzen. Anhand ihrer Varianz, die für normalverteilte Daten z.B. nach PRIESTLEY (2004, S. 693 und 326) berechnet wird, ist die Signifikanz der Koeffizienten zu beurteilen. Sind die ersten Terme  $g_l$ , mit  $l = 0, 1, \dots, L-1$ , allesamt nicht signifi-

kant, deutet dieses auf eine verzögerte Reaktion des Systems hin. Im rechten Teil der Gleichung (3.1-4) kann der Faktor  $B^{L_1}$  vor die Klammer gezogen werden.

Auf der Basis der resultierenden Koeffizienten  $g_j$  werden weiterhin durch die Identitätsforderung der Koeffizienten gleicher Potenz des Rückschiebeoperators die Modellkoeffizienten  $a_i$  und  $b_j$  aus (3.1-2) hergeleitet. Für den Fall  $p < q$  resultieren Gleichungen der Form (BOX und JENKINS, 1976, S. 347):

$$\begin{aligned} g_j - a_1 \cdot g_{j-1} - \dots - a_p \cdot g_{j-p} &= b_{j-L_1} \quad \text{für } L_1 \leq j \leq L_1 + q, \\ g_j - a_1 \cdot g_{j-1} - \dots - a_p \cdot g_{j-p} &= 0 \quad \text{für } j > L_1 + q. \end{aligned} \quad (3.1-8)$$

Aus der zweiten Beziehung in (3.1-8) folgen durch Einsetzen der Werte  $g_{L_1}, g_{L_1-1}, \dots, g_{L_1+q-p+1}$  zunächst die  $p$  Koeffizienten des Polynoms  $\alpha(B)$ . Anschließend können aus der ersten Beziehung die Koeffizienten  $b_j$  des Inputs  $x(t)$  ermittelt werden.

Für die Schätzung der Modellkoeffizienten  $a_1 \dots a_p$  und  $b_0 \dots b_q$  ist die Festlegung der Modellordnung  $(p, q)$  in (3.1-2) notwendig. Hierfür existiert keine allgemeingültige Vorgehensweise. Aus den Bedingungen der Bestimmbarkeit anhand der signifikanten Werte der Gewichtsfunktion  $g$  sowie aus physikalischen Überlegungen heraus lassen sich Indikatoren für die Modellordnung herleiten. Einige Hinweise werden aus der Variationsanalyse der Gewichtsterme abgeleitet. Grundsätzlich haben die ersten signifikanten Terme der Gewichtsfunktion  $g_{L_1}, \dots, g_{L_1+q-p+1}$  einen unregelmäßigen Verlauf. Ab  $g_{L_1+q-p+1}$  nehmen sie dann für  $p = 1$  exponentiell und für  $p > 1$  als Linearkombination exponentieller Funktionen ab (BOX und JENKINS, 1976). Da es meist zu keiner eindeutigen Modellfestlegung kommt, ist eine iterative Vorgehensweise notwendig, in der nacheinander Koeffizienten mit geringem Wert eliminiert werden. Die Entscheidung für die Eignung des Modells ist durch die Analyse der Residuen  $v_k$  zu treffen. Modellstörungen können anhand deren empirischen Autokorrelationsfunktion  $r_{vv}$  sowie anhand der Kreuzkorrelation mit dem transformierten Input  $\xi_k$  beurteilt werden. Im Falle eines unzutreffenden Modells weisen beide Korrelationsfunktionen eine mehr oder weniger stark ausgeprägte Halbwertsbreite auf. Folgende Sonderfälle können weitere Auskunft über die Ursachen der Modellstörung geben:

- Sind die Modellresiduen untereinander korreliert,  $r_{vv}(t) \neq 0$  jedoch stochastisch unabhängig vom transformierten Input  $r_{v\xi}(t) = 0$ , deutet dieses auf eine korrekte Gewichtsfunktion und ein unzutreffendes Rauschmodell hin.
- Sind die Modellresiduen sowohl untereinander als auch mit dem transformierten Input korreliert, ist dies ein Hinweis auf eine unzutreffende Gewichtsfunktion. Für eine weiterführende Analyse werden die theoretische und die geschätzte Form der zwischen den transformierten Signalen formulierten Modellgleichung gegenübergestellt:

$$\begin{aligned} \Psi_k &= g(B) \xi_k + \varepsilon_k, \\ \Psi_k &= \hat{g}(B) \xi_k + v_k. \end{aligned} \quad (3.1-9)$$

Durch Differenzbildung, Multiplikation mit  $\xi_{k-1}$  und Übergang zu Erwartungswerten erhält man:

$$g_1 - \hat{g}_1 = \frac{\gamma_{\xi v}(1)}{\sigma_{\xi}^2}. \quad (3.1-10)$$

Damit stellt die Kreuzkovarianz zwischen dem transformierten Input und den Modellresiduen ein Maß für die Abweichung der geschätzten Gewichtskoeffizienten von ihren wahren Werten dar.

Das beschriebene Identifikationsverfahren setzt voraus, dass das Beobachtungsmaterial homogene statistische Eigenschaften aufweist. Eventuelle Instationaritäten müssen vorab erkannt und beseitigt werden. Die im Rahmen dieser Arbeit diskutierten Verfahren sind hierfür geeignet, indem sie eine Überführung ohne Informationsverlust in Zeitreihen mit homogenen statistischen Eigenschaften gewährleisten. Nur für Datenreihen mit gleichen statistischen Eigenschaften dürfen die angegebenen Gleichungen zusammengefasst werden und deren gemeinsame Lösung nach der Methode der kleinsten Quadrate, die spätestens im prewhitening Schritt vorzunehmen ist, als unverzerrt betrachtet werden. Weiterhin können grobe Fehler die gewählte Modellstruktur und die geschätzten Parameter verfälschen, weshalb ihre Auswirkung auf die Schätzergebnisse eingehend untersucht wurde. Generell wird zwischen Innovationsausreißern und additiven groben Fehlern unterschieden. Erstere wirken auf Seiten des Systemeingangs und beeinflussen dessen aktuelle und die nachfolgenden Beobachtungen. Durch die Übertragung des Systems werden entsprechend auch die Werte des Systemausgangs verfälscht. Die zweite Kategorie von Ausreißern überlagert lediglich den

aktuellen Messwert des Systemausgangs. MARTIN (1981) belegt, dass Innovationsausreißer geringen Einfluss auf den funktionalen Anteil des Schätzergebnisses haben, wenn dieses auf der Basis der Maximum-Likelihood Methode erhalten wurde. Lediglich die Varianz des Niveaus des Ausgangsignals wird entscheidend verfälscht. Additive Ausreißer können hingegen die Modellkoeffizienten grundlegend verfälschen. Deshalb liegt der Schwerpunkt der Forschungsarbeiten auf diesem Gebiet in der Entwicklung von Methoden zur Identifikation und Eliminierung von Ausreißern einerseits und zur Einschränkung ihres Einflusses durch robuste Schätzung andererseits. Im Bereich der geodätischen Datenanalyse sind in diesem Zusammenhang die Arbeiten von CHEN (1996) und SUTOR (1997) zu erwähnen, die sich der Analyse und Entwicklung von Verfahren zur robusten Berechnung der Autokorrelationskoeffizienten und Spektraldichtefunktionen widmen.

### 3.1.3.2 Systembeschreibung durch Faltungsintegrale

Kann der dynamische Deformationsprozess nicht durch eine Differentialgleichung beschrieben werden, lässt sich alternativ zu (3.1-1) das folgende Faltungsintegral angeben (PELZER, 1978):

$$y(t) = \int_0^{+\infty} g(\tau) \cdot x(t-\tau) \cdot d\tau. \quad (3.1-11)$$

In dieser Betrachtungsweise wird der aktuelle Deformationszustand durch den gleichzeitig beobachteten Wert der Einflussgröße sowie durch deren zeitlich um  $\tau$  zurückliegende Werte erklärt. Die Funktion  $g(\tau)$  legt im Wesentlichen den Anteil der Auswirkung früherer Zustände der Einflussgröße fest. Mathematisch betrachtet handelt es sich hier ebenfalls um eine objektspezifische Gewichtsfunktion, die die physikalischen Übertragungseigenschaften des betrachteten Deformationsobjektes rein numerisch ausdrückt.

Die Systemcharakterisierung durch die Gewichtsfunktion wird zum Ausdruck gebracht, indem von der Darstellungsweise jeder Funktion als Summe von Impulsen oder Superposition von Sprungfunktionen ausgegangen wird. Betrachtet man zunächst den Einheitsimpuls, der zum Zeitpunkt  $t_0$  einsetzt:

$$\delta(t-t_0) = \begin{cases} 1 & \text{für } t = t_0 \\ 0 & \text{für } t \neq t_0 \end{cases} \quad (3.1-12)$$

und führt diesen als Eingang in die Systemgleichung (3.1-11) ein, so werden für alle Zeitpunkte bis auf  $\tau = t - t_0$  die Terme des Integrals gleich Null und damit:

$$y(t) = h(t) = g(t-t_0). \quad (3.1-13)$$

Die Gewichtsfunktion stellt den zeitlichen Verlauf der Objektdeformation infolge eines Einheitsstoßes zum Zeitpunkt  $t_0$  dar. Sie wird deshalb auch als Impulsantwort des Systems bezeichnet. Gleichung (3.1-11) belegt, dass bei Kenntnis der Impulsantwort des Systems jeder Zusammenhang zwischen der Reaktion des Deformationsobjektes und der Einflussgröße eindeutig herstellbar ist. Sie ist für die Beschreibung des Systems ausreichend und wird deshalb als Systemcharakteristik bezeichnet (UNBEHAUEN, 1993).

Für den Fall der sprunghaften Änderung der Einflussgröße:

$$s(t) = \begin{cases} 1 & \text{für } t \geq t_0 \\ 0 & \text{für } t < t_0 \end{cases} \quad (3.1-14)$$

erhält man durch Einsetzen in (3.1-11) unter Berücksichtigung der neuen Integrationsgrenzen zwischen denen das Produkt ungleich Null ist, sowie der Kausalität des Systems den Ausdruck:

$$y(t) = a(t) = \int_0^{t-t_0} g(\tau) d\tau. \quad (3.1-15)$$

Die (kontinuierliche) Summe der Gewichtsfunktionsterme ergibt die Reaktion des Deformationsobjektes auf einen Einheitssprung des Einflusses zum Zeitpunkt  $t_0$ . Sie wird deshalb als Sprungantwort des Systems bezeichnet. Unter Berücksichtigung von (3.1-15) in (3.1-11) kann der Zusammenhang zwischen Systemeingang und -ausgang in Abhängigkeit von der Sprungantwort angegeben werden:

$$y(t) = a(+\infty) \cdot x(-\infty) + \int_{-\infty}^{+\infty} a(t-\tau) \dot{x}(\tau) d\tau. \quad (3.1-16)$$

Wie aus der obigen Gleichung ersichtlich, ist es ausreichend die Sprungantwort des Systems zu kennen, um die Übertragungseigenschaften des Systems zu kennzeichnen. Damit stellt auch die Sprungantwort eine Systemcharakteristik dar (UNBEHAUEN, 1993).

In der geodätischen Praxis liegen die Messwerte der Einflüsse und Deformationen meist als Zeitreihen vor. Für ihre Weiterverarbeitung im dynamischen Deformationsmodell ist daher eine Diskretisierung der Beziehung erforderlich. Hierfür wird das kontinuierliche Einflussignal  $x(t)$  als Summe von Impulsen dargestellt, die um den jeweiligen Beobachtungswert zentriert sind. Man erhält folgendes diskrete Modell:

$$y_k = \sum_{i=0}^m g_i x_{k-i} + e_k, \quad (3.1-17)$$

in dem  $m$  die Gedächtnislänge des Systems bezeichnet. Wie auch im vorherigen Fall, ist es hier zweckmäßig  $x$  und  $y$  als Abweichung von den jeweiligen Gleichgewichtslagen einzuführen. Das resultierende Modell ist mit (3.1-4) identisch. Für zeitlich korrespondierende Beobachtungen der Deformation und Einflussgröße kann eine Gleichung der Form (3.1-17) aufgestellt werden. Das resultierende Regressionsmodell ist dann unter einer zu stellenden Optimalforderung an die Residuen lösbar. Die jeweiligen Lösungsalgorithmen sind in zahlreichen Lehrbüchern dokumentiert (z.B. PELZER, 1985; JÄGER et al., 2005) und werden deshalb hier nicht detailliert angegeben. Zu beachten ist, dass alle gängigen Lösungsmethoden die Durchführung einer Matrixinversion voraussetzen. Sind die Variationen der beobachteten Größen in Bezug auf die Abtastraten sehr gering oder die Werte für verschiedene Verzögerungen stark miteinander korreliert, kann dieses zu einer schlecht konditionierten Designmatrix und damit zu einer numerisch instabilen Lösung führen. Die Einbeziehung mehrerer Einflussgrößen in das Modell (3.1-17), die in unterschiedlichen Größenordnungen variieren, kann ebenfalls zu numerischen Instabilitäten führen (HEINE, 1999). Abhilfe schaffen die Vergrößerung des Abtastintervalls, die Anwendung von Methoden zur Überwindung der Multikollinearität (TOUTENBURG, 2003) bzw. gängige Homogenisierungsmethoden.

In einigen geodätischen Anwendungen kann es sinnvoll sein, die Annahme eines linearen Übertragungsverhaltens aufzugeben und Glieder höherer Ordnung in das Modell aufzunehmen. Die allgemeine Modellformulierung lautet:

$$y_k = f(x_k, x_{k-1}, \dots, x_{k-m}, e_k). \quad (3.1-18)$$

Infolge der Taylor-Reihenentwicklung um den Punkt  $x_k = x_{k-1} = \dots = x_{k-m} = x_0$  erhält man die VOLTERRA-Funktionalreihe (PFEUFER, 1990):

$$y_k = \sum_{i=0}^m g_i x_{k-i} + \sum_{i_1=0}^{m_1} \sum_{i_2=0}^{m_2} g_{i_1 i_2} x_{k-i_1} x_{k-i_2} + \sum_{i_1=0}^{m_1} \sum_{i_2=0}^{m_2} \sum_{i_3=0}^{m_3} g_{i_1 i_2 i_3} x_{k-i_1} x_{k-i_2} x_{k-i_3} + \dots + e_k. \quad (3.1-19)$$

Für den Übergang zum kontinuierlichen Fall erhält man:

$$y(t) = \int_0^{+\infty} g_1(\tau) x(t-\tau) d\tau + \int_0^{+\infty} \int_0^{+\infty} g_2(\tau_1, \tau_2) x(t-\tau_1) x(t-\tau_2) d\tau_1 d\tau_2 + \text{Terme 3. Ordnung und höher} + \varepsilon(t). \quad (3.1-20)$$

Die Koeffizienten  $g$  werden als Kerne bezeichnet. Das Modell (3.1-19) stellt ebenfalls ein Regressionsproblem dar, für das die bereits im linearen Fall angesprochenen Aspekte ohne Einschränkungen zutreffen. Mit wachsender Modellordnung nehmen die unbekannt Kerne und damit die Komplexität der zu lösenden Systeme rasch zu. Die verschiedenen Ansätze zur Reduktion der Modellkomplexität sehen eine Vernachlässigung der Systemträgheit für Terme höherer Ordnung vor (HEINE, 1999), oder beziehen für den jeweiligen Einfluss nur den Term höherer Ordnung ein, der maximale Auswirkung auf den Systemausgang hat (PFEUFER, 1990). Die Ermittlung der Verschiebung mit maximalem Einfluss kann durch die Berechnung der Kreuzkorrelationsfunktion erfolgen oder im Rahmen eines iterativen Prozesses durchgeführt werden, in dem der zum größten Bestimmtheitsmaß führende Term identifiziert und in das Modell aufgenommen wird.

Modellierungen nichtlinearen Objektverhaltens beziehen sich meistens auf Maschinenanlagen oder natürliche Phänomene. Beispielsweise beschreibt PFEUFER (1990) die Abweichungen einer Turbinenwelle von ihrer Solllage in einem reduzierten nichtlinearen VOLTERRA-Ansatz 3. Ordnung, während HEINE (1999) die Rutschung eines sich im Staubereich einer Talsperre befindenden Berghanges unter Einfluss des Sickerwasserabflusses, der Stauhöhe und der An- und Abtaugeschwindigkeit untersucht. Durch Korrelationsanalyse wurde ein dominierender Anteil des Sickerwasserabflusses nachgewiesen, was die Einführung von Kernen bis zur 3. Potenz für diese Eingangsgröße begründete. Der Einfluss verbleibender Faktoren wurde linear modelliert. Insgesamt sind ingenieurgeodätische Überwachungsprojekte in denen ein nichtlineares Übertragungsverhalten des Objektes angenommen wurde, nur vereinzelt zu verzeichnen. In den weiteren Ausführungen dieser Arbeit werden deswegen lineare Modellierungsansätze vordergründig angesprochen, obwohl prinzipiell die Untersuchungen auch auf nichtlineare Modelle erweiterbar sind.

Die Festlegung der Gedächtnislänge  $m$  in (3.1-17) ist eine meist subjektive Angelegenheit, bei der die Trägheit des Messobjektes zu berücksichtigen ist. Bei mangelnder Erfahrung können passende Gedächtnislängen nur anhand statistischer Maße, wie die Standardabweichung der Gewichtseinheit oder das Bestimmtheitsmaß der Regression gefunden werden. Der Suchprozess kann jedoch sehr langwierig werden und mündet schnell in eine kaum zu überblickende Anzahl von Kombinationen der Gewichtskoeffizienten. Nebenbei nimmt die Komplexität der zu lösenden Gleichungssysteme mit wachsenden Werten von  $m$  zu. Es ist nicht auszuschließen, dass für unterschiedliche Gedächtnislängen bei gleich bleibender Anzahl von Gewichtskoeffizienten sehr unterschiedliche numerische Gütemaße für die Modellanpassung resultieren (WELSCH et al., 2000). Andererseits ist es möglich, vergleichbare Gütemaße für unterschiedliche Modelle zu erhalten, wie das folgende einfache Beispiel belegt.

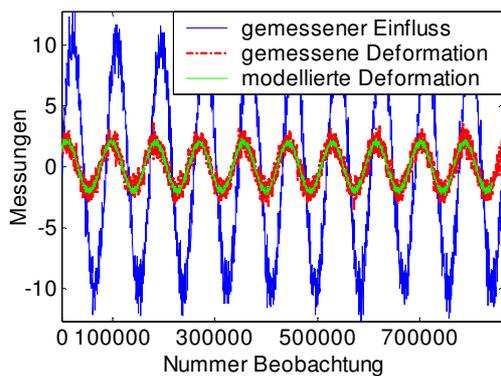


Abb. 3.1-2: Modellanpassung nach (3.1-17) mit 3 Gewichtskoeffizienten

Als Ein- und Ausgang werden zwei periodische Signale gleicher Frequenz betrachtet, deren Amplitude 10 bzw. 2 ist. Die Reaktionsträgheit des Objektes verursacht eine Verschiebung des Ausgangssignals gegenüber dem Einfluss um 36 Werte. Beide Signale wurden mit einem verhältnismäßig geringen Rauschen überlagert. Wird das Modell (3.1-17) mit der Sollverschiebung  $i = 36$  angewandt, resultiert für einen geschätzten Gewichtskoeffizienten  $g_{36} = 0,196$  ein Bestimmtheitsmaß  $B = 0,875$  und eine Standardabweichung der Gewichtseinheit  $s_0 = 0,53$ . Für ein Modell mit nur 2 zusätzlichen Koeffizienten entsprechend den Verschiebungen  $i = 0, 36, 72$ , resultiert ein geringfügig höheres Bestimmtheitsmaß  $B = 0,884$  und eine geringere Standardabweichung von  $s_0 = 0,51$ . Angesichts der geringen Anzahl an zusätzlichen Parameter kann das

zweite Modell nicht rigoros verworfen werden, zumal auch eine gute optische Übereinstimmung zum gemessenen Signal resultiert, wie Abbildung 3.1-2 belegt. Man würde damit als Lösung die Gewichtskoeffizienten  $g_0 = 0,067$ ,  $g_{36} = 0,100$  und  $g_{72} = 0,072$  erhalten, die allesamt statistisch signifikant sind, jedoch weit entfernt von dem eigentlichen Koeffizienten liegen. Eine physikalische Interpretierbarkeit der Gewichtskoeffizienten auf der Basis eines Vergleichs mit Erfahrungswerten ist daher auszuschließen.

Ebenso wenig kann bei dieser Verfahrensweise der kausale Zusammenhang zwischen Einfluss- und Deformationsgröße rechnerisch nachgewiesen werden. Es besteht somit die Gefahr des „data-fittings“ (WELSCH et al., 2000). Dadurch erlangt ein hinreichend komplexes Modell eine gute Anpassung, ohne dass zwischen den Signalen ein physikalischer Zusammenhang besteht.

Liegen mehrere Einflusssignale vor, ist es von Interesse auch deren Anteile an der Gesamtdeformation zu bestimmen (HEINE, 1999). Diese Aufgabenstellung ist jedoch im Modell (3.1-17) aufgrund der unterschiedlichen Natur der Einflüsse, die einen unmittelbaren Vergleich der Koeffizienten verschiedener Verzögerungen nicht sinnvoll erscheinen lässt, schwer realisierbar. Daher wird in der genannten Arbeit vorgeschlagen, die Anteile stationärer Signale durch die Multiplikation der Parameter mit deren Mittelwerten und Standardabweichungen unter Berücksichtigung der Gedächtnislänge als Intervall anzugeben.

Die angesprochenen Schwierigkeiten können vermieden werden, wenn das Modell (3.1-17) analog zur nichtlinearen Modellvorstellung auf Terme maximalen Einflusses reduziert wird oder ein Übergang in den Frequenzbereich reali-

siert wird. Beide Vorgehensweisen wurden im Zusammenhang mit der Überwachung von Brückenbauwerken analysiert (KUHLMANN, 1996). Im ersten Fall reduziert sich das Modell (3.1-17) auf:

$$y_k = g \cdot x_{k-i_{\max}} + e_k \quad (3.1-21)$$

Die Verschiebung  $i_{\max}$  entspricht der Stelle maximaler Korrelation zwischen Einfluss- und Reaktionsgröße. Bei deren Berechnung ist stets auf die Wahrung des Kausalitätsprinzips zu achten. Somit ist das Extremum stets für positive Verschiebung zu suchen, wenn die Deformation in Bezug auf den Einfluss verschoben wird. Das Vorzeichen des Korrelationskoeffizienten ist ein Indikator für die zu wählende Maximalstelle. In den meisten Anwendungen, in denen diese Modellierungsstrategie zum Einsatz kam, wurde stets die erste positive Phasenverschiebung gewählt (KUHLMANN, 1996; NEUNER et al., 2004; WEGNER et al., 2006). Diese Wahl sollte jedoch keine Selbstverständlichkeit sein, da sich aus physikalischen Überlegungen heraus durchaus Zwangspunkte für das Vorzeichen der Korrelation ableiten lassen. Eine Plausibilitätsprüfung der ermittelten Verschiebungen ist daher vorzunehmen.

Die Lösung des Modells (3.1-21) stellt im Grunde erneut eine Regressionsaufgabe dar, die mit den bekannten Verfahren der Ausgleichsrechnung gelöst werden kann. Die ermittelten Koeffizienten sind im Falle eines linearen Zusammenhanges zwischen Deformation und Einwirkung vielfach physikalisch interpretierbar, so dass dieses Modell durchaus den parametrischen Identifikationsverfahren zugeordnet werden kann. Die Koeffizienten resultieren in der Maßeinheit Deformation/Last und sind daher auch für eine Gesamtinterpretation des Modells anschaulich.

Bei der Modellbeurteilung stellen das Bestimmtheitsmaß und die Standardabweichung der Gewichtseinheit wesentlich aussagekräftigere Qualitätsmerkmale dar, indem sie die Vernachlässigung zusätzlicher Terme und die Annahme der linearen Abhängigkeit bewerten. Diese Qualitätsmaße hängen vorwiegend von dem aufgestellten stochastischen Modell ab. Die Berücksichtigung der Korrelationen zwischen den Messwerten erfordert daher eingehende Überlegungen. Wird der Zusammenhang der beobachteten Prozesse vollständig im funktionalen Anteil des Modells erfasst, wovon in einem ersten Iterationsschritt auszugehen ist, so kann die Einheitsmatrix als Kofaktormatrix angenommen werden. Die a priori Standardabweichung der Gewichtseinheit ist an die Sensorgenauigkeit zu koppeln. Wird die Beziehung zwischen Eingang und Deformation nicht vollständig durch das funktionale Modell beschrieben, was meistens durch eine Dissonanz zwischen den zu optimistischen Werten der Qualitätsgrößen und dem optischen Eindruck der Modellanpassung gut erkennbar wird, können entweder zusätzliche Terme in das Modell aufgenommen werden, wodurch man sich erneut im Modell (3.1-17) platziert und mit den dort angesprochenen Schwierigkeiten konfrontiert wird, oder im Falle korrelierter Residuen die Autokorrelationen schätzt und gemäß dem Vorschlag in (KUHLMANN, 2000) in die Kofaktormatrix einführt. Die Schätzung der Autokorrelationsfunktion erfolgt direkt (s. Anhang A) oder in einem Regressionsansatz. Die entsprechenden Stellen in der Kofaktormatrix sind mit den signifikanten Autokorrelationen zu besetzen. Diese können durch geeignete statistische Tests z.B. nach PRIESTLEY (2004, S. 332 und 339) nachgewiesen werden.

In jedem Falle ist für die Signifikanzprüfung des Bestimmtheitsmaßes und der Gewichtskoeffizienten der Einfluss der Korrelationen auf die berechneten Freiheitsgrade zu berücksichtigen. Entsprechende Anpassungen können durch die Einführung der effektiven Messwertanzahl (KUHLMANN, 1996):

$$N_{\text{eff}} = \frac{N}{1 + 2 \sum_{i=1}^{N-1} \left(1 - \frac{i}{N}\right) \cdot r(i)} \quad (3.1-22)$$

oder den äquivalenten Freiheitsgrade (PRIESTLEY, 2004):

$$N_{\text{edf}} = \frac{N \cdot c^2(0)}{\sum_{i=(N-1)}^{N-1} \left(1 - \frac{|i|}{N}\right) \cdot c^2(i)} \quad (3.1-23)$$

vorgenommen werden. Darin wurden mit  $r(i)$  die erwartungstreue, empirische Autokorrelationsfunktion und mit  $c(i)$  die erwartungstreue empirische Autokovarianzfunktion (s. Anhang A) des Prozesses bezeichnet.

### 3.1.3.3 Systembeschreibung im Frequenzbereich

Der vorwiegende Anteil der in der ingenieurgeodätischen Deformationsanalyse behandelten Prozesse hat einen periodischen Verlauf und ist durch eine oder mehrere Frequenzen charakterisierbar. Als repräsentative Beispiele seien die Temperatur, die Tide oder Eigenschwingungen von Bauwerken genannt. Derartige Signale können anschaulicher durch eine Überführung in den Frequenzbereich dargestellt werden. Der Übergang in den Frequenzraum erfolgt mit Hilfe der FOURIER-Transformation, die verlustfrei umkehrbar ist und somit eine Rückgewinnung des ursprünglichen Signals ermöglicht. Das Paar von FOURIER-Transformationen ist für einen stochastischen stationären Prozess  $x(t)$  gegeben durch (MALLAT, 2001, S. 2):

$$\begin{aligned} X(\omega) &= \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) e^{-i\omega t} dt, \\ x(t) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} X(\omega) e^{i\omega t} d\omega. \end{aligned} \quad (3.1-24)$$

Darin bezeichnet  $\omega$  die Kreisfrequenz. Setzt man die zweite Beziehung aus (3.1-24) in (3.1-11) ein, resultiert folgende Form des dynamischen linearen Deformationsmodells:

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} Y(\omega) e^{i\omega t} d\omega = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} X(\omega) e^{i\omega t} \int_{-\infty}^{+\infty} g(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau d\omega. \quad (3.1-25)$$

Das innere Integral entspricht der FOURIER-Transformation der Gewichtsfunktion. Wird diese durch die Hilfsgröße  $H(\omega)$  bezeichnet, so resultiert durch die Identitätsforderung an die Terme die Darstellungsweise der linearen Filtergleichung im Frequenzbereich:

$$Y(\omega) = H(\omega) X(\omega). \quad (3.1-26)$$

Die Darstellung der Deformation als Faltung zwischen Einflussgröße und Gewichtsfunktion geht im Frequenzbereich in eine Multiplikation zweier komplexer Größen über. Die Funktion  $H(\omega)$  wird als Durchlasscharakteristik bezeichnet (PRIESTLEY, 2004). Sie ist ebenfalls als eine systemcharakterisierende Größe zu betrachten und zu bestimmen, da sie lediglich aus einer mathematischen Umformung der Gewichtsfunktion resultiert. Die komplexe Natur sämtlicher Größen in (3.1-26) erschwert ihre unmittelbare Interpretation. Es ist daher zweckmäßig auf ihre polare Darstellung überzugehen. Man erhält so die nachfolgenden Zusammenhänge:

$$\begin{aligned} A_Y(\omega) &= |H(\omega)| A_X(\omega), \\ \varphi_Y(\omega) &= \arg[H(\omega)] + \varphi_X(\omega). \end{aligned} \quad (3.1-27)$$

Darin bezeichnen  $A$  die Amplitude und  $\varphi$  die Phasenlage der Schwingung mit der Kreisfrequenz  $\omega$ . Der Betrag der Durchlasscharakteristik stellt das Amplitudenverhältnis zwischen der Variation der resultierenden Deformation und der Einflussgröße dar und wird deshalb als Amplitudenverstärkung bezeichnet. Das Argument  $\arg[H(\omega)]$  zeigt die Phasenverschiebung zwischen Einfluss und resultierender Deformation an (PRIESTLEY, 2004).

Sind die Einflussgrößen ausschließlich durch bekannte harmonische Frequenzen darstellbar, so ist eine Abschätzung der Amplituden und Phasenparameter aus der FOURIER-Transformation nicht unbedingt erforderlich. Alternativ kann der Ansatz einer ausgleichenden Sinusfunktion angewandt werden. Funktional kann dabei der Prozessverlauf wie folgt beschrieben werden:

$$x_k = x_0 + \sum_{i=1}^{\omega_{\max}} A_i \sin(\omega_i t_k + \varphi_i) + e_k, \quad (3.1-28)$$

wobei mit  $\omega_{\max}$  die Anzahl der dominierenden Frequenzen und mit  $x_0$  das Niveau der Zeitreihe bezeichnet wird. Löst man den Sinus als Funktion der Summe zweier Argumente auf und fasst die Unbekannten  $A_i$  und  $\varphi_i$  zusammen:

$$\begin{aligned} a_i &= A_i \cos \varphi_i \\ b_i &= A_i \sin \varphi_i \end{aligned} \Leftrightarrow \begin{aligned} A_i &= \sqrt{a_i^2 + b_i^2} \\ \varphi_i &= \arctan \frac{b_i}{a_i} \end{aligned}, \quad (3.1-29)$$

resultiert folgende lineare Beziehung:

$$x_k = x_0 + \sum_{i=1}^{\omega_{\max}} [a_i \sin(\omega_i t_k) + b_i \cos(\omega_i t_k)] + e_k. \quad (3.1-30)$$

Bemerkenswert ist, dass bei diesem Verfahren, anders als bei der Linearisierung mittels TAYLOR-Reihenentwicklung, keine Näherungswerte notwendig sind. Durch die Formulierung der Gleichung (3.1-30) für jeden beobachteten Wert der Zeitreihe resultiert ein Ausgleichsproblem, das nach den üblichen Verfahren der Ausgleichsrechnung lösbar ist. Dabei kann als stochastisches Modell eine Diagonalmatrix angenommen werden, da die zeitliche Korrelation der Messwerte bereits im funktionalen Modell enthalten ist (KUHLMANN, 1996). Durch die äquivalenten Beziehungen in (3.1-29) können aus den ausgeglichenen Unbekannten die interessierenden Parameter der harmonischen Schwingungen berechnet werden. Durch deren Einsetzen in die Gleichungen (3.1-27) können schließlich die gesuchten Amplitudenverstärkungen und Phasenverschiebungen hergeleitet werden.

Diese Vorgehensweise zur Bestimmung der Schwingungsparameter liefert präzisere Schätzungen als das Verfahren mittels FOURIER-Transformation. Ursache hierfür ist, dass die Parameter für eine festgelegte Frequenz berechnet werden, während bei der FOURIER-Transformation die Verteilung der Leistung auf, wenn auch schmalen, Frequenzbändern vorgenommen wird. Andererseits sind die Schätzungen sehr sensitiv gegenüber der festgelegten Frequenz. Kleinste Abweichungen können zu sehr unterschiedlichen Ergebnissen führen. Aus diesem Grunde empfiehlt es sich, falls die Frequenz nicht vollständig bekannt ist, sondern aus dem Periodogramm des Signals entnommen wird, das Modell (3.1-30) iterativ für verschiedene Frequenzen aus dem Frequenzband des Periodogramms zu lösen. Anschließend wird in der Systemidentifikation die Frequenz berücksichtigt, für die ein maximales Bestimmtheitsmaß erreicht wurde. Der Rechenaufwand steigt dabei für große Datenreihen erheblich.

Die Durchführung der Systemidentifikation im Frequenzbereich birgt den Vorteil, dass durch die Analyse der Spektraleigenschaften der einzelnen Signale eine Identifikation wesentlicher Periodizitäten und damit aufgrund des Frequenzerhaltungssatzes (s. KUHLMANN, 1996, für dessen formelmäßigen Beweis) die Herstellung des Zusammenhangs zwischen den Deformationsgrößen und den wirksamen Einflüssen möglich wird. Die resultierende Amplitudenverstärkung für die dominierende Frequenz muss theoretisch den jeweiligen Werten der Gewichtskoeffizienten im Modell (3.1-21) entsprechen. In der Praxis können geringe Abweichungen aufgrund verfahrensbedingter Effekte durch die FOURIER-Transformation auftreten. Ebenfalls entspricht die Phasenverschiebung für die wesentlichen Frequenzen der Verzögerung der Einflussgröße  $i_{\max}$ .

Die Schätzungen der Systemcharakteristiken resultieren aus einfachen arithmetischen Operationen. Sie unterliegen damit nicht den Störungen, die im Zeitbereich durch das Auswerteverfahren - beispielsweise durch ein unzutreffendes stochastisches Modell oder Verfälschungen durch unnötige Überparametrisierung des Modells - induziert werden können.

Als weiteren Vorteil bietet die spektrale Systemidentifikation die Möglichkeit an, bei der Betrachtung des Gesamtverlaufs der Amplitudenverstärkung einen Eindruck über das Übertragungsverhalten des Überwachungsobjektes zu gewinnen. Jedes Bauwerk stellt ein physikalisches Filter dar, dessen Wirkung anhand des Verlaufs der Amplitudenverstärkung numerisch und auch anschaulich beschreibbar ist. Resonanzbereiche sowie Bereiche unterdrückter oder passierender Frequenzen sind leicht identifizierbar. Diese Kenntnis ist eine große Unterstützung für eventuelle Modellerweiterungen. In Zusammenhang mit dem Powerspektrum der Einflussgrößen kann entschieden werden, welche zusätzlichen Terme in (3.1-17) aufzunehmen sind. Beispielsweise können so auch Frequenzen in der Nähe des Resonanzfalles oder mit weniger ausgeprägten Maxima einbezogen werden, sofern sich diese im Passband des Filters befinden. Eine solche Erkenntnis wäre bei einer Analyse im Zeitbereich nur durch einen sehr rechenintensiven Prozess zu gewinnen.

Nachteilig gegenüber der regressionsbasierten Identifikation im Zeitbereich steht die Beschränkung der Spektralanalyse auf periodische Signale. Anders verlaufende Prozesse wie Impulse, Sprünge oder lineare Änderungen sind damit nicht modellierbar und verzerren zudem, im Falle einer Überlagerung, die Schätzungen der Amplitude und Phasenlage periodischer Signale. Da sich die Schätzungen der Amplitudenverstärkung auf eine bestangepasste Sinusfunktion

beziehen, kann ebenfalls eine Verfälschung durch zeitlich begrenzte Variationen oder Änderungen der Größen hervorgerufen werden. Bei mehreren einwirkenden Einflüssen mit einer gemeinsamen dominanten Frequenz ist deren Beitrag zur Deformation nicht mehr trennbar.

Aus den beschriebenen Vor- und Nachteilen der beiden Analyseverfahren im Zeit- und Frequenzbereich ist ersichtlich, dass keines von diesen pauschal auf alle Aufgabenstellungen anwendbar ist. Bestehen die Signale überwiegend aus periodischen Anteilen, ist eine Analyse im Frequenzbereich komfortabler und anschaulicher. Werden die periodischen Anteile zusätzlich durch aperiodische Effekte, insbesondere Impulse, Sprünge oder lineare Änderungen überlagert, ist eine Analyse im Zeitbereich vorzuziehen. Beide Strategien sind für lineare Modellstrukturen mathematisch äquivalent. Grundsätzlich sollte eine dynamische Modellierung nach dem reduzierten Ansatz (3.1-21) angestrebt werden. Dieser basiert auf einem vertrauten Auswertalgorithmus und führt zu physikalisch interpretierbaren Koeffizienten. Alle weiteren Analysen und Verfahren, die in der vorliegenden Arbeit besprochen werden, gehen deshalb von der Modellstruktur (3.1-21) aus.

Gemeinsam ist allen hier vorgestellten Identifikationsverfahren ((3.1-4), (3.1-6), (3.1-17), (3.1-19), (3.1-21), (3.1-26), (3.1-30)) die Schätzung der Modellparameter aus sämtlichen Datenbeständen. Dies setzt u.a. die Konstanz der statistischen Eigenschaften und indirekt der Modellparameter voraus. Wird diese Hypothese prozess-, system- oder messtechnisch bedingt verletzt, so resultieren verzerrte Schätzungen. Dieses hat z.B. die intensive Erforschung der Ausreißeridentifikation im Falle der ARMA-Modelle begründet.

In dieser Arbeit wird das Ziel verfolgt, system- oder prozessbedingte Änderungen der statistischen Eigenschaften, wie Niveauvariationen oder Amplitudenänderungen, automatisch aufzudecken und sie einer getrennten Modellbildung zuzuführen. Auf diese Weise kann die Modellstruktur (3.1-21) beibehalten werden und ein auf den ersten Blick notwendiger Übergang zu den Modellansätzen (3.1-17) oder (3.1-19) und der damit verbundene Verlust der Interpretierbarkeit der Modellparameter vermieden werden.

## 3.2 Repräsentativer zeitlicher Verlauf der Anregungs- und Reaktionsgrößen

### 3.2.1 Grundlegende Änderungen der Anregungsgrößen

Wichtig für die Identifikationsaufgabe ist es, dass das betrachtete System angeregt wird. Dies kann durch natürliche Einflüsse (Temperatur, Wasserdruck, Wind) oder gezielt erzeugte Testsignale erfolgen. Die geodätische Überwachung findet meistens nach der Fertigstellung und Inbetriebnahme der Objekte statt und befasst sich daher bevorzugt mit der Analyse der Systemdynamik unter natürlicher Anregung. Untersuchungen aufgrund von Testsignalen sind in den Bereichen der Schwingungslehre oder Materialprüfung üblich. Unabhängig von der Anregungsart ist es für die Systemidentifikation notwendig, den zeitlichen Verlauf der analysierten Ein- und Ausgangssignale zu kennen, um die Struktur des beschreibenden Modells treffend zu formulieren. Auf die wesentlichen Merkmale dieser Signale kann oft im Vorfeld durch physikalische Überlegungen oder aus planungstechnischen Grundlagen geschlossen werden.

In der allgemeinen Systemtheorie finden einige spezielle Signalformen eine besondere Beachtung, da sie als Grundelemente für die Darstellung komplexerer Signalstrukturen verwendet werden. Diese Repräsentationsform ist bei der Beschreibung der Zusammenhänge zwischen Systemeingang und -ausgang besonders vorteilhaft (UNBEHAUEN, 1993). Die angesprochenen Standardsignale sind die harmonische Funktion, die Sprung-, die Rampen- und die Impulsfunktion. In PELZER (1988) wurde gezeigt, dass viele für die Überwachungsmessung relevante Einfluss signale auf ähnliche Grundformen zurückführbar sind und somit diese Strukturen auch für die geodätische Deformationsanalyse eine große Bedeutung haben. Sie sollen deswegen kurz beleuchtet und schwerpunktmäßig hinsichtlich ihres Einflusses auf die ingenieurgeodätische Modellbildung besprochen werden.

Harmonische Änderungen werden durch die Periodendauer bzw. durch die Frequenz charakterisiert und können durch folgende Formel beschrieben werden:

$$x(t) = A \sin(\omega t + \varphi) = A \sin\left(2\pi \frac{t}{T} + \varphi\right). \quad (3.2-1)$$

Darin bezeichnet T die Periodendauer, während die Größen A,  $\varphi$  und  $\omega$  bereits in Zusammenhang mit (3.1-27) eingeführt wurden. Die harmonischen Änderungen sind häufig natürlichen Prozessen immanent, wie z.B. der Temperatur-

verlauf innerhalb eines Jahres oder eines Tages, die Tide oder die Sonneneinstrahlung. Für die Analyse periodischer Vorgänge bietet sich ein Übergang in den Frequenzbereich nach den Ausführungen des Kapitels 3.1.3.3 an.

Sprunghafte Änderungen treten durch plötzliche Be- oder Entlastung auf. Im Idealfall vollzieht sich eine derartige Änderung in einem infinitesimalen Zeitraum bzw. von einem Abtastwert zum nächsten und wird mathematisch beschrieben durch:

$$x(t) = A \cdot s(t). \quad (3.2-2)$$

Darin ist  $s(t)$  die in (3.1-14) eingeführte Funktion des Einheitssprungs und  $A$  die Sprunghöhe. Derartige Änderungen treten selten einzeln auf. Sie überlagern meistens die häufiger auftretenden periodischen Einflüsse. Dadurch wird bei einem Übergang in den Frequenzbereich durch einen Einheitssprung der in Abbildung 3.2-1 dargestellte Einfluss induziert:

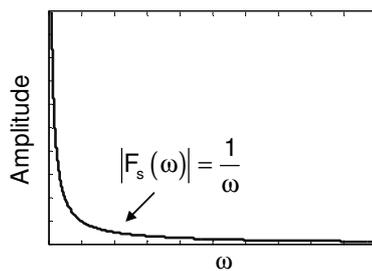


Abb. 3.2-1: Spektraldarstellung der sprunghaften Änderung

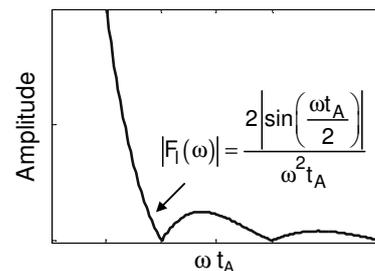


Abb. 3.2-2: Spektraldarstellung der linearen Änderung

Wie leicht zu erkennen ist, wirkt sich ein Sprung insbesondere auf die Amplituden im niederfrequenten Bereich aus, also genau auf den Bereich in dem die ingenieurgeodätisch relevanten Perioden enthalten sind. Der Einfluss nimmt mit der Sprunghöhe und der sinkenden Frequenz zu.

Sprunghafte Änderungen treten in der Praxis recht selten auf. Selbst im Falle der Ein- und Abschaltung einer Maschinenanlage oder im Schadensfall eines Bauwerkes verursachen die Trägheitskräfte einen zeitlich eher stetigen Übergang von einem Zustand in den nächsten, so dass die sprunghafte Änderung vielmehr als Grenzfall der praxisrelevanteren linearen Änderung anzusehen ist. Diese kann formelmäßig durch die Rampenfunktion wie folgt beschrieben werden:

$$x(t) = \begin{cases} x_a & \text{für } t \leq t_0, \\ x_a + \frac{x_e - x_a}{t_A} (t - t_0) & \text{für } t_0 < t \leq t_0 + t_A, \\ x_e & \text{für } t > t_0 + t_A, \end{cases} \quad (3.2-3)$$

wobei  $x_a$  und  $x_e$  das Anfangs- bzw. Endniveau der Größe  $x(t)$ ,  $t_0$  den Anfangszeitpunkt und  $t_A$  die Dauer der Änderung darstellen.

Lineare Änderungen können durch Baugrundbeanspruchungen, Änderungen des Grundwasserspiegels, Fördermenge in einem Abbaubereich, Füllen und Entleeren einer Schleusenkammer oder Änderungen in dem Funktionszustand einer Maschinenanlage hervorgerufen werden (PELZER, 1988). An diesen Beispielen lassen sich zwei Kategorien von Einflüssen erkennen, für die auch zwei unterschiedliche Modellierungsstrategien hergeleitet werden. Die erste Kategorie, der die ersten drei Beispiele angehören, umfasst die im Verhältnis zur Abtastrate des Prozesses „langsam“ stattfindenden Änderungen. Anfangs- und Endzeitpunkt der Änderung liegen mehrere Tage, sogar Wochen oder Monate auseinander, so dass diese im Verlauf der jeweiligen Zeitreihe einmal oder höchstens wenige Male enthalten sind. Diese Kategorie von aperiodischen Einflüssen kann als linearer Trend aufgefasst werden. Die Effekte der zweiten Kategorie, der die beiden letztgenannten Beispiele angehören, sind viel häufiger im Verlauf der Zeitreihe präsent und der Übergang vollzieht sich über wenige Messwerte, da der Einfluss schnell erfolgt. Ihnen gilt in der vorliegenden Arbeit im Kontext der dynamischen Modellierung die besondere Aufmerksamkeit.

Das Ergebnis der FOURIER-Transformation einer Einheitsänderung, die zum Zeitpunkt  $t_0 = 0$  einsetzt, wird in Abbildung 3.2-2 dargestellt. Wie daraus ersichtlich ist, beeinflusst diese die Amplitudenwerte im Falle einer Überlage-

nung mit anderen periodischen Eingangsgrößen. Es sind erneut die Amplituden der niedrigeren Frequenzen, die davon stärker betroffen sind. Der Einfluss nimmt sowohl in der Breite des betroffenen Frequenzbandes als auch in der Größe mit der Steilheit des Überganges zu und erreicht erwartungsgemäß sein Maximum für den Fall der sprunghaften Änderung. Bei gleicher Größenordnung der Änderung werden damit die Prozesse der zweiten Kategorie einen stärkeren Einfluss auf die Systemidentifikation im Frequenzbereich haben. Aus diesem Grunde ist ihre Lokalisierung und Modellierung im Rahmen des Identifikationsprozesses von besonderem Interesse.

Impulsartige Änderungen treten als Folge außergewöhnlicher, stoßartiger Ereignisse auf. Durch das große Verhältnis von Last pro Zeiteinheit stellen sie oft Grenzfälle für die Belastbarkeit des Überwachungsobjektes dar, die einer gezielten Untersuchung bedürfen. Da sie nur durch besondere Vorkommnisse hervorgerufen werden, treten diese Änderungen während der Lebensdauer des Überwachungsobjektes nur vereinzelt oder gar nicht auf. Ihre Bedeutung erreichen sie durch die Funktion des Einheitsimpulses (3.1-12) in der theoretischen Systembetrachtung und für künstliche Erregungen, z.B. durch Hammerschläge oder herabfallende Gewichte (NATKE, 1983). Durch den Aufzeichnungsprozess werden Impulse in der Realität nicht als ideale Form des skalierten Einheitsimpulses abgebildet, sondern endliche Formen wie z.B. eines Rechtecks, Dreiecks oder Trapezes annehmen.

Impulsartige Formen können in Zeitreihen, die während ingenieurgeodätischer Vorhaben entstehen, häufiger auftreten als es auf den ersten Blick erscheinen mag. So z.B. können Ausreißer oder die Erfassung einer begrenzten, reversiblen Belastung über zu wenige Zeitpunkte zu impulsartigen Strukturen führen. Aus diesem Grunde ist es ebenfalls sinnvoll ihre Auswirkung im Falle einer Transformation im Frequenzraum zu untersuchen. Die Abbildungen 3.2-3 und 3.2-4 stellen die Amplitudenspektren eines rechteckigen bzw. eines symmetrischen dreieckigen Einheitsimpulses mit der Gesamtdauer  $\Delta t$  dar. Die gestrichelte Linie in beiden Abbildungen entspricht dem Amplitudenspektrum eines idealen Impulses.

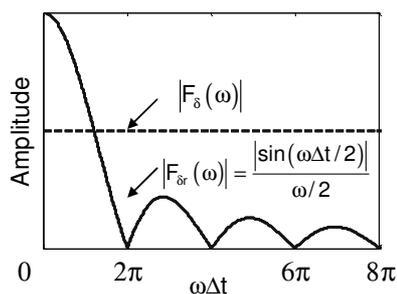


Abb. 3.2-3: Spektraldarstellung des Rechteckimpulses

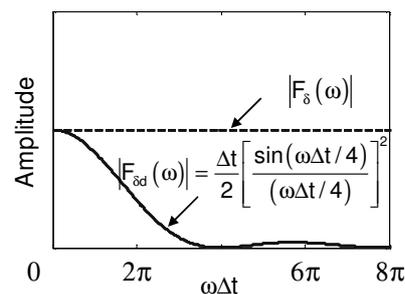


Abb. 3.2-4: Spektraldarstellung des symmetrischen Dreieckimpulses

Wie aus den zwei Abbildungen ersichtlich wird, hat der ideale Impuls eine konstante Amplitude. Er beeinflusst damit das gesamte Frequenzspektrum. Reale Impulse schlagen sich ebenfalls wie die sprunghaften Änderungen hauptsächlich auf den niederfrequenten Bereich nieder. Bei gleicher Impulshöhe und -dauer verursachen die Rechteckimpulse in diesem Bereich die größten Amplituden. Dies ist damit zu begründen, dass bei kleinen Frequenzen die Amplitudengröße durch die Impulsfläche bestimmt wird und Rechteckimpulse die größte Fläche haben. Andererseits ist der Abfall des Rechteckimpulses steiler. Er erreicht die erste Nullstelle schneller als der Dreieckimpuls und regt damit einen geringeren Frequenzbereich an. Dass auch bei hohen Frequenzen die Amplituden des Dreieckimpulses niedriger sind als beim Rechteckimpuls, hängt mit der Flankensteilheit zusammen (NATKE, 1983).

Die Auswirkung der Impulsdauer auf das resultierende Amplitudenspektrum ist durch die Betrachtung der Grenzfälle anschaulich darstellbar. Für kurze Impulsdauern resultieren flache Kurven, die sich über ein breites Frequenzspektrum erstrecken und im Grenzfall dem Spektrum des idealen Impulses entsprechen. Mit zunehmendem  $\Delta t$  wachsen die Amplituden für kleine Frequenzen, der Abfall wird jedoch umso steiler und nähert sich im Grenzfall eines „anhaltenden Impulses“ dem Amplitudenspektrum der Sprungfunktion.

Die größtmögliche Amplitude, die eine Impulsform mit festgelegter Höhe und variabler Dauer bei einer bestimmten Frequenz erzeugen kann, wird durch die Einhüllende der Kurvenscharen der FOURIER-Transformierten mit dem Parameter  $\Delta t$  gegeben (ISERMANN, 1992). Die Einhüllende ist für die Rechteckimpulse am höchsten. Sie ergibt sich für diese Form zu:

$$\max_{\Delta t} \left\{ |F_{\delta r}(\omega)| \right\} = \frac{2}{\omega} \quad (3.2-4)$$

Abschließend werden in der folgenden Tabelle die Amplitudenkomponenten des Einheitssprungs, der Rampenfunktion sowie des rechteckigen und symmetrischen dreieckigen Einheitsimpulses für einige der in der Ingenieurgeodäsie häufig vorkommenden Perioden zusammengestellt:

Perioden Signalform	1 Woche	1 Tag	12,42 Stunden
Einheitssprung	96 256,9	13 751,0	7 116,1
Rampenfunktion $t_A = 1 \dots 100 \text{ s}$	96 256,9	13 751,0	7 116,1
Rechteckimpuls $\Delta t = 1 \dots 100 \text{ s}$ (max. Einfluss)	$\Delta t$ (192 513,8)	$\Delta t$ (27 502,0)	$\Delta t$ (14 232,3)
Dreieckimpuls $\Delta t = 1 \dots 100 \text{ s}$ (max. Einfluss)	$\Delta t/2$ (139 497,7)	$\Delta t/2$ (19 928,2)	$\Delta t/2$ (10 312,9)

Tab. 3.2-1: Die Amplitude aperiodischer Änderungen für einige gängige Perioden

Bei der praktischen Umsetzung der FOURIER-Transformation sind aufgrund der Normierung die hohen Werte aus der Tabelle 3.2-1 nicht zu erwarten. Als Referenzgröße für den maximalen Einfluss in den niedrigen Frequenzen kann  $2\Delta t / N$  angenommen werden, wobei  $N$  die Anzahl der Werte der Zeitreihe und  $\Delta t$  die Dauer der Einheitsänderung darstellt.

### 3.2.2 Zeitlicher Verlauf der Objektreaktion bei grundlegenden Änderungen einer Anregungsgröße

Zur anschaulichen Beschreibung der Objektreaktion auf die besprochenen Änderungsarten ist die Rückführung auf dynamische Analogiemodelle zweckmäßig. In BENDAT und PIERSOL (1971) werden eine Reihe repräsentativer mechanischer und elektrischer Systeme besprochen, von denen das von PELZER (1976) für ingenieurgeodätische Aufgaben spezifizierte Feder-Masse-Dämpfung-System eines der bekanntesten ist. Darin wird das Überwachungsobjekt als ein Gebilde bestehend aus einer Masse  $m$ , einer Feder mit der Konstanten  $D$  und eine Dämpfungseinrichtung mit dem Koeffizienten  $k$  dargestellt.

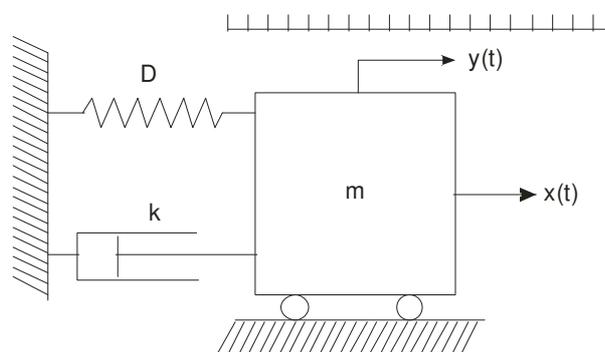


Abb. 3.2-5: Das Feder-Masse-Dämpfung-System (aus: BENDAT und PIERSOL, 1971)

Die Feder und Dämpfungseinrichtung realisieren die Bindung an eine feste Stütze, so dass unter der Einwirkung einer äußeren Kraft  $x(t)$  nur Bewegungen der Masse in eine Richtung möglich sind. Dabei kann die Masse aufgrund der Dämpfungseinrichtung den Kraftänderungen nicht beliebig schnell folgen, was eine gewisse Reaktionsverzögerung zur Folge hat. Werden die angreifende Kraft  $x(t)$  als Einflussgröße und die Bewegungen des Massekörpers  $y(t)$  als Deformationsgröße aufgefasst, so ist der gesamte Vorgang als ein dynamischer Deformationsprozess zu betrachten, dessen theoretische Beschreibung durch die Gleichgewichtsbedingung:

$$x(t) = Dy(t) + k\dot{y}(t) + m\ddot{y}(t) \quad (3.2-5)$$

erfolgt. Sie ist die Basis für die Herleitung der Systemreaktionen auf die vorgestellten Änderungsformen der Eingangsgröße. In den bisherigen Betrachtungen wurde aus ingenieurgeodätischer Sicht das letzte Glied in (3.2-5) vernachlässigt. Der Fokus lag auf dem Gesamtverlauf meist langsamer Bewegungen, wie z.B. eine Setzung des Bauwerks oder dessen Reaktion auf die Temperaturvariation, für die die Annahme einer annähernd konstanten Geschwindigkeit zulässig war. In dieser Arbeit werden neben dem globalen Deformationsverlauf auch lokale Änderungen gezielt untersucht. Während den letztgenannten ist der Einfluss der Beschleunigungen unter Umständen nicht zweifelsfrei vernachlässigbar. Für ein besseres Verständnis der beobachteten Ereignisse soll durch das Beibehalten des Allgemeinfalls (3.2-5) untersucht werden, welchen Einfluss signifikante Beschleunigungen auf die Reaktionen des Überwachungsobjektes haben. Das Modell erster Ordnung wurde in einer ganzen Reihe von Publikationen abgehandelt, so dass hier auf dessen formelmäßige Darstellung verzichtet wird und stellvertretend auf PELZER (1976) verwiesen wird. Dieses wird jedoch aus Vergleichszwecken in den nachfolgenden Abbildungen aufgenommen.

Durch die Lösung der Differentialgleichung im homogenen Fall, die dann einer gedämpften Schwingung entspricht, und die Betrachtung einiger besonderer Zustände des Systems zur Bestimmung der Integrationskonstanten resultiert die Gewichtsfunktion:

$$g(t) = \frac{\lambda^2 + \omega^2}{D\omega} \cdot \sin(\omega t) \cdot e^{-\lambda t} \quad (3.2-6)$$

Darin sind:

$$\omega = \sqrt{\frac{D}{m} - \frac{k^2}{4m^2}} \quad \text{und} \quad \lambda = \frac{k}{2m} \quad (3.2-7)$$

Die Funktion (3.2-6) repräsentiert zugleich die Reaktion des Systems auf einen Einheitsimpuls. Sie beschreibt das System vollständig. Durch Einsetzen in die allgemeine Beziehung des dynamischen Modells (3.1-11) kann nun die Systemreaktion auf die besprochenen typischen Änderungen der Einflussgrößen hergeleitet werden. Nach der Einführung der Hilfsgrößen

$$H_\infty = \frac{1}{D} \quad \text{und} \quad T = \frac{k}{D} \quad (3.2-8)$$

in Anlehnung an PELZER (1976), resultiert die Übertragungsfunktion als Folge des Einheitssprunges zum Zeitpunkt  $t_0$ :

$$a(t) = H_\infty \left\{ 1 - \left[ \cos \omega(t-t_0) + \frac{\lambda}{\omega} \sin \omega(t-t_0) \right] e^{-\lambda(t-t_0)} \right\} \quad (3.2-9)$$

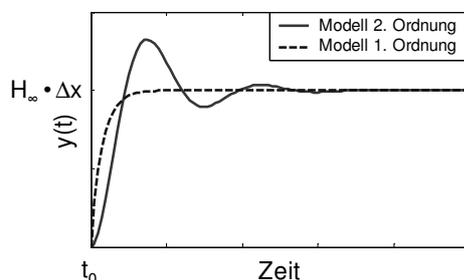


Abb. 3.2-6: Systemantwort auf eine sprunghafte Belastung  $\Delta x$

Diese Übertragungsfunktion hat eine identische Struktur mit der im vereinfachten Modell ermittelten. Sie unterscheidet sich von dieser durch den neu dazugekommenen Koeffizienten der Exponentialfunktion. Die darin enthaltenen trigonometrischen Funktionen geben dem exponentiellen Verlauf einen oszillierenden Charakter, wie auch die Abbildung 3.2-6 bestätigt.

Wie daraus ersichtlich ist, setzt die Deformation unmittelbar zum Sprungzeitpunkt  $t_0$  ein und verläuft recht schnell dem neuen Gleichgewichtszustand entgegen. Im Modell 1. Ordnung wird bereits nach  $t = t_0 + 3T$  ca. 95 % der Gesamtdeformation erreicht. Für beide Modelle wird im Grenzfall nach ausreichend langer Zeit die gleiche Gleichgewichtslage erreicht. Der endgültige Deformationseffekt ergibt sich als Produkt zwischen dem Übertragungsfaktor  $H_\infty$  und dem Wert der sprunghaften Belastungsänderung  $\Delta x$ .

In der Realität folgt die Belastungsänderung nur selten der idealen Form der Sprungfunktion. Sie wird vielmehr nach dem Einsatzzeitpunkt  $t_0$  über eine Anstiegszeit  $t_A$  linear zunehmen, um ihren bleibenden Endstand nach  $t_0 + t_A$  zu erreichen. Entsprechend ist die Systemreaktion während der Zunahme der Belastung ( $t_0 \leq t < t_0 + t_A$ ) und nach deren

Abschluss ( $t_0 + t_A \leq t$ ) getrennt zu werten. Infolge der Lösung der allgemeinen Gleichung des dynamischen Modells resultiert:

$$y_{\text{lin}}(t) = H_{\infty} \cdot \frac{\Delta x}{t_A} \left[ (t - t_0) - T \left( 1 - A \cdot e^{-\lambda(t-t_0)} \right) \right] \quad \text{für } t_0 \leq t < t_0 + t_A, \quad (3.2-10)$$

$$y_{\text{lin}}(t) = H_{\infty} \cdot \Delta x \left[ 1 + \frac{T}{t_A} \left( 1 - B \cdot e^{\lambda t_A} \right) \cdot A \cdot e^{-\lambda(t-t_0)} \right] \quad \text{für } t_0 + t_A \leq t,$$

mit den Koeffizienten A und B der Exponentialfunktionen:

$$A = \alpha \sin[\omega(t - t_0)] + \cos[\omega(t - t_0)],$$

$$B = \frac{\alpha \sin[\omega(t - t_0 - t_A)] + \cos[\omega(t - t_0 - t_A)]}{\alpha \sin[\omega(t - t_0)] + \cos[\omega(t - t_0)]}, \quad (3.2-11)$$

$$\alpha = \frac{\lambda^2 - \omega^2}{2\lambda\omega}.$$

Auch in diesem Fall behält die Systemantwort eine zum vereinfachten Modell 1. Ordnung identische Struktur (vgl. PELZER, 1976, S. 785). Sie unterscheidet sich von diesem erneut durch die Koeffizienten A und B, die dem exponentiellen Verlauf eine Schwingung überlagern, wie der Abbildung 3.2-7 zu entnehmen ist.

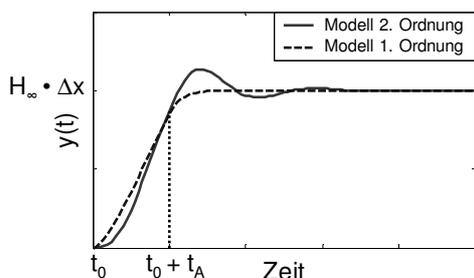


Abb. 3.2-7: Systemantwort auf eine lineare Belastung  $\Delta x$

Die Deformation setzt im Vergleich zur sprunghaften Änderung nur langsam ein, wird jedoch mit zunehmender Belastung schneller und erreicht maximale Geschwindigkeit zum Abschluss der Belastungsänderung. Für große Werte von  $t_A$  nimmt die Amplitude der Schwingung im Modell 2. Ordnung verschwindend geringe Werte an. Der Verlauf beider Modelle ist kaum noch voneinander zu unterscheiden und nähert sich einer Geraden mit der Steigung  $H_{\infty} \Delta x / t_A$ . Nach dem Zeitpunkt  $t_0 + t_A$  verlangsamt sich der Deformationsvorgang und klingt letztlich aus. Es stellt sich in beiden betrachteten Fällen nach unterschiedlich langer Zeit die gleiche Gleichgewichtslage ein. Diese stimmt bei gleicher Belastungsänderung  $\Delta x$  mit der aus dem Sprungeinfluss resultierenden überein.

Am häufigsten werden in der Ingenieurgeodäsie periodische Variationen der Einflussgröße betrachtet, wobei es sich vordergründig um Effekte mit Perioden von mehreren Stunden bis hin zu Jahren handelt. Der Verlauf der Deformation nach der Einschwingzeit des Systems folgt erneut aus der Lösung der allgemeinen Modellgleichung, wenn die Einflussgröße darin als harmonische Schwingung mit der Kreisfrequenz  $\omega_1$  und der Amplitude  $\Delta x_0$  eingeführt wird:

$$y_{\text{per}}(t) = \frac{\Delta x_0}{\sqrt{m^2 (\omega_1^2 - \omega_0^2)^2 + k^2 \omega_1^2}} \sin \left[ \omega_1 t - \arctan \left( \frac{\omega_1 \cdot k}{m (\omega_0^2 - \omega_1^2)} \right) \right] = \Delta y_0 \sin(\omega_1 t - \varphi), \quad (3.2-12)$$

wobei  $\omega_0$  die Schwingungsfrequenz des ungedämpften Systems darstellt. Das System reagiert auf den periodischen Verlauf der Einflussgröße mit gleicher Frequenz. Die physikalische Grundlage für die Formulierung des Frequenzhaltungssatzes ist dadurch gegeben. Das Amplitudenverhältnis zwischen Aus- und Eingangsgröße hängt sowohl von den Systemparametern als auch von der Erregerfrequenz ab und erreicht das Maximum bei  $\omega_R = \sqrt{\omega_0^2 - 2\lambda^2}$  (DEMTRÖDER, 2006, S. 359).

Im linken Teil der Abbildung 3.2-8 wird der Verlauf des Amplitudenfaktors, der so genannten Amplitudenverstärkung, in Abhängigkeit des Frequenzverhältnisses illustriert. Danach reagiert das Objekt auf schnelle Änderungen der Belastung mit kleinen Deformationen. Aufgrund der höheren Amplitudenverstärkungen sind die langperiodischen Änderungen wesentlich wirksamer. Die Abnahme der Amplitudenverstärkung erreicht im Grenzfall das Niveau des Übertragungsfaktors. Die langperiodischen Deformationen folgen der Einflussgröße mit geringer Verzögerung, wie es die rechte Grafik der Abbildung 3.2-8 verdeutlicht.

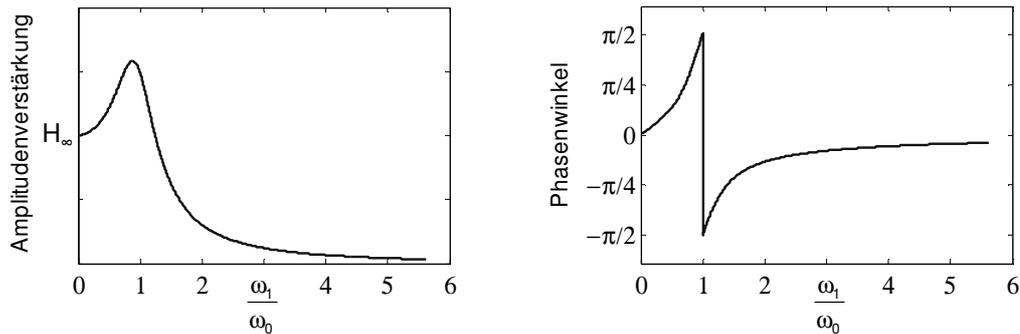


Abb. 3.2-8: Amplitudenverstärkung (links) und Phasenverschiebung (rechts) als Systemcharakteristiken bei periodischer Anregung

Abschließend sollen die anhand des Feder-Masse-Dämpfung-Modells ermittelten, wesentlichen Erkenntnisse zur Reaktion der Überwachungsobjekte auf typische Verläufe der Einflussgrößen aus der ingenieurgeodätisch relevanten Sicht der Systemidentifikation zusammengefasst werden:

- Beschleunigungen haben keine Auswirkung auf den Gleichgewichtszustand, den das System infolge einer sprunghaften oder linearen Belastungsänderung erreicht. Sie verändern lediglich den Verlauf der Deformation bis zum Ausklang ihrer Variation.
- Die Niveauunterschiede zwischen den Anfangs- und Endzuständen der stoßhaften oder linearen Änderung der Einflussgröße und der hervorgerufenen Deformation sind proportional. Die Proportionalitätskonstante ist eine systemspezifische Größe und wird Übertragungsfaktor genannt.
- Der Verlauf der Deformation zwischen den zwei Gleichgewichtslagen ist exponentiell im Falle des dynamischen Modells 1. Ordnung bzw. exponentiell mit überlagerten Schwingungen im Modell 2. Ordnung. Wie stark sich dieser Verlauf einem linearen nähert, hängt im Wesentlichen von der Dämpfung des Systems sowie, im Falle der linearen Variation, von der Änderungsgeschwindigkeit der Einflussgröße ab. Diese ist in den meisten ingenieurgeodätischen Aufgabenstellungen ausreichend gering, um eine lineare Modellierung zu ermöglichen.
- Im Falle einer periodischen Anregung variieren die Einflussgröße und die Deformationsgröße mit gleicher Frequenz. Die als Verhältnis der Amplituden definierte Amplitudenverstärkung und die Phasenverschiebung sind frequenzabhängige Systemcharakteristiken. Sie geben somit die Eigenschaften des Systems nur für die Erregerfrequenz wieder.
- Impulse, Sprünge und lineare Änderungen verursachen eine zeitlich begrenzte Variation der Deformationen. Periodische Deformationen währen über die gesamte Dauer des Einflusses und erstrecken sich in der Ingenieurgeodäsie nicht selten über das gesamte Datenkontingent.

### 3.3 Stationarität und Instationarität der Anregungs- und Reaktionsgrößen

Die Herleitung von Objektreaktionen auf typische Verläufe der Eingangsgrößen aus dem vorangegangenen Kapitel ging stets von einer vollständigen funktionalen Beschreibung der Signale aus. Diese Möglichkeit ist in der Praxis der ingenieurgeodätischen Datenauswertung jedoch selten gegeben. Die registrierten Zeitreihen sind in aller Regel das Ergebnis eines Beobachtungsprozesses und müssen demzufolge basierend auf wahrscheinlichkeitstheoretischen Grundsätzen beschrieben und analysiert werden. Dafür stellt die klassische Zeitreihentheorie eine Reihe von Werkzeugen bereit, wie beispielsweise das empirische Mittel sowie die Korrelations- und Leistungsdichtefunktion, die alle im Anhang A vorgestellt werden. Deren Berechnung liegt ausnahmslos die fundamentale Eigenschaft der Stationarität der beobachteten Prozesse zugrunde. Sie setzt die zeitliche Invarianz der wahrscheinlichkeitstheoretischen Struktur des Prozesses  $x(t)$  voraus, was zur Folge hat, dass die multivariate Verteilung jeder Menge von Zufallsvariablen  $\{x(t_1), x(t_2), \dots, x(t_n)\}$  der multivariaten Verteilung der um beliebiges  $k$  zeitlich verschobenen Variablen  $\{x(t_{1+k}), x(t_{2+k}), \dots, x(t_{n+k})\}$  gleicht (PRIESTLEY, 2004). Prozesse, die dieser Bedingung genügen, werden als vollständig stationär

bezeichnet. Weitere Begriffe, die in der Fachliteratur zur Benennung dieser Eigenschaft stochastischer Prozesse verwendet werden, sind Stationarität im engeren Sinne (KOCH und SCHMIDT, 1994), strenge Stationarität (SCHLITTEGEN und STREITBERG, 2001; SCHULTE, 1987) oder starke Stationarität (TEUSCH, 2006). Prozesse dieser Kategorie entstehen aus Systemen, die sich im stabilen Zustand befinden (KOCH und SCHMIDT, 1994).

Die Forderung nach vollständiger Stationarität ist sehr restriktiv und auch aufwändig zu überprüfen. Meist ist es ausreichend, die vollständige Identität der Wahrscheinlichkeiten auf die Ähnlichkeit ihrer „wesentlichen Züge“ in Form von statistischen Momenten bis zu einer gewissen Ordnung  $m$  zu begrenzen. Man spricht in diesem Falle von schwach stationären Prozessen bis zur Ordnung  $m$  (PRIESTLEY, 2004; TEUSCH, 2006; SCHLITTEGEN und STREITBERG, 2001) bzw. von Prozessen, die im weiteren Sinne stationär sind (KOCH und SCHMIDT, 1994). Zwischen den statistischen Eigenschaften der beiden oben genannten Mengen gilt für jede Kombination der Exponenten, die der Bedingung  $m_1 + m_2 + \dots + m_n \leq m$  genügt, die Beziehung:

$$E\left[[x(t_1)]^{m_1}, [x(t_2)]^{m_2}, \dots, [x(t_n)]^{m_n}\right] = E\left[[x(t_{1+k})]^{m_1}, [x(t_{2+k})]^{m_2}, \dots, [x(t_{n+k})]^{m_n}\right]. \quad (3.3-1)$$

Darin bezeichnet  $\mu_{x_1 x_2 \dots x_n}^{(m)} = E\left[[x(t_1)]^{m_1}, [x(t_2)]^{m_2}, \dots, [x(t_n)]^{m_n}\right]$  mit  $m = \sum_{i=1}^n m_i$  das  $m$ -te multivariate Moment

der Teilmenge von Zufallsvariablen  $x(t_1), x(t_2), \dots, x(t_n)$  aus  $x(t)$  (KOCH, 1997). Zwei Sonderfälle von (3.3-1) haben größere Bedeutung für die Praxis erlangt. Für die Stationarität bis zur 1. Ordnung gilt:

$$E[x(t_1)] = E[x(t_2)] = \dots = E[x(t_n)] = \mu. \quad (3.3-2)$$

Der Erwartungswert eines bis zur 1. Ordnung stationären Prozesses ist eine von der Zeit unabhängige Konstante. Für die Stationarität bis zur 2. Ordnung gilt wegen  $m_1 = 1$  und  $m_2 = 0$  ebenfalls die Beziehung (3.3-2) und zudem entsprechend den verbleibenden zulässigen Kombinationen der Potenzen  $m_1$  und  $m_2$  die Beziehungen:

$$E[x^2(t_1)] = E[x^2(t_2)] = \dots = E[x^2(t_n)] = \sigma^2, \quad (3.3-3)$$

$$E[x(t_i)x(t_j)] - \mu^2 = E[x(0)x(t_j - t_i)] - \mu^2 = \gamma(t_j - t_i) \text{ mit } 1 \leq i, j \leq n. \quad (3.3-4)$$

Damit hat ein bis zur 2. Ordnung stationärer Prozess dieselbe Varianz und denselben Erwartungswert zu allen Zeitpunkten. Die Kovarianz zweier Werte hängt nur von ihrem zeitlichen Abstand ab und nicht von der jeweiligen Position auf der Zeitachse. Wie bereits in Kapitel 3.1 aufgeführt, beruht die dynamische Modellbildung auf der Berechnung von empirischen Mittelwerten und Korrelationsfunktionen, so dass die Anforderung der Stationarität bis zur 2. Ordnung auch an die beobachteten Prozesse gestellt wird. Diese Bedingung wird meist durch die visuelle Betrachtung des Datenmaterials überprüft und ist somit eine subjektive Angelegenheit. Der Subjektivismus lässt sich in der Vorgehensweise nach BENDAT und PIERSOL (1971) auch formelmäßig unterstreichen. Darin wird zur Überprüfung der Stationarität die Berechnung des empirischen Mittels und der Autokorrelationsfunktion über ein „kurzes“ Zeitintervall  $\Delta t$  vorgeschlagen:

$$\mu_x(t_i) = \frac{1}{\Delta t} \int_{t_i}^{t_i + \Delta t} x(t) dt, \quad (3.3-5)$$

$$\gamma_{xx}(t_i, t_i + \tau) = \frac{1}{\Delta t} \int_{t_i}^{t_i + \Delta t} [x(t) - \mu_x(t)][x(t + \tau) - \mu_x(t + \tau)] dt.$$

Die Stationaritätsbedingung gilt als erfüllt, wenn  $\mu_x(t_i)$  und  $\gamma_{xx}(t_i, t_i + \tau)$  von einem Zeitpunkt zum nächsten nicht signifikant variieren. Hierbei bezieht sich die Signifikanz auf eine erwartete Größenordnung, die sich aus der zufälligen Variation der aufgezeichneten Daten ergibt. Der Begriff „kurzes Zeitintervall“ ist dehnbar und kann unter Umständen die Entscheidung gegen oder zugunsten der Stationarität prägen, wie das folgende Beispiel herausstellt. Es soll die Stationarität 1. Ordnung anhand einer Zeitreihe beurteilt werden, die infolge der Abtastung eines Rechtecksignals mit der Einheitshöhe resultiert. Die Zeitreihe besteht aus 10.000 Werten. Ein Auszug ist in der Abbildung 3.3-1 dargestellt. Wird nach dem obigen Verfahren die Zeitabhängigkeit des empirischen Mittels für  $\Delta t = 5$  untersucht, resultiert

eine Kurve mit Variationsamplituden, die der Höhe des Rechtecksignals gleichen. Aus subjektiver Sicht wäre hiermit das Signal als instationär zu betrachten. Wird hingegen  $\Delta t = 360$  gewählt, hat der empirische Mittelwert eine geringe Variationsbreite und die Annahme der Stationarität 1. Ordnung ist vertretbar.

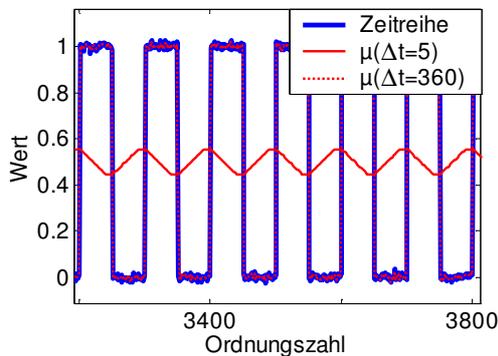


Abb. 3.3-1: Analyse der Stationarität 1. Ordnung

Dieser Interpretationsspielraum kann reduziert oder gar vollständig beseitigt werden, wenn der deterministische Verlauf der Zeitreihe durch eine geeignete Modellierung erfasst wird. Im Falle trendbehafteter Zeitreihen ist die Anwendung verschiedener Regressionsansätze üblich (s. Kapitel 2.1). Grundsätzlich ist diese Vorgehensweise auch auf die besprochene Zeitreihe übertragbar, indem die steigenden und fallenden Flanken identifiziert und getrennt, z.B. durch einen linearen Ansatz, modelliert und abgespalten werden. Anschließend weisen die Residuen ein einheitliches Niveau auf. Diese hier kurz vorgestellte Strategie wird in der vorliegenden Arbeit im Rahmen des 5. Kapitels bei der Analyse der Deformationen an der Schleuse Uelzen I aufgegriffen und umgesetzt.

In ihrer ursprünglichen, strengen Definition sind die statistischen Momente eines stochastischen Prozesses zum Zeitpunkt  $t_i$  anhand der Realisierungen der Zufallsvariablen  $x(t_i)$  zu berechnen. Die unterschiedlichen Realisierungen eines stochastischen Prozesses werden als Ensemble bezeichnet (KOCH und SCHMIDT, 1994, S. 209). In den überwiegenden Fällen aus der geodätischen Praxis liegt jedoch eine einzige Realisierung des beobachteten Prozesses vor. Enthält diese alle statistischen Eigenschaften des Prozesses, besteht dennoch die Möglichkeit auf die genannten Größen anhand der Beobachtungen zu verschiedenen Zeitpunkten zu schließen. In diesem Falle wird der entsprechende Prozess ergodisch genannt (KOCH und SCHMIDT, 1994). Voraussetzung für die Ergodizität ist die vollständige Stationarität.

Variieren die statistischen Eigenschaften der beobachteten Prozesse mit der Zeit, so werden sie instationär oder nichtstationär genannt. Die Formen der Instationarität sind vielfältig und hängen unmittelbar mit den Eigenschaften des beobachteten Prozesses zusammen. Ein häufiger Grund für die Instationarität ist ein vorhandener Trend in der Zeitreihe. Dessen Auftritt kann in der ingenieurgeodätischen Praxis verschiedene Ursachen haben, was auch seine Relevanz für die behandelte Aufgabe bestimmt. In Vorhaben wie beispielsweise die Überwachung von Hangrutschungen, Vulkanen oder Gletschern ist der Trend die primär interessierende Komponente. Es gilt diesen gezielt zu erfassen und mit Hilfe der in Kapitel 2.1 beschriebenen Ansätze (s. Tabelle 2.1-1) zu modellieren. Die instationäre Erscheinung motiviert die Überwachungsaufgabe, so dass ihr Auftritt im Bezug auf die verfolgte Zielsetzung nicht störend wirkt. Andererseits sind in Fragestellungen bezogen auf die Beschreibung des Normalverhaltens eines Bauwerkes trendartige Änderungen, soweit sie kein reguläres Bauwerksverhalten kennzeichnen, von untergeordneter Bedeutung. In diesen Fällen wird meist eine Quantifizierung des Deformationsverhaltens unter verschiedenen zyklischen Einflüssen angestrebt. Dafür ist der Trend aus den Datenreihen zu beseitigen, um die stationären Komponenten mit den Methoden der traditionellen Zeitreihenanalyse (s. Anhang A) zu analysieren.

Ein hierfür einfaches und sehr wirksames Mittel besteht in der Einfach- oder Mehrfachdifferenzbildung benachbarter Terme. Sie wurde in BOX und JENKINS (1976) in Zusammenhang mit der Einführung des Integrierten – Autoregressiven - Moving Average Modells (ARIMA) diskutiert. Die Methode ist mit guten Ergebnissen bei der Beseitigung eines unregelmäßigen Trends einsetzbar, für den keine geschlossene funktionale Beschreibung gegeben werden kann. Die Differenzbildung entspricht einer mathematischen Hochpass-Filterung. Dadurch wird neben der unerwünschten Trenderscheinung auch der Informationsinhalt anderer langperiodischer Anteile stark reduziert. Im Kontext der oben genannten Erfassung des Normalzustandes eines Überwachungsobjektes ist dieses von Nachteil, da beispielsweise ein Tagesgang aus der differenzierten Version einer Zeitreihe, die ursprünglich in einem Abtastintervall von wenigen Minuten vorliegt, ferner nicht analysierbar ist. Auch muss bei der Untersuchung des stationären Anteils ein erhöhtes Rauschniveau in Kauf genommen werden.

Die am Beispiel des Trends aufgezeigte Beziehung zwischen der verfolgten Zielsetzung und dem Umgang mit Instationaritäten im Rahmen einer Überwachungsaufgabe ist für die in der vorliegenden Arbeit behandelten Arten von lokalen Niveauänderungen ebenfalls gültig. Besteht das primäre Interesse an der Systemidentifikation für periodische stationäre Komponenten, so sind diese Änderungen wie auch der Trend als Störung aufzufassen und aus den Daten zu

beseitigen. Wird andererseits das umfassende Verständnis eines Deformationsprozesses verfolgt, so sind neben den zyklischen Komponenten auch diese Änderungen gezielt zu identifizieren und zu modellieren. Dieser Ansatz wird in der vorliegenden Arbeit verfolgt.

Die rapide Niveauänderung, wie sie etwa bei impuls- oder sprunghaften Einflussfaktoren auftritt, lässt sich durch die beschriebene Methode der Differenzbildung nicht vollständig eliminieren. Ihre Auswirkung auf die Ergebnisse der klassischen Zeitreihenanalyse wird jedoch deutlich eingeschränkt. Gleichzeitig werden diese Änderungen im Verlauf der Zeitreihe besser herausgestellt, was für die Anwendungen weiterer Identifikationsverfahren sehr nützlich sein kann, wie im nachfolgenden Kapitel gezeigt wird. Die langsamen Niveauänderungen werden durch die Differenzbildung unterdrückt, was ihre weitere Untersuchung anhand der differenzierten Zeitreihe verhindert. Für Variationen der Varianz bleibt das Verfahren weitestgehend unwirksam.

Mit Hinblick auf die in der klassischen Zeitreihentheorie geforderte Stationarität bis zur 2. Ordnung wird nachfolgend die Instationarität des Erwartungswertes und der Varianz näher betrachtet. Viele Prozesse, die diese Arten von Instationaritäten aufweisen, sind auf eine funktionale Beziehung zwischen einem stationären Anteil  $x_1(t)$  und einer deterministischen Zeitfunktion  $d(t)$ , die den stationären Anteil additiv bzw. multiplikativ überlagert, zurückführbar. Diese Strukturen werden aufgrund ihrer Bedeutung für die Darstellung der typischen Verläufe der Einfluss- und Deformationsgrößen weiterhin eingeführt.

Im Falle der Instationarität des Erwartungswertes kann die Zeitreihe wie folgt umgeformt werden:

$$x(k) = d_m(k) + x_1(k); \quad k = 0, 1, \dots, N-1, \quad (3.3-6)$$

wobei  $x_1(k)$  eine Zeitreihe mit dem konstanten Mittelwert Null ist und  $d_m(k)$  einen deterministischen Anteil repräsentiert, der den zeitlichen Verlauf des Mittelwertes reproduziert. Ist die Variation von  $d_m(k)$  langsamer als die geringste Frequenz von  $x_1(k)$ , was charakteristisch für den Trend der Zeitreihe ist, lässt sich dieser Anteil durch eine Tiefpassfilterung trennen. BENDAT und PIERSOL (1971) schlagen hierfür die Berechnung eines lokalen Mittelwertes<sup>1</sup> vor:

$$\mu_x(k) = \frac{1}{2 \cdot l + 1} \sum_{i=-l}^{+l} x(k+i). \quad (3.3-7)$$

Der lokale Mittelwert ist eine verzerrte Schätzung von  $d_m(k)$ . Dies kann leicht durch Einführen von (3.3-6) in die obige Gleichung und den Übergang zu Erwartungswerten verifiziert werden. Die Verzerrung ist proportional zu  $l^2$  und kann durch die Wahl einer geringen Fensterbreite klein gehalten werden. Andererseits wächst bei einer zu geringen Breite der Anteil der zufälligen Abweichungen. Die optimale Wahl von  $l$  ist ein Kompromiss zwischen den beiden Faktoren und muss daher aufgabenspezifisch erfolgen.

Für Änderungen der Varianz mit der Zeit ist es vorteilhaft die Zeitreihen als:

$$x(k) = d_v(k) \cdot x_1(k); \quad k = 0, 1, \dots, N-1 \quad (3.3-8)$$

auszudrücken, wobei  $x_1(k)$  eine Zeitreihe mit konstantem empirischen Mittelwert gleich Null und konstanter Einheitsvarianz ist. Die deterministische Funktion  $d_v(k)$  bildet den Verlauf der varianzinstationären Komponente ab. Vollziehen sich die Varianzänderungen nur langsam relativ zum spektralen Inhalt der Zeitreihe, kann analog zur lokalen Mittelbildung der Verlauf der deterministischen Funktion nach dem Prinzip der lokalen Varianzberechnung reproduziert werden. Die resultierende Schätzung ist ebenfalls verzerrt. Dieses Verfahren ist nur für die varianzinstationären Anteile der Prozesse anwendbar. Für Zeitreihen, die aus der Überlagerung mehrerer periodischer Einflüsse entstehen, von denen nur einige instationäres Verhalten aufweisen, ist es notwendig, die stationären periodischen Effekte vorab zu trennen und separat zu modellieren. Andernfalls geht durch die Zusammenführung der gesamten Varianz in  $d_v(t)$  die Amplitudeninformation der stationären Anteile verloren.

Wie in Kapitel 2.2 aufgezeigt und anhand des dynamischen Analogiemodells 2. Ordnung in Kapitel 3.2 auch physikalisch begründet, enthalten die Objektreaktionen auf typische Verläufe der Anregungsgrößen häufig periodische Komponenten. Im Falle der sprunghaften und linearen Belastung haben diese eine zeitlich begrenzte Dauer. Aufgrund des zeitabhängigen Varianzverlaufes handelt es sich hierbei um instationäre Anteile. Ihnen wurde bislang in der ingeni-

<sup>1</sup> Der lokale Mittelwert entspricht dem bekannten gleitenden Mittel. Trotzdem wird diese Bezeichnung hier bevorzugt, um die Notwendigkeit einer lokalen Betrachtung der Eigenschaften instationärer Zeitreihen herauszustellen.

engeodätischen Praxis verhältnismäßig geringe Aufmerksamkeit geschenkt. Die Beziehung (3.3-8) ist für die Repräsentation dieser Signalstrukturen geeignet. Die periodische Reaktion auf eine zyklische Anregung erstreckt sich über die gesamte Belastungsdauer. Im Falle natürlicher Einflüsse wie z. B. der Temperatur oder der Tide ist diese Komponente im gesamten Verlauf der Zeitreihen integriert. Die Ausführungen in Kapitel 3.1 belegen, dass bislang hauptsächlich diese Anteile in der nichtparametrischen Systemidentifikation berücksichtigt worden sind. Dabei wird durch die angesetzten Modelle stets die Konstanz ihrer Varianz vorausgesetzt. Verletzungen dieser Annahme auf Seiten der Einfluss- und Ausgangsgrößen haben eine geringe Auswirkung auf das Ergebnis der Systemidentifikation, solange die Eigenschaft der inkrementellen Linearität auf das untersuchte Überwachungsobjekt zutrifft. Eine konkrete Überprüfung erfolgt jedoch in den seltensten Fällen. Die im Rahmen der vorliegenden Arbeit eingeführte Methodik ermöglicht eine gezielte Untersuchung dieser Eigenschaft und schließt mit der Rückführung auf der Beziehung (3.3-8) eine geeignete Vorgehensweise für den Fall ein, dass sie mit einer guten Näherung in jeweils einzelnen Abschnitten des Deformationsbereiches gilt. Gleichzeitig können damit auch die instationären Komponenten der ersten Kategorie verarbeitet werden und auf diese Weise ein umfassenderes Bild vom Deformationsverhalten des Objektes gewonnen werden.

Zeitliche Abhängigkeiten des Mittelwertes oder der Varianz implizieren zeitabhängige Kovarianzfunktionen, wie aus der nachfolgenden Beziehung einer Autokovarianzfunktion für die Zeitpunkte  $t_1$  und  $t_2$  erkennbar ist:

$$\gamma_{xx}(t, \tau) = E \left[ \left[ x \left( t - \frac{\tau}{2} \right) - \mu_x \left( t - \frac{\tau}{2} \right) \right] \left[ x \left( t + \frac{\tau}{2} \right) - \mu_x \left( t + \frac{\tau}{2} \right) \right] \right]. \quad (3.3-9)$$

Darin wurden die Substitutionen  $\tau = t_2 - t_1$  und  $t = (t_1 + t_2) / 2$  vorgenommen, um durch die Funktion  $\gamma$  die Kovarianz um  $\tau$  auseinanderliegender und symmetrisch um  $t$  angeordneter Beobachtungen auszudrücken. Im Falle einer möglichen Trennung der Variablen ist die explizite Angabe eines stationären Anteils der Korrelationsfunktion realisierbar. Prozesse, die diese Eigenschaft besitzen, werden lokal stationär genannt und sind dadurch gekennzeichnet, dass in jeder Umgebung von  $t$ , die Abweichung von der Stationarität vernachlässigbar in Bezug auf die Schätzgenauigkeit ist (GIURCANU und SPOKOINY, 2004). Einer FOURIER-Transformation der allgemeinen instationären Autokovarianzfunktion mit der Zielsetzung, ein Pendant der Leistungsdichte für den Zeit-Frequenzbereich zu erhalten, sollte Vorsicht entgegengebracht werden. Die trigonometrischen Basisfunktionen sind ihrerseits stationäre Funktionen und nicht für die Darstellung instationärer Signale geeignet. Diese Aussage wird in den Abbildungen 3.2-1 – 3.2-4, in denen instationäre Charakteristiken das gesamte Spektrum erregen, bestätigt. Bei der Darstellung instationärer Signale anhand von Sinus- und Kosinus-Funktionen mit konstanten Amplituden müssen alle Frequenzkomponenten Berücksichtigung finden. Sinnvoller erscheint es in diesem Zusammenhang, sich statt der trigonometrischen Funktion anderen, allgemeinen funktionalen Strukturen zuzuwenden. Diese sollten instationär und zugleich schwingender Natur sein, um den Begriff der Frequenz weiterhin beibehalten zu dürfen. Eine Möglichkeit ist von PRIESTLEY (2004) in Zusammenhang mit der Einführung von evolutionären Leistungsdichten aufgezeigt worden. Diese basieren statt der exponentiellen Schwingung auf der Basisfunktion:

$$\phi_t(\omega) = A_t(\omega) e^{i\omega t}. \quad (3.3-10)$$

Die Amplitude der Schwingung und damit auch die Leistungsdichtefunktion sind neben der Frequenz auch eine Funktion der Zeit. Evolutionäre Leistungsdichten sind einer physikalischen Interpretation zugänglich, jedoch als Analysewerkzeug recht unhandlich, da im Falle langer Zeitreihen, wie sie in der Ingenieurgeodäsie durchaus üblich sind, die Form und Anzahl der Leistungsdichten schnell unüberschaubar wird. Die Wahl der Amplitudenfunktion bestimmt unmittelbar den Bereich um  $t$ , in dem die spektralen Eigenschaften untersucht werden. Das analysierte Frequenzspektrum wird dadurch nach unten hin deutlich begrenzt. Dieser Nachteil kann vermieden werden, wenn die Basisfunktionen definitionsmäßig eine begrenzte Schwingdauer aufweisen. Eine einfache Skalierung dieser Funktionen ermöglicht es, den analysierten Bereich um  $t$  dynamisch zu variieren. Diese Gedankengänge wurden bei der Einführung der Wavelet-Transformation verfolgt, die in der vorliegenden Arbeit zur Analyse der Zeitreihen eingesetzt wird und deren wichtigste Eigenschaften im nachfolgenden Kapitel eingehend diskutiert werden.

Betrachtet man nun das zeitliche Verhalten der Deformationsursachen aus der Perspektive der Stationarität und Instationarität, so wird es deutlich, dass infolge des Messprozesses vordergründig Zeitreihen mit inhomogenen statistischen Eigenschaften zu erwarten sind. Die anhand des Feder-Masse-Dämpfung-Modells hergeleiteten Deformationsverläufe haben einen instationären Charakter bzw. können einen solchen aufweisen. Die unterschiedlichen Impulsformen sowie die sprunghaften und linearen Änderungen implizieren und induzieren eine Instationarität des Erwar-

tungswertes, während für zeitlich variierende periodische Effekte die Instationarität der Varianz möglich ist. In vielen Prozessen, die während ingenieurgeodätischer Überwachungen beobachtet werden, vollzieht sich der Übergang in eine neue Gleichgewichtslage über eine kurze Zeit, relativ zu Gesamtlänge und Abtastintervall der Zeitreihen, was sehr vorteilhaft für die Berücksichtigung der Instationaritäten ist. Zwischen den transienten Zuständen weisen die Prozesse weitestgehend einen stationären Charakter auf. Sie werden aus diesem Grunde weiterhin als abschnittsweise stationär bezeichnet.

### **3.4 Begründung eines erweiterten Ansatzes bei der dynamischen Modellierung von Deformationsvorgängen**

Für die nichtparametrische Systemidentifikation ist bei ingenieurgeodätischen Überwachungsvorhaben die Bestimmung einer geringen Anzahl von Koeffizienten erforderlich, wenn die Deformation auf wesentliche periodische Einflussgrößen zurückführbar ist (KUHLMANN, 1996). Jede kausale Beziehung zwischen Einflussgröße und Deformation ist nach (3.2-12) durch eine Amplitudenverstärkung und eine Phasenverschiebung vollständig charakterisiert. Die Identifikation im Zeitbereich setzt zunächst die Bestimmung der Reaktionszeit des Überwachungsobjektes anhand der Kreuzkorrelationsfunktion voraus. Diese wird nachträglich bei der Aufstellung des funktionalen Modells zur Berechnung der Reaktionsstärke im regressionsbasierten Ansatz nach (3.1-21) berücksichtigt. Der Vorteil dieser Vorgehensweise gegenüber einer erweiterten polynomialen Modellstruktur erster oder sogar höherer Ordnung besteht in der höheren Rechengeschwindigkeit, vor allem aber in der physikalischen Interpretierbarkeit der ermittelten Koeffizienten. Die Identifikation im Frequenzbereich impliziert die Wahl eines linearen Modells. Die systemspezifische Durchlasscharakteristik resultiert nach (3.1-26) als Quotient von Leistungsdichten, die mit der FOURIER-Transformation der Zeitreihen bzw. deren Autokovarianzfunktionen zu berechnen sind. Dadurch werden alle in den Daten enthaltenen Perioden erkennbar und ihre gezielte Modellierung möglich. Ist die Frequenz einer Einflussgröße genau bekannt, so können alternativ zu den Verfahren der Zeitreihenanalyse die Parameter im Modell einer ausgleichenden Sinusfunktion nach (3.1-30) ermittelt werden.

Eine Identifikation basierend auf den Verfahren (3.1-21) und (3.1-30) setzt die Durchführung jeweils einer Ausgleichung nach vermittelnden Beobachtungen voraus. Bei der Aufstellung des funktionalen Modells wird dabei ein Satz von Parametern eingeführt, die repräsentativ für den gesamten Verlauf der Zeitreihen sind. Abweichungen von der statistischen Datenhomogenität über die im stochastischen Modell beschriebene Unsicherheit hinaus führen zu verzerrten Schätzungen dieser Parameter. Im Sinne des Kapitels 3.3 müssen die beobachteten Prozesse somit mindestens bis zur 2. Ordnung stationär sein. Besondere Zustandsänderungen sind im Datenmaterial nicht zugelassen. Für die Berechnung der Kreuzkorrelation im Modell (3.1-21) oder der Leistungsspektren durch die Anwendung der FOURIER-Transformation ist ebenfalls die Stationarität bis zur 2. Ordnung Voraussetzung. Abweichungen davon führen zu verfälschten Phasenverschiebungen, sofern nicht auf die kompliziertere Kovarianzfunktion (3.3-9) übergegangen wird, und Amplitudenverstärkungen. Letztere treten infolge des „Verschmierungeffektes“ durch die Basisfunktion der FOURIER-Transformation auf. Zusammenfassen lassen sich diese Ausführungen zur Schlussfolgerung, dass eine notwendige Bedingung für ein realitätstreuere Deformationsmodell, unabhängig von der gewählten Identifikationsstrategie, die Stationarität bis zur 2. Ordnung der analysierten Prozesse ist.

