

Katrin Ramm

**Evaluation von Filter-Ansätzen
für die Positionsschätzung von Fahrzeugen
mit den Werkzeugen der Sensitivitätsanalyse**

München 2008

**Verlag der Bayerischen Akademie der Wissenschaften
in Kommission beim Verlag C. H. Beck**



DGK Deutsche Geodätische Kommission
bei der Bayerischen Akademie der Wissenschaften

Reihe C

Dissertationen

Heft Nr. 619

**Evaluation von Filter-Ansätzen
für die Positionsschätzung von Fahrzeugen
mit den Werkzeugen der Sensitivitätsanalyse**

Von der Fakultät Luft- und Raumfahrttechnik und Geodäsie
der Universität Stuttgart
zur Erlangung der Würde eines
Doktor-Ingenieurs (Dr.-Ing.)
genehmigte Abhandlung

Vorgelegt von
Katrin Ramm
aus Jülich

München 2008

Verlag der Bayerischen Akademie der Wissenschaften
in Kommission beim Verlag C. H. Beck

Adresse der Deutschen Geodätischen Kommission:



Deutsche Geodätische Kommission

Alfons-Goppel-Straße 11 • D – 80 539 München

Telefon +49 – 89 – 23 031 1113 • Telefax +49 – 89 – 23 031 - 1283/ - 1100

e-mail hornik@dgfi.badw.de • <http://www.dgk.badw.de>

Hauptberichter: PD Dr.-Ing. V. Schwieger
Korreferenten: Prof. Dr.-Ing. H. Kuhlmann
Prof. Dr.-Ing. Nico Sneeuw

Tag der mündlichen Prüfung: 18.12.2007

© 2008 Deutsche Geodätische Kommission, München

Alle Rechte vorbehalten. Ohne Genehmigung der Herausgeber ist es auch nicht gestattet,
die Veröffentlichung oder Teile daraus auf photomechanischem Wege (Photokopie, Mikrokopie) zu vervielfältigen

ISSN 0065-5325

ISBN 3 7696 5058 1

Kurzfassung

In dieser Arbeit werden drei verschiedene Ansätze zur Fahrzeugpositionsbestimmung im Kalman-Filter entwickelt. Die Filterentwicklungen erfolgen, um eine bessere Detektion von Filterstörungen beim Auftreten von GPS-Ausreißern mittels einer verbesserten stochastischen Modellierung zu erreichen. Zur Berücksichtigung der zeitlichen Korrelation von kinematischen DGPS-Positionslösungen wird der Kalman-Filter-Ansatz um einen Formfilter erweitert. In einem adaptiven Formfilter-Ansatz wird der in der Formfilter Modellierung enthaltene Prozesskoeffizient adaptiv geschätzt. Eine weitere Verbesserung der stochastischen Modellierung wird durch die Einführung einer epochenscharfen GPS-Standardabweichung in das stochastische Modell des Filters erreicht.

Das Formfilter und das adaptive Formfilter tragen nicht, wie aufgrund der verbesserten stochastischen Modellierung erwartet, zu einer verbesserten Detektion von Filterstörungen bei. Dieses gelingt aber mit der Einführung epochenscharfer GPS-Standardabweichungen in das stochastische Modell des Filters.

Zur Evaluation der entwickelten Filter-Ansätze wird neben umfangreichen Messfahrtdaten die Varianz- und Sensitivitätsanalyse als Methode zur a priori Evaluation von Auswertansätzen auf Basis von Simulationen eingesetzt.

Das Potenzial der Sensitivitätsanalyse kann an ausgewählten Beispielen der Modellentwicklung aufgezeigt werden. Des Weiteren führt die a priori Evaluation mittels Varianz- und Sensitivitätsanalyse zu weitgehend identischen Ergebnissen wie die Analyse anhand realer Messfahrtdaten. Das Werkzeug der Varianz- und Sensitivitätsanalyse kann folglich bei Kenntnis bezüglich der statistischen Verteilung der eingesetzten Sensoren Messfahrten ersetzen.

Summary

Three different approaches for vehicle positioning with Kalman filter are developed. These developments are motivated to achieve a better detection of filter disturbance in case of GPS-outliers. Therefore an improved stochastic modelling is introduced. The Kalman filter approach is augmented by a shaping filter to take temporal correlations of the kinematic DGPS-positions into account. An adaptive shaping filter approach is generated for adaptive estimation of the process coefficient contained in the shape filter augmentation. A further improvement of the stochastic modelling is achieved by introduction of epochwise GPS standard deviations in the stochastic model of the filter.

The shaping filter and the adaptive shaping filter do not result in an improved detection of filter disturbances. This succeeds with the introduction of epochwise GPS standard deviations.

The evaluation of the filter approaches developed is not only done by use of extensive measurement data from several test runs but also by use of variance and sensitivity analysis for a priori evaluation of model approaches based on simulations.

The potential of the sensitivity analysis is shown with selected examples of model development. Furthermore the a priori evaluation with variance and sensitivity analysis produces nearly identical results in comparison to the analyses with measurement data. Consequently, the tool variance and sensitivity analysis can be used instead of the realisation of test runs. Only the statistical distribution of the sensors involved has to be known.

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung	7
1.1 Motivation.....	7
1.2 Vorgehensweise.....	8
2 Grundlagen zur Modellentwicklung und -evaluation	10
2.1 Kalman-Filter.....	10
2.1.1 Diskretes Kalman-Filter.....	10
2.1.2 Erweitertes Kalman-Filter.....	11
2.1.3 Formfilter.....	13
2.1.4 Adaptives Formfilter.....	15
2.2 Varianz-basierte Sensitivitätsanalyse.....	17
2.2.1 Einleitung.....	17
2.2.2 Sensitivitätsmaße.....	19
2.2.3 Extended Fourier Amplitude Sensitivity Test (Extended FAST).....	22
2.2.4 Replicated Latin Hypercube Sampling (rLHS).....	23
2.2.5 Berücksichtigung von korrelierten Eingangsgrößen.....	26
2.2.6 Anwendung der Varianz- und Sensitivitätsanalyse.....	27
2.2.6.1 Allgemeine Vorgehensweise.....	27
2.2.6.2 Aspekte der Beurteilung.....	28
3 Untersuchungen zu kinematischen GPS-Codemessungen	31
3.1 Erhaltensneigung von GPS-Messungen.....	31
3.2 Theorie der Zeitreihenanalyse.....	32
3.3 Datenanalyse.....	34
3.3.1 Datenmaterial.....	34
3.3.2 Elimination von Ausreißern.....	36
3.3.3 Schließen von Datenlücken.....	37
3.3.4 Ergebnisse.....	39
3.4 Zusammenfassung der Untersuchungsergebnisse.....	41
4 Entwicklung von Ansätzen für die Positionsschätzung von Fahrzeugen	43
4.1 Kalman-Filter-Ansatz.....	43
4.1.1 Funktionales Modell.....	43
4.1.2 Stochastisches Modell.....	45
4.2 Formfilter-Ansatz.....	46
4.2.1 Funktionales Modell.....	46
4.2.2 Stochastisches Modell.....	48
4.3 Adaptiver Formfilter-Ansatz.....	48
4.3.1 Funktionales Modell.....	48
4.3.2 Stochastisches Modell.....	49