Die Mehrheit der ingenieurgeodätischen Überwachungsprojekte, in denen das angesprochene Identifikationsverfahren angewandt wurde, hatten zum Ziel, das Übertragungsverhalten der Objekte unter der Last langsamer, zyklischer Einflussgrößen mit Periodenlängen von mehreren Stunden bis hin zu mehreren Jahren zu quantifizieren (KUHLMANN, 1996; KUHLMANN und NERKAMP, 1998; NEUNER et al., 2004). Für eine zuverlässige Erfassung dieser Effekte sind in der Regel lange Beobachtungszeiten notwendig, die um ein Vielfaches die Periodenlänge überschreiten. Wie im vorangegangenen Kapitel anhand des Beispiels in Abbildung 3.3-1 besprochen, ist die Bewertung der Stationarität auf Grundlage der Realisierungen von der Beobachtungsdauer abhängig. Demzufolge hatten lokale Änderungen des Niveaus oder der Amplitude einen geringen Einfluss auf die empirischen Mittelwerte oder Varianzen der langen Datenreihen, wie sie in den erwähnten Projekten zustande kamen. Mit Hinblick auf diese Tatsache scheint die visuelle Überprüfung der Stationarität nach einer eventuellen Beseitigung des Trends eine ausreichende Maßnahme zu sein, die zudem durch die erfolgreiche Durchführung dieser Projekte bestätigt wird. Die Überprüfung der Modellgüte zeigte in einigen Fällen, dass trotz zufriedenstellender Ergebnisse die Residuen nicht der angestrebten Normalverteilung

folgen oder weiterhin modellierte Perioden aufweisen, was zum Teil auf diese vernachlässigten Effekte zurückgeführt werden kann.

Aufgrund der Forderung nach Stationarität können bislang die in Kapitel 3.2 vorgestellten Impulsformen sowie sprunghafte oder lineare Änderungen nicht im linearen reduzierten Identifikationsmodell verarbeitet werden. Sie wirken sich als Modellstörungen aus. Dabei entstehen diese möglicher Weise durch Ereignisse, die ausgerechnet das Überwachungsvorhaben motivieren. Es erscheint daher zweckmäßiger, derartige Effekte durch einen erweiterten Ansatz, in dem auch instationäre Komponenten bearbeitet werden können, gezielt zu suchen, statt sie als Abbild dessen darzulegen, was das eigene Modell nicht leisten kann. Die Lokalisierung dieser Effekte ist Voraussetzung für eine gezielte Ursachenforschung, die zu weiteren Erkenntnissen über das analysierte Objekt führt.

In vielen Überwachungsvorhaben schließt eine Prüf- und Alarmroutine an die Datenauswertung an, die auf der Basis der Auswertergebnisse zeitnah einen kritischen Zustand an die Verantwortlichen übermittelt. Die Implementierung von Algorithmen, die gezielt nach Änderungen der statistischen Eigenschaften der Beobachtungen suchen, kann eine Bewertung des Objektzustandes auf statistischer Basis liefern und die Verlässlichkeit der gemeldeten Informationen steigern.

Frühe Untersuchungen im Bereich der Deformationsanalyse belegen, dass impuls- und sprunghafte Änderungen praxisrelevant sind und ihre Erforschung von Bedeutung ist. Wie schon in Kapitel 3.1 erwähnt, wurden bereits von NIEMEIER (1979) bei der Kongruenzuntersuchung geodätischer Punktfelder diese Verläufe durch gezielte Alternativhypothesen untersucht. Die dort vorgestellte Vorgehensweise ist konzeptionell für die Aufdeckung der Mittelwertänderungen in Zeitreihen übertragbar, wenn das Niveau der Zeitreihe als Parameter verstanden wird. Die praktische Umsetzung birgt einige Hindernisse. Die zu untersuchenden Beobachtungsabschnitte sind, anders als bei der Epochenbeobachtung, nicht von vorne herein bekannt. Eine Identifikationsphase muss zwangsläufig vorgeschaltet werden. Problematisch gestaltet sich auch die Abschätzung der Korrelationen, die sich unmittelbar auf die Trennschärfe der Tests auswirken, sowie die Bindung an die Normalverteilung der Daten, die im Falle von Zeitreihen nicht immer selbstverständlich ist. Für kontinuierlich beobachtete Daten wurde in BÖCKER et al. (2006) für die Untersuchung des Grundwasserstandes in der Nähe einer Gewichtsstaumauer und der horizontalen Verschiebung ihres Fußpunktes neben dem linearen Regressionsansatz zur Bestimmung des Zusammenhangs zu den Einflussgrößen auch eine Analyse zur Aufdeckung von langsamen und sprunghaften Änderungen durchgeführt. Mit Hilfe der verbesserten Modellergebnissen, in Form von geringeren Standardabweichungen der Residuen, konnte auch ein signifikanter Einfluss einsetzender Bauarbeiten nachgewiesen werden.

Realisierungen der Varianz- und Kovarianzinstationaritäten können auch in Langzeitbeobachtungen auftreten. In HEINE (1999, S. 76) wird die Aussagekraft der über den Gesamtverlauf der Zeitreihe durchgeführten Kreuzkorrelationsanalyse relativiert, da aus Teilbereichen der Zeitreihen unterschiedlich hohe Korrelationskoeffizienten berechnet wurden. Auch bei der Überwachung von Maschinenanlagen können wechselnde Betriebszustände Instationaritäten der Varianz hervorrufen.

Über die tatsächliche Änderung der Einfluss- und Deformationsgrößen hinweg, können auch sensorbedingt oder aufgrund der Störsignale statistisch inhomogene Daten auftreten. Eine Möglichkeit ist durch selbstkalibrierende Sensoren gegeben, wie der Neigungsmesser ROTLEVEL der DMT, die in vordefinierten Zeitintervallen die Kalibrierparameter automatisch neu bestimmen und an nachfolgende Messwerte anbringen. Dadurch entstehen Diskontinuitäten im Verlauf der Zeitreihen. Die Abhängigkeit der Qualität der GPS-Beobachtungen von atmosphärischen Einflüssen und der Satellitenkonfiguration ist bekannt. Bei HOWIND (2005) werden für ein verbessertes stochastisches Modell von GPS-Beobachtungen u.a. die Parameter einer Varianzfunktion für Residuen einzelner doppelter Differenzen geschätzt. Der eigentlichen Regression geht dabei eine Untersuchung der Zeitreihe auf konstante Varianz voraus. Die getesteten Zeitreihenintervalle werden durch eine konventionelle datenbasierte Einteilung anhand einer varianzbeeinflussenden Größe ermittelt. In HEINERT und REISER (2002) wird zur Aufdeckung von Sprüngen in den kontinuierlichen Überwachungsmessungen an einer Brücke ein KALMAN-Filter basierter Ansatz vorgestellt. Eingehende Untersuchungen haben gezeigt, dass die Niveauänderungen der Zeitreihen hauptsächlich durch die Servomotoren des eingesetzten Tachymeters verursacht worden sind. Um gerätebedingte Effekte von den tatsächlichen Bauwerksdeformationen zu unterscheiden, wurde bei der Aufdeckung eines Sprunges nach vergleichbaren Effekten in zeitgleich aufgezeichneten Datenreihen gesucht. Schließlich kann jeder Sensor Ausreißer produzieren. Additive Ausreißer haben impulshafte Formen und können die empirischen Korrelationsfunktionen entscheidend verfälschen (CHEN, 1996; SUTOR, 1997). Innovationsausreißer können beliebig den Verlauf nachfolgender Daten beeinflussen und damit ebenfalls die Variabilität der statistischen Parameter hervorrufen.

Die ingenieurgeodätische Sensorik hat in den letzten Jahren entscheidende Entwicklungen erfahren. Die Leistungsfähigkeit und der Automatisierungsgrad traditioneller Sensoren wie Tachymeter und GPS wurden stark verbessert. Zudem spielen neue Gerätearten wie Laserscanner oder Lasertracker eine zunehmend wichtige Rolle. Gemeinsam ist diesen Entwicklungen unter anderem die erhöhte Abtastfrequenz. Die nachfolgende Tabelle gibt einen aktuellen Überblick (Stand 2007) der mit den oben erwähnten Sensortypen erreichbaren Messraten, wobei Sensoren einzelner Hersteller diese Grenzen auch übertreffen können.

Instrumententyp	Messfrequenzen
Tachymeter	< 10 Hz
GPS	< 20 Hz
Laserscanner	< 50 Hz
Lasertracker	< 1.000 Punkte/s

Tab. 3.4-1: Messgeschwindigkeiten einiger geodätischer Sensoren

Mit diesen neuen Eigenschaften können zusätzlich zu den langfristigen auch schnelle Änderungen gemessen werden, für die keine langen Beobachtungsdauern notwendig sind. Die so entstehenden Zeitreihen enthalten zunehmend Realisierungen instationärer Effekte, wie z.B. die Verkehrs- oder Windbelastung, die in der kinematischen oder dynamischen Modellbildung nicht vernachlässigt werden können.

Die vorangegangenen Abschnitte bekräftigen, dass ingenieurgeodätische Messreihen Änderungen des Mittelwertes und der Varianz aufweisen können. Diese sind auf bedeutende Effekte zurückzuführen, die es eingehend zu identifizieren und zu untersuchen gilt. Dieses Ziel wird in der vorliegenden Arbeit verfolgt. Ausgangspunkt der entwickelten Strategie ist das lineare reduzierte Deformationsmodell (3.1-21) bzw. (3.1-26). Dieses wird aufgrund der Optimumeigenschaften hinsichtlich der Komplexität und der physikalischen Interpretierbarkeit der Modellkoeffizienten bevorzugt. Im Falle periodischer homogener Zeitreihen wird das Verfahren im Wesentlichen auf die Grundsätze dieses Modells reduziert. Um weiterhin mögliche statistische Inhomogenitäten identifizieren und in die Modellierung einbeziehen zu können, sind Analysemethoden erforderlich, die lokal die Eigenschaften der Zeitreihen analysieren. Neueste Entwicklungen im Bereich der Signalverarbeitung stellen mit der Wavelet-Analyse ein hierfür geeignetes Werkzeug bereit. Wavelets sind Funktionen, die einen oszillierenden und gleichzeitig begrenzten Verlauf haben. Dadurch ist es möglich, den für die Identifikation periodischer Signale notwendigen Begriff der Frequenz beizubehalten und gleichzeitig die Eigenschaften der Zeitreihen in einer lokalen Umgebung zu analysieren. Der duale Charakter dieser Funktionen spiegelt sich in der Transformation der Zeitreihe in den Zeit-Frequenz-Bereich wider. Anschließend werden auf die transformierten Signalkomponenten Identifikationsverfahren zur Feststellung von Mittelwert- und Varianzänderungen angewandt. Es handelt sich dabei sowohl um statistisch begründete Verfahren als auch um Methoden, die auf Eigenschaften der Wavelet-Transformation beruhen. Die hier betrachteten Änderungen vollziehen sich über kurze Zeit und werden von einem neuen Gleichgewichtszustand gefolgt. Die analysierten Signale können deshalb als abschnittsweise stationär betrachtet werden. Der Trend wird durch die Wavelet-Transformation abgespaltet, findet jedoch im Rahmen dieser Arbeit keine weitere Berücksichtigung. Nach der Identifikation der Änderungen können die Zeitreihen durch die Transformationen (3.3-6) und (3.3-8) in statistisch homogene Zeitreihen überführt werden, anhand derer die Berechnung der Phasenverschiebung erfolgen kann. Die Amplitudenverstärkungen resultieren aus Regressionsansätzen oder Leistungsdichten, die getrennt für die jeweiligen stationären Abschnitte formuliert und ermittelt werden. Änderungen des Mittelwertes, die in den Zeitreihen der Eingangs- und Deformationsgrößen kausal zusammenhängen, werden getrennt von der vorangegangenen Modellbildung nach den Erkenntnissen aus der Analyse des Feder-Masse-Dämpfungs-Modells miteinander in Zusammenhang gebracht. Auf diese Weise können weitere physikalische Parameter des Überwachungsobjektes identifiziert werden.

## 4 Die Wavelet-Transformation

Im 2. und 3. Kapitel der vorliegenden Arbeit wurde gezeigt, dass Anregungsgrößen und die von ihnen verursachten Deformationen neben Eigenschaften, die ihren Gesamtverlauf beschreiben, auch lokale Charakteristiken aufweisen können. Deren Einbeziehung in die Systemidentifikation zusätzlich zu den periodischen Komponenten führt zu einem umfassenderen Verständnis des Deformationsverhaltens des Überwachungsobjektes. Die bislang eingesetzten trigonometrischen Funktionen sind aufgrund ihrer unendlichen Dauer für diese duale Zielsetzung nicht geeignet. Sie werden nachfolgend durch eine neue Kategorie von Analysefunktionen ersetzt: die Wavelets. Mit diesem Kapitel wird die Wavelet-Transformation eingeführt und ihre wichtigsten Eigenschaften für die Systemidentifikation vorgestellt. Die resultierenden Koeffizienten bilden die Datengrundlage für die Aufdeckung und Modellierung aller betrachteten Komponenten der Zeitreihen. Deshalb ist die Wavelet-Transformation als Basisverfahren der erweiterten Systemidentifikation zu werten. Die darauf bezogenen Ausführungen der folgenden Kapitel sind in der Abbildung 1.2-1 durch den horizontalen Balken symbolisiert, der die Modellierung stationärer periodischer Komponenten enthält und gleichzeitig die Grundlage aller folgenden Strategien zum Umgang mit instationären Erscheinungen darstellt.

Die Untersuchung der Wavelet-Transformation erfolgt zunächst theoretisch. Ausgehend von der mathematischen Definition der kontinuierlichen Transformation werden mit der Momenteneigenschaft und der Isometrie zwei Merkmale vorgestellt, die von zentraler Bedeutung für die Identifikation und Modellierung der Mittelwertänderungen bzw. der periodischen Anteile sind (Kapitel 4.1). Darüber hinaus werden bestehende Analogien zur FOURIER-Transformation aufgezeigt. Neben der strukturellen Identität stellen die oszillierende Natur der Analysefunktionen und die verlustfreie Rekonstruktion des transformierten Signals gemeinsame Charakteristiken dar, die zur Betrachtung der Wavelet-Analyse als Erweiterung der klassischen FOURIER-Theorie berechtigen.

Den besonderen Stellenwert im Kontext dieser Arbeit erlangt die Wavelet-Transformation durch den Übergang zu einer diskreten, praktisch umsetzbaren Form, die weiterhin die oben genannten, vorteilhaften Eigenschaften beibehält. Die Überführung beruht auf funktionalanalytischen Werkzeugen, anhand deren die schnelle Wavelet-Transformation hergeleitet wird (Kapitel 4.2). Diese Transformationsart genügt der oben genannten Forderung und zeichnet sich zudem durch algorithmische Einfachheit sowie durch geringe numerische Komplexität aus. Die Vorstellung der Strategie von DAUBECHIES (DAUBECHIES, 1992) zur Herleitung und Berechnung konkreter Wavelets rundet den Maßnahmenkomplex ab, der für die praktische Berechnung der Transformation notwendig ist (Kapitel 4.3).

Trotz der Beibehaltung wesentlicher Eigenschaften in der diskreten Form, erfordert die Anwendung der Wavelet-Transformation bei der Analyse von Zeitreihen die Berücksichtigung zusätzlicher Effekte, deren Entstehung an die praktische Umsetzung gekoppelt ist (Kapitel 4.4). Eine Schlüsselrolle nimmt die entwickelte Identifikationsstrategie periodischer Komponenten ein, die das zentrale Ergebnis des 4. Kapitels darstellt. Darin werden die Übertragungseigenschaften der eingesetzten Wavelet- und Skalierungsfiler analysiert und die Verteilung der spektralen Komponenten der Zeitreihe auf die einzelnen Skalenbereiche nachvollzogen. Stationäre periodische Anteile sind dadurch in der Wavelet-basierten Systemidentifikation aufdeckbar und einer modelltechnischen Erfassung zugänglich. Das Potential des gegenwärtigen Modellierungsansatzes bleibt damit auch im Einsatz der Wavelet-Transformation erhalten.

Die praktische Anwendung am Beispiel der Rethhubrücke verdeutlicht, dass die vorgeschlagene Methodik basierend auf der schnellen Wavelet-Transformation sich nur eingeschränkt für die Systemidentifikation der stationären zyklischen Komponenten eignet (Kapitel 4.5). Die hierbei auftretenden Nachteile werden durch eine veränderte Diskretisierungsstrategie in der undezimierten Wavelet-Transformation behoben. Auf ihrer Grundlage wird anschließend die geeignete Verfahrensweise bei der Modellierung periodischer Deformationserscheinungen festgelegt (Kapitel 4.6).

### 4.1 Grundlagen der Wavelet-Transformation

#### 4.1.1 Definition und Lokalisierungseigenschaften

Eine Funktion  $\psi \in L^2(\mathbb{R})$  bezeichnet man als Wavelet, wenn ihre FOURIER-Transformierte  $\Psi$  die folgende Zulässigkeitsbedingung erfüllt (MALLAT, 2001):

$$c_\Psi = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{|\Psi(\omega)|^2}{\omega} d\omega < \infty. \quad (4.1-1)$$

Diese auf den ersten Blick sehr abstrakte Definitionsweise erfährt eine erste praktische Anforderung an Wavelet-Funktionen für den Fall  $\omega = 0$ . Da offensichtlich  $\Psi(0) = 0$  gelten muss, folgt:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \psi(t) dt = 0. \quad (4.1-2)$$

Die kontinuierliche Summierung der Funktionsterme zu Null kann nur erreicht werden, wenn die Funktion sowohl positive und als auch negative Anteile enthält und diese sich in der Addition aufheben. Konkret wird dadurch die schwingende Natur der Funktion gefordert, was die notwendige Basis für die Fortführung des Frequenz-Begriffes schafft. Die Zugehörigkeit zur Menge der quadratisch integrierbaren Funktionen sichert die zeitliche Begrenzung des von Null verschiedenen Verlaufs und damit das Abklingen der Schwingung. Durch Normierung wird sichergestellt, dass der Energieinhalt der Wavelets der Einheit entspricht. In diesem Fall ist die kontinuierliche Wavelet-Transformation des Signals  $x(t)$  zum Wavelet  $\psi$  definiert durch (MALLAT, 2001):

$$W_\Psi(a, b) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) dt, \quad (4.1-3)$$

für  $a > 0$  und  $b \in \mathbb{R}$ . Die Dualität der Transformation wird durch die Parameter  $a$  und  $b$  ausgedrückt. Im Vergleich dazu sind die Basisfunktionen der FOURIER-Transformation durch die Zeit und die Frequenz vollständig bestimmt. Der Parameter  $b$  bewirkt die Translation der analysierenden Funktion über die Zeitachse und legt dadurch fest, „wo“ die Eigenschaften des Prozesses  $x(t)$  untersucht werden. Er wird daher Verschiebungsparameter genannt. Der Parameter  $a$  kontrolliert die Breite der Wavelet-Funktion und dadurch, „wie viel“ von  $x(t)$  in der Analyse berücksichtigt wird. Er wird als Skalierungsparameter bezeichnet. Für  $a \rightarrow 0$  wird die Funktion um  $t = b$  konzentriert. In Anlehnung an die computergestützte Visualisierung spricht man auch von einem „Hineinzoomen“ in den Bereich  $t = b$  von  $x(t)$ . Die Menge aller Transformationskoeffizienten mit einem gemeinsamen Wert des Skalierungsparameters  $a$  wird als Darstellung des Prozesses  $x(t)$  in der Skala  $a$  bezeichnet. Durch die Ausdehnung und Stauchung des Wavelets in Zusammenhang mit dessen oszillierender Form wird eine unmittelbare Verbindung zwischen dem Skalierungsparameter  $a$  und der Frequenz hergestellt, die abhängig von der gewählten Wavelet-Funktion ist. Fasst man in (4.1-3):

$$\Psi_{a,b}(t) = \frac{1}{\sqrt{a}} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) \quad (4.1-4)$$

zusammen, so lässt sich die Transformation als inneres Produkt schreiben:

$$W_\Psi(a, b) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \Psi_{a,b}(t) dt = \langle \mathbf{x}, \Psi_{a,b} \rangle \quad (4.1-5)$$

und dadurch die strukturelle Ähnlichkeit zur FOURIER-Transformation herausstellen. Durch Anwendung der PARSEVALSchen Formel (PRIESTLEY, 2004, S. 201 f.) kann die Wavelet-Transformation gleichermaßen auf der Basis der FOURIER-Transformierten  $X(\omega)$  bzw.  $\Psi(\omega)$  geschrieben werden:

$$W_\Psi(a, b) = \frac{1}{2\pi} \frac{a}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{+\infty} X(\omega) \Psi^*(a\omega) e^{i\omega b} d\omega = \frac{1}{2\pi} \langle \mathbf{X}, \Psi_{a,b} \rangle. \quad (4.1-6)$$

Die FOURIER-Transformierte einer Funktion in  $L^2(\mathbb{R})$  ist ebenfalls in diesem Raum enthalten (LOUIS et al., 1998, S. 21). Somit hat auch  $\Psi(\omega)$  einen begrenzten Verlauf und übernimmt in (4.1-6) die Rolle einer Durchlasscharakteristik. Die Filtereigenschaft der Wavelet-Transformation tritt dadurch hervor: ist  $\omega_0$  die in  $\Psi(\omega)$  vorherrschende Frequenz, so enthält das Ergebnis der Wavelet-Transformation  $W_\Psi(a, \bullet)$  für einen festen Wert von  $a$  den zeitlichen Verlauf des Frequenzanteils  $\omega_0/a$  in  $x(t)$ . Da  $\Psi(0) = 0$  und  $\Psi$  begrenzt ist, stellt die Wavelet-Funktion ein Bandpass-Filter dar.

Aufgrund seines dualen Charakters muss das Ergebnis der Wavelet-Transformation auf eine Ebene bezogen werden, die von der Zeit- und der Frequenzachse aufgespannt wird und nachfolgend als Zeit-Frequenzebene bezeichnet wird. Durch die Festlegung der Parameter  $a$  und  $b$  wird die Form und die Position der Wavelet-Funktion sowohl im Zeit- als auch im Frequenzbereich festgesetzt. Das Ergebnis der Transformation ist damit eindeutig einem Punkt dieser Ebene zuzuordnen. Der Parameter  $a$  steuert die Ausdehnung der analysierenden Funktion entlang beider Achsen der Ebene. Durch die Kopplung zwischen der oszillierenden Struktur der Wavelet-Funktion und ihrer Dauer ist es nicht möglich die Zeit- und Frequenzeigenschaften zu trennen und damit in einem Punkt der Ebene separat zu kontrollieren. Dies hat zur Folge, dass die Auflösungen des Zeit- und Frequenzbereiches gegenläufig sind, was formelmäßig durch die Betrachtung der Eigenschaften des Zeit- und Frequenzfensters belegbar ist. Der Zentralwert  $\mu$  und die Breite  $\sigma$  einer allgemeinen begrenzten Funktion  $f$  werden nach:

$$\mu(f) = \int_{\mathbb{R}} \lambda \frac{|f(\lambda)|^2}{\|f\|_{L^2}^2} d\lambda, \quad (4.1-7)$$

$$\sigma(f) = \left\{ \int_{\mathbb{R}} [\lambda - \mu(f)]^2 \frac{|f(\lambda)|^2}{\|f\|_{L^2}^2} d\lambda \right\}^{1/2}$$

berechnet. Durch Einsetzen von  $\psi(t)$  und  $\Psi(\omega)$  kann die Ausdehnung des Zeit-Frequenzfensters in Abhängigkeit von den Parametern  $a$  und  $b$  formal durch:

$$(a\mu_\psi + b - a\sigma_\psi, a\mu_\psi + b + a\sigma_\psi) \times \left( \frac{\mu_\psi - \sigma_\psi}{a}, \frac{\mu_\psi + \sigma_\psi}{a} \right) \quad (4.1-8)$$

angegeben werden (SCHMIDT, 2001, S. 71). Die konstante Fläche des Zeit-Frequenzfensters von  $4\sigma_\psi\sigma_\Psi$ , verbunden mit der umgekehrten Proportionalität zum Skalenfaktor  $a$ , verdeutlichen den Gegensatz zwischen der Lokalisierung im Zeit- und Frequenzbereich. Für die Wavelet-Funktion mit dem optimierten Verhältnis der Fensterbreiten beträgt die minimale Fläche  $1/4$  (LOUIS et al., 1998, S. 31). In der Abbildung 4.1-1 wird die Variabilität der Fensterfläche in Abhängigkeit des Skalierungsparameters veranschaulicht. Darin sind die Inkremente  $\Delta a$  und  $\Delta b$  des Skalierungs- bzw. des Verschiebungsparameters als positive Größen zu verstehen.

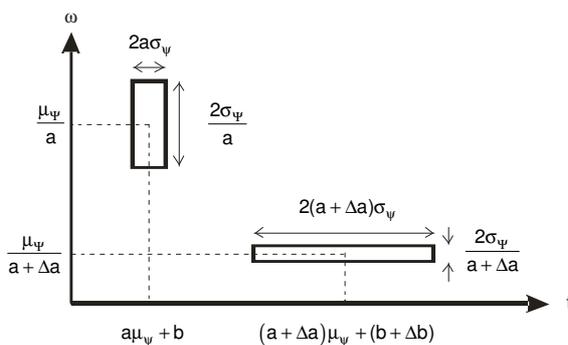


Abb. 4.1-1: Lokalisierungseigenschaften der Wavelet-Transformation

Für kleine Werte der Skalierungsparameter, die hohen Frequenzen entsprechen, wird eine gute zeitliche Lokalisierung zu Lasten eines breiteren Frequenzspektrums erreicht. Im Gegensatz dazu verbessert sich die Frequenzlokalisierung für höhere Werte des Skalierungsparameters, wobei sich dann wiederum die zeitliche Lokalisierung verschlechtert. Mit Hinblick auf die im vorangegangenen Kapitel vorgestellten Verläufe typischer Einfluss- und Reaktionsgrößen kann diese Eigenschaft der Transformation nur nützlich sein. Für langperiodische Einflüsse und Deformationen ist eine gute Frequenzlokalisierung erreichbar. Die Systemidentifikation im linearen reduzierten Modell bleibt weiterhin zugänglich. Impuls- oder sprunghafte Änderungen hingegen bedürfen einer guten zeitlichen Lokalisierung

und sind daher in den Bereichen geringer Skalierungsparameter zu suchen und zu modellieren. Die Basis für die Untersuchung der stationären und instationären Effekte und für die in Kapitel 3.4 begründete Modellerweiterung wird durch die Anwendung der Wavelet-Transformation geschaffen.

#### 4.1.2 Momente der Wavelet-Funktionen

Für die Berechnung der Wavelet-Transformation bedarf es einer Spezifizierung der Wavelet-Funktion  $\psi(t)$ . Anders als im Falle der FOURIER-Transformation steht hierfür eine umfangreiche Auswahl an Funktionen zur Verfügung, die aus der Bearbeitung von Aufgabenstellungen auf den unterschiedlichen Gebieten der Wissenschaft entstanden sind. Ein Auswahlkriterium für geeignete Funktionen soll zunächst mit Hinblick auf die zeitlichen Lokalisierungs-

eigenschaften durch folgende Analyse, die LOUIS et al. (1998) entnommen ist, festgelegt werden. Ist die FOURIER-Transformierte eines Wavelets im Ursprung einfach differenzierbar, so folgt durch ihre Entwicklung nach Taylor im Nullpunkt (BRONSTEIN et al., 2001, S. 404):

$$\Psi(0 + \omega) = \Psi(0) + \frac{1}{1!} \omega \Psi'(0 + \theta\omega) = \omega \Psi'(\theta\omega) \text{ mit } 0 < \theta < 1. \quad (4.1-9)$$

Mit (4.1-9) geht die Wavelet-Transformation (4.1-6) über in:

$$W_{\Psi}(a, b) = \frac{1}{2\pi} \frac{a}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{+\infty} X(\omega) (-a\omega) \Psi'(-a\theta\omega) e^{i\omega b} d\omega. \quad (4.1-10)$$

Um das Potential der zeitlichen Lokalisierung besser herauszustellen, wird der Konvergenzfall  $a \rightarrow 0$  betrachtet, für den

$$\lim_{a \rightarrow 0} \Psi'(-a\theta\omega) = \Psi'(0) = -i \int_{-\infty}^{+\infty} t \Psi(t) dt = -i\mu_{\Psi} \quad (4.1-11)$$

gilt, wobei  $\mu_{\Psi}$  nach (4.1-7) das Moment 1. Ordnung des Wavelets  $\Psi$  bezeichnet. Ist dieses Moment ungleich Null, so kann (4.1-10) fortgeschrieben werden zu:

$$\lim_{a \rightarrow 0} a^{-3/2} W_{\Psi}(a, b) = \frac{1}{2\pi} i\mu_{\Psi} \int_{-\infty}^{+\infty} \omega X(\omega) e^{i\omega b} d\omega. \quad (4.1-12)$$

Das Integral entspricht bis auf eine Konstante dem zeitlichen Differential des Prozesses  $x(t)$  im Punkt  $t = b$ , so dass folgende Konvergenzgleichung gültig ist:

$$\lim_{a \rightarrow 0} a^{-3/2} W_{\Psi}(a, b) = \mu_{\Psi} x'(b). \quad (4.1-13)$$

Die Beziehung (4.1-13) hat eine zentrale Bedeutung für die Interpretation der skalenabhängigen Variation der Waveletkoeffizienten. Das Ergebnis der Wavelet-Transformation ist mit abnehmendem Skalierungsparameter  $a$  proportional zur 1. Ableitung des analysierten Prozesses, wenn das 1. Moment des eingesetzten Wavelets von Null verschieden ist. Die meisten ingenieurgeodätischen Überwachungsobjekte vollführen ihren Zustandswechsel stetig, so dass zeitkontinuierlich betrachtet die Differenzierbarkeit von  $x(t)$  vorausgesetzt werden kann. Rapide Mittelwertänderungen wie Impulse, Sprünge oder lineare Änderungen zeichnen sich durch erhöhte Steigungen im Prozessverlauf und somit auch durch Extremwerte der 1. Ableitung aus. Durch die Proportionalität nach (4.1-13) entstehen an den entsprechenden Stellen lokale Maxima der absoluten Waveletkoeffizienten aus den niedrigen Skalen. Diese Charakteristik wird im 5. Kapitel zur Aufdeckung der angesprochenen Signalformen genutzt. Es sei darauf hingewiesen, dass eine getrennte Bestimmung der lokalen Extrema in den Waveletkoeffizienten unterschiedlicher Skalen nicht für die Identifikation dieser instationären Verläufe ausreichend ist. Entsprechend der Konvergenzbedingung in (4.1-13) müssen die lokalen Maxima miteinander verkettet bzw. demselben Zeitpunkt zugeordnet sein.

Ein Wavelet heißt von der Ordnung  $n$ , wenn alle Momente bis zur Ordnung  $(n-1)$  verschwinden und das  $n$ -te Moment ungleich Null und endlich ist (LOUIS et al., 1998). Die Beziehung (4.1-13) zwischen der Anzahl nichtverschwindender Momente der Wavelet-Funktion und der Ordnung der Ableitung des analysierten Prozesses kann verallgemeinert werden. Sind höhere Momente des Wavelets Null, erhöht sich dadurch die Anzahl der verschwindenden Terme in der Entwicklung nach Taylor (4.1-9). Auf die strenge Herleitung der allgemeinen Konvergenzbedingung wird hier verzichtet und auf die einschlägige Literatur verwiesen (LOUIS et al., 1998, S. 41 ff.; MALLAT, 2001, S. 166 ff.).

Das einfachste Wavelet, das sich zur Aufdeckung von Steigungsänderungen eignet, ist das HAAR-Wavelet. Es ist zugleich die älteste bekannte Wavelet-Funktion<sup>2</sup> und ist definiert als:

<sup>2</sup> Eingeführt von A. HAAR, 1910.

$$\psi(t) = \begin{cases} +1 & \text{für } 0 \leq t < 0,5, \\ -1 & \text{für } 0,5 \leq t < 1, \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (4.1-14)$$

Das erste Moment der Funktion beträgt  $\mu_\psi = -0,25$  und genügt damit der Bedingung für die Beziehung (4.1-13). Das HAAR-Wavelet wird im 5. Kapitel zur Identifikation rapider Mittelwertänderungen eingesetzt. Seine FOURIER-Transformierte ist gegeben durch:

$$\Psi(\omega) = i \frac{\sin^2 \frac{\omega}{4}}{\frac{\omega}{4}} e^{-i \frac{\omega}{2}} \quad (4.1-15)$$

Die Verläufe der Funktion (4.1-14) und des Absolutwertes ihrer FOURIER-Transformierten (4.1-15) werden in der Abbildung 4.1-2 dargestellt:

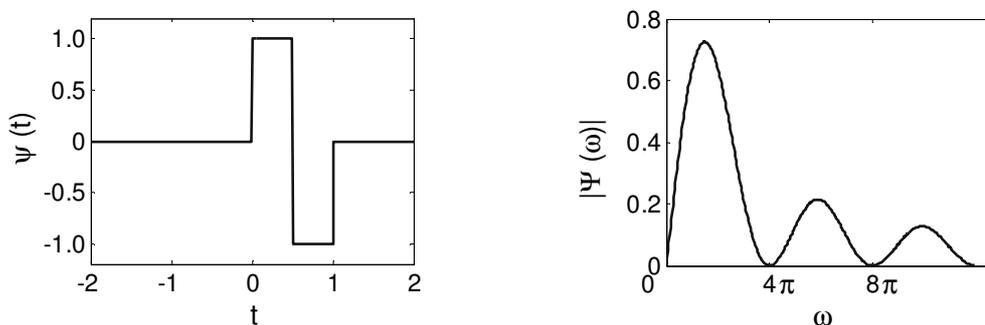


Abb. 4.1-2: Das HAAR-Wavelet und seine FOURIER-Transformierte (Absolutwert)

Wie daraus zu erkennen ist, steht den guten Eigenschaften des HAAR-Wavelets im Zeitbereich eine schlechte Lokalisierung im Frequenzbereich gegenüber. Diese ist erkennbar, wenn (4.1-15) zur Berechnung der Fensterbreite in der zweiten Beziehung aus (4.1-7) eingesetzt wird. Die Lösung des Integrals ist unendlich groß. Dadurch ist die Funktion für die Analyse periodischer Anteile in den Zeitreihen nicht geeignet, was weiterhin die Suche nach einem Wavelet mit verbesserten spektralen Eigenschaften motiviert. Es bietet sich jedoch an, diese Suche in einem praxistauglicheren Stadium der Wavelet-Transformation fortzusetzen.

### 4.1.3 Analysemöglichkeiten im Zeit-Frequenzbereich

Für die Analyse der Prozesseigenschaften im Zeit-Frequenzbereich ist es notwendig, den Informationsverlust aufgrund der Wavelet-Transformation abzuschätzen. Nur so sind die aus den transformierten Koeffizienten hergeleiteten Größen auf die Eigenschaften des beobachteten Prozesses zurückführbar. Die FOURIER-Transformation erlangte ihre große Bedeutung nicht zuletzt deswegen, weil die Überführung der Information in den Frequenzbereich verlustfrei geschieht. Dadurch ist beispielsweise die Äquivalenz der Modellformen (3.1-11) und (3.1-26) gegeben. Diese Eigenschaft der FOURIER-Transformation wird Isometrie genannt (LOUIS et al., 1998). Zur Untersuchung des Informationsverlustes durch die Wavelet-Transformation wird deren Ergebnis in (4.1-6) als Inverse FOURIER-Transformation  $W_\psi(a, \omega)$  in Bezug auf den Zeitparameter  $b$  geschrieben. Aus der Identitätsforderung folgt:

$$W_\psi(a, \omega) = \frac{a}{\sqrt{a}} X(\omega) \Psi(-a\omega) \quad (4.1-16)$$

Nach Anwendung der PARSEVALSchen Formel für das FOURIER-Transformationspaar  $W_\psi(a, b)$  und  $W_\psi(a, \omega)$  folgt unter Berücksichtigung von (4.1-16) und (4.1-1) die Beziehung zwischen der Energie des ursprünglichen Prozesses  $x(t)$  und der Energie seiner Repräsentation im Zeit-Frequenzbereich (LOUIS et al., 1998):

$$\|x(t)\|^2 = \frac{1}{c_\psi} \|W_\psi(a, b)\|^2 \quad (4.1-17)$$

Die Beziehung (4.1-17) zeigt, dass der gesamte Informationsinhalt des Zeitsignals in den Koeffizienten der Wavelet-Transformation enthalten ist. Analog zur FOURIER-Transformation ist dadurch die Analyse des Prozesses im Zeit- oder Zeit-Frequenzbereich äquivalent. Um Isometrie zu erhalten, ist die Wavelet-Transformation in der Form (4.1-3) mit dem Faktor  $c_\psi^{-0.5}$  zu normieren. Die Gleichung (4.1-17) bildet die Grundlage für die Analyse periodischer Prozesse auf der Basis der Wavelet-Transformation. Analog zur Verteilung der Energie einer Schwingung bzw. deren Varianz auf den einzelnen Frequenzen durch die FOURIER-Transformation wird die Energie bzw. die Varianz durch die Wavelet-Transformation in den jeweiligen Skalen zerlegt. In diesem Zusammenhang ist es folgerichtig, den Begriff der Wavelet-Varianz einzuführen (SCHMIDT, 2001):

$$\sigma_\psi^2(a) = \int_{-\infty}^{+\infty} |W_\psi(a, b)|^2 db . \quad (4.1-18)$$

Die Amplitudeninformation der einzelnen periodischen Komponenten lässt sich durch den Zusammenhang zur Wavelet-Varianz ebenfalls aus den Koeffizienten der Wavelet-Transformation abschätzen. Die in (4.1-18) integrierte Funktion wird Wavelet-Skalogramm genannt und ist eine häufige Darstellungsform des Ergebnisses einer Wavelet-Analyse (z.B. SCHMITZ-HÜBSCH, 2002). In Anlehnung an die Analysefunktionen der stochastischen Prozesse (s. Anhang A) lassen sich aus (4.1-18) die Wavelet-Kovarianz und die Wavelet-Korrelation als Beziehungen zwischen den Waveletkoeffizienten zweier Prozesse herleiten (SCHMIDT, 2001).

In den überwiegenden Fällen liegt beobachtungsbedingt nur ein zeitlich begrenzter Ausschnitt des Prozesses  $x(t)$  für die Analyse vor. Die eingeführten Eigenschaften der Wavelet-Transformation bleiben auch in diesem Fall erhalten, wenn die hergeleiteten Beziehungen auf den Beobachtungszeitraum normiert werden. Die entsprechenden Formelanlagen sind beispielsweise bei SCHMIDT (2002) zu finden.

Die Transformation von  $x(t)$  in den Zeit-Frequenzbereich ist umkehrbar. Die Inverse Wavelet-Transformation läuft ebenfalls verlustfrei ab und ermöglicht die Rekonstruktion des ursprünglichen Prozesses. Die Umkehrung der Wavelet-Transformation erfolgt nach (MALLAT, 2001, S. 81):

$$x(t) = \frac{1}{c_\psi} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} W_\psi(a, b) \psi_{a,b}(t) \frac{da db}{a^2} . \quad (4.1-19)$$

Daraus geht auch die Bedingung (4.1-1) für die Definition des Wavelets hervor. Die Inversionsformel (4.1-19) ist nachvollziehbar, indem das Produkt der zwei Funktionen als zweifache Faltung in Bezug auf den Parameter  $b$  aufgefasst wird und unter Anwendung der PARSEVALschen Formel als Produkt der FOURIER-Transformierten umgeschrieben wird. Die vollständige Rekonstruktion des eindimensionalen Prozesses aus einer zweidimensionalen Repräsentation lässt die Schlussfolgerung zu, dass die Darstellung im Zeit-Frequenzbereich redundant ist (PERCIVAL und WALDEN, 2002). Die Redundanz kann durch Einsetzen der Formel (4.1-19) in (4.1-3) nachgewiesen und bemessen werden:

$$W_\psi(a_1, b_1) = \frac{1}{c_\psi} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} W_\psi(a, b) \psi_{a,b}(t) \psi_{a_1, b_1}(t) \frac{da db dt}{a^2} = \frac{1}{c_\psi} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} W_\psi(a, b) K(a, b, a_1, b_1) \frac{da db}{a^2} . \quad (4.1-20)$$

Der Kern  $K(a, b, a_1, b_1)$  gibt die Korrelation zwischen den Wavelets  $\psi_{a,b}$  und  $\psi_{a_1, b_1}$  wieder. Durch die redundante Repräsentation des Signals ist die Information aus den benachbarten Skalen hoch korreliert. Dominierende Frequenzen erzeugen deshalb in der Zeit-Frequenzebene „verschwommene“ Bereiche, die eine eindeutige Zuordnung des Skalierungsparameters nicht ermöglichen. Dieser Aspekt erfordert eine Darstellung in der Zeit-Frequenzebene anhand diskreter Werte des Skalierungsparameters. Für den Verschiebungsparameter sind ebenfalls diskrete Werte anzugeben, da in der Ingenieurgeodäsie, wie in vielen anderen Bereichen,  $x(t)$  als diskrete und zeitlich begrenzte Realisierung infolge eines Beobachtungsprozesses vorliegt. Die Diskretisierung der Wavelet-Transformation ist so durchzuführen, dass die Eigenschaften (4.1-13) und (4.1-17), die von grundlegender Bedeutung für die Identifikation rapider Niveauänderungen bzw. für die Analyse der periodischen Anteile und somit für die Zielsetzung dieser Arbeit sind, auch weiterhin Gültigkeit behalten. Bevor jedoch im nachfolgenden Kapitel eine geeignete Strategie der Diskretisierung vorgestellt wird, soll die Relevanz dieser Eigenschaften anhand eines Beispiels veranschaulicht werden.

Analysiert wird eine Zeitreihe bestehend aus 2.000 Beobachtungswerten, die zwei periodische Anteile mit Kreisfrequenzen  $\omega_1 = 0,2\pi$  und  $\omega_2 = 0,04\pi$  und Einheitsamplituden enthält. Die Komponente mit der Kreisfrequenz  $\omega_1$  ist lediglich im ersten Abschnitt bestehend aus 500 Beobachtungen enthalten. Der verbleibende Teil der Zeitreihe beinhaltet die Komponente mit der Kreisfrequenz  $\omega_2$ . Zudem findet zwischen den Beobachtungswerten 990 und 1010 eine lineare Änderung des Mittelwertes der Zeitreihe von -1 auf +1 statt. Das resultierende Signal ist im oberen Teil der Abbildung 4.1-3 dargestellt. Die Wavelet-Transformation wurde für Werte des Skalierungsparameters von 1,1 bis 80,1 berechnet.

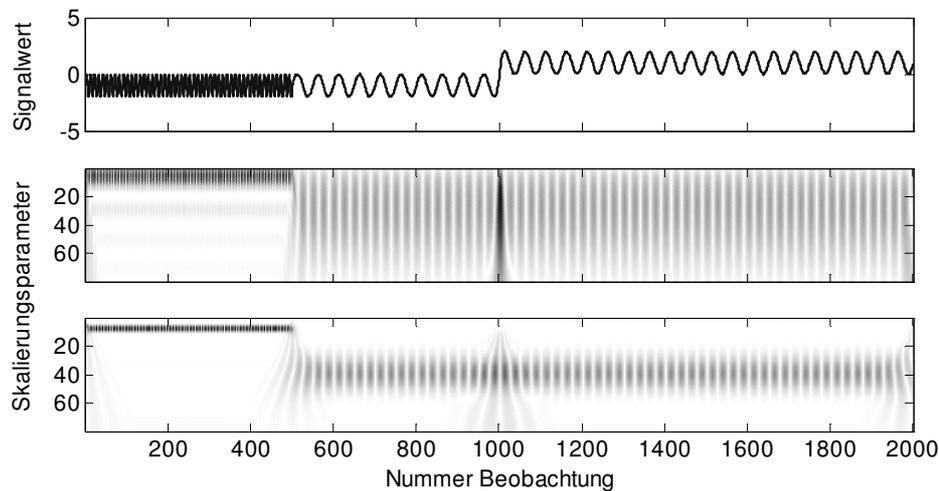


Abb. 4.1-3: Analysierte Zeitreihe und normiertes Wavelet-Skalogramm nach Transformationen mit dem HAAR-Wavelet (Mitte) und dem MORLET-Wavelet (unten)

Das normierte Wavelet-Skalogramm als Ergebnis der Transformation mit dem HAAR-Wavelet wird im mittleren Teil der obigen Abbildung dargestellt. Dunkle Bereiche entsprechen hohen Absolutwerten. Deutlich erkennbar ist der Einfluss der Niveauänderung um den Beobachtungswert 1.000. Mit abnehmendem Betrag des Skalierungsparameters wird die zeitliche Lokalisierung verbessert und die lokalen Maxima konvergieren gemäß (4.1-13) zur Änderungsstelle. Das HAAR-Wavelet ist zur Aufdeckung von rapiden Niveauänderungen geeignet. Seine fehlende Frequenzlokalisierung wird im zweiten Teil der Darstellung deutlich. Die Frequenz  $\omega_2$  wird über den gesamten Bereich der Skalierungsparameter „verschmiert“.

In der unteren Grafik der Abbildung 4.1-3 werden die Werte des normierten Wavelet-Skalogramms nach der Transformation mit dem MORLET-Wavelet dargestellt. Es handelt sich dabei um ein Wavelet, das oft in geophysikalischen und geodätischen Anwendungen eingesetzt wird. Die MORLET-Funktion ist wie folgt definiert (SCHMIDT, 2001, S. 79):

$$\psi(t) = e^{i\omega_0 t} \left( e^{-\frac{t^2}{2\sigma^2}} - \sqrt{2} e^{-\frac{\omega_0^2 \sigma^2}{4}} e^{-\frac{t^2}{\sigma^2}} \right), \quad (4.1-21)$$

wobei  $\omega_0$  eine Konstante mit dem Wert 5,336 ist, die der dominierenden Frequenz des Wavelets entspricht. Der Parameter  $\sigma$  wird als Gestaltparameter bezeichnet und wird vorwiegend mit eins gleichgesetzt.

Die verbesserte Frequenzlokalisierung gegenüber dem HAAR-Wavelet wird durch die Konzentration betragsmäßig großer Koeffizienten um die entsprechenden Werte der Skalierungsparameter deutlich. In Übereinstimmung mit der Beziehung zwischen dem Skalierungsparameter und der Frequenz entspricht die erste periodische Komponente einem Skalierungsparameter von  $a_1 = \omega_0/\omega_1 = 8,49$  bzw. der zweite periodische Anteil einem Skalierungsparameter von  $a_2 = \omega_0/\omega_2 = 42,46$ . Diese Berechnungen werden im unteren Teil der Abbildung 4.1-3 bestätigt. Wie ebenfalls daraus ersichtlich ist, kann die Niveauänderung nicht mehr ausreichend zeitlich lokalisiert werden.

Das besprochene Beispiel verdeutlicht, dass die Wavelet-Transformation für die Identifikations- und Analyseaufgaben dieser Arbeit anwendbar ist. Neben dem HAAR-Wavelet muss jedoch mindestens ein weiteres Wavelet mit verbesserten Lokalisierungseigenschaften im Frequenzbereich eingesetzt werden.

## 4.2 Diskrete Wavelet-Transformation

### 4.2.1 Wavelet-Rahmen

Im vorangegangenen Kapitel wurden die wichtigsten Eigenschaften der Wavelet-Transformation präsentiert, um ihr Potential für die Aufdeckung und Analyse stationärer und instationärer Signalanteile herauszustellen und die Grundlagen für die Interpretation ihrer Ergebnisse zu schaffen. Für einen operativen Einsatz ist es jedoch notwendig, eine effiziente Berechnungsform der Transformation herzuleiten. Dabei müssen die wichtigen Eigenschaften (4.1-13) und (4.1-17) ihre Gültigkeit behalten und die Rekonstruktion des ursprünglichen Prozesses möglich bleiben. Nur auf diese Weise ist das erstellte Deformationsmodell einer objektiven Beurteilung zugänglich.

Die redundante Darstellung des Prozesses  $x(t)$  im Zeit-Frequenzbereich suggeriert, dass die Wavelet-Transformation nicht in jedem Punkt der Zeit-Frequenzebene berechnet werden muss, um die enthaltene Information vollständig darzustellen. Eine „kluge“ Auswahl von Wertepaaren für die Parameter  $a$  und  $b$  ist ausreichend, um eine effiziente Berechnung und eine vollständige Repräsentation des Prozesses zu gewährleisten. Die Integralzeichen in (4.1-3) und (4.1-19) können im Zuge dieser Maßnahme ohne Informationsverlust durch Summenoperatoren ersetzt werden. Dafür wird zunächst eine allgemeine Diskretisierung der Zeit-Frequenzebene angenommen (LOUIS et al., 1998):

$$\left\{ \left( a_0^m, nb_0 a_0^m \right) \mid m, n \in \mathbb{Z}, a_0 > 1, b_0 > 0 \right\}. \quad (4.2-1)$$

In diesen Punkten entsteht aus dem Wavelet  $\psi(t)$  nach (4.1-4) die Funktionsmenge:

$$\left\{ \Psi_{m,n}^{a_0,b_0} = \frac{1}{\sqrt{a_0^m}} \psi \left( \frac{t - nb_0 a_0^m}{a_0^m} \right) \mid m, n \in \mathbb{Z}, a_0 > 1, b_0 > 0 \right\}. \quad (4.2-2)$$

Mit der Einführung der Funktionsmenge (4.2-2) bleibt die Möglichkeit bestehen, den Prozess in den verschiedenen Vergrößerungsstufen des Zeit-Frequenzbereiches zu analysieren. Für abnehmende Werte der Potenz  $m$  wird die zeitliche Ausdehnung der Funktionen eingeschränkt und die Frequenz erhöht. Der gegenteilige Effekt stellt sich für steigende Werte von  $m$  ein. Die kontinuierliche Auffassung des Zeit-Frequenzbereiches aus dem Kapitel 4.1 wird aufgrund von (4.2-2) durch ein kompaktes unregelmäßiges Gitter ersetzt, dessen Maschen nach (4.1-8) in  $\left( a_0^m \mu_\psi + nb_0 a_0^m, \mu_\psi / a_0^m \right)$  zentriert sind und den Radius  $\left( a_0^m \sigma_\psi, \sigma_\psi / a_0^m \right)$  haben.

Die vollständige Rekonstruktion des Prozesses auf der Grundlage seiner Repräsentation in den Punkten (4.2-1) gelingt, falls die Funktionsmenge (4.2-2) einen Wavelet-Rahmen<sup>3</sup> bildet (KELLER, 2004). Dafür muss die Existenz zweier streng positiver Konstanten  $A$  und  $B$  gegeben sein<sup>4</sup>, so dass die nachfolgenden Ungleichungen erfüllt werden:

$$A \|\mathbf{x}\|^2 \leq \sum_m \sum_n \left| \left\langle \mathbf{x}, \Psi_{m,n}^{a_0,b_0} \right\rangle \right|^2 \leq B \|\mathbf{x}\|^2. \quad (4.2-3)$$

Für  $A = B$  gehen die Ungleichungen in eine Gleichung über und man spricht von einem festen Wavelet-Rahmen. Das Skalarprodukt aus (4.2-3) entspricht nach (4.1-5) dem Ergebnis der Wavelet-Transformation  $W_\psi(a_0^m, nb_0 a_0^m)$ . Die Existenz des Rahmens stellt eine grundlegende Beziehung zwischen der Information des Prozesses und der Information dar, die in seiner Darstellung an den diskreten Punkten des Gitters (4.2-1) enthalten ist. Die Darstellung des Prozesses  $x(t)$  in der Punktmenge (4.2-1) der Zeit-Frequenzebene entspricht funktionalanalytisch einer Abbildung  $T$  aus dem Raum der quadratisch integrierbaren Funktionen auf den Raum der quadratisch summierbaren Reihen  $L^2(\mathbb{R}) \rightarrow \ell^2(\mathbb{Z}^2)$ :

$$(Tx)_{m,n} = \left\langle \mathbf{x}, \Psi_{m,n}^{a_0,b_0} \right\rangle. \quad (4.2-4)$$

Die Abbildung  $T$  ist dem Wavelet-Rahmen zugeordnet, so dass (4.2-3) in:

<sup>3</sup> orig: wavelet frame

<sup>4</sup> Die Bezeichnung der Rahmenkonstanten erfolgt in Anlehnung an die Fachliteratur. Es besteht kein Zusammenhang zu den Größen  $A$  und  $B$ , die bereits in Kapitel 3.2 für die Herleitung des Feder-Masse-Dämpfung Modells 2. Ordnung eingeführt wurden.

$$\sqrt{A} \|\mathbf{x}\| \leq \|T\mathbf{x}\| \leq \sqrt{B} \|\mathbf{x}\| \quad (4.2-5)$$

übergeht. Aus der rechten Ungleichung folgt unmittelbar die Beschränktheit und damit auch die Stetigkeit des Operators (BRONSTEIN et al., 2001, S. 639). Aus der linken Ungleichung folgt die Invertierbarkeit von  $T$  (BRONSTEIN et al., 2001, S. 641). Der inverse Operator  $T^{-1}$  ist ebenfalls stetig und beschränkt. Diese Eigenschaften garantieren die vollständige Rekonstruktion des Prozesses  $x(t)$ .

Für die vollständige Charakterisierung des Prozesses  $x(t)$  ist es ausreichend die Berechnung der Wavelet-Transformation in den diskreten Punkten (4.2-1) der Zeit-Frequenzebene vorzunehmen, wenn das Wavelet  $\psi(t)$  zusammen mit den Parametern  $a_0$  und  $b_0$  einen Wavelet-Rahmen bildet. Die hierfür notwendigen Bedingungen an das Wavelet  $\psi(t)$  und die Parameter  $a_0$  und  $b_0$  wurden in DAUBECHIES (1992) hergeleitet. Auf ihre vollständige Präsentation wird im Rahmen dieser Arbeit verzichtet, da lediglich der nachfolgende Sonderfall in den weiteren Berechnungen von Bedeutung ist: für  $\|\psi(t)\| = 1$  und den Grenzwerten des festen Rahmens  $A = B = 1$  bildet die Menge der Funktionen  $\left\{ \psi_{m,n}^{a_0,b_0} \mid m, n \in \mathbb{Z} \right\}$  eine Orthonormalbasis in  $L^2(\mathbb{R})$  (KELLER, 2004). Dieser Zusammenhang ist der Ausgangspunkt für die Suche nach Wavelets, die einen festen Rahmen bilden. Die im nächsten Kapitel vorgestellte Multi-Skalen-Analyse (MSA) leistet dabei eine wesentliche Unterstützung.

In der praktischen Umsetzung der Wavelet-Transformation haben sich die so genannten dyadischen Rahmen durchgesetzt, für die  $a_0 = 2$  und  $b_0 = 1$  gilt. In den nachfolgenden Darstellungen zur MSA wird ebenfalls von diesen Schrittweiten in der Diskretisierung des Zeit-Frequenzbereiches ausgegangen.

#### 4.2.2 Multi-Skalen-Analyse

Die MSA baut das Konzept der lokalen Analyse des Prozesses  $x(t)$  unter verschiedenen diskreten Auflösungsstufen aus funktionalanalytischer Sicht aus, indem die Wavelet-Transformation als Abbildung auf einen funktionalen, vom Skalierungsparameter abhängigen Raum aufgefasst wird. Dafür steht eine zum Wavelet komplementäre Funktion im Vordergrund: die so genannte Skalierungsfunktion  $\phi(t)$ . Ihre Einführung zur Analyse des Prozesses  $x(t)$  wird pragmatisch dadurch begründet, dass die Darstellung im Zeit-Frequenzbereich anhand der Wavelet-Transformation nicht immer möglich ist. Beispielsweise führt  $x(t) = 1$  aufgrund von (4.1-2) zum Paradoxon  $1 = 0$ . Erst die eingeführte Skalierungsfunktion sichert die vollständige Erfassung der Prozesseigenschaften (LIU, 2000). Sie wird als Funktion gewählt, deren ganzzahlige Translate eine Orthonormalbasis in einem Raum  $U_0 \in L^2(\mathbb{R})$  bilden<sup>5</sup>:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \phi_{0,k}(t) \phi_{0,l}(t) dt = \int_{-\infty}^{+\infty} \phi_0(t-k) \phi_0(t-l) dt = \begin{cases} 1 & \text{für } k = l, \\ 0 & \text{für } k \neq l. \end{cases} \quad (4.2-6)$$

Die skalierten Funktionen  $\left\{ \phi_{m,n}^{2,1} \mid n \in \mathbb{Z} \right\}$  bilden für jedes  $m \in \mathbb{Z}$  ebenfalls Orthonormalbasen der Räume  $U_m$ . Dieses lässt sich durch die Substitution  $t = t/2^m$  in (4.2-6) verifizieren. Damit kann die Abbildung des Prozesses  $x(t)$  in jedem Raum  $U_m$  berechnet werden:

$$u_{m,n} = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \phi_m(t-n) dt = \langle \mathbf{x}, \phi_{m,n} \rangle. \quad (4.2-7)$$

Die Koeffizienten  $u_{m,n}$  werden als Skalierungskoeffizienten bezeichnet. Sie sind nach (4.2-7) als gewichtetes Mittel von  $x(t)$  in einem Bereich um die Stelle  $n \cdot 2^m$  interpretierbar. Für geringere Werte von  $m$  verdichtet sich die zeitliche Folge der berechneten Skalierungskoeffizienten, wodurch sich die Approximation von  $x(t)$  in den entsprechenden Räumen  $U_m$  verbessert.

Aufgrund ihres gemeinsamen Ursprungs in der Orthonormalbasis  $\{\phi_{0,i} \mid i \in \mathbb{Z}\}$  stellt sich die Frage nach den Verknüpfungsmöglichkeiten der Räume  $U_m$ . Eine intuitive Bedingung ist, dass die höherauflösende Darstellung im Raum

<sup>5</sup> Es ist ausreichend, wenn die ganzzahligen Translate eine Riesz-Basis bilden (LOUIS et al., 1998, S. 111). Daraus kann durch ein Orthogonalisierungsverfahren eine Orthogonalbasis gebildet werden.

$U_{m-1}$  alle notwendigen Informationen enthält, die für die niedriger auflösende Darstellung in  $U_m$  notwendig sind. Das heißt,  $U_m$  muss in  $U_{m-1}$  eingeschlossen sein:

$$U_m \subset U_{m-1} \quad \forall m \in \mathbb{Z}. \quad (4.2-8)$$

Durch die Bedingung (4.2-8) ist die Orthonormalbasis  $\{\varphi_{m,i} \mid i \in \mathbb{Z}\}$  ebenfalls im Raum  $U_{m-1}$  enthalten. Dadurch ist jedes ihrer Elemente  $\varphi_{m,n}$  als lineare Kombination der Basisfunktionen  $\{\varphi_{m-1,i} \mid i \in \mathbb{Z}\}$  darstellbar. Die Abbildungskoeffizienten ergeben sich nach (4.2-7) zu:

$$\langle \varphi_{m,n}, \varphi_{m-1,i} \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{2^m}} \varphi\left(\frac{t}{2^m} - n\right) \frac{1}{\sqrt{2^{m-1}}} \varphi\left(\frac{t}{2^{m-1}} - i\right) dt. \quad (4.2-9)$$

Durch die Substitution  $t/2^m - n = t_1$  resultiert weiterhin:

$$\langle \varphi_{m,n}, \varphi_{m-1,i} \rangle = \sqrt{2} \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(t_1) \varphi[2t_1 - (i - 2n)] dt_1 = h_{i-2n}, \quad (4.2-10)$$

wobei  $\mathbf{h}$  als Ergebnis des letzten Skalarproduktes eine Folge numerischer Koeffizienten darstellt. Die Elemente der Orthonormalbasis  $\{\varphi_{m,i} \mid i \in \mathbb{Z}\}$  sind mit (4.2-10) aus der Orthonormalbasis des höherauflösenden Raumes  $U_{m-1}$  rekursiv berechenbar:

$$\varphi_{m,n} = \sum_{i \in \mathbb{Z}} h_{i-2n} \varphi_{m-1,i}. \quad (4.2-11)$$

Die Beziehung (4.2-11) stellt einen Zusammenhang zwischen den Basisfunktionen zweier in der Hierarchie aufeinander folgender Räume dar. Sie wird deshalb als Zweiskalengleichung bezeichnet und ist der Schlüssel zur Konstruktion orthogonaler Wavelet-Basen und zur praktischen Umsetzung der Wavelet-Transformation (LOUIS et al., 1998). Durch Umkehrung der Koeffizientenfolge  $\mathbf{h}$  und Einführung der formalen Bezeichnungen  $h'_i = h_i$  und  $k = 2n - i$  in (4.2-11) erhält man folgende vertrautere Form der Zweiskalengleichung:

$$\varphi_{m,n} = \sum_{k \in \mathbb{Z}} h'_k \varphi_{m-1,2n-k}. \quad (4.2-12)$$

Die Basisfunktionen des Raumes  $U_m$  können demnach aus den Basisfunktionen des höherauflösenden Raumes  $U_{m-1}$  durch eine Faltung mit der Filterfolge  $\mathbf{h}'$  erzeugt werden, wobei nur jeder zweite Term des Filterausgangs beibehalten wird. Es ist demnach ausreichend, die Basis des Raumes mit der höchsten Auflösungsstufe zu kennen, um rekursiv durch Filterung und anschließende Dezimierung um den Faktor 2 alle weiteren Orthonormalbasen der Räume  $\{U_j \mid j \in \mathbb{Z}\}$  zu bestimmen.

Jedes Signal  $x(t) \in L^2(\mathbb{R})$  ist in der hierarchischen Sequenz von Räumen (4.2-8) vollständig darstellbar, wenn seine Abbildung in  $U_m$  für  $m \rightarrow -\infty$  dem ursprünglichen Signal gleich und die größte Darstellung für  $m \rightarrow +\infty$  der Nullfunktion entspricht. Formelmäßig werden diese Forderungen wie folgt zusammengefasst (MALLAT, 2001, S. 221):

$$\begin{aligned} \lim_{m \rightarrow -\infty} U_m &= \bigcup_{m \in \mathbb{Z}} U_m = L^2(\mathbb{R}), \\ \lim_{m \rightarrow +\infty} U_m &= \bigcap_{m \in \mathbb{Z}} U_m = \{0\}. \end{aligned} \quad (4.2-13)$$

Die hierarchisch definierte Menge von Räumen (4.2-8) bildet eine so genannte MSA, wenn die Bedingungen (4.2-8), (4.2-12) und (4.2-13) erfüllt sind (MALLAT, 2001).

Bedeutungsvoller wird die MSA für die Untersuchung der Prozesseigenschaften, wenn über die rekursive Abbildung hinweg nach den Signalanteilen ermittelt wird, die in  $U_{m-1}$ , nicht aber weiterhin in  $U_m$  enthalten sind. Diese Fragestellung verbindet die MSA mit der Wavelet-Transformation sowie die Skalierungsfunktionen mit den Wavelets. Den angesprochenen „Restanteilen“ wird ein Raum  $V_m$  zugeordnet, der orthogonal und in  $U_{m-1}$  komplementär zu  $U_m$  ist. Nach KOCH (1997, S. 14) gilt die Beziehung:

$$U_{m-1} = U_m \oplus V_m, \quad (4.2-14)$$

wobei  $\oplus$  die orthogonale Summe zwischen den Unterräumen bezeichnet. Für eine Orthonormalbasis  $\{\psi_{m,i} \mid i \in \mathbb{Z}\}$  von  $V_m$  lautet die Abbildung des Signals  $x(t)$  in diesem Raum analog zu (4.2-7):

$$v_{m,n} = \langle \mathbf{x}, \psi_{m,n} \rangle. \quad (4.2-15)$$

Der Zusammenhang (4.2-14) ermöglicht es, die Abbildungen des analysierten Signals in den jeweiligen Räumen miteinander zu verknüpfen:

$$\sum_{i \in \mathbb{Z}} u_{m-1,i} \phi_{m-1,i} = \sum_{i \in \mathbb{Z}} u_{m,i} \phi_{m,i} + \sum_{i \in \mathbb{Z}} v_{m,i} \psi_{m,i}, \quad (4.2-16)$$

da jedes Element eines Raumes, der zwei orthogonale Subräume einschließt, als Summe seiner Abbildungen in diesen Subräumen darstellbar ist (KOCH, 1997, S. 14). Nach der zweiten Gleichung in (4.2-16) ist die Menge der Basisfunktionen  $\{\psi_{m,i} \mid i \in \mathbb{Z}\}$  so zu wählen, dass sie  $\{\phi_{m,i} \mid i \in \mathbb{Z}\}$  zu einer Orthonormalbasis von  $U_{m-1}$  ergänzt. Es ist deshalb gerechtfertigt, auch die Konstruktion dieser Orthonormalbasis nach analogen Prinzipien zur Skalierungsfunktion vorzunehmen und sie auf die Translaten der Funktion  $\phi_{m-1}(t)$  zu stützen:

$$\psi_{m,n} = \sum_{i \in \mathbb{Z}} g_{i-2n} \phi_{m-1,i}. \quad (4.2-17)$$

Die Orthogonalität der Räume  $U_m \perp V_m$  ist durch (4.2-11) und (4.2-17) ebenfalls auf die Koeffizientenfolgen  $\mathbf{h}$  und  $\mathbf{g}$  übertragbar und ermöglicht dadurch eine nähere Präzisierung der Koeffizientenfolge  $\mathbf{g}$ . In der Vektorgeometrie wird die Senkrechte zu einem Vektor konstruiert, indem man dessen Komponenten umkehrt und alternierend mit einem Minuszeichen versieht. Diese Strategie wird auch für die Konstruktion von  $\mathbf{g}$  angewandt (LOUIS et al., 1998):

$$g_k = (-1)^k h_{1-k}. \quad (4.2-18)$$

Dass  $\mathbf{g}$  in der Form (4.2-18) beim Vorliegen einer MSA tatsächlich eine Orthonormalbasis von  $V_m$  erzeugt, kann in mehreren Schritten in Anlehnung an LOUIS et al. (1998) gezeigt werden. Zunächst müssen die resultierenden Funktionen  $\{\psi_{m,i} \mid i \in \mathbb{Z}\}$  vollständig im Raum  $V_m$  enthalten sein. Dadurch stehen sie orthogonal zu jedem Element einer Orthonormalbasis von  $U_m$ , was durch die Einführung von (4.2-11) und (4.2-17) in das nachfolgende Skalarprodukt verifizierbar ist:

$$\langle \psi_{m,i}, \phi_{m,j} \rangle = \sum_1 \sum_{1'} g_1 h_{1'} \langle \phi_{m-1,1+2i}, \phi_{m-1,1'+2j} \rangle = \sum_1 (-1)^1 h_{1-2(j-i)} h_1 = 0. \quad (4.2-19)$$

Wird in die obige Gleichung  $\phi_{m,j}$  durch  $\psi_{m,j}$  ersetzt, kann in einem analogen Berechnungsverlauf auf die Orthogonalität der Funktionen  $\{\psi_{m,i} \mid i \in \mathbb{Z}\}$  geschlossen werden. Damit diese schließlich eine Orthonormalbasis in  $V_m$  bilden, müssen sie die Menge  $\{\phi_{m,i} \mid i \in \mathbb{Z}\}$  zu einer Orthonormalbasis in  $U_{m-1}$  ergänzen. Ist dies der Fall, so besteht laut der PARSEVALSchen Formel die Identität zwischen der Norm einer Funktion, die in  $U_{m-1}$  enthalten ist, und der Norm ihrer Komponenten in der gemeinsamen Basis  $\{\psi_{m,i}, \phi_{m,i} \mid i \in \mathbb{Z}\}$ . Konkret kann für  $\phi_{m-1,n}$  aus  $U_{m-1}$  die Beziehung:

$$\|\phi_{m-1,n}\|^2 = \sum_i \left| \langle \phi_{m-1,n}, \phi_{m,i} \rangle \right|^2 + \left| \langle \phi_{m-1,n}, \psi_{m,i} \rangle \right|^2 = \sum_i h_i^2 \quad (4.2-20)$$

durch die Einführung von (4.2-11) und (4.2-17) in die jeweiligen inneren Produkte und die Berücksichtigung der Orthonormalität der Basisfunktionen  $\{\phi_{m-1,i} \mid i \in \mathbb{Z}\}$  geltend gemacht werden. Auf letzterer beruht auch die nachfolgende Evaluation der Summe in (4.2-20):

$$\sum_i h_i h_{i+2n} = \delta_{0,n}. \quad (4.2-21)$$

Die obige PARSEVALSche Formel gilt für jedes  $n \in \mathbb{Z}$  und damit für jede weitere Funktion in  $U_{m-1}$ , weil diese als lineare Kombination von  $\{\phi_{m-1,i} \mid i \in \mathbb{Z}\}$  darstellbar ist. Die konstruierte Koeffizientenfolge  $\mathbf{g}$  erzeugt nach (4.2-17) auf der Grundlage der hinterlegten MSA die Familie von Funktionen  $\{\psi_{m,i} \mid i \in \mathbb{Z}\}$ , die eine Orthonormalbasis von  $V_m$  bilden. Gemäß dem ursprünglichen Vorhaben ergänzt diese die Orthonormalbasis von  $U_m$  zu einer Orthonormal-

basis in  $U_{m-1}$ . Die Konstruktion kann auch in dieser höheren Auflösungsstufe wiederholt bzw. fortgesetzt werden, so dass im Grenzfall wegen (4.2-13) und (4.2-14)

$$\dots \oplus V_m \oplus V_{m-1} \oplus V_{m-2} \oplus \dots = L^2(\mathbb{R}) \quad (4.2-22)$$

gilt. Die Räume der „Restsignale“ einer MSA bilden eine orthogonale Zerlegung von  $L^2(\mathbb{R})$ . Dadurch ist die Menge der Orthonormalbasen  $\{\psi_{j,i} \mid j \in \mathbb{Z}, i \in \mathbb{Z}\}$  ihrerseits eine Orthonormalbasis von  $L^2(\mathbb{R})$  und genügt dem Sonderfall der Beziehung (4.2-5). Die Funktionen  $\psi_{m,i}$  sind folglich die gesuchten Wavelets.

Analog zur Zweiskalengleichung (4.2-11) kann durch die Umkehrung der Koeffizientenfolge  $\mathbf{g}$  und die Einführung der formalen Bezeichnungen  $g'_i = g_{-i}$  und  $k = 2n-i$  in (4.2-17) die Wavelet-Funktion aus einer Filterung der höherauflösenden Skalierungsfunktionen  $\{\varphi_{mi} \mid i \in \mathbb{Z}\}$  und anschließender Dezimierung um den Faktor 2 erhalten werden:

$$\Psi_{m,n} = \sum_{k \in \mathbb{Z}} g'_k \varphi_{m-1,2n-k} \cdot \quad (4.2-23)$$

Die große Bedeutung der MSA kann durch den Bezug der Räume  $U_m$  und  $V_m$  zum Frequenzinhalt des analysierten Prozesses  $x(t)$  herausgestellt werden. Die Wavelet-Funktionen besitzen, wie bereits im vorangegangenen Kapitel erwähnt, Lokalisierungseigenschaften im Zeit-Frequenzbereich, die durch Zeit- und Frequenzfenster charakterisierbar sind. Für einen Skalierungsparameter  $a = 2^{m-1}$  entsprechen nach (4.1-8) die Ergebnisse der Wavelet-Transformationen

$\{W_\psi(2^{m-1}, i \cdot 2^{m-1}) \mid i \in \mathbb{Z}\}$  den Frequenzanteilen des Prozesses  $x(t)$  im Band  $\left(\frac{\mu_\Psi}{2^{m-1}} - \frac{\sigma_\Psi}{2^{m-1}}, \frac{\mu_\Psi}{2^{m-1}} + \frac{\sigma_\Psi}{2^{m-1}}\right)$ .<sup>6</sup> Aus der

funktionalanalytischen Perspektive der MSA resultieren diese Anteile nach (4.2-15) durch die Abbildung des Prozesses in den Raum  $V_{m-1}$ . Analog dazu enthält der Raum  $V_m$  die niederfrequenteren Frequenzanteile des Prozesses aus

dem schmaleren Spektralband  $\left(\frac{\mu_\Psi}{2^m} - \frac{\sigma_\Psi}{2^m}, \frac{\mu_\Psi}{2^m} + \frac{\sigma_\Psi}{2^m}\right)$  usw. Durch (4.2-22) ist dieses Zerlegungsverfahren in Fre-

quenzkomponenten vollständig und geschieht ohne Informationsverlust. Für  $m \rightarrow +\infty$  wird das Frequenzband verschwindend klein. Dieser Grenzfall wird in der Praxis nicht erreicht. Die MSA wird aufgabenorientiert bis zu einem  $m_{\max}$  durchgeführt. Unter Berücksichtigung von (4.2-14) kann in diesem Fall (4.2-22) umgeschrieben werden zu:

$$U_{m_{\max}} \oplus V_{m_{\max}} \oplus V_{m_{\max}-1} \oplus V_{m_{\max}-2} \oplus \dots = L^2(\mathbb{R}) \cdot \quad (4.2-24)$$

Der Raum  $U_{m_{\max}}$  wird dann die verbliebenen niederfrequenten Anteile im Bereich  $\left(0, \frac{\mu_\Psi}{2^{m_{\max}}} - \frac{\sigma_\Psi}{2^{m_{\max}}}\right)$  enthalten.

Im Sprachgebrauch der Signalanalyse entsprechen die Repräsentationen des Prozesses  $x(t)$  in den Räumen  $V_m$  und  $U_m$  einer Bandpass- bzw. einer Tiefpass-Filterung. Die Filterwirkung wird durch die Beziehungen (4.2-12) und (4.2-23) hervorgehoben. Die Koeffizientenfolgen  $\mathbf{h}'$  und  $\mathbf{g}'$  stellen demnach ein Tiefpass- bzw. ein Hochpassfilter dar, deren Passband mit zunehmendem Skalierungsparameter  $2^m$  schmaler wird.

Die bislang eher theoretisch gewonnenen Erkenntnisse zur MSA werden hinsichtlich der praktischen Umsetzung nachfolgend prägnant zusammengefasst:

- Für die Durchführung einer MSA wird eine Funktion  $\varphi$ , deren ganzzahlige Translate einen Raum  $U_0$  aufspannen, und die Koeffizientenfolge  $\mathbf{h}$  benötigt.
- Durch Filterung und Dezimierung um den Faktor 2 können anhand von  $\varphi$  und  $\mathbf{h}$  weitere Orthonormalbasen als skalierte Versionen von  $\varphi$  erzeugt werden. Diese aufgespannten Räume sind hierarchisch angeordnet. Der umfangreichste Raum ist  $L^2(\mathbb{R})$ .
- Aus der Koeffizientenfolge  $\mathbf{h}$  kann eine orthogonale Koeffizientenfolge  $\mathbf{g}$  hergeleitet werden.
- Durch Filterung und Dezimierung um den Faktor 2 lassen sich anhand von  $\varphi$  und  $\mathbf{g}$  Orthonormalbasen erzeugen, die zu  $U_m$  orthogonale komplementäre Räume  $V_m$  aufspannen. Die Funktionen dieser Orthonormalbasen sind Wavelets.

<sup>6</sup> Streng mathematisch sind dieser und die nächsten Frequenzbereiche dieses Abschnittes symmetrisch um den Nullpunkt in den negativen Frequenzbereich zu erweitern.

- Das Ergebnis der Wavelet-Transformation mit diesen Wavelets liefert die Frequenzanteile des Prozesses  $x(t)$  in einem präzisierbaren Spektralband.
- Die Transformation ist verlustfrei.

### 4.2.3 Die schnelle Wavelet-Transformation

Die Behandlung der Wavelet-Transformation im Kontext der MSA ermöglicht ihre effiziente Berechnung. Grundlage dafür sind die Zweiskalengleichungen (4.2-11) und (4.2-17), auf deren beiden Seiten das Skalarprodukt mit  $x(t)$  gebildet wird. Mit den resultierenden Beziehungen (BÄNI, 2005):

$$\begin{aligned} u_{m,n} &= \sum_{i \in \mathbb{Z}} h_{i-2n} u_{m-1,i} , \\ v_{m,n} &= \sum_{i \in \mathbb{Z}} g_{i-2n} u_{m-1,i} \end{aligned} \quad (4.2-25)$$

können ausgehend von den Skalierungskoeffizienten  $\{ u_{m_0,i} \mid i \in \mathbb{Z} \}$  in der Skala  $2^{m_0}$  alle weiteren Skalierungskoeffizienten  $u_{m,n}$  und Waveletkoeffizienten  $v_{m,n}$  für  $m > m_0$  rekursiv berechnet werden. Eine explizite Angabe der Skalierungsfunktionen und der Wavelets ist dabei nicht notwendig. Dieses Zerlegungsverfahren wird als schnelle Wavelet-Transformation (sWT) bezeichnet (BÄNI, 2005). Die dabei durchzuführenden Operationen sind Faltungen mit den Filtern  $\mathbf{h}'$  und  $\mathbf{g}'$  und Dezimierungen um den Faktor 2 durch Streichung der Terme ungerader Ordnung. Die sWT wird auf diskrete Koeffizientenfolgen angewandt. Eine numerische Lösung des Integrals (4.1-3) ist dadurch nicht mehr erforderlich. Durch die Dezimierung reduziert sich die Anzahl der Koeffizienten mit jedem Iterationsschritt, so dass die rechnerische Komplexität der Transformation linear von der Anzahl der Beobachtungen in der Zeitreihe abhängt. Diese Version der Wavelet-Transformation ist damit schneller als die Fast-FOURIER-Transformation (FFT), die einen numerischen Aufwand der Ordnung  $O(N \log_2 N)$  voraussetzt (PRIESTLEY, 2004, S. 577).

Für die Berechnung der sWT müssen die Skalierungskoeffizienten in der Skala  $2^{m_0}$  bekannt sein. Dieses so genannte Anfangswertproblem ist in der ingenieurgeodätischen Praxis pragmatisch lösbar, da  $x(t)$  infolge des Messprozesses als Zeitreihe verfügbar ist. Die eingesetzte Sensorik kann natürlichen Effekten nicht beliebig schnell folgen und stellt in gewisser Weise ein physikalisches Tiefpassfilter dar. Das Ergebnis dieser Tiefpassfilterung wird den Skalierungskoeffizienten gleichgestellt:  $x_k = u_{m_0,k}$ . Der zugeordnete Frequenzbereich  $(0, \pi/\Delta)$  wird durch die NYQUIST-Frequenz begrenzt (PRIESTLEY, 2004) und hängt vom Abtastintervall  $\Delta$  ab. Der zugehörige Wert des Skalierungsparameters folgt unmittelbar aus der Beziehung zur Kreisfrequenz:  $2^{m_0} = \Delta$  (SCHMIDT, 2001). Für eine praktische Begründung dieser Vorgehensweise wird angenommen, dass die Skalierungsfunktion nur in einem Bereich  $[-B/2, B/2]$  wesentlich verschieden von Null ist und allgemein:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(t) dt = 1 \quad (4.2-26)$$

erfüllt. Obwohl die erste Bedingung zu diesem Zeitpunkt einschränkend wirkt, wird im nächsten Kapitel gezeigt, dass es sich hierbei ohnehin um eine wünschenswerte Eigenschaft der Skalierungsfunktion handelt. Die Gleichung (4.2-26) hat den Charakter einer Normierung. Ist der beobachtete Prozess  $x(t)$  im Bereich  $B \cdot \Delta$  annähernd konstant, folgt nach (4.2-7):

$$u_{m_0,n} = \int_{2^{m_0}(n-B/2)}^{2^{m_0}(n+B/2)} \varphi_{m_0,n}(t) x(t) dt \approx x(2^{m_0} n). \quad (4.2-27)$$

In den ingenieurgeodätischen Überwachungsvorhaben ist das Abtastintervall an die Geschwindigkeit der beobachteten Deformation und an die Trennschärfe der Sensoren zu koppeln (PELZER, 1988). Das gewählte Intervall unterschreitet meist deutlich die Abtastweite, die für eine treue Erfassung der interessierenden zeitlichen Verläufe der Einflüsse und Deformationen erforderlich ist. Die Näherung (4.2-27) ist damit aus praktischen Gesichtspunkten ge-

rechtfertigt. Um weiterhin die Zerlegungsstufe im Exponenten  $m$  des Skalierungsparameters direkt ablesen zu können, wird der ursprünglichen Zeitreihe  $m_0 = 0$  zugeordnet.

Durch die zeitliche Beschränkung des Beobachtungsprozesses wird auch die Forderung  $x(t) \in L^2(\mathbb{R})$  erfüllt. Ursprünglich ist diese Bedingung aufgrund der unendlichen Dauer der beobachteten physikalischen Prozesse problematisch. Für Überwachungsaufgaben wird die Beobachtungsdauer so ausgelegt, dass die repräsentativen Eigenschaften des Prozesses erfasst werden. Dieses begründet im Nachhinein die Relevanz der berechneten Parameter und genügt daher auch für die Erfüllung der obigen Zugehörigkeitsbedingung.

Die Rekonstruktion der Zeitreihe aus den Koeffizientenfolgen  $\{v_{j,i}, u_{m_{\max},i} \mid j=1 \dots m_{\max}, i \in \mathbb{Z}\}$ , die so genannte Wavelet-Synthese, ist ebenfalls rekursiv lösbar. Dafür wird in (4.2-16) beidseits das Skalarprodukt mit  $\varphi_{m-1,n}$  gebildet (BÄNI, 2005):

$$u_{m-1,n} = \sum_{i \in \mathbb{Z}} u_{m,i} \langle \varphi_{m,i}, \varphi_{m-1,n} \rangle + \sum_{i \in \mathbb{Z}} v_{m,i} \langle \psi_{m,i}, \varphi_{m-1,n} \rangle = \sum_{i \in \mathbb{Z}} h_{n-2i} u_{m,i} + g_{n-2i} v_{m,i} \quad (4.2-28)$$

Die letzte Relation folgt nach Einführung der Zweiskalengleichungen für  $\varphi_{m,i}$  und  $\psi_{m,i}$ . Die in der Umkehrung der Transformation durchzuführenden Operationen sind Spreizungen um den Faktor 2 und Filterungen. Unter der Spreizung einer Folge um den Faktor  $2^m$  wird die Einführung von  $2^m-1$  Nullen zwischen je zwei Koeffizienten der Folge verstanden. Die Faltungen werden mit den ursprünglichen Filter der Zweiskalengleichungen  $h$  und  $g$  durchgeführt. Durch die Vollständigkeit der MSA gelingt die verlustfreie Rekonstruktion der Zeitreihe.

Die rekursive Berechnungsweise der sWT und ihrer Synthese ermöglicht ihre Darstellung in der Form einer orthogonalen Filterbank, die wegen der vollständigen Rückgewinnung der ursprünglichen Zeitreihe als „Perfect-Reconstruction“-Filterbank (PR-Filterbank) bezeichnet wird. Schematisch wird der Berechnungsablauf in der Abbildung 4.2-1 dargestellt. Die Zeichen  $\downarrow 2$  und  $\uparrow 2$  repräsentieren die Dezimierung bzw. die Spreizung um den Faktor 2. Alle Filter der angegebenen Bank sind gemäß den obigen Ausführungen aus  $h$  ableitbar. Allein dieses Filter muss für die praktische Umsetzung der Transformation präzisiert werden. Die Herleitung eines geeigneten Filters  $h$  stützt sich auf die Rekonstruktionsbedingung der Zeitreihe aus der PR-Filterbank. Die Übertragungseigenschaften eines Filters lassen sich einfacher mit Hilfe seiner  $z$ -Transformierten beschreiben (OPPENHEIM und SCHAFER, 1975). Deshalb werden zunächst, die bislang im Zeitbereich verfügbaren Beziehungen des Filters  $h$  zu den restlichen Filtern der Bank auf ihre  $z$ -Transformierten übertragen<sup>7</sup>:

$$H'(z) = H(z^{-1}); \quad G(z) = (-z)^{-1} H(-z^{-1}); \quad G'(z) = (-z) H(-z) \quad (4.2-29)$$

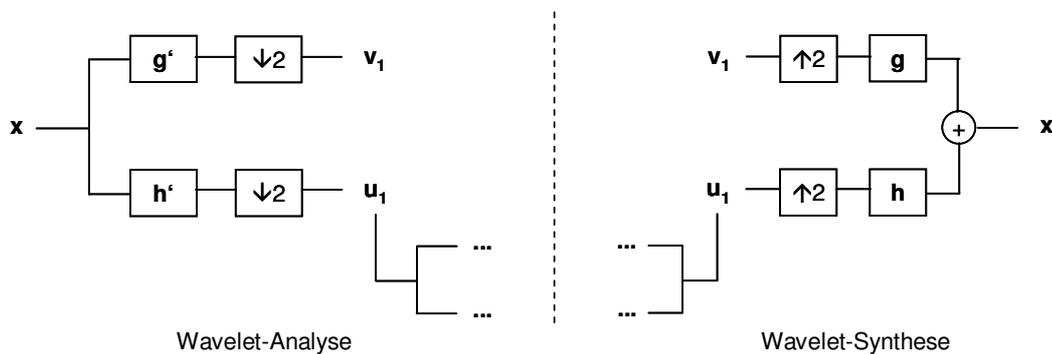


Abb. 4.2-1: Darstellung der sWT und der Wavelet-Synthese als orthogonale PR-Filterbank (nach BÄNI, 2005)

<sup>7</sup> Die FOURIER-Transformation stellt einen Sonderfall der  $z$ -Transformation dar. Deshalb werden die jeweiligen  $z$ -Transformierten ebenfalls durch Großbuchstaben gekennzeichnet. Die entsprechenden Variablen weisen auf die durchgeführte Transformation hin.

Die Bedingungen für die verlustfreie Rekonstruktion in der obigen Filterbank folgen aus der Gleichsetzung des Syntheseergebnisses mit der ursprünglichen Zeitreihe (BÄNI, 2005):

$$\begin{aligned} H'(-z)H(z) + G'(-z)G(z) &= 0, \\ H'(z)H(z) + G'(z)G(z) &= 2. \end{aligned} \quad (4.2-30)$$

Dafür ist es ausreichend, einen Analyseschritt in der Filterbank und dessen Synthese zu betrachten. Die Einführung der Beziehungen (4.2-29) in die erste Beziehung aus (4.2-30) bestätigt die Gleichung und bringt keinen zusätzlichen Informationsgewinn. Dieses liegt an der bereits eingeführten speziellen Konstruktion der Filter  $\mathbf{g}$  in (4.2-18), die sich ebenfalls aus dieser Gleichung herleiten lässt. Die zweite Gleichung aus (4.2-30) geht unter Berücksichtigung von (4.2-29) über in:

$$H(z^{-1})H(z) + H(-z^{-1})H(-z) = 2 \quad (4.2-31)$$

und stellt die Ausgangsbeziehung für die Konstruktion geeigneter Filterfolgen  $\mathbf{h}$  dar, die im nächsten Kapitel besprochen wird.

### 4.3 Konstruktion orthogonaler Wavelets

Obwohl die Durchführung der sWT die Suche nach geeigneten Wavelets und Skalierungsfunktionen auf eine Filteridentifikation zurückführt, sind die Eigenschaften der beiden Funktionsklassen keineswegs irrelevant für die erzielten Ergebnisse und für ihre Interpretation. Die Beziehung (4.2-10) zeigt, dass das gesuchte Filter und die Skalierungsfunktionen unmittelbar miteinander verknüpft sind. Die Eigenschaften der Skalierungsfunktion und damit auch des zu ihr orthogonalen Wavelets lassen sich deshalb durch die Filterstruktur  $\mathbf{h}$  ausdrücken und steuern.

Eine bedeutende Erweiterung der Wavelets in Bezug auf die harmonischen Funktionen der FOURIER-Transformation ist die Eigenschaft der zeitlichen Lokalisierung. Diese wird erfüllt, indem der Funktionsverlauf nur auf einem beschränkten Intervall verschieden von Null ist. Es ist sinnvoll, diese Eigenschaft auch von den komplementären Skalierungsfunktionen zu fordern, da Wavelets schließlich in der sWT auf das Ergebnis der vorangegangenen Analyse mit der Skalierungsfunktion aufsetzen. Werden die lokalen Eigenschaften des Signals bereits im Vorfeld durch eine unendlich andauernde Skalierungsfunktion verwischt, ist die zeitliche Lokalisierung der Wavelets von geringem praktischen Nutzen. Im Zusammenhang mit dem Anfangswertproblem wurde bereits die Zweckmäßigkeit einer zeitlich begrenzten Skalierungsfunktion deutlich. Nachfolgend wird im Vergleich dazu vom allgemeineren Intervall  $[N_1, N_2]$  ausgegangen, auf dem die Funktion verschieden von Null ist. Dieses Intervall wird als Träger der Funktion bezeichnet. Anhand der Zweiskalengleichung (4.2-11) kann unter der Identitätsforderung der Träger auf beiden Seiten der Gleichung bewiesen werden, dass das Filter  $\mathbf{h}$  ebenfalls endlich ist und  $h_i = 0$  für  $i < N_1$  und  $i > N_2$  gilt. Der strenge mathematische Beweis hierfür, wie er beispielsweise von LOUIS et al. (1998, S. 153) erbracht wird, verläuft in umgekehrter Richtung. Darin wird gezeigt, dass auf der Grundlage einer endlichen Folge  $\mathbf{h}$  mit  $h_i = 0$  für  $i < N_1$  und  $i > N_2$ , die der Orthogonalitätsbeziehung (4.2-21) genügt und deren FOURIER-Transformierte im Ursprung die Stetigkeitsbedingung:

$$|H(\omega) - H(0)| \leq C|\omega|^\varepsilon \quad (4.3-1)$$

für Konstanten  $\varepsilon > 0$  und  $C > 0$  erfüllt, eine Funktion  $\varphi$  als Lösung der Zweiskalengleichung generiert werden kann. Zudem ist diese Funktion ebenfalls nur im Intervall  $[N_1, N_2]$  von Null verschieden und eindeutig bestimmbar. Die Forderung nach zeitlicher Lokalisierung für die Skalierungsfunktion bedeutet, dass die gesuchten Filter eine begrenzte Impulsantwort besitzen (FIR-Typ), was für die praktische Umsetzung nur hilfreich sein kann.

In (4.1-14) wurde bereits die HAAR-Funktion als Wavelet eingeführt, das auf einem begrenzten Intervall Werte verschieden von Null annimmt. Die zugehörige Skalierungsfunktion ist (BÄNI, 2005, S. 26):

$$\varphi(t) = \begin{cases} 1 & \text{für } 0 \leq t < 1 \\ 0 & \text{für } t < 0 \text{ oder } 1 \leq t. \end{cases} \quad (4.3-2)$$

Obwohl das HAAR-Wavelet eine Skalierungsfunktion besitzt, die explizit angegeben werden kann und eine MSA erzeugt, weist sie sehr schlechte Lokalisierungseigenschaften im Frequenzbereich auf, wie im Beispiel am Ende des

Kapitels 4.1 veranschaulicht wurde. Dies liegt an der Unstetigkeit der HAARschen Funktion. Sie macht deutlich, dass die bislang hergeleiteten Bedingungen nicht ausreichen, um zur zeitlichen auch eine gute Frequenzlokalisierung zu erhalten.

Durch Überführung der Zweiskalengleichungen in den  $z$ -Bereich resultieren die Beziehungen zwischen den Durchlasscharakteristiken der Filter  $\mathbf{h}$  und  $\mathbf{g}$  und der  $z$ -Transformierten der Skalierungsfunktion  $\phi$  und des Wavelets  $\psi$  (BÄNI, 2005):

$$\begin{aligned}\Phi(z) &= \frac{1}{\sqrt{2}} H\left(z^{1/2}\right) \Phi\left(z^{1/2}\right), \\ \Psi(z) &= -\frac{1}{\sqrt{2}} (z)^{-1/2} H\left(-z^{-1/2}\right) \Phi\left(z^{1/2}\right).\end{aligned}\quad (4.3-3)$$

Für die  $z$ -Transformierte des HAARschen Filters  $h_{\text{Haar}}$  folgt daraus:

$$H_{\text{Haar}}(z) = \frac{1}{\sqrt{2}} \left( z^{-1} + 1 \right). \quad (4.3-4)$$

In der Filtertheorie lassen sich die Eigenschaften der Filter abhängig von der Position der Nullstellen ihrer  $z$ -Transformierten in Bezug auf den Einheitskreis analysieren (STEARNS und DAVID, 1996). Das HAARsche Tiefpassfilter besitzt eine Nullstelle für  $z = -1$ . Um zu gewährleisten, dass  $H(z)$  gute Tiefpasseigenschaften besitzt, wird die Forderung nach einer  $p$ -fachen Nullstelle in  $z = -1$  mit  $p \geq 1$  gestellt (BÄNI, 2005, S. 85). Entsprechend wird dadurch  $G(z)$  verbesserte Hochpasseigenschaften haben. Vorausgesetzt das Filter  $H(z)$  hat eine  $p$ -fache Nullstelle in  $z = -1$ , bedeutet dieses nach der ersten Beziehung aus (4.3-3), dass  $\Phi(\omega)$  für  $\omega = 2k\pi$  mit  $k \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}$  eine Nullstelle der Ordnung  $p$  besitzt. Diese Eigenschaft ist für die Lokalisierung um  $\omega = 0$  sehr nützlich.  $\Psi(\omega)$  hat für  $\omega = 0$  eine Nullstelle der Ordnung  $p$  und für  $\omega = 4k\pi$  sogar eine Nullstelle der Ordnung  $2p$ .

Durch die Wahl der Ordnung  $p$  für die Nullstelle  $z = -1$  wird gleichzeitig die Ordnung der Wavelets festgelegt (s. Kapitel 4.1). Die  $p$ -fache Ableitung von  $\Psi(z)$  in Bezug auf  $z$  ergibt:

$$\Psi^{(p)}(z) = \int_{-\infty}^{+\infty} (-1)^p \left[ \prod_{i=0}^{p-1} (t+i) \right] \psi(t) z^{-t-p} dt. \quad (4.3-5)$$

Wie oben anhand der Kreisfrequenzen  $\omega$  dargestellt, hat  $\Psi(z)$  eine  $p$ -fache Nullstelle für  $z = 1$ . Durch die Evaluation von (4.3-5) an dieser Stelle resultieren alle Momente des Wavelets  $\mu_{\psi,i}$  für  $i = 0, \dots, p-1$  zu Null. Die Berechnung der sWT mit einem Wavelet der Ordnung  $p$  führt zu verschwindend geringen Waveletkoeffizienten, wenn der Verlauf der Zeitreihe über den Träger des Wavelets hinweg durch ein Polynom bis zum Grad  $(p-1)$  approximierbar ist. Soll demnach ein glatter Verlauf der Änderung der analysierten Zeitreihe, wie es etwa die periodische Variation ist, in den Waveletkoeffizienten abgebildet werden, bedarf es einer möglichst hohen Ordnung der Nullstelle  $z = 1$  für  $\Psi(z)$ , da periodische Funktionen durch eine unendliche Reihenentwicklung des Arguments genähert werden (BRONSTEIN et al., 2001, S. 1042). Ebenfalls kann für einen hohen Wert von  $p$  der Trend als glatte, sich langsam ändernde Komponente der Zeitreihe besser herausgestellt bzw. abgespalten werden. Rapide Niveauänderungen lassen sich nicht durch Polynome approximieren. Für ihre Aufdeckung ist eine Nullstelle der Ordnung  $p = 1$  erforderlich, wie bereits in Kapitel 4.1 diskutiert wurde. Ein derartiges Wavelet wurde mit der HAAR-Funktion eingeführt.

Unmittelbar mit der Charakterisierung des Verlaufes einer Zeitreihe ist auch der Aspekt der Regularität verbunden. Durch diesen wird ein Verbund von Eigenschaften zur Stetigkeit und mehrfachen Differenzierbarkeit angesprochen (BÄNI, 2005, S. 86). In MALLAT (2001, S. 165) wird die Regularität einer Funktion über eine Stetigkeitsbedingung der Form (4.3-1) mit der Schnelligkeit der asymptotischen Abnahme ihrer FOURIER-Transformierten verknüpft. Je rascher die Abnahme ist, umso besser ist die Regularität der Funktion. Der FOURIER-Transformierten der Skalierungsfunktion wurde mit zunehmender Ordnung der Nullstelle  $z = -1$  ein glatterer Nulldurchgang in  $\omega = 2k\pi$  mit  $k \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}$  bescheinigt. Dieses ist nur möglich, wenn vorher  $\Phi(\omega)$  entsprechend stark abnimmt. Mit steigender Ordnung der Nullstelle nimmt die Regularität der analysierenden Funktionen zu. Diese Verbesserung äußert sich in einem stetigeren oszillierenden Verlauf der Analysefunktionen, der für die Frequenzlokalisierung und damit für die Aufdeckung periodischer Anteile vorteilhaft ist.

In den Betrachtungen zu den Momenten und der Regularität der Funktionen kommt erneut der Gegensatz zwischen der zeitlichen und der Frequenzlokalisierung der Wavelets und der Skalierungsfunktionen durch die Wirkung des Parameters  $p$ , der die Ordnung der Nullstelle  $z = -1$  des Tiefpassfilters  $h$  darstellt, zum Ausdruck. Geringe Werte von  $p$  führen zu kurzen Filterlängen (s. HAAR-Wavelet) und damit zu einer guten zeitlichen Lokalisierung. Die Frequenzlokalisierung ist jedoch beschränkt. Hohe Werte von  $p$  verbessern die Regularität der Funktionen und damit die Frequenzlokalisierung. Sie führen jedoch zu längeren Filterlängen, was sich wiederum negativ auf die zeitliche Lokalisierung auswirkt.

Stellvertretend für die Bildung orthogonaler Wavelet-Basen mit kompaktem Träger wird nachfolgend die Konstruktion der DAUBECHIES-Wavelets vorgestellt. Diese werden weiterhin bei Durchführung sämtlicher Wavelet-Transformationen in den folgenden Datenanalysen der vorliegenden Arbeit eingesetzt. Es handelt sich hierbei um die historisch gesehen ersten orthogonalen Wavelets mit kompaktem Träger. Erst durch ihre Entwicklung erreichte die Diskrete Wavelet-Transformation ihre praktische Relevanz. Mit Hinblick auf die praktische Umsetzung wird der Konstruktionsalgorithmus in Anlehnung an BÄNI (2005) vorgestellt und von der ursprünglichen, recht technischen Entwicklung DAUBECHIES' (DAUBECHIES, 1992) abgewichen. Die berechneten Koeffizienten sind selbstverständlich in beiden Fällen identisch. Ausgangspunkt für die Konstruktion ist die Beziehung (4.2-31), in die die zusätzliche Forderung nach einer  $p$ -fachen Nullstelle von  $H(z)$  in  $z = -1$  durch folgende Faktorisierung aufgenommen wird:

$$2 \left( \frac{1+z^{-1}}{2} \right)^p \left( \frac{1+z}{2} \right)^p H_0(z^{-1}) H_0(z) + 2 \left( \frac{1-z^{-1}}{2} \right)^p \left( \frac{1-z}{2} \right)^p H_0(-z^{-1}) H_0(-z) = 2. \quad (4.3-6)$$

Dabei bezeichnet  $H_0(z)$  den Quotienten der Division von  $H(z)$  durch den aufgrund der bekannten Nullstelle ausgeklammerten Ausdruck. Der Faktor  $M_0(z) = H_0(z^{-1}) H_0(z)$  ist weiterhin so zu wählen, dass er für ein gewähltes  $p$  zu möglichst geringen Filterlängen führt. Dabei ist zu beachten, dass seine Struktur wegen:

$$M_0(z) = M_0(z^{-1}) \quad (4.3-7)$$

die Symmetrie der Koeffizienten im Zeitbereich impliziert (STEARNS und DAVID, 1996). Die Lösung für den Faktor  $M_0(z)$  resultiert nach einem algebraischen „Trick“, indem die Produkte der in (4.3-6) aufgrund der bekannten Nullstelle  $z = -1$  abgespaltenen Faktoren zu  $u(z)^p$  bzw.  $u(-z)^p$  zusammengefasst werden. Diese Größen erfüllen die Beziehung:

$$u(z) + u(-z) = 1. \quad (4.3-8)$$

Durch Hebung in die  $(2p-1)$ -te Potenz und Anwendung des Binomischen Satzes folgt unter Beachtung der Symmetrieeigenschaften der Terme der binomischen Formel:

$$\sum_{i=0}^{p-1} \left[ \binom{2p-1}{i} u(z)^{2p-1-i} u(-z)^i + \binom{2p-1}{i} u(z)^i u(-z)^{2p-1-i} \right] = 1. \quad (4.3-9)$$

Die Gleichung entspricht in der Struktur nach Ausklammerung der Terme  $u(z)^p$  und  $u(-z)^p$  im ersten bzw. im zweiten Summanden der Beziehung (4.3-6). Durch Analogie folgt für die verbliebenen Glieder:

$$M_0(z) + M_0(-z) = \sum_{i=0}^{p-1} \left[ \binom{2p-1}{i} u(z)^{p-1-i} u(-z)^i + \binom{2p-1}{i} u(z)^i u(-z)^{p-1-i} \right]. \quad (4.3-10)$$

Das so gefundene  $M_0(z)$  genügt aufgrund der Symmetrie von  $u(z)$  der Beziehung (4.3-7) und bildet damit eine geeignete Grundlage, um auf dem Wege der Faktorisierung die verbleibenden Anteile des Filters  $H$  zu bestimmen.

Es stellt sich zunächst die Frage ob das gefundene  $M_0(z)$  eine eindeutige Lösung von (4.3-6) darstellt, oder ob ein weiteres Polynom mit einer sogar kürzeren Länge als  $2p-1$  existiert. Dies ist nach BÄNI (2005) nicht der Fall und kann nachgewiesen werden, indem zunächst die Existenz eines weiteren symmetrischen Faktors  $M_1(z)$ , der die Beziehung (4.3-6) erfüllt, vorausgesetzt wird. Die Größe  $\Delta M(z) = z^{-1} (M_1(z) - M_0(z))$  genügt der Gleichung  $u(z)^p \Delta M(z) + (-1)^{p-1} u(-z)^p \Delta M(-z) = 0$ , wie durch die Subtraktion der Gleichungen (4.3-6) für  $M_0(z)$  und  $M_1(z)$  bestä-

tigt werden kann. Da  $u(1) = 1$  ist, muss die  $2p$ -fache Nullstelle  $z = 1$  des  $u(-z)$  in  $\Delta M(z)$  enthalten sein, was nur möglich ist, wenn  $M_1(z) = M_0(z)$ .

Die DAUBECHIES-Wavelets sind unter den orthogonalen Basisfunktionen optimal, indem sie eine minimale Länge des Trägers für eine gegebene Ordnung  $p$  bzw. für eine Anzahl verschwindender Momente aufweisen (MALLAT, 2001, S. 244). Diese Eigenschaft motiviert ihren Einsatz in den folgenden Datenanalysen.

Um von  $M_0(z)$  auf  $H(z)$  zu schließen, müssen die  $(2p - 2)$  Nullstellen  $c$  der Gleichung  $M_0(z) = 0$  ermittelt werden. Hierfür stehen eine ganze Reihe bewährter Algorithmen zur Verfügung, die einen iterativen Berechnungsablauf bis zum Erreichen der geforderten numerischen Genauigkeit erfordern. Insbesondere für höhere Werte von  $p$  ist es numerisch vorteilhaft, durch die Substitution:

$$y(z) = \frac{u(-z)}{u(z)} = -\left(\frac{z-1}{z+1}\right)^2 \quad (4.3-11)$$

den Grad der ursprünglichen Gleichung zu reduzieren. Dadurch wird diese in:

$$u(z)^{p-1} \sum_{i=0}^{p-1} \binom{2p-1}{i} y(z)^i = 0 \quad (4.3-12)$$

umgeschrieben und die Anzahl der zu ermittelnden Nullstellen auf  $(p-1)$  reduziert.

Nach der Lösung von (4.3-12) und (4.3-11) ist für den Aufbau der Filter entscheidend, wie die abgespaltenen Faktoren der Form  $(cz^{-1} - 1)$  auf die beiden Strukturen  $H_0(z^{-1})$  und  $H_0(z)$  zu verteilen sind. Aus der Symmetrie von  $M_0(z)$  folgt, dass bei einer gefundenen Nullstelle  $c$  ebenfalls  $c^{-1}$  eine weitere Nullstelle angibt, da  $c \neq 0$ . Nach der Reellwertigkeit der Nullstellen sind zwei Fälle zu unterscheiden:

- $c \in \mathbb{R}$ : Der Kehrwert von  $c$  wird ebenfalls eine reelle Zahl sein. Die Symmetrieeigenschaft von  $M_0(z)$  impliziert folgende Mehrdeutigkeit der auszuklammernden Faktoren:

$$(c \cdot z - 1) \cdot (c \cdot z^{-1} - 1) \text{ oder } (c^{-1} \cdot z - 1) \cdot (c^{-1} \cdot z^{-1} - 1). \quad (4.3-13)$$

Das Produkt kann auf beide Weisen ausgeführt werden. Dadurch ist eine eindeutige Zuweisung der Faktoren für  $H_0(z)$  bzw.  $H_0(z^{-1})$  nicht möglich. Für den Aufbau von  $H_0(z)$  sind diesem die Faktoren der Form  $(cz^{-1} - 1)$  hinzuzufügen.

- $c \in \mathbb{C}$ : Mit dem Kehrwert  $c^{-1}$  und  $\bar{c}$  und  $\bar{c}^{-1}$  liegen gleich vier Nullstellen vor. Durch  $\bar{c}$  wird die komplexe Konjugierte der Nullstelle  $c$  bezeichnet. Analog zum vorangegangenen Fall induziert die Symmetrie von  $M_0(z)$  auch hier eine Zweideutigkeit in der Zuordnung der Faktoren:

$$(c \cdot z - 1)(\bar{c} \cdot z - 1)(c \cdot z^{-1} - 1)(\bar{c} \cdot z^{-1} - 1) \text{ oder } (c^{-1} \cdot z - 1)(\bar{c}^{-1} \cdot z - 1)(c^{-1} \cdot z^{-1} - 1)(\bar{c}^{-1} \cdot z^{-1} - 1). \quad (4.3-14)$$

Das Teilprodukt  $(cz^{-1} - 1)(\bar{c}z^{-1} - 1)$  wird beim Aufbau der Filterfolgen  $H_0(z)$  zugeschlagen.

Abschließend wird jeder Filterfolge mit Blick auf (4.3-6) der Faktor  $\sqrt{2}$  beigefügt.

Es ist beweisbar, dass sich für  $p = 2q$  oder  $2q+1$  genau  $2^q$  Möglichkeiten in der Zuweisung der Faktoren ergeben (BÄNI, 2005). Daraus resultieren für ein festgelegtes  $p$  genau  $2^q$  Filter  $H(z)$ . Diese besitzen denselben Amplitudengang, da sich in dessen Berechnung das Produkt  $H_0(z)H_0(z^{-1})$  wieder findet:

$$|H(z)| = \sqrt{H(z)H(z^{-1})} = \sqrt{\left(\frac{1+z^{-1}}{2}\right)^p H_0(z) \left(\frac{1+z}{2}\right)^p H_0(z^{-1})} = \sqrt{M(z)}. \quad (4.3-15)$$

Der Unterschied zwischen den  $2^q$  Filtern besteht im Verlauf ihrer Phase. Zwei Vorgehensweisen bei der Verteilung der Faktoren haben größere Bedeutung für die Praxis erfahren:

- Filter mit minimalem Phasengang: Jeder abgespaltete Faktor der Form (4.3-13) oder (4.3-14) hat einen additiven Beitrag zur Gesamtphase von  $H(\omega)$ . Befindet sich die Nullstelle innerhalb des Einheitskreises, durchläuft dieser Beitrag einen Winkel im Bereich  $(0, \pi)$ . Im Gegenzug durchläuft der Beitrag einer Nullstelle außerhalb des Einheitskreises den Bereich  $(0, 2\pi)$ . In der Konsequenz durchläuft die resultierende Phase von  $H(z)$  einen minimalen Bereich, wenn stets alle Faktoren der Nullstellen aus dem Inneren des Einheitskreises dem Filter  $H_0(z)$  zugeteilt sind. Diese Eigenschaft begründet die Namensgebung dieser Filter. Die Strategie wurde von DAUBECHIES (1988) bei der Konstruktion der ersten orthogonalen Wavelets mit kompaktem Träger angewandt.
- Filter mit minimaler Abweichung vom linearen Phasengang: Um keine Verzerrung der zeitlichen Merkmale einer Zeitreihe durch den Filterprozess zu induzieren, ist ein linearer Phasengang des Filters notwendig. Dieser ist nur für Filter vom FIR Typ mit symmetrischen Koeffizienten realisierbar. In BÄNI (2005, S. 53) wurde gezeigt, dass in einer orthogonalen PR-Filterbank mit symmetrischem FIR Filter dieses von der Form:

$$H(z) = \frac{1}{\sqrt{2}} \left( 1 + z^{-1} \right) \quad (4.3-16)$$

mit  $l = 2q + 1$ ,  $q \in \mathbb{Z}$ , sein muss. Dieses Filter hat aber nur für  $l = 1$  eine Nullstelle  $z = -1$ . Für  $p > 1$  können die hier konstruierten Filter keinen linearen Phasengang aufweisen. Durch eine passende Verteilung der Nullstellen von  $H_0(z)$  kann jedoch eine minimale Abweichung vom linearen Phasenverlauf erreicht werden. Dafür müssen die Nullstellen abwechselnd im Inneren und Äußeren des Einheitskreises gewählt werden.

Mit dem oben vorgestellten Verfahren werden nachfolgend beispielhaft die Koeffizienten der Filter  $\mathbf{h}$  für  $p = 1$  und  $p = 4$  berechnet. Diese kommen in den nachfolgenden Untersuchungen primär zum Einsatz.

Für  $p = 1$  folgt aus (4.3-10) direkt  $M_0(z) = 1$ . Das resultierende Filter:

$$H_1(z) = \sqrt{2} \left( \frac{1 + z^{-1}}{2} \right) \quad (4.3-17)$$

ist identisch zu (4.3-4). Damit entsprechen die DAUBECHIES-Wavelets 1. Ordnung den bereits eingeführten HAAR-Wavelets. Die Elemente der zeitlichen Filterfolge können direkt als Koeffizienten des Polynoms  $H(z)$  abgelesen werden (STEARNS und DAVID, 1996).

Für  $p=4$  wird auf das Reduktionsverfahren des Gleichungsgrades nach (4.3-12) zurückgegriffen. Die Beziehung nimmt im konkreten Fall die Form:

$$u(z)^3 \sum_{i=0}^3 \binom{7}{i} y(z)^i = u(z)^3 (1 + 7y + 21y^2 + 35y^3) = 0 \quad (4.3-18)$$

an. Die numerisch berechneten Nullstellen der Gleichung in  $y$  resultieren zu<sup>8</sup>:  $\{-0,1725+0,2868i; -0,1725-0,2868i; -0,2551\}$ . Die Auflösung von (4.3-11) nach  $z$  ergibt:

$$z = \frac{1 \pm \sqrt{-y}}{1 \mp \sqrt{-y}} \quad (4.3-19)$$

und führt damit zu den sechs gesuchten Nullstellen  $c = \{2,0311 - 1,7390i; 0,2841 + 0,2432i; 2,0311 + 1,7390i; 0,2841 - 0,2432i; 3,0407; 0,3289\}$ . Davon befinden sich die zweite Nullstelle und ihre Konjugierte an vierter Stelle, sowie die letzte innerhalb des Einheitskreises. Sie bilden als Faktor  $(0,1399z^2 - 0,5682z^{-1} + 1)(0,3289z^{-1} - 1)$  den Anteil  $H_0(z)$ . Die gesuchte Filterstruktur lautet damit:

$$H_4(z) = \sqrt{2} \left( \frac{1 + z^{-1}}{2} \right)^4 \left( 0,0460z^{-3} - 0,3268z^{-2} + 0,8971z^{-1} - 1 \right) \quad (4.3-20)$$

und führt nach der Normierung mit  $\Sigma H(1)$  zu den acht Koeffizienten des DAUBECHIES-Tiefpassfilters 4. Ordnung mit minimalem Phasengang (z.B. WICKERHAUSER, 1996, S. 412).

<sup>8</sup> Die numerische Genauigkeit wird aus Platzgründen auf vier Nachkommastellen begrenzt.

Die verbleibenden Filter der Filterbank können nach (4.2-29) aus  $H(z)$  hergeleitet werden. Trotz der vollständigen Bestimmung der Filterbank können mit Ausnahme der HAARSchen Funktionen die DAUBECHIES-Skalierungsfunktionen bzw. Wavelets nicht explizit angegeben werden. Eine rekursive Anwendung der ersten Zweiskalengleichung aus (4.3-3) verdeutlicht, dass hierfür die Berechnung des Produktes:

$$\Phi(z) = \frac{1}{\sqrt{2}} H(z^{1/2}) \Phi(z^{1/2}) = \dots = \frac{1}{(\sqrt{2})^m} \left[ \prod_{i=1}^m H(z^{2^{-i}}) \right] \Phi(z^{2^{-m}}) \quad (4.3-21)$$

notwendig ist. Da im Grenzfall  $m \rightarrow +\infty$  die Funktion  $\Phi(z^{2^{-m}})$  wegen der Normierung (4.2-26) gegen 1 konvergiert, handelt es sich hierbei um ein unendliches Produkt. Für die grafische Veranschaulichung der Funktionen hingegen ist es ausreichend, wenn (4.3-21) für einen großen Wert, z.B.  $m = 10$ , berechnet wird. In Abbildung 4.3-1 werden die Analyse- und Synthese-Wavelets und Skalierungsfunktionen dargestellt, die auf der Basis des berechneten DAUBECHIES-Tiefpassfilters 4. Ordnung mit minimalem Phasengang generiert wurden.

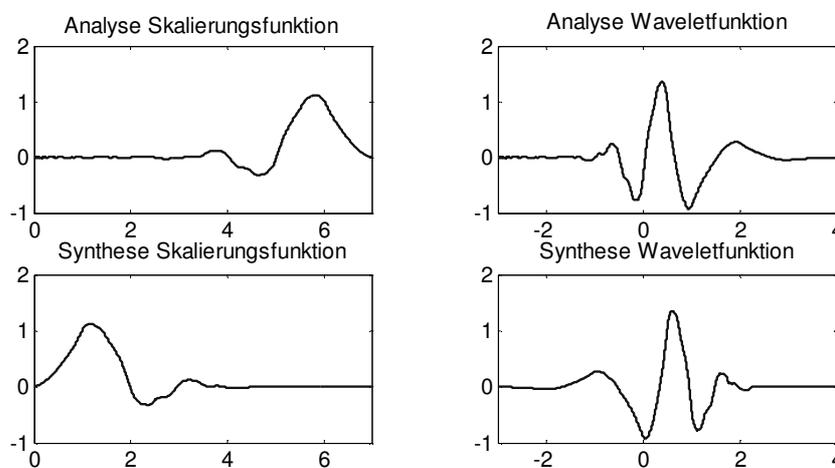


Abb. 4.3-1: Skalierungsfunktionen und Wavelets berechnet auf der Basis des DAUBECHIES-Filters 4. Ordnung mit minimalem Phasengang

Die verbesserte Regularität des Wavelets und der Skalierungsfunktion im Vergleich zum HAARSchen Funktionenpaar wird aus der obigen Abbildung deutlich. Mit der weiteren Erhöhung der Ordnung werden die Träger breiter und die Anzahl der Schwingungen im Funktionsverlauf nimmt zu. Mit Hinblick auf die anstehende Lokalisierung von Varianzänderungen in den spektralen Komponenten der Zeitreihen wurde deshalb von einer weiteren Erhöhung der Ordnung abgesehen und die Wahl  $p = 4$  als ein guter Kompromiss zwischen der Verbesserung der Frequenzlokalisierung und der Erhaltung eines Potentials für die zeitliche Lokalisierung möglicher Varianzänderungen erachtet.

Neben den vorgestellten orthogonalen Wavelets existiert eine Vielzahl an Wavelet-Funktionensystemen, die eine schwächere Form der Orthogonalität erfüllen. Diese werden biorthogonale Wavelets genannt. Sie unterscheiden sich von den vorgestellten DAUBECHIES- bzw. orthogonalen Wavelets u.a. dadurch, dass die perfekte Rekonstruktion des Signals nicht mit denselben Funktionen  $\psi$  und  $\varphi$  gelingt, sondern auf weiteren, so genannten dualen Funktionen beruht. Die biorthogonalen Wavelets wurden aus dem Bedürfnis nach Analysefunktionen mit linearem Phasengang entwickelt (LOUIS et al., 1998), das die orthogonalen Wavelets mit guter Regularität nicht erfüllen können. Die Konstruktion einer biorthogonalen Basis auf der Grundlage von Splines wird in CHUI (1992) eingehend vorgestellt. Die zusätzliche Berücksichtigung der biorthogonalen Basen würde durch die ausführliche Analyse ihrer Eigenschaften und die notwendigen vergleichenden Untersuchungen den Rahmen der vorliegenden Arbeit deutlich erweitern. Da hier die Wavelet-Transformation mit der Zielsetzung einer verlustfreien Zerlegung der Zeitreihen in Komponenten mit unterschiedlichen stationären Charakteristiken eingesetzt wird, ist die Berechnung auf der Grundlage der orthogonalen DAUBECHIES-Wavelets 1. und 4. Ordnung ausreichend.

## 4.4 Anwendung der Wavelet-Transformation bei der Analyse von Zeitreihen

In den Kapiteln 4.2 und 4.3 wurde die Grundlage für die praktische Anwendung der Wavelet-Transformation geschaffen. Mit der Filterbank, bestehend aus (4.2-25) und (4.2-28), ist es möglich, das Signal in spektrale Anteile zu zerlegen und nach erfolgter Analyse vollständig zu rekonstruieren. Durch die Konstruktion des Tiefpassfilters  $\mathbf{h}$  nach dem in Kapitel 4.3 beschriebenen Verfahren ist die Filterbank komplett bestimmt. Die Eigenschaften der Regularität und der Anzahl verschwindender Momente der Wavelets sind aufgabenorientiert durch die Ordnung  $p$  des orthogonalen Filters festzulegen. In der praktischen Umsetzung der Wavelet-Transformation treten darüber hinaus einige Effekte auf, denen für eine richtige Interpretation der Ergebnisse oder bei der Berechnung weiterer Größen auf Basis der Transformationskoeffizienten Rechnung zu tragen ist. Die Vorstellung und die Untersuchung dieser Aspekte sind Gegenstand der folgenden Kapitel. Wenn nicht weiter spezifiziert, werden in den jeweiligen Beispielen die Wavelet-Transformationen mit den DAUBECHIES-Funktionen 4. Ordnung mit minimalem Phasengang gerechnet.

### 4.4.1 Behandlung von Randeffekten

Aufgrund der begrenzten Beobachtungsdauer treten bei der numerischen Berechnung der Faltung Randeffekte auf. Durch die Lösung des Anfangswertproblems nach (4.2-27) erfolgt die Zuordnung der Terme bei der Berechnung der Faltung auf der Ebene der Indizes. Die zeitliche Komponente und damit das Abtastintervall sind für diese Berechnung belanglos. Die Indizes der ersten und letzten Beobachtungen der Zeitreihe werden mit  $x_u$  und  $x_o$  bezeichnet. Für das Filter  $\mathbf{h}$  werden analog dazu die Ausdrücke  $h_u$  und  $h_o$  eingesetzt. Die eingeführten Indizes müssen nicht zwangsläufig positiv sein. Es wird lediglich die praxisrelevante Annahme getroffen, dass  $N_x \gg N_h$ , wobei  $N_x$  für die Länge der Zeitreihe und  $N_h$  für die Länge der Filterfolge stehen. Die Berechnung der Faltung:

$$x_{F,n} = \sum_{i=h_u}^{h_o} x_{n-i} h_i \quad (4.4-1)$$

ist erst ab einem Index  $n \geq h_u + x_u$  sinnvoll, da für einen niedrigeren Wert von  $n$  der Prozess  $x(t)$  nicht beobachtet wurde. In die Berechnung des ersten Terms der gefilterten Zeitreihe  $x_F$  fließt für  $n = h_u + x_u$  nur ein Produkt ein, da mit dem nächsthöheren Wert  $i = h_u + 1$  die untere Grenze  $x_u$  bereits unterschritten wird. Die vollständige Filterwirkung wird erst für  $n \geq h_o + x_u$  erreicht. Dadurch entsteht am Anfang der gefilterten Zeitreihe ein inhomogener Bereich mit der Filterlänge  $N_h$ . Eine gleichartige Situation taucht am anderen Ende der gefilterten Zeitreihe auf. Der letzte Wert wird für  $n = h_o + x_o$  berechnet, wobei in die Summe erneut nur ein Produkt einfließt. Die gesamte Filterwirkung wird lediglich bis  $n = h_u + x_o$  erzielt. Durch die Faltung wird diesen Angaben zufolge die Länge der resultierenden Zeitreihe auf  $N_x + N_h$  zwar vergrößert, die Anzahl der für die Analyse und weitere Berechnungen in Betracht kommenden Terme verringert sich jedoch durch die inhomogenen Bereiche an den beiden Enden auf  $N_x - N_h$ . Dieser Aspekt ist zusätzlich bei der Wahl der Ordnung der DAUBECHIES-Wavelets zu berücksichtigen. Ein überhöhter Wert  $p$  verschlechtert nicht nur die zeitliche Lokalisierung, sondern erzeugt auch längere Randbereiche und führt zur Einbeziehung weniger Beobachtungen in die anstehende Analyse. Die Länge der Randbereiche bleibt ab einer gewissen Zerlegungsstufe konstant und beträgt maximal  $(N_h - 2)$  (PERCIVAL und WALDEN, 2002, S. 136).

Die Auswirkung der Randeffekte auf die Folgen von Transformationskoeffizienten wird in der Abbildung 4.4-1 veranschaulicht. Darin werden die Waveletkoeffizienten nach der zweistufigen Zerlegung einer deterministischen Sinusschwingung mit einer Einheitsamplitude und einer Frequenz von 0,005 Hz dargestellt. Die Abtastweite gleicht der Einheit, so dass keine spektralen Anteile in den beiden Skalen zu erwarten sind. Um die Vergleichbarkeit der Ergebnisse sicherzustellen, wurden diese in Abhängigkeit des Skalierungsfaktors normiert. Die Abbildung verdeutlicht, dass die von Randeffekten betroffenen Terme nicht in eine Analyse der Koeffizienten aufgenommen werden dürfen, da sie in ähnlicher Weise wie die Ausreißer die resultierenden Schätzungen verzerren. Unter Umständen kann es durch eine ungünstige Aufsummierung zu einer Verstärkung dieser Effekte mit der Zerlegungsstufe kommen.

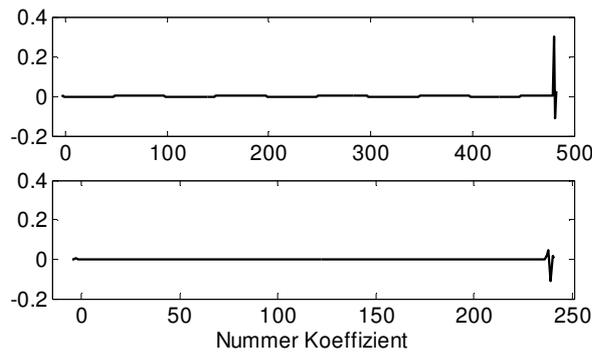


Abb. 4.4-1: Randeffekte in den normierten Waveletkoeffizienten der 1. (oben) und 2. (unten) Zerlegungsstufe einer deterministischen Sinusfunktion

Die gängigste Methode, um den Randproblemen zu begegnen, ist die so genannte Periodisierung (MALLAT, 2001). Als  $N_x$ -Periodisierung einer Zeitreihe  $x$  wird die Operation:

$$x_n^\circ = \sum_{i=-\infty}^{+\infty} x_{n+i \cdot N_x} \quad (4.4-2)$$

mit  $i \in \mathbb{Z}$  bezeichnet. Da  $x_{-1}^\circ = x_{N_x-1}$  bzw.  $x_{N_x+1}^\circ = x_1$ , entspricht sie faktisch einer Erweiterung der Zeitreihe durch eine Vor- bzw. Nachschaltung ihrer Version. Für die Berechnung der Skalierungskoeffizienten in einer sWT mit einer periodisierten Zeitreihe folgt nacheinander:

$$u_{1,n}^\circ = \sum_{i=-\infty}^{+\infty} h_{i-2n} x_i^\circ = \sum_{i=-\infty}^{+\infty} \sum_{j=iN_x}^{(i+1)N_x-1} h_{j-2n} x_j^\circ = \sum_{i=-\infty}^{+\infty} \sum_{k=0}^{N_x-1} h_{k+iN_x-2n} x_{k+iN_x}^\circ = \sum_{k=0}^{N_x-1} x_k^\circ \sum_{i=-\infty}^{+\infty} h_{k+iN_x-2n} = \sum_{k=0}^{N_x-1} x_k^\circ h_{k-2n}^\circ \quad (4.4-3)$$

Diese Maßnahme entspricht einer  $N_x$ -Periodisierung des Tiefpassfilters und auch der Skalierungsfunktion. Funktionalanalytisch bedeutet die Periodisierung eine Umwandlung des Definitionsbereiches der Wavelets und Skalierungsfunktionen von  $L^2(\mathbb{R})$  auf  $L^2([0, N_x-1])$ . Die periodisierten Funktionen erzeugen weiterhin eine MSA auf den neuen Definitionsbereich (MALLAT, 2001, S. 283). Sie weisen jedoch den entscheidenden Nachteil auf, dass die Anteile an den Grenzen des Definitionsbereiches getrennt betrachtet, die Eigenschaft der verschwindenden Momente nicht erben. Dadurch können selbst für glatte Verläufe der Signale große Koeffizienten nach der Transformation entstehen. Aus praktischen Gesichtspunkten ist ein stetiger Verlauf bei den Übergängen zu den vor- und nachgeschalteten Zeitreihen allgemein nicht zu gewährleisten, da die Zeitpunkte des Beginns und des Beendens eines Monitorings in den seltensten Fällen vergleichbaren Objektzuständen bzw. gleicher Einwirkung der Einflussfaktoren entsprechen. Diese Unstetigkeiten verursachen zusätzlich vergrößerte Koeffizienten in den Randbereichen.

Geringere Transformationskoeffizienten können in den Randbereichen erreicht werden, wenn die vor- bzw. nachgeschalteten Zeitreihen nicht durch Translation, sondern durch Spiegelung in Bezug auf die Endbereiche entstehen. Hierfür muss ein gleichmäßiger oder stetiger Verlauf der Zeitreihe in den Anfangs- und Endabschnitten gegeben sein, was für die meisten beobachteten Zeitreihen keine große Einschränkung darstellt. Ähnlich wie im Fall der Periodisierung entspricht diese Maßnahme der Einführung eines neuen Typs von Wavelets. Damit diese eine Basis im neuen Definitionsbereich bilden, müssen sie symmetrisch oder antisymmetrisch sein (MALLAT, 2001, S. 285). Wie bereits erwähnt, besitzen mit Ausnahme der 1. Ordnung die hier eingesetzten DAUBECHIES-Wavelets diese Eigenschaft nicht. Die Aufgabe der Orthogonalbasis zu Gunsten besserer Koeffizienten aus den Randbereichen erscheint für die hiesige Aufgabenstellung nicht sinnvoll zu sein.

Mit der Periodisierung und Spiegelung der Zeitreihe über ihr Beobachtungsfenster hinweg wurden die zwei gängigen Verfahren zur Behandlung von Randeffekten vorgestellt. Obwohl sie algorithmisch keinen nennenswerten Eingriff in die Durchführung der sWT voraussetzen, wurden sie angesichts ihrer Nachteile für die nachfolgenden Auswertungen nicht in Betracht gezogen. Die Randeffekte werden weiterhin durch die Berechnung der minimalen und maximalen Indizes der unbeeinflussten Koeffizienten in jeder Zerlegungsstufe berücksichtigt. Ausgangspunkt hierfür ist das anfangs hergeleitete Intervall  $[h_0+x_u; h_u+x_0]$ . Lediglich die darin enthaltenen Koeffizienten werden in die anschließenden Analysen einbezogen. Der Datenverlust für das längste verwendete Wavelet beträgt ab der 3. Zerlegungsstufe

konstant 6 Terme, was angesichts der langen Messreihen, die im Verlauf eines Überwachungsvorhabens entstehen, eine annehmbare Größenordnung ist. Für die Behandlung der Randeffekte existieren leistungsfähige Verfahren, die jedoch auch weitaus komplexer in der Umsetzung sind. In MEYER (1991) wird der Raum der DAUBECHIES-Skalierungsfunktionen  $U$  in Teilräume aufgespaltet, die „innere“ Skalierungsfunktionen und modifizierte Skalierungsfunktionen an den Enden des Definitionsbereiches enthalten. Die Funktionen der entstehenden Basis besitzen weiterhin die Eigenschaft der verschwindenden Momente. Eine Umsetzung dieses Verfahrens ist insbesondere für solche Anwendungen der Wavelet-Transformation von Interesse, die eine zeitkritische Bewertung des Objektzustandes erfordern.

#### 4.4.2 Isometrie

Mit der Beziehung (4.1-17) wurde die Isometrie der Wavelet-Transformation für eine kontinuierliche Variation der Skalierungs- und Verschiebungsparameter eingeführt. Diese Eigenschaft bleibt auch für die Berechnung in den diskreten Punkten  $\{2^m, n2^m \mid m \in \mathbb{Z}^+, n \in \mathbb{Z}\}$  der Zeit-Frequenzebene erhalten, wenn die Transformation auf die funktionalanalytisch strenge Theorie der MSA gestützt wird. Durch ihre Auffassung als sequentielle Abbildung der Zeitreihe auf eine orthogonale und hierarchisch angeordnete Sequenz von Räumen wird gewährleistet, dass kein Informationsverlust durch die Überführung in den Zeit-Frequenzbereich verursacht wird. Diese Eigenschaft kann direkt an den Koeffizienten der sWT verifiziert werden, wenn die Beziehungen (4.2-25) zu Energiegleichungen umgeformt werden:

$$\begin{aligned} \|\mathbf{u}_m\|^2 &= \sum_{n \in \mathbb{Z}} u_{m,n}^2 = \sum_{n \in \mathbb{Z}} \sum_{i \in \mathbb{Z}} h_{i-2n} u_{m-1,i} \sum_{j \in \mathbb{Z}} h_{j-2n} u_{m-1,j}, \\ \|\mathbf{v}_m\|^2 &= \sum_{n \in \mathbb{Z}} v_{m,n}^2 = \sum_{n \in \mathbb{Z}} \sum_{i \in \mathbb{Z}} g_{i-2n} u_{m-1,i} \sum_{j \in \mathbb{Z}} g_{j-2n} u_{m-1,j}. \end{aligned} \quad (4.4-4)$$

Die Summierung der Gleichungen (4.4-4) und die Berücksichtigung der Konstruktion des Hochpassfilters  $\mathbf{g}$  nach (4.2-18) führt zur Beziehung zwischen den Energien der Koeffizienten zweier aufeinanderfolgender Zerlegungsstufen:

$$\|\mathbf{u}_m\|^2 + \|\mathbf{v}_m\|^2 = \sum_{i \in \mathbb{Z}} \sum_{j \in \mathbb{Z}} u_{m-1,i} u_{m-1,j} \sum_{n \in \mathbb{Z}} h_{i-2n} h_{j-2n} + (-1)^{i+j} h_{2n+1-i} h_{2n+1-j}. \quad (4.4-5)$$

Bei der Evaluierung der Summe zwischen den Filterkoeffizienten heben sich die Summanden für eine ungerade Potenz  $(i + j)$  aufgrund der Symmetrieeigenschaften der äußeren und der inneren Indizes auf. Für eine gerade Potenz von  $-1$  kann die Summierung der Produkte über einfache Inkremente von  $n$  umgeschrieben werden, da sie Filterterme auf geraden sowie ungeraden Positionen einschließt. Die Filterterme des Produktgliedes sind um einen geraden Betrag zueinander verschoben. Ihre Addition wird durch die Orthogonalität (4.2-21) nur für  $i = j$  verschieden von Null sein. Dadurch kann (4.4-5) umgeschrieben werden zu:

$$\|\mathbf{u}_m\|^2 + \|\mathbf{v}_m\|^2 = \|\mathbf{u}_{m-1}\|^2. \quad (4.4-6)$$

Diese Beziehung zeigt, dass die verbliebene Information in jeder Zerlegungsstufe der sWT vollständig auf die Skalierungs- und Waveletkoeffizienten aufgeteilt wird. Aus ihrer rekursiven Anwendung für die gesamte Sequenz von Räumen folgt:

$$\|\mathbf{x}\|^2 = \|\mathbf{v}_1\|^2 + \|\mathbf{v}_2\|^2 + \dots + \|\mathbf{v}_{m_{\max}}\|^2 + \|\mathbf{u}_{m_{\max}}\|^2. \quad (4.4-7)$$

Die sWT teilt nach (4.4-7) die gesamte Energie der Zeitreihe auf die einzelnen Skalen auf. Diese Repräsentationsform der Information erlaubt es, alle für die nichtparametrische Systemidentifikation anfallenden Analysen der Zeitreihen und der Beziehungen zwischen diesen zukünftig auf der Ebene der Waveletkoeffizienten durchzuführen. Das behandelte Informationskontingent ist äquivalent und die ermittelten Modellparameter sind repräsentativ für das beobachtete System.

Durch die Auslegung der Energie als Varianz kann (4.4-7) als Beziehung zwischen der Varianz der Zeitreihe und den Varianzen der Wavelet- und Skalierungskoeffizienten gedeutet werden. Die auf der Basis der Waveletkoeffizienten

$v_m$  berechnete Varianz entspricht der bereits in (4.1-18) eingeführten Wavelet-Varianz  $\sigma_m^2$ . Da jeder Skala in Abhängigkeit des Abtastintervalls  $\Delta$  zusätzlich ein Frequenzband zugeordnet wird, besteht bei einer idealen Trennung der spektralen Anteile die Beziehung (PERCIVAL, 1995):

$$\sigma_m^2 = \int_{1/(2^{m+1}\Delta)}^{1/(2^m\Delta)} |X(f)|^2 df . \quad (4.4-8)$$

Darin bezeichnet  $\mathbf{X}$  die FOURIER-transformierte Zeitreihe  $\mathbf{x}$ . Durch die skalenbasierte Varianzzerlegung in der Wavelet-Transformation ist es möglich, den zeitlichen Verlauf und den Aufbau der Varianz für einzelne periodische Komponenten der Zeitreihe zu untersuchen. Die Berechnung der Wavelet-Varianz aus den diskreten Waveletkoeffizienten erfolgt in Anlehnung an PERCIVAL (1995) nach:

$$\hat{s}_m^2 = \frac{1}{2^m N_{m \setminus R}} \sum_{i=v_{m_u}}^{v_{m_o}} v_{m,i}^2 . \quad (4.4-9)$$

Darin stellt  $N_{m \setminus R}$  die Anzahl der Waveletkoeffizienten in der Skala  $2^m$  dar, die nicht von Randeffekten betroffen sind. Die Indizes  $v_{m_u}$  und  $v_{m_o}$  entsprechen dem ersten bzw. letzten Koeffizienten dieser Folge. Der Abzug eines Freiheitsgrades aufgrund der Berechnung des empirischen Mittelwertes entfällt in der obigen Schätzung, da

$$E[v_{m,n}] = E[\langle \mathbf{x}, \psi_{m,n} \rangle] = \mu_x \int_{-\infty}^{+\infty} \psi_{m,n}(t) dt = 0 . \quad (4.4-10)$$

Die Waveletkoeffizienten schwanken um Null und enthalten deshalb keine Information über den Mittelwert bzw. das Niveau der Zeitreihe. Die Schätzung der Varianz nach (4.4-9) ist erwartungstreu (PERCIVAL, 1995). Die Größe

$$N_{\text{edf},m} \frac{\hat{s}_m^2}{\sigma_m^2} \sim \chi_{N_{\text{edf},m}}^2 \quad (4.4-11)$$

folgt der  $\chi^2$ -Verteilung, wenn die Beobachtungswerte der Zeitreihe normalverteilt sind (PRIESTLEY, 2004, S. 466). Die Freiheitsgrade  $N_{\text{edf},m}$  entsprechen den äquivalenten Freiheitsgraden der von Randeffekten unbeeinflussten Waveletkoeffizienten der Skala  $2^m$ . Die Berechnung der äquivalenten Freiheitsgrade wurde in (3.1-22) oder (3.1-23) angegeben. Auf der Grundlage der bekannten Verteilung sind Konfidenzintervalle aufstellbar, anhand derer die statistische Signifikanz der Wavelet-Varianz in den einzelnen Skalen überprüft werden kann. Das varianzanalytische Merkmal der Wavelet-Transformation, das in den anderen Modellierungsverfahren im Zeit- oder Frequenzbereich nicht so ausgeprägt ist, wird im 6. Kapitel eingesetzt, um die Varianzhomogenität einzelner periodischer Komponenten einer Zeitreihe zu untersuchen.

### 4.4.3 Fehlerfortpflanzungsgesetz

Mit der Angabe der Verteilung (4.4-11) für die Wavelet-Varianz ist ein Weg aufgezeigt worden, den Informationsinhalt einer Skala auf statistische Signifikanz zu prüfen. Darüber hinaus ist es in einigen Aufgabenstellungen wie etwa bei der Signalkompression oder bei der Rauschunterdrückung für die Identifikation sprungartiger Änderungen notwendig, die Signifikanz einzelner Waveletkoeffizienten zu beurteilen. Dafür sind einige stochastische Eigenschaften der Zeitreihe, beispielsweise das Sensorrauschen, auf die Transformationskoeffizienten zu übertragen. Eine Möglichkeit wurde von SCHMIDT (2002) in Zusammenhang mit der Entwicklung eines Testverfahrens für die Signifikanzprüfung der Skalogrammwerte aufgezeigt.

Aufgrund der Linearität der Wavelet-Transformation ist die Anwendung des Fehlerfortpflanzungsgesetzes möglich (KOCH, 1997). Dafür ist es von Vorteil, die sWT in Matrixschreibweise anzugeben:

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_m &= \mathbf{H}_m \mathbf{u}_{m-1} , \\ \mathbf{v}_m &= \mathbf{G}_m \mathbf{u}_{m-1} , \end{aligned} \quad (4.4-12)$$

wobei mit  $\mathbf{H}_m$  und  $\mathbf{G}_m$  die deterministischen Transformationsmatrizen bezeichnet wurden. Für ein Filterpaar mit der Länge  $N_h = 4$  ist die Matrix  $\mathbf{H}_m$  gegeben durch (KELLER, 2004):

$$\mathbf{H}_m = \begin{pmatrix} h_2 & h_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ h_0 & h_1 & h_2 & h_3 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & h_0 & h_1 & h_2 & h_3 & \dots \\ \vdots & \vdots & & & & & \dots \\ & & & & h_0 & h_1 & h_2 & h_3 \\ \dots & 0 & 0 & h_0 & h_1 & \dots & \dots \end{pmatrix} \quad \text{mit } \dim(\mathbf{H}_m) = \left( \frac{N_h + N_{u_{m-1}}}{2} - 1, N_{u_{m-1}} \right). \quad (4.4-13)$$

Die Matrix  $\mathbf{G}_m$  kann analog mit den Gliedern des Hochpassfilters aufgestellt werden. Der Aufbau der Matrizen  $\mathbf{H}_m$  und  $\mathbf{G}_m$  bleibt unabhängig von der Zerlegungsstufe erhalten. Lediglich ihre Dimension ändert sich durch die variierende Koeffizientenanzahl in jeder Skala. Für einige stochastische Komponenten der Zeitreihe wie z.B. das Sensorrauschen ist die Annahme der Unabhängigkeit und der gleichen Varianz berechtigt. In diesen Fällen gleichen aufgrund der Orthonormalität (4.2-21) die Produkte  $\mathbf{H}_m \cdot \mathbf{H}_m^T$  und  $\mathbf{G}_m \cdot \mathbf{G}_m^T$  der Einheitsmatrix. Es findet keine Änderung des Varianzniveaus statt.

Die schnelle Wavelet-Synthese (4.2-28) ist ebenfalls eine lineare Transformation und berechtigt gleichermaßen zur Anwendung des Fehlerfortpflanzungsgesetzes.

#### 4.4.4 Identifikation periodischer Komponenten

Die Frequenz ist explizit in der FOURIER-Transformation enthalten. Dadurch ist das Ergebnis der im Frequenzbereich transformierten Zeitreihen unmittelbar physikalisch interpretierbar: es zeigt die wesentlichen periodischen Anteile, aus denen sich die Zeitreihe zusammensetzt. Ein überwiegender Teil der Prozesse in der Natur - dazu zählen auch viele typische auf ein Überwachungsobjekt einwirkende Einflussgrößen - haben einen dominanten periodischen Charakter. Die FOURIER-Transformation stellt deshalb das geeignete Mittel für deren Analyse dar. Durch die oszillierende Form der Wavelets wird die physikalische Größe Frequenz in die Wavelet-Transformation übernommen. Sie ist darin zunächst implizit durch ihre Beziehung zum Skalierungsparameter, auf die mehrfach im Rahmen dieses Kapitels hingewiesen wurde, enthalten. Durch die Diskretisierung der Wavelet-Transformation und die damit verbundene Einführung des Tiefpassfilters  $\mathbf{h}$  und des Hochpassfilters  $\mathbf{g}$  wird ihre „Wahrnehmung“ verstärkt. Die nach der Berechnung der sWT in der Skala  $2^j$  erhaltenen Waveletkoeffizienten  $v_j$  entsprechen dem Ergebnis einer Bandpassfilterung des ursprünglichen Frequenzbereiches  $[0, 1/(2\Delta)]$ . Das korrespondierende Passband ist  $[1/(2^{j+1}\Delta), 1/(2^j\Delta)]$ . Trotz dieser Zuordnung sind die Eigenschaften der periodischen Komponenten aus den Ergebnissen der Wavelet-Transformation nicht unmittelbar abzuleiten, wie es die Abbildung 4.4-2 belegt. Sie stellt das Ergebnis der sWT einer deterministischen Sinusschwingung mit einer Einheitsamplitude und der Frequenz von 0,05 Hz dar. Die zeitliche Auflösung der Wavelet- und Skalierungskoeffizienten wurde entsprechend der Zerlegungsstufe skaliert, um eine einheitliche Länge aller Koeffizientenfolgen zu erhalten. Die Frequenz von 0,05 Hz müsste nach den obigen Ausführungen allein in der 4. Zerlegungsstufe enthalten sein.

In der Abbildung 4.4-2 ist dieser Frequenzanteil auch für die 3. Potenz des Skalierungsparameters enthalten. Ziel dieses Kapitels ist es, eine geeignete Herangehensweise zu beschreiben, um die Identifikation und Interpretation periodischer Komponenten aus Koeffizienten der Wavelet-Transformation zu ermöglichen. Dabei wird mit Blick auf eine verbesserte physikalische Interpretierbarkeit der Ergebnisse von der Kreisfrequenz  $\omega$  auf die lineare Frequenz  $f$  übergegangen.

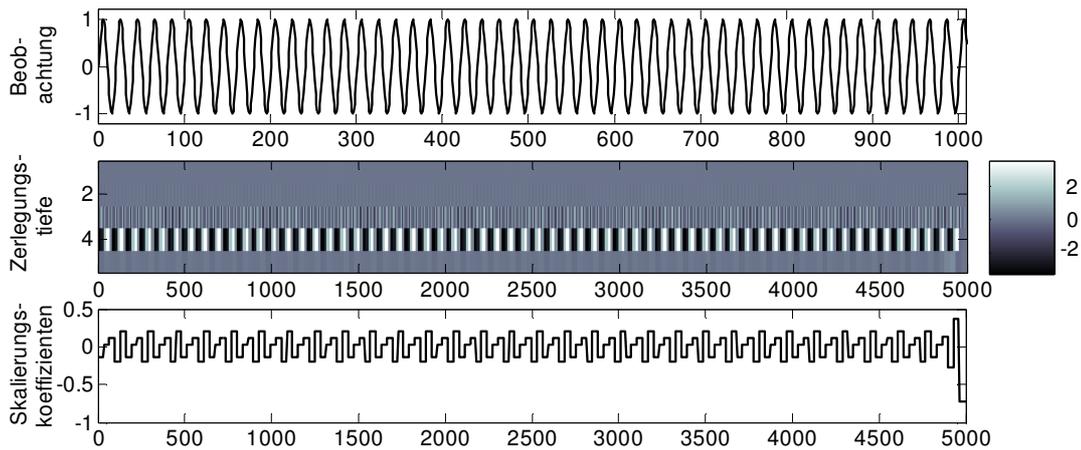


Abb. 4.4-2: Wavelet- (Mitte) und Skalierungskoeffizienten (unten) als Ergebnis der sWT Transformation einer deterministischen Sinus-Zeitreihe (Ausschnitt, oben).

Der Ausgangspunkt für die Untersuchung der Übertragungseigenschaften der sWT ist die Berechnung der Amplitudenverstärkung der orthogonalen Filter  $\mathbf{h}$  und  $\mathbf{g}$ . Nach (4.3-15) resultiert durch Einsetzen von  $M(z=e^{i2\pi f})$ :

$$|H(f)| = |\cos(\pi f)|^p \sqrt{2 \sum_{i=0}^{p-1} \binom{2p-1}{i} [\cos^2(\pi f)]^{p-1-i} [\sin^2(\pi f)]^i} = \sqrt{2} [H_1(f)]^p H_2(f). \quad (4.4-14)$$

Unter Berücksichtigung der zweiten Beziehung aus (4.2-29) folgt die Amplitudenverstärkung des Hochpassfilters aus (4.4-14) durch die Substitution  $f=1/2-f$ :

$$|G(f)| = |\sin(\pi f)|^p \sqrt{2 \sum_{i=0}^{p-1} \binom{2p-1}{i} [\sin^2(\pi f)]^{p-1-i} [\cos^2(\pi f)]^i} = \sqrt{2} [G_1(f)]^p G_2(f). \quad (4.4-15)$$

Die Amplitudenverstärkungen (4.4-14) und (4.4-15) haben eine identische Struktur und setzen sich aus einem Produkt zwischen dem Faktor vor dem Wurzelzeichen in der Potenz  $p$  und dem Mischfaktor unter dem Wurzelzeichen zusammen. Jede Etappe in der sWT birgt somit eine sequentielle Faltung bestehend aus zwei Filtern. In (4.4-15) entspricht der erste Anteil  $G_1(f)$  der halben Amplitudenverstärkung des Differenzfilters 1. Ordnung (FAN und WHITCHER, 2003). Ein DAUBECHIES-Hochpassfilter der Ordnung  $p$  schließt damit eine  $p$ -fache Differenzierung der Zeitreihe ein. Im 3. Kapitel wurde das Differenzenverfahren als die gängige und wirksame Methode zur Homogenisierung des Niveaus von Zeitreihen vorgestellt. Durch die Wahl einer höheren Ordnung  $p$  der Filter werden alle Arten von Mittelwertänderungen, einschließlich der Trendkomponenten, aus den Waveletkoeffizienten beseitigt bzw. stark verringert. Die Homogenität der statistischen Eigenschaften der Zeitreihen von Waveletkoeffizienten wird dadurch gegenüber der ursprünglichen Zeitreihe stark verbessert. Diese Eigenschaft wird als entscheidendes Argument gewertet, um die Durchführung der Analyse periodischer Anteile auf der Ebene der Waveletkoeffizienten vorzuschlagen. Die Notwendigkeit der Wahl einer höheren Ordnung der Wavelets gegenüber den HAARSchen-Funktionen ist dadurch auch formelmäßig begründet.

Der Anteil  $\cos(\pi f)$  in (4.4-14) entspricht der Amplitudenverstärkung einer gleitenden Mittelwertbildung über 2 benachbarte Terme und somit einem Tiefpassfilter (WELSCH et al., 2000). Mit der Wahl einer höheren Ordnung des Filters wird der Verlauf der Skalierungskoeffizienten glatter. Impulsförmige Änderungen, wie sie durch stoßartige Einflüsse oder Ausreißer entstehen, werden dadurch in den Skalierungskoeffizienten reduziert und der Verlauf langsamer Niveauänderungen wird stetiger.

Die verbliebenen Komponenten  $H_2(f)$  bzw.  $G_2(f)$  entsprechen Hoch- bzw. Tiefpassfiltern mit einer Verstärkung der hohen Frequenzen für das Filter  $\mathbf{h}$  und einer Verstärkung der niedrigen Frequenzen im Falle des Filters  $\mathbf{g}$ . In der Abbildung 4.4-3 werden die Amplitudenverstärkungen der jeweiligen Komponenten aus (4.4-14) und (4.4-15) für  $p = 4$  dargestellt. Durch die Produktbildung der entsprechenden Anteile entstehen die Amplitudenverstärkungen der Filter  $H(f)$  und  $G(f)$ .

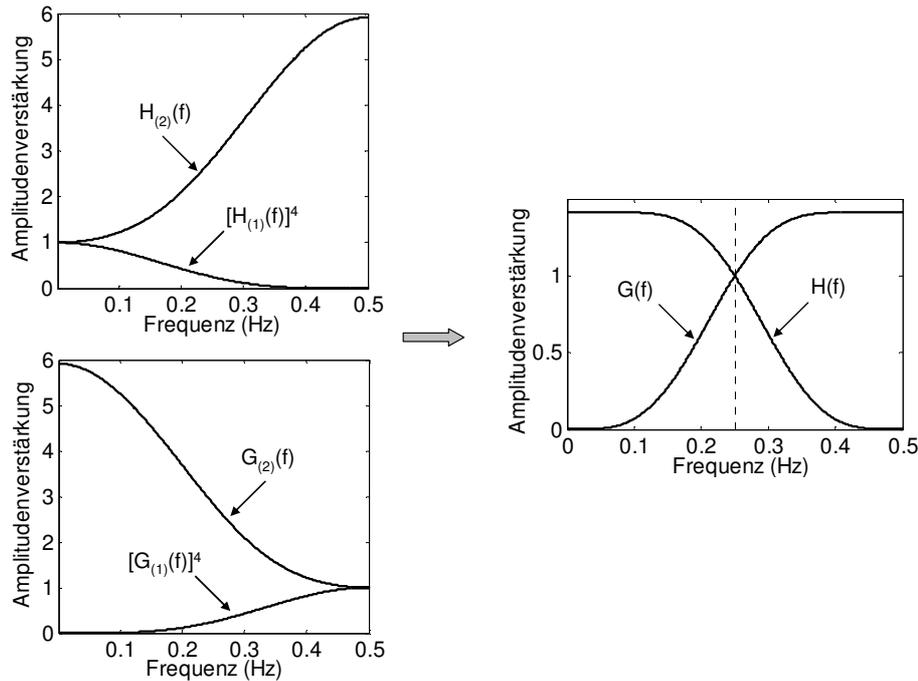


Abb. 4.4-3: Amplitudenverstärkungen der Komponenten (links) und der DAUBECHIES-Filter 4. Ordnung (rechts).

Das Übergangsband wird mit zunehmender Filterordnung schmaler und die Filter nähern sich monoton dem idealen Tief- bzw. Hochpassfilter (LAI, 1995). Aus dem in der Abbildung 4.4-3 dargestellten Verlauf der Amplitudenverstärkungen wird ersichtlich, dass eine Frequenz aus dem Übergangsband sowohl im Ausgang des Hochpass- als auch des Tiefpassfilters enthalten ist. Dadurch sind periodische Komponenten mit dieser Frequenz in wenigstens zwei Koeffizientenreihen aufeinanderfolgender Zerlegungsstufen nachweisbar. Dieses begründet auch die Varianzverteilung über mehrere Skalen in der Abbildung 4.4-2.

Um die periodischen Komponenten einer Zeitreihe in den Waveletkoeffizienten zu identifizieren und zu analysieren, muss die Erkenntnis zur Amplitudenverstärkung der Filter dem Wesen der sWT angepasst werden. Dieses besteht in der Einführung des dezimierten Ausgangs einer Tiefpassfilterung als Eingang einer nachfolgenden Tief- bzw. Hochpassfilterung. Die serielle Anordnung der Filter in der sWT wird als Kaskadenfilter bezeichnet. In OPPENHEIM und SCHAFFER (1975, S. 13) wird gezeigt, dass ein Kaskadenfilter einem einzigen Filter gleichzusetzen ist, dessen Terme sich aus der Faltung der einzelnen Filter ergeben. Die Amplitudenverstärkung des äquivalenten Filters entspricht dem Produkt der Amplitudenverstärkungen der einzelnen Filter:

$$\begin{aligned} |H_{m\{\text{Dezimierung}\}}(f)| &= |H(f)|^m, \\ |G_{m\{\text{Dezimierung}\}}(f)| &= |G(f)||H(f)|^{m-1}. \end{aligned} \quad (4.4-16)$$

In diesem Produkt der Amplitudenverstärkungen ist zusätzlich der Einfluss der Dezimierung um den Faktor 2 zu berücksichtigen. Mit der Eliminierung der Terme ungerader Ordnung wird in jeder Zerlegungsstufe das Abtastintervall verdoppelt und damit der Frequenzbereich der dezimierten Folge halbiert. Die anschließende Filterung der Skalierungskoeffizienten  $\mathbf{u}$  wirkt sich auf diesen veränderten Frequenzbereich aus. Ein vergleichbarer Frequenzinhalt nach der Filterung in den verschiedenen Skalen lässt sich erreichen, wenn statt der Dezimierung der Koeffizientenfolge die Spreizung der Filterterme um den Faktor 2 realisiert wird (FAN und WHITCHER, 2003). Dadurch kann die Filterwirkung in jeder Zerlegungsstufe im ursprünglichen Frequenzbereich der Zeitreihe beschrieben werden, was für die Herleitung der Amplitudenverstärkung des äquivalenten Filters notwendig ist. Für die zweite Zerlegungsstufe beispielsweise bedeutet dies, dass der Frequenzinhalt nach der Filterung der dezimierten Skalierungskoeffizienten  $\mathbf{u}_1$  äquivalent zum Frequenzinhalt nach der Filterung der undezimierten Koeffizientenfolge mit einem veränderten Filter  $\mathbf{h}^{\wedge 2}$  der Form  $\{h_u, 0, \dots, h_i, 0, h_{i+1}, 0, \dots, h_o, 0\}$  ist. Die Durchlasscharakteristik dieses Filters ist:

$$\mathbf{H}^{\uparrow 2}(f) = \sum_{j=0}^{N_h-1} h_{2j}^{\uparrow 2} e^{-i2\pi f(2j)} = \mathbf{H}(2f). \quad (4.4-17)$$

Verallgemeinert, kann der Frequenzinhalt der dezimierten Koeffizientenfolgen aus der Skala  $2^m$  aus der Filterung der bis zur Zerlegungsstufe  $m-1$  undezimierten Skalierungskoeffizienten mit den um den Faktor  $2^{m-1}$  gespreizten Filter  $\mathbf{h}$  und  $\mathbf{g}$  gewonnen werden. Die Durchlasscharakteristiken der gespreizten Filter resultieren nach (4.4-17) zu  $\mathbf{H}(2^{m-1}f)$  bzw.  $\mathbf{G}(2^{m-1}f)$ . Der Bezug zwischen dem Frequenzinhalt der ursprünglichen Zeitreihe und dem Frequenzinhalt der Skalierungs- und Waveletkoeffizienten  $\mathbf{u}_m$  und  $\mathbf{v}_m$  der  $m$ -ten Zerlegungsstufe ergibt sich dadurch zu:

$$\begin{aligned} U_m(f) &= \mathbf{H}(2^{m-1}f) \cdots \mathbf{H}(2f) \mathbf{H}(f) \mathbf{X}(f) = \prod_{i=0}^{m-1} \mathbf{H}(2^i f) \mathbf{X}(f), \\ V_m(f) &= \mathbf{G}(2^{m-1}f) \mathbf{H}(2^{m-2}f) \cdots \mathbf{H}(2f) \mathbf{H}(f) \mathbf{X}(f) = \mathbf{G}(2^{m-1}f) \prod_{i=0}^{m-2} \mathbf{H}(2^i f) \mathbf{X}(f). \end{aligned} \quad (4.4-18)$$

In der obigen Herleitung der tatsächlichen Frequenzinformation aus den einzelnen Skalen wird die Dezimierung um den Faktor 2 in der gerade betrachteten Skala  $2^m$  noch nicht berücksichtigt. Beispielsweise wird durch das Filter  $\mathbf{h}^{\uparrow 2}$  aus (4.4-17) nur die Dezimierung in der 1. Skala kompensiert und nicht diejenige der aktuellen 4. Skala. Diese erzeugt einen zusätzlichen Aliasing-Effekt. Die Frequenzen aus dem Band  $[1/(2^{m+1}\Delta), 1/(2^m\Delta)]$  werden in den Bereich  $[0, 1/(2^{m+1}\Delta)]$  gefaltet. Dieser Effekt betrifft theoretisch nur die Frequenzen, die in den Waveletkoeffizienten enthalten sind. Da  $\mathbf{h}$  und  $\mathbf{g}$  keine idealen Tief- bzw. Hochpassfilter sind, können durch ihre Übergangsbänder Ausnahmen entstehen. Wie in der Abbildung 4.4-3 gezeigt, überschreitet das Übergangsband des Tiefpassfilters die theoretische Grenzfrequenz  $1/(2^{m+1}\Delta)$ . Dadurch wird es möglich, dass die Skalierungskoeffizienten auch höhere Frequenzen enthalten, die vom Aliasing-Effekt betroffen sind. In umgekehrte Richtung werden die Waveletkoeffizienten durch die Unterschreitung der Grenzfrequenz auch niedrigere Frequenzen enthalten, die folglich nicht vom Aliasing-Effekt betroffen sind. Es kommt sehr oft vor, dass die Frequenz einer interessierenden periodischen Komponente in den Waveletkoeffizienten zweier aufeinanderfolgender Skalen enthalten ist. Diesen Betrachtungen zufolge werden im Leistungsdichtespektrum die wesentlichen Periodizitäten in der niedrigeren Skala für die reelle Frequenz und in der nachfolgenden Skala für die Aliasfrequenz angezeigt. Diese folgt unter Berücksichtigung der NYQUIST-Frequenz  $1/(2^{m+1}\Delta)$  in der Zerlegungsstufe  $m$  zu (PRIESTLEY, 2004, S. 506):

$$f_{\text{alias}} = \frac{1}{2^m \Delta} - f. \quad (4.4-19)$$

Anhand der Ausführungen dieses Kapitels ist es möglich die Angaben im Amplitudenspektrum der Waveletkoeffizienten einer jeden Skala auf der Grundlage der Filterwirkung der sWT nachzuvollziehen. Dafür sind die Amplitudenverstärkungen (4.4-14) und (4.4-15) in die Berechnung der äquivalenten Amplitudenverstärkungen aus (4.4-18) einzuführen und die entstehenden Aliasing-Effekte zu berücksichtigen. Um dies für das anfangs eingeführte Beispiel vorzustellen, werden zunächst die äquivalenten Amplitudenverstärkungen der DAUBECHIES-Hochpassfilter 4. Ordnung für  $m = 3$  und  $m = 4$  berechnet. Die Ergebnisse sind in der nachfolgenden Abbildung dargestellt:

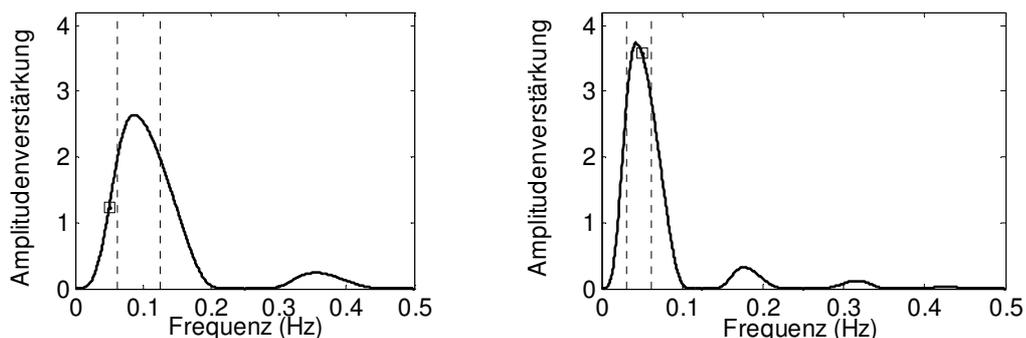


Abb. 4.4-4: Äquivalente Amplitudenverstärkung des DAUBECHIES-Hochpassfilters 4. Ordnung in der  $2^3$ . (links) und in der  $2^4$ . Skala (rechts).

Die quadratischen Markierungen im Verlauf der Amplitudenverstärkungen aus der Abbildung 4.4-4 entsprechen der Frequenz von 0,05 Hz. Die Präsenz der Signalanteile in der 3. und 4. Zerlegungsstufe der Abbildung 4.4-2 ist dadurch erklärt. In der  $2^3$ . Skala liegt die Frequenz außerhalb des theoretischen Passbandes und ist aufgrund des Übergangsbereiches in den Waveletkoeffizienten enthalten. In der  $2^4$ . Skala fällt sie innerhalb des Passbandes und ist entsprechend den anfänglichen Überlegungen ebenfalls in den Waveletkoeffizienten dieser Skala enthalten. Aufgrund der Positionierung innerhalb des Passbandes ist zu erwarten, dass der periodische Anteil für eine Aliasfrequenz im Amplitudenspektrum aufgezeigt wird. Die gesuchte Aliasfrequenz ist gemäß (4.4-19) 0,0125 Hz. Weiterhin ist nach Abbildung 4.4-4 eine Überhöhung des Amplitudenwertes für die betrachtete Frequenz zu erwarten. Diese wird durch den Verstärkungsfaktor  $\sqrt{2}$  der Filter  $H(f)$  und  $G(f)$  hervorgerufen (s. Abbildung 4.4-3). Die Verstärkungen der Amplitude für die betrachtete Frequenz betragen 1,24 und 3,59 in der 3. bzw. in der 4. Zerlegungsstufe.

Die in Abbildung 4.4-5 dargestellten Amplitudenspektren der von Randeffecten befreiten Waveletkoeffizienten der  $2^3$ . und  $2^4$ . Skala bestätigen vollständig die Herleitungen zur Frequenzlokalisierung.

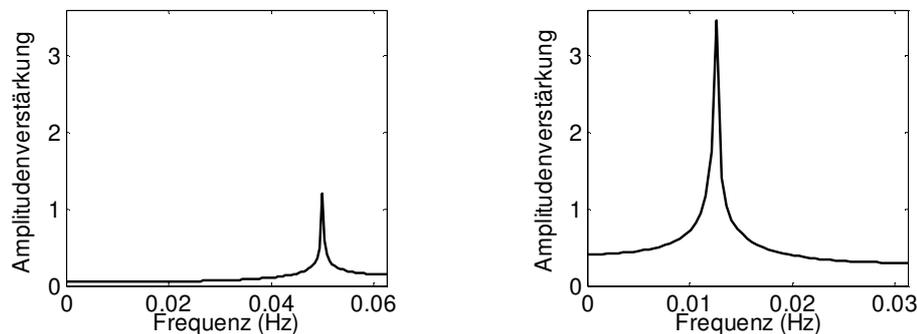


Abb. 4.4-5: Amplitudenspektren der Waveletkoeffizienten der 3. (links) und 4. (rechts) Zerlegungsstufe

Die geschätzten Amplituden betragen nach der Berücksichtigung der angegebenen Verstärkungsfaktoren 0,93 in beiden Skalen. Eine Erhöhung der Filterordnung brachte keine wesentliche Verbesserung dieser Schätzung. Durch die Verdoppelung der Beobachtungslänge ist eine Verbesserung der geschätzten Amplitude auf 0,97 zu verzeichnen. Dieses stellt jedoch keinen Konvergenzfall dar, wie anhand der Spektren in Abbildung 4.4-5 erkennbar ist. Darin wird die Energie über alle Frequenzen verteilt. Da die Energie der ursprünglichen Zeitreihe allein aus dem deterministischen Sinus stammt, wird die geschätzte Amplitude den Sollwert nicht erreichen können. Das Verhältnis der geschätzten Amplitude zum Sollwert bleibt unabhängig vom Amplitudenwert.

Der Grund für das erhöhte Basisniveau der Amplitudenspektren in der Abbildung 4.4-5 ist die asymmetrische Schwankung der Waveletkoeffizienten. Während die positiven Koeffizienten Maxima von 1,09 aufweisen, erreichen die Minima im negativen Bereich Werte um -1,23. Der Mittelwert der gesamten Folge gleicht jedoch weiterhin Null. Diese Asymmetrie kann auf den Dezimierungsprozess der Zeitreihe zurückgeführt werden. Durch die regelmäßige Streichung der Glieder ungerader Ordnung wird eine Systematik induziert, die besonders für eine deterministische Zeitreihe zu einer derartigen Asymmetrie führen kann. Die Erprobung alternativer Dezimierungstechniken wird nicht weiterhin verfolgt, da sie für die dynamische Modellierung von Deformationsprozessen belanglos ist. Diese Systematik wird sowohl in den Waveletkoeffizienten der Einflussparameter als auch in denen der Deformationsgrößen enthalten sein und sich bei der Bestimmung der frequenzabhängigen Amplitudenverstärkung nach dem Quotienten in der ersten Beziehung aus (3.1-27) bzw. (3.2-12) herauskürzen.

Im 3. Kapitel wurden die verschiedenen Modelle und Verfahren der nichtparametrischen Systemidentifikation vorgestellt. Diese sind im Zeit- und/oder Frequenzbereich angesiedelt. Die vorgestellte Methodik zur Identifikation periodischer Komponenten in den Waveletkoeffizienten ist ein wichtiger Schritt für die Durchführung der Systemidentifikation im Zeit-Frequenzbereich. Die Struktur der formulierten Systemgleichungen (3.1-21), (3.1-27) und (3.1-30) zwischen Einfluss- und Deformationsgrößen bleibt dabei weiterhin erhalten. Ihre Parameter werden jedoch auf der Basis von Waveletkoeffizienten berechnet. Die folgende stichpunktartig dargestellte Vorgehensweise ergibt sich aus der Zusammenfassung dieses Kapitels:

- Für die gewählte Filterordnung  $p$  ist nach (4.4-14) und (4.4-15) die Amplitudenverstärkung der DAUBECHIES-Filter zu berechnen. Die Wahl  $p = 4$  ist aus den Erfahrungen dieser Arbeit ein guter Kom-

promiss zwischen den Eigenschaften der Frequenzlokalisierung und der Stationarität einerseits und der Eigenschaft der zeitlichen Lokalisierung andererseits.

- Die maximale Zerlegungsstufe  $m_{\max}$  ist anhand der kleinsten interessierenden Frequenz festzulegen. Das Amplitudenspektrum des Deformationssignals kann hierfür eine geeignete Entscheidungsgrundlage bilden.
- Die Zeitreihen der beobachteten Einfluss- und Deformationsgrößen werden mit der Wavelet-Transformation in den Zeit-Frequenzbereich überführt.
- Die Skalen mit wesentlichen Energieinhalten sind anhand der Wavelet-Varianz identifizierbar.
- Für die Skalen mit wesentlichem Informationsinhalt werden die Amplitudenverstärkungen der äquivalenten Filter nach (4.4-18) berechnet. Daraus sind die Verstärkungsfaktoren für die Amplituden der dominanten Frequenzen zu entnehmen. Aus der Analyse des Frequenzganges sind die Zusammenhänge zwischen den dominanten Frequenzanteilen benachbarter Skalen herzuleiten.
- Die Identifikation der wirksamen Einflussgrößen erfolgt anhand gemeinsamer Periodizitäten der Waveletkoeffizienten aus gleichen Zerlegungsstufen. Der kausale Zusammenhang zwischen den Einfluss- und Reaktionsgrößen muss weiterhin durch sachlogische Erwägung begründet werden.
- Die dynamische Modellbildung nach (3.1-21), (3.1-27) oder (3.1-30) wird auf der Basis der von Randeffekten nicht betroffenen Waveletkoeffizienten aus den Skalen mit wesentlichen periodischen Anteilen durchgeführt.
- Durch das Vorhandensein einer Frequenz in den Koeffizienten aufeinanderfolgender Zerlegungsstufen ist die Schätzung mehrerer Parametersätze für die gleiche Beziehung Einfluss-Deformation möglich. Dieses ist insbesondere dann sinnvoll, wenn in den jeweiligen Modellen unterschiedliche Einflussgrößen enthalten sind, da so ein Einblick in die Auswirkung der einzelnen Faktoren auf den Schätzprozess gewonnen wird.

Dieses Verfahren wird in den Kapiteln 4.5 und 4.6 zur Beschreibung des Neigungsverhaltens der Türme der Rethhubbrücke unter Einwirkung der Temperatur praktisch umgesetzt.

## 4.5 Deformationsanalyse an der Rethhubbrücke auf der Basis der sWT

Die bislang gewonnenen Erkenntnisse zur sWT sollen in diesem Kapitel praktisch umgesetzt werden, um das Neigungsverhalten des Nordturmes der Rethhubbrücke unter dem Einfluss der Temperatur und der Tide zu analysieren und zu modellieren. Ziel der nachfolgenden Untersuchung ist es, durch einen Vergleich mit den Ergebnissen der Systemidentifikation aus den ursprünglichen Beobachtungen die Vor- und Nachteile der sWT bei der Anwendung für die Zwecke der Deformationsanalyse herauszustellen. Das Bauwerk und die Rahmenbedingungen der Datenerfassung wurden bereits im Kapitel 2.2.4 vorgestellt. Die analysierten Zeitreihen umfassen 3169 Werte und decken für die Abtastrate  $\Delta = 5$  min einen Zeitraum von 11 Tagen ab. Ein Einfluss der Tide auf das Neigungsverhalten der Türme konnte weder aus den ursprünglichen Beobachtungen noch aus den Waveletkoeffizienten nachgewiesen werden. Aus diesem Grunde beschränkt sich die nachfolgende Darstellung auf die Modellierung des Temperatureinflusses. Für diese Einflussgröße ist während des beobachteten Zeitraums eine periodische Variation im Tagesgang zu erwarten. Der entsprechende Frequenzbereich um  $1,16 \cdot 10^{-5}$  Hz ist in der 8. Zerlegungsstufe enthalten, der ein Frequenzbereich zwischen  $0,651 \cdot 10^{-5}$  Hz und  $1,302 \cdot 10^{-5}$  Hz entspricht. Für die Zerlegung wurde das DAUBECHIES-Filterpaar 4. Ordnung eingesetzt, dessen Koeffizienten aus (4.3-20) berechnet wurden. Nach den Erkenntnissen des Kapitels 4.4-4 sind Frequenzanteile der Tagesperiode ebenfalls in der 7. Zerlegungsstufe zu erwarten. Die aus den Koeffizienten dieser Skala erzielten Ergebnisse werden nachfolgend in Klammern anschließend an die Schätzungen in der 8. Zerlegungsstufe angegeben.

Unter diesen Voraussetzungen sind in der  $2^8$ . Skala nach der Dezimierung lediglich 6 Koeffizienten enthalten, die nicht von Randeffekten beeinflusst werden. Diese sind für eine anschließende Systemidentifikation weitaus unzureichend. Der Datenverlust fällt aufgrund der verhältnismäßig kurzen Beobachtungsdauer besonders drastisch aus. Da Monitoringtätigkeiten typischerweise über mehrere Monate oder Jahre ausgelegt sind, ist davon auszugehen, dass nach der sWT der registrierten Beobachtungsreihen eine ausreichende Anzahl von Waveletkoeffizienten entsteht, aus denen selbst für höhere Werte des Skalierungsparameters eine Bestimmung der jeweiligen Modellparameter möglich ist. Dieses motiviert die Fortsetzung dieser Untersuchung. Nichtsdestotrotz stellt der herbe Datenverlust einen großen

Nachteil gegenüber den bislang angewandten Modellierungsstrategien dar. Um diesem Nachteil zu begegnen, wurde für die vorgestellte Anwendung die Beobachtungsdauer durch wiederholte Spiegelung der Zeitreihe in Bezug auf ihre Enden „künstlich“ verlängert, so dass eine ausreichende Anzahl von Koeffizienten in der  $2^8$ . Skala resultierte. Das Amplitudenspektrum der Waveletkoeffizienten der Temperatur und der Neigungswerte wird in der Abbildung 4.5-1 dargestellt.

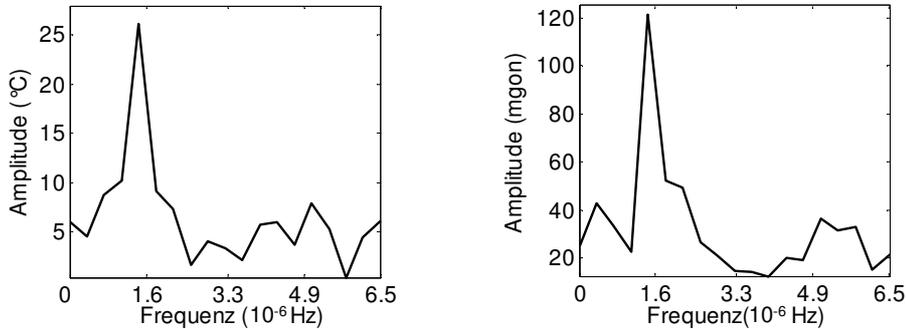


Abb. 4.5-1: Amplitudenspektren der Waveletkoeffizienten der 8. Zerlegungsstufe für die Temperatur (links) und Neigung (rechts)

Die dominierenden Frequenzen von  $1,44 \cdot 10^{-6}$  Hz in den obigen Amplitudenspektren entsprechen nach (4.4-19) dem Alias der Tagesfrequenz im Bezug auf die untere Grenzfrequenz von  $6,51 \cdot 10^{-6}$  Hz der  $2^8$ . Skala. Sie stimmen für beide betrachteten Größen überein und lassen so auf einen wirksamen Einfluss der Temperatur auf das Neigungsverhalten des Turmes schließen. In der 7. Zerlegungsstufe sind ebenfalls periodische Anteile mit dieser Frequenz enthalten. Sie sind nicht von Aliasing-Effekten betroffen. Für die identifizierte Frequenz resultiert nach (4.4-18) eine Amplitudenverstärkung von 14,28 (6,25). Durch dessen Berücksichtigung werden die Amplituden der Tagesfrequenz für die Einfluss- und Deformationsgröße auf  $A_{\text{Temp}} = 1,83$  (1,94)°C bzw.  $A_{\text{Neig}} = 8,50$  (9,18) mgon geschätzt. Die charakteristische Amplitudenverstärkung für den Turm der Hubbrücke folgt nach (3.1-27) aus dem Verhältnis der zwei Amplituden zu:  $|\hat{H}_{\text{sWT-NeigTemp}}| = 4,64$  (4,73) mgon/°C. Die Ergebnisse aus den zwei aufeinanderfolgenden Skalen unterscheiden sich nur unwesentlich. Ausgehend von der Annahme einer Normalverteilung der Beobachtungen wird für die Schätzung der Amplitudenverstärkung nach KUHLMANN (1996, S. 52) das Konfidenzintervall [2,92, 7,38] ermittelt. Die Modellierung im ursprünglichen Beobachtungsraum ergab eine Amplitudenverstärkung  $|\hat{H}_{\text{Beob-NeigTemp}}| = 4,77$  mgon/°C, die im obigen Konfidenzintervall enthalten ist. Statistisch betrachtet stimmt diese mit der Schätzung aus den Waveletkoeffizienten überein.

Alternativ zur Systemidentifikation auf der Basis von spektralen Größen kann die Berechnung der Modellparameter durch eine Regressionsanalyse nach dem Modell (3.1-21) durchgeführt werden. Für die Aufstellung des funktionalen Modells ist es zunächst erforderlich, die Phasenverschiebung zwischen der Reaktions- und der Einflussgröße anhand der Kreuzkorrelationsfunktion zu bestimmen. Der Phasenparameter ist jedoch auf der Ebene der Waveletkoeffizienten nicht bestimmbar. Die Dezimierung in jeder Zerlegungsstufe entspricht einer Vergrößerung des Abtastintervalls. In der  $2^8$ . Skala beträgt dieses 1.280 min. Dadurch resultiert für die Waveletkoeffizienten nur eine Abtastung pro wesentlicher Periode. Dieser Effekt ist durch das Wesen der sWT bedingt und stellt sich unabhängig von der analysierten Periodendauer ein. Eine Verschiebung der Zeitreihen gegeneinander schon um zwei Werte würde die betrachtete Periodendauer übersteigen. Wenn die Reaktionszeit des Objektes weniger als die Hälfte des zeitlichen Abstandes zwischen den Waveletkoeffizienten beträgt, ergibt sich zwangsweise ein Extremum der Kreuzkorrelationsfunktion an der Nullstelle. Andernfalls resultiert das Extremum an der 1. Stelle. Das Vorzeichen der Kreuzkorrelation entspricht dem Vorzeichen der Kreuzkorrelation zwischen den undezimierten Zeitreihen für die Null- bzw. die Einheitsverschiebung. Es hat jedoch aufgrund der Unkenntnis des weiteren Verlaufs der Korrelationsfunktion keinerlei praktische Relevanz. Deshalb sind die im Regressionsmodell (3.1-21) mit  $i_{\text{max}} = 0$  berechneten Gewichtskoeffizienten ebenfalls als absolute Größen zu betrachten. In der übergeordneten  $2^7$ . Skala ist durch die doppelte Anzahl der Koeffizienten eine gegenseitige Verschiebung der Zeitreihen um max. 2 Stellen möglich. Diese ist für die Identifikation eines Extremwertes der Kreuzkorrelationsfunktion gleichermaßen unzureichend. Aufgrund dieses großen Nachteils werden nachfolgend die Ergebnisse der Regression in der  $2^8$ . Skala nur zu Vergleichszwecken vorgestellt.

Für das behandelte Beispiel der Rethhubrücke wurde aus den Koeffizienten der 8. Zerlegungsstufe ein Gewichtskoeffizient  $|\hat{g}_{sWT-NeigTemp}| = 3,20 \text{ mgon}/^\circ\text{C}$  ermittelt. Die Standardabweichung der Schätzung beträgt  $s_{g-sWT-NeigTemp} = 0,27 \text{ mgon}/^\circ\text{C}$ , so dass der Einfluss der Temperatur auf die Neigung des Turmes signifikant aus den Waveletkoeffizienten nachweisbar ist. Für das aus den originären Beobachtungen berechnete Modell wurde ein Maßstabsparameter von  $\hat{g}_{Beob-NeigTemp} = +2,30 \text{ mgon}/^\circ\text{C}$  geschätzt. Dieser entspricht einer Phasenverschiebung von 8,67 h. Der Wert der Kreuzkorrelationsfunktion von +0,48 an dieser Stelle lässt auf eine positive Korrelation zwischen der Temperatur- und der Neigungsänderung schließen. Die Bestimmtheitsmaße der beiden Regressionsansätze unterscheiden sich nur unwesentlich und wurden jeweils in einem F-Test mit einer Sicherheitswahrscheinlichkeit von 95 % als signifikant nachgewiesen.

Trotz der Übereinstimmung zwischen den berechneten Ergebnissen stellt die fehlende Fähigkeit zur Bestimmung des Phasenparameters aus den Waveletkoeffizienten einen Nachteil dar. Dieser fällt besonders schwer ins Gewicht, wenn mehrere Einflüsse mit gleicher Periodenlänge auf das Überwachungsobjekt einwirken. In diesem Fall ist der anteilige Beitrag zur Gesamtdeformation nicht mehr ermittelbar. Für periodische und statistisch homogene Zeitreihen ist die Identifikation aus den ursprünglichen Beobachtungen vorteilhafter, da sie die Bestimmung beider Modellparameter für jeden kausalen Zusammenhang zwischen Einfluss- und Deformationsgrößen ermöglicht. Im Falle unterschiedlicher Korrelationslängen ist auch eine Trennung der Einflüsse gleicher Periodenlänge möglich. Lediglich für Zeitreihen mit inhomogenen statistischen Eigenschaften stellt die Anwendung der sWT einen Vorteil dar, indem wenigstens die systemcharakteristische Amplitudenverstärkung hergeleitet werden kann. Diese Aspekte verbunden mit dem großen Datenverlust infolge der Dezimierung erschweren eine Durchsetzung der sWT für den praktischen Einsatz trotz ihrer signalanalytischen Vorteile und motivieren die Einführung einer veränderten Wavelet-Transformation im nächsten Kapitel.

## 4.6 Die undezimierte Wavelet-Transformation

### 4.6.1 Definition und Eigenschaften der undezimierten Wavelet-Transformation

Die aufgezeigten Nachteile der sWT entstehen allesamt durch den Prozess der Dezimierung. Diese ging, wie in Kapitel 4.2 gezeigt, aus der Diskretisierung des Zeitbereiches in Abhängigkeit des Skalierungsparameters hervor. Um die Dezimierung zu meiden, werden deshalb in einer veränderten Wavelet-Transformation die analysierenden Skalierungsfunktionen und die Wavelets mit der ursprünglichen Abtastweite über die Zeitreihe verschoben, so dass die Koeffizienten den Stellen  $\{(2^m, n) \mid m, n \in \mathbb{Z}\}$  aus der Zeit-Frequenzebene zuzuordnen sind. Diese Version der Transformation wird als undezimierte Wavelet-Transformation (uWT) bezeichnet (PERCIVAL und WALDEN, 2002 und dort aus Shensa, 1992). Bis auf die Diskretisierungsweise der Zeitachse ist es zweckmäßig diese Transformation auf die funktionalanalytischen Prinzipien der sWT zu stützen, um deren nützliche signalanalytischen Eigenschaften wie beispielsweise den Effekt verschwindender Momente, die Ermöglichung der Varianzanalyse, die verlustfreie Zerlegung und die Rekonstruktion der Zeitreihe zu erhalten.

Die Stellen der Zeit-Frequenzebene, an denen die uWT berechnet wird, schließen die Punktmenge (4.2-1) vollständig ein. Dadurch sind in den Koeffizienten der uWT die Koeffizienten der sWT ebenfalls auffindbar. Letztere repräsentieren gemäß den Ausführungen aus den vorangegangenen Kapiteln bereits vollständig den analysierten Prozess, was den redundanten Informationsinhalt der Transformationskoeffizienten der uWT impliziert.

Das Konzept der uWT beruht weiterhin auf der Darstellung einer niedrigauflösenden Skalierungsfunktion als Linearkombination höherauflösender Skalierungsfunktionen. Diese sind nicht alle orthogonal zueinander, da aufgrund der Diskretisierungsweise der Zeitachse einige Translationen keine ganzen Zahlen sind (vgl. (4.2-6)). In (4.2-9) ist die veränderte Diskretisierung der Zeit wie folgt zu berücksichtigen (BÄNI, 2005):

$$\langle \varphi_{m,n}, \varphi_{m-1,i} \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{2^m}} \varphi\left(\frac{t-n}{2^m}\right) \frac{1}{\sqrt{2^{m-1}}} \varphi\left(\frac{t-i}{2^{m-1}}\right) dt . \quad (4.6-1)$$

Durch die Substitution  $(t-n)/2^m = t_1$  resultiert weiterhin:

$$\langle \varphi_{m,n}, \varphi_{m-1,i} \rangle = \sqrt{2} \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(t_1) \varphi \left[ 2t_1 - \frac{(i-n)}{2^{m-1}} \right] dt_1 = h \left( \frac{i-n}{2^{m-1}} \right). \quad (4.6-2)$$

Der Index der Folge  $\mathbf{h}$  wurde für eine bessere Darstellung in (4.6-2) in Klammern eingeführt. Er ist gleichbedeutend mit einer Spreizung um den Faktor  $2^{m-1}$ . Die Zweiskalengleichung (4.2-11) geht unter Berücksichtigung von (4.6-2) über in:

$$\varphi_{m,n} = \sum_{i \in \mathbb{Z}} \left[ (\uparrow 2)^{m-1} \mathbf{h} \right]_{i-n} \varphi_{m-1,i}. \quad (4.6-3)$$

Durch die Einführung der umgekehrten Folge  $\mathbf{h}'_i = \mathbf{h}_{-i}$  entspricht diese einer Faltung mit der um den Faktor  $2^{m-1}$  gespreizten Filterfolge  $\mathbf{h}'$ . Analog kann die Zweiskalengleichung für das Wavelet auf der Basis einer Filterfolge  $\mathbf{g}$  geschrieben werden, die nach (4.2-18) aus  $\mathbf{h}$  hervorgeht:

$$\psi_{m,n} = \sum_{i \in \mathbb{Z}} \left[ (\uparrow 2)^{m-1} \mathbf{g} \right]_{i-n} \varphi_{m-1,i}. \quad (4.6-4)$$

Die Bildung des Skalarproduktes auf beiden Seiten der Zweiskalengleichungen (4.6-3) und (4.6-4) mit dem analysierten Prozess  $x(t)$  führt zu den rekursiven Berechnungsformeln der uWT (BÄNI, 2005, S. 171):

$$\begin{aligned} u_{m,n} &= \sum_{i \in \mathbb{Z}} \left[ (\uparrow 2)^{m-1} \mathbf{h} \right]_{i-n} u_{m-1,i}, \\ v_{m,n} &= \sum_{i \in \mathbb{Z}} \left[ (\uparrow 2)^{m-1} \mathbf{g} \right]_{i-n} u_{m-1,i}. \end{aligned} \quad (4.6-5)$$

Auch für die Berechnung dieser Form der Wavelet-Transformation ist die explizite Kenntnis der Wavelets und der Skalierungsfunktionen nicht notwendig, wobei ihre Eigenschaften nach (4.6-2) in enger Verbindung mit der Struktur und den Eigenschaften der jeweiligen Filterfolgen stehen. Der praktische Unterschied der uWT zur sWT besteht darin, dass die skalenabhängige Vergrößerung der Breite der Wavelets und der Skalierungsfunktionen nicht durch die Dezimierung des gefalteten Signals, sondern durch die Spreizung der Filter erreicht wird (BÄNI, 2005).

Die Lösung des Anfangswertproblems ist ohne weiteres auf die uWT übertragbar. Die Skalierungskoeffizienten der 1. Skala entsprechen den beobachteten Werten der ursprünglichen Zeitreihe. Die Skalierungs- und Waveletkoeffizienten der uWT werden gemäß den Gleichungen (4.6-5) ausschließlich durch Faltungsoperationen berechnet. Die Abtaste der ursprünglichen Zeitreihe bleibt somit in jeder Zerlegungsstufe erhalten. Durch die größere Anzahl der berechneten Koeffizienten erhöht sich der numerische Aufwand dieser Transformation auf  $O(N \log_2 N)$  (PERCIVAL und WALDEN, 2002, S. 159). Er bleibt jedoch durch die Vergleichbarkeit mit der rechnerischen Komplexität der FFT in einem praxistauglichen Umfang.

Die Einbindung der uWT in das Konzept der MSA ermöglicht es, an den bestimmten Stellen in den resultierenden Koeffizientenfolgen sämtliche Ergebnisse der sWT wiederzufinden. Es liegt auch deshalb nahe, bei der Berechnung der Transformation im Rahmen dieser Arbeit weiterhin die DAUBECHIES-Filter einzusetzen. Selbstverständlich ist die Transformation auch für weitere orthogonale und biorthogonale Filterpaare zugänglich. Darüber hinaus ist sie, wie in FABERT (2004) für das in Kapitel 4.1 eingeführte MORLET-Wavelet gezeigt wurde, auch für explizite Formen von Wavelets anwendbar.

Die Wirkung der eingesetzten Filter  $\mathbf{h}$  und  $\mathbf{g}$  auf den spektralen Bereich bleibt von der veränderten Diskretisierung der Zeitachse unberührt. Die Identifikation periodischer Anteile in den Koeffizientenfolgen der sWT wurde bereits im Kontext der äquivalenten Filterwirkung der Kaskadenfilterung (4.6-5) beschrieben. Die in Kapitel 4.4-4 vorgestellte Vorgehensweise bei der Identifikation periodischer Komponenten kann somit ohne weitere Anpassungen auch für den Fall der uWT umgesetzt werden. Lediglich die Aliasing-Effekte bedürfen aufgrund der konstanten Abtaste in jeder Zerlegungsstufe keiner weiteren Berücksichtigung. Alle wesentlichen Periodizitäten sind in den Amplitudenspektren der Transformationskoeffizienten mit den reellen Frequenzen auffindbar.

Die Wavelet-Synthese aus den Koeffizienten der uWT kann zur Rückgewinnung der ursprünglichen Zeitreihe führen, da die notwendige Information für die vollständige Rekonstruktion schon in den Koeffizienten der sWT enthalten ist. In der assoziierten Filterbank (Abbildung 4.2-1) muss ein Weg gefunden werden, die Redundanz in der Darstellung

der Information zu berücksichtigen. Hierfür ist eine Überführung der Faltungen (4.6-5) in den Frequenzbereich von Vorteil. Die resultierenden Beziehungen wurden in (4.4-18) vorgestellt. Das Leistungsdichtespektrum der höherauflösenden Skalierungskoeffizienten  $\{u_{m-1,i} \mid m=1, \dots, m_{\max}; i \in \mathbb{Z}\}$  kann unter Berücksichtigung der Bedingungen für eine PR-Filterbank (4.2-30) wie folgt umgeschrieben werden (MALLAT, 2001, S. 155):

$$\begin{aligned} U_{m-1}(f) &= \frac{1}{2}(2)U_{m-1}(f) = \frac{1}{2} \left[ H(2^{m-1}f)H'(2^{m-1}f) + G(2^{m-1}f)G'(2^{m-1}f) \right] U_{m-1}(f) \\ &= \frac{1}{2} \left[ H(2^{m-1}f)U_m(f) + G(2^{m-1}f)V_m(f) \right]. \end{aligned} \quad (4.6-6)$$

Aus der Rücktransformation in den Zeitbereich ergibt sich die Rekursionsformel für die Berechnung der Synthese:

$$u_{m-1,n} = \frac{1}{2} \left\{ \sum_{i \in \mathbb{Z}} \left[ (\uparrow 2)^{m-1} h \right]_{n-i} u_{m,i} + \left[ (\uparrow 2)^{m-1} g \right]_{n-i} v_{m,i} \right\}. \quad (4.6-7)$$

Sie entspricht in der Struktur bis auf den neuen Faktor 1/2 der Rekonstruktionsformel der sWT (4.2-28). Durch diesen Faktor wird die Redundanz der Darstellung in den Skalierungs- und Waveletkoeffizienten berücksichtigt. Dies wird deutlich, wenn beispielsweise die erste Zerlegungsstufe einer Zeitreihe  $\mathbf{x}_0$  in der sWT und in der uWT näher betrachtet wird. Beide Transformationen setzen zunächst eine Faltung mit den Filterfolgen  $\mathbf{h}$  und  $\mathbf{g}$  voraus. Für die uWT ist wegen  $(\uparrow 2)^{m-1} = 0$  die erste Zerlegungsstufe damit vollständig. Die Wavelet- und die Skalierungskoeffizienten werden mit  $\mathbf{u}_{uWT,1}$  und  $\mathbf{v}_{uWT,1}$  bezeichnet. In der sWT ist weiterhin für die Vervollständigung der ersten Zerlegungsstufe eine Dezimierung um den Faktor 2 erforderlich, was das Weglassen aller Koeffizienten mit ungeraden Indizes bedeutet. Die hierbei resultierenden Koeffizienten werden mit  $\mathbf{u}_{sWT,1}$  und  $\mathbf{v}_{sWT,1}$  bezeichnet. Die beiden Koeffizientensätze unterscheiden sich nun um die Koeffizienten mit ungeraden Indizes. Wird die Zeitreihe  $\mathbf{x}_0$  um eine Position verschoben, was formal einer Neuindexierung entspricht, und die sWT für die verschobene Zeitreihe berechnet, so werden nach der Dezimierung die im vorangegangenen Fall gestrichenen Koeffizienten jetzt beibehalten. Diese Koeffizientenreihen werden mit  $\mathbf{u}'_{sWT,1}$  bzw.  $\mathbf{v}'_{sWT,1}$  bezeichnet. Die Wavelet-Synthese (4.2-28) ist aufgrund ihrer Allgemeingültigkeit für beide Koeffizientenfolgen der sWT anwendbar:

$$\begin{aligned} x_n &= \sum_{i \in \mathbb{Z}} h_{n-2i} u_{sWT,1,i} + g_{n-2i} v_{sWT,1,i}, \\ x_n &= \sum_{j \in \mathbb{Z}} h_{n-2j} u'_{sWT,1,j} + g_{n-2j} v'_{sWT,1,j}. \end{aligned} \quad (4.6-8)$$

Durch die Addition der Beziehungen aus (4.6-8) folgt unmittelbar unter der Berücksichtigung, dass  $2j = 2i+1$  entspricht, die Rekonstruktionsformel (4.6-7) aus den Koeffizienten  $\mathbf{u}_{uWT,1}$  und  $\mathbf{v}_{uWT,1}$ .

Die vorangegangene Argumentationsfolge ist auf jedes Paar konsekutiver Skalen übertragbar, da dem Anfangswertproblem zufolge die Beobachtungswerte der ursprünglichen Zeitreihe als Skalierungskoeffizienten in einer Skala  $m_0$  interpretierbar sind. Demnach besteht die Redundanz in den Skalierungs- und Waveletkoeffizienten der uWT aus der Verdoppelung der Informationsmenge, die für eine Rückgewinnung der Skalierungskoeffizienten aus der nächsthöheren Auflösungsstufe erforderlich ist. Diese Erkenntnis ist weiterhin auch für die Untersuchung der Energieverteilung in den Skalen der uWT hilfreich. Durch die Aufstellung der Beziehung (4.4-6) für beide Koeffizientengruppen der sWT folgt:

$$\sum_{i \in \mathbb{Z}} \left( u_{sWT,m,i}^2 + v_{sWT,m,i}^2 + u_{sWT,m,i}^2 + v_{sWT,m,i}^2 \right) = \sum_{i \in \mathbb{Z}} \left( u_{uWT,m,i}^2 + v_{uWT,m,i}^2 \right) = 2 \sum_{i \in \mathbb{Z}} u_{m-1,i}^2. \quad (4.6-9)$$

Die Energie der Skalierungskoeffizienten wird durch die Redundanz der uWT verdoppelt. Aus der rekursiven Anwendung von (4.6-9) für alle Zerlegungsstufen folgt:

$$\|\mathbf{x}\|^2 = \frac{1}{2^{m_{\max}}} \|\mathbf{u}_m\|^2 + \sum_{i=1}^{m_{\max}} \left( 2^{-i} \right) \|\mathbf{v}_i\|^2. \quad (4.6-10)$$

Zwischen der Energie der ursprünglichen Zeitreihe und der Energie der Transformationskoeffizienten der uWT besteht nach (4.6-10) eine lineare Beziehung. Diese stellt keine Isometrie dar, unterscheidet sich jedoch von der sWT

lediglich durch die konstanten Faktoren ( $2^{-i}$ ), die der skalenproportionalen Verstärkung Rechnung tragen. Die Charakteristik der Variabilität ist weiterhin auch in den Ergebnissen der uWT auffindbar und ermöglicht so die Durchführung der Systemidentifikation für periodische Komponenten auf der Basis der Waveletkoeffizienten. In der Berechnung der Modellparameter spielen die neuen Verstärkungsfaktoren keine Rolle, da sie in den Waveletkoeffizienten der Einflussparameter und der Deformationen gleichermaßen enthalten sind.

Durch die lineare Beziehung (4.6-10) wird in der uWT die Varianz verlustfrei auf die einzelnen Skalen verteilt, was die Untersuchung ihres zeitlichen Aufbaus in den Skalen mit dominanten Periodizitäten ermöglicht. Diese wesentliche Eigenschaft der Wavelet-Transformation bildet die Grundlage für die weiteren Analysen zur Varianzhomogenität. Für die Berechnung der Wavelet-Varianz hat der in (4.4-9) eingeführte Schätzer weiterhin Bestand. Darin unterscheiden sich die Normierungsfaktoren  $N$  aus den einzelnen Skalen nur im Rahmen der von Randeffekten beeinflussten Koeffizienten. Die aus den Koeffizienten der uWT berechnete Wavelet-Varianz weist die Eigenschaft (4.4-11) auf.

In der Durchführung der Fehlerfortpflanzung ist bei der Aufstellung der Transformationsmatrizen vom Typ (4.4-13) die einfache Verschiebung der Filter über die Zeitreihe zu berücksichtigen. Dadurch erhöht sich die Anzahl der Zeilen von  $\mathbf{H}_m$  auf  $N_{u_{m-1}} + N_{(\uparrow 2)^{m-1}_h}$ .