4.4 Integration der Filter-Ansätze in ein Ortungsmodul	50
4.4.1 Filterung im Standardfall	50
4.4.2 Detektion von Filterstörungen und deren Behebung	51
4.4.3 Einführung epochenscharfer GPS-Standardabweichungen	53
4.5 Zusammenstellung der entwickelten Filter-Ansätze	54
5 A priori Evaluation mit der Varianz- und Sensitivitätsanalyse	55
5.1 Potenzial der Varianz- und Sensitivitätsanalyse	55
5.2 Ausgewählte Aspekte der Modellentwicklung und -evaluation	65
5.2.1 Evaluationskonzept	65
5.2.1.1 Simulationsszenarien	65
5.2.1.2 Evaluierte Filter-Ansätze	66
5.2.2 Abhängigkeit von Geometrie und Fahrdynamik	67
5.2.3 Einfluss der Sensorauswahl	74
5.3 Zusammenfassung	79
6 Evaluation der entwickelten Ansätze zur Positionsschätzung	81
6.1 Evaluationskonzept	81
6.2 Varianz- und Sensitivitätsanalyse	81
6.2.1 Stichprobengenerierung und spezielle Simulationsszenarien	82
6.2.2 Evaluation der Kalman-Filter-Varianten	83
6.2.3 Evaluation der Formfilter-Varianten	89
6.2.4 Evaluation der adaptiven Formfilter-Varianten	95
6.3 Analyse anhand realer Fahrtdaten	96
6.3.1 Evaluation der Kalman-Filter-Varianten	96
6.3.2 Evaluation der Formfilter-Varianten	106
6.3.3 Evaluation der adaptiven Formfilter-Varianten	110
6.4 Zusammenfassung der Evaluationsergebnisse	112
6.4.1 Beurteilung der Filter-Ansätze und deren Varianten	112
6.4.2 Beurteilung des Potenzials der Varianz- und Sensitivitätsanalyse	113
7 Zusammenfassung und Ausblick	114
7.1 Zusammenfassung	114
7.2 Ausblick	115
Literatur	116
Anhang A – Kalman-Filter-Ansatz nach AUSSEMS (1999)	120

1 Einleitung

1.1 Motivation

Anwendungen im Bereich der Fahrzeugpositionsbestimmung sind inzwischen weit verbreitet und werden in dem Maß weiter zunehmen, in dem die dafür erforderliche Sensorik immer kostengünstiger zur Verfügung steht (vgl. EL-SHEIMY 2000, SHIN 2005). Damit einher geht die Entwicklung von angepassten Modellansätzen, die über die Standardverfahren hinaus den spezifischen Sensoreigenschaften und den damit verbundenen Fehlerquellen Rechnung tragen. Jede Modellentwicklung sollte von einer Evaluation begleitet werden, die bereits in der Entwurfsphase in Abhängigkeit der zukünftigen Anwendung die Einhaltung a priori definierter Qualitätskriterien sicherstellt. Hinsichtlich der Kriterien Genauigkeit und Zuverlässigkeit ist mit der Methode der Varianz- und Sensitivitätsanalyse nach SALTELLI et al. (2000a) und (2004) ein Werkzeug der a priori Evaluation von Modellansätzen gegeben. Besondere Bedeutung kommt einer solchen Evaluation zu, wenn mit Hilfe der Fahrzeugpositionsbestimmung sichere Informationen für ADAS (Advanced Driver Assistance System) Anwendungen bereitgestellt werden sollen, die Relevanz für die Fahrsicherheit haben (vgl. WILTSCHKO / MÖHLENBRINK 2003). Zukünftige Navigationssysteme werden eine spurgenaue Ortung ermöglichen und die gesteigerte Genauigkeit der Positionsbestimmung innerhalb des Straßennetzes für die Fahrerassistenz verwerten.

Vor diesem Hintergrund ist die Zielsetzung dieser Arbeit entstanden:

- Filterentwicklung zur verbesserten Detektion von GPS-Ausreißern
- Beurteilung des Beitrags der varianz-basierten Sensitivitätsanalyse zur Modellentwicklung

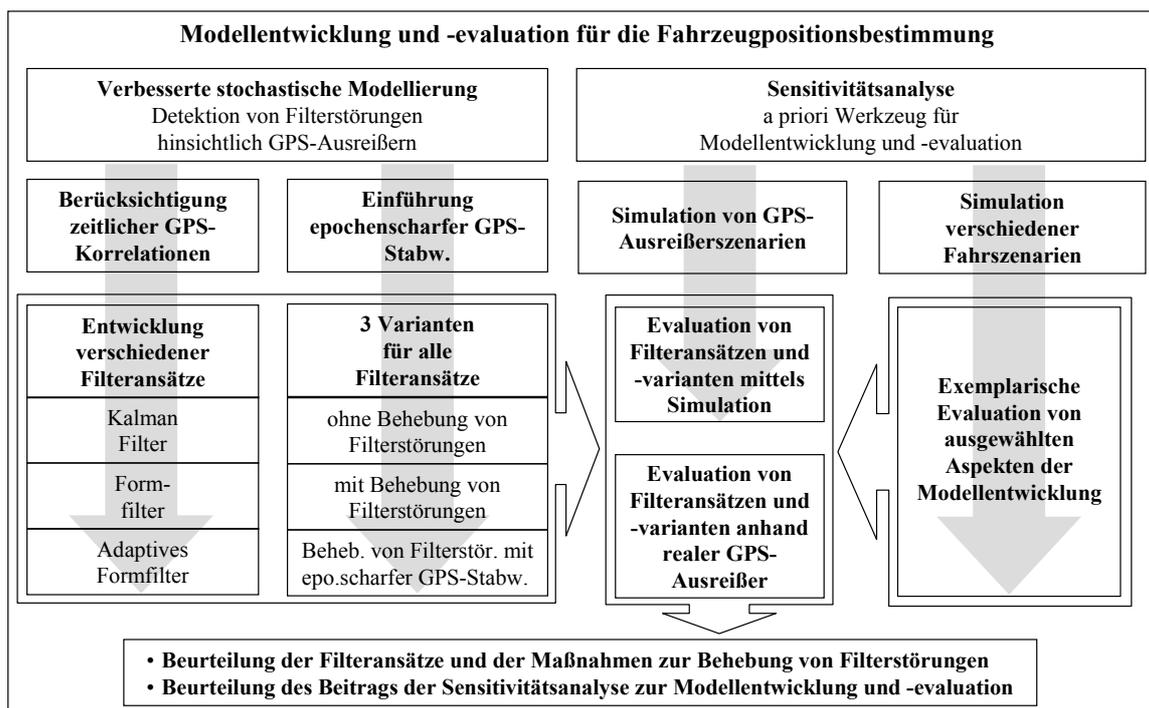


Abbildung 1: Entwicklungsschritte und Vorgehensweise in dieser Arbeit

Während andere Arbeiten auf die Verbesserung der Positionsbestimmung im Fall von GPS-Ausfall abzielen, ist der Schwerpunkt dieser Arbeit auf die Optimierung der Fahrzeugposition beim Vorhandensein von GPS-Positionen mit geringer Qualität, d.h. mit erhöhtem Messrauschen oder Ausreißern, gelegt. Diese Herangehensweise ist auch vor dem Hintergrund gewählt, dass High Sensitivity GPS (HSGPS)-Sensoren inzwischen marktüblich sind. Der flächendeckende Einsatz dieser neuen Chiptechnologie wird eine zunehmende Verfügbarkeit von GPS-Positionen auch im innerstädti-

schen Bereich und anderen Umgebungen mit schwierigen Empfangsbedingungen ermöglichen (WIESER / HARTINGER 2006). Während in abschattungsfreien Bereichen zuverlässige Positionen mit kleiner Standardabweichung erzielt werden, wird unter schwierigen Bedingungen die erhöhte Verfügbarkeit bei gleichzeitigem Auftreten von höherem Messrauschen und Ausreißern erreicht (EISFELLER et al. 2005, LACHAPPELLE et al. 2004).

Der in dieser Arbeit aufgegriffene und weiter modifizierte Ansatz zur Fahrzeugpositionsbestimmung basiert auf einem Multisensorsystem, das sich an die aufgrund der Fahrsicherheit (Anti-Blockiersystem (ABS) und Elektronisches Stabilitätsprogramm (ESP)) bereits im Fahrzeug verfügbare Sensorik anlehnt und damit im Low-Cost Bereich angesiedelt ist. Die hier angestrebte Optimierung soll mit Hilfe einer korrekten stochastischen Modellierung der in das Filter eingehenden GPS-Positionen erreicht werden. Ziel dieser Vorgehensweise ist eine verbesserte Detektion von Filterstörungen und deren Behebung. Zwei Ansätze werden verfolgt:

- Berücksichtigung zeitlicher Korrelationen der GPS-Positionen in einem Formfilter-Ansatz
- Einführung von epochenscharfen GPS-Standardabweichungen in das stochastische Modell des Filters

Zur Ermittlung des Potenzials einer verbesserten Detektion von Filterstörungen und einer Steigerung der Testgüte im Kalman-Filter durch die Einführung einer korrekten stochastischen Modellierung von GPS-Positionen sind als Evaluationskonzept zwei verschiedene Untersuchungen vorgesehen:

- Zum einen erfolgt die Beurteilung der entwickelten Filter-Ansätze auf Basis von Simulationen und anschließender Varianz- und Sensitivitätsanalyse.
- Zum anderen werden umfangreiche reale Messfahrtdaten für die Untersuchung der Filter-Ansätze herangezogen.

Eine weitere Zielsetzung dieser Arbeit ist es, den Beitrag der Varianz- und Sensitivitätsanalyse zur Modellentwicklung und -evaluation zu ermitteln. Dieses geschieht nach folgender Vorgehensweise:

- Die Ergebnisse der Varianz- und Sensitivitätsanalyse werden mit denen der Varianzfortpflanzung für einfache Beispiele der Punktbestimmung bis hin zur Auswertung im Kalman-Filter verglichen.
- An zwei Beispielen aus der Fahrzeugpositionsbestimmung wird die Anwendung der Varianz- und Sensitivitätsanalyse zur Analyse der Filterwirkung, der Identifikation von einflussreichen Eingangsgrößen und deren quantitativer Anteil an der Varianz der im Filter geschätzten Zustandsgrößen aufgezeigt.
- Die Aussagen der a priori Evaluation mittels Varianz- und Sensitivitätsanalyse bezüglich der entwickelten Filter-Ansätze werden mit der Analyse anhand realer Messfahrtdaten verglichen.

Damit kann über die Beurteilung der Filter-Ansätze hinsichtlich ihrer Leistungsfähigkeit einer verbesserten Detektion und Behebung von Filterstörungen hinaus das Potenzial der Varianz- und Sensitivitätsanalyse als Werkzeug der a priori Evaluation von Filter-Ansätzen untersucht werden. Die durchgeführten Entwicklungsschritte und die Vorgehensweise in dieser Arbeit sind in der Abbildung 1 dargestellt.

1.2 Vorgehensweise

Im Anschluss an die Einleitung werden im zweiten Kapitel die Grundlagen zur Modellentwicklung und -evaluation, die für diese Arbeit relevant sind, dargestellt. Das Modell wird auf der Basis des Kalman-Filters entwickelt. Ausgehend vom diskreten Kalman-Filter-Algorithmus erfolgt eine Überführung auf das erweiterte Kalman-Filter, dem sich die Darstellung des Formfilters anschließt. Im letzten Abschnitt wird der Ansatz für ein adaptives Formfilter aufgezeigt. Die Modellevaluation erfolgt anhand der Methode der varianz-basierten Sensitivitätsanalyse. Einleitend werden die allgemeinen Zielsetzungen der Sensitivitätsanalyse dargelegt und die für die Arbeit wichtigen Sensitivitätsmaße erläutert. Die hier verwendeten Verfahren zur Bestimmung der Sensitivitätsmaße, der Extended Fourier Amplitude Sensitivity Test und das Replicated Latin Hypercube Sampling, werden kurz aufgeführt. Ebenso wird ein Verfahren zur Erzeu-

gung korrelierter Stichproben zur Simulation des zeitlich korrelierten Messrauschens der GPS-Positionen dargestellt. Das Grundlagenkapitel schließt mit einigen Anmerkungen zur Anwendung der Sensitivitätsanalyse.

Das dritte Kapitel gibt einen kurzen Überblick über die Methode der Zeitreihenanalyse, um darauf aufbauend die im Rahmen dieser Arbeit verwendeten Datensätze von kinematischen DGPS-Messungen zu untersuchen. Die erwartete Erhaltensneigung kann anhand der Daten nachgewiesen und eine Autokorrelationsfunktion bestimmt werden. Dieser Nachweis untermauert die weitere Vorgehensweise, die Entwicklung eines Formfilter-Ansatzes zur korrekten stochastischen Modellierung nicht weißen Messrauschens im Filter.