Die Realisierung der Fehlerfortpflanzung in der Synthese ist gegenüber der sWT vorteilhafter, wenn die Angabe einer Kovarianzmatrix für eine Zeitreihe erforderlich ist, die aus der Beobachtung eines Prozesses mit instationärem Mittelwert entsteht. Dieses kann beispielsweise bei der ARMA-Modellbildung der Fall sein (vgl. Kapitel 3.1.3.1). Eine Berechnung der Autokovarianzfunktion ist für eine derartige Zeitreihe nicht erlaubt bzw. führt zu fehlerhaften Schätzungen. Durch die Wirkung des DAUBECHIES-Hochpassfilters ist es möglich, die zeitlichen Korrelationen zwischen den Waveletkoeffizienten jeder Skala anhand deren Autokovarianzfunktion zu schätzen und in einer Kovarianzmatrix zusammenzufassen. Die Zusammenführung der Kovarianzmatrizen aus den einzelnen Skalen zu einer gemeinsamen Matrix erfolgt streng durch die Anwendung des Fehlerfortpflanzungsgesetzes. Diese Vorgehensweise ist nicht auf Matrizen beschränkt, die auf der Grundlage von Autokovarianzfunktionen gebildet werden. Es ist möglich, die Kreuzkovarianzmatrix mit dem kausalen Anteil der Kreuzkovarianzfunktion zwischen den Ein- und Ausgangsgrößen  $\mathbf{\Gamma}_{xy}$  zu rekonstruieren, da die Zeitreihen der Einfluss- und Deformationsgrößen identisch transformiert werden. Mit dem Vektor der Kreuzkovarianzen  $\boldsymbol{\gamma}_{xy}$  und der Autokovarianzmatrix  $\mathbf{\Gamma}_{xx}$  liegen die notwendigen Elemente vor, um trotz fehlender Stationarität 1. Ordnung die Systemidentifikation z.B. nach (3.1-6) durchzuführen. Dieser nur kurz beschriebene Ansatz wird hier nicht weiter verfolgt, da eine Systemidentifikation auf der Ebene der Waveletkoeffizienten aufgrund der geringeren rechnerischen Komplexität und der Möglichkeit, instationäre Varianzanteile zu berücksichtigen, bevorzugt wird.

Mit den vorangegangenen Ausführungen ist es gelungen, durch eine veränderte Diskretisierung der Zeit-Frequenzebene die Nachteile der sWT, die aus dem Dezimierungsprozess entstehen, zu umgehen und deren vorteilhaften Eigenschaften auf die neu eingeführte uWT zu übertragen. Die wesentlichen Erkenntnisse werden mit Hinblick auf die weitere Anwendung der uWT kurz zusammengefasst:

- Die Breite der analysierenden Wavelets und Skalierungsfunktionen wird nicht durch Dezimierung der Koeffizienten, sondern durch Spreizung der Filter kontrolliert.
- Die ursprüngliche Abtastrate bleibt zwischen den Koeffizienten der Transformation erhalten.
- Die uWT wird mit den eingeführten DAUBECHIES-Filtern berechnet. Die Identifikation lokaler Merkmale der Zeitreihen auf der Grundlage der Momente dieser Filter ist weiterhin möglich.
- Die uWT ist verlustfrei umkehrbar.
- Das in Kapitel 4.4.4 vorgestellte Identifikationsverfahren zur Analyse periodischer Anteile ist auch für die Koeffizienten der uWT anwendbar. Aliasing-Effekte sind aufgrund des konstant bleibenden Abtastintervalls nicht weiter zu erwarten. Die Parameter des linearen reduzierten Deformationsmodells sind für die periodischen Anteile vollständig aus den Waveletkoeffizienten der uWT bestimmbar.
- Die uWT stellt keine Isometrie dar. Die lineare Beziehung (4.6-9) zwischen den Energieanteilen aufeinanderfolgender Skalen ist ausreichend, um die Varianzanalysen auf die Waveletkoeffizienten der uWT zu stützen.

Diese Eigenschaften motivieren, die Systemidentifikation an der Rethhubrücke aufzugreifen und sie auf der Basis der uWT durchzuführen.

#### 4.6.2 Deformationsanalyse an der Rethhubrücke auf der Basis der uWT

Die ursprüngliche Beobachtungsdauer an der Rethhubrücke von ca. 11 Tagen ist für eine Analyse der Tagesperioden ausreichend. Eine „künstliche“ Verlängerung der Zeitreihen ist bei der Zerlegung mit der uWT nicht erforderlich. Der Beitrag der Wavelet-Varianzen aus den einzelnen Skalen zur Gesamtvarianz der Zeitreihen der Temperatur und der Neigung wird in der nachfolgenden Abbildung dargestellt:

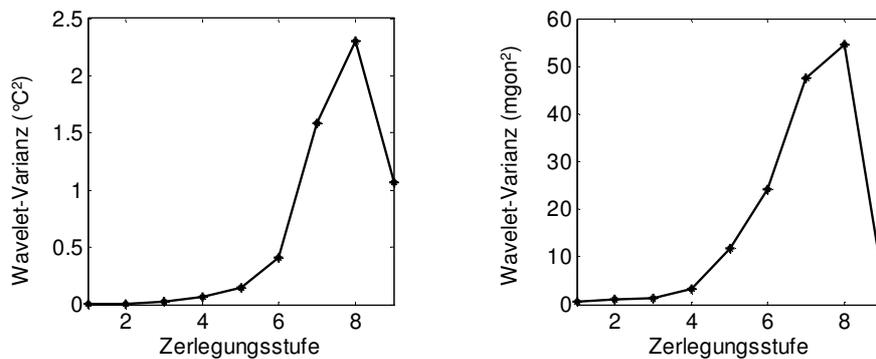


Abb. 4.6-1: Verteilung der Varianz auf den einzelnen Skalen für die Zeitreihen der Temperatur (links) und der Neigung (rechts)

Den höchsten Informationsinhalt weist die 2<sup>8</sup>. Skala auf, in der u.a. die Anteile der Tagesfrequenz enthalten sind. Durch das Übergangsband der äquivalenten DAUBECHIES-Filter sind auch in den Koeffizienten der 7. Zerlegungsstufe hohe Anteile dieser Frequenz zu vermuten. Im Kapitel 4.5 wurde die Einwirkung der Temperatur auf das Neigungsverhalten des Turmes durch die Zuordnung dominanter Periodizitäten in den Amplitudenspektren der jeweiligen Waveletkoeffizienten der 2<sup>8</sup>. Skala nachgewiesen. Zusätzlich dazu fällt in der obigen Abbildung die unterschiedliche Verteilung der Varianz in den weiteren Skalen auf. Während sich bei der Temperatur der überwiegende Anteil der verbliebenen Varianz in den direkt anschließenden Skalen befindet, beinhalten die Koeffizienten der Neigungswerte zusätzliche Information auch in der 6. Zerlegungsstufe. Zudem ist das Verhältnis der Varianzen aus der 2<sup>7</sup>. und 2<sup>8</sup>. Skala unterschiedlich für die Neigungs- und die Temperaturkoeffizienten. Der größere Quotient im Falle der Neigungswerte in Zusammenhang mit der größeren Varianz in der 2<sup>6</sup>. Skala lässt einen weiteren Einfluss auf die Neigung mit periodischen Komponenten im Spektralband der 7. Zerlegungsstufe vermuten.

Ein möglicher periodischer Einfluss in diesem Frequenzband ist die halbtägige Hauptmond tide mit einer charakteristischen Frequenz von  $2,23 \cdot 10^{-5}$  Hz. Physikalisch verursacht diese jedoch primär eine Verschiebung in der Höhenkomponente des Turmes und wirkt sich nur geringfügig auf sein Neigungsverhalten aus. Darauf weisen die geringe Amplitude im Spektrum der Neigungsbeobachtungen sowie die niedrige Kreuzkorrelation von nur 0,14 hin. Die Berechnung der Kreuzkorrelation aus den Waveletkoeffizienten der 7. Zerlegungsstufe ergibt zwar mit 0,25 ein höheres Niveau, das aber weiterhin als zu klein für einen signifikanten Einfluss erachtet wird.

Diese Betrachtungen verdeutlichen, dass es in den Koeffizienten der 2<sup>7</sup>. Skala für die Neigungswerte zu einer Überlagerung von Effekten gekommen ist, die keine zuverlässige Quantifizierung des Temperatureinflusses ermöglichen. Aus diesem Grund wird die Systemidentifikation ausschließlich auf die Waveletkoeffizienten der 8. Zerlegungsstufe gestützt. Diese sind in der Abbildung 4.6-2 grafisch dargestellt.

Die Eliminierung des Einflusses der Hubvorgänge durch die Wavelet-Transformation mit einem DAUBECHIES-Filter höherer Ordnung ist anhand der Koeffizienten der Neigungswerte ersichtlich. Verglichen mit der Abbildung 2.2-10 wird deutlich, dass der Verlauf der Waveletkoeffizienten besser den theoretischen Vorstellungen entspricht, auf denen die Modelle (3.1-21) und (3.1-27) gründen.

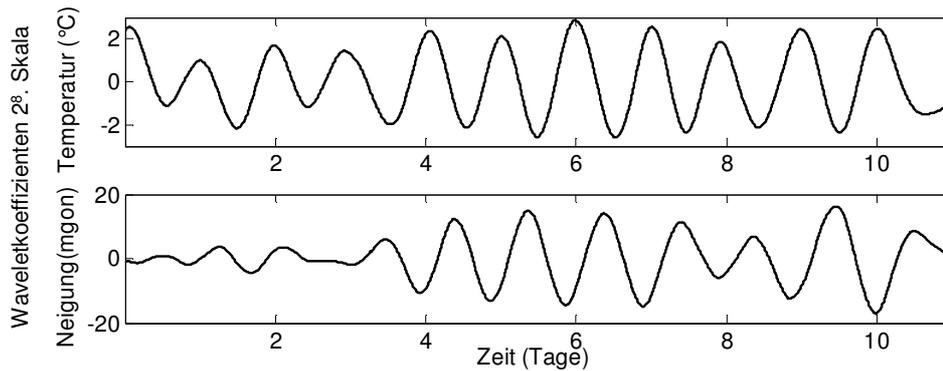


Abb. 4.6-2: Waveletkoeffizienten der  $2^8$ . Skala für die Temperatur- (oben) und die Neigungsbeobachtungen (unten)

In der Abbildung 4.6-2 fällt die geringe Varianz der Neigungskoeffizienten während der ersten drei Tage auf. Die Amplitude der Temperaturvariation ist in dieser Zeit ebenfalls geringer, wobei der Unterschied zur restlichen Zeitreihe jedoch weniger stark ausgeprägt ist. In nachträglichen Untersuchungen zu dieser Erscheinung konnte ein zusätzlicher Zusammenhang mit der Sonneneinstrahlung festgestellt werden. Da in den oben erwähnten funktionalen Modellen stets von varianzhomogenen Zeitreihen ausgegangen wird, müsste im vorliegenden Fall aufgrund des Varianzunterschiedes die Systemidentifikation getrennt für die homoskedastischen Abschnitte der Zeitreihen erfolgen. Diese Heterogenität der statistischen Eigenschaften ist auf der Ebene der ursprünglichen Beobachtungen nicht unmittelbar aufdeckbar. Um die Vergleichbarkeit mit den Ergebnissen des Kapitels 4.5 sicherzustellen, wird nachfolgend trotz dieser Erkenntnis ein gemeinsamer Satz von Modellparametern auf der Basis sämtlicher Koeffizienten geschätzt.

Die charakteristische Amplitudenverstärkung, die aus dem Quotienten der Amplituden der Tagesfrequenz berechnet wurde, beträgt  $|\hat{H}_{uWT-NeigTemp}| = 4,92 \text{ mgon}/^\circ\text{C}$ . Das dazugehörige 95 % - Konfidenzintervall  $[3,10, 7,82]$  schließt die Ergebnisse des Kapitels 4.5 ein und bestätigt die gute Übereinstimmung der drei Schätzungen. Die Phasenverschiebung wurde aus der Kreuzkorrelationsfunktion auf 9,5 h geschätzt. Die Korrelationshöhe beträgt 0,84 und ist damit 175 % höher als die aus den originalen Zeitreihen geschätzten, wodurch sich die Modellqualität verbessert. Die Lösung des Modells (3.1-21) ergab einen Gewichtskoeffizienten  $\hat{g}_{uWT-NeigTemp} = +4,08 \text{ mgon}/^\circ\text{C}$  der bedeutsam näher an der geschätzten Amplitudenverstärkung liegt, als es für die Ergebnisse im Kapitel 4.5 der Fall war. Das Bestimmtheitsmaß der Regression beträgt 68 %. Die Erhöhung um 20 % im Vergleich zur Berechnung aus den rohen Beobachtungen unterstreicht die verbesserte Modellqualität. Dadurch ist ein wesentlich größerer Anteil dieser periodischen Komponente der Neigungsänderung durch den Temperatureinfluss erklärt worden. Trotz der höheren Werte der Korrelation und des Bestimmtheitsmaßes wird im Anpassungstest nach PEARSON (HÖPCKE, 1980) die Hypothese der Normalverteilung der Modellresiduen verworfen. Dieses ist jedoch angesichts der aufgezeigten Varianzheterogenität der Beobachtung zu erwarten gewesen.

Die wichtigsten Ergebnisse der 3 angewandten Identifikationsstrategien werden in der Tabelle 4.6-1 zusammengefasst, um die Vergleichbarkeit der Verfahren besser hervorzuheben.

Die dynamische Modellbildung auf der Basis der Waveletkoeffizienten wurde für Einflussgrößen mit periodischem Charakter am Beispiel des Neigungsverhaltens eines Brückenturmes unter Einfluss der Temperatur vorgestellt. Das wesentliche Ergebnis ist, dass die Systemidentifikation für periodische Einfluss- und Deformationsgrößen unter Einsatz der Wavelet-Transformation realisierbar ist und zu Modellparametern führt, die mit den Modellierungsergebnissen im Zeit- oder Frequenzbereich auf der Grundlage der ursprünglichen Beobachtungen vergleichbar sind. Die Bestimmung aller Parameter des linearen reduzierten Deformationsmodells (3.1-21) ist nur durch den Einsatz der uWT möglich, die weiterhin für ähnliche Aufgabenstellungen empfohlen wird. Durch die Weiterführung der Modellstruktur versteht sich die waveletbasierte Systemidentifikation als Ergänzung bzw. Erweiterung der gegenwärtig eingesetzten Verfahren. Über die funktionale Übereinstimmung der berechneten Modellparameter hinaus konnte durch die waveletbasierte Systemidentifikation eine Verbesserung der Modellqualität in Form eines höheren Bestimmtheitsmaßes, einer Zunahme der Korrelation zwischen Einfluss- und Deformationsgröße sowie einer verbesserten Zuverlässigkeit durch die stationarisierende Wirkung der eingesetzten DAUBECHIES-Filter erreicht werden.

Systemidentifikation aus:	Amplitudenverstärkung [Konfid.int.] (mgon/°C)	Gewichtskoeffizient (Std.abw.) (mgon/°C)	Phasenverschiebung (Korrelation) (h)	Bestimmtheitsmaß (Testgröße > $F_{1,f,95\%}$ ) (%)
ursprünglichen Beobachtungen	4,77 [3,00 , 7,58]	2,30 (0,07)	8,67 (0,48)	42 (2617,7 > 3,8)
Koeffizienten der sWT	4,64 [2,92 , 7,38]	3,20 (0,27)	-	44 (140,9 > 3,9)
Koeffizienten der uWT	4,92 [3,10 , 7,92]	4,08 (0,06)	9,5 (0,84)	68 (6559,1 > 3,8)

Tab. 4.6-1: Ergebnisse der Systemidentifikation für die Einflussgröße Temperatur

Wie im 2. und 3. Kapitel gezeigt wurde, können die Verläufe der analysierten Einflussgrößen auch Niveau- und / oder Varianzänderungen aufweisen. Diese Änderungen treten auch im Deformationssignal auf und überlagern eventuell weitere periodische Komponenten. Statistisch betrachtet kommt es dadurch zur Verletzung der Mittelwert- bzw. Varianzhomogenität. Im obigen Anwendungsbeispiel für die Rethhubbrücke wurde gezeigt, dass periodische Komponenten ihre Variabilität ändern können und somit eine Instationarität der Varianz aufweisen. Durch die Einbindung dieser Instationaritäten in das dynamische Modell ist es möglich, Eigenschaften des Überwachungsobjektes gezielt zu untersuchen und weitere charakteristische Parameter zu bestimmen.

Die Einführung der Wavelet-Transformation für die dynamische Modellbildung von Deformationsprozessen ist durch ihre Eignung für die Analyse instationärer Ereignisse begründet. Dieses zusätzliche Merkmal gegenüber den herkömmlichen Analysefunktionen eröffnet die Möglichkeit in den folgenden drei Kapiteln die Identifizierbarkeit besonderer Formen der Instationarität zu untersuchen und diese in das Konzept der linearen reduzierten Modellbildung zu integrieren. Die nachfolgend betrachteten instationären Erscheinungen äußern sich durch rapide Änderungen des Mittelwertes (5. Kapitel), Änderungen der Varianz (6. Kapitel) und langsame Änderungen des Mittelwertes, die durch Veränderungen der Varianz überlagert werden (7. Kapitel).

In ihrer theoretischen Abhandlung im Rahmen dieses Kapitels wurde gezeigt, dass unter dem Einsatz von Wavelet-Funktionen mit einem verschwindenden Moment rapide Niveauänderungen im Verlauf der Zeitreihen aufdeckbar sind. Durch die verlustfreie Zerlegung der Varianz in den einzelnen Skalen kann die Varianzhomogenität der jeweiligen periodischen Komponenten überprüft werden und das Deformationsmodell entsprechend parametrisiert werden. Ebenfalls werden durch den Einsatz eines Filterpaares höherer Ordnung die langsamen Mittelwertänderungen in den Skalierungskoeffizienten besser herausgestellt.

Die Einordnung der nachfolgend diskutierten Inhalte im Gesamtaufbau der Arbeit wird durch die drei vertikalen Säulen in der Abbildung 1.2-1 gegeben. Wie daraus ersichtlich ist, handelt es sich um getrennte Methoden, die zur Behandlung der angesprochenen Effekte eingeführt werden. Sie bauen jedoch allesamt auf den Ergebnissen der Wavelet-Transformation auf. Die Zeitreihen der Transformationskoeffizienten bilden die Datengrundlage für die Umsetzung dieser Verfahren. Neben den methodischen Aspekten bezüglich der Identifikation wird für jeden untersuchten instationären Effekt durch die Bestimmung geeigneter Systemparameter dessen Integration in die dynamische Modellierung der Deformationsprozesse behandelt.

Die nachfolgend betrachteten Prozessstrukturen gehören zu der Klasse abschnittsweise stationärer Prozesse. Diese sind durch Änderungen der statistischen Eigenschaften an einzelnen Stellen gekennzeichnet. Zwischen den Änderungspunkten bleiben die statistischen Eigenschaften konstant.

## 5 Identifikation und Modellierung von rapiden Mittelwertänderungen

Bei der Suche nach periodischen Komponenten einer Zeitreihe wird durch die Berechnung der Leistungsdichte der Anpassungsgrad an ein Muster, das durch die trigonometrischen Funktionen vorgegeben ist, bemessen (PRIESTLEY, 2004, S. 391). Eine ähnliche Herangehensweise wird für die rapiden Mittelwertänderungen verfolgt. Es entspricht der Natur der trigonometrischen Funktionen, sich bei vorgegebener Frequenz über die gesamte Zeitachse bzw. Beobachtungsdauer zu erstrecken. Die Frage, wo die Musterfunktion in der Zeitreihe ansetzt, ist in der harmonischen Analyse durch die Schätzung der Phase zwangsläufig beantwortet. Die rapiden Mittelwertänderungen hingegen zeichnen sich im behandelten Kontext durch eine endliche Dauer aus. Die zeitliche Begrenzung erfordert es, zusätzlich zur geeigneten Musterfunktion die Position anzugeben, an der die Anpassung mit dieser bewertet werden soll.

Als rapide Mittelwertänderungen werden diejenigen Verläufe aufgefasst, die sich durch eine große Steigung im Vergleich zu ihrer Nachbarschaft auszeichnen und eine zeitliche Ausdehnung von wenigen Abtastwerten haben, die die Periodenlänge eventueller zyklischer Komponenten stark unterschreitet. Da bekanntlich die Steigung der 1. Ableitung entspricht, sind diese Merkmale mit Hilfe der Momenteneigenschaft der Wavelets identifizierbar. Die hierfür grundlegende Beziehung wurde durch (4.1-13) eingeführt. In die Konstruktionsweise der DAUBECHIES-Filter wurde die Anzahl der Momente eines Wavelets mit der Ordnung der Nullstelle  $z = -1$  verknüpft und dadurch die Proportionalität (4.1-13) auf die diskreten Versionen der Wavelet-Transformation übertragen. Die Waveletkoeffizienten der Transformation mit dem HAARschen Filterpaar sind wegen der Nullstelle 1. Ordnung des Tiefpassfilters in  $z = -1$  proportional zur 1. Ableitung des beobachteten Prozesses (MALLAT, 2001, S. 166 ff.). Rapide Mittelwertänderungen erzeugen in den Absolutwerten der Transformationskoeffizienten lokale Maxima und treten dadurch verstärkt hervor. Die Suche nach Extremwerten der Koeffizienten allein ist jedoch nicht ausreichend, um auf die Existenz und auf die Position der Änderung zu schließen. Neben dem zweckmäßigen Filterpaar ist zwischen der sWT und der uWT die geeignetere Art der Wavelet-Transformation auszumachen (Kapitel 5.1). Weiterhin bedarf die Umsetzung des Identifikationsverfahrens in die Praxis einer Strategie zum Umgang mit Rauscheffekten (Kapitel 5.2) sowie der Berücksichtigung der zeitlichen Verschiebung durch die Filterung, um entsprechend der Konvergenzbedingung der Momenteneigenschaft die lokalen Maxima skalenübergreifend zu verketteten (Kapitel 5.3). Die Angabe der logischen Abfolge der einzelnen Schritte bei der Identifikation rapider Mittelwertänderungen vervollständigt die Umschreibung des Identifikationsverfahrens (Kapitel 5.4).

Für die Integration der hier betrachteten Änderungsform in das reduzierte lineare Modell ist ihre quantitative Erfassung durch die Schätzung entsprechender Parameter notwendig. Dieses geschieht anhand einer Musterfunktion, die den Verlauf der Änderung reproduziert (Kapitel 5.5). Die konkrete Auswirkung einer integrierten Systemidentifikation für rapide Mittelwertänderungen und periodische Komponenten wird am Beispiel der Schleuse Uelzen I aufgezeigt und analysiert (Kapitel 5.6).

### 5.1 Die geeignete Wavelet-Transformation

Mit der sWT und der uWT wurden im 4. Kapitel zwei Möglichkeiten für die Berechnung der Wavelet-Transformation eingeführt, denen die rekursive Filterung der niederfrequenten Anteile der Zeitreihe gemeinsam ist. In der sWT wird der Filterausgang durch das Weglassen der Terme mit ungerader Ordnung dezimiert. Die Entscheidung für die Beibehaltung der geraden Indizes ist willkürlich. Es ist ebenso möglich diese wegzulassen und konsequent die ungeraden Ordnungen beizubehalten. Die Dezimierung bewirkt, dass eine Signalstruktur in den Transformationskoeffizienten abhängig von ihrer Position in der Zeitreihe dargestellt wird (MALLAT, 2001, S. 147). Dieser Nachteil geht aus der Abbildung 5.1-1 hervor. Darin sind die Waveletkoeffizienten aus der  $2^2$ . Skala nach der Transformation eines treppenförmigen deterministischen Signals dargestellt. Die Höhe und der Anstieg sind identisch für alle Sprünge. Lediglich die Dauer der horizontalen Bereiche ist unterschiedlich. Für eine anschaulichere Darstellung des Effektes wurden zum Ergebnis der Transformation mit den HAARschen Filtern (Abbildung 5.1-1, Mitte) ebenfalls die Waveletkoeffizienten der Transformation mit den DAUBECHIES-Filtern 4. Ordnung abgebildet (Abbildung 5.1-1, unten). Abhängig von ihrer Position in der Zeitreihe wird eine Struktur des Prozesses in der Skala  $2^m$  der sWT in  $2^m$  Möglichkeiten dargestellt (BRADLEY, 2003), was für eine Systematisierung ihrer Eigenschaften auf der Grundlage der Transformationskoeffizienten sehr aufwändig ist.

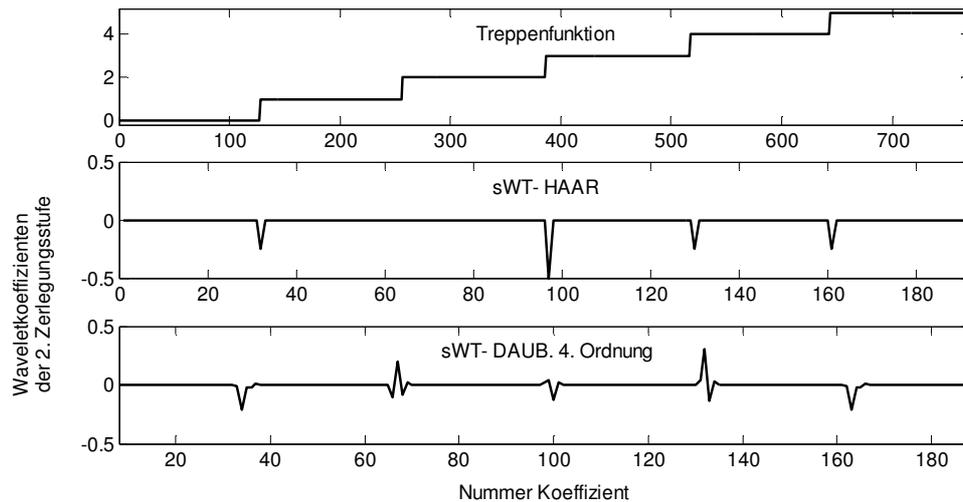


Abb. 5.1-1: Translationsvarianz der sWT

Für die HAARsche Analyse fällt die Herausfilterung der zweiten Änderung auf. In einer praktischen Anwendung wäre dieser Sprung angesichts des nichtexistierenden Betragsmaximums in dieser Skala nicht identifiziert worden. Diese Situation ist ein entscheidender Hinweis dafür, dass die Anwendung der sWT nachteilig für die angestrebte automatische Detektierung der rapiden Mittelwertänderungen ist.

Die positionsabhängige Darstellung einer Prozessstruktur in der sWT ist formelmäßig durch die Betrachtung der Translationsinvarianz nachweisbar. Die Wavelet-Transformation besitzt nach ihrer Definition in (4.1-3) diese Eigenschaft. Die Waveletkoeffizienten des um  $\Delta t$  verschobenen Prozesses  $y(t) = x(t - \Delta t)$  sind ebenfalls um diesen Betrag verschoben:

$$\frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{+\infty} x(t - \Delta t) \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) dt = W_{\psi}(a, b - \Delta t). \quad (5.1-1)$$

Eine bestimmte Charakteristik des Prozesses wird dadurch in den Transformationskoeffizienten unverändert an einer anderen Stelle auftreten. In der sWT werden nach (4.2-1) für  $x(t)$  die inneren Produkte  $W_{\psi}(2^m, n2^m)$  berechnet. Für die translatierte Version  $y(t) = x(t - \Delta t)$  folgt deshalb (MALLAT, 2001, S.147):

$$\frac{1}{\sqrt{2^m}} \int_{-\infty}^{+\infty} x(t - \Delta t) \psi\left(\frac{t - n2^m}{2^m}\right) dt = W_{\psi}\left(2^m, n2^m - \Delta t\right) \neq W_{\psi}\left[2^m, 2^m(n - \Delta t)\right]. \quad (5.1-2)$$

Die Translation wird in die skalenabhängige Diskretisierung der Zeitachse nicht übernommen. Dadurch entsteht eine Abhängigkeit des inneren Produktes von der relativen Position der betrachteten Prozesscharakteristik zum analysierenden Wavelet und somit die verändernde Darstellung dieser Charakteristik in den Transformationskoeffizienten (s. Abbildung 5.1-1).

Um die Translationsvarianz der sWT zu berücksichtigen bzw. zu umgehen, existieren verschiedene Verfahren. In COIFMAN und DONOHO (1995) wird die ursprüngliche Zeitreihe für einen vorgegebenen Satz von Translationsparametern verschoben und die sWT für alle translatierten Versionen berechnet. Nach der Änderung der betragsmäßig geringen Koeffizienten zum Zwecke der Unterdrückung von Rauschen werden die Wavelet-Transformation und die jeweilige Translation invertiert. Anschließend erfolgt die Mittelbildung der rekonstruierten Zeitreihen. Die erzielten Ergebnisse weisen deutlich reduzierte Artefakte in der Nähe aller Unstetigkeitsstellen auf. In DRAGOTTI und VETTERLI (2000) wird die Zielsetzung der Rauschunterdrückung in Zeitreihen verfolgt, die abschnittsweise durch Geraden approximierbar sind. Um die Translationsvarianz der sWT zu berücksichtigen, werden zwei deterministische Signale als Orthogonalbasis für die Beschreibung der Unstetigkeitsstellen eingeführt. In diesem Verfahren wird nicht die Zeitreihe, sondern jedes der beiden deterministischen Signale über den betrachteten Zeitraum verschoben und für jede Position die sWT bis zu einer Zerlegungstiefe  $m_{\max}$  berechnet. Die von Null verschiedenen Koeffizienten bilden

eine so genannte Spur und werden in einem Spurenverzeichnis gespeichert. Insgesamt enthält dieses den obigen Ausführungen zufolge  $2^{m_{\max}}$  Spurensätze. Die zeitliche Lokalisierung erfolgt nach der Berechnung und Evaluierung des inneren Produktes zwischen den Transformationskoeffizienten der Zeitreihe und den Einträgen des Spurenverzeichnisses. In SHARIFZADEH et al. (2005) wird dieses Prinzip aufgegriffen und für die Aufdeckung von Unstetigkeitsstellen in Zeitreihen, die durch Polynome beliebigen Grades approximierbar sind, dahingehend weiterentwickelt, dass der Gradunterschied der Polynome in der Unstetigkeitsstelle ermittelt wird. Die zwei Verfahren sind repräsentativ für die gängigsten Prinzipien zur Berücksichtigung der Translationsvarianz: Die Zeitreihe oder die Basisfunktion wird über die Beobachtungsdauer verschoben, um alle möglichen Formen einer Prozessstruktur zu erhalten. Dadurch sind diese Methoden vom rechnerischen Aufwand, trotz Anwendung der sWT, mit der uWT vergleichbar. Die Qualität der Ergebnisse ist ebenfalls vergleichbar; in COIFMAN und DONOHO (1995) wurde durch die Anwendung der uWT sogar eine bessere Unterdrückung der Artefakte erreicht.

In der uWT wird die Zeitachse unabhängig von der Skala diskretisiert. Sie ist deshalb translationsinvariant. Formelmäßig geht diese Eigenschaft aus (5.1-2) direkt hervor, da im Zähler des Wavelets der Skalierungsparameter nicht weiter enthalten ist. Die gesuchte Niveauänderung wird deshalb unabhängig von ihrer Position in der Zeitreihe identisch in den Transformationskoeffizienten abgebildet. Dieses wird in der nachfolgenden Abbildung deutlich, in der die Koeffizienten der  $2^2$ . Skala nach der Berechnung der uWT für die oben verwendete deterministische Treppenfunktion dargestellt sind.

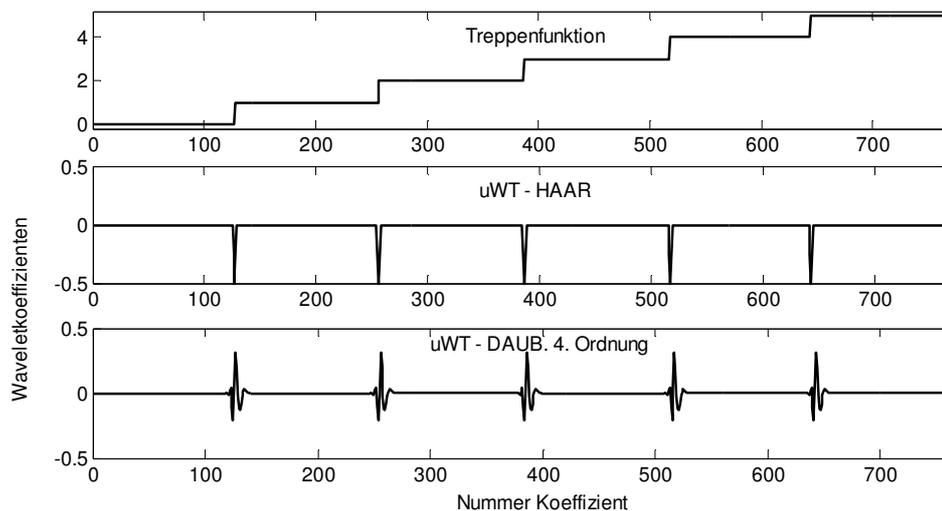


Abb. 5.1-2: Translationsinvarianz der uWT

Aufgrund ihrer Translationsinvarianz wird die uWT weiterhin für die Aufdeckung von rapiden Mittelwertänderungen eingesetzt. Die Entscheidung für diese Transformation wird durch ihre Eignung für die Modellierung periodischer Komponenten unterstützt, da auf diese Weise beide Identifikationsaufgaben auf einer gemeinsamen algorithmischen Basis aufgebaut werden können. Obwohl die Translationsvarianz der sWT nach einem der skizzierten Verfahren geeignet berücksichtigt werden kann, birgt ihre Anwendung angesichts der Komplexität und des numerischen Aufwandes sowie der Qualität der Ergebnisse keinen wesentlichen Vorteil für die hier behandelte Aufgabenstellung.

## 5.2 Unterdrückung von Rauschen

Mit der Entscheidung für die uWT ist es möglich, in den resultierenden Waveletkoeffizienten, wie sie beispielsweise in der mittleren Grafik der Abbildung 5.1-2 dargestellt sind, die lokalen Maxima aufzufinden und so auf die Existenz rapiden Mittelwertänderungen im Verlauf der deterministischen Funktion zu schließen. Ein unmittelbarer Vergleich eines Koeffizienten mit den benachbarten Koeffizienten zur Aufdeckung lokaler Extrema ist jedoch nur für Funktionen sinnvoll. In der Praxis überlagert Rauschen die interessierende Information in den beobachteten Zeitreihen. In den nachfolgenden Betrachtungen wird als Rauschen der zufallsbedingte, hochfrequente Anteil der beobachteten Zeitreihe bezeichnet, der eine vielfach geringere Energie als ihre informationshaltigen Komponenten besitzt. Diese

Art von Rauschen ist hauptsächlich in den Waveletkoeffizienten enthalten, die für geringe Werte der Skalierungsparameter berechnet wurden. Darin sind ebenfalls die lokalen Extrema zu suchen. Um die signalbedingten Betragsmaxima von den rauschinduzierten Effekten zu unterscheiden, müssen sowohl letztere unterdrückt werden als auch die Betragsdifferenzen signifikant sein. Diese Forderung begründet die Betrachtung ausschließlich von rapiden Mittelwertänderungen in diesem Kapitel, die sich durch eine große Steigung im Vergleich zu ihrer Nachbarschaft auszeichnen und über wenige Abtastwerte vollziehen. Ein geeignetes Verfahren für die Aufdeckung langsamer Mittelwertänderungen wird im 7. Kapitel vorgestellt.

Die Trennung informationshaltiger Komponenten der Waveletkoeffizienten von Rauschanteilen ist eine ähnliche Aufgabenstellung mit der optimalen Approximation von Funktionen, die durch Rauschen überlagert werden. Aus diesem Bereich entstammen die nachfolgenden nichtlinearen Transformationen zur Unterdrückung von Rauschen, die für diese Zwecke eine größere Verbreitung erfahren haben (PERCIVAL und WALDEN, 2002, S. 399 f.):

$$\hat{v}_{m,n} = \begin{cases} 0 & \text{für } |v_{m,n}| \leq \delta, \\ v_{m,n} & \text{für } |v_{m,n}| > \delta, \end{cases} \quad (5.2-1)$$

und

$$\hat{v}_{m,n} = \begin{cases} 0 & \text{für } |v_{m,n}| \leq \delta, \\ \text{sgn}(v_{m,n})(|v_{m,n}| - \delta) & \text{für } |v_{m,n}| > \delta. \end{cases} \quad (5.2-2)$$

Für die rauschunterdrückende Wirkung dieser Funktionen müssen zwei grundlegende Voraussetzungen erfüllt sein. Zum einen soll die Energie des Rauschens verglichen mit der Energie des informationshaltigen Anteils gering sein und zum anderen muss sich die gesuchte Information, hier in Form von signifikanten lokalen Extrema, in wenigen Koeffizienten konzentrieren, während das Rauschen der ursprünglichen Zeitreihe im überwiegenden Teil der Waveletkoeffizienten enthalten bleibt. Im ersten Fall, dem so genannten „hard thresholding“, werden alle Koeffizienten, deren Betrag unter einem festgelegten Schwellwert  $\delta$  liegt, zu Null gesetzt. Die betragsmäßig hohen Koeffizienten bleiben hingegen unverändert. Die zweite Funktion, das „soft thresholding“, reduziert die betragsmäßig hohen Koeffizienten um den Schwellenwert. Die Begründung dieser Maßnahme liegt in der Minderung des Beitrages derjenigen Koeffizienten, die hauptsächlich von Rauschen dominiert werden und nur durch schwache Signalanteile über den Schwellwert „gehoben“ werden (BÄNI, 2005).

Ausgehend von (5.2-1) und (5.2-2) wurden weitere Funktionen entwickelt, wie beispielsweise das „mid thresholding“ oder „firm thresholding“ (PERCIVAL und WALDEN, 2002), auf die jedoch im Rahmen dieser Arbeit nicht eingegangen wird. Die Wirkung einer Transformation zur Unterdrückung von Rauschen ist maßgeblich durch den Schwellwert  $\delta$  bestimmt, der in Abhängigkeit der stochastischen Eigenschaften des Rauschanteils festzulegen ist. Das meist verbreitete Rauschmodell ist das GAUSSsche weiße Rauschen, dessen Elemente als unkorreliert und normalverteilt  $N(0, \sigma_e^2)$  angenommen werden. Dieses Modell ist oft eine ausreichende Näherung für die Beschreibung des hardwareseitig induzierten Sensorrauschens, das in allen Zeitreihen der ingenieurgeodätischen Überwachungsvorhaben aufgrund des Messprozesses enthalten ist. Es wird deshalb weiterhin näher betrachtet. Dabei wird von einer additiven Überlagerung zu den interessierenden Komponenten der Zeitreihe ausgegangen.

Ein geeigneter Schwellwert für das weiße GAUSSsche Rauschen wurde von DONOHO und JOHNSTONE (1994) unter der Zielsetzung hergeleitet, dass die Schätzung des informationshaltigen Anteils  $\hat{\mathbf{x}}$  des Prozesses  $\tilde{\mathbf{x}}(t)$  gewisse Optimalitätseigenschaften aufweist. Der Prozess  $\tilde{\mathbf{x}}(t)$  ist nicht direkt zugänglich, sondern wird durch Beobachtungen  $\mathbf{x}$  beschrieben, die additiv von GAUSSschem weißen Rauschen  $\mathbf{e}$  überlagert sind:

$$\mathbf{x} = \tilde{\mathbf{x}} + \mathbf{e}. \quad (5.2-3)$$

Der Vektor  $\tilde{\mathbf{x}}$  entspricht den „wahren“ Beobachtungen. Die Schätzung  $\hat{\mathbf{x}}$  folgt aus der schnellen Wavelet-Synthese der nach (5.2-1) oder (5.2-2) transformierten Waveletkoeffizienten  $\hat{v}$ . Die ursprünglichen Waveletkoeffizienten werden durch eine sWT von  $\mathbf{x}$  berechnet, die aufgrund ihrer Orthogonalität in sämtlichen Verfahren zur Unterdrückung von Rauschen zur Anwendung kommt.

In einer idealen Vorgehensweise wären in die Wavelet-Synthese nur diejenigen Koeffizienten  $\hat{v}_i$  einzubeziehen, für die  $|\hat{v}_i| > \sigma_e$  gilt, wobei  $\hat{\mathbf{v}}$  den Vektor der Koeffizienten nach der sWT von  $\tilde{\mathbf{x}}$  bezeichnet. Die Menge dieser Koeffizienten ist in der Praxis unbekannt. Sie kann jedoch als bekannt vorausgesetzt werden, um das ideale Risiko  $R_o(\hat{\mathbf{v}}, \tilde{\mathbf{v}}) = R_o(\hat{\mathbf{x}}, \tilde{\mathbf{x}})$  des Schätzers zu ermitteln. Wie in DONOHO und JOHNSTONE (1994, S. 434) bewiesen, stellt

$$\delta = \sigma_e \sqrt{2 \ln(N)} \quad (5.2-4)$$

die obere Schranke für den Schwellwert in (5.2-2) dar, der zur Schätzung  $\hat{\mathbf{x}}^*$  führt. Diese ist optimal, indem das Risiko des Schätzers  $\hat{\mathbf{x}}^*$  der Ungleichung

$$R(\hat{\mathbf{x}}^*, \tilde{\mathbf{x}}) \leq K \cdot \left[ \frac{\sigma_e^2}{N} + R_o(\hat{\mathbf{x}}, \tilde{\mathbf{x}}) \right] \quad (5.2-5)$$

genügt und sie für alle Prozesse  $\tilde{x}(t)$  und alle  $N$  den mittleren quadratischen Fehler (das empirische Risiko) minimiert. Der Faktor  $K$  in (5.2-5) ist proportional zu  $2 \cdot \ln(N)$ . Die Größe  $N$  entspricht der Anzahl der Beobachtungen des Prozesses  $\tilde{x}(t)$  und ist nicht der etwaigen Koeffizientenanzahl einer Skala gleichzusetzen. Dieses wird durch die Ausführungen zum Fehlerfortpflanzungsgesetz in Kapitel 4.4.3 deutlich. Durch die Orthonormalität der sWT ist das GAUSSsche weiße Rauschen in den Waveletkoeffizienten mit gleichbleibender Varianz  $\sigma_e^2$  enthalten. Die Wahl eines skalenunabhängigen und zu  $\sigma_e^2$  proportionalen Schwellwertes ist dadurch legitim. Der Schwellwert (5.2-4) weist neben den theoretisch begründeten Optimalitätseigenschaften auch praktische Vorteile auf, zu denen insbesondere die einfache Anwendung zählt. Bereits für  $N = 128$  entspricht er der häufig angenommenen Signifikanzgrenze  $3\sigma_e$ . Die Logarithmus- und Wurzelfunktionen in seiner Struktur verhindern eine rasche Zunahme, so dass für  $N = 20.000$  gerade mal die Signifikanzgrenze  $4,11\sigma_e$  erreicht wird.

Aufgrund der Optimalität von  $\hat{\mathbf{x}}^*$  existiert kein weiterer Schätzer, dessen Risiko eine striktere Ungleichung als (5.2-5) erfüllt. Der Schwellwert (5.2-4) wird deshalb als universeller Schwellwert bezeichnet. Dieselbe Optimalitätseigenschaft besitzt ebenfalls der Schätzer  $\hat{\mathbf{x}}_h^*$  aus der Wavelet-Synthese der mit (5.2-1) transformierten Waveletkoeffizienten, wenn darin der Schwellwert (5.2-4) eingesetzt wird (DONOHO und JOHNSTONE, 1994, S. 436).

Als hochfrequente Komponente der Zeitreihe ist ein überwiegender Anteil des Rauschens in  $\mathbf{v}_1$ , den Waveletkoeffizienten der ersten Zerlegungsstufe, enthalten. Dieses ermöglicht es, die noch unbekannte Größe  $\sigma_e^2$  aus der Varianz der Koeffizienten dieser Skala zu schätzen, wenn darin keine weiteren, insbesondere periodischen Anteile enthalten sind. Um eine Überschätzung durch die informationshaltigen Koeffizienten zu vermeiden, wird in OGDEN (1997, S. 131) die Berechnung der Standardabweichung über folgende Beziehung zum robusten wiederholten Median (MAD)<sup>9</sup> vorgeschlagen:

$$\sigma_e \approx \frac{\text{median}(|v_{1,n} - \text{median}(\mathbf{v}_1)|)}{0,6745} \quad (5.2-6)$$

Die Berechnung der uWT ist für die Schätzung des Schwellwertes (5.2-4) aus den Koeffizienten der sWT nicht von Nachteil. Im Kapitel 4.6 wurde gezeigt, dass die Koeffizienten der sWT an bestimmten Stellen in den Ergebnissen der uWT zu finden sind. Der Beziehung (4.6-9) zufolge ist in die Berechnung des Medians nur jeder zweite Koeffizient der uWT aus der 2<sup>1</sup>. Skala einzubeziehen.

Wenn die Annahme eines GAUSSschen weißen Rauschens nicht gerechtfertigt ist, jedoch weiterhin von normalverteilten Rauschanteilen  $e_i \sim N(0, \sigma_{e_i}^2)$  ausgegangen werden darf, ist die Bestimmung eines geeigneten Schwellwertes  $\delta$  mit dem so genannten STEINschen erwartungstreuen Risikoschätzer (SURE)<sup>10</sup> möglich (PERCIVAL und WALDEN, 2002). Dabei handelt es sich um einen datenabhängigen Schwellwert, der nicht in geschlossener Form angegeben

<sup>9</sup> engl.: median of absolute deviation

<sup>10</sup> engl.: Stein's unbiased risk estimator

werden kann. Analog zum vorangegangenen Fall wird dieser so gewählt, dass die Schätzung des informationshaltigen Anteils des Prozesses  $\tilde{x}(t)$  minimales Risiko bzw. den kleinsten mittleren quadratischen Fehler aufweist:

$$R(\hat{\mathbf{x}}, \tilde{\mathbf{x}}) = R(\hat{\mathbf{v}}, \tilde{\mathbf{v}}) = E \left[ \sum_{i=0}^{N-1} (\hat{v}_i - \tilde{v}_i)^2 \right] \rightarrow \min . \quad (5.2-7)$$

Nach PERCIVAL und WALDEN (2002 und daraus nach STEIN, 1981) können die Transformationen der Waveletkoeffizienten (5.2-1) und (5.2-2) wie folgt umstrukturiert werden:

$$\hat{v}_i = v_i + g_\delta(v_i) = \tilde{v}_i + e_i + g_\delta(v_i) , \quad (5.2-8)$$

wobei  $g$  eine differenzierbare Funktion der Waveletkoeffizienten darstellt. Für das „soft thresholding“ ist  $g_\delta(v_i)$  gegeben durch:

$$g_\delta(v_i) = \begin{cases} -v_i & \text{für } |v_i| \leq \delta , \\ -\delta \operatorname{sgn}(v_i) & \text{für } |v_i| > \delta . \end{cases} \quad (5.2-9)$$

Eine analoge Form kann für die Transformation (5.2-1) angegeben werden. Durch die Einführung der Beziehungen (5.2-8) und (5.2-9) in (5.2-7) wird der Schwellwert direkt in die Zielfunktion integriert. Diese nimmt nach der Ausrechnung der Erwartungswerte unter Berücksichtigung der Normalverteilung folgende Form an (PERCIVAL und WALDEN, 2002, S. 405):

$$S(\delta^2) = \sum_{i=0}^{N-1} \left[ 2\sigma_{e_i}^2 + \delta^2 - v_i^2 \right] \mathbf{1}_{(\delta^2, \infty)}(v_i^2) \rightarrow \min . \quad (5.2-10)$$

Darin stellt  $\mathbf{1}_{(\delta^2, \infty)}(v_i^2)$  eine Funktion dar, die der Einheit gleicht, wenn ihr Argument  $v_i^2$  im Intervall  $(\delta^2, \infty)$  enthalten ist und sonst den Wert Null annimmt. Der gesuchte Schwellwert  $\delta$  ist aufgrund dieser Funktion in der Minimumforderung nicht explizit enthalten. Die Herleitung einer geschlossenen Formel ist daher nicht möglich. Der Wert  $\delta$ , für den das Minimum erreicht wird, ist für jeden analysierten Datensatz spezifisch. Für seine Bestimmung ist eine aufsteigende Sortierung der quadrierten Waveletkoeffizienten zweckmäßig. Im Rahmen eines iterativen Verfahrens wird anschließend der Grenzwert  $\delta$  nacheinander jedem Waveletkoeffizienten der sortierten Folge gleichgesetzt und die Summe (5.2-10) für die resultierenden Summierungsgrenzen evaluiert. Eine effektive Berechnung erfolgt mit der Rekursionsformel:

$$S(v_{k-1}^2) = S(v_k^2) + (N-k)(v_{k-1}^2 - v_k^2) + 2\sigma_{e_k}^2 , \quad (5.2-11)$$

die mit  $S(v_{N-1}^2) = 0$  gestartet wird. Der Waveletkoeffizient, für den die Summe  $S$  minimal wird, stellt nach (5.2-7) die optimale Wahl des Schwellwertes  $\delta$  dar.

Die Leistungsfähigkeit des universellen und des SURE-basierten Schwellwertes wurde anhand simulierter Zeitreihen mit einer Länge von 10.000 Werten bestehend aus GAUSSschem weißem Rauschen untersucht. Es wurden jeweils 10.000 Simulationen vorgenommen. Für die Zeitreihen mit konstantem Varianzniveau betrug die Anzahl der nichtunterdrückten Koeffizienten im Falle des minimalen Risikoschätzers nach STEIN 3%, während der universelle Grenzwert (5.2-4) nur etwa 0,02% der Koeffizienten nicht veränderte. Der Anteil nichtunterdrückter Koeffizienten im Falle des universellen Grenzwertes weicht lediglich um 0,01% von der theoretischen Irrtumswahrscheinlichkeit ab, die mit (5.2-6) aus der Normalverteilung ermittelt wurde und belegt damit die statistisch treue Simulation der Datensätze. Für Zeitreihen, die aus zwei gleichlangen Partitionen à 5.000 Werten von GAUSSschem weißen Rauschen mit unterschiedlichem Varianzniveau zusammengesetzt wurden, blieb der Anteil nichtunterdrückter Koeffizienten für den minimalen Risikoschätzer nach STEIN nahezu unverändert und stieg für den universellen Grenzwert erwartungsgemäß kontinuierlich an. Bei einem Varianzunterschied von 4 betrug dieser jedoch nur 1,7% und blieb damit weiterhin unter dem Niveau des STEINschen Risikoschätzers.

Die dargestellten Szenarien sind keinesfalls erschöpfend. Sie sollen lediglich einen Eindruck über die Leistungsfähigkeit der zwei Verfahren im praktischen Einsatz vermitteln. Aus den Erfahrungen dieser Simulationen wird der univer-

selle Schwellwert (5.2-4) für die nachfolgenden Untersuchungen eingesetzt. Dieser ergab bessere Ergebnisse selbst für Datensätze, die von den theoretischen Voraussetzungen für seine Optimalität abwichen. Zudem ist er rechnerisch weniger intensiv. Eine Zunahme des minimalen Risikoschätzers nach STEIN ist dennoch empfehlenswert, wenn ein stark heterogenes Rauschniveau festgestellt wird. Zur Festlegung der hierfür notwendigen varianzhomogenen Bereiche können die im 6. oder im 7. Kapitel vorgestellten Verfahren eingesetzt werden.

Neben dem hier betrachteten normalverteilten Rauschen existiert eine Vielzahl von Rauschformen, die durch andere, komplexere statistische Modelle zu beschreiben sind. Diese Formen des Rauschens sind sehr unterschiedlich und meist aufgabenspezifisch, so dass ihre Berücksichtigung im Rahmen dieser Arbeit kaum möglich ist. Ihre Untersuchung ist eigenständige Zielsetzung zahlreicher wissenschaftlicher Arbeiten (RAMM, 2006; WOLF, 2005; BLACK und FREYBERG, 1990). Die hier vorgestellten Verfahren sind mit guten Ergebnissen für die Unterdrückung des hardwareseitig verursachten Rauschens für eine breite Palette an Sensoren anwendbar, selbst wenn dieses nicht streng der unterstellten Normalverteilung folgt.

Nach der Unterdrückung des Rauschanteils in den Waveletkoeffizienten ist es möglich, die lokalen Extrema in jeder Skala zu bestimmen. Dabei ist zu berücksichtigen, dass die von Null verschiedenen Koeffizienten weiterhin ver-rauscht sind. Dieses ist insbesondere dann der Fall, wenn die Transformation (5.2-1) eingesetzt wird, die den Rauschanteil in diesen Koeffizienten in voller Höhe beibehält. In der Evaluierung der Differenz zwischen den Beträgen benachbarter Koeffizienten ist deshalb das Kriterium eines Vorzeichenwechsels nicht ausreichend, um auf das Vorhandensein eines lokalen Maximums zu schließen. Der Unterschied zu den benachbarten Koeffizienten muss signifikant sein. Es ist begründet, die Signifikanzgrenze als Funktion des Schwellwertes  $\delta$  festzulegen. Nach dem Fehlerfortpflanzungsgesetz ist  $\delta\sqrt{2}$  eine geeignete Festlegung, die in der folgenden praktischen Anwendung eingesetzt wird.

### 5.3 Verkettung lokaler Betragsmaxima

Zur Identifikation der Änderungsstelle des Niveaus in der Zeitreihe ist es notwendig, die lokalen Betragsmaxima der Koeffizienten miteinander zu verknüpfen. Es ist nicht erforderlich, dass die Maxima dem gleichen Zeitpunkt in jeder Skala zugeordnet sind. Durch die Faltung trägt ein Koeffizient einer höherauflösenden Skala zur Berechnung mehrerer Koeffizienten in der niedrigauflösenden Skala bei. Dieser Effekt zieht sich durch den gesamten Zerlegungsprozess hindurch, so dass einer bestimmten Beobachtung der Zeitreihe ein Wirkungsbereich im Zeit-Frequenzbereich zugeordnet wird. Dessen zeitliche Ausdehnung nimmt mit der Zerlegungstiefe zu und ergibt in einer farbcodierten Darstellung einen so genannten Einflusskegel (MALLAT, 2001, S. 174). Nach der Transformation mit einem Wavelet der 1. Ordnung tritt dieser für rapide Niveauänderungen besonders deutlich hervor (s. Abbildung 4.1-3 - Mitte).

Das Kriterium zur skalenübergreifenden Verkettung der lokalen Extrema ist die Zugehörigkeit zum gleichen Einflusskegel. Dessen Basis bzw. zeitliche Ausdehnung in einer Zerlegungsstufe  $m$  wird durch die Länge der Tief- und Hochpassfilter bestimmt. Diese ist bei festgesetzter Ordnung der DAUBECHIES-Filter für  $\mathbf{h}$  und  $\mathbf{g}$  identisch. Die ursprüngliche Anzahl der Terme  $N_F$  wird in der Zerlegungsstufe  $m$  durch die Spreizung um den Faktor  $2^{m-1}$  auf  $2^{m-1}(N_F-1) + 1$  vergrößert. In der Wavelet-Transformation mit den HAARSchen Filtern beeinflusst dadurch die Beobachtung an der Stelle  $k$  der Zeitreihe die Waveletkoeffizienten der Zerlegungsstufe  $m$  im Bereich:

$$\left[ k - 2^{m-1}(N_F - 1); k + 2^{m-1}(N_F - 1) - 1 \right]. \quad (5.3-1)$$

Für eine eindeutige Zuordnung der lokalen Extrema aus den Bereichen (5.3-1) ist es notwendig, dass zwischen den aufzudeckenden Mittelwertänderungen eine ausreichende Anzahl von weiteren Abtastwerten vorhanden ist. Dieser Aspekt muss sowohl bei der Planung der Messung als auch bei der Wahl der maximalen Zerlegungsstufe  $m_{\max}$  berücksichtigt werden.

Die hergeleiteten Längen der Intervalle (5.3-1) entsprechen den zeitlichen Lokalisierungseigenschaften der Wavelets, die in (4.1-8) in allgemeiner Form angegeben wurden. Daraus wird weiterhin ersichtlich, dass die Zentrierung der Bereiche um einen Zeitpunkt noch unvollständig ist, da die zeitliche Verschiebung aufgrund der Phaseneigenschaften der eingesetzten Filter bislang nicht berücksichtigt wird. Der Phasengang ist allerdings eine mehrdimensionale, spektrale Größe. Als Maß für die benötigte zeitliche Verschiebung durch die Faltung wird in WICKERHAUSER (1996, S. 150 ff.) die Differenz zwischen den Zentralwerten der ursprünglichen und der gefilterten Zeitreihe vorgeschlagen. Diese beträgt für eine einfache Faltung mit dem Skalierungsfiler:

$$\Delta\mu = \mu(\mathbf{h}) + \varepsilon \quad \text{mit} \quad |\varepsilon| \leq 2 \left| \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n kh'(k-n)h(k+n) \right|. \quad (5.3-2)$$

Der zweite Summand ist Null für die hier verwendeten HAARschen Funktionen. In diesem Fall geht die Approximation in eine Gleichung über. Der Zentralwert  $\mu(\mathbf{h})$  wird mit (4.1-7) berechnet, indem das Integral- durch ein Summenzeichen ersetzt wird. Bei der Herleitung des Zentralwertes des um den Faktor  $2^{m-1}$  gespreizten Filters, das zur Berechnung der Koeffizienten in der Zerlegungsebene  $m$  zum Einsatz kommt, wird berücksichtigt, dass sich der Koeffizient  $h_i$  im gespreizten Filter in Bezug auf den Anfangsterm der Filterfolge an der Stelle  $i + (2^{m-1} - 1) i$  wiederfindet. Der Zentralwert folgt direkt aus  $\mu(\mathbf{h})$  zu:

$$\mu\left[\left(\uparrow 2^{m-1}\right)\mathbf{h}\right] = \sum_i i \left| \left(\uparrow 2^{m-1}\right)h(i) \right|^2 = 2^{m-1} \mu(\mathbf{h}). \quad (5.3-3)$$

Die zeitliche Verschiebung  $\mu(\mathbf{g})$  für das Hochpassfilter ergibt sich unmittelbar aus  $\mu(\mathbf{h})$ , wenn darin die Konstruktion nach (4.2-18) berücksichtigt wird. Die gesuchte Gesamtverschiebung der Waveletkoeffizienten in der  $2^m$ . Skala erfolgt damit aus der Summe der Verschiebungen (5.3-3) aus den ersten  $(m-1)$  Skalenbereichen und der Verschiebung des um den Faktor  $2^{m-1}$  gespreizten Hochpassfilters:

$$\mu_m(\mathbf{g}) = \left(2^{m-1} - 1\right) \mu(\mathbf{h}) + 2^{m-1} (N_h - \mu(\mathbf{h})) = 2^{m-1} N_h - \mu(\mathbf{h}). \quad (5.3-4)$$

Die Beziehung (5.3-4) stimmt mit der Angabe der zeitlichen Verschiebung des Wavelets aus (4.1-8) überein. Um dieses herauszustellen, ist die Filterlänge  $N_h$  durch die Summe der Zentralwerte  $\mu(\mathbf{h}) + \mu(\mathbf{g})$  zu ersetzen. Die praktische Umsetzung der obigen Berechnungsformel erfordert keinen skalenabhängigen Berechnungsaufwand. Es ist ausreichend, den Zentralwert des Tiefpassfilters einmalig zu berechnen. Dieser beträgt 0,5 im Falle der hier verwendeten HAARschen Funktionen. Für die Untersuchung von Signalcharakteristiken, die Ableitungen höherer Ordnung entsprechen, wird der Einsatz von DAUBECHIES-Filter mit minimaler Abweichung vom linearen Phasengang empfohlen.

## 5.4 Identifikation der rapiden Mittelwertänderungen

Mit den vorangegangenen Ausführungen sind alle notwendigen Komponenten eingeführt worden, die für eine Identifikation rapider Mittelwertänderungen im Verlauf der Zeitreihen auf der Basis der Wavelet-Transformation notwendig sind. Die Leistungsfähigkeit des Verfahrens wird nachfolgend am Beispiel der in Kapitel 5.1 eingeführten Treppenfunktion beschrieben. Die Einheitssprünge befinden sich in der Funktion an den Positionen 128, 257, 386, 518, 644. Für die Untersuchung wurde der deterministische Verlauf durch GAUSSsches weißes Rauschen mit einer Standardabweichung von  $\sigma_e = 0,15$  überlagert. Dieses Rauschniveau unterschreitet knapp die Beträge der Waveletkoeffizienten, die in der  $2^1$ . Skala durch die idealen Einheitssprünge zustande kommen. Die verrauschte Funktion wurde mit der uWT in 4 Skalen unter Einsatz der HAARschen Filter zerlegt. Als Methode zur Unterdrückung des Rauschens wurde zunächst das „hard thresholding“ mit dem universellen Schwellwert (5.2-4) eingesetzt. Die Schätzung der Standardabweichung nach (5.2-6) aus den Waveletkoeffizienten mit geraden Indizes der  $2^1$ . Skala beträgt  $\hat{\sigma}_e = 0,154$  und stimmt mit dem festgelegten Rauschniveau gut überein. Die Waveletkoeffizienten der 4 Skalen nach der Unterdrückung des Rauschens sind in der Abbildung 5.4-1 dargestellt.

An den entsprechenden Stellen treten die jeweiligen Extrema deutlich auf. Zu diesen existieren vereinzelte Koeffizienten, die aufgrund des Rauschens den Schwellwert  $\delta$  übersteigen. Sie stellen jedoch keine skalenübergreifende Systematik dar, so dass sie im Zuge der Verkettung nicht weiter für den Identifikationsprozess bedeutsam sind. Die nach (5.3-1) berechneten Wirkungsbereiche der Niveauänderungen in der jeweiligen Skala sind durch die gepunkteten Linien angedeutet. Die zunehmende Verschiebung der Betragsmaxima mit der Zerlegungstiefe ist offensichtlich und wurde mit (5.3-4) kompensiert. Dadurch ist es möglich, die korrekte skalenübergreifende Zuordnung der Extrema zu realisieren und letztlich die richtige Position aller 5 Sprünge im Verlauf der Zeitreihe zu identifizieren.

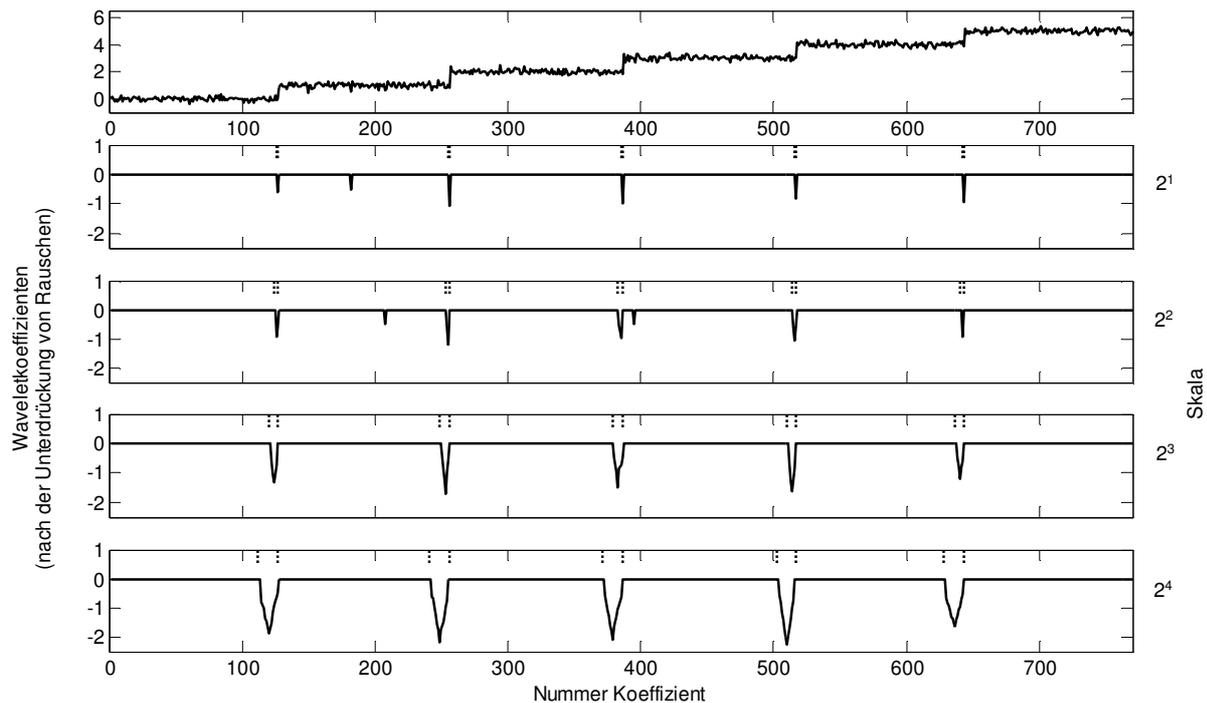


Abb. 5.4-1: Identifikation der Sprünge in der verrauschten Treppenfunktion

Die beschriebene Vorgehensweise bei der erfolgreichen Aufdeckung der rapiden Niveauänderungen wurde für weiterführende Analysen eingesetzt. Daraus konnte eine maßgebliche Abhängigkeit der Leistungsfähigkeit des Identifikationsverfahrens vom Rauschniveau und von der verwendeten Unterdrückungsmethode festgestellt werden. Für Werte  $\sigma_e > 0,15$  setzt die Transformation (5.2-1) die Koeffizienten einiger Sprünge zu Null. Dadurch nimmt die Wahrscheinlichkeit zu, dass keine Niveauänderung aufgedeckt wird, obwohl die Zeitreihe an der betrachteten Stelle eine solche enthält. Dieses ist von Nachteil beim Einsatz für sicherheitsrelevante Aufgabenstellungen. Durch die Anwendung der Transformation (5.2-2) blieben die Koeffizienten der Sprünge in der 1. Zerlegungsstufe auch für höhere Rauschniveaus erhalten. Darüber hinaus überschritten jedoch auch andere Koeffizienten die Signifikanzgrenze, was öfter zur Aufdeckung einer weiteren, nichtexistierenden Änderung führte. Im Gegensatz zum „hard thresholding“ führt die Transformation (5.2-2) zu einer höheren Anzahl von „Falschmeldungen“, d. h. es werden Positionen für rapide Niveauänderungen angezeigt, obwohl diese in der ursprünglichen Zeitreihe an den entsprechenden Stellen nicht vorhanden sind.

Der Grund für die Nichtaufdeckung einiger Sprünge bei Rauschniveaus bis zu  $\sigma_e = 0,3$  war die Unterdrückung der Koeffizienten in der  $2^1$ . Skala durch die Transformation (5.2-1). Deshalb wurde für die stärker verrauschten Datensätze die beschriebene Vorgehensweise in veränderter Form angewandt. Gemäß den Ausführungen aus Kapitel 5.2 ist der größte Teil des hochfrequenten Rauschens in der  $2^1$ . Skala enthalten.

Wie aus der Abbildung 5.4-1 erkennbar ist, nehmen die Koeffizientenbeträge mit der Zerlegungsstufe zu, so dass für höhere Skalierungsparameter die Effekte der Sprünge deutlicher, wenn auch zeitlich impräziser, hervortreten. Diese Aspekte begründen eine Anwendung des Identifikationsverfahrens ohne Berücksichtigung der Koeffizienten aus der 1. Zerlegungsstufe. Für ein erhöhtes Rauschniveau von  $\sigma_e = 0,25$  konnte mit dem veränderten Verfahren die richtige Anzahl der Sprünge in 69,5 % von 1.000 Simulationsdurchläufen identifiziert werden. Im Vergleich dazu wurde die korrekte Anzahl in nur 35 % der Fälle entdeckt, wenn die  $2^1$ . Skala in den Prozess einbezogen wurde. Diese Strategie ist nicht auf beliebige Skalenbereiche erweiterbar. Zum einen nimmt die Filterlänge mit der Zerlegungsstufe zu, was eine präzise Angabe der Änderungsstelle erschwert und zum anderen werden Skalenbereiche, die möglicherweise wesentliche periodische Anteile enthalten, in den Identifikationsprozess einbezogen. Dadurch kann die Anzahl der Koeffizienten, deren Betrag über dem Schwellwert liegt, drastisch steigen und somit zu einer erhöhten Anzahl an „Falschmeldungen“ führen.

Die Praxistauglichkeit und die Leistungsfähigkeit des vorgestellten Verfahrens wurden anhand des obigen Beispiels deutlich. Zuverlässige Ergebnisse konnten darin für Änderungsbeträge erzielt werden, die den empirisch ermittelten Grenzwert von  $6\sigma_e$  überstiegen.

## 5.5 Bestimmung charakteristischer Größen

Für die Durchführung der Systemidentifikation auf der Grundlage der identifizierten rapiden Mittelwertänderungen ist es notwendig, ihre betragsmäßigen und zeitlichen Eigenschaften zu quantifizieren. Die funktionale Struktur für die Beschreibung der rapiden Mittelwertänderungen wurde bereits mit (3.2-2) und (3.2-3) eingeführt. Die charakteristischen Größen sind der Änderungsbetrag  $A$  und die Anstiegszeit  $t_{A,x}$ , die maßgeblich durch die gewählte Funktion  $s(t)$  bestimmt wird. Analog zur Ermittlung der Amplitude und der Phase im Falle periodischer Komponenten erfolgt hier die Bestimmung mit Hilfe einer noch festzulegenden Musterfunktion. Die grundlegende Eigenschaft, die eine derartige Funktion aufweisen muss, um für die Anwendung in einem Verfahren der besten Anpassung geeignet zu sein, ist die Nachbildung einer schnellen Niveauänderung. Der Änderungsbetrag  $A$  hat in (3.2-2) die Rolle eines konstanten Faktors, so dass mit der Wahl der Musterfunktion die Zeitfunktion  $s(t)$  bestmöglich zu beschreiben ist.

Eine physikalisch begründete Musterfunktion ergibt sich aus den Betrachtungen zum dynamischen Analogiemodell in Kapitel 3.2. Mit den Systemantworten (3.2-9) oder (3.2-10) auf sprunghafte bzw. lineare Änderungen folgen daraus zwei geeignete Kandidaten. Durch deren Einsatz werden die physikalischen Parameter des Systems unmittelbar bestimmt. Die erste Funktion kommt aufgrund ihrer plötzlich ändernden Form in  $t_0$  (s. Abbildung 3.2-6) nur für Ausnahmefälle in Frage, in denen die sprunghafte Änderung der Einflussgröße eine differenzielle zeitliche Dauer hat und sehr stark ausfällt. Die meisten Zustandsänderungen der Überwachungsobjekte haben jedoch in der 1. Ableitung einen stetigen Verlauf, so dass die Form (3.2-10) einen breiteren Anwendungsbereich haben könnte. Diese ist jedoch von drei Parametern abhängig: dem Übertragungsfaktor  $H_\infty$ , der Zeitkonstanten  $T$  und dem Zeitpunkt  $t_A$ , nach dem die Belastungsänderung ihren Endzustand erreicht hat. Sie ist damit für die Analyse der rapiden Niveauänderungen in den Zeitreihen der Einflussgrößen ungeeignet. In ihrer praktischen Umsetzung ist eine Regression auf der Basis eines linearisierten Modells (3.2-10) durch die wenigen Beobachtungen während der Änderungsdauer und durch die Notwendigkeit einer Näherungslösung nur begrenzt einsetzbar. Die Erzeugung eines Spurenverzeichnisses für die Systemantwort (3.2-10), wie es DRAGOTTI und VETTERLI (2000) oder SHARIFZADEH et al. (2005) vorstellen, setzt wegen der Kombinationsmöglichkeiten einen erheblichen numerischen Aufwand voraus.

Aufgrund der eingeschränkten Einsetzbarkeit der Systemreaktionen aus dem dynamischen Analogiemodell wird weiterhin die Wahl einer rein mathematischen Musterfunktion verfolgt. Der strukturell einfachste Kandidat ist eine aus Geraden zusammengesetzte Rampenfunktion, deren Rampenhöhe und Steigung variabel sind. Sie wurde bereits für die Darstellung des Verlaufes einer linearen Belastungsänderung in Kapitel 3.2 angenommen. In den Endpunkten ihres schrägen Abschnitts weist diese Funktion ebenfalls eine unstetige 1. Ableitung auf und hat damit dieselben Nachteile wie die angesprochene Funktion (3.2-9).

In BÄNI (2005) wurde mit der kumulierten GAUSS-Funktion<sup>11</sup> ein Kandidat vorgeschlagen, der sehr gut den Verlauf der rapiden Niveauänderung einer Deformation repräsentiert (vgl. Abbildung 3.2-7). Für  $s(t)$  gilt hier in Analogie zur GAUSS-Funktion aus Tabelle 2.1-1:  $a = (\sqrt{2\pi} \cdot \beta)^{-1}$ ;  $b = 1/(2\beta^2)$ ;  $c = 0$ . Der Übergang aus den nahezu horizontalen Abschnitten in den transienten Bereich vollzieht sich regulär. Die Form der kumulierten GAUSS-Funktion ist aufgrund der bekannten Höhe lediglich durch den Parameter  $\beta$  steuerbar. 95 % der Einheitshöhe werden in einem Wertebereich erreicht, der  $4\beta$  entspricht. Dieser Wertebereich wird nachfolgend der Anstiegszeit gleichgesetzt. Damit ist eine geeignete Musterfunktion für den Anteil  $s(t)$  aus (3.2-2) verfügbar. Der Änderungsbetrag  $A$  folgt als Maßstabsfaktor der bestanpassenden Funktion.

Der Parameter  $\beta$ , der zu einer optimalen Anpassung der Musterfunktion an die analysierte Niveauänderung führt, wird im Rahmen einer Regressionsanalyse geschätzt. Deren Lösung in der traditionellen Vorgehensweise bestehend aus der Linearisierung des Modells (3.2-2) und der anschließenden Parameterschätzung birgt einige Probleme. Die

<sup>11</sup> Die kumulierte GAUSS-Funktion ist identisch zur GAUSSschen Verteilungsfunktion. Ihre Bezeichnung als solche wird in den Ausführungen dieses Kapitels vermieden, da ihr Einsatz nicht wahrscheinlichkeitstheoretisch sondern rein funktional begründet ist.

Zuordnung der Wertepaare ist schwierig oder sogar unmöglich zu realisieren und die Beschaffung von Näherungswerten erfordert die Lösung einer nichtlinearen Optimierungsaufgabe. Eine vorteilhaftere Herangehensweise besteht darin, ausgehend von einem Wertebereich für  $\beta$  kumulierte GAUSS-Funktionen zu erzeugen und diese mit der uWT zu zerlegen. Aufgrund des sprunghaften Charakters jeder Musterfunktion werden in deren Waveletkoeffizienten  $\mathbf{v}$  lokale Extrema entstehen, die in einem Spurenverzeichnis zu speichern sind (BÄNI, 2005). Der Verlauf der verketteten Extrema wird in Skalenbereichen, in denen die Filterlänge die Anstiegsdauer unterschreitet, maßgeblich durch den Wert des Parameters  $\beta$  bestimmt. Aufgrund der Linearität der Wavelet-Transformation wirkt der Änderungsbetrag weiterhin wie ein Maßstabsfaktor. Die Verhältnisse der lokalen Betragsmaxima

$$q_{m,m+1,\text{lok max}} = \frac{|v_m|_{\text{lok max}}}{|v_{m+1}|_{\text{lok max}}} \quad (5.5-1)$$

in den genannten Skalen hängen daher primär von  $\beta$  ab. Sie eignen sich somit für die Schätzung dieses Parameters im Rahmen einer linearen Regression. Diese erfolgt zwischen den Werten (5.5-1) für die beobachtete Mittelwertänderung  $\mathbf{q}_{\text{Sig}}$  als Zielgröße und den Werten (5.5-1) aus den jeweiligen Einträgen  $i$  des Spurenverzeichnisses  $\mathbf{q}_{\text{Ref},i}$  als Einflussgröße. Das Schätzergebnis entspricht dem Eintrag, der zur minimalen Summe der Residuenquadrate führt:

$$\inf_{i \in \text{Wertebereich } \beta} \left\| \mathbf{q}_{\text{Sig}} - \frac{\langle \mathbf{q}_{\text{Sig}}, \mathbf{q}_{\text{Ref},i} \rangle}{\langle \mathbf{q}_{\text{Ref},i}, \mathbf{q}_{\text{Ref},i} \rangle} \mathbf{q}_{\text{Ref},i} \right\|^2 \quad (5.5-2)$$

Der Änderungsbetrag  $A$  kann anschließend aufgrund seiner Wirkung als Maßstab in der linearen Wavelet-Transformation als arithmetisches Mittel der Quotienten zwischen den Betragsmaxima der beobachteten Mittelwertänderung und denjenigen der gewählten bestangepassten Musterfunktion geschätzt werden.

Durch die Anwendung der vorgestellten Methodik für die Schätzung der Höhe und der Anstiegszeit der rapiden Niveauänderungen in den Zeitreihen der Belastungsgröße  $x$  und der Deformation  $y$  ist es möglich, anhand zeitlich korrespondierender Erscheinungen die Systemparameter des analysierten Überwachungsobjektes zu bestimmen. Diese sind nach Kapitel 3.2 der Übertragungsfaktor  $H_\infty$  und die zeitliche Reaktionsverzögerung. Der Übertragungsfaktor ergibt sich nach (3.2-9) bzw. (3.2-10) unmittelbar aus den geschätzten Beträgen, die die jeweiligen Endzustände der Änderungen charakterisieren:

$$H_\infty = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{A_y}{A_x} \quad (5.5-3)$$

Der Parameter für die Beschreibung der zeitlichen Reaktionsverzögerung kann ebenfalls auf der Grundlage von (3.2-10) geschätzt werden, wenn eine ausreichende Anzahl von Beobachtungen der Deformationsgröße über die Anstiegszeit der Änderung vorhanden ist. Im funktionalen Modell ist  $t_A$  der ermittelten Anstiegszeit für die Belastungsgröße  $t_{A,x}$  gleichzusetzen. Im Falle glatt verlaufender Niveauänderungen, die eine Annahme des Deformationsmodells 1. Ordnung erlauben, ist eine direkte Schätzung der Zeitkonstanten  $T$  aus der maximalen Geschwindigkeit der Deformation möglich. Diese wird zum Zeitpunkt  $t_0 + t_{A,x}$  erreicht, wenn die Änderung der Belastungsgröße abgeschlossen ist. Nach PELZER (1988, S. 183) gilt:

$$\left( \frac{dy}{dt} \right)_{t=t_0+t_{A,x}} = H_\infty \frac{A_x}{t_{A,x}} \left[ 1 - \exp\left( -\frac{t_{A,x}}{T} \right) \right] \quad (5.5-4)$$

Die Geschwindigkeit der Deformation zum Zeitpunkt  $t_0 + t_{A,x}$  kann der beobachteten Zeitreihe oder der Referenzkurve, für die (5.5-2) gilt, entnommen werden.

Die Differenz der Anstiegszeiten ( $t_{A,y} - t_{A,x}$ ) stellt ebenfalls ein Maß für die Reaktionsgeschwindigkeit des Überwachungsobjektes dar, das vom Analogiemodell unabhängig bleibt.

Die Betrachtung in einem kausalen Kontext kann nur für Änderungen erfolgen, die zeitlich korrespondieren. Weiterhin besteht jedoch die Möglichkeit, dass eine rapide Niveauänderung nur in der Zeitreihe der Einflussgröße bzw. im Deformationsverlauf detektiert wird. Die zu ergreifenden Maßnahmen sind aufgabenabhängig. Insbesondere eine Variation im Verlauf der Deformation stellt einen sicherheitsrelevanten Hinweis über den Zustand des Überwachungsobjektes dar, der eine objektbezogene Analyse erfordert.

Im Anschluss an die Systemidentifikation für die rapiden Mittelwertänderungen ist mit Hinblick auf eine folgende Schätzung der Systemparameter auf der Basis weiterer besonderer Signalformen und periodischer Komponenten eine Homogenisierung des Mittelwertes der Deformationszeitreihen vorzunehmen. Grundlage dafür ist die Beziehung (3.3-6). Die darin enthaltene deterministische Funktion  $d_m(k)$  setzt sich aus den identifizierten rapiden Niveauänderungen zusammen. Mit dem Identifikationszeitpunkt, dem Änderungsbetrag und der Anstiegszeit sind alle notwendigen Elemente für deren Aufstellung ermittelt worden. Die resultierende Zeitreihe:

$$x_1(k) = x(k) - d_m(k); \quad k = 0, 1, \dots, N-1 \quad (5.5-5)$$

hat einen konstanten Mittelwert und ist unter anderen dem in Kapitel 4.6 beschriebenen Verfahren zur Identifikation periodischer Komponenten zugänglich.

## 5.6 Integrierte Systemidentifikation für Deformationsvorgänge mit rapiden Mittelwertänderungen und periodischen Anteilen am Beispiel der Schleuse Uelzen I

### 5.6.1 Ergebnisse der Identifikation und der Modellierung von rapiden Mittelwertänderungen

Die Leistungsfähigkeit der in den vorangegangenen Kapiteln vorgestellten Methodik zur Identifikation und Beschreibung rapider Mittelwertänderungen wird nachfolgend anhand der dynamischen Modellbildung der Deformationsvorgänge an der Schleuse Uelzen I aufgezeigt. Das Deformationsverhalten des Bauwerkes und die Rahmenbedingungen des analysierten Datensatzes wurden in Kapitel 2.2.2 vorgestellt. Die untersuchte Zeitreihe umfasst 26.900 Beobachtungen, die über einen Zeitraum von 18 Tagen registriert wurden und stellt nach Kenntnis des Autors die bislang umfangreichste automatisierte Auswertung und Analyse der Deformationen dieses Bauwerkes mit einer Periode bis zu einer Tageslänge dar.

Die Dauer des konstanten Wasserstandes zwischen zwei aufeinanderfolgenden Schleusungsvorgängen beträgt im Durchschnitt ca. 20 min. Für das gewählte Abtastintervall von 1 min entstehen bei der Berechnung der uWT mit dem HAARschen Filterpaar bis einschließlich zur  $2^4$ . Skala keine Überlappungen zwischen den Bereichen aufeinanderfolgender Änderungen des Mittelwertes, die durch den variierenden Wasserstand verursacht werden. Damit ist die Anzahl der Zerlegungsstufen für die Identifikation der rapiden Niveauänderungen gut festzulegen.

In den Abbildungen 2.2-3 und 2.2-4 ist deutlich erkennbar, dass die registrierten Lotdaten von einem sehr geringen Rauschniveau im Vergleich zur analysierten Deformation überlagert sind. Daher können die Koeffizienten der 1. Zerlegungsstufe problemlos für die Identifikationsaufgabe herangezogen werden. Als Rauschunterdrückungsverfahren wurde zunächst die Transformation (5.2-1) eingesetzt. Der Schwellwert  $\delta_N$  wurde nach (5.2-4) und (5.2-6) auf 0,012 mm geschätzt. Dieses Ergebnis unterschreitet die Herstellerangabe für die Auflösung des Sensors (HENKELMANN, 1991) und ist damit für eine effektive Unterdrückung des Rauschens zu gering. Eine empirische Ermittlung des Auflösungs potentials anhand der Differenz aufeinanderfolgender Werte ergab 0,0016 mm und ließ damit die Eignung des obigen Schwellwertes erkennbar werden. Der mit dem STEINSchen Risikoschätzer ermittelte, datenbasierte Schwellwert entspricht genau der empirisch ermittelten Auflösung, was dessen geringe Wirkung im Rahmen dieser Auswertung erklärt. Deshalb wurde in den nachfolgenden Berechnungen ausschließlich das „hard thresholding“ mit dem Schwellwert  $\delta_N = 0,012$  mm zur Unterdrückung des Rauschens in der Zeitreihe der Neigung eingesetzt. Für die Zeitreihe der Wasserstände wurde nach (5.2-4) und (5.2-6) ein Schwellwert  $\delta_w = 4,7$  dm ermittelt.

Für die automatische Identifikation der rapiden Mittelwertänderungen in den registrierten Neigungen und Wasserständen wurde das in den Kapiteln 5.1 bis 5.4 beschriebene Verfahren eingesetzt. Während der 18-tägigen Beobachtungsdauer wurden insgesamt 666 Schleusungsvorgänge gezählt. An einigen Tagen wurde am Ende der Betriebszeiten die Schleuse nicht in den Zustand „voll“ oder „leer“ versetzt, sondern mit einem mittleren Wasserstand befüllt. Dieses führte zu 12 zusätzlichen kleineren Änderungen. Darüber hinaus verliefen 8 Talschleusungen mit einer Unterbrechung von mehreren Minuten, was das Aufkommen 8 zusätzlicher Variationen des Mittelwertes zur Folge hatte. Insgesamt resultierten dadurch 686 Soll-Zustandsänderungen des Wasserstandes, die mit dem beschriebenen Verfahren zu detektieren waren. Diese bewirken 1352 rapide Niveauänderungen in der Zeitreihe der Neigung. Diese größere Anzahl entsteht durch die zusammengesetzte Bewegung aufgrund der Belastung der Schleusensole und des seitlichen Druckes auf das Unterhaupt (s. Kapitel 2.2.2).

In der Zeitreihe der Wasserstände wurden sämtliche, oben beschriebene rapide Niveauänderungen automatisch aufgedeckt. Darüber hinaus wurden vier zusätzliche identifiziert, die allesamt während der Entleerung der Schleuse zustande kamen und jeweils durch eine deutliche Variation der Sinkgeschwindigkeit und somit der Steigung hervorgerufen wurden. Ein solcher Fall wird in der linken Abbildung 5.6-1 beispielhaft veranschaulicht. Für die Zeitreihe der Neigungen wurden 1297 Änderungen des Mittelwertes aufgezeigt. Deren geringere Anzahl ist darauf zurückzuführen, dass in vielen Fällen die durch den Druck auf die Schleusensole zustande kommenden und betragsmäßig geringeren Deformationen nicht immer identifiziert werden konnten. Es handelt sich hierbei ausschließlich um Bewegungen, die unterhalb von 0,15 mm liegen und somit für eine Bewertung des Zustandes als unkritisch eingestuft werden können. Alle weiteren betragsmäßig höheren Niveauänderungen wurden zuverlässig aufgedeckt. Dieses Ergebnis stellt das besondere Identifikationspotential des beschriebenen Verfahrens heraus. Es ist mit Hinblick darauf zu bewerten, dass der Verlauf der Neigungen, anders als im Falle des Wasserstandes, von der erwarteten Regelmäßigkeit des Übergangs teilweise stark abwich und öfters, insbesondere beim Füllen der Schleuse, zusätzliche kleinere Sprünge aufwies. Ein Ausschnitt der identifizierten rapiden Niveauänderungen in den Zeitreihen des Wasserstandes und der Neigung wird in der Abbildung 5.6-1 dargestellt.

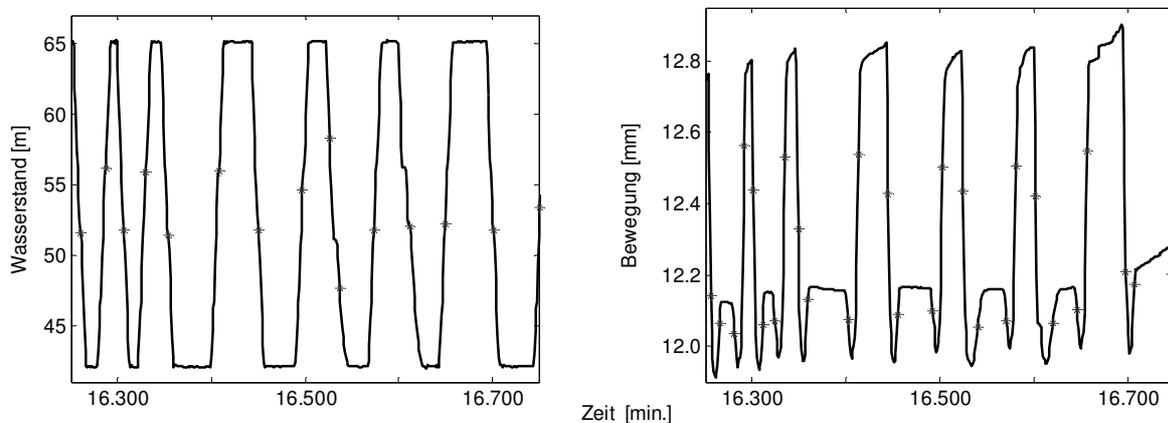


Abb. 5.6-1: Identifizierte rapide Mittelwertänderungen (\*) in den Zeitreihen des Wasserstandes (links) und der Neigung (rechts) (Auszug)

In diesem Anwendungsfall entsprechen die angezeigten Änderungsstellen etwa der Mitte des Übergangsbereiches (s. Abbildung 5.6-1). Dieser Aspekt ist bei der Aufstellung der deterministischen Funktion  $d_m(k)$  zu berücksichtigen. Die Parameterschätzung der rapiden Niveauänderungen liefert realitätstreue Ergebnisse, solange deren Verlauf nur geringe Abweichungen von einer konstanten Steigung aufweist. Die bekannte Wasserstandshöhe von 23 m wurde in 95,5 % der Fälle geschätzt. Die Standardabweichung, berechnet aus diesen Schätzungen, belief sich auf 9 dm. In den verbliebenen 4,5 % der Fälle wurden die Beträge für die Variation des Wasserstandes falsch ermittelt. Dieser Anteil ist nicht wahrscheinlichkeitstheoretisch, sondern durch eine Systematik begründet. Die verfälschten Höhen entsprechen Verläufen, deren Steigung nicht konstant ist und gleichzeitig nicht ausreichend stark variiert, um einen differenzierbaren Sprung darzustellen. In diesem Fall wird lediglich der Abschnitt mit der größeren Steigung als rapide Mittelwertänderung angezeigt, da hierfür die ausgeprägteren Maxima in den Koeffizienten entstehen. Die nachfolgende Signalcharakteristik wird maskiert. Dieser Effekt trat bei der Zeitreihe der Neigungen häufiger auf. Kurz vor der vollständigen Füllung entstand darin ein kleiner, aber gut erkennbarer Sprung, der im Identifikationsprozess unentdeckt blieb und somit zu einer Verfälschung der geschätzten Höhe führte. Andererseits stellt gerade die veränderte Höhenschätzung einen Hinweis auf einen veränderten Zustand des Bauwerkes dar und liefert damit einen entscheidenden Anhaltspunkt, um eine tiefergehende Analyse des Deformationsverhaltens durchzuführen.

Die Berechnung des Übertragungsfaktors  $H_\infty$ , der die Reaktion des Unterhauptes der Schleuse auf die wechselnden Wasserstände quantifiziert, erfolgt aus den nach (5.5-3) geschätzten Änderungsbeträgen. Dabei wurden lediglich die Deformationen berücksichtigt, die durch den höheren Wasserdruck auf das Unterhaupt zustande kommen. Diese liegen betragsmäßig höher als diejenigen, die durch den Druck auf die Schleusensole entstehen und wurden, wie oben bereits erwähnt, zuverlässiger aufgedeckt. Die Zuordnung der rapiden Niveauänderungen wurde auf der Basis

der Identifikationszeitpunkte vorgenommen. Die ermittelten Übertragungsfaktoren werden in der Abbildung 5.6-2 dargestellt.

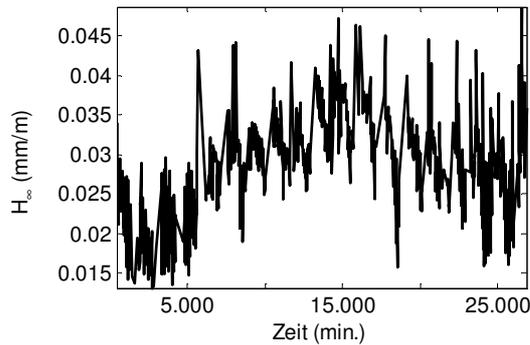


Abb. 5.6-2: Übertragungsfaktor des Unterhauptes

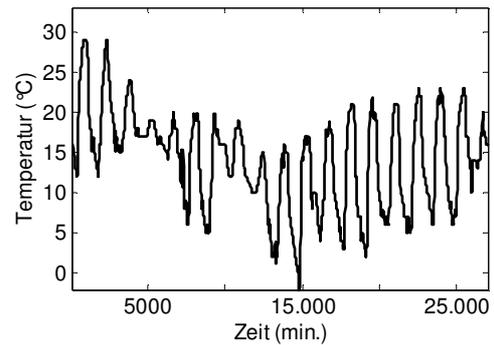


Abb. 5.6-3: Temperaturverlauf

Aus Abbildung 5.6-2 ist ersichtlich, dass die geschätzten Übertragungsfaktoren  $H_\infty$  nicht um einen konstanten Mittelwert variieren, sondern von einem langwelligen Anteil überlagert werden. Durch einen Vergleich mit dem Verlauf der Temperatur (Abbildung 5.6-3) wird dieser Anteil durch die negative Korrelation des Übertragungsfaktors mit der Temperatur erklärbar. Das Unterhaupt reagiert in Abhängigkeit der Temperatur unterschiedlich stark auf den seitlichen Wasserdruck in der Schleusenkammer. Bei niedrigen Temperaturen um 0 - 5°C fällt die Deformation mit 0,035 mm/m stärker aus als in den wärmeren Zeitabschnitten, in denen sie bei 25 - 30°C nur 0,016 mm/m beträgt.

Eine Reaktionsverzögerung lässt sich für den betrachteten Anteil der Deformation nur schwer ermitteln, da diese erst während des Schleusungsvorganges einsetzt. Der Vergleich der mittleren Anstiegsdauern zeigte, dass die Neigungsänderung durch den seitlichen Wasserdruck auf das Unterhaupt im Mittelwert 6,1 min beträgt und sich damit um 11,9 min schneller als die Änderung des Wasserstandes vollzieht. Dies bestätigt, dass der seitliche Wasserdruck auf das Unterhaupt erst im letzten Drittel der Berg- bzw. im ersten Drittel der Talschleusung die Neigung des Unterhauptes deformationsmäßig beeinflusst. Diese automatisch ermittelten Zeiträume stimmen mit den Ergebnissen vorheriger Arbeiten (z.B. EGELKAMP und HUEP, 1980, S. 32 ff.), die aus der Analyse einzelner Schleusungsvorgänge hervorgehen, sehr gut überein.

### 5.6.2 Modellierung der periodischen Komponente

Im Anschluss an die Systemidentifikation für die rapiden Mittelwertänderungen wurde mit Hinblick auf eine nachfolgende dynamische Modellbildung für periodische Komponenten diese analysierte Signalform der Zeitreihe der Lotregistrierungen abgespalten. Dafür wurde die Beziehung (5.5-5) eingesetzt. Das deterministische Signal  $d_m(k)$  wurde aus der Modellierung der aufgedeckten rapiden Niveauänderungen erzeugt. Die Zeitreihe der Residuen  $x_1(k)$ , auf deren Grundlage die nachfolgenden Analysen durchgeführt werden, ist in Abbildung 5.6-4 dargestellt.

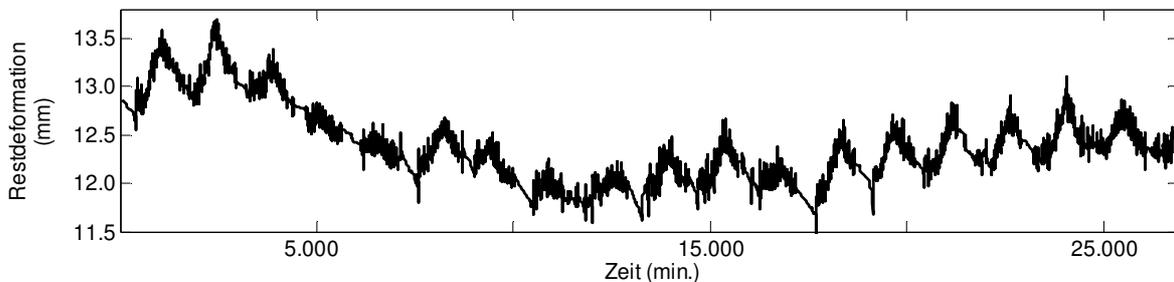


Abb. 5.6-4: Restdeformation nach der Modellierung der rapiden Niveauänderungen

In der obigen Residuenzeitreihe ist neben einem langwelligen Anteil eine zyklische Komponente mit der Periodenlänge eines Tages enthalten. Diese periodische Variation ist maßgeblich auf den Einfluss der Temperatur zurückzuführen. Deren Einwirkung auf das Bauwerk konnte bereits in der Analyse der geschätzten Übertragungsfaktoren fest-

gestellt werden. Für die Beschreibung des kausalen Zusammenhangs zwischen der Temperatur und dem periodischen Deformationsanteil in einem dynamischen Modell empfiehlt sich das in Kapitel 4.6 vorgestellte Verfahren.

Die Temperatur wurde unabhängig von der automatisch messenden Lotanlage in einem Abtastintervall von 10 min aufgezeichnet. Um die Zeitreihen der Einfluss- und Deformationsgröße einer gemeinsamen Modellbildung zuzuführen, wurden durch Mittelbildung über getrennte Intervalle die Residuen der modellierten Bewegung auf das höhere Abtastintervall ausgedünnt. Entsprechend dieser niedrigeren Abtastrate ist die Frequenz, die einer Tageslänge entspricht, im Spektralband der 7. Zerlegungsstufe enthalten. Die aus den Waveletkoeffizienten dieser Skala berechneten Amplitudenspektren wiesen sowohl für die Temperatur als auch für die Residuenzeitreihe der Neigungen einen ausgeprägten periodischen Anteil mit der Tagesfrequenz auf. Der kausale Zusammenhang zwischen Einfluss und der periodischen Deformationskomponente ist damit ebenfalls rechnerisch nachweisbar.