Dieses Ziel aufgreifend werden im vierten Kapitel die drei in dieser Arbeit entwickelten Ansätze (Kalman-Filter, Formfilter und adaptives Formfilter) zur Fahrzeugpositionsbestimmung sowohl hinsichtlich des funktionalen als auch des stochastischen Modells dargestellt.

Im fünften Kapitel wird die Anwendung der Varianz- und Sensitivitätsanalyse für die Evaluation von Modellauswertungen gezeigt. Zunächst erfolgt eine Darstellung für einfache Verfahren der Punktbestimmung im Vergleich zur Genauigkeitsabschätzung mittels Varianzfortpflanzung. Anhand einer Überleitung auf die Auswertung im Kalman-Filter wird der Einsatz der Varianz- und Sensitivitätsanalyse im Rahmen dieser Arbeit begründet. Im Anschluss daran werden exemplarisch ausgewählte Aspekte der Modellentwicklung mit Hilfe der Varianz- und Sensitivitätsanalyse untersucht und die Bedeutung ihrer Ergebnisse aufgezeigt.

Im sechsten Kapitel werden die im Rahmen dieser Arbeit entwickelten Filter-Ansätze untersucht. Als Evaluationskonzept ist sowohl eine Varianz- und Sensitivitätsanalyse als auch eine Analyse anhand realer Messfahrtdaten vorgesehen. Für die Varianz- und Sensitivitätsanalyse werden in Anlehnung an in empirischen Daten auftretende Ausreißercharakteristiken verschiedene Szenarien mit GPS-Ausreißern simuliert. Bei der Evaluation der Filter-Ansätze mit empirischen Fahrtdaten wird der Schwerpunkt ebenfalls auf die Untersuchung von Epochen mit GPS-Ausreißern gelegt. Die Evaluation mit simulierten und empirischen Daten wird genutzt, um den Beitrag der Varianz- und Sensitivitätsanalyse für die Modellentwicklung und -evaluation zu beurteilen.

Die Arbeit schließt mit einer Zusammenfassung: Die anhand der realen Messfahrtdaten nachgewiesene zeitliche Korrelation der vorliegenden DGPS-Positionslösungen führt in einer daraus abgeleiteten Formfilter-Modellierung zu keiner verbesserten Detektion von Filterstörungen. Die Einführung epochenscharfer GPS-Standardabweichung bewirkt eine verbesserte Zustandsschätzung. Die Varianz- und Sensitivitätsanalyse zeigt dieselben Ergebnisse, wie sie aus realen Fahrtdaten abgeleitet werden können. Damit bestätigt sich die Leistungsfähigkeit der Varianz- und Sensitivitätsanalyse als a priori Werkzeug für die Modellentwicklung und -evaluation. In einem Ausblick werden weitere mögliche Arbeitsfelder in diesem Themenumfeld benannt.

2 Grundlagen zur Modellentwicklung und -evaluation

2.1 Kalman-Filter

Das Kalman-Filter ist ein nicht nur in der Geodäsie weit verbreiteter Auswertalgorithmus, der 1960 von R. E. Kalman (KALMAN 1960) dargelegt worden ist. Weitere Darstellungen finden sich z.B. in GELB (1974), SCHRICK (1977) und HEUNECKE (1995). Das Filter wird im Wesentlichen charakterisiert durch die gewichtete Zusammenführung von a priori funktional beschriebenen Modellverhalten (Systemgleichungen) und zu einem bestimmten Zeitpunkt ermittelten Beobachtungen (Messgleichungen) (HEUNECKE 1995, WELSCH et al. 2000). Die Schätzung im Kalman-Filter ist erwartungstreu, weist minimale Varianz auf und ist damit optimal (SCHRICK 1977).

2.1.1 Diskretes Kalman-Filter

In diesem Abschnitt erfolgt eine Darstellung des diskreten Kalman-Filter-Algorithmus, d.h. es wird von einem diskret formulierten Systemverhalten und Beobachtungen zu diskreten Zeitpunkten ausgegangen. Die Nomenklatur folgt in Anlehnung an HEUNECKE (1995) und WELSCH et al. (2000) der in der Geodäsie üblichen Schreibweise.

Der Vektor der Zustandsgrößen $\tilde{\mathbf{x}}_k$ enthält die das System beschreibenden Größen und die Systemgleichung ist mit

$$\tilde{\mathbf{x}}_{k+1} = \mathbf{T} \cdot \tilde{\mathbf{x}}_k + \mathbf{B} \cdot \tilde{\mathbf{u}}_k + \mathbf{C} \cdot \mathbf{w}_k \quad (2.1.1)$$

gegeben. Im Fall linearer Systemgleichungen sind die Matrizen \mathbf{T} , \mathbf{B} und \mathbf{C} zeitinvariant und werden hier ohne Index geschrieben. Sie haben die folgende Bedeutung: Die Transitionsmatrix \mathbf{T} modelliert das Übertragungsverhalten des Systems vom Zeitpunkt t_k auf den Zeitpunkt t_{k+1} , die Stellgrößenmatrix \mathbf{B} beschreibt den deterministischen Einfluss der Stellgrößen $\tilde{\mathbf{u}}_k$ auf das Übertragungsverhalten und mit der Störgrößenmatrix \mathbf{C} werden nicht deterministisch modellierte, äußere Fehlereinflüsse \mathbf{w}_k berücksichtigt.

In den Messgleichungen wird der funktionale Zusammenhang zwischen den Beobachtungen \mathbf{l}_{k+1} (Messdaten) und den Zustandsgrößen \mathbf{x} durch die Konfigurationsmatrix \mathbf{A} beschrieben:

$$\mathbf{l}_{k+1} = \mathbf{A} \cdot \tilde{\mathbf{x}}_{k+1} + \boldsymbol{\varepsilon}_{k+1} \quad (2.1.2)$$

Die Umsetzung des Kalman-Filters in einer konkreten Anwendung führt auf den folgenden Algorithmus: Zur Prädiktion der Zustandsgröße $\bar{\mathbf{x}}_{k+1}$ aus der in der vorhergehenden Epoche geschätzten Zustandsgrößen $\hat{\mathbf{x}}_k$ wird die Formel (2.1.1) herangezogen, wobei die rein stochastisch modellierte Störgröße $\mathbf{w}_k = 0$ ist:

$$\bar{\mathbf{x}}_{k+1} = \mathbf{T} \cdot \hat{\mathbf{x}}_k + \mathbf{B} \cdot \mathbf{u}_k \quad (2.1.3)$$

Die Kovarianzmatrix der prädizierten Zustandsgrößen - im Folgenden kurz Kovarianzmatrix der Prädiktion genannt - ergibt sich mit Hilfe der Kovarianzfortpflanzung für die Formel (2.1.1) wie folgt:

$$\boldsymbol{\Sigma}_{\bar{\mathbf{x}}, k+1} = \mathbf{T} \cdot \boldsymbol{\Sigma}_{\hat{\mathbf{x}}, k} \cdot \mathbf{T}^T + \mathbf{B} \cdot \boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{u}} \cdot \mathbf{B}^T + \mathbf{C} \cdot \boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{w}} \cdot \mathbf{C}^T \quad (2.1.4)$$

Darin sind $\boldsymbol{\Sigma}_{\hat{\mathbf{x}}, k}$, $\boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{u}}$ und $\boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{w}}$ die zu den entsprechenden Größen zugehörigen Kovarianzmatrizen.

Die Innovation ergibt sich aus der Differenz zwischen den zum Zeitpunkt t_{k+1} vorliegenden Beobachtungen \mathbf{l}_{k+1} und den mit den Systemgleichungen auf denselben Zeitpunkt prädizierten Zustandsgrößen $\bar{\mathbf{x}}_{k+1}$, die mit Hilfe der Konfigurationsmatrix \mathbf{A} in den Beobachtungsraum transformiert werden:

$$\mathbf{d}_{k+1} = \mathbf{l}_{k+1} - \mathbf{A} \cdot \bar{\mathbf{x}}_{k+1} \quad (2.1.5)$$

Die zugehörige Kovarianzmatrix der Innovation lautet:

$$\boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{d}} = \boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{l}} + \mathbf{A} \cdot \boldsymbol{\Sigma}_{\bar{\mathbf{x}}, k+1} \cdot \mathbf{A}^T \quad (2.1.6)$$

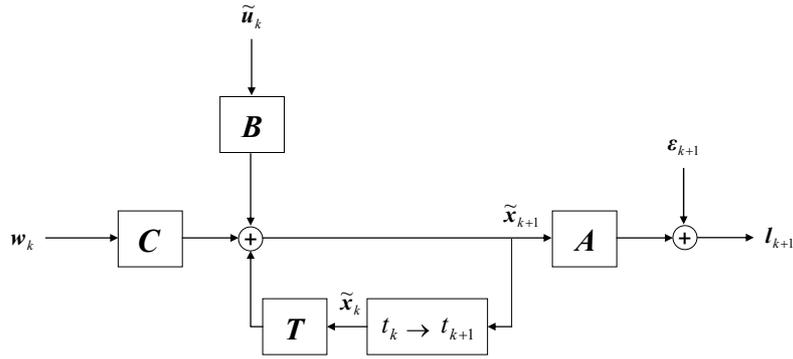


Abbildung 2: Darstellung des Kalman-Filters

Treten keine signifikanten Innovationen auf, entspricht das in der Systemgleichung formulierte Verhalten der durch die Messgleichung repräsentierten Realität, d.h. System- und Messgleichungen sind verträglich (HEUNECHE 1995; WELSCH et al. 2000). Der Globaltest wird auf Basis der Innovationen durchgeführt. Diese enthalten den Widerspruch zwischen den prädierten Zustandsgrößen und den vorliegenden Beobachtungen (PELZER 1987):

$$\frac{s_{0,k+1}^2}{s_0^2} = \frac{\mathbf{d}_{k+1}^T \boldsymbol{\Sigma}_{dd}^{-1} \mathbf{d}_{k+1}}{n_{k+1} \cdot s_0^2} \sim F_{n_{k+1}, f} \quad \text{mit}$$

f : Anzahl der Freiheitsgrade in s_0 (2.1.7)

n_{k+1} : Anzahl der Beobachtungen in der Epoche t_{k+1}

$F_{n_{k+1}, f}$: Quantil der Fisher-Verteilung

Nach dieser Überprüfung erfolgt die optimale Schätzung $\hat{\mathbf{x}}_{k+1}$ durch Aufdatieren der Zustandsgrößen, indem die Prädiktion und die Beobachtungen über die Verstärkungsmatrix gewichtet zusammengeführt werden:

$$\hat{\mathbf{x}}_{k+1} = \bar{\mathbf{x}}_{k+1} + \mathbf{K} \cdot \mathbf{d} \quad (2.1.8)$$

mit der Verstärkungsmatrix

$$\mathbf{K} = \boldsymbol{\Sigma}_{\bar{\mathbf{x}}, k+1} \cdot \mathbf{A}^T \cdot \boldsymbol{\Sigma}_{dd}^{-1} \quad (2.1.9)$$

Die Kovarianzmatrix der aufdatierten Zustandsgrößen ist:

$$\boldsymbol{\Sigma}_{\hat{\mathbf{x}}, k+1} = \boldsymbol{\Sigma}_{\bar{\mathbf{x}}, k+1} - \mathbf{K} \cdot \boldsymbol{\Sigma}_{dd} \cdot \mathbf{K}^T \quad (2.1.10)$$

Damit ist der Kalman-Filter-Algorithmus vollständig angegeben: Nach dem Aufstellen der System- und Messgleichungen (Formeln (2.1.1) und (2.1.2)) ist mit den Formeln (2.1.3) bis (2.1.10) eine rekursive optimale Schätzung des Systems bzw. der Zustandsgrößen möglich. Dieses ist schematisch in der Abbildung 2 dargestellt.

2.1.2 Erweitertes Kalman-Filter

Das Kalman-Filter liefert eine optimale Schätzung der Zustandsgrößen für lineare System- und Messgleichungen (KALMAN 1960). Bei der Anwendung der Filtertechnik zur Modellierung realer Systeme wird diese Voraussetzung häufig nicht oder nur teilweise erfüllt, so dass entgegen der vorausgesetzten Linearität nicht-lineare Gleichungen vorliegen (SCHRICK 1977; WELCH / BISHOP 1995). Dieses ist insbesondere der Fall für die im Rahmen dieser Arbeit behandelten Bewegungsgleichungen eines Fahrzeugs. Da hier die Modellierung der Fahrzeugbewegung (vgl. WANG (1997); AUSSEMS (1999)) ausschließlich rein geometrisch erfolgt, beziehen sich die folgenden Darstellungen auf nicht-lineare

geometrisch ableit- und interpretierbare funktionale Zusammenhänge. Eine allgemeingültige Darstellung zur Ableitung der Kalman-Filter Gleichungen in diesem Kontext findet sich in EICHHORN (2005).