Aus dem Verhältnis der Amplituden wurde nach (3.1-27) eine Amplitudenverstärkung von  $|\hat{H}_{uWT-DefTemp}| = 0,024 \text{ mm}/^\circ\text{C}$  berechnet. Die Phasenverschiebung wurde aus der Kreuzkorrelationsfunktion der Waveletkoeffizienten auf 3,6 h geschätzt. Dieser Wert ist für die Tiefpasswirkung des Stahlbetons plausibel und wurde auch für andere aus diesem Material errichtete Überwachungsobjekte festgestellt (KUHLMANN und GLÄSER, 2002, S. 27). Der hohe Korrelationskoeffizient von 0,93 spiegelt einen nahezu linearen Zusammenhang zwischen der Temperatur und der Deformation wider. Das positive Vorzeichen der Korrelation bestätigt das generelle Verhalten turmartiger Bauwerke unter thermischer Belastung (MÖHLENBRINK und WELSCH, 1984). Das Unterhaupt neigt sich bei steigender Temperatur zunehmend in Richtung des nördlich gelegenen Unterhafens. Die Berechnung des Gewichtskoeffizienten im Regressionsmodell (3.1-21) ergab  $\hat{g}_{uWT-DefTemp} = +0,023 \text{ mm}/^\circ\text{C}$ . Das Ergebnis stimmt mit der Schätzung im spektralen Bereich nahezu ideal überein. Das Bestimmtheitsmaß der Regression von 86,4 % bezeugt den maßgeblichen Anteil der Temperatureinwirkung an der betrachteten Deformationskomponente.

Um den Anteil der vorangegangenen getrennten Modellierung instationärer Deformationsverläufe und der Anwendung der in Kapitel 4.6 vorgeschlagenen Strategie an der Güte dieses dynamischen Modells zu untersuchen, wurde die Systemidentifikation für den Temperatureinfluss aus den ursprünglichen, durch die wechselnden Wasserstände in der Schleusenkammer behafteten Beobachtungen durchgeführt. Die Ergebnisse sind in der Tabelle 5.6-1 zusammengefasst.

Systemidentifikation aus:	Amplitudenverstärkung [Konfid.int.] (mm/°C)	Gewichtskoeffizient (Std.abw.) (mm/°C)	Phasenverschiebung (Korrelation) (h)	Bestimmtheitsmaß (Testgröße > F1,f,95 %) (%)
ursprünglichen Beobachtungen	0,034 [0,021 , 0,054]	0,026 (0,0003)	3,0 (0,43)	18,8 (6310,1 > 3,8)
Wav.koeff. der Beobachtungen	0,031 [0,020 , 0,049]	0,030 (0,0003)	2,6 (0,92)	84 (9941,8 > 3,8)
Wav.koeff. der Residuen	0,024 [0,015 , 0,038]	0,023 (0,0002)	3,6 (0,93)	86 (12129,9 > 3,8)

Tab. 5.6-1: Ergebnisse der Systemidentifikation für die Einflussgröße Temperatur

Die Ergebnisse verdeutlichen, dass die Erhöhung des Bestimmtheitsmaßes in der Regression und des Korrelationsniveaus in der Kreuzkorrelationsfunktion durch die Anwendung der in Kapitel 4.6 vorgeschlagenen Methode der Systemidentifikation auf der Basis der Waveletkoeffizienten entsteht und weniger der a priori Modellierung der instationären Effekte zu verdanken ist. Bei der dynamischen Modellbildung für periodische Komponenten mit niedrigen Frequenzen bleibt die Systemidentifikation auf der Basis der Waveletkoeffizienten somit weitestgehend resistent gegenüber rapiden Mittelwertänderungen. Diese Erkenntnis bestätigt die Ergebnisse der Kapitel 4.4.4 und 4.6.

Trotz der stark verbesserten Qualitätsindikatoren des zweiten Modells aus der Tabelle 5.6-1 ist die größere Nähe seiner geschätzten Parametern zu den Ergebnissen der Systemidentifikation aus den ursprünglichen Beobachtungen

auffällig. Diese ist auf die Einflüsse durch die in beiden Modellen nicht berücksichtigten Mittelwertänderungen zurückzuführen, wie es auch die weiterführende Analyse der Ergebnisse belegt.

Zusätzlich zu den Kennmaßen der Systemidentifikation aus der Tabelle 5.6-1 widerspiegeln die Residuen die Qualität des Modells insbesondere vor dem Hintergrund verbliebener, unmodellierter Systematiken. Um aus dieser Perspektive das Ergebnis der integrierten dynamischen Modellbildung zu evaluieren, wird aus den Waveletkoeffizienten der 7. Zerlegungsstufe der modellierte Temperatureinfluss abgespalten. Die verbliebenen Anteile in dieser Koeffizientenreihe entsprechen den Residuen des Regressionsmodells (3.1-21). Die Waveletkoeffizienten der übrigen Zerlegungsstufen bleiben unverändert. Die Zeitreihe, die aus der Berechnung der Inversen Wavelet-Transformation mit (4.6-7) resultiert, enthält die Residuen der integrierten Systemidentifikation. Da die Rückgewinnung eines Signals aus dem Zeit-Frequenzbereich mit der Wavelet-Transformation verlustfrei erfolgt, enthält die rekonstruierte Zeitreihe ausschließlich unmodellerte Anteile der ursprünglichen Beobachtungen. Die Wavelet-Transformation beeinflusst nicht den Informationsinhalt der Zeitreihe. Werden durch das Modell alle systematischen Signalanteile vollständig beschrieben, so sind die Residuen ausschließlich stochastischer Natur (s. Kapitel 2.1). Zur Überprüfung dieser Charakteristik werden in den Abbildungen (5.6-5) und (5.6-6) die Histogramme der Residuen des herkömmlichen reduzierten linearen Modells und des eingeführten integrierten Modells dargestellt:

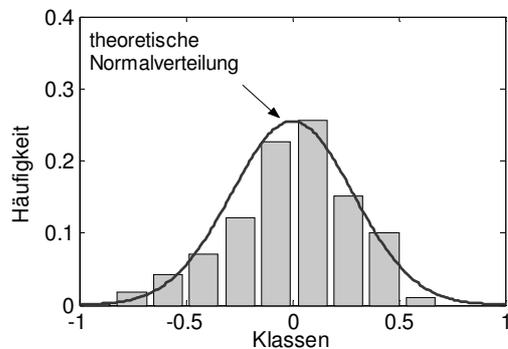


Abb. 5.6-5: Histogramm der Residuen im herkömmlichen Modellierungsansatz

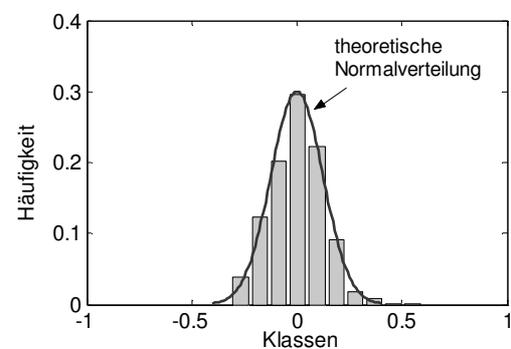


Abb. 5.6-6: Histogramm der Residuen im integrierten Modellierungsansatz

Die verbesserte Qualität des integrierten Modells ist in den obigen Abbildungen deutlich erkennbar. Die Residuen der Modellierung im traditionellen Ansatz variieren nicht um einen gemeinsamen Mittelwert. Die zwei Klassen der größten Häufigkeiten sind jeweils um Werte kleiner und größer Null zentriert. Das Histogramm verläuft asymmetrisch und hebt eine negative Schiefe der Residuenverteilung hervor. Die Abweichung von der theoretischen Normalverteilung, die auf den empirischen Werten der Residuen basiert, ist offensichtlich. Im Gegensatz dazu, weist das Histogramm der Residuen des integrierten Modells eine bessere Anpassung an die theoretische Normalverteilung auf. Es hat einen symmetrischen Aufbau und die Klasse der größten Häufigkeit ist im Ursprung zentriert. Diese Indikatoren belegen, dass im integrierten Ansatz die systematischen Anteile des Deformationssignals umfassender beschrieben werden.

Mit den bislang vorgestellten, auf der uWT basierenden Verfahren ist die Systemidentifikation sowohl für rapide Mittelwertänderungen als auch für periodische Komponenten durchführbar. Die Praxistauglichkeit und die Leistungsfähigkeit der integrierten Methode wurden anhand der dynamischen Modellierung der Deformationvorgänge, die am Unterhaupt der Schleuse Uelzen I aufgrund der wechselnden Wasserstände und der Temperatur entstehen, erörtert. Sämtliche Verläufe mit einer nahezu idealen Sprungform konnten mit dem vorgestellten Verfahren identifiziert werden. Die Erfolgsquote nahm jedoch mit der stärkeren Abweichung von der idealen Sprungform ab, bedingt durch Änderungen der Geschwindigkeit im Übergangsbereich. Die wichtigsten Schritte zu einer erfolgreichen Identifikation und Modellierung der rapiden Niveauänderungen mit der vorgestellten Methode werden nachfolgend stichpunktartig zusammengefasst:

- Die Grundlage des Identifikationsprozesses bilden die Waveletkoeffizienten, die nach der uWT der Zeitreihe mit einem Wavelet von der 1. Ordnung erhalten werden. Die Anzahl der registrierten Werte zwischen zwei benachbarten Änderungen und die Frequenz weiterer periodischer Anteile sind maßgeblich für die Zerle-

gungstiefe der Transformation, indem eine Überlagerung der Einflusskegel und die Präsenz der periodischen Anteile in den Skalenbereichen, die an der Identifikationsaufgabe beteiligt werden, zu vermeiden sind.

- Die schnellen Mittelwertänderungen erzeugen lokale Extrema in den Waveletkoeffizienten. Um diese von den Rauscheffekten zu unterscheiden, ist die Anwendung einer Transformation nach (5.2-1) oder (5.2-2) notwendig. Die entsprechenden Schwellwerte sind in Abhängigkeit vom Rauschniveau und von der behandelten Aufgabe nach der universellen oder der datenabhängigen Methode zu bestimmen.
- Um auf die Existenz einer rapiden Mittelwertänderung zu schließen, sind die lokalen Betragsmaxima skalenübergreifend miteinander zu verketten. Eine dafür notwendige Bedingung ist deren Vorhandensein in allen Skalen. Für die zeitliche Zuordnung muss die Phasenverschiebung durch die Tief- und Hochpassfilter nach (5.3-3) bzw. (5.3-4) berücksichtigt werden. Die Extrema gelten als zusammenhängend, wenn sie einem gemeinsamen Einflusskegel, der für jede Position in der Zeitreihe nach (5.3-1) bestimmbar ist, angehören. Die Kegelspitze entspricht der Änderungsstelle in der Zeitreihe.
- Die Höhe und die Anstiegszeit jeder identifizierten Änderung können mit Hilfe einer Musterfunktion geschätzt werden. Dafür wird ein Verzeichnis der lokalen Extrema der Waveletkoeffizienten für jeden Wert des formbestimmenden Parameters der Musterfunktion angelegt. Durch den sukzessiven Vergleich der Quotienten der Betragsmaxima aus der beobachteten Zeitreihe mit den jeweiligen katalogisierten Werten in einem regressionsbasierten Ansatz wird auf die Anstiegszeit geschlossen. Wegen der Linearität der Wavelet-Transformation folgt die Höhe aus dem Verhältnis der beobachteten Betragsmaxima zu den Betragsmaxima der bestanpassendsten Musterfunktion.

Für die erfolgreiche Identifikation der instationären Effekte mit der vorgestellten Methode ist eine ausreichend große Änderungsgeschwindigkeit im Übergangsbereich erforderlich. Durch langsame Änderungen entstehen keine oder nur geringe lokale Extrema der Waveletkoeffizienten, die sich aus dem Rauschen nur unwesentlich hervorheben. Für derartige Änderungen wird im 7. Kapitel ein stochastisch begründeter Identifikationsansatz vorgestellt.

Die automatische Identifikation und Beschreibung der Eigenschaften der jeweiligen Änderung ermöglicht es, den Zustand des Überwachungsobjektes anhand der ermittelten Systemparameter unmittelbar zu beurteilen. Diese sind der Übertragungsfaktor und die Reaktionszeit. Im Falle der Schleuse Uelzen I konnte eine Abhängigkeit des Übertragungsfaktors für den seitlichen Wasserdruck von der langperiodischen Temperaturkomponente ( $> 1$  Tag) nachgewiesen werden. Diese Abhängigkeit kann bei der Betrachtung vereinzelter Schleusungsvorgänge, wie sie bislang durchgeführt wurde, nur eingeschränkt festgestellt und quantifiziert werden, was zu falschen Aussagen über den Zustand des Bauwerkes führen kann.

Die Notwendigkeit einer Berücksichtigung und getrennten Modellierung der instationären Komponenten, wie sie im Rahmen dieses Kapitels eingeführt wurde, ist anhand der in Tabelle 5.6-1 vorgestellten Ergebnisse deutlich. Die Durchführung der Systemidentifikation für den periodischen Temperatureinfluss auf der Basis der ursprünglichen Beobachtungen führte zu geringen Qualitätsmaßen des dynamischen Modells, obwohl, wie anhand der Waveletkoeffizienten gezeigt wurde, nahezu 85 % des periodischen Deformationsverlaufes auf der Grundlage der Temperatur erklärbar ist. Die im Rahmen dieses Kapitels vorgeschlagene Modellierungsstrategie führt somit zur Aufstellung eines aufschlussreicheren Deformationsmodells, in dem die Beiträge der einzelnen Einflüsse zur Gesamtdeformation realitätstreuer geschätzt und bewertet werden können.

## 6 Identifikation und Modellierung von Varianzänderungen

In den vorgenommenen Modellierungen der periodischen Komponenten an der Rethelhubbrücke und an der Schleuse Uelzen I wurde die Konstanz der Varianz, die sich zu einem überwiegenden Anteil aus den wesentlichen Periodizitäten zusammensetzt, implizit vorausgesetzt. Dieses äußerte sich in der Schätzung eines einzelnen Systemparameters aus der Gesamtheit der registrierten Datensätze. Insbesondere bei der Modellierung des periodischen Temperatureinflusses auf das Neigungsverhalten des Brückenturmes ist es auffällig, dass die Zeitreihe der Deformationen diese Voraussetzung nicht erfüllt (s. Abbildung 4.6-2). Dadurch war es möglich, auf den zusätzlichen Einfluss der Sonneneinstrahlung zu schließen. Neben den Unvollständigkeiten des Modells können Varianzänderungen als Zustandsänderungen der Überwachungsobjekte oder der registrierten Einflussgrößen gedeutet werden und sind deshalb modelltechnisch zu berücksichtigen. Diese Änderungen treten in Abhängigkeit der untersuchten Prozesse mit unterschiedlichen Beträgen und Häufigkeiten auf und lassen sich nicht immer durch eine visuelle Betrachtung der Datensätze feststellen.

In diesem Kapitel wird ein Verfahren eingeführt, das zur automatischen Detektierung von Varianzänderungen geeignet ist. Die besprochenen Inhalte sind damit durch die mittlere vertikale Säule aus der Abbildung 1.2-1 repräsentiert. Wie bereits im 5. Kapitel angenommen, wird nachfolgend von lokalen, sich über wenige Abtastwerte vollziehenden Änderungen ausgegangen. Zwischen den Änderungsstellen bleibt die Zeitreihe in statistischem Gleichgewicht. Anders als die rapiden Niveauänderungen äußern sich die Varianzänderungen nicht durch Besonderheiten einzelner Waveletkoeffizienten. Die Wavelet-Transformation bildet aufgrund ihrer Filterwirkung die periodischen Komponenten lediglich in den entsprechenden Skalen ab und überträgt damit die Änderungen der Varianz auf die resultierenden Waveletkoeffizienten. Aus diesem Grund ist die Einführung eines zusätzlichen Verfahrens notwendig, um entsprechende Änderungen der Varianz aufzudecken. Die verwendete Methode beruht auf ein Testverfahren und verfolgt nicht wie im 5. Kapitel die Erkennung lokaler Strukturen im Verlauf der Zeitreihen bzw. der Waveletkoeffizienten.

Die theoretischen Grundlagen des Identifikationsverfahrens werden zu Anfang dieses Kapitels eingeführt (Kapitel 6.1). Die Darstellung ist an den logischen Aufbau eines statistischen Tests angelehnt, indem dessen drei wesentliche Merkmale vorgestellt werden: die Formulierung der Null- und der Alternativhypothese, der Aufbau der Testgröße und die Angabe einer Wahrscheinlichkeitsbeziehung, die bei zutreffender Nullhypothese für die Testgröße gilt. Den umfangreichsten Teil nimmt dabei der letzte Punkt ein, da die Konstruktion eines linearen Konfidenzbereiches unabhängig von dem Stichprobenumfang nicht realisierbar ist. Die Einschätzung des Identifikationspotentials beruht auf die Analyse synthetischer Signale, die durch verschiedene Parameter wie beispielsweise die Länge der Zeitreihe oder die Position der Änderung charakterisiert sind (Kapitel 6.2). Das Verfahren ist konzeptionell losgelöst von der Wavelet-Transformation und kann für die Analyse der rohen Beobachtungszeitreihen eingesetzt werden. Aus dessen Verknüpfung mit der Wavelet-Transformation infolge der Anwendung auf die Transformationskoeffizienten ergeben sich jedoch entscheidende Vorteile, die eine Integration der beiden Methoden begründen (Kapitel 6.3). Die praktischen Vorzüge dieser Verfahrensweise werden anhand der Modellierung des Deformationsverhaltens einer WEA herausgestellt (Kapitel 6.4).

### 6.1 Herleitung des Varianzhomogenitätstests

#### 6.1.1 Formulierung der Hypothesen

Eine Zeitreihe kann prinzipiell mehrfache Änderungen der Varianz enthalten. Für die Identifikation und Lokalisierung der Änderungspunkte eignen sich daher nur multiple Tests, in denen mehrere Stichproben überprüft werden können. Die weitaus bekanntesten darunter sind der Maximum F-Ratio-Test und der BARTLETT-Test (TEUSCH, 2006). Beide Testverfahren gehen von normalverteilten und unkorrelierten Beobachtungen aus. Der Beobachtungsvektor wird zunächst in mehrere Stichproben unterteilt und für jede Stichprobe die empirische Varianz geschätzt. Als Maß für die Überprüfung der Varianzidentität wird im Maximum F-Ratio Test das logarithmierte Verhältnis zwischen der maximalen und der minimalen Varianz der Stichproben herangezogen (TEUSCH, 2006). Im BARTLETT-Test hingegen wird die Differenz der logarithmierten empirischen Varianz des gesamten Beobachtungsvektors zur Summe der logarithmierten empirischen Varianzen der Stichproben evaluiert (TEUSCH, 2006). In HOWIND (2005) wird der BARTLETT-Test zur Einteilung der Residuenzeitreihen von GPS-Beobachtungen in varianzhomogene Abschnitte eingesetzt, um anschließend die Parameter einer elevationsabhängigen Varianzfunktion abschnittsweise zu schätzen.

Die für die Testdurchführung notwendige Einteilung der Residuen in Teilstichproben erfolgt für feste Bereiche des Elevationswinkels, der den dominierenden varianzbeeinflussenden Faktor darstellt. Dadurch entfällt die Notwendigkeit einer Lokalisierung. In vielen Anwendungsfällen ist eine Rückführung auf den standardisierten Wertebereich eines varianzbeeinflussenden Parameters nicht möglich, so dass die Festlegung der Stichproben kombinatorisch erfolgen muss. Dieses ist jedoch sehr rechenintensiv und führt in Abhängigkeit der Stichprobenlänge zu unterschiedlichen Teststärken. Aus diesem Grund wird der Einsatz der erwähnten Testverfahren hier weiterhin nicht verfolgt.

Ein geeignetes Testverfahren, das kein Vorwissen über die Anzahl der Änderungspunkte voraussetzt und Lokalisierungseigenschaften besitzt, wird bei INCLÁN und TIAO (1994) basierend auf frühere Erkenntnisse aus BROWN et al. (1975) sowie DURBIN (1968, 1969) hergeleitet. Die Varianzhomogenität einer Stichprobe  $\mathbf{x}$  bestehend aus  $N$  Zufallsvariablen wird als Nullhypothese formuliert:

$$H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \dots = \sigma_N^2 . \quad (6.1-1)$$

Die Alternativhypothese drückt die Varianzheterogenität der Zeitreihe aus, ohne spezielle Formen der Varianzänderung einzuschließen:

$$H_A : \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \dots = \sigma_k^2 \neq \sigma_{k+1}^2 = \dots = \sigma_N^2 . \quad (6.1-2)$$

### 6.1.2 Aufstellung der Testgröße

Die im 5. und im 7. Kapitel eingeführten Verfahren zur Identifikation von Mittelwertänderungen erlauben in Verbindung mit der Transformation (3.3-6) die Annahme des konstanten Mittelwertes für die nachfolgend untersuchten Komponenten. Zusätzlich gilt in den folgenden Betrachtungen:

$$E[\mathbf{x}] = \mathbf{0} . \quad (6.1-3)$$

Die Annahme (6.1-3) stellt aufgrund der später vorgeschlagenen Überprüfung der Varianzhomogenität auf der Ebene der Waveletkoeffizienten keine Einschränkung dar (vgl. 4.4-10). Die Überprüfung der Nullhypothese bedarf einer Testgröße, die sich auf die Summe von quadrierten Variablen stützt. Diese ist ein zentrales Maß, das in die Schätzung der empirischen Varianzen eingeht. Hinsichtlich der Lokalisierung ist es sinnvoll, zusätzlich zu der Summe aus sämtlichen quadrierten Variablen auch die kumulierten Summen der quadrierten Variablen (CSS<sup>12</sup>) für die Überprüfung der Nullhypothese heranzuziehen:

$$C_k = \sum_{i=1}^k x_i^2 \quad k = 1, 2, \dots, N . \quad (6.1-4)$$

Die aus den standardisierten Variablen berechneten CSS besitzen die  $\chi^2$ -Verteilung mit der Anzahl der Summanden als Freiheitsgrade, wenn die  $N$  Zufallsvariablen der Zeitreihe normalverteilt und voneinander stochastisch unabhängig sind (KOCH, 1997, S. 134):

$$x_k \sim N(0, \sigma_k^2) \quad k = 1, 2, \dots, N . \quad (6.1-5)$$

Aus zwei unabhängigen und  $\chi^2$ -verteilten Variablen  $\sum_{i=1}^k (x_i / \sigma_i)^2$  und  $\sum_{i=k+1}^N (x_i / \sigma_i)^2$  kann eine  $\beta$ -verteilte Größe wie folgt konstruiert werden (KOCH, 1997, S. 125 und S. 135):

$$\frac{\sum_{i=1}^k \left(\frac{x_i}{\sigma_i}\right)^2}{\sum_{i=1}^k \left(\frac{x_i}{\sigma_i}\right)^2 + \sum_{i=k+1}^N \left(\frac{x_i}{\sigma_i}\right)^2} \sim \beta\left(\frac{k}{2}, \frac{N-k}{2}\right) . \quad (6.1-6)$$

<sup>12</sup> CSS engl.: cumulative sum of squares

Bei der Gültigkeit der Hypothese (6.1-1) gehen die Summen aus (6.1-6) unmittelbar aus den CSS der Variablen des analysierten Prozesses hervor. Für eine veränderliche Position  $k$  in der Zeitreihe gleicht der Zähler  $C_k$ , während der Nenner konstant zu  $C_N$  bleibt. Die Größen (6.1-6) sind monoton wachsend und spiegeln den zeitlichen Aufbau der Gesamtvariabilität der Zeitreihe wider. Ein gleichmäßiger Aufbau ist ein Indikator für die Varianzhomogenität, während ein Verlauf mit unterschiedlichen Steigungen auf Bereiche ungleicher Varianz schließen lässt.

Eine scharfe Beurteilung der Gleichmäßigkeit des Varianzaufbaus ist durch die Einführung eines Konfidenzbereiches möglich, der bei gültiger Nullhypothese mit einer vorgegebener Wahrscheinlichkeit die Variablen (6.1-6) enthält. Obwohl anhand der bekannten Verteilung genaue Konfidenzgrenzen definierbar sind, werden zur Analyse des Verlaufes vorwiegend die von DURBIN (1969) hergeleiteten linearen Konfidenzgrenzen der Form  $(\mu_k \pm c(\alpha, N))$  eingesetzt. Darin stellt  $c$  eine Konstante, die von der Irrtumswahrscheinlichkeit  $\alpha$  und der Länge der Zeitreihe  $N$  abhängt, und  $\mu_k$  den Erwartungswert der Größen (6.1-6) dar. Letzterer ergibt sich aus der momenterzeugenden Funktion der  $\beta$ -Verteilung zu (KOCH, 1997, S. 126):

$$\mu_k = \frac{\Gamma\left(\frac{k}{2} + \frac{N-k}{2}\right)\Gamma\left(\frac{k}{2} + 1\right)}{\Gamma\left(\frac{k}{2} + \frac{N-k}{2} + 1\right)\Gamma\left(\frac{k}{2}\right)} = \frac{k}{N}, \quad (6.1-7)$$

wobei  $\Gamma(x)$  die Gamma-Funktion bezeichnet. Eine Änderung der Varianz an der Stelle  $k_{cp}$  im Verlauf der Zeitreihe bewirkt, dass die Größe (6.1-6) den Konfidenzbereich an dieser Stelle verlässt. Zudem werden die Größen aus der unmittelbaren Nachbarschaft von  $k_{cp}$  die Konfidenzschranken ebenfalls überschreiten, wie in der Abbildung 6.1-1 veranschaulicht. Darin wird in der linken Grafik das Verhältnis der CSS für eine Zeitreihe mit der Länge  $N = 100$  dargestellt, deren stochastisch unabhängige und varianzhomogene Zufallsvariablen der Verteilungsbedingung (6.1-5) genügen. Für den Fall einer Verdopplung der Varianz ab der Stelle  $k = 50$  ist in der rechten Grafik der veränderte Verlauf des Verhältnisses der CSS abgebildet.

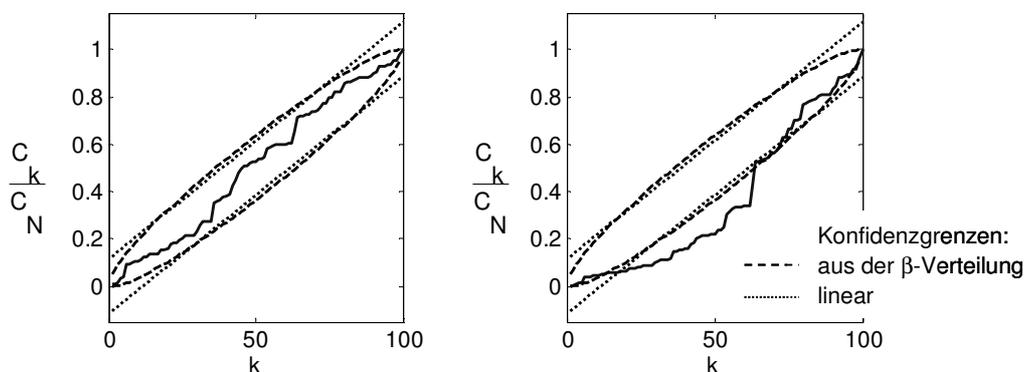


Abb. 6.1-1: Verhältnis der CSS nach (6.1-7) für eine Zeitreihe mit homogener Varianz (links) und einer Zeitreihe mit einer Varianzänderung ab  $k_{cp} = 50$  (rechts)

Aus der Abbildung 6.1-1 wird deutlich, dass eine Überprüfung der Signifikanz zu jedem einzelnen Zeitpunkt  $k$  nicht sinnvoll ist. Ein derartiges Vorgehen würde den Schluss auf eine inhomogene Varianz zwar ermöglichen, gleichzeitig aber die Anzahl der identifizierten Änderungspunkte stark überschätzen. Aus diesem Grund wird in DURBIN (1969) eine eindimensionale Testgröße eingeführt, die für die gesamte Zeitreihe repräsentativ ist:

$$\tilde{T} = \max_k |D_k| = \max_k \left| \frac{C_k}{C_N} - \mu_k \right| = \max_k \left| \frac{\sum_{i=1}^k x_i^2}{\sum_{i=1}^N x_i^2} - \frac{k}{N} \right| \quad k = 1, 2, \dots, N. \quad (6.1-8)$$

Die Überprüfung der Nullhypothese erfolgt mit der Testgröße (6.1-8) nur an der Stelle der maximalen Abweichung vom Erwartungswert. Durch die Betrachtung der Abweichungen der Größen (6.1-6) von ihrem Erwartungswert ist eine bessere grafische Beurteilung des Varianzaufbaus möglich. Aufgrund der Monotonie fallen die Steigungsände-

rungen der Verhältnisse von CSS klein aus und sind deshalb schwer zu identifizieren und zu bewerten (s. Abbildung 6.1-1). Die Abweichungen verlaufen für varianzhomogene Zeitreihen horizontal, während Änderungen der Varianz einen Vorzeichenwechsel der Steigung von  $D_k$  bewirken und abhängig davon, ob die Varianz nach der Änderung ab- oder zunimmt, zur Entstehung lokaler Maxima bzw. Minima führen.

Die ein- oder zweiseitige Natur der Hypothesenformulierung ist näher zu durchleuchten. Durch die Berechnung der Testgröße unmittelbar vor der Signifikanzprüfung wird bekannt, ob diese ein Minimum oder ein Maximum der Größe  $D_k$  darstellt. Dies ist davon abhängig, ob im Abschnitt vor dem Betragsmaximum ein Varianzüberschuss oder –defizit besteht. Die Fragestellung reduziert sich entsprechend auf den einseitigen Fall, da die Testgröße den Konfidenzbereich lediglich in eine Richtung verlassen kann. Eine derartige Betrachtungsweise ist nur dann zulässig, wenn aus Vorwissen die Verhaltensweise des betrachteten Überwachungsobjektes und daraus das Vorzeichen der Varianzänderung bekannt sind. In diesem Fall wird die Größe  $D_k$  so gebildet, dass sie positive Werte annimmt (vgl. DURBIN, 1969, S. 3). Dieses ist jedoch in den seltensten Fragestellungen gegeben. Meist ist der Varianzverlauf der Zeitreihe a priori unbekannt, so dass ein Austritt aus dem Konfidenzbereich nach beiden Seiten relevant ist. Obwohl die Testgröße eines möglichen Änderungspunktes den Bereich nur in einer Richtung verlässt, kann die Testgröße einer weiteren Änderung diesen in entgegengesetzter Richtung verlassen, was im Ansatz der einseitigen Fragestellung die Aufstellung einer neuen, wenn auch nur im Vorzeichen veränderten Testgröße erfordert. Dadurch ist eine repräsentative und homogene Beurteilung des Varianzverlaufes für die gesamte Zeitreihe beeinträchtigt. Diese ist nur im Falle einer zweiseitigen Fragestellung gegeben. Eine solche wird aus diesen Gründen in sämtlichen nachfolgenden Anwendungen angenommen.

### 6.1.3 Herleitung der Wahrscheinlichkeitsbeziehungen

Die Wahrscheinlichkeitsbeziehung zwischen der linearen Konfidenzgrenze  $c(\alpha, N)$  und der Testgröße  $\tilde{T}$  aus (6.1-8) ist in BROWN et al. (1975, S. 155) anhand der Teststatistik von DURBIN (1968, S. 406) hergeleitet worden:

$$\Pr\left(\max_k |D_k| \geq \frac{a}{N'+1}\right) = 2 \frac{(a+1)}{(N'+1)^{N'}} \sum_{j=[a]+1}^{N'} \binom{N'}{j} (j-a)^j (a+N'+1-j)^{(N'-j)}. \quad (6.1-9)$$

Darin stellen  $[a]$  den ganzzahligen Anteil der Größe  $a$  und  $N' = N/2$  dar. Für ungerade Längen  $N$  sind die Quantile linear zwischen den Ergebnissen für  $N' = (N-1)/2$  und  $N' = (N+1)/2$  zu interpolieren. Diese Wahrscheinlichkeitsbeziehung wurde ursprünglich für die  $k$ -te Ordnungsstatistik einer Stichprobe, die aus  $N$  unabhängigen Beobachtungen der  $(0,1)$ -Gleichverteilung besteht, hergeleitet. Die Ordnungsstatistiken sind  $\beta$ -verteilt. Aufgrund der gemeinsamen Verteilung ist die Beziehung (6.1-9) ebenfalls für die Verhältnisse der CSS bzw. für die Testgröße (6.1-8) gültig (BROWN et al., 1975, S. 155). Die Quantile lassen sich durch numerische Methoden für ein gewähltes Sicherheitsniveau  $1-\alpha$  herleiten. In den nachfolgenden Betrachtungen wird eine übliche Sicherheitswahrscheinlichkeit von 95 % gewählt, da hauptsächlich das Normalverhalten der Bauwerke untersucht wird. Bei einer besonderen Gefährdung des Überwachungsobjektes ist es sinnvoll, ein niedrigeres Sicherheitsniveau zu wählen. Eine vertiefte, aufgabenspezifische Abhandlung zur optimalen Wahl der Irrtumswahrscheinlichkeiten bleibt weiteren Arbeiten vorbehalten.

Die Beziehung (6.1-9) ist in der angegebenen Form nur für Zeitreihen anwendbar, deren Länge  $N \approx 350$  nicht überschreitet. Darüber hinaus ist eine Berechnung der Binomialkoeffizienten anhand der Fakultät nur mit hohem technischem Aufwand möglich. In DURBIN (1969) wird die Angabe der Quantile anhand der obigen Wahrscheinlichkeitsbeziehung auf die maximale Länge  $N = 200$  begrenzt. Durch diese Einschränkung hat die Formel (6.1-9) geringen praktischen Nutzen für ingenieurgeodätische Überwachungsaufgaben, in denen Zeitreihen mit mehreren Tausend Beobachtungen üblich sind. Um dennoch Quantile für größere Zeitreihenlängen herzuleiten, wurde im Rahmen der Arbeit die Formel (6.1-9) in eine numerisch günstigere Beziehung transformiert, die auf der Anwendung der STIRLINGschen Näherungsformel für die Fakultät (BRONSTEIN et al., 2001, S. 478) beruht:

$$\Pr\left(\max_k |D_k| \geq \frac{a}{N'+1}\right) = 2(a+1) \sum_{j=[a]+1}^{N'} \left\{ \left[ \frac{N'}{2\pi j(N'-j)} \right]^{\frac{1}{2}} \frac{1}{(a+N'+1-j)} \binom{N'-j}{j} \frac{j-a}{a+N'+1-j} \right\}^j \left[ \prod_{i=1}^j \left( \frac{N'}{N'-j} \cdot \frac{a+N'+1-j}{N'+1} \right)^{\frac{N'}{i}} \right] \quad (6.1-10)$$

Die detaillierte Herleitung der Formel (6.1-10) ist im Anhang B angegeben. Die Konstante  $l$  ist so zu wählen, dass die einzelnen Produktterme in (6.1-10) numerisch berechenbar bleiben. Mit der Umformung (6.1-10) ist es gelungen, die Quantile der DURBINschen Wahrscheinlichkeitsbeziehung (6.1-9) bis zu einer Anzahl  $N = 60.000$  Beobachtungswerte zu berechnen. Für  $N' \geq 10.000$  wurde  $l = 1.000$  gewählt.

In INCLÁN und TIAO (1994) wird eine alternative Möglichkeit aufgezeigt, um die Quantile für die Verteilung der Testgröße (6.1-8) herzuleiten. Bei Gültigkeit der Verteilungsaussage (6.1-6) ist für stochastisch unabhängige Variablen die Abweichung des Verhältnisses  $C_k/C_N$  von dessen Erwartungswert  $k/N$  rein zufälliger Natur. Eine Ausnahme bilden die zwei Enden, in denen sie immer Null gleicht. Rein zufällige Prozesse werden in der Theorie der stochastischen Prozesse als BROWNSche Bewegung modelliert. Die Namensgebung rührt von der 1828 beobachteten Bewegung von Pflanzenpollen in Wassertropfen durch R. BROWN. Aufgrund seiner äußerst komplexen Dynamik scheint diese rein zufälliger Natur zu sein. Die statistische Beschreibung dieser Bewegung geht aus der Normalverteilung hervor und erfolgt anhand des so genannten WIENER-Prozesses  $W$ . Dieser ist ein zeitstetiger GAUSS-Prozess, dessen Zuwächse  $\{W(t_j) - W(t_i) \mid 0 \leq t_0 \leq t_1 \leq \dots \leq t_i \leq t_{j+1} \leq t_N \leq 1\}$  stochastisch unabhängig und normalverteilt sind (BILLINGSLEY, 1999, S. 86):

$$W(t_j) - W(t_i) \sim N(0, t_j - t_i). \quad (6.1-11)$$

Eine Möglichkeit den Pfad, eines WIENER-Prozesses anhand der Zeitpunkte  $t_k = k/N$  zu approximieren, ist durch die kumulierte Summe  $N$  unabhängiger, standardnormalverteilter Zufallsvariablen  $\{\xi_k \mid k = 1, 2, \dots, N\}$ , gegeben:

$$X_N(t) = \frac{1}{\sqrt{N}} \underbrace{\sum_{i=1}^{[N \cdot t]} \xi_i}_{S_k} = \frac{1}{\sqrt{N}} S_k. \quad (6.1-12)$$

Darin entspricht  $k = [N \cdot t]$  dem ganzzahligen Anteil der Größe  $N \cdot t$ , wobei  $N \cdot t \in \mathbb{R}$ . Neben der kumulierten Summe von unabhängigen Variablen existieren andere Verfahren zur Simulation von BROWNSchen Pfaden, wie z.B. der einfache Random Walk oder die Spektralzerlegung. Ihre Struktur ist für die Herleitung der Quantile jedoch nicht nützlich, so dass der Fokus weiterhin auf die Konstruktion (6.1-12) gerichtet wird. Diese beschreibt den Zustand zum Zeitpunkt  $t$  eines Teilchens, das zu jedem Zeitpunkt  $t_k$  eine Änderung mit der Schrittweite  $1/\sqrt{N} \xi_k$  erfährt (TEUSCH, 2006). Aufgrund der zeitdiskreten Beschreibung ist der Verlauf von  $X_N(t)$  nicht stetig. Deshalb wird erst für große Werte von  $N$  der kontinuierliche Pfad eines WIENER-Prozesses zufriedenstellend reproduziert. In BILLINGSLEY (1999) wird die Stetigkeit von  $X_N(t)$  durch die Einführung eines zusätzlichen Gliedes in (6.1-12) verbessert, mit dem zwischen den Zuständen  $X_N(t_{k/N})$  linear interpoliert wird. Darin wird ebenfalls die Approximation (6.1-12) dahingehend verallgemeinert, dass die kumulierte Summe aus unabhängigen und identisch verteilten Variablen  $\xi_k$  mit dem Erwartungswert 0 und der begrenzten Varianz  $\sigma_\xi^2$  gebildet wird. Der so modifizierte Prozess hat die Form:

$$X_N(t) = \frac{1}{\sigma_\xi \sqrt{N}} S_k + (N \cdot t - [N \cdot t]) \frac{1}{\sigma_\xi \sqrt{N}} \xi_{[N \cdot t] + 1}. \quad (6.1-13)$$

Nach dem Satz von DONSKER (BILLINGSLEY, 1999, S. 90) konvergiert der Prozess (6.1-13) nach Verteilung gegen  $W$ :  $X_N \xrightarrow{D} W$ . Die Konvergenz bezieht sich auf den Raum der im Intervall  $[0,1]$  kontinuierlichen und stetigen Funktionen. Dieser Raum wird durch  $C[0,1]$  bezeichnet. Die Supremum- und Infimum-Funktionen sind stetig in  $C[0,1]$ . Dadurch lässt sich die Konvergenzbeziehung des DONSKERSchen Satzes ebenfalls als Relation zwischen dem Supremum ( $\sup_t$ ) bzw. dem Infimum ( $\inf_t$ ) von  $X_N$  und  $W$  formulieren. Da  $\sup_t X_N(t)$  und  $\inf_t X_N(t)$  unmittelbar durch das Maximum bzw. das Minimum der kumulierten Summen  $S_k$  ausgedrückt werden, ist es möglich, Aussagen zur Konvergenz nach Verteilung auch für diese Größen herzuleiten (s. BILLINGSLEY, 1999, S. 91 ff.).

Ein spezieller GAUSS-Prozess, der auf der Grundlage des WIENER-Prozesses gebildet wird, ist die BROWNSche Brücke  $W^0(t)$ . Diese ist durch einen deterministischen Endwert gekennzeichnet, der meistens dem Startwert gleicht und Null ist. Dadurch wird die Bezeichnung des Prozesses begründet. Zwischen dem Start- und Endzeitpunkt der BROWNSchen Bewegung wird durch ihren Zwang auf deterministische Punkte eine Brücke geschlagen. Seine Bedeutsamkeit hat dieser Prozess in Zusammenhang mit dem Aufbau von Anpassungstests gewonnen, in denen die

Signifikanz des Abstandes zwischen der empirischen Verteilungsfunktion  $\hat{F}$  einer Stichprobe zu einer vermuteten Verteilungsfunktion  $F$  überprüft wird. Unabhängig von der gewählten Metrik wird der Abstand in  $-\infty$  und  $+\infty$  zu Null. Einer der meist verbreiteten Anpassungstests ist der KOLMOGOROV-SMIRNOV-Test (HÖPCKE, 1980; TEUSCH, 2006). Darin wird der maximale Abstand zwischen der empirischen und der theoretischen Verteilung auf Signifikanz überprüft:

$$P\left(\sqrt{N} \sup_t |\hat{F}(t) - F(t)| \leq K_\alpha\right) = 1 - \alpha. \quad (6.1-14)$$

Die Testgröße aus (6.1-14) folgt der so genannten KOLMOGOROV-Verteilung, deren Quantile  $K_\alpha$  für übliche Sicherheitswahrscheinlichkeiten  $(1-\alpha)$  z.B. aus TEUSCH (2006) entnommen werden können.

Die einfachste Konstruktion der BROWNSchen Brücke in Raum  $C[0,1]$  ergibt sich aus folgender Transformation der BROWNSchen Bewegung (BILLINGSLEY, 1999, S. 93):

$$W^\circ(t) = W(t) - tW(1) \quad 0 \leq t \leq 1. \quad (6.1-15)$$

Die Approximation einer BROWNSchen Brücke erfolgt unmittelbar aus derjenigen des WIENER-Prozesses, indem (6.1-13) und (6.1-15) berücksichtigt werden:

$$X_N(t) - t \cdot X_N(1) = \frac{1}{\sigma_\xi \sqrt{N}} (S_k - t \cdot S_N) + (N \cdot t - [N \cdot t]) \frac{1}{\sigma_\xi \sqrt{N}} \xi_{[N \cdot t] + 1}. \quad (6.1-16)$$

Funktionalanalytisch betrachtet, stellt die Konstruktion (6.1-16) eine stetige Abbildung  $f$  dar, die  $X_N(t)$  in  $C[0,1]$  nach  $X(t) - tX(1)$  überführt. Dem Abbildungstheorem zufolge gilt die Konvergenz nach Verteilung im Sinne des DONSKERSchen Satzes auch zwischen den jeweiligen Abbildungen  $f(\mathbf{X}_N) \xrightarrow{D} f(\mathbf{W})$ , wenn  $f$  stetig ist (BILLINGSLEY, 1999, S. 21). Nach der Anwendung der CRAMÉRSchen Rechenregeln für die Konvergenz nach Verteilung (CRAMÉR, 1946) folgt:

$$X_N(t) - t \cdot X_N(1) \xrightarrow{D} W(t) - t \cdot W(1) = W^\circ(t). \quad (6.1-17)$$

Aus wahrscheinlichkeitstheoretischer Sicht verhält sich die BROWNSche Brücke wie ein WIENER-Prozess, dessen Verlauf zusätzlich durch die Forderung  $W(1) = 0$  bestimmt ist. Dadurch können die gültigen Konvergenzen nach Verteilung für die Approximation des WIENER-Prozesses und deren Supremum und Infimum ebenfalls für die BROWNSche Brücke übernommen werden, wenn die zusätzliche Forderung  $W(1) = 0$  durch die Formulierung als bedingte Wahrscheinlichkeiten integriert wird. Im Einzelnen wird in BILLINGSLEY (1999, S. 103) die Verteilung:

$$P\left[\sup_t |W^\circ(t)| \leq b\right] = 1 + 2 \sum_{i=1}^{+\infty} (-1)^i e^{-2i^2 b^2}, \quad b > 0 \quad (6.1-18)$$

angegeben, die eine zentrale Rolle in der Berechnung der Quantile für die Testgröße (6.1-8) einnimmt. Alternative Formen dieser Wahrscheinlichkeitsbeziehung werden von TEUSCH (2006, S. 104) angegeben. Auf ihre explizite Aufführung wird hier jedoch verzichtet, da sie zu identischen numerischen Werten der Quantile führen.

Die Approximation der BROWNSchen Brücke und die Folge  $\{D_k, k = 1, 2, \dots, N\}$  haben den stochastischen Verlauf zwischen zwei deterministischen Endpunkten gemeinsam. Anhand des ersten Summanden in (6.1-16) ist eine strukturelle Analogie der beiden Prozesse ebenfalls erkennbar. Trotzdem darf die kumulierte Summe  $S_k$  in (6.1-16) nicht  $C_k$  gleichgestellt werden, da die quadrierten Variablen  $x_k^2$  nach (6.1-5) anders als  $\xi_k$  keinen verschwindenden Erwartungswert haben. In INCLÁN und TIAO (1994) wird ausgehend von einer gemeinsamen Varianz  $\sigma_x^2$  der Variablen  $x_k$  die Substitution:

$$\xi_k = x_k^2 - \sigma_x^2 \quad (6.1-19)$$

vorgenommen. Diese Variablen sind identisch verteilt und haben die statistischen Eigenschaften  $E[\xi_k] = 0$  und  $\text{Var}(\xi_k) = 2\sigma_x^4 = \sigma_\xi^2$ . Sie sind deshalb für die Approximation einer BROWNSchen Brücke nach (6.1-16) geeignet. Aufgrund der zeitdiskreten Betrachtung wird durch die Differenzbildung der zweite Summand aus (6.1-16) zu Null, so dass nach entsprechender Faktorisierung:

$$X_N(t) - t \cdot X_N(1) = \frac{\sum_{i=1}^N x_i^2}{(\sqrt{2\sigma_x^2})\sqrt{N}} D_k = \sqrt{\frac{N}{2}} D_k \quad (6.1-20)$$

folgt. Mit dem asymptotischen Übergang lässt sich durch (6.1-17) eine Beziehung zwischen der Größe  $D_k$  und der BROWNSchen Brücke herstellen. Letztere ist wahrscheinlichkeitstheoretisch durch den WIENER-Prozess vollständig beschrieben, so dass die hierfür gültigen Verteilungsaussagen ebenfalls auf  $D_k$  übertragbar sind. Mit Hinblick auf die Testgröße (6.1-8) ist insbesondere die Wahrscheinlichkeitsbeziehung (6.1-18) von Bedeutung. Daraus lassen sich durch numerische Methoden Quantile für vorgegebene Sicherheitswahrscheinlichkeiten herleiten.

Zwischen der Testgröße (6.1-20) und derjenigen des KOLMOGOROV-SMIRNOV-Tests (6.1-14) besteht eine strukturelle Analogie. In beiden Größen wird das Maximum des skalierten Abstandes einer empirischen Größe zu dessen Erwartungswert bzw. theoretischen Wert betrachtet. Diese Analogie wird durch die Identität zwischen der Verteilung (6.1-18) und der KOLMOGOROV-Verteilung statistisch untermauert. Auf der Grundlage dieser Analogie kann eine weitere auf  $D_k$  basierende Testgröße für die Überprüfung der Varianzhomogenität hergeleitet werden. Im CRAMÉR-von MISES-Test wird als Maß für die Übereinstimmung der empirischen Verteilungsfunktion  $\hat{F}$  mit der vermuteten Verteilungsfunktion  $F$  folgende Größe verwendet (JAMES, 2006, S. 314; TEUSCH, 2006, S. 113):

$$N \int_{-\infty}^{+\infty} [\hat{F}(t) - F(t)]^2 f(t) dt = N \int_0^1 [G_N(F(t)) - F(t)]^2 dF(t). \quad (6.1-21)$$

Darin bezeichnet  $f(t)$  die Wahrscheinlichkeitsdichte der Verteilung  $F(t)$  und  $G_N$  die empirische Verteilungsfunktion der Funktionswerte  $F(t)$ . Durch die Anwendung des Abbildungstheorems lassen sich ausgehend von der BROWNSchen Brücke für die Verteilung dieser Testgröße Quantile herleiten. Für gängige Sicherheitswahrscheinlichkeiten sind diese bei TEUSCH (2006) aufgeführt. Infolge gleicher Konvergenz nach Verteilung sind die Quantile ebenfalls für die Verteilung der Testgröße:

$$\frac{N}{2} \int_0^1 D_{[N,t]}^2 dt = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N \left( \frac{C_k}{C_N} - \frac{k}{N} \right)^2 = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N (D_k)^2 \quad (6.1-22)$$

gültig. Die in (6.1-22) angegebene diskrete Berechnungsweise der Testgröße des CRAMÉR-von MISES-Tests hat eine zur Berechnungsformel von JAMES (2006, S. 314) abweichende Struktur. Die Begründung hierfür ist, dass der gesamte Integrand aus der ersten Beziehung in (6.1-21) gegen die BROWNSche Brücke konvergiert bzw. die zweite Beziehung aus (6.1-21) und (6.1-22) unterschiedliche Integrationsvariablen aufweisen.

Anders als (6.1-8) besitzt die Testgröße des CRAMÉR-von MISES-Tests keine Lokalisierungseigenschaften und wird deshalb im weiteren Vorgehen nicht berücksichtigt. Nichtsdestotrotz sollte die Überprüfung der Varianzhomogenität einer Zeitreihe ohne die Zielsetzung einer anschließenden Lokalisierung anhand der Testgröße (6.1-22) durchgeführt werden. In einem Gütevergleich der zwei genannten Anpassungstests stellt TEUSCH (2006, S. 128) die Überlegenheit des CRAMÉR-von MISES-Tests fest.

#### 6.1.4 Gegenüberstellung der Quantile

Für die Signifikanzprüfung der in (6.1-8) eingeführten Größe  $\tilde{T}$  sind mit (6.1-10) und (6.1-18) zwei Wahrscheinlichkeitsbeziehungen verfügbar. Diese unterscheiden sich, indem die DURBIN-Verteilung von der tatsächlichen Länge der analysierten Zeitreihe abhängt, während die KOLMOGOROV-Verteilung sich auf den asymptotischen Fall bezieht. Anhand von Monte-Carlo Simulationen wurde von WHITCHER (1998) gezeigt, dass ab Längen von  $N = 2048$  die empirischen und die asymptotischen Quantile der KOLMOGOROV-Verteilung mit einer numerischen Genauigkeit  $<10^{-2}$  übereinstimmen. Die Längen der Messreihen aus ingenieurgeodätischen Überwachungsaufgaben können häufig diesen Betrag überschreiten, so dass in der Gesamtbetrachtung der Einsatz der asymptotischen Quantile gerechtfertigt ist. In der nachfolgenden Tabelle werden die Quantile der DURBIN-Verteilung für große Längen der Zeitreihen im Falle einer zweiseitigen Fragestellung aufgeführt. Zu Vergleichszwecken mit dem asymptotischen Fall der KOLMOGOROV-Verteilung wurden diese mit dem Faktor  $\sqrt{N/2}$  skaliert.

$\alpha \setminus N$	1.000	5.000	7.500	10.000	20.000	40.000	60.000	asymptotisch
0,1	1,195	1,211	1,213	1,214	1,212	1,197	1,177	1,224
0,05	1,329	1,345	1,347	1,348	1,347	1,332	1,311	1,358
0,01	1,599	1,614	1,617	1,618	1,617	1,600	1,573	1,628

Tab. 6.1-1: Quantile der DURBIN- und KOLMOGOROV-Verteilung (zweiseitige Fragestellung)

Die Quantile der DURBIN-Verteilung nähern sich den asymptotischen Quantilen nur bis zu einer gewissen Länge. Die geringsten Differenzen werden für  $N \approx 10.000$  erreicht. Darüber hinweg setzt ein divergenter Prozess ein, der voraussichtlich auf den Abbruch der Reihenentwicklung nach dem Term 1. Ordnung in der STIRLINGschen Näherungsformel der Fakultät zurückzuführen ist (vgl. Anhang B). Die Anwendung dieser Verteilung sollte deshalb auf Zeitreihen eingeschränkt werden, die aus weniger als 10.000 Beobachtungen bestehen. Mit der Abnahme der Zeitreihenlänge wird für alle Irrtumswahrscheinlichkeiten der Tabelle 6.1-1 die Differenz zu den asymptotischen Quantilen ebenfalls größer. Dieser Effekt ist insbesondere dann zu berücksichtigen, wenn einzelne, kürzere Abschnitte der Zeitreihe gesondert auf Varianzhomogenität untersucht werden. Dieses trifft im weiteren Verlauf des vorgestellten Testverfahrens zu. Eine Anwendung der Quantile der KOLMOGOROV-Verteilung für diese Situationen würde zu geringeren Teststärken führen. In INCLÁN und TIAO (1994) und WHITCHER (1998) wurde ebenfalls die Notwendigkeit der Herleitung getrennter Quantile der KOLMOGOROV-Verteilung für kurze Zeitreihen erkannt. In den genannten Arbeiten werden diese für ausgewählte Längen der Zeitreihen durch Simulationen bestimmt. Eine Ermittlung der Quantile auf diese Weise für jeden in der Analyse vorkommenden Abschnitt ist jedoch nicht praxistauglich. Die Ergebnisse der Simulation aus INCLÁN und TIAO (1994, S. 914) werden in der nachfolgenden Tabelle, jeweils in den linken Spalten der entsprechenden Werte von  $N$  aufgeführt. In den rechten Spalten werden zu Vergleichszwecken die mit dem Faktor  $\sqrt{N/2}$  skalierten Quantile der DURBIN-Verteilung vorgestellt.

$\alpha \setminus N$	100		200		300		400		500	
0,10	1,14	1,14	1,16	1,16	1,18	1,17	1,18	1,18	1,20	1,18
0,05	1,27	1,27	1,30	1,30	1,31	1,31	1,31	1,31	1,33	1,32
0,01	1,52	1,54	1,55	1,56	1,57	1,58	1,57	1,58	1,60	1,59

Tab. 6.1-2: Quantile der KOLMOGOROV-Verteilung aus INCLÁN und TIAO (1994) (linke Spalten) und der DURBIN-Verteilung (rechte Spalten) für kleine Stichproben (zweiseitige Fragestellung)

Der obigen Tabelle ist die sehr gute Übereinstimmung der jeweiligen Wertepaare zu entnehmen. Diese zeigt, dass die DURBINsche Verteilungsbeziehung (6.1-9) insbesondere für kleine Stichprobenumfänge gültig ist. Auf der Grundlage der gewonnenen Erkenntnisse wird nachfolgend zur Überprüfung der Nullhypothese (6.1-1) der Wert der Testgröße

$$T = \sqrt{\frac{N}{2}} \tilde{T} = \sqrt{\frac{N}{2}} \max_k |D_k| = \sqrt{\frac{N}{2}} \max_k \left| \frac{\sum_{i=1}^k x_i^2}{N} - \frac{k}{N} \right| \quad (6.1-23)$$

den mit dem Faktor  $\sqrt{N/2}$  skalierten Quantilen der DURBIN-Verteilung gegenübergestellt, wenn  $N \leq 5.000$ , und den asymptotischen Quantilen der KOLMOGOROV-Verteilung, wenn  $N > 5.000$ . Unterschreitet der Wert der Testgröße  $T$  das entsprechende Quantil, so kann die Nullhypothese nicht verworfen werden. Im gegenteiligen Fall muss die Alternativhypothese der Varianzheterogenität angenommen werden. Durch die Kombination der zwei Verteilungen mit komplementären vorteilhaften Eigenschaften ist es möglich, rechenintensive Simulationen und Interpolationen sowie Divergenzen zu vermeiden und weiterhin die statistische Begründung der eingesetzten Quantile zu erhalten. Im vorgestellten Test entspricht die Testgröße einer bestimmten Stelle der Zeitreihe. Im Falle des Testanschlags ist dadurch die Position der Varianzänderung automatisch ermittelt.

### 6.1.5 Erweiterung des Tests für mehrfache Varianzänderungen

Das vorgestellte Testverfahren eignet sich bislang für die Überprüfung einer einzelnen Varianzänderung. Eine iterative Anwendung auf Teilbereiche der Zeitreihe ermöglicht die Übertragung des Testkonzeptes auf den Fall multipler Varianzänderungen. Dafür ist zunächst die Berechnung von  $D_k$  für die gesamte Zeitreihe erforderlich. Der an der Stelle  $k_1$  erreichte maximale Betrag wird in die Berechnung der Testgröße  $T$  aus (6.1-23) eingesetzt und diese den entsprechenden Quantilen gegenübergestellt. Schlägt der Test an, so wird die Zeitreihe in die Abschnitte  $\{x_1, \dots, x_{k_1}\}$  und  $\{x_{k_1+1}, \dots, x_N\}$  aufgeteilt. Für die entstandenen Zeitreihen ist erneut eine Testgröße  $T$  nach (6.1-23) zu berechnen, wobei  $N$  durch  $k_1$  bzw.  $N-k_1$  zu ersetzen ist. Überschreiten die Testgrößen an den Stellen  $k_{21}$  und  $k_{22}$  die entsprechenden Quantile, so erfolgt eine erneute Aufteilung infolge deren, die Endabschnitte  $\{x_1, \dots, x_{k_{21}}\}$  und  $\{x_{k_{22}+1}, \dots, x_N\}$  weiterhin betrachtet werden. Dieses Vorgehen wird abgebrochen, wenn an den Enden der Zeitreihe Abschnitte  $\{x_1, \dots, x_{k_{\text{first}}}\}$  und  $\{x_{k_{\text{last}}+1}, \dots, x_N\}$  mit homogenen Varianzen vorliegen. Die Stellen  $k_{\text{first}}$  und  $k_{\text{last}}$  sind in ein Verzeichnis von Änderungspunkten aufzunehmen. Wenn  $k_{\text{first}} = k_{\text{last}}$  gilt, ist das Verzeichnis vollständig. Andernfalls sind für den Teil  $\{x_{k_{\text{first}}+1}, \dots, x_{k_{\text{last}}}\}$  der Zeitreihe nach dem beschriebenen Verfahren erneut die äußersten Abschnitte mit homogener Varianz zu ermitteln. Der Segmentierungsprozess wird beendet, wenn das Verzeichnis von Änderungspunkten vollständig ist. Dieses enthält sämtliche statistisch begründete Varianzänderungspunkte.

In INCLÁN und TIAO (1994) wird der beschriebene iterative Prozess um einen Schritt erweitert, in dem alle im Verzeichnis enthaltenen Punkte überprüft werden. Grund dafür sind konfigurationsabhängige Maskierungseffekte, infolge derer tatsächliche Änderungspunkte nicht identifiziert werden oder die Anzahl der Änderungspunkte überschätzt wird. In dem eingeführten Überprüfungsschritt wird das Verzeichnis der Änderungspunkte zunächst um den Anfangs- und Endzeitpunkt der Zeitreihe erweitert, so dass  $k_0 = 0$  und  $k_{N_k+1} = N$  gilt, wobei  $N_k$  die Anzahl der zu überprüfenden Änderungspunkte darstellt. Die Existenz und die Position jedes Änderungspunktes  $k_j$ , mit  $j = 1, \dots, N_k$ , wird überprüft, indem die Testgröße  $T$  aus (6.1-23) für den Abschnitt  $\{x_{k_{j-1}+1}, \dots, x_{k_{j+1}}\}$  berechnet und den Quantilen gegenübergestellt wird, die der Länge des Datenabschnittes entsprechen. Erweist sich die Testgröße als nicht signifikant, so wird der Änderungspunkt  $k_j$  aus dem Verzeichnis gestrichen. Im gegenteiligen Fall wird die Position des Änderungspunktes beibehalten bzw. aufdatiert, wenn sie von  $k_j$  abweicht. Ein Durchlauf wird mit der Überprüfung des letzten Änderungspunktes abgeschlossen. Sämtliche Änderungen im Verzeichnis werden erst vorgenommen, wenn ein Durchlauf beendet ist, um den Bezug auf einen einheitlichen und konsistenten Satz von Änderungspunkten zu gewährleisten. Die Durchläufe werden wiederholt, bis eine stabile Anzahl von Änderungspunkten erreicht ist und deren Positionsunsicherheit sich unterhalb eines vorab zu wählenden Grenzwertes befindet. In den nachfolgenden Berechnungen wurde eine maximal zulässige Differenz zur vorangegangenen Position von zwei Beobachtungen gewählt.

Die Konvergenz des eingeführten Überprüfungsschrittes ist mathematisch nicht bewiesen, so dass in der praktischen Umsetzung die Festlegung einer maximalen Anzahl von Durchläufen erforderlich ist. Diese Maximalzahl ist abhängig von der statistischen Homogenität des analysierten Datensatzes zu wählen. Die weiteren Berechnungen dieses Kapitels wurden auf ein Maximum von 50 Durchläufen begrenzt.

## 6.2 Beurteilung der Leistungsfähigkeit des Varianzhomogenitätstests

Um die Leistungsfähigkeit des beschriebenen Varianzhomogenitätstests zu untersuchen, wurde dieser zunächst auf synthetische Signale angewandt. Deren Generierung erfolgte auf der Grundlage unkorrelierter, standardnormalverteilter Zufallsvariablen. In den durchgeführten Simulationen wurden für unterschiedliche Längen der Zeitreihen die Position und der Betrag einer Varianzänderung variiert. Für jede Kombination dieser Parameter wurden 10.000 Zeitreihen analysiert. Die eingesetzten Quantile entsprechen einer Sicherheitswahrscheinlichkeit von 95 %. Die Praxistauglichkeit der in den Tabellen 6.1-1 und 6.1-2 angegebenen Quantile wurde durch die Analyse varianzhomogener Zeitreihen bestätigt. Für die betrachteten Zeitreihenlängen von  $N = 10.000$ ,  $1.000$  und  $500$  Werten schlug der Test in

0,045 % - 0,050 % der Fälle an. Dieses stellt einen Beleg für die statistisch korrekte Simulation der Daten dar. Die Einführung eines Änderungspunktes an einer bestimmten Stelle der Zeitreihe erfolgte durch die Modifikation der Varianz sämtlicher nachfolgenden Zufallsvariablen. Im Abschnitt bis zum Änderungspunkt blieb die Einheitsvarianz erhalten. Die Ergebnisse der Simulationen sind in Abhängigkeit der Beziehung zwischen den Varianzen zu betrachten. Der absolute Wert der Änderung spielt nur eine untergeordnete Rolle. Für die Untersuchung des Einflusses durch die Position des Änderungspunktes wurde dieser mit einer Schrittweite von  $N/4$  über die Zeitreihe verschoben.

Bei der Zusammenstellung der Ergebnisse wurde abweichend von der Testtheorie nicht die Anzahl der Ablehnungen der Nullhypothese dokumentiert, sondern der praxisrelevanteren Frage nachgegangen, in wie vielen Fällen die Ablehnung aufgrund genau eines identifizierten Änderungspunktes erfolgte. Aus den Ergebnissen mit der richtigen Anzahl von Änderungsstellen wurden anschließend eine mittlere Position und die Standardabweichung einer Bestimmung berechnet. Die Ergebnisse der Simulationen sind im Anhang C tabellarisch zusammengefasst.

Für jede Kombination der Parameter wurde zum Zweck eines Gütevergleichs der Anpassungstests die Varianzhomogenität auf der Basis des KOLMOGOROV-SMIRNOV-Tests nach (6.1-23) und des CRAMÉR-von MISES-Tests nach (6.1-22) beurteilt. Es wurden sowohl die Anzahl richtiger Identifikationen als auch die Verwerfungsraten der Nullhypothese insgesamt gegenübergestellt. Für Längen der Zeitreihen über  $N = 500$  unterscheiden sich die Ergebnisse der zwei Tests um weniger als 1,0 %. Bei kleineren Längen erreichen die Unterschiede maximale Beträge von 3,5 %. Trotz der kleinen Differenzen, die für längere Zeitreihen sogar im Bereich der festgestellten Wiederholungsgenauigkeit der Simulationsergebnisse liegen, zeichnet sich eine Systematik ab. In sämtlichen Durchläufen führte der KOLMOGOROV-SMIRNOV-Test zu einer höheren Anzahl richtiger Identifikationsraten. Aufgrund dieses Erkenntnis wird in den praktischen Anwendungen der nachfolgenden Kapitel die aus dem KOLMOGOROV-SMIRNOV-Test hervorgehende Testgröße  $T$  aus (6.1-23) eingesetzt.

Für die Zeitreihen mit der Länge  $N = 10.000$  konnte kein Einfluss des Varianzverhältnisses und der Position festgestellt werden. In allen simulierten Konfigurationen variiert der Anteil korrekt identifizierter Änderungspunkte zwischen 91 % und 93 %. Die erwartete Abhängigkeit der Anzahl richtig aufgedeckter Änderungen von dem Verhältnis der Varianzen wird für die kürzeren Zeitreihenlängen mit 1.000 und 500 Termen bestätigt. Die erzielten Ergebnisse zeigen eine rasche Abnahme der Erfolgsraten mit der Varianzänderung auf: Eine 1,5-fache Varianzänderung, die an einer optimalen Stelle in den Zeitreihen bestehend aus 500 Termen auftritt, wird beispielsweise in nur 76,6 % der Fälle richtig aufgedeckt. Mit zunehmendem Varianzverhältnis steigt für diese Zeitreihen der Anteil richtiger Identifikationen und erreicht ebenfalls Maximalbeträge zwischen 91 % und 93 %.

Einen deutlichen Einfluss hat das Varianzverhältnis auf die Richtigkeit der Position der identifizierten Änderung. In allen analysierten Konfigurationen nähert sich die mittlere Position mit zunehmendem Varianzverhältnis der Sollstelle. Dabei sinkt die Standardabweichung ihrer Schätzung. In sämtlichen simulierten Fällen ist die Sollstelle in einem um die mittlere Position zentrierten Intervall mit der Breite der Standardabweichung enthalten. Diese Erkenntnis ist weiterhin nützlich, um in praktischen Anwendungen in Abhängigkeit des festgestellten Varianzverhältnisses einen Unsicherheitsbereich für die tatsächliche Position der Änderung anzugeben.

Aus den Ergebnissen der Simulationen ist eine Abhängigkeit der Anzahl erfolgreicher Identifikationen unterhalb der Maximumgrenze von 91 % von der Position der Varianzänderung in der Zeitreihe erkennbar. Für ein gleich bleibendes Varianzverhältnis sind die höchsten Identifikationsraten für die Lokalisierung in der Mitte der Zeitreihe erreicht worden. Mit der Abnahme der Länge und des Varianzverhältnisses fallen die Unterschiede zu den Positionen in den Viertelpunkten deutlicher aus. Die Abhängigkeit des Testergebnisses von der Position der Varianzänderung ist in der Abbildung 6.1-1 erkennbar. Im mittleren Bereich haben die linearen und die nach der  $\beta$ -Verteilung berechneten Konfidenzgrenzen nahezu gleichen Abstand zum Verlauf des Verhältnisses der CSS, während in den Randbereichen die Breite des Konfidenzbereiches für die  $\beta$ -Verteilung deutlich abnimmt.

Die unterschiedlichen Ergebnisse für die Positionierung derselben Varianzänderung in  $N/4$  und  $3N/4$  zeigen, dass die Anzahl der erfolgreichen Identifikationen mit zunehmender Entfernung des Änderungspunktes von der Mitte in den Hälften der Zeitreihe nicht gleich stark sinkt. Die höheren Identifikationsraten für die Lokalisierung in  $3N/4$  weisen auf eine größere Teststärke hin, wenn der kürzere Abschnitt der Zeitreihe die höhere Varianz besitzt. Dieser Effekt stellt sich ebenfalls bei dem F-Test ein, dessen Teststärke größer ist, wenn die höhere Varianz aus der kleineren Anzahl an Freiheitsgraden berechnet wird. Wie nachfolgend gezeigt wird, fällt die Differenz zwischen den richtigen Identifikationen bei kürzeren Zeitreihen und größeren Varianzänderungen deutlicher aus. Die erhöhte Teststärke in  $3N/4$  wird in den Ergebnissen der Simulationen durch eine verbesserte Genauigkeit der identifizierten Positionen

ergänzt. Im Vergleich zur Lokalisierung in  $N/4$  befinden sich die mittleren Positionen näher an den Sollstellen und weisen geringere Standardabweichungen auf.

Die empirisch festgestellte ungleiche Variation der Teststärke ist theoretisch fundiert und kann durch die Berechnung des Erwartungswertes der Testgröße  $T$  aus (6.1-23) für den Fall einer Varianzänderung belegt werden. In INCLÁN und TIAO (1994, S. 922) wird der Erwartungswert durch eine TAYLORSche Reihenentwicklung des Verhältnisses der CSS um den Punkt  $E[C_k] / E[C_N]$  hergeleitet. Im Änderungspunkt  $k_1$  ist dieser gegeben durch:

$$\sqrt{\frac{N}{2}} E[D_{k_1}] = \sqrt{\frac{N}{2}} \left\{ \frac{k_1^3 + k_1(N-k_1)(N-k_1+2)\Delta_1^2 + 2k_1(k_1-1)(N-k_1)\Delta_1}{[k_1 + (N-k_1)\Delta_1]^3} - \frac{k_1}{N} \right\}, \quad (6.2-1)$$

wobei  $\Delta_1$  das Verhältnis der Varianzen bezeichnet. Ein Verhältnis  $\Delta_1 > 1$  weist auf eine höhere Varianz im Zeitreihenabschnitt rechtsseitig vom Änderungspunkt hin und führt zu negativen Erwartungswerten. Im Umkehrschluss bedeutet ein Verhältnis  $\Delta_1 < 1$ , dass die Varianz des Abschnittes linksseitig vom Änderungspunkt höher ist, wodurch

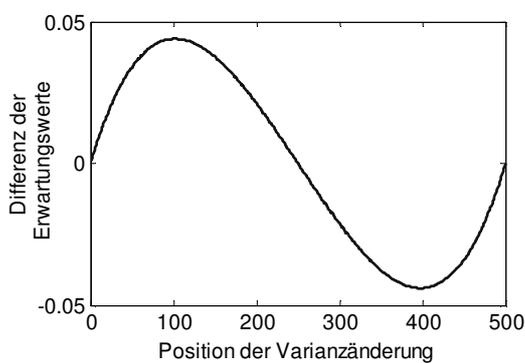


Abb. 6.2-1: Differenz der Erwartungswerte

positive Erwartungswerte entstehen. Für eine Zeitreihenlänge  $N = 500$  wurde die Formel (6.2-1) für alle Positionen des Änderungspunktes  $k_1 = 1, \dots, 500$  in den Fällen  $\Delta_1 = 2$  und  $\Delta_1 = 1/2$  ausgewertet. Die Differenz  $\left| E[D_{k_1}] \right|_{\Delta_1=1/2} - \left| E[D_{k_1}] \right|_{\Delta_1=2}$  wird in der Abbildung 6.2-1 dargestellt.

Der Verlauf der Differenzkurve bestätigt die empirischen Erkenntnisse zur Variation der Teststärke. Im ersten Abschnitt sind die Erwartungswerte für  $\Delta_1 = 1/2$  aufgrund der höheren Varianz größer, so dass die Differenz positiv ausfällt. In der zweiten Hälfte führt die höhere Varianz für  $\Delta_1 = 2$  zu größeren Erwartungswerten und damit zu negativen Differenzen. Dadurch ist

die Abhängigkeit der Teststärke von der Verteilung der Varianz auf die Abschnitte der Zeitreihe und von der Position der Varianzänderung theoretisch begründet.

Die Auswertung der Beziehung (6.2-1) für  $k_1 = N/4$  und  $k_1 = 3N/4$  hat gezeigt, dass im Falle  $N > 100$  die Größe  $E[D_{k_1}]$  durch das Varianzverhältnis  $\Delta_1$  bestimmt wird und nur eine vernachlässigbare Abhängigkeit von  $N$  aufweist.

Die Differenz der Erwartungswerte in den betrachteten Änderungspunkten nimmt mit der Varianzänderung zu. Dieses wirkt einer möglichen Schlussfolgerung entgegen, die auf der Basis der Simulationsergebnisse resultieren könnte. Die Tatsache, dass bei gleichbleibender Länge der Zeitreihe die Unterschiede zwischen den Identifikationsraten in den besprochenen Viertelpunkten geringer werden, ist auf die Zunahme der Erwartungswerte selber zurückzuführen und nicht auf die Abnahme ihrer Differenz. Die zwei Erwartungswerte überschreiten für größere Varianzänderungen das gewählte Quantil so deutlich, dass die Feststellung eines Unterschiedes anhand der Simulationsergebnisse weiterhin nicht möglich ist.

Die wichtigsten Schlussfolgerungen der durchgeführten Analysen werden kurz zusammengefasst:

- Die Richtigkeit der Quantile für die gewählte Irrtumswahrscheinlichkeit wurde anhand der Analyse von Zeitreihen, die keine Varianzänderungen enthielten, bestätigt.
- Der Anteil richtiger Identifikationen wächst für ein bestimmtes Varianzverhältnis mit der Länge der Zeitreihe. Für die gewählte Sicherheitswahrscheinlichkeit von 95 %, betrug der maximale Anteil richtiger Identifikationen 91 % bis 93 %.
- Mit zunehmender Varianzänderung verbessert sich sowohl die Identifikationsrate als auch die Qualität der Position des identifizierten Änderungspunktes.
- Das Testergebnis ist abhängig von der Position der Varianzänderung. Die Teststärke nimmt zu, wenn der kürzere Abschnitt die höhere Varianz besitzt.

## 6.3 Integration des Varianzhomogenitätstests in die Wavelet-Analyse

### 6.3.1 Die Vorteile der Integration

Die hergeleiteten Wahrscheinlichkeitsbeziehungen für die Testgröße  $T$  aus (6.1-23) beziehen sich auf identisch normalverteilte und stochastisch unabhängige Zufallsvariablen. Für eine objektive Beurteilung der Leistungsfähigkeit des Testverfahrens wurden diese Bedingungen bei der Generierung der synthetischen Signale im vorangegangenen Kapitel streng eingehalten. In der praktischen Anwendung kann es jedoch vorkommen, dass die Zeitreihen eine oder beide Bedingungen verletzen. Es stellt sich daher die Frage nach der Auswirkung dieser Abweichungen auf das Testergebnis und nach geeigneten Maßnahmen für den Ausgleich ihres Einflusses.

Ein häufiger Grund für Abweichungen von der Normalverteilung sind Ausreißer in den Daten. Deren Einfluss auf die Testgröße (6.1-23) wird durch die Quadrierung bei der Berechnung der CSS verstärkt. Große Ausreißer erzeugen Extrema von  $D_k$  an den entsprechenden Stellen und täuschen somit Varianzänderungspunkte vor. Dieser Einfluss verhindert eine vollautomatisierte Anwendung des iterativen Identifikationsprozesses, bei der lediglich die Maxima der Testgröße betrachtet werden. Im linken Teil der nachfolgenden Abbildung wird der Verlauf der skalierten Größe  $|D_k|$  für den Fall einer zweifachen Varianzänderung ab der Mitte einer Zeitreihe mit einer Länge  $N = 5.000$  dargestellt. Die Zufallsvariablen linksseitig des Änderungspunktes haben Einheitsvarianz. In der rechten Grafik wird der Verlauf derselben Größe für den Fall einer varianzhomogenen Zeitreihe abgebildet, deren Zufallsvariablen standardnormalverteilt sind und einen Ausreißer an der Stelle  $k = 500$  enthalten, der das fünfzehnfache der Varianz beträgt.

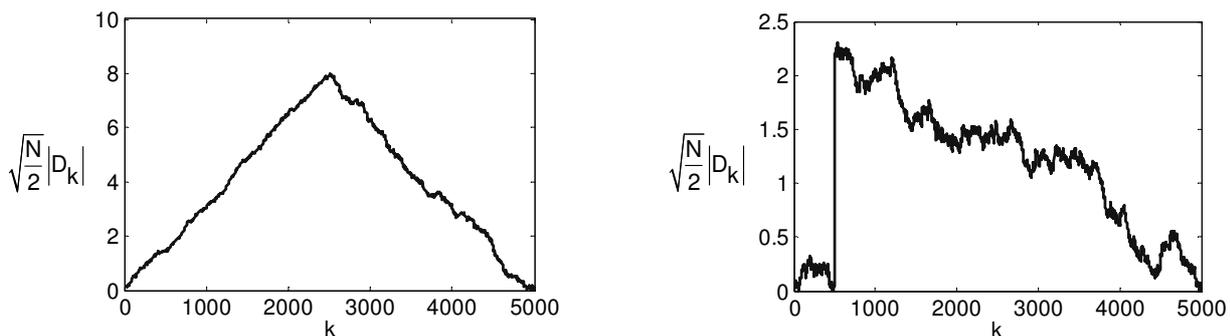


Abb. 6.3-1: Auswirkung einer Varianzänderung an der Stelle  $k = 2500$  (links) und eines Ausreißers an der Stelle  $k = 500$  (rechts) auf den Verlauf der Größe  $|D_k|$

Eine vollautomatische Anwendung des Testverfahrens ohne die Betrachtung des Gesamtverlaufes würde in beiden Fällen zur Signalisierung einer Varianzänderung führen. Es ist daher sinnvoll, in einer automatisch ablaufenden Varianzanalyse die Implementierung des iterativen Algorithmus' um eine Funktion zur Aufdeckung und Eliminierung von Ausreißern zu ergänzen. Einige hierfür geeignete Methoden wie beispielsweise der DIXON-Test oder ein Algorithmus basierend auf der Wavelet-Transformation werden bei KERN et al. (2005) vorgestellt und anhand von Schweredaten verglichen.

Die visuelle Analyse der Abbildung 6.3-1 verdeutlicht, dass ein Ausreißer eine sprunghafte Änderung der Größe  $|D_k|$  verursacht. Derartige Effekte treten im Falle einer tatsächlichen Varianzänderung nicht auf. Es ist daher empfehlenswert vor der iterativen Suche eine Überprüfung auf sprunghafte Änderungen der Größe  $|D_k|$  mit dem im 5. Kapitel vorgestellten Verfahren vorzunehmen. Dieses Vorgehen ermöglicht es die Existenz von Ausreißern zu prüfen, ohne weitere Algorithmen zu implementieren und zu analysieren.

In der Entwicklung einer Methode zur Unterdrückung von Rauschen wenden OGDEN und PARZEN (1996) und OGDEN (1997) den in Kapitel 6.1 beschriebenen Test in Verbindung mit der Wavelet-Transformation an, indem sie geordnete Koeffizienten der sWT skalenweise testen. Analog zu den in Kapitel 5.2 beschriebenen Methoden wird dabei die Annahme getroffen, dass sich das Rauschen auf sämtliche Waveletkoeffizienten der anfänglichen Zerlegungsstufen verteilt, während die informationshaltigen Signalanteile in wenigen, betragsmäßig hohen Koeffizienten dieser Skalen konzentriert sind. Letztere führen zu einer höheren Testgröße (6.1-23) als die Quantile der KOLMOGOROV-Verteilung. In einer iterativen Analyse der jeweiligen Skaleninhalte wird bei jeder Verwerfung der

Nullhypothese der betragsmäßig höchste Koeffizient nicht weiter in die Berechnung der Testgröße einbezogen. Das Signal wird anschließend aus der Menge der abgespaltenen Koeffizienten rekonstruiert. Bei diesem Vorgehen interessieren nur die Existenz wesentlicher Koeffizienten und deren Position. Eine Unterscheidung der Effekte im Sinne einer Änderungsanalyse wird nicht vorgenommen. In dem beschriebenen Vorgang verwenden die Autoren eine gegenüber (6.1-20) leicht veränderte Form der Approximation einer BROWNSchen Brücke, in der sowohl die CSS als auch der Normierungsfaktor auf eine allgemeinere Funktion  $g(k)$  bezogen werden. Die Äquivalenz der zwei Konstruktionen für  $g = x^2$  wird von WHITCHER (1998, S. 62 f.) bewiesen.

Die Zerlegung der Zeitreihe in Frequenzkomponenten mit Hilfe der Wavelet-Transformation und die skalenweise Anwendung des Varianzhomogenitätstests ist aufgrund der Eigenschaften (4.4-7) und (4.6-10) zulässig. Dieses Vorgehen weist gegenüber einer einmaligen Anwendung des Tests für die originäre Zeitreihe einige Vorteile auf. Insbesondere Deformationen entstehen vielfach durch die Überlagerung mehrerer periodischer Anteile. Es ist daher sinnvoll, die Ursachen für die auftretenden Varianzänderungen in einzelnen, skalenbezogenen Frequenzbereichen zu suchen. Dadurch können die identifizierten Änderungspunkte den jeweiligen periodischen Komponenten zugeordnet werden und eine gezielte Ursachenforschung für deren Aufkommen betrieben werden. Bei der Aufstellung des funktionalen Modells wird diese Erkenntnis berücksichtigt, indem lediglich für die betroffenen Periodizitäten neue Parameter eingeführt werden. Auf diese Weise wird eine Überparametrisierung des Modells verhindert (NEUNER, 2006).

Infolge eines heterogenen Beitrags der periodischen Komponenten zur Gesamtvarianz können Maskierungseffekte durch die höherenergetischen Anteile entstehen. In diesem Fall bleiben Änderungen der Varianz auf den Frequenzen mit verhältnismäßig niedrigem Energieinhalt unentdeckt. Dieser Effekt wird durch die Analyse des Varianzinhaltes einzelner Skalen minimiert oder, bei ausreichendem Abstand zwischen den Frequenzen, sogar verhindert. Ein weiterer Vorteil der Varianzanalyse auf der Ebene der Waveletkoeffizienten ist die implizite Erfüllung der Bedingung (6.1-3) (vgl. 4.4-10).

Rapide und große Mittelwertänderungen, wie sie im 5. Kapitel behandelt wurden, führen zur Entstehung von Betragsmaxima der Waveletkoeffizienten, die aus Sicht des Varianzhomogenitätstests als Ausreißer zu bewerten sind. Dieser Überlagerung ist zu begegnen, indem die Identifikation und die Modellierung der Anteile mit variablem Mittelwert vorgezogen werden und die Varianzanalyse für die nach (3.3-6) transformierte Zeitreihe durchgeführt wird. Änderungen des Mittelwertes, die sich im Bezug auf die analysierten wesentlichen Periodizitäten nur langsam vollziehen, sind durch eine geeignete Wahl der maximalen Zerlegungsstufe in den Skalierungskoeffizienten enthalten. Sie haben deshalb keinen Einfluss auf das Ergebnis des Varianzhomogenitätstests, wenn dieser auf der Basis der Waveletkoeffizienten durchgeführt wird.

Durch die skalenbezogene Anwendung des Tests wird die Auswirkung von Ausreißern auf die Testgröße reduziert. In Kapitel 4.3 wurde gezeigt, dass sich die Frequenzlokalisierung mit zunehmender Ordnung der Wavelets verbessert. Für die Überprüfung der Konstanz der Varianz auf der Ebene der Waveletkoeffizienten ist eine scharfe Trennung der Frequenzanteile zwischen den Skalen vorteilhaft, da eine Überlappung benachbarter Spektralanteile vermieden wird und sich dadurch Maskierungseffekte reduzieren. Die Transformation ist deshalb mit einem Wavelet höherer Ordnung zu berechnen. Dieses folgt aus der Erhöhung der Ordnung  $p$  der Nullstelle  $z = -1$  in (4.3-6). Im DAUBECHIES-Tiefpassfilter von der Ordnung  $p$  ist, wie anhand von (4.4-14) gezeigt wurde, ein gleitendes Mittelwertfilter gleicher Ordnung integriert. Dieses führt für Wavelets höherer Ordnung zu einem zunehmend glatten Verlauf der resultierenden Koeffizienten. Ein Ausreißer der ursprünglichen Beobachtungen wird mit zunehmender Zerlegungstiefe reduziert in den Waveletkoeffizienten abgebildet. In den meisten ingenieurgeodätischen Überwachungsaufgaben werden die Einflüsse und die Deformationen mit Abstraten erfasst, die häufig die theoretisch notwendige NYQUIST-Frequenz um ein Vielfaches überschreiten. Dadurch treten die interessierenden periodischen Änderungen nicht unmittelbar in den Koeffizienten der ersten Zerlegungsstufen sondern in Skalenbereichen auf, in denen Ausreißer einen geringeren Einfluss haben.

Aufgrund der genannten Vorteile wird in den nachfolgenden Analysen die Überprüfung der Konstanz der Varianz skalenbezogen durchgeführt, indem die Waveletkoeffizienten, die von Randeffekten unbetroffen sind, auf Varianzhomogenität getestet werden.

### 6.3.2 Die geeignete Wavelet-Transformation

Die praktische Umsetzung des um die Wavelet-Transformation erweiterten varianzanalytischen Verfahrens setzt die Angabe der geeigneten Transformationsart voraus. Die sWT weist aufgrund der Dezimierung den Nachteil einer

schlechten zeitlichen Lokalisierung auf. Änderungspunkte der Varianz, die aus den Koeffizienten dieser Transformation ermittelt werden, sind auf der Ebene der ursprünglichen Beobachtungen nicht eindeutig einem Zeitpunkt zuzuordnen, sondern einem Zeitintervall, dessen Länge der Fensterlänge des Wavelets in der entsprechenden Skala gleicht. Dieses erschwert die Rückführung der aufgedeckten Varianzänderungen auf Effekte in den Zeitreihen der Einflussfaktoren.

In der uWT wird durch die Filterspreizung die zeitliche Auflösung der ursprünglichen Zeitreihe beibehalten. Diese Transformation führt jedoch aufgrund ihrer Redundanz zur Entstehung algebraischer Korrelationen, die prinzipiell die Voraussetzung der stochastischen Unabhängigkeit der im Varianzhomogenitätstest untersuchten Variablen verletzen. Für die Beurteilung der Korrelationen, die in verschiedenen Zerlegungsstufen der uWT entstehen, wurden nach Kapitel 4.4.3 Transformationsmatrizen aufgestellt, die die Zeitreihe direkt in die Wavelet- und Skalierungskoeffizienten der jeweiligen Skala überführen. Unter der Annahme unkorrelierter Beobachtungen wurden anschließend durch die Anwendung des Fehlerfortpflanzungsgesetzes die Korrelationsmatrizen hergeleitet. Diese enthalten ausschließlich die algebraischen Korrelationen, die aufgrund der Redundanz der uWT entstehen, und somit die Werte der Autokorrelationsfunktionen der äquivalenten Filter. Die Berechnungen beruhen auf dem DAUBECHIES-Filterpaar 4. Ordnung, das in den nachfolgenden praktischen Anwendungen zum Einsatz kommt. Die Tabelle 6.3-1 beinhaltet die Autokorrelationen  $r(k)$  der äquivalenten Tiefpass-Filter der ersten vier Zerlegungsstufen für die Verschiebungen  $k = 1, \dots, 10$ .

	r(1)	r(2)	r(3)	r(4)	r(5)	r(6)	r(7)	r(8)	r(9)	r(10)
1	0,60	0	-0,12	0	0,02	0	-0,002	-	-	-
2	0,88	0,60	0,27	0	-0,12	-0,12	-0,06	0	0,02	0,02
3	0,97	0,88	0,75	0,60	0,43	0,27	0,12	0	-0,08	-0,12
4	0,99	0,97	0,93	0,88	0,82	0,75	0,68	0,60	0,52	0,43

Tab. 6.3-1: Autokorrelationen der äquivalenten Tiefpassfilter der uWT

Aus den Ergebnissen der Tabelle 6.3-1 ist der Anstieg der Korrelationen und der Erhaltensneigung mit zunehmender Zerlegungsstufe zu beobachten. Bereits in der 3. Zerlegungsstufe werden Korrelationen von nahezu 1 erreicht. Ein geringfügig niedrigeres Korrelationsniveau wurde für die äquivalenten Hochpassfilter festgestellt. Diese Untersuchung verdeutlicht, dass die Korrelationen infolge der uWT in der vorgeschlagenen Anwendungsweise des Varianzhomogenitätstests berücksichtigt werden müssen.

Die Anwendung von Monte-Carlo Simulationen für die Herleitung von Quantilen, die einer bestimmten Korrelationsstruktur Rechnung tragen, bedarf aufgrund der Abhängigkeit von der Länge der Zeitreihe und der Anzahl und Verteilung der Änderungspunkte der Nachbildung einer Vielzahl von Situationen. Sie stellt daher eine rechentechnisch intensive Methode mit einem geringen praktischen Wert dar. Eine alternative Vorgehensweise wurde in WHITCHER (1998) aufgezeigt und besteht in der Veränderung der Teststatistik (6.1-23), indem die Anzahl  $N$  der Variablen als Freiheitsgrade interpretiert wird und durch die äquivalenten Freiheitsgrade  $N_{\text{eff}}$  ersetzt wird. Diese sind in Abhängigkeit der Autokorrelationsfunktion durch die Beziehungen (3.1-22) oder (3.1-23) zu berechnen. Damit wird in WHITCHER (1998) für die Überprüfung der Varianzhomogenität korrelierter Variablen die Anwendung der Testgröße:

$$T_{\text{kor}} = \sqrt{N_{\text{eff}}/2} \max_k |D_k| \quad (6.3-1)$$

vorgeschlagen, wobei die hergeleiteten Quantile beibehalten werden. Die Begründung dieser Vorgehensweise wird empirisch anhand von Simulationsrechnungen erbracht. In den vorgestellten Ergebnissen ist eine systematische Unterschreitung der theoretischen Irrtumswahrscheinlichkeiten feststellbar, was auf eine reduzierte Teststärke des Verfahrens hindeutet. Diese wurde in den Untersuchungen dieser Arbeit bestätigt. In der Analyse der Koeffizientenreihen aus der Abbildung 6.4-2 schlug der Test in der veränderten Form (6.3-1) nicht an, obwohl die Abschnitte mit unterschiedlichem Varianzniveau ausreichend lang und visuell deutlich erkennbar sind. Auch vom theoretischen Standpunkt ist der direkte Einsatz der äquivalenten Freiheitsgrade problematisch, da für die Berechnung der Autokorrelationsfunktion in (3.1-22) und (3.1-23) die Stationarität bis zur 2. Ordnung gewährleistet sein muss. Diese wird jedoch im Rahmen des Testverfahrens erst überprüft, so dass sich nur ein iteratives Vorgehen für die Schätzung und Berück-

sichtigung der Korrelationen eignet. Aufgrund dieser Tatsachen wurde die Testgröße (6.3-1) in die nachfolgenden Anwendungen nicht einbezogen.

In der Tabelle 6.3-1 nehmen die algebraischen Korrelationen in skalenabhängigen Abständen den Wert null an. Dieser Effekt ist ebenfalls für die äquivalenten Hochpassfilter zu beobachten. Die Nullstellen der Autokorrelationsfunktion entsprechen den Positionen der Koeffizienten, die aus der Berechnung der sWT resultieren. Aufgrund der Orthogonalität wird in der sWT die Entstehung algebraischer Korrelationen vermieden. Es bietet sich deshalb an, ausschließlich diese Koeffizienten in die Berechnung der Teststatistik (6.1-23) einzubeziehen. Eine ähnliche Strategie der Variablenselektion wurde von BISCHOFF et al. (2006) angewandt, um die durch epochale Differenzbildung entstehenden algebraischen Korrelationen zwischen Teilstichproben von Residuen der GPS-Beobachtungen zu beseitigen und anhand des BARTLETT-Tests deren Varianzhomogenität zu prüfen.

Aufgrund ihrer komplementären Eigenschaften hinsichtlich der zeitlichen Auflösung und der Entstehung von algebraischen Korrelationen stellt der kombinierte Einsatz der zwei diskreten Wavelet-Transformationen die geeignete Vorgehensweise für die Überprüfung der Varianzhomogenität auf der Ebene der Waveletkoeffizienten dar. In einem ersten Schritt werden in die Berechnung der Testgröße (6.1-23) lediglich die Koeffizienten der sWT einbezogen. Schlägt der Test an der Stelle  $k_{sWT}$  an, so wird für die Lokalisierung die Größe (6.1-23) aus den Koeffizienten der uWT berechnet und als Änderungspunkt das Maximum in einem Intervall um  $k_{sWT}$  angenommen. Dessen Länge gleicht der zeitlichen Unschärfe der entsprechenden Skala. Bei der Zuordnung des identifizierten Änderungspunktes einer ursprünglichen Beobachtung ist die Phasenverschiebung des äquivalenten Filters zu berücksichtigen (vgl. Kapitel 5.3 und WICKERHAUSER, 1996, S. 150 ff.).

### 6.3.3 Berücksichtigung physikalischer Korrelationen

Neben den angesprochenen transformationsbedingten Korrelationen erfordert die Bedingung der stochastischen Unabhängigkeit auch die Berücksichtigung physikalischer Korrelationen, die aufgrund des periodischen Charakters der beobachteten Prozesse entstehen. Eine Möglichkeit hierfür besteht in der Berechnung der Größe  $\max_k |D_k|$  als gewichtete Quadratsumme:

$$T_{\text{kor}}^* = \max_k |D_k| = \max_k \left| \frac{C_k^*}{C_N^*} - \mu_k \right| = \max_k \left| \frac{\left( \mathbf{x}^T \mathbf{P} \mathbf{x} \right)_k}{\left( \mathbf{x}^T \mathbf{P} \mathbf{x} \right)_N} - \frac{k}{N} \right|, \quad (6.3-2)$$

wobei die Gewichtsmatrix  $\mathbf{P}$  als Inverse der Autokorrelationsmatrix der Beobachtungen folgt. Die transformierten Variablen  $\mathbf{P}^{1/2} \mathbf{x}$  sind stochastisch unabhängig (PELZER, 1985, S. 51), so dass die in Kapitel 6.3.1 hergeleiteten Quantile auch für diese Testgröße gültig sind. Trotz der theoretischen Begründung erfordert die praktische Umsetzung von (6.3-2), sofern die Korrelationsstruktur des beobachteten Prozesses unbekannt ist, die Berechnung der empirischen Autokorrelationsfunktion. Gegen diese Berechnung haben die zuvor im Falle der äquivalenten Freiheitsgrade erbrachten Einwände ebenfalls Bestand. Ein weiteres Hindernis entsteht in der praktischen Anwendung von (6.3-2) infolge des höheren Korrelationsniveaus zwischen den Waveletkoeffizienten, die wesentliche Periodizitäten der Zeitreihe enthalten (vgl. Abbildung 4.6-2). Mit zunehmender Korrelation ist die empirische Autokorrelationsmatrix schlechter konditioniert. Die Ermittlung der Gewichtsmatrix  $\mathbf{P}$  als Inverse der Autokorrelationsmatrix wird dadurch numerisch instabil oder sogar unmöglich. Aufgrund dieser Nachteile wurde die Beziehung (6.3-2) nicht zur Berechnung der Testgröße herangezogen.

In den nachfolgenden Anwendungen wurden die physikalischen Korrelationen für die Überprüfung der Varianzhomogenität zunächst vernachlässigt und die Varianzänderungen anhand der Testgröße  $T$  aus (6.1-23) identifiziert. Die Vernachlässigung kann eine überschätzte Anzahl von Änderungspunkten zur Folge haben. Für deren Überprüfung werden die Differenzen zwischen den Amplituden und zwischen den Rauschniveaus benachbarter Abschnitte auf Signifikanz getestet. Ein Änderungspunkt wird entfernt, wenn sich die Differenzen gleichzeitig als nicht signifikant erweisen.

### 6.3.4 Durchführung der Systemidentifikation

Für die Ermittlung der Systemparameter unter Berücksichtigung der identifizierten varianzhomogenen Abschnitte ist es notwendig, zunächst die Reaktionsverzögerung anhand der Kreuzkorrelationsfunktion zu bestimmen. Hierfür wird

jede periodische Komponente mit der Transformation (3.3-8) in eine Zeitreihe mit konstanter Varianz überführt. Das benötigte deterministische Signal  $d_v(k)$  ist aus den Varianzen der jeweiligen identifizierten Abschnitte zu bilden. Die Phasenverzögerung ist vorab zu ermitteln, um die Zuordnung der Varianzänderungen in den Zeitreihen der Einfluss- und Deformationsgrößen zu ermöglichen. Sie ist für die Parametrisierung des Modells (3.1-21) und für die Berechnung der Amplitudenverstärkung aus den Amplituden kausal zusammenhängender Abschnitte im Modell (3.1-27) erforderlich.

Für die Berechnung der Amplituden bietet das Verfahren der ausgleichenden Sinusfunktion (3.1-30) einige Vorteile gegenüber den Modellen (3.1-21) und (3.1-27). Die Identifikation im Zeitbereich erfolgt unverändert durch die Einführung eines einzelnen Gewichtskoeffizienten für jeden kausalen Zusammenhang zwischen den Einfluss- und den Deformationsgrößen. Dabei ist zwangsläufig von der inkrementellen Linearität des Systems auszugehen (vgl. Kapitel 3.1.2). Diese Annahme ist durch die Systemidentifikation im Frequenzbereich nach (3.1-27) überprüfbar, indem die Amplitudenverstärkung als Verhältnis der Amplituden aus kausal zusammenhängenden Abschnitten hergeleitet wird. Die Schätzung der Amplituden wesentlicher Periodizitäten für die einzelnen varianzhomogenen Abschnitte erfolgt durch die FOURIER-Transformation der Autokovarianzfunktion.

Es ist denkbar, dass zeitlich naheliegende Änderungspunkte zur Entstehung kurzer Abschnitte führen, in denen keine ausreichende Auflösung des Amplitudenspektrums erzielbar ist. Dadurch werden die einzelnen Varianzkomponenten der Zeitreihen mit stark unterschiedlicher Qualität bestimmt, was zu Fehlschlüssen über das Systemverhalten leitet. Diesen Nachteilen wurde in der vorliegenden Arbeit durch die Anwendung der ausgleichenden Sinusfunktion entgegengewirkt. In diesem Verfahren sorgen auch deutlich weniger Beobachtungen für eine ausreichende Redundanz bei der Bestimmung der Parameter der Sinusfunktionen. Die wesentlichen Frequenzen werden anhand des Periodogramms ermittelt, das ein höheres Auflösungsvermögen im Vergleich zum Leistungsdichtespektrum besitzt. Die Kontrolle der inkrementellen Systemlinearität bleibt mit diesem Verfahren weiterhin möglich. Aus den Amplituden der Sinusfunktionen, die als Ergebnis der Ausgleichung eines jeden varianzhomogenen Abschnitts resultieren, werden die Amplitudenverstärkungen des Systems ermittelt.