Das Vorliegen einer Nicht-Linearität lässt sich formelmäßig ausdrücken, indem in den Gleichungen (2.1.1) und (2.1.2) die Terme $\mathbf{T} \cdot \tilde{\mathbf{x}}_k$, $\mathbf{B} \cdot \tilde{\mathbf{u}}_k$ und $\mathbf{A} \cdot \tilde{\mathbf{x}}_{k+1}$ durch die (nicht-linearen) Funktionen $f_{k+1,k}(t_{k+1,k}(\tilde{\mathbf{x}}_k), \mathbf{b}_{k+1,k}(\tilde{\mathbf{u}}_k))$ und $\mathbf{a}_{k+1}(\tilde{\mathbf{x}}_{k+1})$ ersetzt werden:

$$\tilde{\mathbf{x}}_{k+1} = f_{k+1,k}(t_{k+1,k}(\tilde{\mathbf{x}}_k), \mathbf{b}_{k+1,k}(\tilde{\mathbf{u}}_k)) + \mathbf{C}_{k+1,k} \cdot \mathbf{w}_k \quad (2.1.11)$$

$$\mathbf{l}_{k+1} = \mathbf{a}_{k+1}(\tilde{\mathbf{x}}_{k+1}) + \boldsymbol{\varepsilon}_{k+1} \quad (2.1.12)$$

Da die Störgröße rein stochastisch mit Erwartungswert $\mathbf{w}_k = 0$ behandelt wird und somit keine Auswirkung auf die Prädiktion nach Formel (2.1.3) hat, erfolgt für $\mathbf{C}_{k+1,k}$ an dieser Stelle keine explizite Modellierung eines nicht-linearen Zusammenhangs.

Die erforderliche Linearisierung wird durch Taylor-Reihen Entwicklung für die System- und Beobachtungsgleichungen an der Stelle der geschätzten bzw. prädizierten Zustandsgrößen erreicht, wodurch das Kalman-Filter in das erweiterte Kalman-Filter (Extended Kalman-Filter) überführt wird (GELB 1974; SCHRICK 1977). Dieses führt hier durch Erweiterung der Darstellung in (CHUI / CHEN 1999) auf die Formeln:

$$f_{k+1,k}(t_{k+1,k}(\tilde{\mathbf{x}}_k), \mathbf{b}_{k+1,k}(\tilde{\mathbf{u}}_k)) = f_{k+1,k}(t_{k+1,k}(\hat{\mathbf{x}}_k), \mathbf{b}_{k+1,k}(\mathbf{u}_k)) + \mathbf{T}_{k+1,k}(\tilde{\mathbf{x}}_k - \hat{\mathbf{x}}_k) + \mathbf{B}_{k+1,k}(\tilde{\mathbf{u}}_k - \mathbf{u}_k) + \dots \quad (2.1.13)$$

$$\mathbf{a}_{k+1}(\tilde{\mathbf{x}}_{k+1}) = \mathbf{a}_{k+1}(\bar{\mathbf{x}}_{k+1}) + \mathbf{A}_{k+1}(\tilde{\mathbf{x}}_{k+1} - \bar{\mathbf{x}}_{k+1}) + \dots \quad (2.1.14)$$

Die Jakobi-Matrizen bilden sich wie folgt:

$$\begin{aligned} \mathbf{T}_{k+1,k} &= \left. \frac{\partial f_{k+1,k}(t_{k+1,k}(\tilde{\mathbf{x}}_k), \mathbf{b}_{k+1,k}(\tilde{\mathbf{u}}_k))}{\partial \tilde{\mathbf{x}}_k} \right|_{\tilde{\mathbf{x}}_k = \hat{\mathbf{x}}_k} \\ \mathbf{B}_{k+1,k} &= \left. \frac{\partial f_{k+1,k}(t_{k+1,k}(\tilde{\mathbf{x}}_k), \mathbf{b}_{k+1,k}(\tilde{\mathbf{u}}_k))}{\partial \tilde{\mathbf{u}}_k} \right|_{\tilde{\mathbf{u}}_k = \mathbf{u}_k} \\ \mathbf{A}_{k+1} &= \left. \frac{\partial \mathbf{a}_{k+1}(\tilde{\mathbf{x}}_{k+1})}{\partial \tilde{\mathbf{x}}_{k+1}} \right|_{\tilde{\mathbf{x}}_{k+1} = \bar{\mathbf{x}}_{k+1}} \end{aligned} \quad (2.1.15)$$

Unter Vernachlässigung von Termen höherer Ordnung ergibt sich ein approximiertes lineares Modell, wobei der verbleibenden Approximationsungenauigkeit durch eine entsprechende Anpassung der stochastischen Modellierung für die Störgröße \mathbf{w}_k Rechnung getragen wird:

$$\tilde{\mathbf{x}}_{k+1} = \mathbf{T}_{k+1,k} \cdot \tilde{\mathbf{x}}_k + \mathbf{B}_{k+1,k} \cdot \tilde{\mathbf{u}}_k + \mathbf{C}_{k+1,k} \cdot \mathbf{w}_k \quad (2.1.16)$$

$$\mathbf{l}_{k+1} = \mathbf{A}_{k+1} \cdot \tilde{\mathbf{x}}_{k+1} + \boldsymbol{\varepsilon}_{k+1} \quad (2.1.17)$$

Damit ergibt sich der im Folgenden dargestellte Algorithmus des erweiterten Kalman-Filters. Die in den Matrizen $\mathbf{T}_{k+1,k}$, $\mathbf{B}_{k+1,k}$ und \mathbf{A}_{k+1} enthaltene Abhängigkeit von der aktuellen Zustandsschätzung bzw. -prädiktion führt dazu, dass die Matrizen im Algorithmus teilweise nicht mehr zeitinvariant sind. Dies wird durch eine entsprechende Indizierung mit k bzw. $k+1$ deutlich gemacht, die beim konventionellen Kalman-Filter üblicherweise vernachlässigt wird (vgl. Abschnitt 2.1.1). Die Prädiktion des Systemzustands erfolgt mittels der nicht-linearen Systemgleichungen:

$$\bar{\mathbf{x}}_{k+1} = f_{k+1,k}(t_{k+1,k}(\hat{\mathbf{x}}_k), \mathbf{b}_{k+1,k}(\mathbf{u}_k)) \quad (2.1.18)$$

Die Kovarianzmatrix der Prädiktion behält bei diskreter Darstellung der Systemgleichungen ihre ursprüngliche Form:

$$\boldsymbol{\Sigma}_{\bar{\mathbf{x}},k+1} = \mathbf{T}_{k+1,k} \cdot \boldsymbol{\Sigma}_{\hat{\mathbf{x}},k} \cdot \mathbf{T}_{k+1,k}^T + \mathbf{B}_{k+1,k} \cdot \boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{u},k} \cdot \mathbf{B}_{k+1,k}^T + \mathbf{C}_{k+1,k} \cdot \boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{w},k} \cdot \mathbf{C}_{k+1,k}^T \quad (2.1.19)$$

Die Innovation und ihre Kovarianzmatrix werden zu

$$\mathbf{d}_{k+1} = \mathbf{I}_{k+1} - \mathbf{a}_{k+1}(\bar{\mathbf{x}}_{k+1}) \quad (2.1.20)$$

$$\Sigma_{dd,k+1} = \Sigma_{ll} + \mathbf{A}_{k+1} \cdot \Sigma_{\bar{\mathbf{x}},k+1} \cdot \mathbf{A}_{k+1}^T \quad (2.1.21)$$

Die Verstärkungsmatrix bildet sich nach

$$\mathbf{K}_{k+1} = \Sigma_{\bar{\mathbf{x}},k+1} \cdot \mathbf{A}_{k+1}^T \cdot (\Sigma_{ll} + \mathbf{A}_{k+1} \cdot \Sigma_{\bar{\mathbf{x}},k+1} \cdot \mathbf{A}_{k+1}^T)^{-1} \quad (2.1.22)$$

Die Schätzung der aufdatierten Zustandsgrößen und der zugehörigen Kovarianzmatrix lautet:

$$\hat{\mathbf{x}}_{k+1} = \bar{\mathbf{x}}_{k+1} + \mathbf{K}_{k+1} \cdot (\mathbf{I}_{k+1} - \mathbf{a}_{k+1}(\bar{\mathbf{x}}_{k+1})) \quad (2.1.23)$$

$$\Sigma_{\hat{\mathbf{x}},k+1} = \Sigma_{\bar{\mathbf{x}},k+1} - \mathbf{K}_{k+1} \cdot \Sigma_{dd,k+1} \cdot \mathbf{K}_{k+1}^T \quad (2.1.24)$$

Die Formel (2.1.24) führt dazu, dass die im erweiterten Kalman-Filter erreichbare Schätzgenauigkeit von der aktuellen Zustandsschätzung abhängig ist (GELB 1974). Das erweiterte Kalman-Filter geht bei linearem Systemverhalten und linearen Messgleichungen zum konventionellen Filter über (GELB 1974). In der Abbildung 3 ist eine schematische Darstellung des erweiterten Kalman-Filters gegeben.

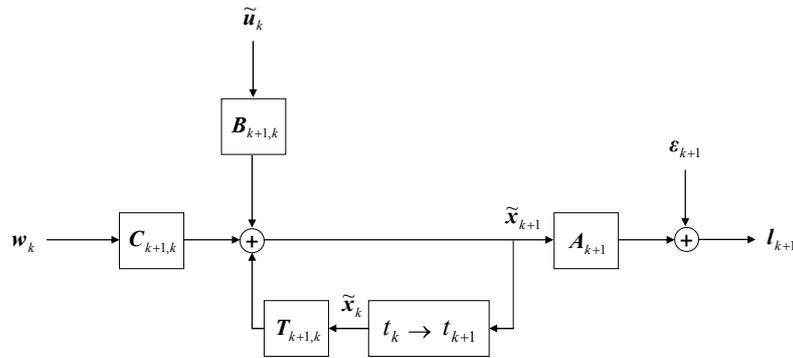


Abbildung 3: Darstellung des erweiterten Kalman-Filters, nach LIN (1991)

2.1.3 Formfilter

Die Standardformulierung des Kalman-Filters setzt für Mess- und Systemrauschen weißes Rauschen voraus (KALMAN 1960; SCHRICK 1977; WELCH / BISHOP 1995). Weißes Rauschen wird im Frequenzbereich durch eine konstante Leistungsdichte für alle beliebig dicht aufeinander folgenden Frequenzen charakterisiert, dies kommt aufgrund der daraus resultierenden nicht beschränkten Signalleistung in der Realität nicht vor (SCHLITT / DITTRICH 1972; SCHLITT 1992). Die Annahme weißen Rauschens für praktische Anwendungen ist zulässig, wenn die Leistungsdichte des Rauschens unterhalb der Grenzfrequenz des Systems hinreichend konstant, d.h. die Korrelationszeit des Rauschens klein gegenüber der im System interessierenden Zeit ist (BRYSON / JOHANSEN 1965; SCHRICK 1977; HUEP 1986; HEUNECKE 1995). Liegt dieser Fall nicht vor, ist von einem zeitlich korrelierten Rauschprozess auszugehen, der durch einen Formfilter als Erweiterung der Standardformulierung des Kalman-Filters zu modellieren ist (SCHRICK 1977; HUEP 1986). Dieser ermöglicht eine Aufspaltung des Rauschprozesses in einen informativen und einen nicht-informativen Anteil, so dass der informative Anteil funktional modelliert und als zusätzliche Zustandsgröße (State Vector Augmentation) dem System hinzugefügt werden kann (HEUNECKE 1995). Der so modellierte nicht weiße Rauschprozess wird nur noch von einem weißen Rauschen angeregt (GELB 1974; ISERMANN 1988), so dass das Formfilter-erweiterte Kalman-Filter die standardmäßig geforderten Voraussetzungen erfüllt und auf konventionelle Weise weiterbehandelt werden kann (HUEP 1986; SCHLITT 1992). Es werden farbige und rote Rauschprozesse unterschieden, deren charakteristische Eigenschaften und die Modelle zu ihrer Beschreibung finden sich z.B. in TAUBENHEIM (1969).

Formulierungen für die Formfilter-Erweiterung finden sich sowohl für korreliertes System- und/oder Messrauschen als auch für Abhängigkeiten zwischen System- und Messrauschen, die unterschiedlich zu behandeln sind. Als Quellen hierzu seien GELB (1974), BRAMMER / SIFFLING (1994) und GREWAL / ANDREWS (2001) genannt. Die folgenden Darstellungen beschränken sich auf den Fall korrelierten Messrauschens, wobei dieses aus einem korrelierten (informativen) und einem nicht korrelierten (nicht-informativen) Anteil zusammengesetzt sei, und stützen sich auf HUEP (1986), der den hier behandelten Fall an einem konkreten Beispiel anschaulich darlegt.

Ausgangspunkt für die Modellierung des Formfilters sind gemäß Abschnitt 2.1.2 die System- und Messgleichungen (2.1.16) und (2.1.17). Die Korrelation des Messrauschens führt dazu, dass zum Zeitpunkt t_{k+1} nicht die Beobachtungen I_{k+1} , sondern die um den korrelierten Anteil beeinflussten Beobachtungen I'_{k+1} vorliegen:

$$I'_{k+1} = I_{k+1} + \varepsilon_{k+1}^c \quad (2.1.25)$$

Dadurch wird die Messgleichung (2.1.17) zu

$$I'_{k+1} = A_{k+1} \cdot \tilde{x}'_{k+1} + \varepsilon_{k+1} \quad (2.1.26)$$

mit \tilde{x}'_{k+1} als systematisch verfälschte Zustandsgrößen. Zur Schätzung der unverfälschten Zustandsgrößen ist eine Bereinigung der vorliegenden Beobachtungen erforderlich:

$$I'_{k+1} = A_{k+1} \cdot \tilde{x}_{k+1} + \varepsilon_{k+1} + \varepsilon_{k+1}^c \quad (2.1.27)$$