## **6.4 Modellierung des varianzinstationären Bewegungsverhaltens einer Windenergieanlage (WEA)**

### **6.4.1 Einleitende Aspekte**

Die vorgestellte Methodik zur Identifikation von Varianzänderungen wird für die Modellierung des Bewegungsverhaltens des Turmes einer in Betrieb befindlichen WEA eingesetzt. Das Bauwerk ist einer wechselnden Lasteinwirkung durch Wind und eigene Massenkräfte ausgesetzt. Es ist daher zu erwarten, dass das Bewegungsverhalten varianzinstationär ist. Die wesentlichen Eigenschaften des Überwachungsobjektes und der analysierten Zeitreihen wurden bereits in Kapitel 2.2.3 vorgestellt. Mit der Abbildung 2.2-7 wurde dort verdeutlicht, dass die Überprüfung der Varianzhomogenität eine notwendige Maßnahme ist, um eine verbesserte Qualität des erstellten Deformationsmodells zu erreichen.

Durch die Einwirkung des in Kapitel 2.2.3 beschriebenen Lastenkomplexes auf die WEA werden die Deformationen überwiegend Anteile enthalten, die mit der Rotor- und der Blattzahl periodisch sind. Diese weisen aufgrund der Windturbulenzen eine variable Amplitude und damit eine instationäre Varianz auf. Eine realitätstreue Ermittlung aktueller Strukturparameter ist nur möglich, wenn die erwartete Inhomogenität der Varianz modelltechnisch berücksichtigt wird. Stärkere Änderungen der Windgeschwindigkeit und -richtung bewirken die Einstellung neuer Rotor-drehzahlen, Anstellwinkel und Orientierung des Maschinenhauses und führen somit zu veränderten Mittellagen der periodischen Schwankungen. Die Änderungen der Mittellagen lassen sich zu einem Signalanteil mit sprunghaftem Verlauf zusammenfassen, der die periodischen Komponenten überlagert und mit den im 5. und 7. Kapitel vorgestellten Verfahren modellierbar ist. Das Hauptaugenmerk wird nachfolgend auf die Identifikation und Modellierung der periodischen, varianzinstationären Signalanteile gerichtet.

Die analysierte Zeitreihe umfasst ca. 14.700 Werte, die über eine Beobachtungsdauer von etwa 40 min registriert wurden. Dieser zeitliche Rahmen übersteigt deutlich diejenigen der vorangegangenen Modellierungen. Diese beschränkten sich auf Zeiträume mit konstanten Betriebs- und Zustandsparametern der WEA (vgl. Kapitel 2.2.3).

Die Zustandsparameter der WEA werden von dem eigenen Steuerungs- und Überwachungssystem erfasst. Aufgrund dessen Auslegung für die langfristige Zustandserfassung und –dokumentation werden die Parameter lediglich in einem Abtastintervall von 10 min gespeichert. Dieses übersteigt um ein Vielfaches das Abtastintervall der gemessenen Bewegungen und ist für die dynamische Modellbildung des Deformationsverhaltens unter Einfluss der Windlast ungeeignet. Aus diesem Grunde wird die nachfolgende Analyse auf die kinematische Modellierung des Deformationsvorganges beschränkt. Die einmalige Änderung des Anstellwinkels und die zwei Orientierungsänderungen des Maschinenhauses, die während des betrachteten Zeitraumes stattgefunden haben, weisen einen ausreichenden zeitlichen Abstand auf, um die eindeutige Zuordnung der induzierten Effekte zu ermöglichen. Die Änderungsbeträge sind zudem gering, so dass eine mehrstufige Einstellung des aufgezeichneten Zustandes ausgeschlossen werden kann. Demzufolge sind alle weiteren identifizierten Änderungen im Bewegungsverhalten der WEA der wechselnden Windlast zuzuschreiben.

#### 6.4.2 Die Wavelet-Transformation der Datenreihe

Die Parameter der in der Zeitreihe enthaltenen und in der Abbildung 2.2-6 dargestellten wesentlichen Periodizitäten wurden nach dem Modell (3.1-30) in einer gemeinsamen Ausgleichung sämtlicher Beobachtungen ermittelt. Die modellierten Periodizitäten treten im Amplitudenspektrum der Residuen in nahezu unverminderter Größe auf (s. Abbildung 2.2-7), was die geringe Qualität des resultierenden Modells belegt. Eine mögliche Ursache für die unvollständige Modellbeschreibung ist die Variation der Amplituden der analysierten periodischen Effekte. Diese führen im „globalen“ Modell zur Schätzung eines mittleren Varianzniveaus der einzelnen Frequenzen. Um diese Annahme zu überprüfen, wurde die analysierte Zeitreihe mit dem beschriebenen Testverfahren untersucht. Durch die Zusammensetzung der Zeitreihe aus mehreren periodischen Komponenten mit unterschiedlichen Beiträgen zur Gesamtenergie (vgl. Abbildung 2.2-6) kann das Testergebnis dem Einfluss von Maskierungseffekten unterliegen. Deshalb wurde die Zeitreihe mit der sWT in ihre spektralen Anteile zerlegt und diese anschließend auf Konstanz ihrer Varianz überprüft. Für die kinematische Modellierungsaufgabe spielt die genaue zeitliche Referenzierung der Änderungen eine untergeordnete Rolle. Die zeitliche Unschärfe der sWT ist ausreichend, um die Variationen der Varianz auf die Änderungen der Betriebsparameter der WEA zurückzuführen.

In der Berechnung der sWT wurde ein DAUBECHIES-Filterpaar 4. Ordnung eingesetzt. Dieses ermöglicht eine scharfe Trennung der periodischen Komponenten und hat gleichzeitig ein ausreichendes Potential für die zeitliche Lokalisierung. Die niedrigste Frequenz im Spektrum der analysierten Zeitreihe entspricht der Rotorfrequenz  $1p = 0,20$  Hz, so dass nach 4 Zerlegungsstufen die wesentlichen Frequenzen vollständig auf die Skalenbereiche aufgeteilt sind. Deren spektraler Inhalt wird im Einzelnen zusammen mit dem nominellen Passband des jeweiligen Bandpassfilters in der Tabelle 6.4-1 angegeben:

Zerlegungsstufe	1	2	3	4
Frequenzen der Zeitreihe	$15p, 12p + f_1, 9p$	$9p, 6p, 3p$	$3p, f_0$	$f_0, 1p$
Nominelles Passband (Hz)	(1,53 , 3,05)	(0,76 , 1,53)	(0,38 , 0,76)	(0,19 , 0,38)

Tab. 6.4-1: Aufteilung der wesentlichen Frequenzen auf die einzelnen Skalenbereiche

In der Tabelle 6.4-1 soll der verwendete Additionsoperator zwischen den Frequenzen  $12p$  und  $f_1$  die sehr enge Nachbarschaft zwischen den rotationsinduzierten Effekten und der 2. Biegeeigenfrequenz des Turmes herausstellen.

Für die Interpretation der wesentlichen Frequenzen in den Amplitudenspektren der Waveletkoeffizienten ist es vorteilhaft, die Amplitudenverstärkung des äquivalenten Filterpaares in jeder Skala zu betrachten. Wie in den Abbildungen 4.4-4 und 4.4-5 verdeutlicht, treten die periodischen Komponenten mit Frequenzen inner- und oberhalb des Passbandes in den Amplitudenspektren der Koeffizienten als Aliasfrequenzen auf, während die Anteile unterhalb des Passbandes an der Stelle der reellen Frequenzen erscheinen (vgl. Kapitel 4.4.4). Die Hinzunahme der Amplitudenverstärkung der äquivalenten Filter für die Analyse dieser Effekte ist insbesondere dann hilfreich, wenn sich mehrere periodische Komponenten in den Koeffizienten einer Skala überlagern. Dieses ist der Fall in der 2. Zerlegungsstufe (Abbildung 6.4-1). Hier sind in den Waveletkoeffizienten sowohl wesentliche Periodizitäten aus dem Passband, das durch die vertikalen Linien eingegrenzt ist, als auch aus beiden Übergangsbereichen enthalten.

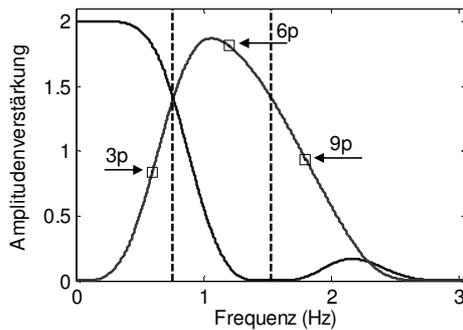


Abb. 6.4-1: Amplitudenverstärkung des äquivalenten Filterpaares in der 2. Skala

lässigkeit der Amplitudenschätzung verbessert.

### 6.4.3 Skalenbezogene Identifikation und Modellierung von Varianzänderungen

Der in Kapitel 6.1 beschriebene Varianzhomogenitätstest wurde in seiner rekursiven Form für die Überprüfung der Konstanz dieses Parameters in jeder einzelnen Reihe von Waveletkoeffizienten eingesetzt. Die verwendeten Quantile entsprechen in einer zweiseitigen Hypothesenformulierung einem Signifikanzniveau von 95 % und sind jeweils in den Tabellen 6.1-1 und 6.1-2 aufgeführt. Es wurden in jeder Skala Varianzänderungen festgestellt. Die maximale Anzahl von 17 Änderungspunkten wurde in der 2. Zerlegungsstufe erhalten. Sie werden maßgeblich durch die Unregelmäßigkeiten im Bereich der Frequenz  $6p$  verursacht, die in der Abbildung 2.2-6 ebenfalls erkennbar sind.

Die variierende Länge der identifizierten varianzhomogenen Abschnitte führt zu unterschiedlichen Frequenzauflösungen der Periodogramme. Dadurch werden die für die Aufstellung des funktionalen Modells (3.1-30) benötigten dominanten Frequenzen mit unterschiedlicher Genauigkeit ermittelt. Dieses stellt insbesondere für kürzere Abschnitte einen Nachteil dar, da im Modell (3.1-30) die Frequenzen als bekannt vorausgesetzt werden. Um Einflüsse auf die Parameterschätzung durch die ungenaue Bestimmung der Frequenzen zu umgehen, wurde das Modell iterativ aufgestellt. Dabei wurden die aus den Periodogrammen entnommenen dominanten Frequenzen innerhalb der Frequenzbreite mit einer Schrittweite von  $1/1.000$  der Frequenzbreite variiert. Als Endergebnis wurde die Lösung des Modells behalten, dessen Residuen auf den betrachteten Frequenzen die geringsten Amplituden aufwiesen. Diese Vorgehensweise ermöglicht es kleinere Änderungen der modellierten Frequenzen zu erfassen.

Die Berücksichtigung der Frequenzvariabilität in den Modellen stellt keineswegs nur eine rechnerische, modelloptimierende Maßnahme dar, sondern ist durch reell auftretende Effekte begründet. Diese wurden ebenfalls von VENNEGEERTS und KUTTERER (2007) bei der Analyse des Bewegungsverhaltens unterschiedlicher Typen von WEA festgestellt. Eine Alternative zum eingesetzten Suchkriterium ist die in MAUTZ und PETROVIC (2005) vorgestellte Methodik zur Bestimmung nur näherungsweise bekannter Frequenzen und deren Amplituden mit Hilfe globaler und lokaler Optimierungsverfahren. Eine vergleichende Betrachtung der Leistungsfähigkeit bleibt jedoch weiteren Arbeiten vorbehalten.

Aufgrund der Lastsituation während des analysierten Zeitraumes wird erwartet, dass die variierende Windlast Varianzänderungen hauptsächlich in den Biegeeigenfrequenzen und den drehzahlabhängigen Grundfrequenzen  $1p$  und  $3p$  induziert. Aus diesem Grund wird nachfolgend die Modellierung der Waveletkoeffizienten aus der 3. und 4. Zerlegungsstufe eingehender betrachtet. Die Lösungen des Modells (3.1-30) sind in der Tabelle 6.4-2 für jeden varianzhomogenen Abschnitt der 4. Zerlegungsstufe aufgeführt. Die ermittelten Variationen der Frequenzen erreichen maximale Beträge von  $0,0058$  Hz für die erste Biegeeigenfrequenz und  $0,0056$  Hz für die Rotorfrequenz. Die Variationen fallen im Vergleich zur Genauigkeit der Angabe der ersten Biegeeigenfrequenz gering aus, übersteigen jedoch um das Dreifache das Auflösungsvermögen des internen Steuerungs- und Überwachungssystems der WEA. Während die Bedeutung dieser Frequenzänderungen für die betrachtete Struktur in interdisziplinären Analysen zu werten ist, verdeutlicht sie in modelltechnischer Hinsicht, dass die Frequenzen nicht als feste, sondern als variable Größen in das Modell (3.1-30) einzuführen sind. Die hier erzielten Ergebnisse lassen sich als Näherungswerte verwenden, um in einem weiteren Durchgang die Frequenzen ebenfalls als Parameter in das Modell (3.1-30) einzuführen.

Die Anteile mit den Frequenzen  $6p$  und  $9p$  werden als Aliase dargestellt, während die Frequenz  $3p$  unverändert bleibt. Eine analoge Situation stellt sich auch in der 3. Zerlegungsstufe ein, wo die erste Biegeeigenfrequenz aufgrund ihrer Nähe zur unteren Grenze des nominellen Passbandes ebenfalls in den Koeffizienten dieser Skala enthalten ist.

Bei der Modellierung werden die Amplituden der skalenübergreifenden Frequenzen in jedem varianzhomogenen Abschnitt der zwei Koeffizientenreihen ermittelt. Diese Vorgehensweise ist trotz des erhöhten Rechenaufwandes vorteilhaft, denn sie ermöglicht, im Falle zeitlich übereinstimmender Änderungspunkte auf Effekte zu schließen, die diesen Frequenzen zugeordnet werden können. Weiterhin wird durch die doppelte Bestimmung ebenfalls die Zuver-

Abschnitt	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Länge	118	48	126	88	71	140	185	58	76
$f_0$ – Alias (Hz)	0,0866	0,0880	0,0881	0,0888	0,0912	0,0875	0,0908	0,0854	0,0906
Amplitude (mgon)	7,6	29,2	16,9	30,6	44,1	15,3	15,0	22,0	13,5
Signifikanz $\Delta A$		ja	ja	ja	ja	ja	nein	nein	nein
$1p$ – Alias (Hz)	0,1799	0,1752	0,1788	0,1776	0,1778	0,1802	0,1797	0,1779	0,1808
Amplitude (mgon)	7,9	1,9	2,5	2,6	5,7	5,9	5,2	3,4	4,0
Signifikanz $\Delta A$		nein							

Tab. 6.4-2: Ergebnisse der Varianzhomogenitätsprüfung und der Modellierung in der 4. Zerlegungsstufe

Die Amplituden wurden nach (3.1-29) aus den geschätzten Parametern ermittelt. Die in der Tabelle 6.4-2 angegebenen Werte sind zu Vergleichszwecken um die unterschiedlichen Amplitudenverstärkungen der äquivalenten Filter reduziert worden. In der unmittelbaren Gegenüberstellung der Amplituden der beiden Frequenzen fällt der geringe Anteil der Umdrehungsfrequenz des Rotors an der Gesamtvariabilität auf. Deren Amplitude variiert maximal um 6 mgon und bleibt damit während des betrachteten Zeitraumes weitestgehend konstant. Dieses Ergebnis ist mit der Entstehung der Periodizitäten  $1p$  aufgrund der Massenunwuchten des Rotors und dessen konstanter Drehfrequenz während des analysierten Zeitraumes zu begründen. Eine deutlich höhere Variabilität weist die erste Biegeeigenfrequenz auf. Die maximale Änderung beträgt 36,5 mgon.

Für die Segmentierung in varianzhomogene Abschnitte wurde bei der Anwendung des Varianzhomogenitätstests von unkorrelierten Beobachtungen ausgegangen. Um eine Überschätzung der Anzahl aufgedeckter Änderungspunkte zu vermeiden, wurde die Differenz aufeinanderfolgender Amplituden mit einem zusätzlichen t-Test auf Signifikanz geprüft. Die Standardabweichungen der Amplituden wurden durch eine strenge Fehlerfortpflanzung ermittelt. Bei der Festlegung der Freiheitsgrade für die Testgröße des t-Tests dürfen die Freiheitsgrade der Ausgleichungen in den betrachteten Abschnitten nicht ohne weiteres addiert werden, da aufgrund der identifizierten Änderungspunkte nicht unmittelbar von gleicher Varianz ausgegangen werden kann. Eine Näherungslösung für diesen Fall wird bei HARTUNG (2005, S. 510) mit:

$$N_{\Delta A} = \frac{\left( s_{A,1}^2 + s_{A,2}^2 \right)^2}{\frac{\left( s_{A,1}^2 \right)^2}{N_{A,1}} + \frac{\left( s_{A,2}^2 \right)^2}{N_{A,2}}} \quad (6.4-1)$$

gegeben. In (6.4-1) bezeichnen  $s_{A,1}$  und  $s_{A,2}$  die Standardabweichungen der Amplituden und  $N_{A,1}$  und  $N_{A,2}$  die Freiheitsgrade der Ausgleichungen, aus denen die Amplituden resultieren. Die Testergebnisse für die Sicherheitswahrscheinlichkeit von 95 % sind in den Zeilen fünf und acht der Tabelle 6.4-2 aufgeführt. Die Angaben beziehen sich auf die Signifikanz der Differenz zur vorangegangenen Amplitude. Der instationäre Charakter des periodischen Anteils mit der ersten Biegeeigenfrequenz wird durch die Testergebnisse bestätigt. Die Amplituden der ersten sechs Abschnitte unterscheiden sich signifikant voneinander, was die Existenz der Änderungspunkte bekräftigt.

In den letzten drei Abschnitten fallen die Amplitudendifferenzen für die Frequenzen  $f_0$  und  $1p$  nicht signifikant aus. Für eine vollständige Überprüfung der entsprechenden Änderungspunkte ist es notwendig, die Varianzen der im Modell (3.1-30) nicht erfassten Anteile auf mögliche Variationen zu untersuchen. Dieses wurde mit einem F-Test realisiert, dessen Ergebnis den signifikanten Unterschied zwischen den Varianzen der jeweiligen Modellresiduen aufdeckte. Die letzten drei Änderungspunkte entstehen somit aufgrund des unterschiedlichen Rauschniveaus.

Die Analyse und Modellierung der Waveletkoeffizienten der 1. Zerlegungsstufe deckt aufgrund der sehr engen Nachbarschaft der zweiten Biegeeigenfrequenz zur Harmonischen  $12p$  eine weitere Besonderheit auf. Die Einführung von unterschiedlichen Parametern im Modell (3.1-30) für die benachbarten Frequenzen kann aufgrund der nahezu linearen Abhängigkeit der Spalten zu schlecht konditionierten Designmatrizen führen. Dieses wurde durch die Berechnung der Konditionszahl für jede Normalgleichungsmatrix eines varianzhomogenen Abschnitts der 2<sup>1</sup>. Skala überprüft. Die Konditionszahl resultiert als Verhältnis zwischen dem größten und dem kleinsten Eigenwert einer Matrix (HÖPCKE,

1980). Ihr Maximalwert betrug 14,8 und ist damit ausreichend, um eine numerisch stabile Inversion durchzuführen. Für schlechter konditionierte Normalgleichungsmatrizen kann die Inversion nach dem CHOLESKY-Verfahren eine numerisch stabile Lösung liefern (ZURMÜHL, 1984, S. 68).

#### 6.4.4 Skalenübergreifende Ergebnisanalyse

Die aufgedeckten Amplitudenänderungen der ersten Biegeeigenfrequenz können sowohl durch Variationen der Windgeschwindigkeit als auch durch die drei Wechsel der Betriebsparameter der WEA entstehen. Für die kausale Zuordnung zwischen diesen Effekten und den identifizierten Änderungspunkten ist es zweckmäßig, neben den Waveletkoeffizienten der 4. auch die Koeffizienten der 3. Zerlegungsstufe und die Skalierungskoeffizienten gemeinsam zu betrachten (Abbildung 6.4-2). Dieses ermöglicht gleichzeitig einen Vergleich der Lokalisierungen der Änderungspunkte in den zwei Reihen von Waveletkoeffizienten, welche die erste Biegeeigenfrequenz enthalten. Zu diesen Zwecken wurde in der Abbildung 6.4-2 die zeitliche Auflösung durch die Darstellung der Koeffizienten der uWT verbessert und der skalenspezifische Einfluss der Dezimierung auf die Position der Änderungspunkte beseitigt.

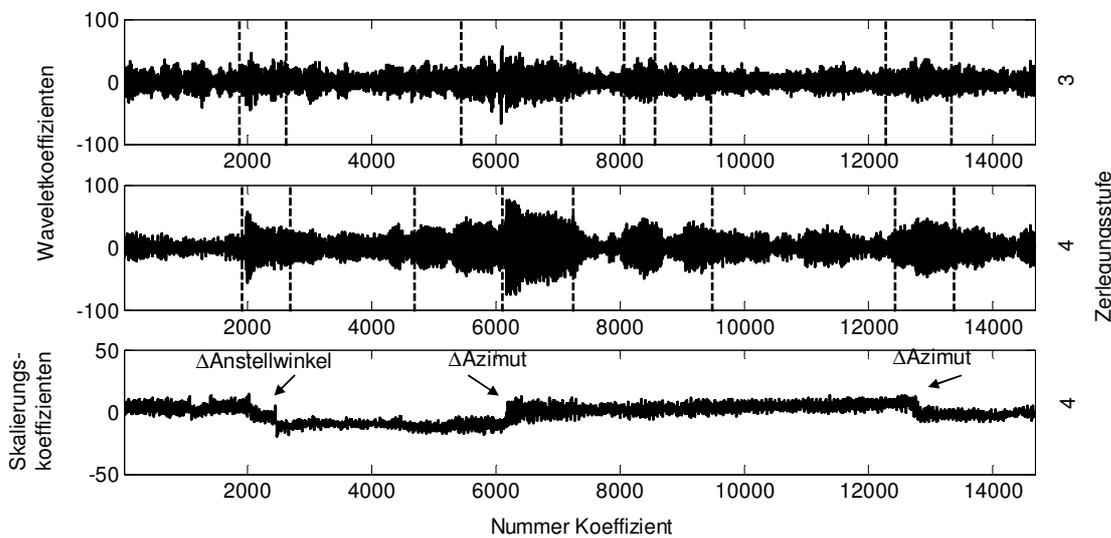


Abb. 6.4-2: Varianzhomogene Abschnitte in den Waveletkoeffizienten der 3. (oben) und 4. (Mitte) Zerlegungsstufe und Zustandsänderungen der WEA dargestellt in den Skalierungskoeffizienten (unten).

Die Auswirkung der wechselnden Betriebsparameter der WEA ist durch die aufgetretenen Variationen des Mittelwertes in der Reihe der Skalierungskoeffizienten deutlich erkennbar. Die erste Sprungstelle im Verlauf dieser Reihe entspricht der Umstellung des Anstellwinkels der Rotorblätter von  $4^\circ$  auf  $3^\circ$ , während die zwei folgenden Sprungstellen infolge der azimuthalen Drehungen des Maschinenhauses um  $+5^\circ$  bzw.  $-5^\circ$  entstehen. Diesen Änderungen entspricht in den Reihen der Waveletkoeffizienten jeweils ein varianzhomogener Abschnitt, der sich durch eine erhöhte Variabilität gegenüber den benachbarten Abschnitten auszeichnet. Bezogen auf das in Kapitel 3.2 behandelte dynamische Analogiemodell repräsentieren die Koeffizienten dieser Abschnitte den oszillierenden Anteil der Systemreaktion auf eine sprunghafte oder lineare Änderung (s. Abbildungen 3.2-6 und 3.2-7). Die Abschnittslänge ist ein Maß für die Steifigkeit des Bauwerkes. Aus den entsprechenden Koeffizienten lässt sich in einem regressionsbasierten Ansatz der systemspezifische Parameter  $\lambda$  ermitteln. Das nichtlineare funktionale Modell folgt unmittelbar aus (3.2-9) zu:

$$\frac{v_m(t)}{(\sqrt{2})^m} = \left[ \cos \omega(t-t_0) + \frac{\lambda}{\omega} \sin \omega(t-t_0) \right] e^{-\lambda(t-t_0)}, \quad (6.4-2)$$

wobei  $v_m(t)$  den Koeffizienten aus dem zugeordneten, varianzhomogenen Abschnitt der Zerlegungsstufe  $m$  darstellt.

Im Vergleich der Abschnitte, die als Reaktion auf die azimuthale Drehung des Maschinenhauses in den unterschiedlichen Skalen entstehen, fällt die systematisch größere Länge in der 3. Zerlegungsstufe auf. Die Begründung hierfür liegt in der verzögerten Reaktion einer WEA auf eine Änderung der Windrichtung oder auf Änderungen der Windverhältnisse allgemein. Eine Variation der Windrichtung verursacht durch die wechselnde Anströmrichtung zunächst

eine Änderung der Varianz auf der Blattdurchgangsfrequenz. Erst beim Einstellen einer neuen Gleichgewichtslage erfolgt die Neuorientierung des Maschinenhauses, die eine Reaktion auf der ersten Biegeeigenfrequenz induziert.

Die varianzhomogenen Abschnitte stimmen in den Koeffizientenreihen der zwei aufeinanderfolgenden Skalen gut überein. Die einzige Ausnahme bildet der 6. Abschnitt in der 3. Zerlegungsstufe. Die entsprechenden Änderungen der Varianz wurden in den Koeffizienten der 2<sup>4</sup>. Skala mit dem Varianzhomogenitätstest nicht aufgedeckt, obwohl sie visuell deutlich erkennbar sind. Die Existenz der Änderungspunkte in der 2<sup>3</sup>. Skala wird durch den zusätzlichen Signifikanztest der Amplitudendifferenz bestätigt. Die signifikante Amplitudenänderung der Blattdurchgangsfrequenz 3p deutet auf einen bestehenden Einfluss durch variierende Windverhältnisse hin. Die Gründe für die fehlende Identifikation dieser Änderungspunkte in der 4. Zerlegungsstufe liegen in der zu kurzen Dauer der Koeffizientenfolgen mit niedriger Varianz. In Kapitel 6.2 wurde anhand der Simulationen eine verringerte Teststärke festgestellt, wenn die kürzeren Abschnitte gleichzeitig eine kleine Varianz aufweisen. Infolge der Verteilung des gleichen periodischen Effektes auf mehrere Koeffizientenreihen durch die Wavelet-Transformation ist es durch die entstehenden Überlagerungen mit verschiedenen Frequenzanteilen möglich, derartige Verfahrensschwächen aufzudecken und bei der Modellerstellung zu berücksichtigen.

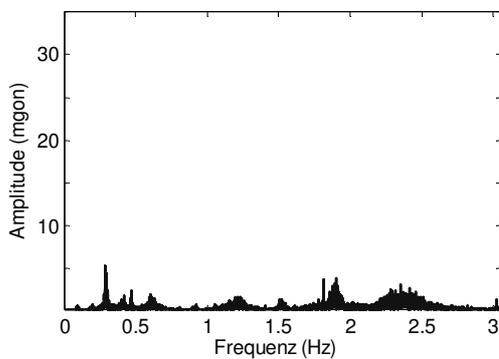


Abb. 6.4-3: Amplitudenspektrum der Residuen des verfeinerten Modells

Mit den Parametern, die als Lösung von (3.1-30) für die jeweiligen varianzhomogenen Abschnitte folgten, wurde in jeder Skala eine modellierte Koeffizientenreihe berechnet. Auf deren Grundlage wurde in der Wavelet-Synthese mit der Rekonstruktionsbeziehung (4.2-28) eine modellierte Zeitreihe erzeugt. Da die Wavelet-Transformation verlustfrei erfolgt (vgl. Kapitel 4.2), stellen die Abweichungen der modellierten Zeitreihe von den ursprünglichen Beobachtungen ein Maß für die Qualität des Modells dar. Das Amplitudenspektrum der Modellresiduen wird in der Abbildung 6.4-3 dargestellt. Die verbesserte Modellqualität gegenüber dem „globalen“ Modell, in dem die Parameter aller Frequenzen gemeinsam unter Einbeziehung sämtlicher Beobachtungen geschätzt werden, äußert sich durch die geringeren Amplituden der modellierten Periodizitäten, vor allem

der Biegeeigenfrequenzen (vgl. Abbildung 2.2-7). Die erreichte Modellverbesserung schlägt sich ebenfalls in der Standardabweichung der Residuen nieder. Diese beträgt 85 % der Standardabweichung des „globalen“ Modells, wenn die Residuen als unkorreliert angenommen werden. Durch die Beachtung der verbliebenen zeitlichen Korrelationen beträgt die Standardabweichung sogar nur 43 % derjenigen des „globalen“ Modells.

Der Vorteil einer Überprüfung der Varianzhomogenität nach dem vorgeschlagenen Testverfahren ist somit deutlich erkennbar. Über das verbesserte Modell hinaus führte die angewandte Modellierungsstrategie zu einem eingehenden Verständnis für die aufgetretenen Effekte. Nur durch die detaillierte Analyse der einzelnen Koeffizientenreihen und der anschließenden skalenübergreifenden Betrachtung ist es möglich, die Bauwerksreaktion den unterschiedlichen wind- und betriebsbedingten Einflüssen zuzuordnen und im dynamischen Ansatz die Systemparameter zu quantifizieren.

Die wesentlichen Merkmale der ausgearbeiteten Verfahrensweise zur Überprüfung der Varianzhomogenität und deren Berücksichtigung bei der Modellierung von Deformationsprozessen lassen sich wie folgt zusammenfassen:

- Die Varianzhomogenität der registrierten Zeitreihen wird anhand eines multiplen statistischen Tests überprüft, dessen Testgröße (6.1-23) auf der CSS beruht.
- Die eingesetzte Testgröße besitzt Lokalisierungseigenschaften.
- Die Quantile zur Bewertung der Signifikanz lassen sich anhand der DURBIN-Verteilung nach (6.1-10) für Längen der Zeitreihen  $N \leq 5.000$  und anhand der KOLMOGOROV-Verteilung nach (6.1-18) für Längen  $N > 5.000$  ermitteln.
- In einem iterativen Prozess können mehrere Varianzänderungen identifiziert werden.
- Die Analyse der Varianzhomogenität erfolgt auf der Ebene der Waveletkoeffizienten. Sie ist aufgrund der Isometrie der Wavelet-Transformation zulässig und bietet in modelltechnischer Hinsicht deutliche Vorteile,

wie beispielsweise die Überprüfung einzelner Frequenzkomponenten der Zeitreihe oder die Reduktion des Einflusses von Ausreißern auf die Testgrößen  $T$  der höheren Zerlegungsstufen.

- Das Varianzniveau bzw. die Amplituden der wesentlichen Periodizitäten werden für jedes einzelne Intervall mit varianzhomogenen Waveletkoeffizienten im Modell der ausgleichenden Sinusfunktion (3.1-30) geschätzt.
- Die Systemparameter werden im Falle periodischer Einflüsse mit unterschiedlichen Methoden ermittelt. Die Amplitudenverstärkung resultiert als Verhältnis der geschätzten Amplituden. Die Reaktionsverzögerung wird anhand der Kreuzkorrelationsfunktion ermittelt, die zwischen den nach (3.3-8) transformierten, varianzhomogenen Reihen von Waveletkoeffizienten berechnet wird.

## 7 Identifikation und Modellierung von langsamen Mittelwert- und Varianzänderungen

Die Verfahren aus dem 5. und 6. Kapitel sind für die Identifikation der Änderungen des Mittelwertes bzw. der Varianz ausschließlich auf die Analyse der Waveletkoeffizienten gerichtet. Der Informationsinhalt aus den Skalierungskoeffizienten wird nicht ausgeschöpft. Aus der Abbildung 6.4-2 ist ersichtlich, dass Skalierungskoeffizienten Änderungen des Mittelwertes enthalten, wenn sich diese langsamer als die überlagerten periodischen Effekte vollziehen. In diesen Fällen enthalten die Koeffizienten der anfänglichen Zerlegungsstufen periodische Effekte, die ein deutliches Hervortreten der Betragsmaxima verhindern. Auf diese Weise ist eine Identifikation mit der Methode des 5. Kapitels nicht möglich. Die Änderungen infolge der Umstellung der Anstellwinkel und der Orientierung des Maschinenhauses werden im Falle der WEA nicht identifiziert.

In diesem Kapitel wird ein letztes Verfahren eingeführt, das vorrangig durch die notwendige Identifikation langsamer Mittelwertänderungen motiviert ist. Damit werden sämtliche Möglichkeiten für die Äußerung einer Änderung der betrachteten statistischen Parameter in den Koeffizienten der Wavelet-Transformation abgedeckt. Obwohl weiterhin eine mögliche Trennung der periodischen Anteile von den Änderungen des Mittelwertes unterstellt wird, ist dieses keine zwingende Voraussetzung für die Anwendung des neuen Verfahrens. Dieses eignet sich ebenfalls für die Identifikation der Änderungen der Varianz oder beider statistischen Parameter gleichzeitig. Die erläuterten Inhalte sind im Aufbau der Arbeit in die rechte vertikale Säule aus Abbildung 1.2-1 einzuordnen.

Die Grundidee des eingeführten Verfahrens besteht in der Schätzung des variablen Parameters aus Beobachtungen mit homogenen statistischen Eigenschaften. Die Schätzung basiert auf dem Likelihood-Prinzip, eine in der geodätischen Auswertetechnik vertraute Methode. Aus diesem Grund ist die anfängliche Vorstellung auf die praktische Umsetzung der Schätzung ausgerichtet (Kapitel 7.1). Die maßgebliche Herausforderung für dessen praktische Anwendung resultiert aus der Unkenntnis der Dimension des Parametervektors und damit der Modellstruktur. Dieses erfordert einen Einstieg in die Theorie der Modellselektion. Daraus können zwei Ansätze hergeleitet werden, die einen Anhaltspunkt für die automatische Wahl der Modellstruktur geben. Ist das Ergebnis der automatischen Modellselektion nicht zufrieden stellend, so besteht die Möglichkeit einer interaktiven Parametrisierung (Kapitel 7.2). Das Identifikationspotential des Verfahrens wird zunächst anhand simulierter Datensätze bewertet, wobei die Änderungen des Mittelwertes und der Varianz getrennten Analysen unterzogen werden (Kapitel 7.3). Der Vergleich mit den Identifikationsergebnissen des Varianzhomogenitätstests belegt die komplementäre Leistungsfähigkeit der beiden Verfahren und begründet deren gemeinsamen Einsatz in der Modellerweiterung. Die sich ergänzenden Eigenschaften werden in der praktischen Untersuchung des Deformationsverhaltens der WEA anhand des gleichen Datensatzes wie im 6. Kapitel deutlich (Kapitel 7.4). Die praktische Anwendung für die Identifikation langsamer Mittelwertänderungen erfolgt in der Untersuchung der Reaktion der Rethhubrücke auf die Verkehrsbelastung (Kapitel 7.5).

### 7.1 Identifikation einer bekannten Anzahl von Änderungspunkten

#### 7.1.1 Die Schätzung der statistischen Parameter nach der Maximum-Likelihood Methode

Das nachfolgende Verfahren unterscheidet sich grundsätzlich von den zwei vorangegangenen Methoden, indem es eine kombinierte, statistisch-funktionale Identifikationsstrategie verwendet. Bei der Vorstellung der Methodik wird zunächst von einer bekannten Anzahl von Änderungspunkten  $N_{cp}$  ausgegangen, wobei analog zu dem vorherigen Kapitel die erste und letzte Beobachtung ebenfalls in das Verzeichnis der Änderungspunkte aufgenommen sind. Für die Aufdeckung der Änderungen werden nicht Eigenschaften von Größen, die in funktionalem Zusammenhang zu den variierenden Parametern stehen, untersucht, sondern die statistischen Parameter nach der Maximum-Likelihood-Methode (ML) direkt geschätzt. Bei der Schätzung nach der ML-Methode werden die unbekannt, festen Parameter  $\boldsymbol{\beta}$  durch die Maximierung der Dichtefunktion der Beobachtungen  $\mathbf{x}$  bestimmt, indem die Dichte als Funktion  $f(\boldsymbol{\beta})$  der unbekannt Parameter aufgefasst wird. Die Likelihoodfunktion ist definiert als (KOCH, 1997, S. 165):

$$L(\mathbf{x}; \boldsymbol{\beta}) = f(\boldsymbol{\beta}) . \quad (7.1-1)$$

Für die Schätzung ist es notwendig die Dichte der Beobachtungen in Abhängigkeit der unbekannt Parameter a priori zu präzisieren. Diese muss nicht zwingend derjenigen der Normalverteilung entsprechen. Dadurch eignet sich

das besprochene Verfahren auch für die Überprüfung der Identität statistischer Eigenschaften von Beobachtungen, deren Verteilung a priori bekannt ist und von der Normalverteilung abweicht. Vor diesem Hintergrund ist es treffender, die festgestellten Änderungen auf den Erwartungswert und die Varianz zu beziehen, obwohl weiterhin der Fall normalverteilter Beobachtungen vordergründig behandelt wird. Der allgemeine Bezug befindet sich im besseren Einklang zu der Eigenschaft der Stationarität.

Die Parameter der meisten parametrischen Dichten sind ebenfalls in den abgeleiteten Erwartungswerten und Varianzen enthalten. Die Änderung wenigstens einer dieser statistischen Größen entspricht neuen Werten der Parameter und somit auch einer neuen Dichte der folgenden Beobachtungen. Es ist deshalb begründet, die Likelihoodfunktion für jeden stationären Abschnitt zu maximieren, indem die Parameter im Sinne der ML-Schätzung nur aus Beobachtungen mit gemeinsamem Erwartungswert und Varianz geschätzt werden. Im Umkehrschluss führt die Schätzung aus Beobachtungen mit heterogenen statistischen Eigenschaften zu verzerrten Parametern der Dichten. Dieser Argumentation folgend, lässt sich für die Lokalisierung der  $N_{cp}$  Änderungspunkte eines Prozesses  $x$ , der aus  $N$  Zufallsvariablen besteht, und die Schätzung der Dichteparameter des jeweiligen stationären Abschnittes folgende Zielfunktion formulieren (LAVIELLE, 1999, S. 87):

$$\sum_{i=1}^{N_{cp}-1} L(x_i, \beta_i) \rightarrow \max. \quad (7.1-2)$$

Darin bezeichnen  $x_i$  die tatsächlichen Beobachtungen des  $i$ -ten stationären Abschnittes und  $\beta_i$  die Parameter der Dichtefunktion in diesem Abschnitt. Die Aufstellung der Zielfunktion in der Summenform (7.1-2) ist nur dann möglich, wenn sich die Änderungen ausschließlich auf die Randverteilung der Beobachtungen auswirken. Diese Annahme wird in den nachfolgenden Ausführungen und Berechnungen getroffen. Insbesondere im Falle normalverteilter Beobachtungen, der ebenfalls den nachfolgenden Ausführungen unterstellt wird, ist die Maximierung der logarithmierten Likelihoodfunktion, der so genannten Log-Likelihoodfunktion  $\ln(L)$ , rechnerisch vorteilhafter. Deren Einsatz in (7.1-2) ist aufgrund der positiven Dichte und der Monotonie der logarithmischen Funktion zulässig (KOCH, 1997, S. 175). In der Parameterschätzung ist es üblich die Minimierung einer Zielfunktion anzustreben. Deshalb wird (7.1-2) zu

$$-\sum_{i=1}^{N_{cp}-1} \ln(L(x_i, \beta_i)) \rightarrow \min \quad (7.1-3)$$

umgeformt. Der Parametervektor  $\beta_i$  umfasst im Allgemeinen für den  $i$ -ten stationären Abschnitt eines Prozesses, der aus normalverteilten, stochastisch unabhängigen Variablen besteht, den Erwartungswert  $\mu_i$  und die Varianz  $\sigma_i^2$ . Ist der beobachtete Prozess jedoch stationär bis zur 1. Ordnung, d.h. mittelwertstationär, so beinhaltet der Parametervektor  $\beta_i$  lediglich die Varianz  $\sigma_i^2$  des  $i$ -ten varianzstationären Abschnittes. Im Bezug auf die Schätzungsaufgabe (7.1-3) ist der Erwartungswert  $\mu$  eine Konstante. Dessen Schätzung entspricht bekanntlich dem arithmetischen Mittel und erfolgt auf der Basis sämtlicher Beobachtungen der Zeitreihe. Die Log-Likelihoodfunktion in (7.1-3) nimmt im  $i$ -ten varianzstationären Abschnitt mit der unbekanntem Varianz  $\sigma_i^2$  folgende Form an:

$$-\ln(L(x_{t_{i-1}+1\Delta}, x_{t_{i-1}+2\Delta}, \dots, x_{t_i}, \beta_i)) = -\ln \left\{ \left( 2\pi\sigma_i^2 \right)^{-\frac{N_i}{2}} \cdot \exp \left[ -\frac{\sum_{j=1}^{N_i} (x_{t_{i-1}+j\Delta} - \mu)^2}{2\sigma_i^2} \right] \right\} \quad \text{mit } \beta_i = \{ \sigma_i^2 \}. \quad (7.1-4)$$

Darin bezeichnet  $N_i$  die Anzahl der im  $i$ -ten Abschnitt enthaltenen Zufallsvariablen  $x$ . Die Differenzierung der Log-Likelihoodfunktion nach dem unbekanntem Parameter führt zum verzerrten Schätzer der empirischen Varianz (MOOD et al., 1974, S. 281 und KOCH, 1997, S. 175):

$$\bar{\sigma}_i^2 = \frac{1}{N_i} \sum_{j=1}^{N_i} (x_{t_{i-1}+j\Delta} - \mu)^2. \quad (7.1-5)$$

Wie aus (7.1-5) erkennbar ist, basiert die Schätzung der Varianz im Unterschied zu derjenigen des Erwartungswertes lediglich auf den Zufallsvariablen des  $i$ -ten stationären Abschnittes. Durch die Einführung der Varianzschätzung (7.1-5) für den unbekannt Parameter in (7.1-4) folgt die Log-Likelihoodfunktion zu:

$$-\ln\left(L\left(x_{t_{i-1}+1\Delta}, x_{t_{i-1}+2\Delta}, \dots, x_{t_i}, \beta_i\right)\right) = \frac{N_i}{2} [1 + \ln(2\pi)] + \frac{N_i}{2} \ln \left[ \frac{\sum_{j=1}^{N_i} (x_{t_{i-1}+j\Delta} - \mu)^2}{N_i} \right] \quad \text{mit } \beta_i = \{\sigma_i^2\}. \quad (7.1-6)$$

Analog zu der obigen Vorgehensweise wird im Falle eines varianzstationären Prozesses verfahren, dessen Erwartungswert auf Stationarität untersucht werden soll. Der Parametervektor  $\beta_i$  beinhaltet nun den Erwartungswert  $\mu_i$  des  $i$ -ten mittelwertstationären Abschnittes, während die Varianz im Bezug auf die Zielfunktion (7.1-3) eine Konstante darstellt. Deren Schätzung nach (7.1-5) bezieht alle Terme der Zeitreihe ein. Die arithmetische Mittelbildung beruht hingegen nur auf die Beobachtungen des  $i$ -ten mittelwertstationären Abschnittes der Zeitreihe. Die Herleitung der Log-Likelihoodfunktion für diesen Fall erfolgt nach den gleichen Prinzipien wie (7.1-6) und wird deshalb nur unter Angabe der wichtigsten Berechnungsschritte nachfolgend skizziert:

$$\begin{aligned} -\ln\left(L\left(x_{t_{i-1}+1\Delta}, x_{t_{i-1}+2\Delta}, \dots, x_{t_i}, \beta_i\right)\right) &= -\ln \left\{ \left(2\pi\sigma^2\right)^{-\frac{N_i}{2}} \cdot \exp \left[ -\frac{\sum_{j=1}^{N_i} (x_{t_{i-1}+j\Delta} - \mu_i)^2}{2\sigma^2} \right] \right\} \\ &= \frac{N_i}{2} \ln(2\pi\sigma^2) + \frac{1}{2\sigma^2} \sum_{j=1}^{N_i} (x_{t_{i-1}+j\Delta} - \mu_i)^2 \\ &= \frac{N_i}{2} \ln(2\pi\sigma^2) + \frac{1}{2\sigma^2} \left[ \sum_{j=1}^{N_i} x_{t_{i-1}+j\Delta}^2 - \frac{1}{N_i} \left( \sum_{j=1}^{N_i} x_{t_{i-1}+j\Delta} \right)^2 \right] \quad \text{mit } \beta_i = \{\mu_i\}. \end{aligned} \quad (7.1-7)$$

Eine analoge Berechnungsformel ist für  $\beta_i = \{\mu_i, \sigma_i^2\}$  bei NEUNER und KUTTERER (2006) angegeben.

### 7.1.2 Die Lokalisierung der Änderungspunkte

Wie aus (7.1-6) und (7.1-7) erkennbar ist, sind die Positionen der Änderungspunkte darin nicht explizit enthalten. Die Herleitung von Bestimmungsgleichungen durch die Differenzierung der Zielfunktion ist daher nicht möglich. Die Änderungspunkte sind implizit mit der Festlegung der Anzahl  $N_i$  von Beobachtungen, aus denen die überprüften Parameter ermittelt werden, lokalisiert. Zur Schätzung der Positionen ist deshalb ein kombinatorisches Verfahren anzuwenden, in dem die Längen der als stationär angenommenen Abschnitte inkrementell variiert werden. Trotz bekannter Anzahl von Änderungspunkten führt der Versuch, deren Konfiguration durch die Minimierung von (7.1-3) direkt zu identifizieren, selbst für kleinere Werte  $N_{cp}$  zu einer schwer überblickbaren Anzahl von Kombinationen. Bei der praktischen Umsetzung des Lokalisierungsverfahrens wurde deshalb eine Strukturierung des Minimierungsprozesses vorgenommen, indem die Log-Likelihoodfunktion zunächst für alle möglichen Abschnitte  $x_i - x_j$ , mit  $i \leq j$ , berechnet wurde. Die entsprechenden Ergebnisse werden mit  $\lambda_{ij}$  bezeichnet und wie folgt zu einer Matrix zusammengefasst:

$$\mathbf{\Lambda} = \begin{pmatrix} \lambda_{11} & \lambda_{12} & \lambda_{13} & \dots & \lambda_{1N} \\ - & \lambda_{22} & \lambda_{23} & \dots & \lambda_{2N} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ - & - & - & - & \lambda_{NN} \end{pmatrix}. \quad (7.1-8)$$

Die Position der Änderungspunkte wird auf der Grundlage der Matrix  $\mathbf{\Lambda}$  in einem sequentiellen Prozess ermittelt, in dem ausgehend von zwei Änderungspunkten deren Anzahl sukzessive um eins bis  $N_{cp}$  erhöht wird. Dabei werden die minimalen Werte der Zielfunktionen für alle möglichen Abschnitte  $x_i - x_j$ , mit  $1 < j$ , ermittelt und jeweils in eine zweite Matrix  $\mathbf{A}$  gespeichert. Die Elemente  $\alpha_{ij}$  dieser Matrix entsprechen den Beträgen der minimierten Beziehung (7.1-3) für eine Anzahl von  $i+1$  Änderungspunkten, deren optimale Stelle im Zeitreihenabschnitt  $x_i - x_j$  ermittelt

wurde. Die erste Zeile der Matrix  $\mathbf{A}$  stimmt deshalb mit der ersten Zeile der Matrix  $\mathbf{\Lambda}$  überein. Die Elemente der  $i$ -ten Zeile der Matrix  $\mathbf{A}$  werden aus ihren Elementen der  $(i-1)$ -ten Zeile nach folgender Rekursionsformel berechnet:

$$\alpha_{ij} = \min_k \{ \alpha_{i-1,k} + \lambda_{k+1,j} \} \text{ für } i < j \text{ und } k = i, \dots, j-1. \quad (7.1-9)$$

Die Matrix  $\mathbf{A}$  ist vollständig aufgestellt, wenn  $i = N_{cp} - 1$  gilt. Ihre letzte Spalte enthält für jede Anzahl von Änderungspunkten bis einschließlich  $N_{cp}$  die minimalen Werte der Zielfunktionen, die aus sämtlichen Beobachtungen berechnet werden und somit für die gesamte analysierte Zeitreihe repräsentativ sind. Zusätzlich zu den Beträgen der Minima sind auch deren Eintrittsstellen  $k$  in (7.1-9) zu einer Matrix  $\mathbf{T}$  zusammenzufassen. Die Einzelelemente dieser Matrix werden mit  $\tau_{ij}$  bezeichnet. Auf der Grundlage von  $\mathbf{T}$  werden die Positionen der  $N_{cp}$  Änderungspunkte durch eine Rückwärtsrekursion ermittelt. Deren Ausgangspunkt ist die bekannte Position des letzten Änderungspunktes  $t(N_{cp} - 1)$ , die  $N$ , der Anzahl der Zufallsvariablen in der Zeitreihe, gleicht. Die verbleibenden Änderungspunkte werden mit folgender Beziehung lokalisiert:

$$t(i) = \tau[i+1, t(i+1)] \text{ mit } i = N_{cp} - 2, \dots, 1. \quad (7.1-10)$$

In (7.1-10) wurde zum Zweck einer klareren Ausdrucksweise die Position der Elemente in der Matrix und im Vektor nicht durch Indizes sondern in Klammern angegeben. Mit dem strukturierten kombinatorischen Verfahren lässt sich eine bekannte Anzahl von Änderungspunkten lokalisieren und gleichzeitig der Verlauf der Zielfunktion in Abhängigkeit von der Anzahl der Änderungspunkte feststellen.

Ein möglicher Nachteil dieses Berechnungsverfahrens ergibt sich aus der Aufstellung der Matrix  $\mathbf{\Lambda}$ , die  $N^2$  Elemente enthält. Eine direkte Berechnung der Matrix für Zeitreihen, die mehrere 10.000 Beobachtungen umfassen, wird durch technische Restriktionen verhindert. Eine Möglichkeit, diesen Nachteil zu umgehen, ist die Überführung der ursprünglichen Zeitreihe in eine neue, deren Elemente aus der Summenbildung aller in einem konstanten Zeitfenster enthaltenen Beobachtungen resultieren. Eine exakte zeitliche Lokalisierung der Änderung ist dadurch aber nicht mehr möglich. Für die nachfolgenden Analysen wurde deshalb ein alternatives Verfahren implementiert, in dem lediglich die für die Berechnung von (7.1-9) gerade benötigte Spalte aus  $\mathbf{\Lambda}$  aufgebaut wurde. Auf diese Weise können längere Zeitreihen untersucht werden, wobei die Rechenzeit aufgrund der redundanten Berechnungen stark ansteigt. Es empfiehlt sich deshalb diese Reduktion des Speicherbedarfs nur für sehr lange Zeitreihen vorzunehmen, für die längere Bearbeitungszeiten zulässig sind.

Durch die Minimierung der Forderung (7.1-3) werden die Positionen einer bekannten Anzahl von Änderungspunkten sowie die Parameter in den einzelnen homogenen Abschnitten geschätzt. Die Beurteilung der erzielten Schätzergebnisse beruht auf Eigenschaften der Zielfunktion, die aus der Integration der ML-Schätzung in die umfassendere Theorie der Kontrastfunktionen bzw. der Kontrastschätzer folgen (LAVIELLE, 1999). Die Betrachtung der ML-Schätzung in diesem erweiterten Rahmen ist für die weitere Anwendung des vorgestellten Verfahrens im praxisrelevanteren Fall einer unbekannt Anzahl von Änderungspunkten hilfreich. Dafür werden die Beobachtungen der analysierten Zeitreihe  $\mathbf{x}$  im weiteren Sinne als Realisierungen aus einem Beobachtungsraum  $X$  betrachtet. Deren Verlauf wird durch ein wahres, jedoch unbekanntes Modell  $s$  beschrieben, welches in einem Modellraum  $S$  enthalten ist. Dieses Modell gilt es, durch ein geeignetes Schätzverfahren zu bestimmen. Dafür wird eine Funktion  $\gamma$  auf  $X \times S$  eingeführt, die als Kontrastfunktion bezeichnet wird, wenn sie die folgende Eigenschaft besitzt (BIRGÉ und MASSART, 1993):

$$\inf_{t \in S} E_s [\gamma(\mathbf{X}, t)] = E_s [\gamma(\mathbf{X}, s)]. \quad (7.1-11)$$

Da  $s$  unbekannt ist, ist der Modellraum  $S$  ebenfalls unzugänglich. Deshalb muss in den Schätzprozessen davon ausgegangen werden, dass meist Unterräume  $S_k \subset S$  betrachtet werden, die einer gewissen Modellstruktur und -ordnung entsprechen. Es besteht eine begründete Hoffnung, durch die Minimierung des Erwartungswertes der Kontrastfunktion in Bezug auf die  $N$  Beobachtungen, dem so genannten empirischen Kontrast, in diesen Unterräumen das wahre Modell zu finden, wenn  $s$  in  $S_k$  enthalten ist. Die Modellschätzung  $\hat{s}_k$ , die den empirischen Kontrast in  $S_k$  minimiert, wird als minimaler Kontrastschätzer bezeichnet (BIRGÉ und MASSART, 1993):

$$\gamma_N(\hat{s}_k) = \min_t \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \gamma(x_j, t). \quad (7.1-12)$$

Die Prinzipien der in der Geodäsie verbreiteten ML-Methode im Falle unkorrelierter Beobachtungen oder der Methode der kleinsten Quadrate sind in der beschriebenen Vorgehensweise der Schätzung eines Modells erkennbar. Vielmehr können die genannten Methoden als Sonderfälle der Kontrastschätzung betrachtet werden, in denen der Modellraum  $S_k$  durch die Spalten der Designmatrix aufgespannt wird. Die Modellkoeffizienten werden durch die Minimierung der entsprechenden Zielfunktion ermittelt. Folglich sind die Verbesserungsfunktion der Beobachtungsgleichung sowie die negative Log-Likelihoodfunktion als Kontrastfunktionen zu interpretieren. Mit der Zusammenfassung unterschiedlicher Schätzer zu der allgemeinen Klasse der Kontrastschätzer wird unter anderem die Zielsetzung verfolgt, gemeinsame Eigenschaften der unterschiedlichen Schätzer in einer vereinten Theorie herauszuarbeiten (BIRGÉ und MASSART, 1993).

Die infolge der Minimierung von (7.1-3) resultierende Konfiguration der Änderungspunkte und die abschnittsweise geschätzten Parameter sind konsistent, wenn der zentrierte Prozess:

$$\bar{\gamma}_j(t) = \gamma_j(t) - E[\gamma_j(t)] \quad (7.1-13)$$

mindestens bis zur 2. Ordnung stationär ist (LAVIELLE, 1999). Die Elemente des Prozesses  $\bar{\gamma}_j(t)$  folgen aus der Formulierung der Kontrastfunktion für jede Zufallsvariable  $x_j$  des beobachteten Prozesses, was in (7.1-13) durch den Index  $j$  ausgedrückt wird. Für einen Prozess, der aus normalverteilten Zufallsvariablen besteht und abschnittsweise konstanten Erwartungswert  $\mu_i$  sowie konstante Varianz  $\sigma^2$  aufweist, gilt für den Parametervektor der Likelihoodfunktion im  $i$ -ten stationären Abschnitt, wie bereits oben erwähnt,  $\beta_i = \{\mu_i\}$ , so dass  $\bar{\gamma}_j(t)$  die folgende Form annimmt (LAVIELLE, 1999):

$$\bar{\gamma}_j(t) = -2\mu_i [x_j - E[x_j]] = -2\mu_i \varepsilon_j \quad (7.1-14)$$

Die Schätzung nach (7.1-7) ist konsistent, wenn die Abweichungen der Zufallsvariablen  $x_j$  von ihrem jeweiligen Erwartungswert einen Prozess  $\varepsilon_j$  ergeben, der mindestens bis zur 2. Ordnung stationär ist. Diese Forderung ist identisch zu der in Kapitel 3.3 getroffenen Annahme, dass die nach (3.3-6) transformierte Zeitreihe  $x_1(k)$  die Realisierung der stationären Komponenten enthält. Auch im Falle von Prozessen mit veränderlicher Varianz besteht die Analogie zwischen der obigen Konsistenzforderung und der Voraussetzung für die Transformation (3.3-8). Der Prozess (7.1-13) folgt für  $\beta_i = \{\sigma_i^2\}$  zu:

$$\bar{\gamma}_j(t) = \frac{[x_j - E[x_j]]^2 - \text{Var}(x_j)}{\sigma_i^2} \quad (7.1-15)$$

Damit ist die Konsistenzforderung an die Überlegungen zu den Transformationen (3.3-6) und (3.3-8) gekoppelt. Deren Anwendung im Anschluss an den Identifikationsprozess impliziert die Konsistenz der geschätzten statistischen Parameter und der Konfiguration von Änderungspunkten.

## 7.2 Identifikation einer unbekannt Anzahl von Änderungspunkten

### 7.2.1 Die penalisierte Schätzung der Konfiguration von Änderungspunkten

Für Zeitreihen, die in ingenieurgeodätischen Überwachungsaufgaben entstehen, ist mit Ausnahme kontrollierter Lastsituationen die Anzahl der Änderungspunkte  $N_{cp}$  im Regelfall unbekannt. Dadurch ist die Modellstruktur, auf deren Grundlage die Zielfunktion (7.1-3) formuliert wird und deren Minimierung zur Ermittlung der unbekannt Parameter führt, ebenfalls unbekannt. Die im vorangegangenen Kapitel als Parameterschätzung formulierte Identifikationsaufgabe muss in diesem praxisnäheren Fall um den Aspekt der Modellselektion erweitert werden.

Die Problematik der Modellselektion ist insbesondere in Zusammenhang mit der Wahl der optimalen Regressoren aus einer Menge potentieller Einflussgrößen in Regressionsaufgaben behandelt worden. Einige Kriterien zur Evaluierung der unterschiedlichen Modelle werden in TOUTENBURG (2003, S. 149 ff.) vorgestellt. Eine gängige Methode ist es, im Falle eines unbekannt Modells die ursprüngliche Zielfunktion um ein so genanntes Penalisierungsglied additiv zu erweitern und durch die Parameterschätzung die erweiterte Zielfunktion zu minimieren. Das Penalisierungsglied

wird als Funktion der Modelldimension gewählt und hat die Rolle einer Überparametrisierung entgegenzuwirken. Diese Strategie wird in LAVIELLE (1998) zur Identifikation einer unbekannt Anzahl von Änderungspunkten durch folgende Erweiterung der Zielfunktion (7.1-3) vorgeschlagen:

$$-\sum_{i=1}^{N'_{cp}-1} \ln(L(\mathbf{x}_i, \boldsymbol{\beta}_i)) + \kappa(N'_{cp} - 1) \rightarrow \min. \quad (7.2-1)$$

Darin bezeichnen  $N'_{cp}$  die angenommene Anzahl von Änderungspunkten und der Koeffizient  $\kappa$  einen streng positiven Maßstabsfaktor. In der penalisierten Schätzung der Konfiguration der Änderungspunkte und der statistischen Parameter ist es möglich, durch die Festlegung einer oberen Grenze für die Anzahl von Änderungspunkten  $N'_{cp, \max}$  und eine geeignete Verfügung über den Maßstabsfaktor  $\kappa$  den in Kapitel 7.1 beschriebenen Berechnungsablauf weiterhin beizubehalten. Das Minimum resultiert in diesem Fall nicht automatisch als das letzte berechnete Element der Matrix  $\mathbf{A}$ , sondern muss unter Einbeziehung aller Elemente der letzten Spalte dieser Matrix gesucht werden. Der Erfolg dieser Maßnahme hängt unmittelbar mit der Wahl des Skalierungsparameters  $\kappa$  zusammen. Dieser ist auf eine Weise festzulegen, dass das Penalisierungsglied  $\kappa(N'_{cp} - 1)$  die Abnahme der Summe der Log-Likelihoodfunktionen unterschreitet, wenn  $N'_{cp}$  kleiner als die richtige Anzahl von Änderungspunkten ist. Gleichzeitig muss es die Konvergenzrate der Summe von Log-Likelihoodfunktionen in dem Bereich überschreiten, wo das Modell überparametrisiert ist bzw.  $N'_{cp}$  die richtige Anzahl von Änderungspunkten übersteigt. Diese Bedingungen verdeutlichen den hohen Anspruch an die geeignete Wahl des Maßstabsfaktors im Penalisierungsglied. Aus diesem Grund wird in LAVIELLE (1998, 1999) keine geschlossene Form für die Herleitung von  $\kappa$  angegeben, sondern eine interaktive Identifikation bevorzugt, bei der die Plausibilität der Segmentierung der Zeitreihe für unterschiedliche Werte von  $\kappa$  visuell durch den Experten geprüft wird.

Die Analyse der Variation des empirischen Kontrastes (7.1-3) ermöglicht eine Eingrenzung des Wertebereiches für den Parameter  $\kappa$ . Eine typische Variation des empirischen Kontrastes ist in Abbildung 7.2-1 am Beispiel einer Zeitreihe dargestellt, die aus Realisierungen standardnormalverteilter und unabhängiger Variablen besteht.

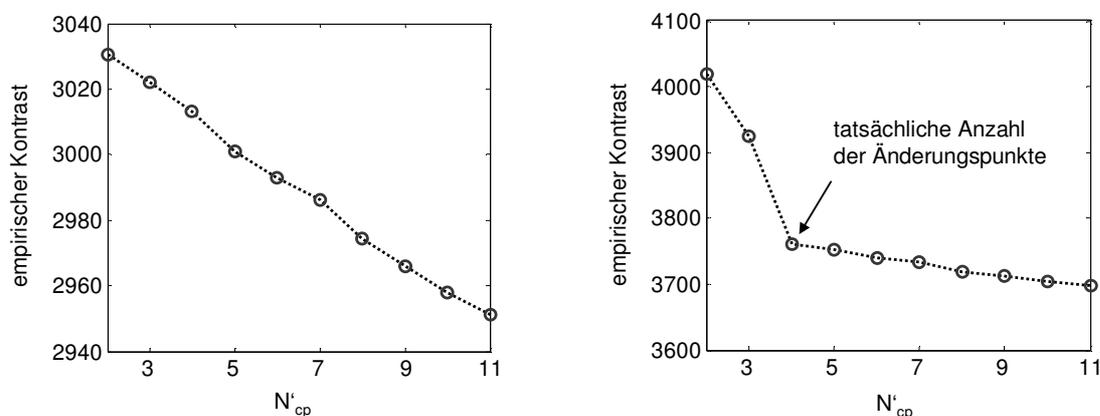


Abb. 7.2-1: Verlauf des empirischen Kontrastes (7.1-3) für eine Zeitreihe mit homogenen statistischen Eigenschaften (links) und im Falle der Existenz zweier Änderungspunkte (rechts)

In beiden abgebildeten Fällen wird die maximale Anzahl von Änderungspunkten auf 11 beschränkt und die Variation der Funktion (7.1-3) in Abhängigkeit der angenommenen Anzahl von Änderungspunkten dargestellt. In der linken Abbildung wird der Fall homogener statistischer Eigenschaften der Zeitreihe dargestellt. Im rechten Teil der Grafik wird die Variation für den Fall zweier Änderungen des Mittelwertes nach jeweils einem Drittel der Zeitreihe abgebildet. Diese Variation ist repräsentativ und hängt nicht von dem veränderten statistischen Parameter ab.

In der Abbildung 7.2-1 liegt das Augenmerk auf den Verlauf der Abnahme des empirischen Kontrastes mit der Anzahl der angenommenen Änderungspunkte. Auf die gleiche Skalierung der Ordinatenachsen wird in der Abbildung verzichtet, da die Werte der Zielfunktion im Einzelnen für die Analyse irrelevant sind. Für die Zeitreihe mit homogenen statistischen Eigenschaften ist eine regelmäßige Abnahme des empirischen Kontrastes deutlich erkennbar. Die

Abnahme kann mit einer guten Näherung durch ein lineares Modell beschrieben werden. Ändern sich die statistischen Eigenschaften der Zeitreihe, so weist der Verlauf des empirischen Kontrastes einen Knick auf, der durch die unterschiedlichen Abnahmeraten entsteht. Die größte Steigungsänderung tritt an der Stelle auf, wo die angenommene und die tatsächliche Anzahl von Änderungspunkten übereinstimmen. Für eine unterschätzte Anzahl von Änderungspunkten nimmt die Funktion (7.1-3) unregelmäßig ab, während im Bereich, der einer Überparametrisierung des Modells entspricht, erneut eine regelmäßige Abnahme zu verzeichnen ist. Der regelmäßige Abschnitt der Abnahme kann ebenfalls durch ein lineares Modell approximiert werden.

Die anhand der Abbildung 7.2-1 grafisch nachgewiesene lineare Abnahme des empirischen Kontrastes kann für ein Signal, das von Gaußschem weißem Rauschen additiv überlagert ist, formelmäßig begründet werden. Eine derartige Struktur der Zeitreihe wurde bereits im 5. Kapitel mit der Beziehung (5.2-3) eingeführt. Die wahren Werte  $\tilde{\mathbf{x}}$  entsprechen im Kontext der Modellselektion dem unbekanntem Modell  $s$ . Abweichend von der bislang behandelten Aufgabe der Bestimmung einer repräsentativen Dichteverteilung der Beobachtungen, wird zum Zweck einer anschaulicheren Darstellung das Ziel verfolgt, auf der Grundlage der durchgeführten Beobachtungen  $\mathbf{x}$  den Verlauf der wahren Werte optimal zu beschreiben. Für die Repräsentation der Zeitreihe ist zwischen den Elementen einer Menge von orthonormalen Basisvektoren  $\{\boldsymbol{\varphi}_1, \boldsymbol{\varphi}_2, \dots, \boldsymbol{\varphi}_N\}$  zu wählen. Die einzusetzende Kontrastfunktion beruht nicht weiter auf der Likelihoodfunktion sondern auf den quadrierten Verbesserungen. Analog zum Kapitel 5.2 wird für die Bemessung der Optimalität des gewählten Modells das quadratische Risiko verwendet.

Aufgrund der Unkenntnis des Modells  $s$  kann das beschriebene Approximationsproblem in verschiedene lineare Modellräume  $S_{\mathbf{k}}$ , die unterschiedliche Dimensionen  $D_{\mathbf{k}}$  aufweisen, gelöst werden. Der Indexvektor  $\mathbf{k}$  bezeichnet dabei die Menge der Indizes der Basisvektoren, die zur Generierung des jeweiligen Modellraumes  $S_{\mathbf{k}}$  herangezogen werden. Die Räume  $S_{\mathbf{k}}$  werden von den orthonormalen Vektoren  $\{\boldsymbol{\varphi}_{\mathbf{k}} \mid \dim(\mathbf{k}) = D_{\mathbf{k}}\}$  aufgespannt. Beispielsweise werden in Regressionsaufgaben die Räume von den gewählten unabhängigen Regressoren aufgespannt, in der FOURIER-Approximation einer periodischen Funktion von den trigonometrischen Basisfunktionen und in der Wavelet-Analyse von den Wavelet-Funktionen, die an diskreten Stellen der Zeit-Frequenzebene berechnet werden (s. Kapitel 4.2). Die optimale Schätzung im jeweiligen Raum  $S_{\mathbf{k}}$  resultiert bekanntlich durch die orthogonale Abbildung des Beobachtungsvektors  $\mathbf{x}$  auf diesen Raum. Diese lautet (MASSART, 2003, S. 6):

$$\hat{s}_{\mathbf{k}} = \sum_{\lambda=1}^{D_{\mathbf{k}}} \langle \mathbf{x}, \boldsymbol{\varphi}_{\lambda} \rangle \boldsymbol{\varphi}_{\lambda} \quad (7.2-2)$$

und nimmt hier unter der Berücksichtigung von (5.2-3) folgende Form an

$$\hat{s}_{\mathbf{k}} = \sum_{\lambda=1}^{D_{\mathbf{k}}} \langle s + \mathbf{e}, \boldsymbol{\varphi}_{\lambda} \rangle \boldsymbol{\varphi}_{\lambda} = s_{\mathbf{k}} + \sum_{\lambda=1}^{D_{\mathbf{k}}} \langle \mathbf{e}, \boldsymbol{\varphi}_{\lambda} \rangle \boldsymbol{\varphi}_{\lambda} \quad (7.2-3)$$

In (7.2-3) bezeichnet  $s_{\mathbf{k}}$  die orthogonale Abbildung des wahren Modells  $s$  im Modellraum  $S_{\mathbf{k}}$ . Das quadratische Risiko der Modellschätzung ist definiert durch  $E[\|\hat{s}_{\mathbf{k}} - s\|^2]$ . Aus der Orthogonalität der Abbildung kann das quadratische Risiko in zwei Komponenten aufgespalten werden (BIRGÉ und MASSART, 1998):

$$E[\|\hat{s}_{\mathbf{k}} - s\|^2] = \|s_{\mathbf{k}} - s\|^2 + E[\|\hat{s}_{\mathbf{k}} - s_{\mathbf{k}}\|^2] \quad (7.2-4)$$

Der erste Summand ist deterministisch, indem er nur von dem wahren Modell und dem wahren Signal abhängig ist. Der Erwartungswertoperator ist deshalb verzichtbar. Dieser Summand enthält den Anteil, der im Modellraum  $S_{\mathbf{k}}$  nicht beschrieben werden kann und entspricht somit der quadrierten Verzerrung der Schätzung in diesem Raum. Der zweite

Summand geht infolge von (7.2-3) und der Orthonormalität der Vektoren  $\boldsymbol{\varphi}_{\lambda}$  über in  $E\left[\sum_{\lambda=1}^{D_{\mathbf{k}}} (\langle \mathbf{e}, \boldsymbol{\varphi}_{\lambda} \rangle)^2\right]$ . Darin ent-

spricht der Erwartungswert der jeweiligen Additionsterme der Varianz des Gaußschen weißen Rauschens  $\sigma_e^2$ , da eine orthonormale Abbildung diese nicht verändert. Somit resultiert der zweite Summand in (7.2-4) zu  $D_{\mathbf{k}} \sigma_e^2$ . Er beschreibt die Varianz der Schätzung im betrachteten Modellraum  $S_{\mathbf{k}}$ . Das quadratische Risiko ergibt mit dieser Umformung:

$$E\left[\|\hat{s}_{\mathbf{k}} - s\|^2\right] = \|s_{\mathbf{k}} - s\|^2 + D_{\mathbf{k}}\sigma_{\varepsilon}^2. \quad (7.2-5)$$

Die Beziehung (7.2-5) stellt das kleinste quadratische Risiko dar, das von einem Schätzer für einen festgelegten Modellraum erreicht werden kann (BIRGÉ und MASSART, 2001). Dieser Schätzer ist die orthogonale Abbildung auf den jeweiligen Modellraum, wie sie durch die Methode der kleinsten Quadrate gegeben ist. Es ist daher eine natürliche Vorgehensweise, das Modell auszuwählen, welches unter allen Indexmengen  $\mathbf{k}$ , die aus einer übergeordneten Menge  $K$  gebildet werden, zu  $\inf_{\mathbf{k} \in K} E\left[\|\hat{s}_{\mathbf{k}} - s\|^2\right]$  führt. Dieses Kriterium der Modellselektion ist aufgrund der Abhängigkeit der Risikofunktion (7.2-5) von dem unbekanntem Modell für eine praktische Herleitung eines Schätzers unbrauchbar. Es repräsentiert ein Ideal, welches in der Modellselektion anzustreben ist.

Die Abhängigkeit des zweiten Summanden aus (7.2-5) von der Dimension des Modellraumes drückt den grundsätzlichen Gegensatz aus, der in einer Modellselektion zu überwinden ist. Durch die Wahl eines Modellraumes von geringer Dimension ist eine geringe Varianz der Schätzung zu erwarten. Gleichzeitig besteht die Gefahr, dass das wahre Modell von diesem Raum weit „entfernt“ ist und dadurch die Verzerrung entsprechend zunimmt. Im gegenteiligen Fall eines komplexeren Modellraumes sinkt die Verzerrung, wobei aufgrund der höheren Dimension die Varianz dann zunimmt. Die Wahl eines Modellraumes, in dem das gegensätzliche Verhalten der zwei Komponenten ausbalanciert wird, führt zu einer optimalen Schätzung, die das quadratische Risiko (7.2-5) unter allen  $\mathbf{k}$  minimiert.

Eine praxisrelevante Umformung der Zielfunktion (7.2-5) wurde von MALLOWS realisiert und führte zur Herleitung des so genannten  $C_p$ -Maßes (DANIEL und WOOD, 1971, S. 86). Dabei wird die Norm rechtsseitig des Gleichheitszeichens durch  $\|s\|^2 - \|s_{\mathbf{k}}\|^2$  ausgedrückt und  $s_{\mathbf{k}}$  durch dessen, aus (7.2-3) hergeleiteten, erwartungstreuen Schätzer ersetzt. Damit ist der zu minimierende Anteil des quadratischen Risikos:

$$-\|\hat{s}_{\mathbf{k}}\|^2 + C_p = -\|s_{\mathbf{k}}\|^2 + 2D_{\mathbf{k}}\sigma_{\varepsilon}^2. \quad (7.2-6)$$

Die Beziehung (7.2-6) besteht aus einem Anteil, der aus der Schätzung mit einem bekannten Schätzverfahren resultiert und einem Anteil  $C_p$ , der einer zunehmenden Modellkomplexität entgegenwirkt. Mit der Umformung (7.2-6) begründete MALLOWS die penalisierte Schätzung basierend auf der Methode der kleinsten Quadrate und lieferte gleichzeitig eine erste Form des Penalisierungsgliedes. Dieses hängt linear von der Modellkomplexität ab und stimmt dadurch mit der aus Abbildung 7.2-1 grafisch gewonnenen Erkenntnis einer annähernd linearen Variation des empirischen Kontrastes für überparametrisierte Modelle überein. Trotz der unterschiedlichen verwendeten Kontrastfunktionen ist diese Übereinstimmung nicht zufällig. Der Mittelwert der Zeitreihe, die der Abbildung 7.2-1 zu Grunde gelegt wurde, ist gleichzeitig als das wahre und eigentlich gesuchte Signal interpretierbar. Dadurch ist dessen Schätzung ebenfalls im Ansatz der orthogonalen Abbildung lösbar. Diese Analogie und die anhand der Abbildung 7.2-1 gewonnene Erkenntnis begründen die Berücksichtigung einer linearen Penalisierung bei der Minimierung des empirischen Kontrastes (7.2-1) in den nachfolgenden Untersuchungen.

### 7.2.2 Zwei Formen der Penalisierung

In einigen Aufgabenstellungen nimmt die Anzahl der Modellkandidaten gleicher Dimension  $D_{\mathbf{k}}$  schneller zu als linear. Es ist beispielsweise denkbar, in die Selektion Modellräume einzubeziehen, die gleiche Dimension aufweisen, jedoch von unterschiedlichen Basisvektoren generiert werden (z.B. trigonometrische Funktionen und Wavelets). Durch die Zulassung einer gewissen Modellredundanz besteht eine berechtigte Hoffnung die unbekannte Verzerrung zu reduzieren. In der Schätzung des Mittelwertes im Ansatz der orthogonalen Abbildung werden die Modellräume  $S_{\mathbf{k}}$  von den abschnittsweise konstanten Funktionen aufgespannt. Die Anzahl der Modellkandidaten gleicher Dimension  $D_{\mathbf{k}}$  ist bei der Berücksichtigung sämtlicher Kombinationen der Änderungspunkte von der Ordnung  $\binom{N-2}{D_{\mathbf{k}}-2}$ , wenn der Anfangs- und Endpunkt der Zeitreihe ebenfalls als Änderungspunkte betrachtet werden. Die Menge der Modelle mit der gleichen Dimension  $D_{\mathbf{k}}$  hängt damit von der Länge der Zeitreihe ab und kann deshalb für lange Zeitreihen sehr umfangreich sein. BIRGÉ und MASSART (2001, S. 228 ff.) und MASSART (2003, S. 98) haben gezeigt, dass in Aufgabenstellungen, in denen die Anzahl der Modelle mit der Dimension stark zunimmt, eine Penalisierung der kleinsten Quadrate Schätzung mit dem  $C_p$ -Maß nach (7.2-6) wenig wirksam ist, da systematisch Modelle höherer Dimension gewählt werden. Diese Einschränkung der  $C_p$ -Penalisierung begründete in den oben genannten Arbeiten die Einführung und Untersuchung eines erweiterten Kriteriums zur Modellselektion. Dieses beruht weiterhin auf der

Grundidee der penalisierten Schätzung und ermöglicht es neben der Modelldimension auch die Anzahl der zur Auswahl stehenden Modellkandidaten gleicher Dimension im Penalisierungsglied zu erfassen. Die Grundlage dieses Kriteriums zur Modellselektion liefert der Beweis für die Existenz und die Eindeutigkeit eines Schätzers  $\hat{s}_{\mathbf{k}}$ , der  $-\|\hat{s}_{\mathbf{k}}\|^2 + \text{pen}(\mathbf{k})$  über alle  $\mathbf{k} \in K$  minimiert, wenn die eingesetzte Penalisierung die Bedingung  $\text{pen}(\mathbf{k}) \geq C\sigma_e^2 D_{\mathbf{k}} (1 + \sqrt{2L_{\mathbf{k}}})^2$  erfüllt (z.B. MASSART, 2003). Darin stellt  $C$  eine Konstante dar, für die  $C > 1$  gilt. Das quadratische Risiko dieses Schätzers ist in allgemeiner Form nach oben hin begrenzt durch:

$$E \left[ \|\hat{s}_{\mathbf{k}} - s\|^2 \right] \leq C'(C) \left\{ \inf_{\mathbf{k}} \left[ \|s_{\mathbf{k}} - s\|^2 + \text{pen}(\mathbf{k}) \right] + \sigma_e^2 \left( 1 + \sum_{\mathbf{k} \in K} \exp(-D_{\mathbf{k}} L_{\mathbf{k}}) \right) \right\}. \quad (7.2-7)$$

Mit den Größen  $L_{\mathbf{k}}$  wird in die Penalisierung eine Gewichtung eingeführt, die eine Funktion der Anzahl der Modellkandidaten ist. Ihre Rolle besteht darin, der Tendenz zur Minimierung der Verzerrung durch die Einbeziehung mehrerer Modelle gleicher Dimension, d.h. einer Modellredundanz, entgegenzuwirken. Die Gewichte  $L_{\mathbf{k}}$  sind so zu wählen, dass die Summe

$$\sum_{\mathbf{k} \in K} \exp(-D_{\mathbf{k}} L_{\mathbf{k}}) \quad (7.2-8)$$

begrenzt ist. Eine darüber hinaus gehende theoretische Begründung für die Wahl der Gewichte ist gegenwärtig nicht bekannt.

In MASSART (2003) werden die Eigenschaften des Schätzers  $\hat{s}_{\mathbf{k}}$  für zwei typische Formen der Gewichte analysiert.

Diese ergeben sich aus den Möglichkeiten zur Festlegung der Modellkandidaten in Form einer geordneten oder einer vollständigen Selektion von Modellräumen. Die Selektion bezieht sich auf die Wahl einer geeigneten Submenge  $\mathbf{k}$  von Indizes aus der übergeordneten Menge  $\mathbf{K} = \{1, \dots, N\}$ . Die geordnete Selektion von Modellräumen ist beschränkt, indem lediglich Submengen der Indizes in der Form  $\mathbf{k} = \{1, \dots, D\}$  mit  $D \leq N$  betrachtet werden. In der vollständigen Selektion werden alle möglichen Submengen von  $\mathbf{K}$  berücksichtigt. Damit stehen bei der vollständigen Selektion  $\binom{N}{D_{\mathbf{k}}}$  Modelle gleicher Dimension zur Auswahl. In der geordneten Selektion ist der Modellraum hingegen eindeutig bestimmt. Für die oben angesprochene Abbildungsaufgabe beziehen sich die Indizes auf die orthonormalen Basisvektoren, die aus der vollständigen Menge  $\{\boldsymbol{\varphi}_1, \dots, \boldsymbol{\varphi}_N\}$  zu wählen sind und die jeweiligen Modellräume aufspannen.

Im Falle der geordneten Selektion können die Gewichte unabhängig von der Dimension als konstant  $L_{\mathbf{k}} = L$  angenommen werden, da jeder Modellraum von einer bestimmten Dimension einzig ist. In diesem Fall resultiert eine Penalisierung der Form:

$$\text{pen}(\mathbf{k}) = C_1(L) \sigma_e^2 D_{\mathbf{k}}, \quad (7.2-9)$$

die sich von der Penalisierung des idealen Selektionskriteriums nur um eine Konstante  $C_1(L)$  unterscheidet und für  $C_1(L) = 2$  die Penalisierung nach MALLOWS aus (7.2-6) einschließt. Die obere Grenze für das quadratische Risiko des Schätzers wird in BIRGÉ und MASSART (2001, S. 219) unter Berücksichtigung von (7.2-7) zu:

$$E \left[ \|\hat{s}_{\mathbf{k}} - s\|^2 \right] \leq C''(C) \inf_D \left\{ \inf_{\mathbf{k}} \left[ \|s_{\mathbf{k}} - s\|^2 \right] + (1+L) D \sigma_e^2 \right\} \quad (7.2-10)$$

hergeleitet, wobei  $C''(C)$  eine von  $C$  abhängige Konstante ist. Für die vollständige Selektion nimmt die Summe (7.2-8) folgende Form an:

$$\sum_{\mathbf{k} \in K} \exp(-D_{\mathbf{k}} L_{\mathbf{k}}) = \sum_{D=1}^N \binom{N}{D} \exp[-DL(D)] = \{1 + \exp[-L(D)]\}^N - 1 < \infty. \quad (7.2-11)$$

Im Falle einer konstanten Gewichtswahl ist  $L = \ln(N)$  der kleinste Wert, für den die obige Bedingung erfüllt wird. Das quadratische Risiko des Schätzers folgt unmittelbar aus (7.2-10). Ein Schätzer mit einer niedrigeren Obergrenze seines quadratischen Risikos ist erreichbar, wenn die Gewichte in Abhängigkeit von der Modelldimension  $L(D)$  festgelegt werden. Durch Anwendung der Ungleichung (MASSART, 2003, S. 20):

$$\binom{N}{D} \leq \left(\frac{eN}{D}\right)^D \quad (7.2-12)$$

in (7.2-11) wird in MASSART (2003, S. 92 f.) die Gewichtung  $L(D) = 1 + \ln(2N/D)$  eingeführt. Die obere Grenze des quadratischen Risikos des resultierenden Schätzers ist gegeben durch:

$$E \left[ \left\| \hat{s}_{\hat{k}} - s \right\|^2 \right] \leq C'''(C) \inf_D \left\{ \inf_k \left[ \left\| s_k - s \right\|^2 \right] + \left( 1 + \ln \frac{2N}{D} \right) D \sigma_e^2 \right\}, \quad (7.2-13)$$

wobei  $C'''(C)$  eine von  $C$  abhängige Konstante ist. Die Obergrenze (7.2-13) fällt geringer aus als im Falle  $L = \ln(N)$ . Daher stellt die Gewichtung in Abhängigkeit der Dimension der Modellräume eine gute Basis dar, um im Falle der vollständigen Modellselektion einen verbesserten Schätzer zu erreichen.

Mit (7.2-10) und (7.2-13) liegen zwei Formen der Penalisierung vor. Diese sind auf der Grundlage des Abbildungsoperators eingeführt worden. Sie charakterisieren bzw. kompensieren den Verlauf der Kontrastfunktion in der Schätzung nach der Methode der kleinsten Quadrate für überparametrisierte Modelle in denen die Gewinnung eines durch Gaußsches weißes Rauschen additiv überlagerten Signals verfolgt wird. Diese Zielsetzung sowie die verwendete Kontrastfunktion sind nur im Falle der Schätzung eines abschnittsweise konstanten Signals, das von weißem Gaußschem Rauschen überlagert wird, mit der im Rahmen der vorliegenden Arbeit behandelten Identifikation von Änderungspunkten vereinbar. Die in Kapitel 7.1 eingeführte Identifikationsstrategie erfordert die Schätzung der Dichtefunktion der Beobachtungen durch die Minimierung eines empirischen Kontrasts, der auf der Log-Likelihoodfunktion basiert.

Die grundlegende Beziehung (7.2-7) beruht auf einer Regularitätsbedingung vom LIPSCHITZ-Typ, die an die Variation des zentrierten empirischen Kontrastes (7.1-13) mit Bezug auf die im Risiko verwendete Metrik  $\left\| \hat{s}_{\hat{k}} - s \right\|$  gestellt wird (vgl. MASSART, 2003, S. 9). Für Aufgabenstellungen der Dichteschätzung auf der Basis der Likelihoodfunktion haben BIRGÉ und MASSART (1993) gezeigt, dass die in der Definition des quadratischen Risikos zu verwendende Metrik auf die so genannte HELLINGER Distanz gestützt werden muss. Diese stellt ein Maß für die „Entfernung“ zweier Wahrscheinlichkeitsdichten dar. Für die Beschreibung einer vergleichbaren Beziehung zu (7.2-7) im Falle der Dichteschätzung sind Regularitätsforderungen an einen auf der Likelihoodfunktion basierenden, zentrierten Kontrast mit Bezug auf die HELLINGER-Metrik vorzustellen und zu analysieren. Dieses erfordert einen tiefen Einstieg in das Gebiet der Modellselektion und der Informationstheorie. Es handelt sich hierbei um eine sehr komplexe Aufgabe, die im Umfang der vorliegenden Arbeit nur unzureichend gelöst werden kann und deshalb weiteren Arbeiten vorbehalten bleibt. Aus diesen Gründen werden in den nachfolgenden Untersuchungen die mit (7.2-10) und (7.2-13) eingeführten Formen der Penalisierung verwendet, wohlwissend, dass es sich hierbei um Näherungsmodelle handelt. Die Sinnfälligkeit des Einsatzes einer Näherungslösung verdeutlichen die verschiedenen Anwendungsbeispiele aus LAVIELLE (1998). Darin weisen die plausiblen Werte des Parameters  $\kappa$  aus der Penalisierung in (7.2-1) eine große Variationsbreite auf, die sich von 1 bis 400 erstreckt. Mit den eingeführten Näherungsmodellen ist es möglich den Wertebereich einer geeigneten Penalisierung signifikant einzugrenzen. Die einschränkende Wirkung der Näherungsmodelle auf den Suchbereich einer plausiblen Konfiguration von Änderungspunkten wird in dem nachfolgenden Kapitel anhand von durchgeführten Simulationen belegt.

### 7.2.3 Automatische Identifikation auf Grundlage der Penalisierung

Die Erkenntnis zum regelmäßigen Verlauf des empirischen Kontrastes (7.1-3) im Falle eines überparametrisierten Modells wird weiterhin genutzt, um die tatsächliche Anzahl von Änderungspunkten in der Zeitreihe automatisch zu identifizieren. Die nachfolgend angewandte Strategie beruht auf einem wiederholten Regressionsansatz, in dem die Koeffizienten der in (7.2-10) und (7.2-13) angegebenen Formen der Penalisierung in Abhängigkeit der Modelldimension ermittelt werden. Darin entspricht die Anzahl der angenommenen Änderungspunkte  $N'_{cp}$  der Modelldimension  $D$ . Die als Zielgrößen eingesetzten Werte des empirischen Kontrastes werden im Regressionsansatz als unkorreliert angenommen. Diese vereinfachte Annahme ist aufgrund der variierenden Position der Änderungspunkte mit jeder angenommenen Modelldimension vertretbar.

Die aus den zwei Penalisierungsformen hervorgehenden Modelle werden zur funktionalen Beschreibung des regelmäßig verlaufenden Abschnittes des empirischen Kontrastes angesetzt. Die Anpassung der Funktionen findet sukzessive statt und verläuft rückwärtig beginnend mit den Wertepaaren, die den höchsten angesetzten Anzahlen von Ände-

ungspunkten entsprechen. Im ersten Schritt werden die Regressionsparameter eindeutig aus der gerade notwendigen Anzahl von Wertepaaren berechnet. Dieses setzt voraus, dass  $N'_{cp, \max}$  die tatsächliche Anzahl der Änderungspunkte mindestens um 2 im Falle der linearen Penalisierung (7.2-10) bzw. um 3 im Falle des kombinierten linear-logarithmischen Modells (7.2-13) übersteigt. Zur Schätzung der Funktionsparameter wird mit jedem Schritt ein zusätzliches Wertepaar, bestehend aus der angenommenen Anzahl von Änderungspunkten und dem dazugehörigen Wert des empirischen Kontrastes, in die Regression einbezogen.

Die Grundlage für die automatische Identifikation der tatsächlichen Anzahl von Änderungspunkten bildet die Unverträglichkeit zwischen den Werten des empirischen Kontrastes an den Stellen, die einer unterschätzten Anzahl von Änderungspunkten entsprechen, und dem angesetzten funktionalen und stochastischen Modell (s. Abbildung 7.2-1, rechts). Aus Sicht der Parameterschätzung stellen die Werte der Zielgröße an diesen Stellen Inkonsistenzen dar, die es aufzudecken gilt. Hierfür sind aus der Regressionsanalyse mindestens zwei Ansätze verfügbar. Der erste Ansatz entspricht der bekannten Ausreißersuche. Dabei wird das entsprechende Wertepaar an dem Schätzprozess beteiligt und nachträglich mit dem Verfahren des Datasnooping (JÄGER et al., 2005) auf Verträglichkeit zum gewählten Regressionsmodell überprüft.

Im zweiten Ansatz ist das Wertepaar an der Parameterschätzung nicht beteiligt. Auf der Basis des jeweils resultierenden Modells wird ein Funktionswert für die nächstgeringe Anzahl von Änderungspunkten prädiziert und die Verträglichkeit dieser Prädiktion mit dem tatsächlichen Wert des empirischen Kontrastes anhand eines t-Tests überprüft. Im Testverfahren interessieren ausschließlich Unverträglichkeiten, die aus einem zu hohen Wert des tatsächlichen Kontrastes folgen (s. rechte Grafik der Abbildung 7.2-1), so dass es sich um eine einseitige Fragestellung handelt.

Auf eine signifikante Änderung im Verlauf des empirischen Kontrastes kann geschlossen werden, wenn in einem der genannten Ansätze ein statistisch fundierter Nachweis der Inkonsistenz zwischen dem modellbasierten und dem tatsächlichen Wert der Zielgröße erbracht wird. Daraus resultiert die tatsächliche Anzahl der Änderungspunkte. Im Konsistenzfall wird im ersten Ansatz das folgende Wertepaar, das der nächstgeringen Anzahl von Änderungspunkten entspricht, in die Parameterschätzung einbezogen. Im zweiten Ansatz wird das Wertepaar an der prädizierten Stelle dem Datenkontingent der Regression hinzugefügt und die Parameterschätzung wiederholt. Auf die Homogenität der statistischen Eigenschaften der Zeitreihe ist zu schließen, wenn sämtliche Wertepaare in die Regression einbezogen wurden. Dieses entspricht der Situation aus der linken Grafik der Abbildung 7.2-1.

Vergleichende Untersuchungen der zwei beschriebenen Ansätze zur Konsistenzprüfung im Rahmen dieser Arbeit haben der prädiktionsbasierten Methode eine höhere Identifikationsstärke bescheinigt. Der Grund hierfür ist der größere Einfluss, den weniger kontrollierte Beobachtungen aus den Randbereichen auf das Schätzergebnis im ersten Ansatz ausüben. Dieses führt zu einer besseren Anpassung der ermittelten Funktion an diese Beobachtungen, was ihre Identifikation als Ausreißer erschwert. In den nachfolgenden Berechnungen wird deshalb die automatische Identifikation ausschließlich im zweiten, prädiktionsbasierten Ansatz realisiert.

Die beschriebene Methodik zur Bestimmung der Konfiguration einer Anzahl von Änderungspunkten entspricht einer vollständigen Selektion der Modellkandidaten. Für jede angenommene Anzahl von Änderungspunkten  $N'_{cp}$  wird

unter den  $\binom{N-2}{N'_{cp}-2}$  möglichen Konfigurationen nur die Anordnung weiterhin betrachtet, die zu einer minimalen

Summe der negativen Log-Likelihoodfunktionen führt. Die Positionen der  $N'_{cp}$  Änderungspunkte werden unabhängig von der Festlegung der  $(N'_{cp} - 1)$  Änderungspunkte im vorangegangenen Schritt ermittelt. Im Falle einer geordneten Modellselektion wären die Positionen der  $(N'_{cp} - 1)$  bereits festgelegten Änderungspunkte beizubehalten und lediglich die Position des zusätzlichen Punktes festzulegen. Vor diesem Hintergrund ist zu erwarten, dass das auf der linear-logarithmischen Penalisierung basierende Modell zu besseren Ergebnissen der automatischen Identifikation führt als das lineare Modell. Dennoch wird letzteres in die nachfolgenden Untersuchungen zu Vergleichszwecken einbezogen.

In den praktischen Analysen wurde für das lineare Modell festgestellt, dass die Steigung der sequentiell angepassten Geraden der Zunahme des empirischen Kontrastes folgt. Dieses ist auf den höheren Einfluss der Werte aus den Randbereichen und die geringere Modelltreue zurückzuführen. Der Effekt verhindert teilweise eine Identifikation existierender Änderungspunkte. Dieser Nachteil motivierte die Durchführung der Parameterschätzung in einem robusten Ansatz unter Verwendung des BIBER-Schätzers, zusätzlich zur Lösung nach der Methode der kleinsten Quadrate. Die Grundidee der Parameterschätzung mit dem BIBER-Schätzer besteht in der Neugewichtung der als Ausreißer identifizierten Beobachtungen in Abhängigkeit ihrer Kontrollierbarkeit (WICKI, 1999). Die Beobachtungen aus den Randbereichen erhalten im Falle ihrer Identifikation als Ausreißer ein geringes Gewicht. Die Regressionsgerade passt

sich dadurch stärker an die Werte aus der Mitte des Datenkontingentes an, was zur Vergrößerung der Differenz zwischen dem prädierten und dem tatsächlichen Kontrast führt. Gleichzeitig muss mit dieser Maßnahme eine Überschätzung der tatsächlichen Anzahl von Änderungspunkten in Kauf genommen werden. Um dieses zu verhindern wurde mit  $c = 4$  in der robusten Schätzung ein sehr hoher Grenzwert für die standardisierten Verbesserungen gesetzt (WICKI, 1999, S. 88). Um die Auswirkung dieser Maßnahme in Bezug auf das Potential der automatischen Identifikation zu untersuchen, wurde in den nachfolgend besprochenen Simulationen die Regression, deren funktionales Modell aus der linearen Penalisierung hervorgeht, im klassischen und im robusten Ansatz gelöst.

### 7.3 Beurteilung der Leistungsfähigkeit unterschiedlicher Penalisierungen

Die synthetischen Zeitreihen wurden ausgehend von unkorrelierten standardnormalverteilten Zufallsvariablen erzeugt. Die Einführung eines Änderungspunktes an einer gewissen Stelle erfolgte durch die Modifikation des entsprechenden statistischen Parameters für sämtliche Variablen rechtsseitig der Änderungsstelle. Die statistischen Eigenschaften der vorangehenden Variablen blieben von der Änderung unbetroffen. Es wurde jeweils eine Änderung der Varianz und eine des Mittelwertes betrachtet, wobei jeder statistische Parameter in separaten Simulationsdurchläufen modifiziert wurde. Analog zum Kapitel 6.2 wurde für die unterschiedlichen Zeitreihenlängen von  $N = 2.000$ ,  $1.000$  und  $500$  die Position und der Betrag der Änderung variiert. Für jede Kombination dieser Faktoren wurde eine Simulation mit  $10.000$  Durchläufen berechnet. Die Beschränkung der maximalen Zeitreihenlänge auf  $N = 2.000$  erfolgte aus Gründen der Rechenzeit. Für Zeitreihenlängen von  $N = 10.000$  wurde ein zeitlicher Aufwand für die Berechnung der  $10.000$  Durchläufe von mehreren Tagen errechnet. Selbst mit der vorgenommenen Einschränkung der Zeitreihenlänge betrug die Dauer einer Simulation ca.  $12$  h.

Hinsichtlich eines Vergleiches der Leistungsparameter wurden die in Kapitel 6.2 gewählten Positionen der Änderungspunkte und im Falle der Varianz darüber hinaus auch deren Beträge beibehalten. Für den Mittelwert wurden vier Änderungen zwischen  $0,3\sigma$  und  $1,0\sigma$  analysiert. Diese Änderungsbeträge sind in Relation zur Standardabweichung der Zeitreihe zu betrachten.

Für jede generierte Zeitreihe wurde eine Matrix  $\mathbf{A}$  aufgestellt, deren Elemente aus (7.1-9) hervorgehen. Den Berechnungen steht die Form der Likelihoodfunktion zugrunde, die dem variierten Parameter entspricht. Die als unbekannt angenommene Anzahl der Änderungspunkte wurde in jedem Durchlauf mit beiden eingeführten Modellen, dem kombinierten linear-logarithmischen und dem linearen Modell, automatisch identifiziert. Das lineare Modell wurde zusätzlich im robusten Ansatz gelöst. Für das kombinierte linear-logarithmische Modell wurde ebenfalls eine robuste Lösung berechnet. Sie führt jedoch zu identischen Ergebnissen wie die Methode der kleinsten Quadrate, so dass sie weiterhin nicht als eigenständiger Lösungsweg eingeführt wird. Die automatische Identifikation basiert auf der gemeinsamen Datengrundlage, die durch die Werte des empirischen Kontrastes aus der letzten Spalte der Matrix  $\mathbf{A}$  gebildet wird. Die Differenzen zwischen den Simulationsergebnissen spiegeln somit den Leistungsunterschied zwischen den drei genannten Modelllösungen wider.

Die Matrix  $\mathbf{A}$  wurde anfänglich für die maximale Anzahl von Änderungspunkten  $N'_{cp, max} = 6$  aufgestellt. Mit dieser Wahl erreichten alle drei Modelllösungen Identifikationsquoten, die für gleiche Positionen und Beträge der Varianzänderungen, diejenigen des in Kapitel 6.2 vorgestellten Varianzhomogenitätstests deutlich unterschritten und somit nicht praxistauglich waren. Diese Erkenntnis zeigt, dass die angesetzten Modelle eine „Einschwimmphase“ benötigen, um eine hohe Identifikationsstärke zu erreichen. Das oben genannte Kriterium zur Festlegung von  $N'_{cp, max}$  in Abhängigkeit der Modellparameter erweist sich als zu pessimistisch. Andererseits setzt ein zu hoher Wert  $N'_{cp, max}$  große Rechenzeiten und einen hohen numerischen Aufwand voraus. Deshalb ist die Wahl der maximalen Anzahl von Änderungspunkten mit Sorgfalt zu treffen. Die nachfolgend besprochenen Ergebnisse wurden für  $N'_{cp, max} = 11$  erhalten.

Die Simulationsergebnisse sind in den Tabellen des Anhangs D zusammengefasst. Die dort aufgeführten Identifikationsraten beziehen sich erneut auf den Anteil richtig identifizierter Änderungspunkte. Durchläufe, in denen die Anzahl der identifizierten Änderungspunkte von der Sollanzahl abwich, wurden nicht als Erfolg gewertet. Aus den erfolgreichen Identifikationen wurden hier ebenfalls Qualitätsparameter in Form von mittlerer Position und Standardabweichung einer Identifikation errechnet.

Die bereits in Kapitel 6.2 für den Varianzhomogenitätstest festgestellte Verbesserung der Identifikationsraten und der Qualitätsparameter mit zunehmender Länge der Zeitreihe und Größe des Änderungsbetrages ist im Falle des hier besprochenen Verfahrens für beide variierten statistische Parameter erkennbar. Im Unterschied zum Varianzhomogenitätstest weist die Abhängigkeit einen asymptotischen Charakter auf. Für die Zeitreihen mit der Länge  $N = 2.000$  und den größten Änderungen wurden Identifikationsraten nahe 100 % erreicht. Aus den Simulationsergebnissen ist ebenfalls ein Einfluss durch die Position der Änderung erkennbar. Auffällig ist erneut ein Unterschied zwischen den erfolgreichen Identifikationen für die Positionierung der Varianzänderung in  $N/4$  und  $3N/4$ . Für die Änderung des Mittelwertes ist eine solche Asymmetrie nicht erkennbar.

Die Identifikationsraten der drei betrachteten Modelllösungen sind stark von dem Änderungsbetrag abhängig. Geringe Änderungen wurden für beide statistischen Parameter häufiger mit dem Modell, das aus der linearen Penalysierung hervorgeht, aufgedeckt. Hierunter liefert die robuste Lösung geringfügig, jedoch systematisch höhere Identifikationsraten. Stärkere Änderungen werden hingegen im kombinierten linear-logarithmischen Modell häufiger richtig identifiziert. Der Änderungsbetrag, der die Leistungsgrenze der zwei Modelle markiert, hängt von der Länge der Zeitreihen ab, indem er für kürzere Zeitreihen höhere Beträge annimmt. Für eine Länge der Zeitreihe  $N = 500$  liefert beispielsweise das linear-logarithmische Modell erst ab einem Varianzverhältnis von 3,0 die höheren Identifikationsraten, während für  $N = 1.000$  dieses Modell bereits ab einem Varianzverhältnis von 2,0 die höhere Identifikationsstärke aufweist. Die qualitativen Parameter der richtigen Identifikationen unterscheiden sich in den drei Modelllösungen kaum. Dies ist auf die Berechnung der empirischen Kontraste und der zugehörigen Positionen der Änderungspunkte nach (7.1-10) zurückzuführen, die vor der eigentlichen Identifikationsaufgabe stattfinden und somit die gemeinsame Datengrundlage für alle drei Modelle stellen. Anhand dieses Vergleichs der Simulationsergebnisse wird ein gemeinsamer Einsatz der zwei Modelle für die automatische Identifikation in den weiteren praktischen Anwendungen empfohlen. Dabei ist das Modell, das auf der linearen Penalysierung basiert, im Ansatz des BIBER-Schätzers zu lösen.

Bei der Gegenüberstellung der Simulationsergebnisse, die im Falle einer Varianzänderung mit dem Varianzhomogenitätstest und dem Verfahren beruhend auf Kontrastfunktionen erzielt wurden, kann festgestellt werden, dass keines der zwei Verfahren für alle betrachteten Situationen konsequent die höhere Anzahl richtiger Identifikationen liefert. Für geringe Änderungsbeträge dominieren die Identifikationsraten des Varianzhomogenitätstests. Die Änderungen größeren Betrages wurden hingegen mit dem Verfahren beruhend auf Kontrastfunktionen bei Verwendung des kombinierten linear-logarithmischen Modells häufiger richtig identifiziert. Auffällig ist, dass der Bereich der Änderungsbeträge, in dem der Varianzhomogenitätstest leistungsfähiger ist, mit dem Bereich übereinstimmt, in dem das lineare Modell die höhere Identifikationsstärke aufweist. Die Identifikationsraten des Varianzhomogenitätstests übersteigen, zum Teil sehr deutlich, diejenigen des linearen Modells. Dadurch wird letzteres für die Identifikation von Varianzänderungen weiterhin nicht mehr berücksichtigt. Eine vergleichende Untersuchung der Resistenz beider Verfahren gegenüber Abweichungen der analysierten Beobachtungen von den anfänglichen Verteilungsannahmen bleibt zukünftigen Arbeiten vorbehalten.

Aus dem Vergleich der Qualitätsparameter geht die größere Nähe der Mittelwerte der Positionen, die mit dem hier eingeführten Verfahren ermittelt wurden, zum Sollwert hervor. Für die Standardabweichung der Identifikation kann hingegen keine eindeutige Aussage getroffen werden. Damit stellt die gemeinsame Anwendung des Varianzhomogenitätstests und des Verfahrens beruhend auf Kontrastfunktionen in Verbindung mit dem kombinierten linear-logarithmischen Modell die optimale Strategie für die automatische Identifikation der Varianzänderungen in den weiteren praktischen Anwendungen dar.

Die notwendigen Schritte für die automatische Identifikation der Mittelwert- und / oder Varianzänderungen mit dem kontrastbasierten Verfahren werden unter Berücksichtigung der Erkenntnisse aus den durchgeführten Simulationen nachfolgend zusammengefasst:

- Die Log-Likelihoodfunktion ist in Abhängigkeit des statistischen Parameters, dessen Konstanz überprüft werden soll, nach den Beispielen (7.1-6) und (7.1-7) umzuformen.
- Die Werte der umgeformten Log-Likelihoodfunktion sind für alle möglichen Abschnitte der Zeitreihe  $x_i - x_j$ , mit  $i \leq j$ , zu berechnen und zu der Matrix  $\mathbf{A}$  aus (7.1-8) zusammenzufassen.
- Die Summe der Log-Likelihoodfunktionen aus den einzelnen stationären Abschnitten stellt für die hier behandelte Parameterschätzung den empirischen Kontrast dar und ist somit das Maß für die optimale Verteilung einer bekannten Anzahl von Änderungspunkten.

- Die Unkenntnis der tatsächlichen Anzahl von Änderungspunkten erfordert eine Überparametrisierung des Modells, welches die Dichteverteilung der Variablen der Zeitreihe beschreibt, bis zu einer maximalen Anzahl von Änderungspunkten  $N'_{cp, max}$ . Mit Bezug auf die tatsächliche Anzahl der Änderungspunkte  $N_{cp} = 3$  konnten in den durchgeführten Simulationen erst für einen Wert von  $N'_{cp, max} = 11$  praxistaugliche Identifikationsraten erreicht werden.
- Anhand der Beziehung (7.1-9) werden in jedem Abschnitt der Zeitreihe  $x_1 - x_j$  für jede betrachtete Anzahl von Änderungspunkten  $N'_{cp}$  die minimalen Werte des empirischen Kontrastes sowie deren Eintrittsstellen ermittelt und zu einer Matrix **A** bzw. **T** zusammengefasst. Die letzte Spalte der Matrix **A** beinhaltet die optimalen Werte des empirischen Kontrastes für jede mögliche Anzahl von Änderungspunkten  $2 \leq N'_{cp} \leq N'_{cp, max}$  bezogen auf die gesamte Zeitreihe. Mit der Rückwärtsrekursion (7.1-10) lässt sich für jede angenommene Anzahl von Änderungspunkten deren optimale Konfiguration ermitteln.
- Die Grundlage für die automatische Identifikation der tatsächlichen Anzahl von Änderungspunkten bildet die regelmäßige Variation des empirischen Kontrastes für überparametrisierte Modelle. Die funktionale Beschreibung dieser Variation ergibt sich aus der Analyse des quadratischen Risikos der Modellschätzung. Die im Rahmen dieser Arbeit eingeführten Modelle beschreiben diesen Verlauf nur näherungsweise.
- Die durchgeführten Simulationen haben gezeigt, dass eine geringe Änderung der statistischen Parameter häufiger durch eine lineare Beschreibung des regelmäßigen Verlaufes detektiert wird. Diese Beschreibung ist durch die Beziehung (7.2-10) begründet. Es ist empfehlenswert, die Koeffizienten der angepassten Funktion im robusten Lösungsansatz zu schätzen. Der im 6. Kapitel eingeführte Varianzhomogenitätstest ergab für geringe Varianzänderungen die höhere Anzahl korrekter Identifikationen. Demzufolge wird die lineare Beschreibung des regelmäßigen Verlaufes weiterhin nur für geringe Änderungen des Mittelwertes betrachtet.
- Große Änderungen der statistischen Parameter sind auf der Basis eines kombinierten linear-logarithmischen Modells für die Beschreibung des regelmäßigen Verlaufes des empirischen Kontrastes aufzudecken. Das Modell ist durch die Beziehung des quadratischen Risikos (7.2-13) begründet. Die Bestimmung der Modellkoeffizienten nach der Methode der kleinsten Quadrate ist in diesem Falle ausreichend. Die Simulationen erwiesen für größere Änderungsbeträge der Varianz die Überlegenheit des hier vorgestellten Ansatzes gegenüber dem Varianzhomogenitätstest.

## 7.4 Identifikation des instationären Bewegungsverhaltens einer Windenergieanlage (WEA)

### 7.4.1 Die Identifikation von Mittelwertänderungen auf Basis der Skalierungskoeffizienten

Für die praktischen Anwendungen ist das beschriebene Identifikationsverfahren ebenso wie der Varianzhomogenitätstest im 6. Kapitel in die Wavelet-Analyse zu integrieren. Die vorgestellten Vorteile einer Identifikation auf der Basis der Transformationskoeffizienten bezüglich der Auswirkung von Ausreißern und der gezielten Zuordnung identifizierter Inhomogenitäten der Varianz, die eine optimale Parametrisierung des funktionalen Deformationsmodells ermöglicht, haben weiterhin Bestand. Die Änderungen der Varianz sind primär anhand der Waveletkoeffizienten zu identifizieren. Diese sind aufgrund des bestimmten spektralen Inhaltes der einzelnen Skalen Träger der Varianzinformation. Aufgrund ihres verschwindenden Erwartungswertes enthalten sie keine Änderungen des Mittelwertes. Im Identifikationsprozess ist deshalb der empirische Kontrast für die Waveletkoeffizienten ausschließlich mit der Funktion (7.1-6) zu berechnen.

Durch die Wahl einer ausreichend hohen Zerlegungsstufe wird gewährleistet, dass alle periodischen Anteile auf die Waveletkoeffizienten der entsprechenden Skalen verteilt werden. Die Skalierungskoeffizienten enthalten dadurch nur Änderungen des Mittelwertes, die weniger ausgeprägt sind und langsamer als die zyklischen Komponenten variieren, so dass sie keine lokalen Maxima in den Waveletkoeffizienten generieren (s. Abbildung 6.4-2). In derartigen Fällen ist die Funktion (7.1-7) in den Identifikationsprozess einzubinden. Hierbei ist zu beachten, dass die Skalierungskoeffizienten zusätzlich zu diesen Änderungen einen Trend beinhalten können. Dieser wird neben dem Niveau durch Terme höherer Ordnung beschrieben (s. Tabelle 2.1-1) und kann somit durch das verwendete Identifikationsmodell

nicht erfasst werden. Deshalb ist er vor Beginn des Identifikationsprozesses abzuspalten. Alternativ dazu ist ein fehlerhafter Einfluss in einer anschließenden Überprüfung der Änderungspunkte zu beseitigen.

Für die Umsetzung des Identifikationsverfahrens auf der Basis der Transformationskoeffizienten sind die zusätzlichen Effekte, die durch die gewählte Art der Wavelet-Transformation entstehen, zu berücksichtigen. Auf die gegensätzlichen Eigenschaften der sWT und der uWT hinsichtlich des zeitlichen Lokalisierungspotentials und der generierten Korrelationen wurde bereits in Kapitel 6.3 eingegangen. Das hier besprochene Identifikationsverfahren geht ebenso wie der Varianzhomogenitätstest von stochastisch unabhängigen Variablen der Zeitreihe aus. Die Beschränkung auf den unkorrelierten Fall ermöglicht die Umformung der Likelihoodfunktion zu einem Produkt und führt schließlich zu den Beziehungen (7.1-6) und (7.1-7), auf die sich die Berechnung des empirischen Kontrastes stützt.

In den nachfolgenden praktischen Anwendungsbeispielen wird die Konstanz der statistischen Parameter der analysierten Zeitreihen auf der Basis der Wavelet- und Skalierungskoeffizienten überprüft, die nach der sWT resultieren. Auf diese Weise werden algebraische Korrelationen, die durch die Anwendung der uWT entstehen, vermieden. Diese Vorgehensweise ist für die analysierten Zeitreihen geeignet, da bereits nach einer geringen Anzahl von Zerlegungsstufen die periodischen Komponenten auf die einzelnen Reihen von Waveletkoeffizienten verteilt werden. Dadurch ist die zeitliche Lokalisierung der sWT ausreichend, um eine Zuordnung zwischen den identifizierten Effekten und den entsprechenden physikalischen Ereignissen zu ermöglichen.

Die physikalischen Korrelationen werden zunächst vernachlässigt. Die aufgedeckten Änderungspunkte der Varianz werden anschließend analog zur Vorgehensweise aus Kapitel 6.4 überprüft. Bei ausreichender Zerlegungstiefe enthalten die Skalierungskoeffizienten weiterhin keine periodischen Effekte. Die Annahme der stochastischen Unabhängigkeit dieser Koeffizienten ist daher gerechtfertigt. Eine zusätzliche Überprüfung der identifizierten Änderungspunkte ist nicht erforderlich, sofern kein Trend in den Koeffizienten enthalten ist. Bezüglich der Untersuchung von Mittelwertänderungen resultiert damit ein zusätzlicher Vorteil aus der Einbindung des Identifikationsprozesses in die Wavelet-Analyse. Eine Auswertung auf der Ebene der ursprünglichen Beobachtungen würde eine Berücksichtigung der vorhandenen Periodizitäten und damit der physikalischen Korrelationen erfordern.

Die Anwendung des kontrastbasierten Identifikationsverfahrens für die Analyse der in Kapitel 6.4 eingeführten Zeitreihe ermöglicht eine umfassendere Beschreibung des Bewegungsverhaltens der WEA. Der aus dem Einsatz dieses Verfahrens resultierende Mehrwert besteht primär in der Untersuchung der Konstanz des Mittelwertes auf der Ebene der Skalierungskoeffizienten. Hierfür wird die Log-Likelihoodfunktion nach der Beziehung (7.1-7) geschätzt. Aus dem Vorwissen über die Anzahl der Änderungspunkte, die in den Waveletkoeffizienten der 4. Skala mit dem Varianzhomogenitätstest aufgedeckt wurden, und aus der Erkenntnis zur notwendigen, deutlichen Überschätzung der tatsächlichen Anzahl der Änderungspunkte bei der Aufstellung der Matrix  $\mathbf{A}$  wurde im Identifikationsprozess  $N'_{cp, \max} = 21$  gewählt. Der Gesamtverlauf des empirischen Kontrastes ist in der linken Grafik der Abbildung 7.4-1 dargestellt. Dessen stärkste Abnahme wird durch die Einführung von vier Änderungspunkten erreicht. Der vergrößerte Ausschnitt im Verlauf des empirischen Kontrastes für die Werte von  $N'_{cp}$  zwischen 4 und 21 verdeutlicht jedoch, dass sich erst ab 7 Änderungspunkten ein regelmäßiger Verlauf des empirischen Kontrastes einstellt. Diese Grenze wurde sowohl mit dem linearen als auch dem kombinierten linear-logarithmischen Ansatz automatisch detektiert.

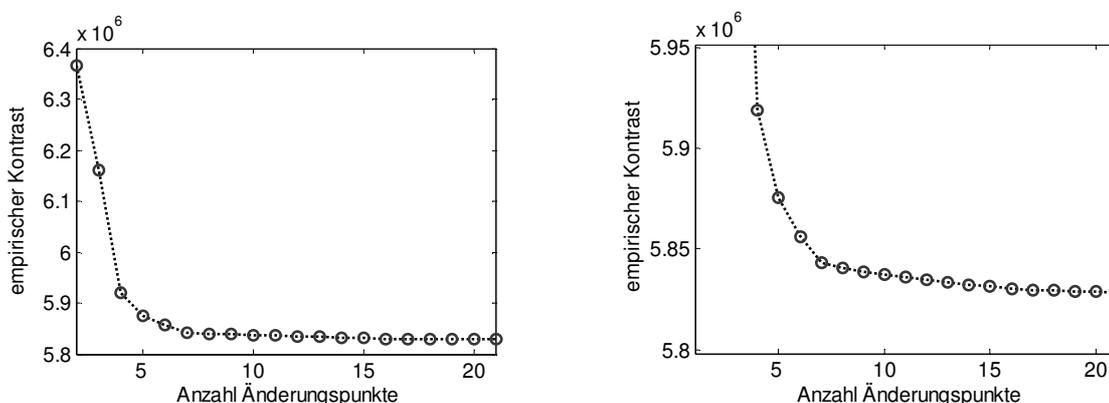


Abb. 7.4-1: Verlauf des empirischen Kontrastes für die Reihe der Skalierungskoeffizienten; Gesamtverlauf (links) und vergrößerter Ausschnitt (rechts)

Die Verteilung der automatisch identifizierten Änderungspunkte ist in der Abbildung 7.4-2 dargestellt. Die Berechnungen basieren, wie bereits erwähnt, auf den Koeffizienten der sWT. Für eine zeitlich höher auflösende Darstellung wurden die identifizierten Änderungspunkte in den Verlauf der Koeffizienten der uWT aufgetragen.

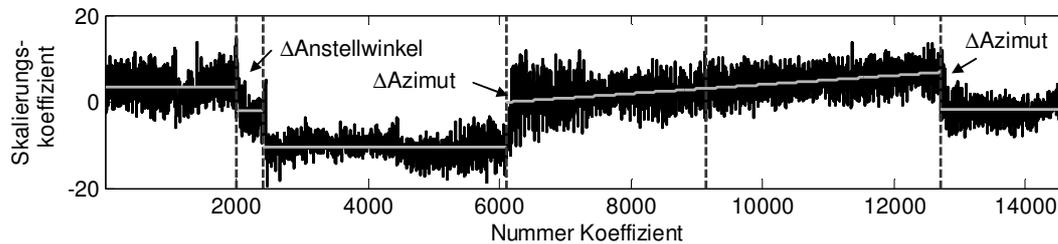


Abb. 7.4-2: Automatisch identifizierte Änderungen des Mittelwertes in der Zeitreihe der Skalierungskoeffizienten der 4. Zerlegungsstufe

Wie aus der Abbildung 7.4-2 ersichtlich ist, bewirken die Zustandsänderungen der WEA auch Änderungen des mittleren Niveaus der Zeitreihe. Die Auswirkungen der Umstellung des Anstellwinkels der Rotorblätter und der azimuthalen Drehungen des Maschinenhauses auf die mittlere Lage des Turmes wurden sehr gut aufgedeckt. Im Identifikationsergebnis sind einige Aspekte auffällig. Für die erste Zustandsänderung, der Umstellung des Anstellwinkels um  $1^\circ$ , fällt das stufenweise Erreichen der neuen Mittellage auf, was zur Entstehung eines zusätzlichen Intervalls konstanten Mittelwertes führt. Die zwei Azimutänderungen sind betragsmäßig gleich und werden in entgegengesetzte Richtungen vollführt. Es ist daher zu erwarten, dass die Mittellagen der Abschnitte vor der ersten und nach der zweiten Änderung des Azimuts in etwa gleich sind. Diese erwartete Annäherung ist jedoch nur zwischen den Mittelwerten des 2. und des letzten Abschnittes festzustellen. Die beiden Mittelwerte unterscheiden sich lediglich um 0,5 mgon. Die Mittellage des 3. Abschnittes weicht von denjenigen der letztgenannten Abschnitte ab. Der Verlauf der Windgeschwindigkeit während des analysierten Beobachtungszeitraumes lässt eine kurzfristige Zunahme der stationären Windlast vermuten, die zwar den Turm in eine neue Gleichgewichtslage versetzt, jedoch für die Änderung der Betriebsparameter der Anlage nicht ausreichend groß ist. Die identischen Windgeschwindigkeiten während der Zeiträume, in die der 2. und der letzte Abschnitt fallen, unterstützen diese Annahme.

Der 5. Änderungspunkt, der die zeitliche Grenze zwischen dem 4. und dem 5. Abschnitt der Zeitreihe markiert, wird nicht durch einen Zustandswechsel der Anlage bedingt, sondern ist auf die lineare Zunahme der Neigungen in diesen Abschnitten zurückzuführen. Da im Identifikationsprozess lediglich Niveauunterschiede modelltechnisch integriert sind, kann ein vorhandener Trend den Auftritt fiktiver Änderungspunkte herbeiführen. Diese Tatsache begründet die gesonderte Modellierung und Beseitigung des Trends in einem linearen Ansatz. In dem anschließend wiederholten Identifikationsprozess wird an der entsprechenden Stelle kein Änderungspunkt angezeigt, während die Konfiguration der weiteren Änderungspunkte unverändert bleibt.

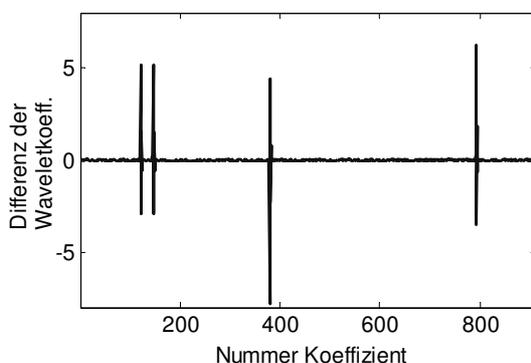


Abb. 7.4-3: Differenz der Waveletkoeffizienten der ursprünglichen und der nach (3.3-6) transformierten Zeitreihe

Aus den Differenzen der mittleren Niveaus der einzelnen Abschnitte lässt sich der Übertragungsfaktor des Bauwerkes auf die erfolgten Betriebswechsel, in Form von Änderungen des Azimuts und des Anstellwinkels, ermitteln. Wie im Falle der Schleuse Uelzen I hängt diese Systemgröße nicht ausschließlich von einer Einflussgröße ab, sondern wird zudem durch die Windlast geprägt. Die zeitkontinuierliche Bestimmung dieses Systemparameters bildet eine wichtige Entscheidungsgrundlage für die Zustandsbewertung des Bauwerkes. Die Reaktionsverzögerung kann im konkreten Fall der WEA aus der Länge der varianzhomogenen Intervalle ermittelt werden, die den jeweiligen Änderungen des Mittelwertes zugeordnet werden (s. Abbildung 6.4-2).

Trotz der getrennten Systemidentifikation für periodische

Komponenten auf der Ebene der Waveletkoeffizienten wird im Falle aufgedeckter Mittelwertänderungen in den Skalierungskoeffizienten die Vorschaltung einer Transformation der Form (3.3-6) empfohlen, die den analysierten Datensatz in eine Zeitreihe mit konstantem Mittelwert überführt. Die Auswirkung nicht berücksichtigter Niveauänderungen auf die Waveletkoeffizienten wird in der Abbildung 7.4-3 verdeutlicht. Darin sind beispielhaft die Differenzen zwischen den Waveletkoeffizienten der  $2^4$ . Skala dargestellt, die nach der Wavelet-Transformation der ursprünglichen Beobachtungen bzw. der nach (3.3-6) transformierten Zeitreihe mit konstantem Mittelwert resultieren. Erwartungsgemäß entstehen die größten Differenzbeträge an den Stellen der detektierten Niveauänderungen. Die Ausschläge nehmen die Form des analysierenden Wavelets an. Eine Vernachlässigung der Niveauänderungen im Anschluss an ihre Identifikation führt offensichtlich zur Bestimmung verzerrter Parameter bei der Systemidentifikation periodischer Komponenten.

#### 7.4.2 Vergleich der identifizierten Varianzänderungen

Neben der Identifikation der Änderungen des Mittelwertes ermöglicht das auf der Kontrastfunktion basierende Verfahren die Überprüfung der Varianzhomogenität. Dies wird anhand der Waveletkoeffizienten realisiert. Die Likelihoodfunktion wird in diesem Falle mit der Beziehung (7.1-6) geschätzt. Das in diesem Kapitel eingeführte Verfahren kann zur unabhängigen Kontrolle der Identifikationsergebnisse des Varianzhomogenitätstests herangezogen werden, was eine Steigerung der Zuverlässigkeit zur Folge hat. Die Modellierungsstrategie und die Interpretation der aufgedeckten Varianzänderungen wurden in Kapitel 6.4 ausführlich dargelegt, so dass das Hauptaugenmerk nachfolgend auf den Vergleich der Ergebnisse der zwei Verfahren liegt.

In der Analyse der Koeffizientenreihen der 4. Zerlegungsstufe führte eine Anzahl von 5 Änderungspunkten zur stärksten Abnahme des empirischen Kontrastes. Diese wurde im kombinierten linear-logarithmischen Modell automatisch identifiziert. Die lineare Beschreibung führte zu einer stark unterschätzten Anzahl von Änderungspunkten und ist somit für diese Untersuchung unbrauchbar. Eine Erhöhung von  $N'_{cp, max}$  auf 26 führte zu einer automatischen Identifikation mit dem kombinierten linear-logarithmischen Modell von 10 varianzhomogenen Abschnitten. Dieses Ergebnis ist im Einklang mit der visuellen Beurteilung des Verlaufes des empirischen Kontrastes und wird deshalb in den weiteren Vergleich einbezogen. Die Konfiguration der Änderungspunkte, die mit den zwei verfügbaren Verfahren in der Reihe der Waveletkoeffizienten der 4. Zerlegungsstufe aufgedeckt wurden, ist in der Abbildung 7.4-4 dargestellt.

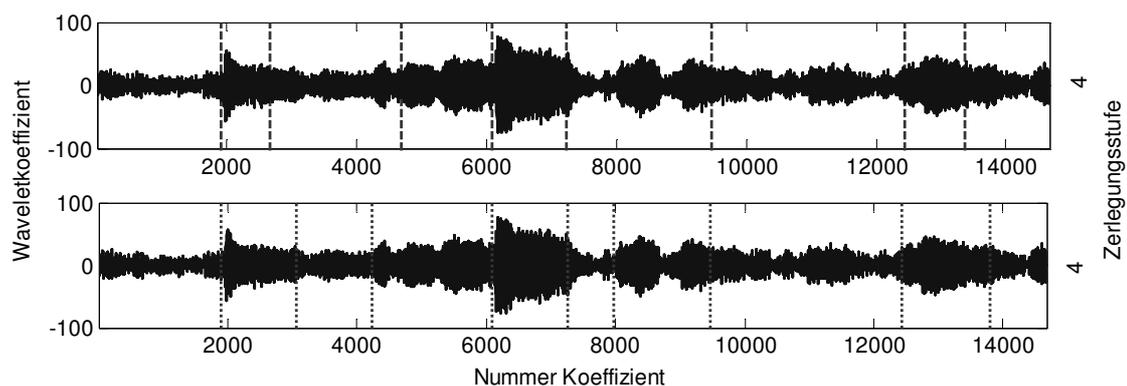


Abb. 7.4-4: Varianzänderungen die mit dem Varianzhomogenitätstest (oben) und dem kontrastbasierten Verfahren (unten) identifiziert wurden (4. Zerlegungsstufe)

Darin ist die gute Übereinstimmung der Identifikationsergebnisse ersichtlich. Die Positionen des 3., des 4. und des vorletzten Änderungspunktes unterscheiden sich geringfügig, wobei durch eine visuelle Analyse keine Konfiguration unmittelbar bevorzugt werden kann. Auffällig ist, dass diese Punkte im Ergebnis des kontrastbasierten Verfahrens gegenüber ihren Positionen, die anhand des Varianzhomogenitätstests ermittelt wurden, stets in Richtung des Abschnittes mit geringerer Varianz verschoben sind. Das hier eingeführte Verfahren bewirkt somit in diesem Fall eine Verlängerung der varianzreicheren Abschnitte. Im weiteren Verlauf dieses Vergleiches werden zwei Kriterien eingeführt, auf deren Basis die bessere Konfiguration auf rechnerischem Wege herausgestellt wird. Der zusätzliche Änderungspunkt an der Stelle 7984 wurde vom Varianzhomogenitätstest in den Koeffizienten der  $2^3$ . Skala identifiziert

(vgl. Abbildung 6.4-2, oben), was seine tatsächliche Existenz bestätigt. Dessen Identifikation bescheinigt dem kontrastbasierten Verfahren die höhere Sensitivität im Rahmen der durchgeführten Analyse.

Eine ähnlich gute Übereinstimmung der Identifikationen konnte für die Waveletkoeffizienten der 3. Zerlegungsstufe nicht erreicht werden. In der Anwendung des kombinierten linear-logarithmischen Modells wurden  $N_{cp} = 9$  Änderungspunkte - zwei weniger als im Falle des Varianzhomogenitätstests - automatisch identifiziert. Die visuelle Analyse des Verlaufes des empirischen Kontrastes bestätigt dieses Ergebnis. Eine Identifikation anhand des linearen Modells führt erneut zu unbefriedigenden Ergebnissen, da die Anzahl der Abschnitte mit konstanter Varianz zu pessimistisch geschätzt wird. Die Konfiguration der Änderungspunkte, die mit den zwei Identifikationsverfahren in der Reihe der Waveletkoeffizienten der 3. Zerlegungsstufe detektiert wurden, ist in der Abbildung 7.4-5 dargestellt.

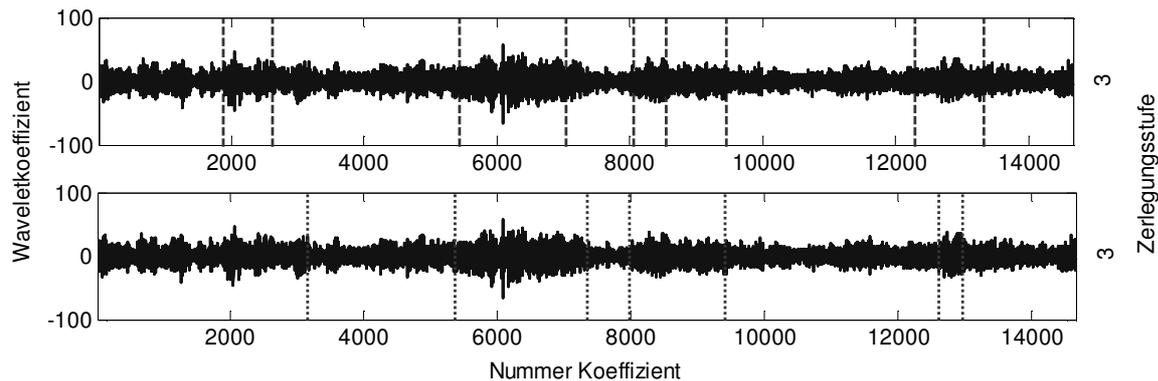


Abb. 7.4-5: Varianzänderungen die mit dem Varianzhomogenitätstest (oben) und dem kontrastbasierten Verfahren (unten) identifiziert wurden (3. Zerlegungsstufe)

Für den Bereich ab der Stelle 5400 ist eine gute Übereinstimmung der Positionen der Änderungspunkte feststellbar. Der aufgrund gemeinsamer periodischen Anteile bestehende und bereits aufgezeigte Bezug zwischen den Änderungspunkten der 3. und der 4. Zerlegungsstufe bleibt bei der Anwendung des kontrastbasierten Verfahrens erhalten. Eine Ausnahme bildet der erste Abschnitt der Koeffizientenreihe bis zur Stelle 5400. Darin unterscheiden sich die Ergebnisse der zwei Identifikationsverfahren in der Anzahl und in der Position der Änderungspunkte. Das Ergebnis des Varianzhomogenitätstests für diesen Abschnitt ist plausibel, da die aufgezeigten Änderungspunkte durch den Einfluss der Umstellung des Anstellwinkels physikalisch interpretierbar sind und in den Koeffizientenreihen der 4. Zerlegungsstufe an den entsprechenden Positionen ebenfalls aufgedeckt wurden. Diese Zuordnung besteht ebenso im Falle des Änderungspunktes, der mit dem kontrastbasierten Verfahren detektiert wurde.

Eine objektive Vergleichsbasis der beiden Identifikationsergebnisse stellen im Hinblick auf die Approximationseigenschaften die Residuen nach der Modellierung im Ansatz der ausgleichenden Sinusfunktion dar. Es wurden sowohl die Residuenquadratsummen als auch die Korrelationsfunktionen gegenübergestellt. In beiden Fällen führte die Konfiguration des Varianzhomogenitätstests zu den geringeren Beträgen dieser Größen, wobei sich die Ergebnisse trotz der unterschiedlichen Anzahl varianzhomogener Intervalle nur sehr knapp unterschieden. Im Korrelationsniveau der Residuen beispielsweise betrug die maximale Abweichung zwischen den Werten der Funktionen lediglich 0,05.

Der nur sehr knappe Abstand zwischen den Modellierungsergebnissen in den zwei möglichen Konfigurationen veranlasste zu einer weiterführenden Ursachenforschung. In dem analysierten Abschnitt der Waveletkoeffizienten der 3. Zerlegungsstufe fällt auf, dass sich die zwei betragsmäßig höchsten Koeffizienten ausgerechnet in dem 2. varianzhomogenen Abschnitt befinden, der durch den Varianzhomogenitätstest festgelegt wurde. Daraufhin wurde der Betrag dieser zwei Koeffizienten so verändert, dass er sich den benachbarten Koeffizienten angleicht, und der Varianzhomogenitätstest für die gesamte Koeffizientenreihe mit den zwei veränderten Koeffizienten wiederholt. Das Ergebnis stimmt nun exakt mit der Identifikation des kontrastbasierten Verfahrens überein. Der festgestellte Unterschied ist damit auf den Beitrag dieser zwei betragsmäßig höchsten Koeffizienten zu der Testgröße bzw. zu der Kontrastfunktion zurückzuführen. Ein Vergleich der Beziehungen (6.1-23) und (7.1-6) unterstützt diese Aussage. Während jeder Koeffizient die Testgröße des Varianzhomogenitätstests unmittelbar verändert, hat er in der Kontrastfunktion einen

logarithmierten Beitrag zum Gesamtwert. Einzelne, betragsmäßig hohe Koeffizienten verändern damit die Werte der Kontrastfunktion nicht so drastisch wie diejenigen der Testgrößen.

Das Ergebnis der Identifikationen ist konform mit den Erkenntnissen aus den durchgeführten Simulationen. Das maximale Verhältnis der Amplituden, die im 2. und im 3. Varianzhomogenen Abschnitt der oberen Grafik aus der Abbildung 7.4-5 geschätzt wurden, beträgt 1,8. Für diesen Bereich der Amplitudenänderung wurde in den Simulationen ebenfalls die deutlich höhere Identifikationsstärke des Varianzhomogenitätstests festgestellt.

Die vorangegangene Analyse verdeutlicht, dass die Überprüfung der Varianzhomogenität anhand beider verfügbaren Verfahren vorzunehmen ist. Aufgrund ihrer komplementären Eigenschaften kann im Falle übereinstimmender Identifikationsergebnisse eine zuverlässige Aussage zur Existenz der Änderungspunkte getroffen werden. Für unterschiedliche Identifikationsergebnisse ist eine gezielte Ursachenforschung zu betreiben, um in Abhängigkeit der vorteilhaften Eigenschaften der Verfahren eines der Ergebnisse bevorzugt in der anschließenden Systemidentifikation einzusetzen.

Zusätzlich zu der Zuverlässigkeitssteigerung bei der Überprüfung der Varianzhomogenität befähigt das kontrastbasierte Verfahren zur Untersuchung der Konstanz des Mittelwertes anhand der Skalierungskoeffizienten. Für die im Rahmen dieses Kapitels analysierte Zeitreihe führte diese Untersuchung zu sehr guten Ergebnissen. Gleichzeitig ist es dadurch nicht möglich, eventuelle Schwächen des Verfahrens vorzustellen und zu analysieren. Aus diesem Grund wird im nachfolgenden Kapitel der praktische Einsatz um die Reaktionsanalyse der Rethhubrücke auf die Verkehrsbelastung erweitert. Die registrierten Daten eignen sich aufgrund deutlich enger beieinander liegender und betragsmäßig unterschiedlicher Änderungen des Niveaus für eine bessere Einschätzung der Leistungsfähigkeit des Verfahrens.

## **7.5 Identifikation des Deformationsverhaltens der Rethhubrücke unter Verkehrsbelastung**

Die Rethhubrücke verläuft entlang einer der bedeutendsten Verkehrsstraßen des südöstlichen Teils des Hamburger Hafens. Aufgrund ihrer strategischen Position und Rolle ist sie täglich einer großen Belastung durch den Straßen- und Schienenverkehr des Hafens ausgesetzt. In Verbindung mit ihrem hohen Alter und den aufkommenden baulichen Schäden stellt sich die Aufgabe der Reaktionsbeschreibung und –überwachung des Bauwerkes auf die stattfindende Verkehrsbelastung. Hierfür wurde auf das bewegliche Hubteil in einer Entfernung, die etwa einem Viertel der Brückenlänge entsprach, der Neigungsgeber LSOC-1 der Fa. Schaevitz aufgebaut. Im Querprofil der Brücke betrachtet, befand sich der Sensor in unmittelbarer Nähe der in südlicher Richtung verlaufenden Fahrbahn. Für eine zeitlich hochauflösende Erfassung der Deformationen wurde der analoge Signalausgang des Servoneigungsgebers mit einer Abtastrate von 50 Hz über einen Messrechner digitalisiert.

Der Verkehr wurde mit einer Videokamera registriert. Die Digitalisierung des aufgezeichneten Filmmaterials und die Berechnung der Verkehrslasten erfolgten manuell. Da es sich hierbei um ein Pilotprojekt handelte, war es nicht möglich, das Gewicht der jeweiligen Fahrzeuge messtechnisch zu bestimmen. Die nachfolgend verwendeten Lasten wurden anhand der Herstellerangaben bezüglich der zulässigen Nutz- und Gesamtlast der Fahrzeuge hergeleitet. Die Entscheidung über den Beladungszustand der einzelnen Fahrzeuge wurde anhand der beobachteten Verkehrsgeschwindigkeiten sowie der gemessenen Ausschläge getroffen. Die auf diese Weise ermittelte Verkehrslast zeichnet sich durch ein geringes Genauigkeitsniveau aus. Sie ist lediglich als Datengrundlage für die methodische Vorgehensweise bei der Herleitung des Übertragungsfaktors  $H_\infty$  aus den automatisch identifizierten Ausschlägen eines unter Verkehrslast befindenden Bauwerkes zu verstehen.

Das Tragwerk der Brücke ist ausschließlich an den Enden gestützt. Es ist daher zu erwarten, dass jedes auf der Brücke befindliche Fahrzeug eine Durchbiegung verursacht, die stets eine negative Höhenänderung bezogen auf die Brückenendpunkte zur Folge hat. Von komplexeren Formen der Durchbiegung, wie sie beispielsweise in KUHLMANN (2002, S. 50 f.) festgestellt wurden, ist bei diesem Bauwerk nicht auszugehen. Dies ermöglicht eine eindeutige Zuordnung der Einfluss- und Deformationseffekte, was für die Herleitung der Systemcharakteristik von Vorteil ist.

Zusätzlich zur Durchbiegung regt der rollende Verkehr den Oberbau zu Schwingungen an. Die dominanten Frequenzen und deren Amplituden hängen zum einen von den strukturellen Eigenschaften der Brücke, wie zum Beispiel der Eigenfrequenz oder der Unregelmäßigkeit der Fahrbahn, und zum anderen von periodisch schwingenden Fahrzeugaufbauten ab (KUHLMANN, 2002). Die Krümmung der Fahrbahnoberfläche an den Enden des Überbaus, die entge-

gen der Fahrtrichtung orientiert ist, führt zu verstärktem Aufkommen periodischer Effekte beim Befahren der Brücke. In der Abbildung 7.5-1 ist ein repräsentativer Abschnitt einer Zeitreihe dargestellt, die zur Untersuchung des Deformationsverhaltens der Rethehubbrücke unter Verkehrslast aufgezeichnet wurde.

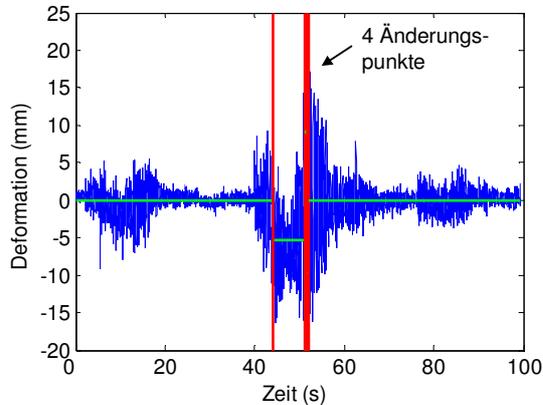


Abb. 7.5-1: Identifizierte Auslenkungen aufgrund der Verkehrslast (ursprüngliche Zeitreihe)

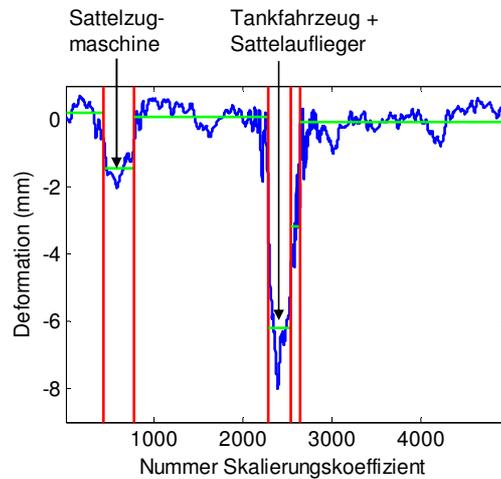


Abb. 7.5-2: Identifizierte Auslenkungen aufgrund der Verkehrslast (Skalierungskoeffizienten)

Die Durchbiegungen aufgrund des Verkehrs sind in der ursprünglichen Zeitreihe visuell zwar gut erkennbar, werden jedoch durch teilweise starke periodische Effekte überlagert. Eine unmittelbare Herleitung der Ausschläge wird dadurch erschwert. Durch die Wavelet-Transformation der Datenreihe und der anschließenden Überprüfung der Konstanz des Mittelwertes und der Varianz auf der Ebene der Koeffizienten sind die unterschiedlichen Auswirkungen durch die Verkehrsbelastung einer getrennten Analyse und Modellierung zugänglich. Die Modellierung der periodischen Komponenten in den Waveletkoeffizienten verläuft methodisch analog zu den in den Kapiteln 6.4 und 7.4 besprochenen Anwendungsbeispielen. Auf eine Beschreibung der Ergebnisse wird deshalb verzichtet und das Hauptaugenmerk auf die automatische Identifikation der Bereiche gerichtet, in denen eine Durchbiegung des Bauwerkes durch die Verkehrslast entsteht.

Die Analyse der Varianzverteilung infolge der Wavelet-Transformation zeigt, dass ab der 5. Zerlegungsstufe sämtliche periodische Komponenten der ursprünglichen Zeitreihe in den Reihen von Waveletkoeffizienten enthalten sind. Die Auslenkungen des Überbaus aufgrund der Verkehrsbelastung treten dadurch in der Reihe der Skalierungskoeffizienten der 5. Zerlegungsstufe deutlicher hervor, was ihre Identifikation fördert.

Die Abschnitte konstanten Mittelwertes, die mit dem eingeführten Verfahren in den Skalierungskoeffizienten der Zeitreihe aus Abbildung 7.5-1 identifiziert wurden, sind in der Abbildung 7.5-2 dargestellt. Letztere stellt das Identifikationsergebnis dar, welches automatisch durch die Beschreibung der Abnahme des empirischen Kontrastes im linearen Ansatz erzielt wurde. Die Anzahl der identifizierten Abschnitte führt gleichzeitig zur stärksten Abnahme des empirischen Kontrastes. Die belasteten Zustände des Bauwerkes werden durch die festgelegten Abschnitte isoliert. Die gute Übereinstimmung zwischen den Mittelwerten der Abschnitte, die dem unbelasteten Zustand des Bauwerkes entsprechen, erlaubt es, ein mittleres Niveau herzuleiten, auf welches sich die quantifizierten Deformationen beziehen. Die Höhenänderungen des Überbaus werden in den nachfolgenden Berechnungen durch den Mittelwert des jeweiligen Abschnittes repräsentiert. Zur automatischen Bestimmung von maximalen Auslenkungen ist es denkbar, zukünftig bessere Modelle anzusetzen, wie etwa eine im Bezug auf die Abszisse gespiegelte Glockenkurvenfunktion, die realistischer den Verlauf der Deformation reproduzieren.

Zusätzlich zur Aufdeckung der Mittelwertänderungen auf der Ebene der Skalierungskoeffizienten wurde das vorgestellte Identifikationsverfahren für die Segmentierung der ursprünglichen Beobachtungen angewandt. Im Zuge der automatischen Identifikation wurden lediglich 4 Änderungspunkte aufgedeckt. Zur Aufstellung einer gemeinsamen Vergleichsbasis wurde die Anzahl der Änderungspunkte manuell derjenigen angeglichen, die im Falle der Skalierungskoeffizienten resultierte. Die hierbei erhaltene Konfiguration wird in der Abbildung 7.5-1 dargestellt. Die auf-

kommenden Nachteile sind unmittelbar sichtbar. In dieser Konfiguration ist die Einwirkung der 18 t schweren Sattelzugmaschine nicht identifiziert, da eine Anhäufung der Änderungspunkte entlang der aufsteigenden Flanke der stärksten Auslenkung stattfindet. Dieser Effekt ist auf den Einfluss der überlagerten periodischen Komponenten zurückzuführen. Ein derartiger Einfluss wird durch die Wavelet-Transformation weitestgehend beseitigt. Der Betrag der Deformation wird im mittleren Abschnitt um ca. 20 % unterschätzt. Diese Ergebnisse untermauern die Vorzüge der vorgeschlagenen Analyse auf der Ebene der Skalierungskoeffizienten.

Neben den sehr guten Ergebnissen sind in der Abbildung 7.5-2 Schwächen des Verfahrens erkennbar. Diese bestehen in der Identifikation mehrfacher Abschnitte entlang der steigenden und fallenden Flanken der Durchbiegung. Aus diesem Grunde wurde das Ergebnis des kombinierten linear-logarithmischen Modells hier nicht aufgeführt. Es gab die Existenz von 17 Abschnitten homogenen Mittelwertes an, wobei alle zusätzlichen Änderungspunkte entlang der steigenden und fallenden Flanken der Deformationen platziert wurden. Diesem Nachteil kann begegnet werden, indem in Abhängigkeit der mechanischen Eigenschaften des untersuchten Objektes, der Verkehrsregelung und der Abtastrate des Sensors eine minimale Länge für die identifizierten Abschnitte eingeführt wird. Dieses wird praktisch realisiert, indem die Einträge der Matrix  $\mathbf{A}$  in (7.1-8), die eine Berechnung der Log-Likelihoodfunktion für Abschnitte mit der Länge unterhalb der gesetzten Minimumgrenze voraussetzen, zu unendlich gesetzt werden bzw. nicht zur Berechnung des Minimums (7.1-9) herangezogen werden.

Der Identifikation mit dem vorgestellten Verfahren sind Grenzen gesetzt, wenn die Fahrzeuge in kurzer Abfolge die Brücke bzw. die Messstelle passieren. Ein derartiger Fall wird in der Abbildung 7.5-3 exemplarisch dargestellt.

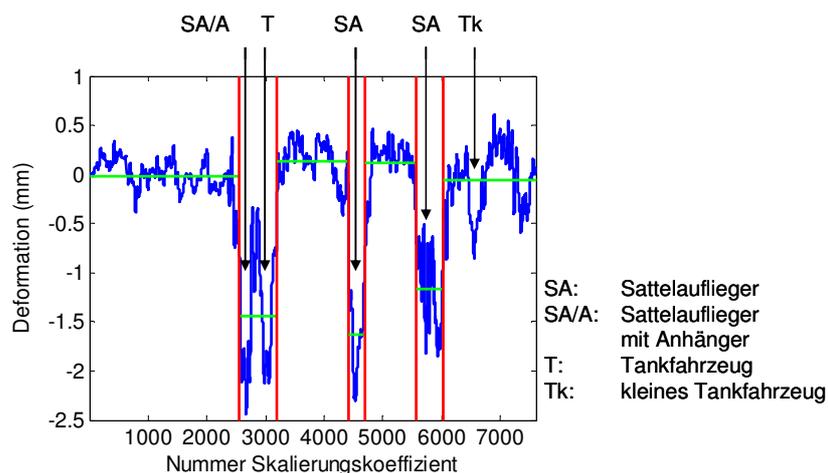


Abb. 7.5-3: Identifikation der Deformationen durch dicht aufeinander folgende Fahrzeuge

Der erste Ausschlag des Überbaus wird durch einen Sattelaufleger mit Anhänger verursacht. Dieser wird in einem Abstand von 8 s von einem Tankfahrzeug gefolgt, das den zweiten Ausschlag verursacht. Die hohe Aufzeichnungsrate führt zu einem getrennten Auftritt der zwei Auslenkungen. Die visuell gut erfassbare Trennung kann von dem Identifikationsverfahren nicht reproduziert werden. Die zwei Auslenkungen werden einem gemeinsamen Intervall gleichen Mittelwertes zugeteilt. Der Grund hierfür ist die zu kurze Ruhepause zwischen den zwei Durchfahrten, der nur 120 Beobachtungen angehören. Im Vergleich dazu wurden während der eigentlichen Deformation 350 Werte aufgezeichnet. Der negative Einfluss einer ungleichen Verteilung der Beobachtungen auf die Abschnitte mit homogenen statistischen Eigenschaften wurde bereits in den durchgeführten Simulationen festgestellt. Diese Schwäche des Identifikationsverfahrens hat für die Analyse des in Abbildung 7.5-3 dargestellten Abschnittes keine negativen Auswirkungen, da die Auslenkungen etwa gleich stark ausfallen. Eine unmittelbare Konsequenz ist für unterschiedliche Größenordnungen der Deformationen zu erwarten. Diese Situation ist jedoch in dem analysierten Abschnitt nicht eingetreten.

Die Deformationen mit geringem Betrag, wie sie in der Abbildung 7.5-1 aufgrund der Einwirkung eines kleinen Tankfahrzeuges (ca. 10 t) entstehen, konnten nicht automatisch aufgedeckt werden. Diese Gewichtskategorie stellt in etwa die Sensitivitätsgrenze der Identifizierbarkeit mit dem eingesetzten Verfahren dar.

Die anhand der Abbildungen 7.5-1 und 7.5-2 diskutierten Ergebnisse verdeutlichen, dass Deformationen, die durch einzelne, schwere Fahrzeuge entstehen, mit dem vorgestellten Identifikationsverfahren erfasst und quantifiziert wer-

den können. Gleichzeitig ist weitere Forschungsarbeit notwendig, um in komplexeren Kombinationen der Einflussgrößen zufrieden stellende Ergebnisse zu erreichen. Das Resultat der Einteilung der gesamten beobachteten Zeitreihe in Abschnitten mit homogenem Mittelwert kann der Abbildung 7.5-4 entnommen werden. Es belegt die gute Leistungsfähigkeit des Verfahrens hinsichtlich des Automatisierungsgrades und der Sensitivität bei der Identifikation.

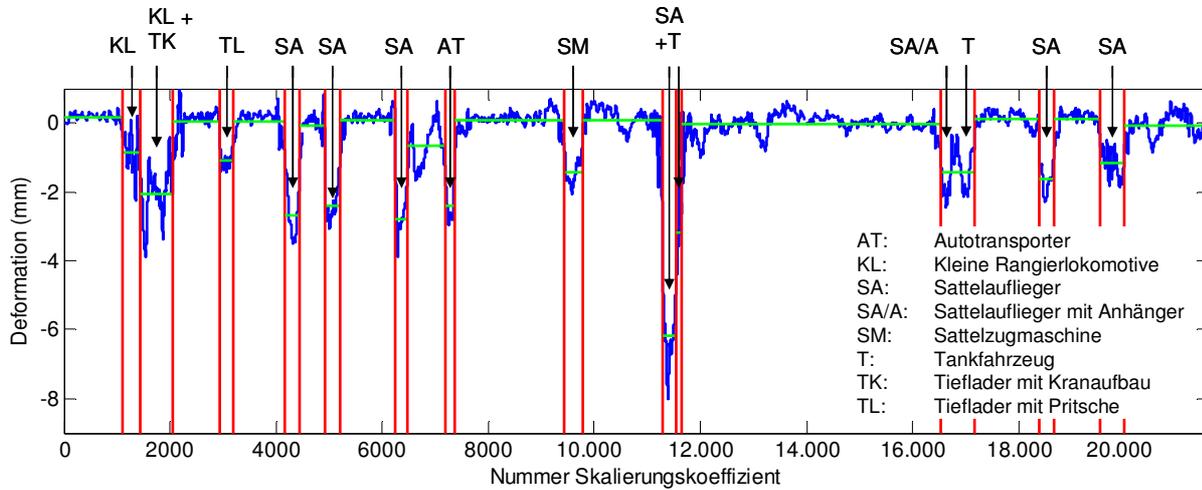


Abb. 7.5-4: Automatische Identifikation der Deformationen durch die Verkehrslast

Als Maß für die Deformation wurde, wie bereits erwähnt, der Mittelwert jedes Abschnittes gewählt. Durch die Annahme von Massen für die passierenden Fahrzeuge ist es möglich, anhand der identifizierten Ausschläge den systemcharakteristischen Übertragungsfaktor herzuleiten. Dieser stellt die Deformation des Bauwerkes pro Masseneinheit dar. Für den analysierten Datensatz sind die festgestellten Deformationen und die errechneten Systemcharakteristiken in der Tabelle 7.5-1 zusammengestellt.

Verkehrseinfluss	Deformation (mm)	$H_{\infty}$ (mm/t)	Verkehrseinfluss	Deformation (mm)	$H_{\infty}$ (mm/t)
KL	-1,0	0,09	AT	-2,5	0,10
KL+TK	-2,1	0,08	SM	-1,6	0,08
TL	-1,2	0,08	SA + T	-5,8	0,08
SA	-2,7	0,09	SA/A; T (I)	-1,4	0,07
SA	-2,4	0,08	SA (I)	-1,7	0,09
SA	-2,9	0,10	SA (I)	-1,3	0,07

Tab. 7.5-1: Identifizierte Deformationen und berechneter Übertragungsfaktor  $H_{\infty}$

Die Durchfahrten der letzten drei Sattelaufleger bewirken geringere Ausschläge des Überbaus, verglichen mit denen der vorangegangenen Fahrzeuge. Dieses veranlasst zur Annahme ihres Leergewichtes bei der Berechnung des Übertragungsfaktors  $H_{\infty}$ , was in der obigen Tabelle durch den Zusatzeintrag (I) gekennzeichnet ist. Die Werte der berechneten Systemparameter  $H_{\infty}$  stimmen gut miteinander überein, so dass daraus ein mittlerer Wert von 0,08 mm / t abgeleitet werden kann. Dieser quantifiziert die Deformation des Bauwerkes unter Verkehrslast. Der errechnete Übertragungsfaktor ist in Verbindung mit der Temperatur von 3°C zu betrachten, bei der die Messungen stattgefunden haben. Die vorgestellte Analysestrategie ermöglicht die Auswertung weiterer Messdatensätze, die zu unterschiedlichen Temperaturen erfasst werden. Daraus lässt sich ein repräsentativer Satz von Übertragungsfaktoren  $H_{\infty}$  herleiten, die das Verhalten der Brücke unter Verkehrslast umfassend widerspiegeln. Diese Parameter stellen angesichts der in naher Zukunft beginnenden Bauarbeiten an einer neuen Brücke eine bedeutungsvolle Datenbasis dar, um im Rahmen eines Monitorings stets Einflüsse durch die Baumaßnahme aufdecken zu können.

Mit dem eingeführten kontrastbasierten Verfahren liegen sämtliche Analyse- und Identifikationswerkzeuge vor, die zur Aufdeckung und Modellierung der Auswirkungen von Mittelwert und /oder Varianzinstationaritäten notwendig sind. Das gemeinsame Grundkonzept der Anwendung dieser Identifikationsverfahren ist die Überprüfung der statistischen Parameter auf der Ebene der Koeffizienten, die nach der Transformation der Zeitreihen unter dem Einsatz einer geeigneten Form der Wavelet-Transformation resultieren. Dabei wird in den Kapiteln 5 bis 7 zwischen den verschiedenen Darstellungsformen der Instationaritäten in den Transformationskoeffizienten unterschieden.

Schnelle und starke Änderungen des Mittelwertes äußern sich skalenübergreifend als lokale Betragsmaxima in den Waveletkoeffizienten, sofern letztere keine ausgeprägten periodische Komponenten enthalten. Dieses Erkennungsmerkmal wurde im 5. Kapitel genutzt, um die Deformation des Unterhauptes der Schleuse Uelzen I aufgrund des Wasserdruckes zu modellieren.

Langsame Änderungen des Mittelwertes treten bei einer ausreichend hoch gewählten Zerlegungsstufe in den Skalierungskoeffizienten deutlicher hervor als in der ursprünglichen Zeitreihe. Die Konfiguration der entstehenden Änderungspunkte wird anhand der Log-Likelihoodfunktion automatisch ermittelt. Dieses ermöglichte eine kontinuierliche Bestimmung des Übertragungsfaktors  $H_\infty$  der Rethhubrücke unter Berücksichtigung des Verkehrseinflusses.

Die Varianzinformation der periodischen Komponenten der Zeitreihe ist vollständig in den Waveletkoeffizienten abgebildet. Für die Überprüfung der Varianzhomogenität wurde im 6. Kapitel eine geeignete Teststrategie eingeführt. Die Konfiguration der varianzhomogenen Abschnitte wird auf statistischem Wege hergeleitet. Zur Verbesserung der Zuverlässigkeit der Identifikationen wird auch die Anwendung des im 7. Kapitel eingeführten Verfahrens empfohlen. Die zwei Methoden haben komplementäre Eigenschaften und wurden deshalb gemeinsam verwendet, um das varianzinstationäre Deformationsverhalten einer WEA zu modellieren.

Gemeinsam ist allen drei vorgestellten Verfahren die Systemidentifikation für instationäre Komponenten der Deformationsprozesse in einem linearen Ansatz und deren anschließende Abspaltung, um die Systemidentifikation für die periodischen, stationären Anteile nach der im 4. Kapitel vorgestellten Methodik vorzunehmen. Dadurch lassen sich diese Verfahren in das Konzept des im 3. Kapitel beschriebenen reduzierten linearen Deformationsmodells integrieren, was zu einer Erweiterung dieses Modells führt. Mit den Methoden und Verfahren der Kapitel 4 bis 7 liegen alle notwendigen Komponenten vor, die für eine derartige Erweiterung notwendig sind. Das um die Systemidentifikationen auf der Basis der instationären Komponenten erweiterte Deformationsmodell bildet das wesentliche Ergebnis dieser Arbeit. Die Zusammensetzung dieses Modells erfordert die Maßgabe einer logischen Reihenfolge in der Anwendung der verfügbaren Verfahren in Verbindung mit der Wahl der geeigneten Art der Wavelet-Transformation. Die Zusammensetzung des erweiterten Modells bildet den Inhalt des 8. Kapitels.

## 8 Das erweiterte dynamische Deformationsmodell

### 8.1 Der Aufbau des erweiterten dynamischen Deformationsmodells

In der vorliegenden Arbeit wird die dynamische Modellierung von Deformationsvorgängen im Ansatz der nichtparametrischen Systemidentifikation behandelt. Die charakteristischen Eigenschaften des Überwachungsobjektes werden hierbei durch mathematische Koeffizienten repräsentiert, für deren Bestimmung der Zusammenhang zwischen den beobachteten Anregungs- und Reaktionsgrößen in einem Modell der Formen (3.1-2, 3.1-4 oder 3.1-19) abgebildet wird. Bekannte Nachteile dieser Modellierungsmethoden sind die subjektive Wahl der Modellordnung und die damit verbundene Gefahr des „data-fittings“, sowie die fehlende physikalische Interpretierbarkeit der geschätzten mathematischen Koeffizienten.

Prozesse, die im Rahmen von ingenieurgeodätischen Überwachungsaktivitäten beobachtet werden, enthalten vielfach ausgeprägte periodische Komponenten. Für den Fall, dass die erfassten Deformationen durch periodische Effekte verursacht werden, lässt sich deren Verlauf anhand des jeweiligen Terms der Anregungsgröße modellieren, der einen maximalen Beitrag zur Objektreaktion hat. Das resultierende Modell wird als lineares reduziertes Deformationsmodell bezeichnet. Es weist die Vorteile einer eindeutig festgelegten Modellordnung sowie der physikalischen Interpretierbarkeit der Parameter auf. Jede kausale Beziehung zwischen der Deformation und der sie verursachenden Einflussgröße wird durch die frequenzabhängige Amplitudenverstärkung und die Phasenverzögerung ausgedrückt. Diese Parameter sind ein Maß für die Reaktionsstärke bzw. für die Reaktionsverzögerung des Überwachungsobjektes. Sie können im Zeit- oder im Frequenzbereich ermittelt werden (vgl. die Beziehungen 3.1-21, 3.1-27 sowie 3.1-30). Die Überführung des Modells in den Frequenzbereich geschieht mit Hilfe der FOURIER-Transformation. Aufgrund seiner funktionalen Einfachheit, der geringen numerischen Komplexität und der bereits genannten Vorteile zur Modellordnung und der Interpretierbarkeit der Parameter nehmen die Grundgedanken dieser Modellierungsstrategie die zentrale Rolle in dieser Arbeit ein.

Die Überlagerung der periodischen Komponenten durch andere Signalformen, wie z. B. Impulse, Sprünge, lineare Änderungen, wirkt sich nachteilig auf die Schätzung der Modellparameter aus. Amplitudenänderungen der periodischen Komponenten, die im Modell durch entsprechende Parametrisierung nicht berücksichtigt sind, haben ebenfalls einen negativen Einfluss. Diese Effekte führen zu verzerrten Modellparametern. Grund hierfür sind die induzierten Änderungen des mittleren Niveaus bzw. der Varianz der Zeitreihen, die im Gegensatz zur Forderung nach Homogenität ihrer statistischen Eigenschaften stehen. Die beobachteten Prozesse müssen unabhängig von der verwendeten Identifikationsstrategie mindestens bis zur 2. Ordnung stationär sein. Diese Bedingung ist für die Berechnung der Kreuzkorrelationsfunktion im Modell 3.1-21, für die Durchführung der FOURIER-Transformation im Modell 3.1-27, sowie für die Aufstellung eines gemeinsamen funktionalen Modells für sämtliche Beobachtungen in den Ansätzen 3.1-21 und 3.1-30 einzuhalten. Ihre Verletzung hat bei der praktischen Umsetzung des linearen reduzierten Deformationsmodells folgende Auswirkungen auf die Ergebnisse:

- geringe Bestimmtheitsmaße für die angesetzten Regressionsmodelle,
- große Unterschiede zwischen den Ergebnissen der Identifikation im Zeit- und im Frequenzbereich,
- eine von der angestrebten Normalverteilung stark abweichende Verteilung der Modellresiduen.

Die mögliche Maßnahme, diesen Nachteilen durch die Einführung zusätzlicher Terme zu begegnen, ist im Rahmen der Arbeit, aufgrund der oben genannten negativen Aspekte zur Wahl der Modellordnung, nicht weiter verfolgt worden. Die Analyse des dynamischen Analogiemodells in Kapitel 3.2 hat zum Ergebnis geführt, dass die Systemidentifikation für die modellverzerrenden Signalformen mit den Konzepten des linearen reduzierten Deformationsmodells vereinbar ist. Für sprunghafte und lineare Änderungen der Belastung kann das System in beiden betrachteten Modellordnungen ebenfalls durch zwei Parameter charakterisiert werden, die ein Maß für die Reaktionsstärke und die Reaktionsverzögerung darstellen. Der Übertragungsfaktor  $H_{\infty}$  folgt aus dem Verhältnis zwischen den Änderungen der Gleichgewichtszustände der Reaktions- und der Anregungsgröße (s. Abbildungen 3.2-6 und 3.2-7). Aus der Dauer des Überganges zwischen den Gleichgewichtszuständen kann auf den Parameter geschlossen werden, der die Systemträgheit charakterisiert (vgl. die Beziehungen 3.2-9 und 3.2-10). Näherungsweise kann diese auch als zeitliche Differenz der Übergangsdauern quantifiziert werden. Die Nähe der Systemidentifikation für diese Signalformen zu den Konzepten des bestehenden linearen reduzierten Deformationsmodells ist sowohl durch die Eindeutigkeit der Mo-

dellordnung sowie durch die mögliche physikalische Interpretation der ermittelten Systemparameter gegeben. Es ist daher erstrebenswert, das bestehende lineare reduzierte Modell um die Systemidentifikation für diese zusätzlichen Signalformen zu erweitern.

Die Systemidentifikation im gegenwärtigen Ansatz setzt die Stationarität bis zur 2. Ordnung voraus. Deshalb muss die Erweiterung um die Modellierung instationärer Signalkomponenten dieser vorgeschaltet werden. Die verfolgte Strategie besteht darin, zunächst die instationären Komponenten zu identifizieren und zu modellieren. Die Modellierung hat die Quantifizierung der charakteristischen Eigenschaften Änderungsbetrag und gegebenenfalls Änderungsdauer zum Ziel. Änderungsformen, die in kausalem Zusammenhang stehen, werden einer Systemidentifikation nach den oben beschriebenen Prinzipien zugeführt. Aufbauend auf den Ergebnissen der Modellierung werden deterministische Signale  $d(k)$  erzeugt, die den Verlauf der instationären Ereignisse in der beobachteten Zeitreihe nachbilden. Mit den Transformationen der Form (3.3-6) und (3.3-8) ist es möglich, die identifizierten und modellierten Realisierungen der instationären Effekte aus den ursprünglichen Zeitreihen abzuspalten und die Restanteile einer weiteren Analyse nach den gegenwärtigen Prinzipien des linearen reduzierten Deformationsmodells zugänglich zu machen.

In der vorliegenden Arbeit wurde stets von einem lokalen Charakter der Änderungen der statistischen Parameter ausgegangen. Darunter ist zu verstehen, dass der Prozess in seiner statistischen Gleichgewichtslage eine deutlich längere Zeit als die Änderungsdauer verharrt. Dieses setzt die Wahl einer Abstrategie voraus, die die Entstehung statistisch homogener Abschnitte in den beobachteten Zeitreihen unterstützt. Prozesse, die diese Merkmale aufweisen, wurden abschnittsweise stationär bezeichnet.

Für die Analyse und die Identifikation lokaler Eigenschaften der Zeitreihen sind die traditionellen signalanalytischen Werkzeuge nicht geeignet. Die Kreuzkorrelationsfunktionen, die Parameter der Regressionsmodelle sowie das Frequenzspektrum, welches mittels FOURIER-Transformation hergeleitet wird, stellen Größen dar, die global die Eigenschaften der Zeitreihe charakterisieren. Dieses motivierte den Einsatz der Wavelet-Transformation für die erweiterte Modellbildung. Die theoretischen Grundlagen dieser Transformation sowie Aspekte ihrer praktischen Anwendung bei der Analyse von Zeitreihen wurden im 4. Kapitel der Arbeit behandelt. Folgende Eigenschaften der Wavelets bzw. der Wavelet-Transformation sind hinsichtlich der erweiterten Modellbildung und Systemidentifikation von besonderer Bedeutung:

- Die endliche zeitliche Ausdehnung der Wavelets (s. Abbildung 4.1-1 und 4.1-2) befähigt zur Untersuchung lokaler Charakteristiken der Zeitreihen.
- Die oszillierende Natur (vgl. Beziehung 4.1-2) stellt die Basis für die Fortführung des Frequenzbegriffes in Zusammenhang mit den Ergebnissen der Wavelet-Transformation dar.
- Durch die verlustfreie Umkehrung der Wavelet-Transformation lassen sich aus modellierten Koeffizientenreihen auch modellierte Zeitreihen im ursprünglichen Beobachtungsraum erhalten. Somit kann die Auswirkung der auf der Ebene der Transformationskoeffizienten vorgenommenen Modellierungsmaßnahmen unmittelbar bemessen werden.
- Die Momenteneigenschaft: Bei Verwendung eines Wavelets mit  $n$  verschwindenden Momenten sind die aus der Wavelet-Transformation resultierenden Koeffizienten direkt proportional zur  $n$ -ten Ableitung des Prozesses bzw. der beobachteten Zeitreihe. Im Speziellen gilt bei Verwendung eines Wavelets von der 1. Ordnung in der Wavelet-Transformation, dass die resultierenden Waveletkoeffizienten proportional zum Verlauf der 1. Ableitung des Signals sind (vgl. Beziehung 4.1-13).
- Die Isometrie repräsentiert die Äquivalenz zwischen dem Informationsinhalt der Zeitreihe und ihrer Abbildung im Zeit-Frequenzbereich. Dieses ermöglicht die Durchführung der Systemidentifikation auf der Ebene der Transformationskoeffizienten. Diese Eigenschaft legt ebenfalls die Äquivalenz zwischen dem Informationsinhalt der einzelnen periodischen Komponenten und der entsprechenden Koeffizienten der Transformation fest, in denen diese enthalten sind (vgl. Beziehung 4.1-17). Damit wird die Grundlage für die Analyse periodischer Komponenten auf der Ebene der Waveletkoeffizienten geschaffen.

Die Entwicklung einer praktisch anwendbaren Form der Wavelet-Transformation beruht maßgeblich auf der Theorie der MSA, die in Kapitel 4.2 ausführlich präsentiert wurde. Die Diskretisierung der Zeit-Frequenzebene basierend auf deren Grundsätzen gewährleistet, dass die oben aufgezählten Eigenschaften der Wavelets und der Wavelet-Transformation auch in ihren diskreten Formen weiterhin Bestand haben und somit eine praktische Bedeutung erlangen. Mit der Diskretisierung wird die Berechnung der Wavelet-Transformation in eine rekursive Filterung überführt.

Die praktische Umsetzung der eingeführten Transformation beruht dadurch auf vertrauten Analysewerkzeugen und stellt keine Steigerung hinsichtlich der algorithmischen und numerischen Komplexität gegenüber dem linearen reduzierten Modell dar.

In Abhängigkeit der Diskretisierungsweise der Zeit sind zwei Formen der diskreten Wavelet-Transformation vorgestellt worden: die orthogonale, schnelle und die redundante, undezimierte Wavelet-Transformation (sWT) bzw. (uWT). Die Diskretisierung der Frequenz bleibt in beiden Formen identisch. Im Falle der sWT erfolgt im Anschluss an jede Filterung eine Dezimierung des Filterausganges um den Faktor 2, während im Falle der uWT das Filterpaar um den Faktor 2 gespreizt wird.

Trotz des dualen Charakters der Wavelets ist es nicht möglich, die Lokalisierung im Frequenz- und im Zeitbereich gleichzeitig beliebig genau vorzunehmen (s. Abbildung 4.1-1). Dieser Effekt bedingt in der Systemidentifikation des erweiterten Modells die Durchführung der Wavelet-Transformation mit unterschiedlichen Wavelets bzw. unterschiedlichen Filtern, in Abhängigkeit von der gerade behandelten Komponente der Zeitreihe. Für sprunghafte und lineare Änderungen ist deren Lokalisierung im Zeitbereich vordergründig. Die Frequenzkomponente spielt eine eher untergeordnete Rolle. Deshalb werden hierfür Tiefpassfilter eingesetzt, die eine niedrige Ordnung der Nullstelle  $z = -1$  besitzen, und somit eine geringe Länge aufweisen. Im Rahmen der Arbeit wurde zu diesen Zwecken das HAAR-Filterpaar eingesetzt.

Für die periodischen Komponenten hingegen ist die Lokalisierung im Frequenzbereich von Bedeutung. Hierfür bedarf es eines Tiefpassfilters, dessen  $z$ -Transformierte eine Nullstelle  $z = -1$  möglichst hoher Ordnung besitzt. Gleichzeitig darf die Ordnung jedoch nicht beliebig hoch sein, um den zeitlichen Bezug eventueller Varianzänderungen zu ermöglichen. In der vorliegenden Arbeit erwies sich eine Nullstelle 4. Ordnung als ein guter Kompromiss für zufriedenstellende Lokalisierungen in beiden Bereichen.

Die im erweiterten Deformationsmodell integrierten Signalanteile führen zu unterschiedlichen Charakteristiken der Transformationskoeffizienten, die als Typenkennung im Identifikationsprozess verwendbar sind:

- Rapide Variationen des Mittelwertes infolge sprunghafter oder linearer Änderungen führen aufgrund der Momenteneigenschaft zur Entstehung lokaler Betragsmaxima in den Waveletkoeffizienten der ersten Zerlegungsstufen, wenn die Transformation mit einem Filterpaar durchgeführt wird, dessen  $z$ -transformiertes Tiefpassfilter eine Nullstelle 1. Ordnung in  $z = -1$  besitzt. Für die automatische Identifikation dieser Änderungsform sollten vorzugsweise in diesen Skalenbereichen keine weiteren periodische Effekte, sondern lediglich Rauschanteile enthalten sein.
- Variationen des Mittelwertes, deren Dauer die Filterlänge in der maximalen Zerlegungsstufe übersteigt und deren oben genannte Effekte in den Waveletkoeffizienten durch hochenergetische, periodische Anteile überlagert werden, treten in den Skalierungskoeffizienten sehr deutlich hervor. Die stärkere Herausstellung dieser Änderungsform ist der transformationsbedingten Abspaltung periodischer Komponenten zu verdanken. Aus diesem Grund ist die Transformation mit einem Filterpaar durchzuführen, das einen guten Ausgleich der Lokalisierungseigenschaften im Frequenz- und im Zeitbereich schafft. Im Rahmen dieser Arbeit wurde das DAUBECHIES-Filterpaar 4. Ordnung eingesetzt.
- Änderungen der Varianz- bzw. der Amplituden treten bei einer ausreichenden Zerlegungstiefe dominant in den Waveletkoeffizienten auf. Um eine scharfe Trennung zwischen den spektralen Anteilen der benachbarten Skalen zu erreichen, basierten die Untersuchungen zu dieser Änderungsform ebenfalls auf der Transformation mit einem DAUBECHIES-Filterpaar 4. Ordnung.

Den obigen Erläuterungen ist zu entnehmen, dass nur die erste behandelte Form von Inhomogenitäten statistischer Eigenschaften unmittelbar aus den Ergebnissen der Wavelet-Transformation identifizierbar ist. Die notwendigen Schritte wurden im 5. Kapitel ausführlich beschrieben und analysiert. Für die weiteren aufgeführten Formen der Instationarität ist die Wavelet-Transformation nur als Vorstufe zu verstehen, in der die untersuchte Komponente von den überlagerten Anteilen der Zeitreihe isoliert wird. Dadurch tritt der jeweilige instationäre Effekt deutlicher hervor. Für dessen eigentliche Aufdeckung bedarf es jedoch eines zusätzlichen Verfahrens, anhand dessen die Konstanz der statistischen Parameter der jeweiligen Transformationskoeffizienten automatisch überprüft wird. Geeignete Methoden wurden im 6. Kapitel mit dem Varianzhomogenitätstest und im 7. Kapitel mit dem kontrastbasierten Verfahren eingeführt.

Die Abbildung 8.1-1 gibt den Ablauf einer Systemidentifikation im erweiterten Modell als Blockdiagramm wieder. Bei der Aufstellung des erweiterten Modells wird vom allgemeinen Fall ausgegangen, in dem die Deformationen durch die Einwirkung mehrerer, unterschiedlicher Einflussgrößen entstehen. Letztere können stationärer oder instationärer Natur sein und dadurch das Auftreten in den beobachteten Zeitreihen der in der Arbeit berücksichtigten Effekte bewirken. Deren Identifikation und Modellierung wird sequentiell anhand der eingeführten Verfahren vorgenommen. Die Zeitreihen der Einflussgrößen beinhalten meistens nur eine der im Modell berücksichtigten Komponenten. In diesen Fällen ist es angebracht, deren Untersuchung nur in dem Modellabschnitt durchzuführen, der zur Analyse des entsprechenden Charakteristikums geeignet ist. Kommt es auch in den Zeitreihen der Einflussgrößen zu einer Überlagerung charakteristischer Signalanteile, ist auch für diese die Bearbeitung im Gesamtmodell empfehlenswert.

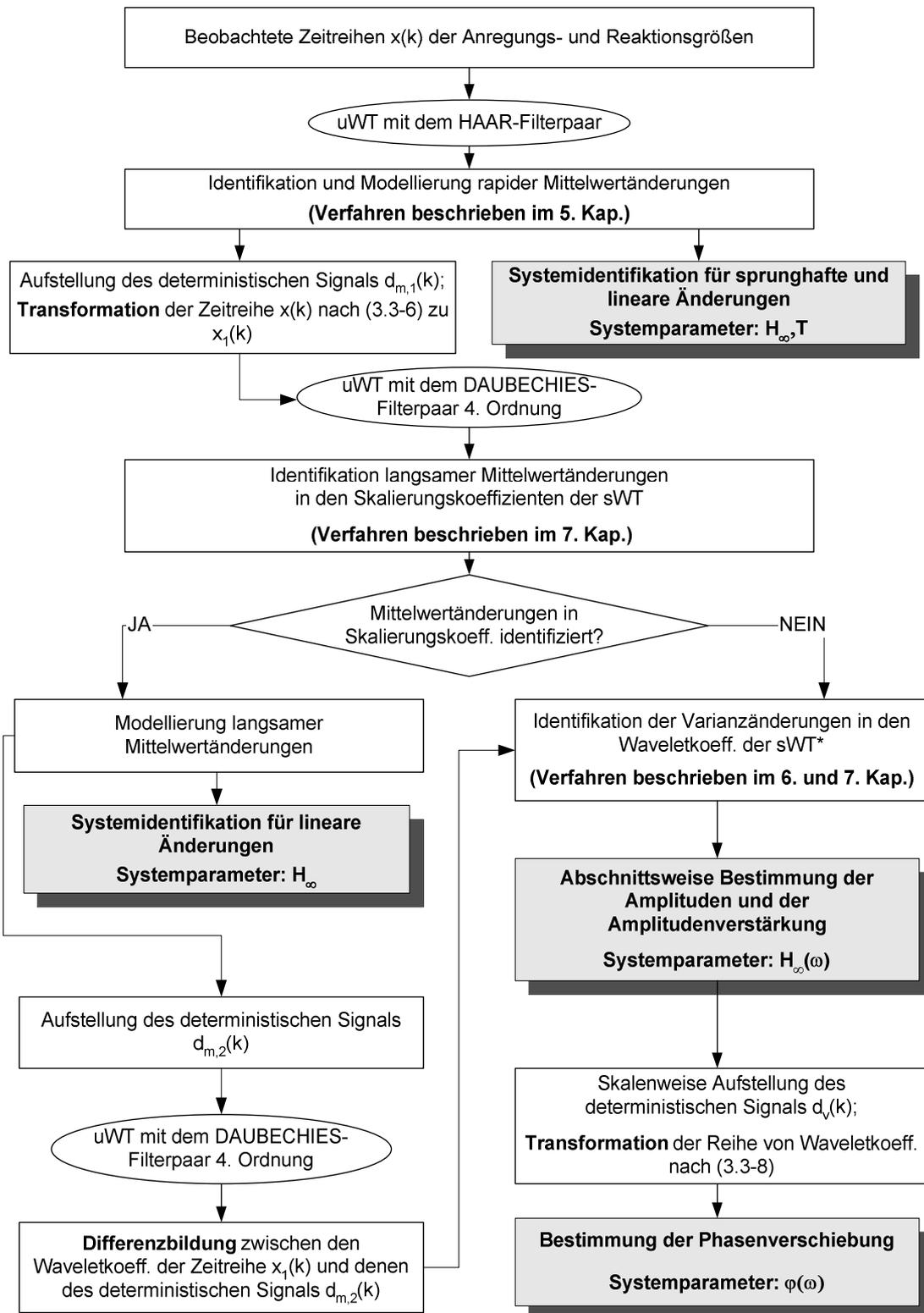
Die lokalen langsamen Änderungen des Mittelwertes wirken sich sowohl auf die Wavelet- als auch auf die Skalierungskoeffizienten aus. Ihre Behandlung im erweiterten Deformationsmodell wird deshalb der Varianzhomogenitätsprüfung vorgezogen. Sowohl für die Herausstellung der Mittelwertänderungen in den Skalierungskoeffizienten als auch für die Trennung periodischer Komponenten hinsichtlich der Varianzhomogenitätsprüfung muss das eingesetzte Wavelet einen guten Kompromiss zwischen der Lokalisierung im Zeit- und im Frequenzbereich aufweisen. Beiden Zielsetzungen liegt somit eine gemeinsame Wavelet-Transformation zugrunde. Im Unterschied dazu ist für die Aufdeckung starker sprunghafter Änderungen des Mittelwertes ein Wavelet 1. Ordnung einzusetzen, das lediglich im Zeitbereich gute Lokalisierungseigenschaften aufweist. Die Analyse dieser Änderungsform setzt die Berechnung einer getrennten Wavelet-Transformation voraus und wird deshalb als erste im erweiterten Modell durchgeführt.

Die Vorgehensweise bei der Identifikation und Modellierung rapider Mittelwertänderungen wurde im 5. Kapitel detailliert vorgestellt. Die beobachteten Zeitreihen der Anregungs- und Deformationsgrößen sind mit der uWT, unter Verwendung des HAARschen Filterpaares, in den Zeit-Frequenzbereich zu überführen. Diese Form der Wavelet-Transformation wird der sWT aufgrund ihrer Translationsinvarianz vorgezogen. Sie gewährleistet, dass jede sprunghafte oder lineare Änderung, unabhängig von ihrer Position in der Zeitreihe, zu den gleichen Strukturen in den Transformationskoeffizienten führt. Die maximale Zerlegungstiefe ist in Abhängigkeit des Abstandes zwischen aufeinanderfolgenden Änderungen sowie der Frequenz zusätzlicher periodischer Komponenten zu wählen. Folgende Operationen sind im Anschluss an die Transformation zur Identifikation und Modellierung der Änderungen notwendig:

- die Unterdrückung des Rauschens anhand der „hard thresholding“ Transformation (5.2-1) in Zusammenhang mit dem universellen Schwellwert (5.2-4),
- die skalenübergreifende Verkettung der lokalen Maxima: Hierbei ist der Einflussbereich einer Beobachtung in den Waveletkoeffizienten (vgl. Beziehung 5.3-1) sowie die zeitliche Verschiebung durch die eingesetzten FIR-Filter (vgl. Beziehung 5.3-4) zu berücksichtigen.
- die Bestimmung des Änderungsbetrages und der Anstiegszeit als charakteristische Größen der Änderung: Zu diesem Zweck wurde mit der kumulierten GAUSS-Funktion eine Musterfunktion eingeführt, die den typischen Verlauf eines linearen Überganges reproduziert. Deren Anstiegszeit ist über das Funktionsargument steuerbar und weist eine feste Änderungshöhe gleich eins auf.

Zwischen den zeitlich korrespondierenden Änderungen, die in den Zeitreihen der Anregungs- und Reaktionsgrößen identifiziert und modelliert wurden, wird mit Hinblick auf die Systemidentifikation ein kausaler Zusammenhang angenommen. Die systemspezifischen Parameter (Übertragungsfaktor und zeitliche Reaktionsverzögerung) lassen sich gemäß den Erkenntnissen aus der Analyse des dynamischen Analogiemodells auf der Basis der geschätzten charakteristischen Größen ermitteln.

Im Anschluss an die Systemidentifikation sind die erfassten und modellierten instationären Effekte, die sich als rapide Änderungen des Mittelwertes auswirken, von den beobachteten Zeitreihen abzuspalten. Mit den Identifikationszeitpunkten und den charakteristischen Eigenschaften der Änderungen sind die notwendigen Elemente für die modelltechnische Nachbildung dieser Verläufe verfügbar. Ihre Zusammenführung zu einem deterministischen Signal  $d_{m,1}(k)$  ermöglicht die Transformation (3.3-6). In Abbildung 5.6-4 ist das Ergebnis einer Abspaltung dieser Komponente beispielhaft dargestellt. Die resultierende Zeitreihe enthält keine sprunghaften Effekte infolge des Wasserdruckes. Ein periodischer Anteil aufgrund des Temperatureinflusses ist dadurch sehr deutlich erkennbar. In der übergeordneten Modellbetrachtung ist die Residuenzeitreihe  $x_1(k)$  weiterhin aus Realisierungen stationärer und instationärer periodischer Komponenten sowie denjenigen Änderungen des Mittelwertes zusammengesetzt, die in den Skalierungskoeffizienten deutlich hervortreten. Diese Anteile gilt es im weiteren Verlauf des erweiterten Modells zu untersuchen.



\*) Im Falle der Varianzhomogenität erfolgt die Systemidentifikation für die entsprechende periodische Komponente im Ansatz des gegenwärtigen linearen reduzierten Deformationsmodells.

Abb. 8.1-1: Der Aufbau des erweiterten dynamischen Deformationsmodells

Die Wavelet-Transformation der Zeitreihe  $x_1(k)$  ist mit einem Filterpaar höherer Ordnung vorzunehmen. Die im 6. und 7. Kapitel eingeführten Verfahren setzen jeweils auf die entsprechenden Transformationskoeffizienten auf. Obwohl beide Methoden von der Annahme unkorrelierter Datensätze ausgehen, wird auch für diesen Modellabschnitt die Berechnung einer uWT empfohlen. Grund dafür ist die höhere zeitliche Auflösung, die hiermit erzielbar ist. Sie leistet eine wesentlich bessere Unterstützung der visuellen Überprüfung der automatischen Identifikationsergebnisse. Die Testgröße bzw. die Zielfunktion der Identifikationsverfahren setzen sich allerdings aus den Koeffizienten der sWT zusammen, um die in der uWT entstehenden algebraischen Korrelationen zu vermeiden. Die Koeffizienten der sWT sind in denjenigen der uWT enthalten und somit nach der Transformation durch die Berücksichtigung der Diskretisierung der Zeitachse in der entsprechenden Skala direkt verfügbar (vgl. Tabelle 6.3-1).

Ein Nachteil, der aus der Verwendung der sWT im Identifikationsprozess entsteht, ist die Mehrdeutigkeit der zeitlichen Lokalisierung der Änderungspunkte. Deren konkrete Position in der Zeitreihe kann nur innerhalb des Diskretisierungsabstandes der Zeitachse in der jeweiligen Skala angegeben werden. In den untersuchten Beispielen wirkte sich dieser Nachteil aufgrund der geringen Zerlegungstiefen nicht auf die kausale Zuordnung der Effekte aus. In Analysen, die einer großen Zerlegungstiefe bedürfen, ist es denkbar, diesem Nachteil durch einen wiederholten Identifikationsprozess entgegenzuwirken. Dabei ist die Menge der als Eingangsdaten verwendeten, unabhängigen Koeffizienten stets um eine Position entlang der Koeffizienten der uWT zu verschieben. Diese Vorgehensweise ist vom Prinzip ähnlich dem Verfahren, das in Kapitel 5.1 für die Umgehung der Translationsvarianz der sWT umrissen wurde. Die Aussicht auf eine schärfere Lokalisierung der Änderungspunkte ist eine zusätzliche Motivation der Anwendung der uWT in diesem Modellabschnitt.

Trotz der Verwendung eines Filterpaares höherer Ordnung in der Wavelet-Transformation ist ein Einfluss der Änderungen des Mittelwertes auf die Waveletkoeffizienten nicht zu vermeiden. Dieser ist durch das Differenzfilter bedingt, das im verwendeten Hochpassfilter integriert ist (vgl. Beziehung 4.4-15). Es ist daher begründet, im nächsten Abschnitt der erweiterten Modellbildung die Skalierungskoeffizienten auf mögliche Änderungen des Mittelwertes zu überprüfen. Hierfür ist das im 7. Kapitel vorgestellte Identifikationsverfahren geeignet. Dessen Modellanschauung umfasst die lokalen Änderungen des Mittelwertes. Trendartige Komponenten können im Verfahren als solche nicht identifiziert werden und führen zu einer überschätzten Anzahl von Änderungspunkten (s. Abbildung 7.4-2). Diese Komponenten sind deshalb im Vorfeld der automatischen Identifikation funktional zu erfassen und abzuspalten. Die wesentlichen Bestandteile des Identifikationsverfahrens sind:

- Formulierung der Kontrastfunktion (7.1-7) für die Identifikation von Mittelwertänderungen und Festlegung einer maximalen Anzahl von Änderungspunkten  $N'_{cp, max}$ ,
- Berechnung der Matrizen **A** und **T** (vgl. Beziehung 7.1-9), die die minimalen Werte des empirischen Kontrastes bzw. deren Positionen enthalten, und Ermittlung der optimalen Verteilung der Änderungspunkte anhand der Rückwärtsrekursion (7.1-10),
- Automatische Identifikation der tatsächlichen Anzahl von Änderungspunkten anhand einer Regression, die den Verlauf des empirischen Kontrastes im überparametrisierten Bereich des Modells beschreibt (vgl. Beziehungen 7.2-9 und 7.2-13).

Die Systemidentifikation auf der Basis aufgedeckter und zeitlich korrespondierender Änderungen verläuft auf gleiche Weise wie im vorangegangenen Modellabschnitt. Sie ist im Wesentlichen auf die Erkenntnisse aus der Analyse des dynamischen Analogiemodells gestützt. Im Unterschied zur Methode der lokalen Betragsmaxima ist eine Bestimmung der Anstiegszeit im Verfahren des 7. Kapitels nicht integriert, was die fehlende Ermittlung der Reaktionsverzögerung zur Folge hat. Das aus den identifizierten Änderungen modellierte, deterministische Signal  $d_{m,2}(k)$  weist somit die Struktur einer Treppenfunktion auf.

Die uWT des aufgestellten deterministischen Signals  $d_{m,2}(k)$  gibt Aufschluss über die Auswirkung der im zweiten Modellabschnitt identifizierten und modellierten Änderungen des Niveaus in den Waveletkoeffizienten. Für eine sinnvolle Quantifizierung des Effektes ist die Transformation mit dem gleichen Filterpaar höherer Ordnung durchzuführen. Obwohl sich diese Mittelwertänderungen, wie in der Abbildung 7.4-3 gezeigt wurde, lediglich auf die Waveletkoeffizienten aus ihrer unmittelbaren Nachbarschaft auswirken, ist eine Eliminierung des Einflusses empfehlenswert. Diese ist durch die Differenzbildung zugehöriger Waveletkoeffizienten der Zeitreihe  $x_1(k)$  und des deterministischen Signals  $d_{m,2}(k)$  erzielbar. Auf diese Weise wird die Schätzung unverzerrter Parameter in der anstehenden Modellierung periodischer Komponenten sichergestellt.

Die Analyse der Varianzhomogenität und die Systemidentifikation für periodische Komponenten bilden den letzten Abschnitt der erweiterten Modellbildung. Die Strategie zur Identifikation periodischer Komponenten in den Ergebnissen der Wavelet-Transformation wurde ausführlich in Kapitel 4.4.4 vorgestellt. Ihr wesentlicher Bestandteil ist die äquivalente Amplitudenverstärkung des eingesetzten Filterpaares, anhand derer die Verteilung der Frequenzen auf die jeweiligen Skalenbereiche streng nachvollziehbar ist. Durch den Einsatz der uWT erübrigt sich die Berücksichtigung von Aliasing-Effekten bei der Interpretation der Amplitudenspektren einzelner Koeffizientenreihen. Einen Überblick über die Skalen mit wesentlichem Informationsinhalt gibt die grafische Abbildung der Varianzverteilung. Exemplarisch wurde diese in der Abbildung 4.6-1 am Beispiel der Rethhubbrücke aufgeführt.

Im Regelfall befinden sich die analysierten dominanten Frequenzen mindestens einmal im Übergangsbereich eines äquivalenten Filters. Dadurch sind sie in mehreren Koeffizientenreihen aufeinander folgender Zerlegungsstufen vertreten. Die praktischen Untersuchungen dieser Arbeit führen zur Schlussfolgerung, dass eine Überprüfung der Varianzhomogenität in allen Zeitreihen von Waveletkoeffizienten vorteilhaft ist, die einen wesentlichen Anteil der untersuchten Frequenzen enthalten. Die entstehende skalenübergreifende Redundanz der aufgedeckten Varianzänderungspunkte ermöglicht eine eingehende Ursachenforschung bezüglich ihres Auftretens und steigert die Zuverlässigkeit der Identifikation.

Für die Überprüfung der Varianzhomogenität sind im 6. und 7. Kapitel zwei Verfahren eingeführt worden. Die Identifikationsstrategie aus dem 7. Kapitel ist analog zu derjenigen des vorangegangenen Modellabschnittes mit dem Unterschied, dass die Berechnung des empirischen Kontrastes auf der Beziehung (7.1-6) beruht. Während hiermit die Konfiguration der Änderungspunkte geschätzt wird, basiert das Verfahren des 6. Kapitels auf einem statistischen Test. Die wesentlichen Bestandteile dieses Tests sind:

- die Testgröße (6.1-23),
- in Abhängigkeit der getesteten Abschnittslänge die Quantile nach der DURBIN- oder KOLMOGOROV-Verteilung (vgl. die Beziehungen 6.1-10 und 6.1-18),
- die Bestätigung der identifizierten Änderungspunkte in einem zusätzlichen Testdurchgang.

Die Untersuchungen anhand simulierter und reeller Datensätze deckten gewisse komplementäre Identifikationseigenschaften der zwei Verfahren auf. Im Hinblick auf ein besseres Ergebnis der Varianzhomogenitätsprüfung ist deshalb ein Einsatz beider Methoden sinnvoll.

Für den Fall periodischer Komponenten mit homogener Varianz ist die Systemidentifikation im Ansatz des gegenwärtigen linearen reduzierten Modells lösbar. Die Möglichkeiten der Modellierung im Zeit- und im Frequenzbereich wurden mit den Beziehungen (3.1-21, 3.1-27 und 3.1-30) in Kapitel 3.1 vorgestellt. Die systemcharakteristischen Parameter sind für instationäre periodische Prozesse nur sequentiell zugänglich, da eine unmittelbare Berechnung der Reaktionsverzögerung nicht möglich ist. Für die abschnittsweise Schätzung der Amplituden führt der Ansatz der ausgleichenden Sinusfunktion (3.1-30) als einziger auch für kurze Abschnitte, die infolge des Identifikationsprozesses entstehen, zu einer ausreichenden Überbestimmung. Dadurch wird auch für diese Abschnitte eine zuverlässige Parameterschätzung gewährleistet. Der Ansatz wird aus diesen Gründen im erweiterten Modell bevorzugt eingesetzt. Die frequenzabhängige Amplitudenverstärkung  $H_{\infty}(\omega)$  folgt aus dem Verhältnis der Amplituden in kausal korrespondierenden Abschnitten der Anregungs- und Reaktionsgrößen.

Die geschätzten Amplituden sind ein Maß für das Varianzniveau der jeweiligen Abschnitte der Zeitreihen von Waveletkoeffizienten. Die Zusammenführung dieser Niveaus zu einem deterministischen Signal  $d_v(k)$ , das den Varianzverlauf der entsprechenden Zeitreihe wiedergibt, ermöglicht es mit der Transformation (3.3-8) eine Zeitreihe  $x_2(k)$  zu erzeugen, die homogene Varianz besitzt und weiterhin die untersuchten Frequenzen unverändert enthält. Die Herleitung der Zeitreihen  $x_2(k)$  für die Anregungs- und Reaktionsgrößen ermöglicht eine Berechnung der Kreuzkorrelationsfunktion, der die noch unbestimmte Phasenverzögerung  $\varphi(\omega)$  zu entnehmen ist.

Mit der Systemidentifikation für periodische Komponenten sind sämtliche betrachteten Änderungsformen in das erweiterte Modell integriert. Die Einbindung und Modellierung der zusätzlichen Änderungsformen der Anregungs- und Reaktionsgrößen schafft die Grundlage für eine umfassendere Beschreibung des Übertragungsverhaltens und für eine darauf aufbauende, verbesserte Zustandsbewertung des Überwachungsobjektes. Darüber hinaus konnten in den Untersuchungen zu den Verfahren aus den einzelnen Abschnitten weitere Vorteile des erweiterten Modells aufgedeckt werden. Deren prägnante Zusammenfassung bildet den Inhalt des nachfolgenden Kapitels.

## 8.2 Einige Vorteile des erweiterten dynamischen Deformationsmodells

Die integrierte Behandlung stationärer und instationärer Deformationsprozesse stellt eine Weiterentwicklung in der Modellbildung der ingenieurgeodätischen Deformationsanalyse dar. Durch die Eignung zur Bearbeitung verschiedener Signalformen ist das Modell insbesondere in Situationen, die komplexe Überlagerungen von Einflüssen mit unterschiedlichen physikalischen Eigenschaften beinhalten, gegenüber den herkömmlichen Analyseverfahren umfassender und in einem breiteren Feld von Aufgabenstellungen einsetzbar.

Die Länge der analysierbaren Zeitreihen wird aufgrund der gezielten Suche und Modellierung der Mittelwert- und Varianzänderungen durch diese Effekte nicht ferner eingeschränkt. Im 2. Kapitel der Arbeit wurde der negative Einfluss instationärer Komponenten auf den Umfang der untersuchten Datensätze erwähnt. Die Verformung des Unterhauptes der Schleuse Uelzen I unter dem Einfluss täglicher und langperiodischer Temperaturschwankungen wurde bislang, trotz mehrjähriger Datenerfassung, anhand einer beispielhaften Zeitreihe quantifiziert, deren Länge lediglich 2 Tage betrug. Die Ermittlung der Systemparameter im Ansatz der ausgleichenden Sinusfunktion erforderte zunächst die Abspaltung der Deformationen mit einem sprunghaften Verlauf, die aufgrund des seitlichen Wasserdruckes entstanden. Deren ansteigende und fallende Flanken (s. Abbildung 2.2-3) wurden manuell lokalisiert und dazwischen der Verlauf für den Zustand „Schleuse leer“ interpoliert. Diese notwendige Vorverarbeitungsstufe ist bei der manuellen Vorgehensweise sehr zeitaufwändig, was die Beschränkung der Analyse auf einem Datensatz von geringer Länge begründet. In der vorliegenden Arbeit beruht die Herleitung der Systemparameter für das Unterhaupt der Schleuse auf einem Datensatz mit einer Länge von über 18 Tagen, der aus nahezu 27.000 Beobachtungen besteht. Dadurch verbessert sich die Repräsentativität sowie infolge zuverlässiger Parameterschätzungen auch die Qualität des bestimmten Modells.

Eine vergleichbare Situation entsteht auch bei der Erfassung des Deformationsverhaltens einer WEA unter Einsatz von Standardverfahren. Die Änderungen des Mittelwertes und der Varianz, die auf wechselnde Wind- und Betriebszustände der Anlage zurückzuführen sind, bedingen eine abschnittsweise Schätzung der Systemparameter. Die in einem gemeinsamen Modell auswertbaren Datenreihen decken in vielen Fällen Zeiträume von weniger als 2 Minuten ab, was eine geringe Repräsentativität der einzelnen Modelle sowie einen hohen zeitlichen Aufwand zur Folge hat. Letzterer wird durch die manuelle Segmentierung der beobachteten Zeitreihe zusätzlich verstärkt. Eine gemeinsame Modellbildung für längere Zeitreihen führt, wie in der Abbildung 2.2-7 dargestellt, zu einer verminderten Qualität des Modells. In Kapitel 6.4 wird hingegen eine Zeitreihe, die einer Beobachtungsdauer von ca. 40 Minuten entspricht, im Ansatz des erweiterten Modells integral untersucht. Dadurch ist es möglich, einen tieferen Einblick in den zeitlichen Verlauf einzelner periodischer Anteile zu gewinnen und durch die Zuordnung der jeweiligen Einflussgröße ein besseres Verständnis für die Verhaltensweise des Überwachungsobjektes zu erlangen (s. Abbildung 6.4-2).

Die Lokalisierung der Änderungspunkte nach mathematisch-statistischen Kriterien führt zu einem objektiven Identifikationsergebnis, das von dem Einfluss des Analysten weitestgehend befreit ist. Die Anwendung der unterschiedlichen Identifikationsverfahren kann in ungünstigen Situationen zu abweichenden Konfigurationen von Änderungspunkten führen. Dieses stellt jedoch keinen Nachteil des Modells dar. Eine gezielte Ursachenforschung, wie sie auf der Basis der Abbildung 7.4-5 beispielhaft betrieben worden ist, ermöglicht sogar eine bessere Einschätzung der Identifikationsstärken der jeweiligen Verfahren und damit verbunden auch eine Validierung der erzielten Ergebnisse.

Eine Identifikation der Änderungspunkte anhand der visuellen Analyse der ursprünglichen Zeitreihe ist nur für ausreichend große Änderungsbeträge möglich. Da es insbesondere in den Zeitreihen der Deformationen zur Überlagerung verschiedenster Effekte kommt, sind selbst große Beträge zum Teil schwer identifizierbar. In den beobachteten Deformationen der Rethelhubbrücke unter Verkehrsbelastung ist die Durchbiegung des Überbaus visuell nur schwer erkennbar. Änderungen des Mittelwertes und der Varianz in den Turmneigungen der WEA bleiben auf der Ebene der ursprünglichen Beobachtungen gänzlich verborgen. Durch die Wavelet-Transformation der Zeitreihe werden diese Effekte in den Koeffizienten der entsprechenden Skalen besser herausgestellt. Ihre Aufdeckung ist dadurch jedoch nicht zwangsläufig. In der oberen Grafik der Abbildung 6.4-2 ist beispielsweise eine Gewinnung der varianzhomogenen Intervalle in der Konfiguration, wie sie anhand des Varianzhomogenitätstests hergeleitet wurde, durch eine visuelle Analyse ausgeschlossen. Selbst im Falle einer Identifikation der Änderungspunkte unter den genannten erschwerenden Bedingungen ist die manuelle Festlegung ihrer Position eine subjektive Angelegenheit. Diese hat unterschiedlich parametrisierte Modelle zur Folge, deren Lösung somit auch verschiedene Systemparameter ergibt. Die Aussagekraft dieser Modelle ist dadurch stark relativiert.

Die Identifikation und die Modellierung der betrachteten statistischen Inhomogenitäten laufen in allen Modellabschnitten weitestgehend automatisch ab. Für Überwachungsobjekte wie beispielsweise die Schleuse Uelzen I oder die Rethelhubbrücke, deren Deformation einen ausgeprägten sprunghaften oder linear ändernden Verlauf aufweist, sind dadurch die Systemparameter Übertragungsfaktor und Reaktionsverzögerung kontinuierlich bestimmbar. Aus deren zeitlichen Änderungen lassen sich zusätzliche Erkenntnisse zum Deformationsverhalten des Überwachungsobjektes gewinnen. Im Falle der Schleuse Uelzen I konnte auf diese Weise die Abhängigkeit des Übertragungsfaktors für die Einflussgröße Wasserdruck von der langperiodischen Komponente der Temperaturvariation nachgewiesen werden (s. Abbildung 5.6-2). Die funktionale Darstellung dieses Zusammenhangs leitet die Bestimmung eines weiteren systemcharakteristischen Parameters ein, der ein Maß für die Zustandsbewertung des Überwachungsobjektes darstellt. Der Übertragungsfaktor der Rethelhubbrücke für die Verkehrsbelastung wurde im 7. Kapitel ebenfalls kontinuierlich erfasst. Die gute Übereinstimmung zwischen den einzelnen Schätzungen der Parameter untermauert deren Repräsentativität für das Bauwerk.

Für die beispielhaft analysierten Überwachungsobjekte kann eine Bestimmung ihrer Systemparameter ohne die Anwendung des erweiterten Deformationsmodells nur an diskreten Stellen der Zeitreihen erfolgen. Diese sind zudem manuell auszuwählen. Eine derartige Vorgehensweise charakterisiert vorangegangene Untersuchungen zum Deformationsverhalten dieser Bauwerke. Die resultierenden Parameter haben dadurch eine geringe Repräsentativität. Eine zeitkontinuierliche Darstellung der Änderungen dieser Parameter ist nicht gegeben, so dass die Einwirkung zusätzlicher Faktoren, wie die Temperatur im Falle der Schleuse Uelzen I, fälschlicherweise als kritische Zustandsänderung des überwachten Objektes interpretiert werden kann.

Das erweiterte Modell ist optimal parametrisiert. Durch dessen abschnittsweise Gliederung wird eine Überparametrisierung vermieden. Die Modellierung schließt in jedem Abschnitt unmittelbar an den Identifikationsprozess an, so dass die Modellparameter in Abhängigkeit des Identifikationsergebnisses gezielt eingeführt werden können. Den wesentlichen Beitrag zur optimalen Parametrisierung leistet die kombinierte Anwendung der Wavelet-Transformation mit den entsprechenden Identifikationsverfahren. Die gezielte Überprüfung der Parameterkonstanz einzelner spektraler Komponenten der Zeitreihen ermöglicht es, im Änderungsfall neue Modellparameter lediglich für die jeweiligen Frequenzen einzuführen. Die Identifikation auf der Ebene der ursprünglichen Beobachtungen würde mit jedem identifizierten Änderungspunkt die Einführung eines neuen Parametersatzes für sämtliche dominanten Frequenzen voraussetzen. Im Falle der WEA schließt das Modell sechs dominante Frequenzen ein. Die vermiedene Parameterredundanz ist in diesem Fall beträchtlich und wirkt sich empfindlich auf die Modellkomplexität und den numerischen Aufwand des Schätzprozesses aus.

Zusätzlich zu den bislang aufgezählten Vorteilen, die sich aus dem strukturellen Aufbau des Modells ergeben, sind in den Ergebnissen seiner praktischen Umsetzung Vorteile auch hinsichtlich einer verbesserten Modellqualität erkennbar. Die Systemidentifikation für periodische und stationäre Anregungs- und Reaktionsgrößen wurde in der vorliegenden Arbeit am Beispiel der Rethelhubbrücke und der Schleuse Uelzen I im Ansatz des reduzierten sowie auch des erweiterten dynamischen Deformationsmodells vorgenommen. Die jeweiligen Ergebnisse sind den Tabellen 4.6-1 und 5.6-1 zu entnehmen. In beiden Untersuchungen zeichnet sich das erweiterte Modell durch eine verbesserte Qualität aus, die anhand folgender Maße erkennbar ist:

- Die geschätzte Korrelation zwischen der Anregungs- und Reaktionsgröße ist im erweiterten Modell höher. Für beide Untersuchungsobjekte wurde im erweiterten Modell nahezu eine Verdopplung der Maximalbeträge der Kreuzkorrelation erreicht. Dies hat eine höhere Präzision der bestimmten Phasenverschiebung zur Folge und verstärkt die Voraussetzungen für die Beschreibung des kausalen Zusammenhanges in einem linearen Ansatz.
- Die skalenweise formulierten Regressionsmodelle mit der Struktur (3.1-21), insbesondere diejenigen, die der Beschreibung dominanter Frequenzen in höheren Zerlegungsstufen gelten, sind durch deutlich höhere Bestimmtheitsmaße gekennzeichnet. Im Falle der Schleuse Uelzen I tritt eine Erhöhung dieses Maßes von rund 19 % im Falle der traditionellen Systemidentifikation aus ursprünglichen Beobachtungen auf 84 % bzw. 86 % im erweiterten Modell ein. Den wesentlichen Beitrag dieser Verbesserung leistet die Wavelet-Transformation, indem sie Störeffekte mit modellverzerrender Wirkung hauptsächlich auf die Koeffizienten der ersten Zerlegungsstufen verteilt. Die Identifikation und Abspaltung der sprungartigen Deformationsanteile aufgrund des seitlichen Wasserdruckes im 1. Abschnitt des erweiterten Modells erbrachte eine weitere Steigerung von 2 %. Die höheren Bestimmtheitsmaße geben eine realitätsnähere Einschätzung des model-

lierten Anteils der periodischen Komponente der Deformation auf der Grundlage der aufgezeichneten Einflussgröße, mit der sie in kausalem Zusammenhang steht.

- Die geschätzten Gewichtskoeffizienten weisen im erweiterten Modellansatz niedrigere Standardabweichungen auf. In den aufgestellten Deformationsmodellen der Rethelhubbrücke und der Schleuse Uelzen I fallen die Unterschiede zwischen den Standardabweichungen der im herkömmlichen und im erweiterten Modellansatz geschätzten Parameter nicht so drastisch aus, wie im Falle der Korrelation oder des Bestimmtheitsmaßes. Dennoch resultieren für die im erweiterten Modell geschätzten Parameter systematisch niedrigere Standardabweichungen, was ebenfalls die höhere Qualität der Schätzung widerspiegelt.
- Die Schätzungen der Gewichtskoeffizienten und der Amplitudenverstärkungen stimmen im erweiterten Modell besser überein. Im Idealfall führt die Systemidentifikation auf der Basis der Beziehungen (3.1-21) und (3.1-27) zu identischen Ergebnissen. Störeffekte, die die periodischen und stationären Komponenten überlagern, haben im Zeit- und im Frequenzbereich unterschiedliche Auswirkungen und führen somit zu Differenzen zwischen den geschätzten Systemparametern. Im Falle der analysierten Bauwerke fällt dieser Unterschied im herkömmlichen Modellierungsansatz derartig stark aus, dass die geschätzten Gewichtskoeffizienten nicht bzw. gerade noch im Konfidenzbereich der Amplitudenverstärkungen enthalten sind. Im erweiterten Modell hingegen ist eine deutliche Annäherung der Parameter zu verzeichnen, die fast zur Identität im Falle der Schleuse Uelzen I übergeht.

Das erweiterte Deformationsmodell schneidet im Vergleich zu den herkömmlichen Modellierungsansätzen erwartungsgemäß besser ab, wenn die analysierten Zeitreihen heterogene statistische Eigenschaften aufweisen. Deren Änderungen werden darin gezielt identifiziert und modelliert. Für wesentliche Frequenzen mit variabler Amplitude wurde am Beispiel der WEA gezeigt, dass eine globale Modellierungsstrategie diese nicht zufriedenstellend erfassen kann. Das Amplitudenspektrum der Residuen (s. Abbildung 2.2-7) enthält weiterhin signifikante Anteile auf den modellierten Frequenzen. Durch die Bearbeitung der Zeitreihe im dritten Abschnitt des erweiterten Modells gelang es die varianzhomogenen Bereiche zu identifizieren und sie durch entsprechende Parametrisierung des Modells zu berücksichtigen. Im Ergebnis wies das Amplitudenspektrum der Residuen reduzierte Anteile auf den modellierten Frequenzen auf (s. Abbildung 6.4-3).

Die Modellverbesserung ist auch anhand der geringeren Standardabweichung der Residuen feststellbar. Bei Vernachlässigung der Korrelationen unterschreitet sie um 15 % diejenige des globalen Modells, während sie bei zusätzlicher Berücksichtigung der Korrelationen sogar um 57 % niedriger ausfällt.

Die Normalverteilung der Modellresiduen stellt ein Maß dar, anhand dessen die Vollständigkeit des angesetzten Modells bemessen werden kann. Im Falle der Schleuse Uelzen I konzentrieren sich die Residuen nach der Modellierung im linearen reduzierten Modell nicht um einen gemeinsamen Mittelwert und sind durch ein Histogramm charakterisiert, das einen asymmetrischen Verlauf aufweist (s. Abbildung 5.6-5). Diese Effekte sind maßgeblich auf die unvollständige Modellierung infolge der vernachlässigten sprunghaften Änderungen zurückzuführen. Im erweiterten Modell werden diese Änderungsformen hingegen gezielt analysiert und modelliert. Die nach der Modellierung sämtlicher Komponenten resultierenden Residuen sind normalverteilt, was durch die gute Übereinstimmung ihres Histogramms mit der theoretischen Dichtefunktion grafisch veranschaulicht wird (s. Abbildung 5.6-6). Dieses Ergebnis belegt die vollständige Erfassung aller Komponenten der Deformation im angesetzten erweiterten Modell und damit dessen Eignung für diese Überwachungsaufgabe.

Die zusammengefassten Vorteile des erweiterten Modells verdeutlichen, dass es sich im Vergleich zum linearen reduzierten Ansatz um ein umfassenderes Modell handelt, in dem verschiedene Deformationsverläufe weitestgehend automatisch identifiziert und analysiert werden. Trotz seines größeren Allgemeinheitsgrades bleibt das erweiterte Modell praktisch einsetzbar, ohne dabei einen drastischen Anstieg der algorithmischen Komplexität oder des rechnerischen Aufwandes zu verursachen. Die Ergebnisse der Systemidentifikationen, die im Rahmen der Arbeit für unterschiedliche Charakteristika der Deformationsgrößen realisiert wurden, zeichnen sich durch eine hohe Modellqualität aus, die den Einsatz des aufgestellten erweiterten Modells auch für zukünftige Aufgabenstellungen aus dem Bereich der ingenieurgeodätischen Deformationsanalyse empfehlen.

## 9 Zusammenfassung und Ausblick

Gegenstand dieser Arbeit ist die zeitbezogene Modellierung des kausalen Zusammenhangs zwischen den am Deformationsprozess beteiligten Anregungs- und Reaktionsgrößen. Das entstehende dynamische Modell repräsentiert das umfangreichste mathematische Abbild der technisch-physikalischen Wechselwirkungen, die einen derartigen Prozess charakterisieren. Als Ausgangspunkt für die Beschreibung des dynamischen Verhaltens der Überwachungssysteme wurde der Ansatz des linearen reduzierten Modells gewählt. Grund dafür ist die physikalische Interpretierbarkeit der Modellparameter, die ein Maß für die Reaktionsstärke und die Trägheit des Untersuchungsobjektes darstellen. In seiner gegenwärtigen Form ist dieses Modell jedoch lediglich für die Erfassung „gutmütiger“ periodischer Effekte geeignet, da es sich für die Parameterschätzung auf Analysewerkzeuge stützt, die von der Stationarität der beobachteten Prozesse mindestens bis zur 2. Ordnung ausgehen. Diese Voraussetzung schränkt die Untersuchung weiterer Effekte, wie beispielsweise sprunghafte und lineare Änderungen der Einflussgrößen oder die Amplitudenänderung der periodischen Signale, ein. Diese wirken sich dadurch als Modellstörung aus. Die Bedeutung dieser Änderungsformen für die Sicherheitsbewertung der analysierten Objekte motivierte eine Erweiterung des existierenden Modellansatzes um diese Komponenten des Deformationsprozesses.

Der angestrebte Ausbau bedarf neuer Identifikations- und Analysestrategien, die zum einen die Charakteristika der neuen Signalformen erfassen und beschreiben und gleichzeitig auch das Potential der gegenwärtig angewandten Verfahren einschließen. Mit der Wavelet-Transformation wurde ein signalanalytisches Instrument eingeführt, das diesen Anforderungen genügt. Auch wenn nicht alle Änderungsformen durch ihren Einsatz unmittelbar identifiziert und modelliert werden können, schafft sie die notwendigen Voraussetzungen für die Erfüllung dieser Aufgabe und avanciert damit zum methodischen Fundament des entwickelten erweiterten Modells. Der Abhandlung zur Wavelet-Transformation wurde aus diesen Gründen in der Arbeit ein eigenes Kapitel vorbehalten. Darin wird ein Bogen von den theoretischen Grundlagen und Eigenschaften hin zur praktischen Anwendung und den damit verbundenen Aspekten geschlagen. Eine praktische Systemidentifikation für periodische und stationäre Signalkomponenten belegt zum Abschluss dieses Kapitels die Verbesserung der Modellqualität im vorgeschlagenen waveletbasierten Ansatz.

Die betrachteten Realisierungen der instationären Effekte – die Essenz der Modellerweiterung – werden durch die Wavelet-Transformation auf unterschiedliche Weise in den Transformationskoeffizienten abgebildet. Ihre Darstellung ist durch die Art sowie auch den Betrag, die Dauer und die zeitliche Abfolge bestimmt. Diese Vielfalt der einflussnehmenden Faktoren erfordert den Einsatz dreier Verfahren, die auf den Ergebnissen der Wavelet-Transformation fußen und der Identifikation und Modellierung änderungsspezifischer „Abdrucke“ dienen. Den unterschiedlichen Präsentationsformen entsprechend, fallen auch die theoretischen Hintergründe dieser Verfahren aus, die Bereiche der Mustererkennung, der Statistik und der Funktionalanalysis abdecken. Die praktische Wertung der Identifikations- und Modellierungsverfahren erfolgt anhand verschiedener Beispiele aus dem Aufgabenbereich der Bauwerksüberwachung. Die Reaktion der einbezogenen Überwachungsobjekte auf die einwirkenden Faktoren beinhaltet die genannten Änderungsformen in unterschiedlichster Vielfalt und Zusammensetzung. Im Ergebnis der integrierten Systemidentifikationen, die Realisierungen stationärer und instationärer Komponenten einbeziehen, ist eine höhere Modellqualität durch den erweiterten Ansatz erreicht worden. Die Verbesserung schließt einen strukturellen Faktor, indem die Verarbeitung längerer Datenreihen nach mathematischen Prinzipien und die Erzielung reproduzierbarer Ergebnisse möglich wird, und einen quantitativen Aspekt ein, der verbesserte Genauigkeits- und Zuverlässigkeitsmaße der geschätzten Modellparameter sowie den stochastischen Charakter der Modellresiduen beinhaltet.

Zur vollständigen Umschreibung des erweiterten Modells bedarf es nebst den Ausführungen seiner Zusammensetzung auch der Präzisierung einer sinnvollen Abfolge, in der die Identifikation und Modellierung einzelner Komponenten vorzunehmen sind. Das Wesen des erweiterten dynamischen Deformationsmodells wird grafisch in der Abbildung 8.1-1 zusammengefasst und inhaltlich im 8. Kapitel beschrieben. Dieses enthält somit das übergeordnete Ergebnis der vorliegenden Arbeit. Trotz des Bezuges der empirischen Untersuchungen zu typischen Aufgabenstellungen der ingenieurgeodätischen Deformationsanalyse kann das erweiterte Modell als allgemeine Verfahrensweise bei der Analyse von Zeitreihen mit inhomogenen statistischen Eigenschaften aufgefasst werden. Die angewandte Strategie beruht ausschließlich auf mathematischen Prinzipien und ist unabhängig von dem physikalischen Hintergrund der Daten. Dieser ist erst in der anschließenden Interpretationsphase der Ergebnisse von primärer Bedeutung.

In der vorliegenden Arbeit wurde schwerpunktmäßig die breite Aufstellung des erweiterten dynamischen Deformationsmodells verfolgt, um die Integration vielfältiger Änderungsformen zu ermöglichen. Die Präsentation einer Strate-

gie für den Ausbau des linearen reduzierten Modells stellt daher ein vorrangiges Ziel dar. Dessen globaler Charakter bedingt aus jetziger Sicht die Einführung grundlegend verschiedener Methoden für die Aufgabenbewältigung in den einzelnen Abschnitten des Modells. Die unerlässliche Prüfung der Eignung und Leistungsfähigkeit dieser Methoden schränkt eine tiefgründige, auf einer breiten Datenbasis beruhende Analyse ihrer Eigenschaften im Rahmen der Arbeit teilweise ein, was zu offenen Problemstellungen führt. Die bedeutendsten darunter werden nachfolgend stichpunktartig angerissen:

- Die Berechnung der Wavelet-Transformation beruht auf DAUBECHIES-Filterpaaren (vgl. Kapitel 4.3). Das HAARsche Filterpaar stellt ein Optimum für die Lokalisierung starker sprunghafter Änderungen des Mittelwertes dar, indem die Wavelet-Funktion bei minimaler Länge selbst einen sprunghaften Verlauf aufweist. Für das Filterpaar aus der gemeinsamen Transformation des 2. und 3. Modellabschnittes ist hingegen eine Vielzahl von Alternativen denkbar. Es ist zu ergründen, ob andere Funktionen vorteilhaftere Eigenschaften gegenüber den hier verwendeten Wavelets 4. Ordnung aufweisen.
- In der Modellierung periodischer Komponenten wurde stets eine konstante Frequenz unterstellt. Dass diese Annahme nicht immer erfüllt ist, beweisen die Ergebnisse der Tabelle 6.4-2. Der Unsicherheit dieser Größe ist durch eine geeignete Erweiterung des Modells der ausgleichenden Sinusfunktion Rechnung zu tragen, wodurch dieses nur anhand komplexer Verfahren der Parameterschätzung lösbar wird. Die Variabilität der Frequenz impliziert eine zeitliche Abhängigkeit der Autokorrelationsfunktion der Zeitreihe, die über die Zeitdifferenz hinwegreicht. Sie steht damit in Verbindung mit der Änderungsform, die gegenwärtig im erweiterten Modell nicht integriert ist und somit die Aufhebung der Forderung nach der Stationarität mindestens bis zur 2. Ordnung verhindert.
- Die im erweiterten Modell integrierten Identifikationsverfahren gehen teilweise von stochastisch unabhängigen Zufallsvariablen aus. Für die Prüfung der Varianzhomogenität periodischer Komponenten stellt diese Voraussetzung eine Einschränkung dar, der in der Arbeit mit der Einführung eines zusätzlichen Tests zur Bestätigung der Änderungspunkte begegnet wurde. Eine Reduktion der algorithmischen Komplexität des Modells ist erreichbar, wenn das Potential der eingeführten Identifikationsmethoden um die Analyse korrelierter Datenreihen ergänzt wird.
- Alle eingesetzten Identifikationsverfahren bedürfen der vollständigen Verfügbarkeit der Zeitreihe. Es handelt sich um offline Analysemethoden, deren zentrales Merkmal die Identifikationsstärke ist. Insbesondere instationäre Änderungsformen mögen an sicherheitsrelevante Fragestellungen geknüpft sein. In diesem Zusammenhang ist zusätzlich auch die Reaktionszeit ein wesentlicher Parameter, der im Rahmen zukünftiger Forschungsaktivitäten zu optimieren sein wird. Für Aufgaben mit großem Risikopotential ist die Entwicklung und der Einsatz von online Identifikationsstrategien anzustreben.
- Mit der Analyse und Modellierung lokaler Signaleigenschaften im erweiterten Modell gewinnen neben den Beobachtungen auch die Metadaten zunehmend an Bedeutung. Semantische und visuelle Informationen, die zusätzlich zu den Messwerten erfasst werden, unterstützen die objektive Interpretation identifizierter Effekte.

Das erweiterte dynamische Deformationsmodell fördert durch die Erschließung einer größeren Anzahl von Signalformen die Entwicklung eines umfassenden Verständnisses für die beobachteten Prozesse sowie für das analysierte Überwachungsobjekt. Es folgt damit der gegenwärtigen Tendenz in der ingenieurgeodätischen Deformationsanalyse. Die aufgeführten offenen Problemstellungen verdeutlichen, dass in der vorliegenden Arbeit die Erstellung des Modells nicht abgeschlossen ist. Angesichts der erzielten Ergebnisse erscheint es jedoch lohnenswert durch zukünftige Forschungsarbeiten dessen Weiterentwicklung und Verfeinerung voranzutreiben.

## Anhang A Grundlegender Formelapparat der Zeitreihenanalyse

Im Verlauf der Arbeit wird häufig Bezug auf wesentliche Begriffe der traditionellen Zeitreihenanalyse genommen, ohne jedoch auf ihre Definition im Einzelnen einzugehen. Dieses motiviert ihre Zusammenstellung unter Angabe der Formel in diesem Anhang. Die Ausführungen basieren auf den Lehrbüchern von WELSCH et al. (2000) und PRIESTLEY (2004). Den Prozessen  $x(t)$  und  $y(t)$  wird die Eigenschaft der Ergodizität und der schwachen Stationarität unterstellt. Den Formeln zur Berechnung der empirischen Größen liegen diskrete Realisierungen der zwei Prozesse zugrunde, die  $N$  Elemente umfassen und infolge einer Abtastung im äquidistanten Intervall  $\Delta$  entstehen.

Begriff	Formel
Der Erwartungswert	$\mu_x = E[x(t)] = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T x(t) dt$
Die Autokovarianz-funktion	$\gamma_{xx}(\tau) = E[[x(t) - \mu_x][x(t + \tau) - \mu_x]] = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{+T} [x(t) - \mu_x][x(t + \tau) - \mu_x] dt$
Die Autokorrelations-funktion	$\rho_{xx}(\tau) = \frac{\gamma_{xx}(\tau)}{\gamma_{xx}(0)}$
Die Autokovarianzmatrix	$\Gamma_{xx} = \begin{pmatrix} \gamma_{xx}(0) & \gamma_{xx}(1) & \gamma_{xx}(2) & \cdots & \gamma_{xx}(\tau_{\max}) \\ \gamma_{xx}(1) & \gamma_{xx}(0) & \gamma_{xx}(1) & \cdots & \gamma_{xx}(\tau_{\max} - 1) \\ \gamma_{xx}(2) & \gamma_{xx}(1) & \gamma_{xx}(0) & \cdots & \gamma_{xx}(\tau_{\max} - 2) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \gamma_{xx}(\tau_{\max}) & \gamma_{xx}(\tau_{\max} - 1) & \gamma_{xx}(\tau_{\max} - 2) & \cdots & \gamma_{xx}(0) \end{pmatrix}$
Die Kreuzkovarianz-funktion	$\begin{aligned} \gamma_{xy}(\tau) &= E[[x(t) - \mu_x][y(t + \tau) - \mu_y]] \\ &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{+T} [x(t) - \mu_x][y(t + \tau) - \mu_y] dt = \gamma_{yx}(-\tau) \end{aligned}$
Die Kreuzkorrela-tionsfunktion	$\rho_{xy}(\tau) = \frac{\gamma_{xy}(\tau)}{\sqrt{\gamma_{xx}(0)\gamma_{yy}(0)}}$
Das FOURIER-Transformationspaar	$X(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-i\omega t} dt \quad \text{und} \quad x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X(\omega) e^{i\omega t} d\omega$
Das Leistungs-dichtespektrum	$H(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \gamma_{xx}(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau = 2 \int_0^{\infty} \gamma_{xx}(\tau) \cos(\omega\tau) d\tau$
Das Amplitudenspektrum	$ H(\omega) $

Tab. A-1: Theoretische Größen

Begriff	Formel
Der Mittelwert	$m_x = \frac{1}{N} \sum_{j=0}^{N-1} x_j$
Die erwartungstreue Schätzung der Autokovarianzfunktion	$c_{xx}(k) = \frac{1}{N-k-1} \sum_{j=0}^{N-k-1} [x_j - m_x][x_{j+k} - m_x] \quad k_{\max} \leq \frac{N}{10}$
Die nichterwartungstreue (verzerrte) Schätzung der Autokovarianzfunktion	$c_{xx}'(k) = \frac{1}{N-1} \sum_{j=0}^{N-k-1} [x_j - m_x][x_{j+k} - m_x] \quad k_{\max} \leq \frac{N}{10}$
Die Autokorrelationsfunktion	$r_{xx}(k) = \frac{c_{xx}(k)}{c_{xx}(0)}$
Die Kreuzkovarianzfunktion	$c_{xy}(k) = \frac{1}{N-k-1} \sum_{j=0}^{N-k-1} [x_j - m_x][y_{j+k} - m_x] \quad k_{\max} \leq \frac{N}{10}$
Die Kreuzkorrelationsfunktion	$r_{xy}(k) = \frac{c_{xy}(k)}{\sqrt{c_{xx}(0)c_{yy}(0)}} \quad k_{\max} \leq \frac{N}{10}$
Die diskrete FOURIER-Transformation	$X(f_j) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \left[ x_k \cos\left(2\pi \frac{kj}{N}\right) + i x_k \sin\left(2\pi \frac{kj}{N}\right) \right] \quad f_j = \frac{1}{\Delta} \frac{j}{N}; j = 0, \dots, \frac{N}{2}$
Das Periodogramm	$I(f_j) = \frac{2}{N} \left  \sum_{k=0}^{N-1} \left[ (x_k - m_x) \cos\left(2\pi \frac{kj}{N}\right) + i (x_k - m_x) \sin\left(2\pi \frac{kj}{N}\right) \right] \right ^2 \quad f_j = \frac{1}{\Delta} \frac{j}{N}; j = 0, \dots, \frac{N}{2}$
Das Leistungsdichtespektrum	$C_{xx}(f_j) = 4\Delta \left\{ \frac{1}{2} \left[ c_{xx}(0) + (-1)^j c_{xx}(k_{\max}) \right] + \sum_{k=1}^{k_{\max}-1} c_{xx}(k) \cos \pi \frac{kj}{k_{\max}} \right\} \quad f_j = \frac{1}{2\Delta} \frac{j}{k_{\max}} \quad k_{\max} \leq \frac{N}{10}$
Das Amplitudenspektrum	$A_{xx}(f_j) = \sqrt{c_{xx}(f_j) \frac{1}{k_{\max} \Delta}}$

Tab. A-2: Empirische Größen

## Anhang B Umformung der Teststatistik (6.1-10) nach DURBIN für größere Zeitreihenlängen

Für die Testgröße  $D_k$  des Varianzhomogenitätstests aus dem 6. Kapitel gilt nach DURBIN (1968, S. 406) die Verteilungsaussage:

$$\Pr\left(\max_k |D_k| \geq \frac{a}{N'+1}\right) = 2 \frac{(a+1)}{(N'+1)^{N'}} \sum_{j=[a]+1}^{N'} \left[ \binom{N'}{j} (j-a)^j (a+N'+1-j)^{(N'-j-1)} \right], \quad (6.1-9)$$

mit  $N' = N/2$  und  $[a]$  dem ganzteiligen Anteil der Größe  $a$ . Die wesentliche Einschränkung einer direkten Anwendung der Beziehung (6.1-9) stellt die Berechnung des Binomialkoeffizienten  $\binom{N'}{j}$  dar. Durch dessen explizite Darstellung und die Auflösung der Potenz  $(N'-j-1)$  geht (6.1-9) über in:

$$\Pr\left(\max_k |D_k| \geq \frac{a}{N'+1}\right) = 2 \frac{(a+1)}{(N'+1)^{N'}} \sum_{j=[a]+1}^{N'} \left[ \frac{N'!}{j!(N'-j)!} \left( \frac{j-a}{a+N'+1-j} \right)^j (a+N'+1-j)^{N'} \frac{1}{(a+N'+1-j)} \right]. \quad (B-1)$$

Der Anwendungsbereich der Formel (B-1) ist nun durch die Fakultäten insbesondere durch  $N'!$  beschränkt. Für Zahlen größer als zehn gilt für die Berechnung der Fakultät die STIRLINGsche Formel (BRONSTEIN et al., 2001, S. 478):

$$n! \approx \left(\frac{n}{e}\right)^n \sqrt{2\pi n} \left(1 + \frac{1}{12n} + \frac{1}{288n^2} + \dots\right). \quad (B-2)$$

Mit dem Abbruch der Reihenentwicklung nach dem Term 1. Ordnung und der Berücksichtigung von (B-2) in (B-1) folgt:

$$\Pr\left(\max_k |D_k| \geq \frac{a}{N'+1}\right) = 2 \frac{(a+1)}{(N'+1)^{N'}} \cdot \sum_{j=[a]+1}^{N'} \left[ \frac{\sqrt{2\pi N'}}{\sqrt{2\pi j} \sqrt{2\pi(N'-j)}} \frac{(N')^{N'}}{e^{N'}} \frac{e^{N'-j}}{(N'-j)^{(N'-j)}} \frac{e^j}{j^j} \left( \frac{j-a}{a+N'+1-j} \right)^j (a+N'+1-j)^{N'} \frac{1}{(a+N'+1-j)} \right]. \quad (B-3)$$

In (B-3) kürzen sich die Exponentialfunktionen und die verbliebenen Terme lassen sich nach gemeinsamen Potenzen wie folgt zusammenfassen:

$$\Pr\left(\max_k |D_k| \geq \frac{a}{N'+1}\right) = 2(a+1) \cdot \sum_{j=[a]+1}^{N'} \left[ \left( \frac{N'}{2\pi j(N'-j)} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{1}{(N'-j)^{(N'-j)}} \left( \frac{1}{j} \cdot \frac{j-a}{a+N'+1-j} \right)^j \left( \frac{N'}{N'+1} \cdot a+N'+1-j \right)^{N'} \frac{1}{(a+N'+1-j)} \right]. \quad (B-4)$$

Die Auflösung der Potenz  $(N'-j)$  und die Integration ihrer Basis in das 4. und 5. Produktglied liefern weiterhin:

$$\Pr\left(\max_k |D_k| \geq \frac{a}{N'+1}\right) = 2(a+1) \cdot \sum_{j=[a]+1}^{N'} \left[ \left( \frac{N'}{2\pi j(N'-j)} \right)^{\frac{1}{2}} \left( \frac{N'-j}{j} \cdot \frac{j-a}{a+N'+1-j} \right)^j \left( \frac{N'}{N'+1} \cdot \frac{a+N'+1-j}{N'-j} \right)^{N'} \frac{1}{(a+N'+1-j)} \right]. \quad (B-5)$$

Für eine bessere Herausstellung der numerisch großen Terme werden die Glieder der jeweiligen Basen prägnanter gruppiert:

$$\Pr\left(\max_k |D_k| \geq \frac{a}{N'+1}\right) = 2(a+1) \cdot \sum_{j=[a]+1}^{N'} \left[ \left( \frac{N'}{2\pi j(N'-j)} \right)^{\frac{1}{2}} \left( \frac{N'-j}{N'-j+a+1} \cdot \frac{j-a}{j} \right)^j \left( \frac{N'}{N'+1} \cdot \frac{N'-j+a+1}{N'-j} \right)^{N'} \frac{1}{(a+N'+1-j)} \right]. \quad (\text{B-6})$$

Offensichtlich tendieren die Basen im Grenzfall zu eins, was ihre Berechnung auch für große Zeitreihenlängen ermöglicht. Numerische Schwierigkeiten bereitet aufgrund des großen Exponenten  $N'$  weiterhin das dritte Produktglied unter dem Summenzeichen. Deshalb wurde dessen Berechnung sukzessive vorgenommen, indem die Potenz als Produkt gleicher Basen mit anteiligen Exponenten ausgedrückt wurde:

$$\Pr\left(\max_k |D_k| \geq \frac{a}{N'+1}\right) = 2(a+1) \cdot \sum_{j=[a]+1}^{N'} \left\{ \left[ \frac{N'}{2\pi j(N'-j)} \right]^{\frac{1}{2}} \frac{1}{(a+N'+1-j)} \left( \frac{N'-j}{N'-j+a+1} \cdot \frac{j-a}{j} \right)^j \left[ \prod_{i=1}^1 \left( \frac{N'}{N'+1} \cdot \frac{N'-j+a+1}{N'-j} \right)^{\frac{N'}{1}} \right] \right\}. \quad (6.1-10)$$

Die Konstante 1 ist in Abhängigkeit der Zeitreihenlänge so zu wählen, dass die einzelnen Produktterme numerisch berechenbar bleiben. Für  $N' \geq 10.000$  wurde  $1 = 1.000$  gewählt. Damit gelingt die Berechnung der Quantile der DURBINschen Wahrscheinlichkeitsbeziehung bis zu einer Länge  $N' = 30.000$ .

## Anhang C Ergebnisse der Simulationen zur Beurteilung der Leistungsfähigkeit des im 6. Kapitel eingesetzten Varianzhomogenitätstests

Die Tabellen enthalten die Anteile richtiger Identifikationen einer Varianzänderung mit Hilfe des im 6. Kapitel vorgestellten Varianzhomogenitätstests und deren Qualitätsmaße. In den Simulationen wurden Zeitreihen von weißem Rauschen mit unterschiedlicher Länge verwendet. Es wurde die Auswirkung des Varianzverhältnisses und die Position der Änderung auf das Testergebnis untersucht. Die Angaben K-S und C-vM beziehen sich auf die Verwerfungsraten der Nullhypothese (Sicherheitswahrscheinlichkeit 95 %) durch den KOLMOGOROV-SMIRNOV-Test bzw. den CRAMÉR-von MISES-Test ohne die Anzahl der identifizierten Änderungen zu berücksichtigen. Jede Erfolgsrate wurde aus 10.000 Simulationen ermittelt.

Position		Varianzverhältnis				
		1,5	2,0	3,0	4,0	
Keine Änderung		0,048 % (Änderungen)		0,054 % (C-vM)		
N/4	Identifikationsraten	Richtig	91,0 %	91,3 %	91,6 %	91,8 %
		K-S	99,95 %	99,8 %	99,6 %	99,6 %
		C-vM	100 %	100 %	100 %	100 %
	Mittlere Position		2614	2557	2534	2527
	Standardabweichung		190,4	93,8	56,0	44,3
N/2	Identifikationsraten	Richtig	91,7 %	91,3 %	91,0 %	91,3 %
		K-S	100 %	100 %	100 %	100 %
		C-vM	100 %	100 %	100 %	100 %
	Mittlere Position		5019	5010	5006	5005
	Standardabweichung		61,5	24,7	12,9	10,1
3N/4	Identifikationsraten	Richtig	90,9 %	91,1 %	91,6 %	91,1 %
		K-S	100 %	100 %	100 %	100 %
		C-vM	100 %	100 %	100 %	100 %
	Mittlere Position		7457	7491	7499	7500
	Standardabweichung		103,7	32,4	9,8	5,7

Tab. C-1: Ergebnisse der Simulationen für Zeitreihen mit N = 10.000 Termen

Position		Varianzverhältnis				
		1,5	2,0	3,0	4,0	
Keine Änderung		0,047 % (Änderungen)		0,051 % (C-vM)		
N/4	Identifikationsraten	Richtig	80,2 %	92,3 %	92,3 %	92,4 %
		K-S	86,0 %	99,8 %	99,9 %	99,9 %
		C-vM	83,2 %	99,9 %	100 %	100 %
	Mittlere Position		328	293	278	272
	Standardabweichung		100,5	58,8	38,7	32,4
N/2	Identifikationsraten	Richtig	90,9 %	92,6 %	91,4 %	90,5 %
		K-S	98,4 %	100 %	100 %	100 %
		C-vM	98,1 %	100 %	100 %	100 %
	Mittlere Position		515	509	505	504
	Standardabweichung		50,6	22,3	11,1	8,7
3N/4	Identifikationsraten	Richtig	86,1 %	92,4 %	91,7 %	92,0 %
		K-S	92,2 %	100 %	100 %	100 %
		C-vM	91,2 %	100 %	100 %	100 %
	Mittlere Position		716	741	749	750
	Standardabweichung		73,8	28,2	9,6	5,6

Tab. C-2: Ergebnisse der Simulationen für Zeitreihen mit N = 1.000 Termen

Position		Varianzverhältnis				
		1,5	2,0	3,0	4,0	
Keine Änderung		0,045 % (Änderungen)		0,048 % (C-vM)		
N/4	Identifikationsraten	Richtig	45,8 %	88,8 %	93,3 %	93,5 %
		K-S	48,8 %	95,3 %	99,8 %	99,7 %
		C-vM	49,7 %	93,1 %	100 %	100 %
	Mittlere Position		190	162	149	144
	Standardabweichung		64,7	46,5	31,8	26,2
N/2	Identifikationsraten	Richtig	76,6 %	92,9 %	91,5 %	91,0 %
		K-S	82,1 %	99,8 %	100 %	100 %
		C-vM	82,0 %	99,8 %	100 %	100 %
	Mittlere Position		263	258	255	254
	Standardabweichung		36,0	20,0	10,5	8,1
3N/4	Identifikationsraten	Richtig	62,1 %	92,3 %	92,3 %	91,7 %
		K-S	66,4 %	98,8 %	100 %	100 %
		C-vM	66,1 %	98,3 %	100 %	100 %
	Mittlere Position		351	367	374	375
	Standardabweichung		47,8	25,6	9,2	5,6

Tab. C-3: Ergebnisse der Simulationen für Zeitreihen mit N = 500 Termen

## Anhang D Ergebnisse der Simulationen zur Beurteilung der Leistungsfähigkeit des im 7. Kapitel eingesetzten Identifikationsverfahrens

Die Tabellen enthalten die Anteile richtiger Identifikationen einer Varianzänderung mit Hilfe des im 7. Kapitel vorgestellten Identifikationsverfahrens und deren Qualitätsmaße. In den Simulationen wurden Zeitreihen von weißem Rauschen mit unterschiedlicher Länge analysiert. Es wurde die Auswirkung des Varianzverhältnisses und der Position der Änderung auf das Testergebnis untersucht. Jede Erfolgsrate wurde aus 10.000 Simulationen ermittelt. Die Angaben LinMkQ, LinBib und LinLog beziehen sich auf die erfolgreichen Identifikationsraten, die mit folgenden Modellen für die Beschreibung des regelmäßigen Verlaufes des empirischen Kontrastes erreicht wurden: lineares Modell mit Parameterschätzung nach der Methode der kleinsten Quadrate (LinMkQ), lineares Modell mit Parameterschätzung basierend auf dem BIBER-Schätzer (LinBib) und kombiniertes linear-logarithmisches Modell mit Parameterschätzung nach der Methode der kleinsten Quadrate (LinLog).

Position		Varianzverhältnis				
		1,5	2,0	3,0	4,0	
N/4	Identifikationsraten und Mittelwert (Stdabw.)	LinMkq	76,5 % 509 (73,1)	94,8 % 504 (23,6)	95,3 % 502 (9,2)	94,8 % 502 (5,7)
		LinBib	77,0 % 509 (74,1)	94,8 % 504 (23,6)	95,2 % 502 (9,2)	94,7 % 502 (5,7)
		LinLog	59,9 % 509 (71,5)	98,2 % 504 (23,6)	99,2 % 502 (9,2)	98,8 % 502 (5,7)
N/2	Identifikationsraten und Mittelwert (Stdabw.)	LinMkq	89,7 % 1007 (72,9)	95,1 % 1004 (23,2)	94,9 % 1002 (9,0)	94,7 % 1002 (5,5)
		LinBib	90,0 % 1007 (73,4)	95,1 % 1004 (23,1)	94,8 % 1002 (9,0)	94,6 % 1002 (5,5)
		LinLog	83,0 % 1007 (71,2)	99,0 % 1004 (23,2)	99,0 % 1002 (9,0)	99,0 % 1002 (5,5)
3N/4	Identifikationsraten und Mittelwert (Stdabw.)	LinMkq	80,8 % 1502 (76,0)	95,1 % 1504 (24,2)	94,9 % 1502 (9,2)	94,9 % 1502 (5,7)
		LinBib	81,2 % 1502 (76,0)	95,1 % 1504 (24,2)	94,9 % 1502 (9,2)	94,8 % 1502 (5,7)
		LinLog	67,7 % 1502 (73,2)	98,9 % 1504 (24,0)	99,2 % 1502 (9,1)	99,1 % 1502 (5,7)

Tab. D-1: Ergebnisse der Simulationen einer Varianzänderung für Zeitreihen mit N = 2.000 Termen

Position		Varianzverhältnis		1,5	2,0	3,0	4,0
N/4	Identifikationsraten und Mittelwert (Stdabw.)	LinMkq	37,8 % 263 (68,0)	89,6 % 255 (26,2)	94,5 % 252 (9,4)	94,6 % 252 (5,8)	
		LinBib	38,5 % 263 (68,1)	89,7 % 255 (26,3)	94,3 % 252 (9,4)	94,5 % 252 (5,8)	
		LinLog	23,5 % 263 (67,2)	82,4 % 255 (25,2)	98,6 % 252 (9,5)	98,9 % 252 (5,8)	
N/2	Identifikationsraten und Mittelwert (Stdabw.)	LinMkq	58,8 % 506 (66,0)	93,8 % 504 (24,2)	94,6 % 502 (9,0)	94,2 % 502 (5,7)	
		LinBib	59,6 % 506 (66,3)	93,7 % 504 (24,2)	94,5 % 502 (9,0)	94,0 % 502 (5,7)	
		LinLog	44,6 % 506 (62,5)	95,4 % 504 (24,3)	98,7 % 502 (9,0)	98,8 % 502 (5,7)	
3N/4	Identifikationsraten und Mittelwert (Stdabw.)	LinMkq	44,0 % 751 (66,8)	92,0 % 753 (25,8)	94,8 % 751 (9,0)	94,7 % 752 (5,8)	
		LinBib	44,8 % 750 (67,7)	92,1 % 753 (25,9)	94,7 % 752 (9,0)	94,6 % 752 (5,8)	
		LinLog	30,0 % 750 (64,1)	90,3 % 753 (25,2)	98,8 % 752 (9,1)	98,8 % 752 (5,8)	

Tab. D-2: Ergebnisse der Simulationen einer Varianzänderung für Zeitreihen mit N = 1.000 Termen

Position		Varianzverhältnis		1,5	2,0	3,0	4,0
N/4	Identifikationsraten und Mittelwert (Stdabw.)	LinMkq	15,4 % 143 (61,0)	58,8 % 132 (27,3)	91,8 % 127 (10,2)	93,5 % 127 (6,1)	
		LinBib	15,9 % 143 (61,0)	59,7 % 132 (27,7)	91,7 % 127 (10,2)	93,3 % 127 (6,1)	
		LinLog	8,9 % 144 (57,2)	45,1 % 132 (27,8)	91,4 % 127 (10,1)	97,6 % 127 (6,0)	
N/2	Identifikationsraten und Mittelwert (Stdabw.)	LinMkq	26,4 % 254 (53,3)	79,8 % 253 (24,2)	93,3 % 252 (9,7)	93,4 % 252 (5,9)	
		LinBib	27,1 % 254 (53,0)	80,3 % 253 (24,5)	93,1 % 252 (9,7)	93,4 % 252 (5,9)	
		LinLog	17,5 % 253 (51,4)	71,5 % 253 (24,1)	98,1 % 252 (9,7)	98,4 % 252 (6,0)	
3N/4	Identifikationsraten und Mittelwert (Stdabw.)	LinMkq	19,9 % 373 (56,0)	70,7 % 377 (24,9)	93,3 % 377 (9,7)	93,3 % 377 (5,8)	
		LinBib	20,5 % 373 (56,7)	71,2 % 377 (25,2)	93,2 % 377 (9,7)	93,2 % 377 (5,9)	
		LinLog	12,3 % 372 (53,8)	59,5 % 377 (24,5)	96,4 % 377 (9,7)	98,3 % 377 (5,9)	

Tab. D-3: Ergebnisse der Simulationen einer Varianzänderung für Zeitreihen mit N = 500 Termen

Position		Sprunghöhe		0,3 $\sigma$	0,5 $\sigma$	0,8 $\sigma$	1,0 $\sigma$
N/4	Identifikationsraten und Mittelwert (Stdabw.)	LinMkq	84,9 % 503 (72,4)	92,3 % 252 (24,6)	94,9 % 500 (8,1)	94,9 % 500 (5,11)	
		LinBib	85,1 % 503 (73,1)	92,4 % 251 (24,6)	94,8 % 500 (8,1)	94,8 % 500 (5,11)	
		LinLog	74,2 % 503 (68,2)	91,2 % 251 (23,9)	98,8 % 500 (8,1)	98,8 % 500 (5,11)	
N/2	Identifikationsraten und Mittelwert (Stdabw.)	LinMkq	92,0 % 1000 (63,5)	94,7 % 1000 (21,4)	94,6 % 1000 (8,2)	94,5 % 1000 (5,2)	
		LinBib	92,1 % 1000 (63,7)	94,7 % 1000 (21,4)	94,6 % 1000 (8,2)	94,4 % 1000 (5,2)	
		LinLog	89,2 % 1000 (61,8)	98,9 % 1000 (21,3)	98,9 % 1000 (8,2)	99,1 % 1000 (5,2)	
3N/4	Identifikationsraten und Mittelwert (Stdabw.)	LinMkq	84,9 % 1496 (71,2)	95,0 % 1500 (22,1)	94,9 % 1500 (8,3)	94,6 % 1500 (5,2)	
		LinBib	85,2 % 1496 (71,1)	94,9 % 1500 (22,1)	94,9 % 1500 (8,3)	94,5 % 1500 (5,2)	
		LinLog	74,0 % 1496 (71,2)	98,9 % 1500 (22,1)	99,0 % 1500 (8,3)	98,9 % 1500 (5,2)	

Tab. D-4: Ergebnisse der Simulationen einer Mittelwertänderung für Zeitreihen mit N = 2.000 Termen

Position		Sprunghöhe		0,3 $\sigma$	0,5 $\sigma$	0,8 $\sigma$	1,0 $\sigma$
N/4	Identifikationsraten und Mittelwert (Stdabw.)	LinMkq	49,2 % 256 (63,1)	92,6 % 251 (25,3)	94,3 % 250 (8,6)	94,4 % 250 (5,3)	
		LinBib	50,1 % 256 (64,4)	92,6 % 251 (25,3)	94,3 % 250 (8,6)	94,3 % 250 (5,3)	
		LinLog	34,2 % 257 (61,2)	91,3 % 251 (25,1)	98,8 % 250 (8,6)	98,8 % 250 (5,3)	
N/2	Identifikationsraten und Mittelwert (Stdabw.)	LinMkq	67,6 % 500 (60,5)	94,0 % 500 (23,4)	94,3 % 500 (8,4)	94,3 % 500 (5,2)	
		LinBib	68,3 % 501 (61,4)	94,0 % 500 (23,4)	94,1 % 500 (8,4)	94,1 % 500 (5,2)	
		LinLog	53,3 % 500 (57,6)	97,5 % 500 (23,1)	98,8 % 500 (8,4)	98,8 % 500 (5,2)	
3N/4	Identifikationsraten und Mittelwert (Stdabw.)	LinMkq	50,1 % 745 (65,7)	91,7 % 749 (24,9)	94,5 % 750 (8,6)	94,5 % 750 (5,2)	
		LinBib	50,9 % 745 (65,6)	91,8 % 749 (24,9)	94,4 % 750 (8,6)	94,4 % 750 (5,2)	
		LinLog	34,7 % 744 (63,4)	90,6 % 749 (25,0)	98,8 % 750 (8,6)	98,8 % 750 (5,2)	

Tab. D-5: Ergebnisse der Simulationen einer Mittelwertänderung für Zeitreihen mit N = 1.000 Termen

Position		Sprunghöhe				
		0,3 $\sigma$	0,5 $\sigma$	0,8 $\sigma$	1,0 $\sigma$	
N/4	Identifikationsraten und Mittelwert (Stdabw.)	LinMkq	23,2 % 131 (54,3)	70,0 % 126 (23,2)	93,8 % 125 (9,2)	93,8 % 125 (5,5)
		LinBib	24,0 % 132 (54,6)	70,7 % 126 (23,4)	93,6 % 125 (9,2)	93,6 % 125 (5,5)
		LinLog	14,0 % 132 (51,1)	59,0 % 127 (23,3)	97,1 % 125 (9,3)	98,5 % 125 (5,5)
N/2	Identifikationsraten und Mittelwert (Stdabw.)	LinMkq	33,6 % 250 (49,8)	83,4 % 250 (23,2)	94,0 % 250 (8,3)	93,7 % 250 (5,5)
		LinBib	34,3 % 250 (49,9)	83,8 % 250 (23,3)	93,8 % 250 (8,5)	93,6 % 250 (5,5)
		LinLog	23,5 % 249 (46,5)	78,1 % 250 (22,8 %)	98,4 % 250 (8,3)	98,6 % 250 (5,5)
3N/4	Identifikationsraten und Mittelwert (Stdabw.)	LinMkq	22,4 % 367 (56,7)	70,5 % 374 (24,0)	93,1 % 375 (8,9 %)	93,9 % 375 (5,5)
		LinBib	23,0 % 366 (58,3)	71,1 % 374 (24,2)	93,1 % 375 (8,9)	93,8 % 375 (5,5)
		LinLog	13,8 % 367 (52,8)	59,5 % 373 (24,5)	96,8 % 375 (8,9)	98,6 % 375 (5,5)

Tab. D-6: Ergebnisse der Simulationen einer Mittelwertänderung für Zeitreihen mit N = 500 Termen

## Literatur

- Bäni, W. (2005): *Wavelets*. Oldenbourg Verlag, München.
- Bendat, J. S., Piersol, A. G. (1971): *Random Data: Analysis and Measurement Procedures*. John Wiley, New York.
- Billingsley, P. (1999): *Convergence of Probability Measures*. 2<sup>nd</sup> Edition, Wiley-Interscience, New York.
- Birgé, L., Massart, P. (1993): *Rates of convergence for minimum contrast estimators*. Probability Theory and Related Fields, Vol. 97, S. 113 – 150, Springer Verlag, Berlin.
- Birgé, L., Massart, P. (1998): *Minimum contrast estimators on sieves: exponential bounds and rates of convergence*. Bernoulli, Vol. 43, Nr. 3, S. 329 – 375, Chapman & Hall, London.
- Birgé, L., Massart, P. (2001): *Gaussian model selection*. Journal of the European Mathematical Society, Vol. 3, Nr. 3, S. 203 – 268, Springer Verlag, Berlin.
- Bischoff, W., Heck, B., Howind, J., Teusch, A. (2006): *A procedure for estimating the variance function of linear models and for checking the appropriateness of estimated variances: a case study of GPS carrier-phase observations*. Journal of Geodesy, Vol. 79, S. 694 – 704, Springer Verlag, Berlin.
- Black, T. C., Freyberg, D. L. (1990): *Simulation of One-Dimensional Correlated Fields Using a Matrix-Factorization Moving-Average Approach*. Mathematical Geology, Vol. 22, No. 1, S. 39 – 62.
- Böcker, D., Schumann, A., Bettzieche, V. (2006): *Trend- und Sprunganalyse von Messwerten der Talsperrenüberwachung unter Berücksichtigung des Einflusses äußerer Größen*. In: Workshop Messtechnische Überwachung von Stauanlagen, 10. – 11. Mai, Mittweida, S. 121 – 131, erschienen in der Reihe: Wissenschaftliche Zeitschriften der Hochschule Mittweida, No. 1.
- Boehm, S., Kutterer, H. (2006): *Modeling the Deformations of a Lock by Means of Neuro-Fuzzy Techniques*. In: XXIII International FIG Congress, PS6.3, München, Deutschland, 8. – 13. Oktober, erschienen auf CD-ROM.
- Boljen, J. (1983): *Ein dynamisches Modell zur Analyse und Interpretation von Deformationen*. Wissenschaftliche Arbeiten der Fachrichtung Vermessungswesen der Universität Hannover, Nr. 122, Hannover.
- Boljen, J. (1985): *Dynamische Netzbetrachtung*. In: Pelzer, H. (Hrsg.): Geodätische Netze in Landes- und Ingenieurvermessung II, S. 781 – 814, Konrad Wittwer Verlag, Stuttgart.
- Box, G., Jenkins, G. (1976): *Time Series Analysis: Forecasting and Control*. Holden-Day, San Francisco, USA.
- Bradley, P. A. (2003): *Shift-invariance in the Discrete Wavelet Transform*. In: Sun, C., Talbot, H., Ourselin, S., Adriaansen, T. (Hrsg.): Proceedings VII<sup>th</sup> Digital Image Computing: Techniques and Applications, 11. – 12. Dezember, 2003, S. 29 – 38, Sydney.
- Bronstein, I. N., Semendjajew, K. A., Musiol, G., Mühlig, H. (2001): *Taschenbuch der Mathematik*. 5. Auflage, Verlag Harri Deutsch, Frankfurt a.M.
- Brown, R. L., Durbin, J., Evans, J. M. (1975): *Techniques for Testing the Constancy of Regression Relationships over Time*. Journal of the Royal Statistical Society, Series B, Vol. 37, Nr. 2, S. 149 – 192, Blackwell Publishing, Oxford.
- Caselitz, P., Giebhardt, J. (2003): *Kommunikation und Fehlerfrüherkennung in Windenergieanlagen: 10 Jahre Forschung am Institut für Solare Energieversorgungstechnik*. In: Institut für Solare Energieversorgungstechnik (ISET) (Hrsg.): Achtes Kasseler Symposium Energie-Systemtechnik, 13. – 14. November, S. 35 – 46.
- Chen, G. (1996): *Robuste Verfahren zur Analyse linearer stochastischer Prozesse im Zeitbereich*. Schriftenreihe des Studienganges Vermessungswesen der Universität der Bundeswehr München, Heft Nr. 53, Neubiberg.
- Chui, C. K. (1992): *An Introduction to Wavelets*. Academic Press, Boston.
- Coifman, R. R., Donoho, D. L. (1995): *Translation-Invariant De-Noising*. Technical Report Nr. 475, Department of Statistics, Stanford University.
- Cramér, H. (1946): *Mathematical Methods of Statistics*. Princeton University Press, Princeton.
- Daniel, C., Wood, F. S. (1971): *Fitting Equations to Data*. Wiley-Interscience, New York.
- Daubechies, I. (1988): *Orthonormal bases of compactly supported wavelets*. Communications on Pure and Applied Mathematics, Nr. 41, S. 909 - 996, November, Wiley, New York.
- Daubechies, I. (1992): *Ten Lectures on Wavelets*. SIAM, Philadelphia.
- Demtröder, W. (2006): *Experimentalphysik. Band 1: Mechanik und Wärme*. Springer Verlag, Berlin.
- Donau, P. (1977): *Die Schleuse Uelzen, eine neuartige Sparschleuse mit hoher Leistungsfähigkeit*. Der Bauingenieur, Nr. 52, Heft. Nr. 5, Springer Verlag, Berlin.
- Donoho, J. L., Johnstone, I. M. (1994): *Ideal Spatial Adaption by Wavelet Shrinkage*. Biometrika, Vol. 81, S. 425 – 455, University College, London.
- Dragotti, P. L., Vetterli, M. (2000): *Shift-Invariant Gibbs Free Denoising Algorithm based on Wavelet Transform Footprints*. In: Laine, A. F., Unser, M., Aldroubi, A. (Hrsg.): Proceedings of SPIE's Conference on Wavelet Applications in Signal and Image Processing, San Diego, USA, 31. Juli – 4. August.

- Durbin, J. (1968): *The Probability That The Sample Distribution Function Lies Between Two Parallel Straight Lines*. The Annals of Mathematical Statistics, Vol. 39, Nr. 2, S. 398 – 411, Waverly Press, Baltimore, USA.
- Durbin, J. (1969): *Tests for serial correlation in regression analysis based on the periodogram of least-squares residuals*. Biometrika, Vol. 56, Nr. 1, S. 1 – 15, University College, London.
- Egelkamp, H.-G., Huep, W. (1980): *Erfassung langfristiger Deformationen an kurzperiodisch verformten Objekten, am Beispiel der Schleuse Uelzen*. Diplomarbeit am Geodätischen Institut der Universität Hannover, Nr. 897, unveröffentlicht.
- Eichhorn, A. (2005): *Ein Beitrag zur Identifikation von dynamischen Strukturmodellen mit Methoden der adaptiven KALMAN-Filterung*. DGK München, Reihe C, Heft Nr. 585.
- Ellmer, W. (1987): *Untersuchung temperaturinduzierter Höhenänderungen eines Großturbinentisches*. Schriftenreihe des Studienganges Vermessungswesen der Universität der Bundeswehr München, Heft Nr. 26, Neubiberg.
- Fabert, O. (2004): *Effiziente Wavelet Filterung mit hoher Zeit-Frequenz-Auflösung*. DGK München, Reihe A, Heft Nr. 119.
- Fan, Y., Whitcher, B. (2003): *A Wavelet Solution to the Spurious Regression of Fractionally Differenced Processes*. Applied Stochastic Models in Business and Industry, Vol. 19, Issue 3, S. 171 – 183, Wiley Interscience.
- GIH (2004): *Überwachung von großen Ingenieurbauwerken, behandelt am Beispiel der Schleuse Uelzen*. Abschlussbericht des Projektseminars Ingenieurvermessung, Geodätisches Institut, Universität Hannover. Veröffentlichung im Internet: [www.gih.uni-hannover.de](http://www.gih.uni-hannover.de)
- Giurcanu, M., Spokoiny, V. (2004): *Confidence estimation of the covariance function of stationary and locally stationary processes*. Statistics and Decisions, No. 4, Oldenbourg Wissenschaftsverlag, München.
- Grabowski, J., Niemeier, W., Suhre, H. (1988): *Das Hannoversche Lot – ein rechnergestütztes mechanisches Lot mit berührungslosem Abgriff der Drahtanlage in beliebigen Höhen*. In: Schnädelbach, K., Ebner, H. (Hrsg.): Ingenieurvermessung 88 – Beiträge zum X. Internationalen Kurs für Ingenieurvermessung, Band 1: Instrumente und Datenerfassung, Beitragskennzeichen A2, Dümmler Verlag, Bonn.
- Gülal, E. (1997): *Geodätische Überwachung einer Talsperre; eine Anwendung der Kalman-Filtertechnik*. Wissenschaftliche Arbeiten der Fachrichtung Vermessungswesen der Universität Hannover, Nr. 224, Hannover.
- Hartung, J. (2005): *Statistik*. 14. Auflage, Oldenbourg Verlag, München.
- Hau, E. (2003): *Windkraftanlagen*. 3. Auflage. Springer-Verlag, Berlin.
- Heine, K. (1999): *Beschreibung von Deformationsprozessen durch Volterra- und Fuzzy-Modelle sowie Neuronale Netze*. DGK München, Reihe C, Heft Nr. 516.
- Heinert, M., Reiser, S. (2002): *Continuous building monitoring using adaptive Kalman-Filtering for real-time data screening and pre-processing*. In: Kahmen, H., Niemeier, W., Retscher, G. (Hrsg.): 2<sup>nd</sup> Symposium on Geodesy for Geotechnical and Structural Engineering, S. 82 – 91, 21. – 24. Mai, Berlin.
- Henkelmann, G. (1991): *Deformationsmessungen mit dem Hannoverschen Lot*. Diplomarbeit am Geodätischen Institut der Universität Hannover, Nr. 1258, unveröffentlicht.
- Hesse, C., Heunecke, O., Speth, M., Stelzer, I. (2000): *Belastungsversuche an einem Schalentragwerk aus Ziegelsteinen*. In: Schnädelbach, K., Schilcher, M. (Hrsg.): XIII. Internationaler Kurs für Ingenieurvermessung, S. 340 – 345, München, Konrad Wittwer Verlag, Stuttgart.
- Hesse, C., Neuner, H., Kutterer, H. (2005): *Statistical Analysis of Kinematic Laserscans*. In: Optical 3-D Measurement Techniques VII, Vienna, Austria.
- Hesse, C., Heer, R., Horst, S., Neuner, H. (2006): *A concept for monitoring wind energy turbines with geodetic techniques*. In: Kahmen, H., Chrzanowski, A. (Hrsg.): 3<sup>rd</sup> IAG Symposium on Geodesy for Geotechnical and Structural Engineering and 12<sup>th</sup> FIG Symposium on Deformation Measurement, Baden, Österreich.
- Heunecke, O. (1995): *Zur Identifikation und Verifikation von Deformationsprozessen mittels adaptiver Kalman-Filterung*. Wissenschaftliche Arbeiten der Fachrichtung Vermessungswesen der Universität Hannover, Nr. 208, Hannover.
- Heunecke, O. (1996): *Einige Gedanken zur fachübergreifenden Untersuchung von Deformationsvorgängen dargestellt am Beispiel der Filterung einer Biegelinie eines Pylons*. In: Festschrift zum 60. Geburtstag von Univ.-Prof. Dr. H. Pelzer, Wissenschaftliche Arbeiten der Fachrichtung Vermessungswesen der Universität Hannover, Nr. 209, Hannover.
- Hollmann, R., Lang, M., Welsch, W. (1994): *Geodetic Surveillance and the Dynamic Behaviour of a Bridge*. In: Perelmutter Workshop on Dynamic Deformation Models, S. 152 – 170, Haifa, Israel.
- Höpcke, W. (1980): *Fehlerlehre und Ausgleichsrechnung*. Walter de Gruyter, Berlin.
- Horst, S. (2005): *Geodätische Beiträge zur Überwachung von Windenergieanlagen*. Diplomarbeit am Geodätischen Institut der Universität Hannover, unveröffentlicht.
- Howind, J. (2005): *Analyse des stochastischen Modells von GPS-Trägerphasenbeobachtungen*. DGK München, Reihe C, Heft Nr. 584.
- Inclán, C., Tiao, G. (1994): *Use of Cumulative Sums of Squares for Retrospective Detection of Changes of Variance*. Journal of the American Statistical Association, Theory and Methods, Vol. 89, Nr. 427, S. 913 – 923.

- Isermann, R. (1992): *Identifikation dynamischer Systeme*. Springer Verlag, Berlin.
- Jäger, R., Müller, T., Saler, H., Schwäble, R. (2005): *Klassische und robuste Ausgleichungsverfahren*. Wichmann Verlag, Heidelberg.
- James, F. (2006): *Statistical Methods in Experimental Physics*. 2. Auflage, World Scientific Publishing, Singapore.
- Keller, W. (2004): *Wavelets in Geodesy and Geodynamics*. Walter de Gruyter Verlag, Berlin.
- Kern, M., Preimesberger, T., Allesch, M., Pail, R., Boumann, J., Koop, R. (2005): *Outlier detection algorithms and their performance in GOCE gravity field processing*. Journal of Geodesy, Vol. 78, S. 509 - 519, Springer-Verlag, Berlin.
- Kersting, N., Welsch, W. (1986): *Kinematic Models for Analyzing Recent Vertical Crustal Movements and Their Comparison in Application to the Test Network Pfungstadt*. In: Pelzer, H., Niemeier, W. (Hrsg.): Determination of heights and height changes, S. 619 – 631, Dümmler Verlag, Bonn.
- Koch, K. R., Schmidt, M. (1994): *Deterministische und stochastische Signale*. Dümmler Verlag, Bonn.
- Koch, K. R. (1997): *Parameterschätzung und Hypothesentests*. Dümmler Verlag, Bonn.
- Kuhlmann, H. (1996): *Ein Beitrag zur Überwachung von Brückenbauwerken mit kontinuierlich registrierten Messungen*. Wissenschaftliche Arbeiten der Fachrichtung Vermessungswesen der Universität Hannover, Nr. 218, Hannover.
- Kuhlmann, H., Nerkamp, K.-H. (1998): *Vermessungstechnische Problemstellungen beim Bauprojekt 4. Röhre Elbtunnel*. In: Schwarz, W. (Hrsg.): Ingenieurvermessung aktuell, 47. DVW-Seminar, Hamburg, S. 60 – 90, Schriftenreihe des DVW, Nr. 32, Konrad Wittwer Verlag, Stuttgart.
- Kuhlmann, H. (2000): *Importance of Autocorrelation for Parameter Estimation in Regression Models*. In: 10<sup>th</sup> FIG International Symposium on Deformation Measurements, S. 354 – 361, 19 – 22. März, Orange, USA.
- Kuhlmann, H. (2002): *Untersuchung von alternativen Messverfahren zur Brückenüberwachung am Beispiel der Klosterwegbrücke*. DGK München, Reihe B, Heft Nr. 311.
- Kuhlmann, H., Gläser, A. (2002): *Beobachtung der Klosterwegbrücke durch kontinuierliche Messungen*. In: Mitteilungen des Deutschen Vereins für Vermessungswesen, Landesverein Baden-Württemberg, Heft 2, 49. Jahrgang, S. 17 – 36, Stuttgart.
- Lai, M. (1995): *On the Digital Filter Associated with Daubechies' Wavelets*. IEEE Transactions on Signal Processing, Vol. 43, Nr. 4, September, S. 2203 - 2205.
- Lavielle, M. (1998): *Optimal Segmentation of Random Processes*. IEEE Transactions on Signal Processing, Vol. 46, Nr. 5, Mai, S. 1365 - 1373.
- Lavielle, M. (1999): *Detection of multiple changes in a sequence of dependent variables*. Stochastic Processes and their Applications, Vol. 83, S. 79 – 102.
- Lebek, D. E., Knabenschuh, H. (1983): *Verformungsmessungen an Brückenbauwerken; Anforderungen und Lösungsmöglichkeiten*. In: VDI-Berichte 472: Ingenieurvermessung, Vermessungsprobleme im Bauingenieurwesen, VDI-Verlag, Düsseldorf.
- Leonhard, Th., Niemeier, W. (1986): *A Kinematic Model to Determine Vertical Movements and Its Application to the Testnet Pfungstadt*. In: Pelzer, H., Niemeier, W. (Hrsg.): Determination of heights and height changes, S. 587 – 598, Dümmler Verlag, Bonn.
- Lippitsch, A., Lasseur, C. (2006): *An Alternative Approach In Metrological Network Deformation Analysis Employing Kinematic And Adaptive Methods*. In: Kahmen, H., Chrzanowski, A. (Hrsg.): 3rd IAG Symposium on Geodesy for Geotechnical and Structural Engineering and 12th FIG Symposium on Deformation Measurement, Baden, Österreich.
- Liu, P. C. (2000): *Wavelet Transform and New Perspective on Coastal and Ocean Engineering Data Analysis*. In: Liu, P. (Hrsg.): Advances in Coastal and Ocean Engineering, Vol. 6, World Scientific, New York, S. 57 – 101.
- Louis, A. K., Maaß, P., Rieder, A. (1998) : *Wavelets*. Teubner Verlag, Stuttgart.
- Mallat, S. (2001): *A Wavelet Tour of Signal Processing*. 2<sup>nd</sup> Edition, Academic Press, San Diego.
- Mälzer, H. (Hrsg.) (1987): *Testnetz Pfungstadt – Berechnungen von Höhenänderungen mit unterschiedlichen Modellen*. DGK München, Reihe B, Heft Nr. 283.
- Martin, R. D. (1981): *Robust Methods for Time Series*. In: Findley, D. F. (Hrsg.): Applied Time Series Analysis II, S. 683 – 759, Academic Press, New York.
- Massart, P. (2003): *Concentration Inequalities and Model Selection*. Springer Verlag, Berlin.
- Mautz, R., Petrovic, S. (2005): *Erkennung von physikalisch vorhandenen Periodizitäten*. ZfV, 130. Jahrgang, Heft 3, S. 156 – 165, Wißner-Verlag, Augsburg.
- Meyer, Y. (1991): *Ondelettes sur l'intervalle*. Revista Matematica Iberoamericana, Nr. 7, S. 115 – 133, Internetausgabe.
- Miima, J.-B. (2002): *Artificial Neural Networks and Fuzzy Logic Techniques for the Reconstruction of Structural Deformations*. Dissertation. Geodätische Schriftenreihe Nr. 18, TU Braunschweig.
- Möhlenbrink, W. (1976): *Studie zur Entwicklung von Meßeinrichtungen zur fortlaufenden Messung und Registrierung von windinduzierten Bewegungen turmartiger Bauwerke*. DGK München, Reihe B, Heft Nr. 215.

- Möhlenbrink, W., Welsch, W. (1984): *Aktions-Reaktions-Analyse thermischer Verformungen an Ingenieurbauten*. In: Rinner, K., Schelling, G., Brandstätter, G. (Hrsg.): *Ingenieurvermessung 84. Beiträge zum IX. Internationalen Kurs für Ingenieurvermessung*, Graz, 6. – 13. September, 1984, Band 2, Dümmler Verlag, Bonn.
- Mood, A. M., Graybill, F. A., Duane, C. B. (1974): *Introduction to the theory of statistics*. Third edition, McGraw-Hill, Tokyo, Japan.
- Natke, H. G. (1983): *Einführung in Theorie und Praxis der Zeitreihen- und Modalanalyse*. Vieweg Verlag, Braunschweig.
- Neitzel, F. (2004): *Identifizierung konsistenter Datengruppen am Beispiel der Kongruenzuntersuchung geodätischer Netze*. DGK München, Reihe C, Heft Nr. 565.
- Neuner, H., Hesse, C., Heer, R. (2004): *Kombination verschiedener geodätischer Sensoren zur Überwachung von Kaimauern*. In: Schwieger, V., Foppe, K. (Hrsg.): *Kinematische Messmethoden – Vermessung in Bewegung*, 58. DVW-Seminar, Stuttgart, Wißner Verlag, Augsburg.
- Neuner, H. (2006): *A method for modelling the non-stationary behaviour of structures in deformation analysis*. In: Tregoning, P., Rizos, C. (Hrsg.): *Dynamic Planet*, IAG Symposium, Cairns, Australia, 22. – 26. August, 2005, Vol. 130, S. 782 – 789, Springer Verlag.
- Neuner, H., Kutterer, H. (2006): *On the detection of change-points in structural deformation analysis*. In: Kahmen, H., Chrzanowski, A. (Hrsg.): *3rd IAG Symposium on Geodesy for Geotechnical and Structural Engineering and 12th FIG Symposium on Deformation Measurement*, Baden, Österreich.
- Niemeier, W. (1979): *Zur Kongruenz mehrfach beobachteter geodätischer Netze*. Wissenschaftliche Arbeiten der Fachrichtung Vermessungswesen der Universität Hannover, Nr. 88, Hannover.
- Ogden, T., Parzen, E. (1996): *Change-point approach to data analytic wavelet thresholding*. *Statistics and Computing*, Nr. 6, S. 93 – 96.
- Ogden, T. (1997): *Essential wavelets for statistical applications and data analysis*. Birkhäuser, Boston.
- Oppenheim, A. V., Schaffer, R. W. (1975): *Digital Signal Processing*. Prentice-Hall, New Jersey.
- Pelzer, H. (1971): *Zur Analyse geodätischer Deformationsmessungen*. DGK München, Reihe C, Heft Nr. 164.
- Pelzer, H. (1974): *Neuere Ergebnisse bei der statistischen Analyse von Deformationsmessungen*. In: 14<sup>th</sup> International Congress of Surveyors, Vol. 6, Paper 608.3, Washington.
- Pelzer, H. (1976): *Zur Analyse von permanent registrierten Deformationen*. In: VII. Internationaler Kurs für Ingenieurvermessungen hoher Präzision, 29. September – 8. Oktober, S. 781 – 796, TH Darmstadt, Schriftenreihe Wissenschaft und Technik.
- Pelzer, H. (1978): *Geodätische Überwachung dynamischer Systeme*. In: Hallermann, L. (Hrsg.): *Beiträge zum II. Internationalen Symposium über Deformationsmessungen mit geodätischen Methoden*, S. 296 – 311, Bonn, 25. – 28. September, Konrad Wittwer Verlag, Stuttgart.
- Pelzer, H. (1985): *Grundlagen der mathematischen Statistik und der Ausgleichsrechnung*. In: Pelzer, H. (Hrsg.): *Geodätische Netze in Landes- und Ingenieurvermessung II*, S. 3 – 120, Konrad Wittwer Verlag, Stuttgart.
- Pelzer, H. (Hrsg.) (1988): *Ingenieurvermessung. Ergebnisse des Arbeitskreises 6 des DVW e.V.*, Band 15, Konrad Wittwer Verlag, Stuttgart.
- Percival, D. B. (1995): *On Estimation of the Wavelet Variance*. *Biometrika*, Vol. 82, Issue 3, S. 619 – 631.
- Percival, D. B., Walden, A. T. (2002): *Wavelet Methods for Time Series Analysis*. Cambridge University Press, Cambridge.
- Pfeufer, A. (1990): *Beitrag zur Identifikation und Modellierung dynamischer Deformationsprozesse*. *Vermessungstechnik*, 38. Jahrgang, Heft 1, S. 19 – 22.
- Pfeufer, A. (1993): *Analyse und Interpretation von Überwachungsmessungen – Terminologie und Klassifikation*. *ZfV*, Jahrgang 118, Heft 8/9, S. 470 – 476, Konrad Wittwer Verlag, Stuttgart.
- Priestley, M. B. (2004): *Spectral Analysis and Time Series*. Academic Press, San Diego.
- Ramm, K. (2006): *Enhanced kinematic positioning methods by shaping filter augmentation*. In: Kahmen, H., Chrzanowski, A. (Hrsg.): *3rd IAG Symposium on Geodesy for Geotechnical and Structural Engineering and 12th FIG Symposium on Deformation Measurement*, Baden, Österreich.
- Schlittgen, R., Streitberg, B. H. J. (2001): *Zeitreihenanalyse*. 9. Auflage, Oldenbourg, München.
- Schmidt, M. (2001): *Grundprinzipien der Wavelet-Analyse und Anwendungen in der Geodäsie*. Shaker Verlag, Aachen.
- Schmidt, M. (2002): *Wavelet-Analyse von Zeitreihen*. In: Schuh, H., Soffel, M. (Hrsg.): *Vorträge beim 4. DFG-Rundgespräch im Rahmen des Forschungsvorhabens „Rotation der Erde“ zum Thema „Wechselwirkungen im System Erde“*, DGK München, Reihe A, Heft Nr. 118, S. 46 – 56.
- Schmitz-Hübsch, H. (2002): *Wavelet-Analysen der Erdrotationsparameter im hochfrequenten Bereich*. In: Schuh, H., Soffel, M. (Hrsg.): *Vorträge beim 4. DFG-Rundgespräch im Rahmen des Forschungsvorhabens „Rotation der Erde“ zum Thema „Wechselwirkungen im System Erde“*, DGK München, Reihe A, Heft Nr. 118, S. 57 – 62.
- Schulte, S. (1987): *Modellierung von Beobachtungsreihen durch ein erweitertes Autoregressives Modell*. DGK München, Reihe C, Heft Nr. 327.

- Sharifzadeh, M., Azmoodeh, F., Shahabi, C. (2005): *Change Detection in Time Series Data Using Wavelet Footprints*. In: Medeiros, C. B. (Hrsg.): Proceedings of the 9<sup>th</sup> International Symposium on Spatial and Temporal Databases, S. 127 – 144, Angra dos Reis, Brasilien, Springer Verlag, Berlin.
- Shensa, M. J. (1992): *The Discrete Wavelet Transform: Wedding the à Trous and Mallat Algorithms*. IEEE Transactions on Signal Processing, Vol. 40, S. 2464 – 2482.
- Stearns, S., David, R. (1996): *Signal Processing Algorithms in Matlab*. Prentice Hall, New Jersey.
- Stein, C. M. (1981): *Estimation of the Mean of a Multivariate Normal Distribution*. Annals of Statistics, Vol. 9, S. 1135 – 1152.
- Sutor, T. (1997): *Robuste Verfahren zur Analyse linearer stochastischer Prozesse im Spektralbereich*. Schriftenreihe des Studienganges Vermessungswesen der Universität der Bundeswehr München, Heft Nr. 56, Neubiberg.
- Szostak-Chrzanowski, A., Chrzanowski, A., Massiera, M. (2003): *Use Of Geodetic Monitoring Measurements In Solving Geomechanical Problems In Structural And Mining Engineering*. In: Stiros, S. C., Pytharouli, S. (Hrsg.): Proceedings 11<sup>th</sup> International FIG Symposium on Deformation Measurements, S. 273 – 280, Santorini, Greece, 25. - 28. May.
- Teiskey, W. F. (1988): *Integrierte Analyse von geodätischen, geotechnischen und physikalischen Modelldaten zur Beschreibung des Deformationsverhaltens großer Erddämme unter statischer Belastung*. DGK Reihe C, Nr. 341, München.
- Teusch, A. (2006): *Einführung in die Spektral- und Zeitreihenanalyse mit Beispielen aus der Geodäsie*. DGK, Reihe A, Heft Nr. 120, München.
- Toutenburg, H. (2003): *Lineare Modelle*. 2. Auflage, Physica-Verlag, Heidelberg.
- Unbehauen, R. (1993): *Systemtheorie*. 6. Auflage, Oldenbourg Verlag, München.
- Vennegeerts, H., Kutterer, H. (2007): *Analyse der Bewegung von Windenergieanlagen aus dem Vergleich zweier Aufnahmeverfahren terrestrischer Laserscanner*. In: Brunner, F. K. (Hrsg.): Ingenieurvermessung 07, Beiträge zum 15. Internationalen Ingenieurvermessungskurs, Graz 2007, S. 335 – 340, Wichmann Verlag, Heidelberg.
- Wegner, J. D., Cong, X. Y., Paffenholz, J., Rehr, I., Strübing, T. (2006): *Geodetic Monitoring and Deformation Analysis of a Vertical Lift Bridge*. In: XXIII International FIG Congress, TS58.3, München, Deutschland, 8. – 13. Oktober, erschienen auf CD-ROM.
- Welsch, W., Heunecke, O. (1999): *Terminology and Classification of Deformation Models – Final Report of the Ad-Hoc Committee of the FIG Working Group 6.1.9*. International FIG Symposium on Deformation Measurements, Olsztyn, Poland, 27. - 30. September.
- Welsch, W., Heunecke, O. (2001): *Models and Terminology for the Analysis of Geodetic Monitoring Observations*. Official Report of the Ad-Hoc Committee of FIG Working Group 6.1, Copenhagen, Denmark.
- Welsch, W., Heunecke, O., Kuhlmann, H. (2000): *Auswertung geodätischer Überwachungsmessungen*. In der Reihe: Möser, M., Müller, G., Schlemmer, H., Werner, H. (Hrsg.): Handbuch Ingenieurgeodäsie. Wichmann Verlag, Heidelberg.
- Whitcher, B. J. (1998): *Assessing nonstationary time series using wavelets*. Dissertation an der Universität Washington, USA.
- Wickerhauser, M. V. (1996): *Adaptive Wavelet-Analysis*. Vieweg Verlag, Braunschweig.
- Wicki, F. (1999): *Robuste Schätzverfahren für die Parameterschätzung in geodätischen Netzen*. Mitteilungen des Institutes für Geodäsie und Photogrammetrie der ETH Zürich, Nr. 67, Zürich.
- Wolf, K. I. (2005): *Considering Coloured Noise of Ground Data in an Error Study for External GOCE Calibration / Validation*. In: Knudsen, P., Johannessen, J., Gruber, T., Stammer, S., van Dam, T (Hrsg.): Proceedings of the GOCINA Workshop, 13. – 15. April, S. 85 – 92, Luxembourg.
- Zippelt, K. (1986): *Recent Vertical Movements in the Testnet Pfungstadt: Conception, Application and Results of the Karlsruhe Approach*. In: Pelzer, H., Niemeier, W. (Hrsg.): Determination of heights and height changes, S. 599 – 617, Dümmler Verlag, Bonn.
- Zurmühl, F., Falk, S. (1984): *Matrizen und ihre Anwendungen*. 5. Auflage, Springer-Verlag, Berlin.

## Abbildungsverzeichnis

Abb. 1.2-1	Methodik der Modellerweiterung .....	13
Abb. 2.2-1:	Die Schleuse Uelzen I .....	18
Abb. 2.2-2:	Skizze der Lotanlage .....	18
Abb. 2.2-3:	Deformationsverlauf während des Schleusungsvorganges .....	19
Abb. 2.2-4:	Deformationsverlauf im Zeitraum 08.09 - 10.09.2005 .....	19
Abb. 2.2-5:	Messstellen an der WEA .....	20
Abb. 2.2-6:	Amplitudenspektrum des analysierten Datensatzes .....	21
Abb. 2.2-7:	Amplitudenspektrum der Residuen der Standardmodellierung .....	21
Abb. 2.2-8:	Rethehubbrücke .....	22
Abb. 2.2-9:	Durchbiegung des Hubteils unter Verkehrsbelastung .....	23
Abb. 2.2-10:	Einfluss der Hubvorgänge auf die Neigung der Türme .....	23
Abb. 3.1-1:	Modellvorstellung eines Deformationsprozesses .....	25
Abb. 3.1-2:	Modellanpassung nach (3.1-17) mit 3 Gewichtskoeffizienten .....	34
Abb. 3.2-1:	Spektraldarstellung der sprunghaften Änderung .....	39
Abb. 3.2-2:	Spektraldarstellung der linearen Änderung .....	39
Abb. 3.2-3:	Spektraldarstellung des Rechteckimpulses .....	40
Abb. 3.2-4:	Spektraldarstellung des symmetrischen Dreieckimpulses .....	40
Abb. 3.2-5:	Das Feder-Masse-Dämpfung-System .....	41
Abb. 3.2-6:	Systemantwort auf eine sprunghafte Belastung .....	42
Abb. 3.2-7:	Systemantwort auf eine lineare Belastung $\Delta x$ .....	43
Abb. 3.2-8:	Amplitudenverstärkung (links) und Phasenverschiebung (rechts) als Systemcharakteristiken bei periodischer Anregung .....	44
Abb. 3.3-1:	Analyse der Stationarität 1. Ordnung .....	46
Abb. 4.1-1:	Lokalisierungseigenschaften der Wavelet-Transformation .....	54
Abb. 4.1-2:	Das HAAR-Wavelet und seine FOURIER-Transformierte (Absolutwert) .....	56
Abb. 4.1-3:	Analysierte Zeitreihe und normiertes Wavelet-Skalogramm nach Transformationen mit dem HAAR-Wavelet (Mitte) und dem MORLET-Wavelet (unten) .....	58
Abb. 4.2-1:	Darstellung der sWT und der Wavelet-Synthese als orthogonale PR-Filterbank .....	65
Abb. 4.3-1:	Skalierungsfunktionen und Wavelets berechnet auf der Basis des DAUBECHIES-Filters 4. Ordnung mit minimalem Phasengang .....	71
Abb. 4.4-1:	Randeffekte in den normierten Waveletkoeffizienten der 1. (oben) und 2. (unten) Zerlegungsstufe einer deterministischen Sinusfunktion .....	73
Abb. 4.4-2:	Wavelet- (Mitte) und Skalierungskoeffizienten (unten) als Ergebnis der sWT Transformation einer deterministischen Sinus-Zeitreihe (Ausschnitt, oben) .....	77
Abb. 4.4-3:	Amplitudenverstärkungen der Komponenten (links) und der DAUBECHIES-Filter 4. Ordnung (rechts) .....	78
Abb. 4.4-4:	Äquivalente Amplitudenverstärkung des DAUBECHIES-Hochpassfilters 4. Ordnung in der $2^3$ . (links) und in der $2^4$ . Skala (rechts) .....	79
Abb. 4.4-5:	Amplitudenspektren der Waveletkoeffizienten der 3. (links) und 4. (rechts) Zerlegungsstufe .....	80

Abb. 4.5-1:	Amplitudenspektren der Waveletkoeffizienten der 8. Zerlegungsstufe für die Temperatur (links) und Neigung (rechts) .....	82
Abb. 4.6-1:	Verteilung der Varianz auf den einzelnen Skalen für die Zeitreihen der Temperatur (links) und der Neigung (rechts) .....	87
Abb. 4.6-2:	Waveletkoeffizienten der 2 <sup>8</sup> . Skala für die Temperatur- (oben) und die Neigungsbeobachtungen (unten) .....	88
Abb. 5.1-1:	Translationsvarianz der sWT .....	91
Abb. 5.1-2:	Translationsinvarianz der uWT .....	92
Abb. 5.4-1:	Identifikation der Sprünge in der verrauschten Treppenfunktion .....	98
Abb. 5.6-1:	Identifizierte rapide Mittelwertänderungen (*) in den Zeitreihen des Wasserstandes (links) und der Neigung (rechts) (Auszug) .....	102
Abb. 5.6-2:	Übertragungsfaktor des Unterhauptes .....	103
Abb. 5.6-3:	Temperaturverlauf .....	103
Abb. 5.6-4:	Restdeformation nach der Modellierung der rapiden Niveauänderungen .....	103
Abb. 5.6-5:	Histogramm der Residuen im herkömmlichen Modellierungsansatz .....	105
Abb. 5.6-6:	Histogramm der Residuen im integrierten Modellierungsansatz .....	105
Abb. 6.1-1:	Verhältnis der CSS nach (6.1-7) für eine Zeitreihe mit homogener Varianz (links) und einer Zeitreihe mit einer Varianzänderung ab $k_{cp}=50$ (rechts) .....	109
Abb. 6.2-1:	Differenz der Erwartungswerte .....	117
Abb. 6.3-1:	Auswirkung einer Varianzänderung an der Stelle $k = 2500$ (links) und eines Ausreißers an der Stelle $k = 500$ (rechts) auf den Verlauf der Größe $ D_k $ .....	118
Abb. 6.4-1:	Amplitudenverstärkung des äquivalenten Filterpaares in der 2 <sup>2</sup> . Skala .....	124
Abb. 6.4-2:	Varianzhomogene Abschnitte in den Waveletkoeffizienten der 3. (oben) und 4. (Mitte) Zerlegungsstufe und Zustandsänderungen der WEA dargestellt in den Skalierungskoeffizienten (unten) .....	126
Abb. 6.4-3:	Amplitudenspektrum der Residuen des verfeinerten Modells .....	127
Abb. 7.2-1:	Verlauf des empirischen Kontrastes (7.1-3) für eine Zeitreihe mit homogenen statistischen Eigenschaften (links) und im Falle der Existenz zweier Änderungspunkte (rechts) .....	134
Abb. 7.4-1:	Verlauf des empirischen Kontrastes für die Reihe der Skalierungskoeffizienten; Gesamtverlauf (links) und vergrößerter Ausschnitt (rechts) .....	143
Abb. 7.4-2:	Automatisch identifizierte Änderungen des Mittelwertes in der Zeitreihe der Skalierungskoeffizienten der 4. Zerlegungsstufe .....	144
Abb. 7.4-3:	Differenz der Waveletkoeffizienten der ursprünglichen und der nach (3.3-6) transformierten Zeitreihe .....	144
Abb. 7.4-4:	Varianzänderungen die mit dem Varianzhomogenitätstest (oben) und dem kontrastbasierten Verfahren (unten) identifiziert wurden (4. Zerlegungsstufe) .....	145
Abb. 7.4-5:	Varianzänderungen die mit dem Varianzhomogenitätstest (oben) und dem kontrastbasierten Verfahren (unten) identifiziert wurden (3. Zerlegungsstufe) .....	146
Abb. 7.5-1:	Identifizierte Auslenkungen aufgrund der Verkehrslast (ursprüngliche Zeitreihe) .....	148
Abb. 7.5-2:	Identifizierte Auslenkungen aufgrund der Verkehrslast (Skalierungskoeffizienten) .....	148
Abb. 7.5-3:	Identifikation der Deformationen durch dicht aufeinander folgende Fahrzeuge .....	149
Abb. 7.5-4:	Automatische Identifikation der Deformationen durch die Verkehrslast .....	150
Abb. 8.1-1:	Der Aufbau des erweiterten dynamischen Deformationsmodells .....	156

## Tabellenverzeichnis

Tab. 2.1-1:	Typische Trendfunktionen .....	14
Tab. 3.2-1:	Die Amplitude aperiodischer Änderungen für einige gängige Perioden .....	41
Tab. 3.4-1:	Messgeschwindigkeiten einiger geodätischer Sensoren .....	51
Tab. 4.6-1:	Ergebnisse der Systemidentifikation für die Einflussgröße Temperatur .....	89
Tab. 5.6-1:	Ergebnisse der Systemidentifikation für die Einflussgröße Temperatur .....	104
Tab. 6.1-1:	Quantile der DURBIN- und KOLMOGOROV-Verteilung (zweiseitige Fragestellung) .....	114
Tab. 6.1-2:	Quantile der KOLMOGOROV-Verteilung aus INCLÁN und TIAO (1994) (linke Spalten) und der DURBIN-Verteilung (rechte Spalten) für kleine Stichproben (zweiseitige Fragestellung) .....	114
Tab. 6.3-1:	Autokorrelationen der äquivalenten Tiefpassfilter der uWT .....	120
Tab. 6.4-1:	Aufteilung der wesentlichen Frequenzen auf die einzelnen Skalenbereiche .....	123
Tab. 6.4-2:	Ergebnisse der Varianzhomogenitätsprüfung und der Modellierung in der 4. Zerlegungsstufe .....	125
Tab. 7.5-1:	Identifizierte Deformationen und berechneter Übertragungsfaktor $H_{\infty}$ .....	150

## Dank

Allen, die zur Fertigstellung der Arbeit beigetragen haben, sei an dieser Stelle herzlich gedankt. Ohne die motivierenden Worte, den Ratschlägen und den geleisteten Hilfestellungen wäre mir die Bewerkstelligung dieser Herausforderung deutlich schwerer gefallen.

Mein besonderer Dank gilt Herrn Univ.-Prof. Dr.-Ing. Hansjörg Kutterer für seine große Unterstützung bei der Bearbeitung des Themas, der stetigen Förderung während meiner Aktivität am Geodätischen Institut der Leibniz Universität Hannover und der Schaffung der notwendigen Freiräume aber auch Perspektiven in der Endphase der Arbeit.

Herrn Univ.-Prof. Dr. Ing. Heiner Kuhlmann und Herrn Univ.-Prof. Dr.-Ing. Steffen Schön danke ich für die Übernahme der Korreferate und die wertvollen Anregungen nach der intensiven Durchsicht der Arbeit.

Herrn Univ.-Prof. Dr.-Ing. Hans Pelzer bin ich für die einmalige Chance am Geodätischen Institut der Leibniz Universität Hannover als Stipendiat und später als Mitarbeiter tätig sein zu dürfen sehr dankbar. Durch diese Unterstützung war es überhaupt möglich den Grundstein für die vorliegende Arbeit zu setzen.

Herrn Dipl.-Ing. Ingo Neumann und Herrn Dipl.-Kfm. Andreas Fischer danke ich ganz herzlich für die Durchsicht der Arbeit, die inhaltlichen Verbesserungsvorschläge und die zahlreichen stilistischen Korrekturen.

Die Kollegen am Geodätischen Institut der Leibniz Universität Hannover waren durch ihre Hilfsbereitschaft, insbesondere in der Endphase der Arbeit, eine große Unterstützung. Dafür einen ganz besonderen Dank. Es ist mir eine große Freude Teil dieses Teams zu sein.

Meinen Eltern danke ich dafür, dass sie mir trotz der großen Entfernung mit Rat und Tat über die gesamte Dauer der Arbeit zur Seite gestanden haben. Nicht zuletzt danke ich meiner Frau Irina. Sie hat mir während der langen Bearbeitungszeit durch ihr Verständnis und durch ihre Liebe einen großen Rückhalt gegeben.

---

## Lebenslauf

### Zur Person:

Hans-Berndt Neuner

geboren am 19. August 1975 in Bukarest, Rumänien

verheiratet mit Irina-Magdalena Neuner, geb. Garais

### Berufliche Tätigkeit:

- Seit 15.10.2000      Wissenschaftlicher Mitarbeiter des Geodätischen Instituts der Leibniz Universität Hannover, Lehrstuhl für Ingenieurgeodäsie und geodätische Auswertemethoden  
Univ.-Prof. Dr.-Ing. H. Pelzer und Univ.-Prof. Dr.-Ing. H. Kutterer
- 10.1998 - 09.2000      Wissenschaftlicher Mitarbeiter der Fakultät für Geodäsie der Technischen Universität für Bauwesen Bukarest, Rumänien  
Lehrstuhl für Vermessungskunde und Kataster

### Hochschulausbildung:

- 10.1999 – 07.2000      DAAD Forschungsstipendium am Geodätischen Institut der Universität Hannover
- 10.1998 – 07.1999      Vertiefungsstudium an der Technischen Universität für Bauwesen Bukarest, Rumänien, Fakultät für Geodäsie, Schwerpunkt: GIS,  
Abschluss: Diplom für Vertiefungsstudium
- 04.1998 – 09.1998      Aufenthalt am Geodätischen Institut der Universität Hannover im Rahmen des Sokrates-Erasmus Austauschprogramms
- 10.1993 – 07.1998      Studium an der Technischen Universität für Bauwesen Bukarest, Rumänien  
Fakultät für Geodäsie, Abschluss: Diplom-Ingenieur

### Schulausbildung:

- 09.1989 – 07.1993      Deutsches Lyzeum „Hermann Oberth“, in Bukarest, Abschluss: Abitur
- 09.1985 – 07.1989      Deutsche Mittelschule „Hermann Oberth“, in Bukarest
- 09.1981 – 07.1985      Deutsche Grundschule „Hermann Oberth“, in Bukarest