Da ε_{k+1} ein weißes und ε_{k+1}^c ein korreliertes Rauschen beschreibt, können beide Anteile nicht zu einem entsprechend vergrößertem Messrauschen zusammengefasst werden, sondern das korrelierte Messrauschen wird als Formfilter-Erweiterung beschrieben (GELB 1974, CHUI / CHEN 1999):

$$\tilde{\varepsilon}_{k+1}^c = T_{k+1,k}^c \cdot \tilde{\varepsilon}_k^c + C_{k+1,k}^c \cdot w_k^c \quad (2.1.28)$$

Die Transitionsmatrix $T_{k+1,k}^c$ modelliert das zeitliche Verhalten des farbigen Rauschprozesses und w_k^c sei ein weißes Rauschen. Wird das korrelierte Rauschen mit $\tilde{\varepsilon}_{k+1}^c = \tilde{x}_{k+1}^c$ als Zustandsgröße aufgefasst, kann Formel (2.1.28) als

$$\tilde{x}_{k+1}^c = T_{k+1,k}^c \cdot \tilde{x}_k^c + C_{k+1,k}^c \cdot w_k^c \quad (2.1.29)$$

geschrieben werden. Die Erweiterung der Zustandsgrößen und der Systemgleichungen mit dem Formfilter ergibt sich wie folgt:

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} \tilde{x}_{k+1} \\ \tilde{x}_{k+1}^c \\ \tilde{x}_{k+1}^e \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} T_{k+1,1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & T_{k+1,k}^c \\ T_{k+1,k}^e & \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \tilde{x}_k \\ \tilde{x}_k^c \\ \tilde{x}_k^e \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} B_{k+1,1} \\ \mathbf{0} \\ B_{k+1,k}^e \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \tilde{u}_k \\ \tilde{u}_k^c \\ \tilde{u}_k^e \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} C_{k+1,k} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & C_{k+1,k}^c \\ C_{k+1,k}^e & \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} w_k \\ w_k^c \\ w_k^e \end{pmatrix} \text{ bzw.} \\ \tilde{x}_{k+1}^e &= T_{k+1,k}^e \cdot \tilde{x}_k^e + B_{k+1,k}^e \cdot \tilde{u}_k^e + C_{k+1,k}^e \cdot w_k^e \end{aligned} \quad (2.1.30)$$

Für die erweiterte Messgleichung gilt:

$$\begin{aligned} I'_{k+1} &= \begin{pmatrix} A_{k+1} & A_{k+1}^c \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \tilde{x}_{k+1} \\ \tilde{x}_{k+1}^c \end{pmatrix} + \varepsilon_{k+1} \text{ bzw.} \\ I'_{k+1} &= A_{k+1}^e \cdot \tilde{x}_{k+1}^e + \varepsilon_{k+1} \end{aligned} \quad (2.1.31)$$

Für die Kovarianzmatrix der Prädiktion ergibt sich aus Formel (2.1.30):

$$\begin{aligned} \Sigma_{\tilde{x}\tilde{x},k+1} &= \begin{pmatrix} T_{k+1,1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & T_{k+1,k}^c \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \Sigma_{\tilde{x}\tilde{x},k} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \Sigma_{\tilde{x}^c\tilde{x}^c,k} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} T_{k+1,1}^T & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & T_{k+1,k}^{cT} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} B_{k+1,1} \\ \mathbf{0} \end{pmatrix} \cdot \Sigma_{uu} \cdot \begin{pmatrix} B_{k+1,1}^T \\ \mathbf{0} \end{pmatrix} \\ &+ \begin{pmatrix} C_{k+1,k} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & C_{k+1,k}^c \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \Sigma_{ww} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \Sigma_{w^c w^c} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} C_{k+1,k}^T & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & C_{k+1,k}^{cT} \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (2.1.32)$$

Die erweiterten Matrizen werden in dem im Abschnitt 2.1.2 beschriebenen Kalman-Filter-Algorithmus ersetzt und es ergibt sich:

$$\mathbf{d}_{k+1} = \mathbf{l}'_{k+1} - \mathbf{A}_{k+1}^e \cdot \bar{\mathbf{x}}_{k+1}^e \quad \text{bzw.} \quad (2.1.33)$$

$$\mathbf{d}_{k+1} = \mathbf{l}'_{k+1} - \mathbf{A}_{k+1} \cdot \bar{\mathbf{x}}_{k+1} - \mathbf{A}_{k+1}^c \cdot \bar{\mathbf{x}}_{k+1}^c$$

$$\Sigma_{dd,k+1} = \Sigma_{ll} + \mathbf{A}_{k+1}^e \cdot \Sigma_{\bar{\mathbf{x}},k+1} \cdot \mathbf{A}_{k+1}^{eT} \quad (2.1.34)$$

$$\mathbf{K}_{k+1} = \Sigma_{\bar{\mathbf{x}},k+1} \cdot \mathbf{A}_{k+1}^{eT} \cdot \Sigma_{dd,k+1}^{-1} \quad (2.1.35)$$

$$\hat{\mathbf{x}}_{k+1}^e = \bar{\mathbf{x}}_{k+1}^e + \mathbf{K} \cdot \mathbf{d} \quad \text{bzw.} \quad (2.1.36)$$

$$\hat{\mathbf{x}}_{k+1}^e = \bar{\mathbf{x}}_{k+1}^e + \mathbf{K} \cdot (\mathbf{l}'_{k+1} - \mathbf{A}_{k+1} \cdot \bar{\mathbf{x}}_{k+1} - \mathbf{A}_{k+1}^c \cdot \bar{\mathbf{x}}_{k+1}^c)$$

$$\Sigma_{\hat{\mathbf{x}},k+1} = \Sigma_{\bar{\mathbf{x}},k+1} - \mathbf{K}_{k+1} \cdot \Sigma_{dd,k+1} \cdot \mathbf{K}_{k+1}^T \quad (2.1.37)$$

Der dargestellte Algorithmus verdeutlicht die Wirkung der Formfilter-Erweiterung auf die Zustandsschätzung. In der Formel (2.1.30) wird der korrelierte Rauschanteil ebenso wie die anderen Zustandsgrößen prädiziert. Mit Hilfe der Prädiktion erfolgt eine Bereinigung der Beobachtung (vgl. Formel (2.1.33)), so dass die aufdatierte Schätzung in Formel (2.1.36) vom Einfluss der Korrelation befreit ist. Gleichzeitig erfolgt in jeder Filtereпоche in üblicher Form eine Schätzung der erweiterten Zustandsgrößen, dem korrelierten Anteil. Die Komponenten des Formfilters sind in der Abbildung 4 schematisch dargestellt.

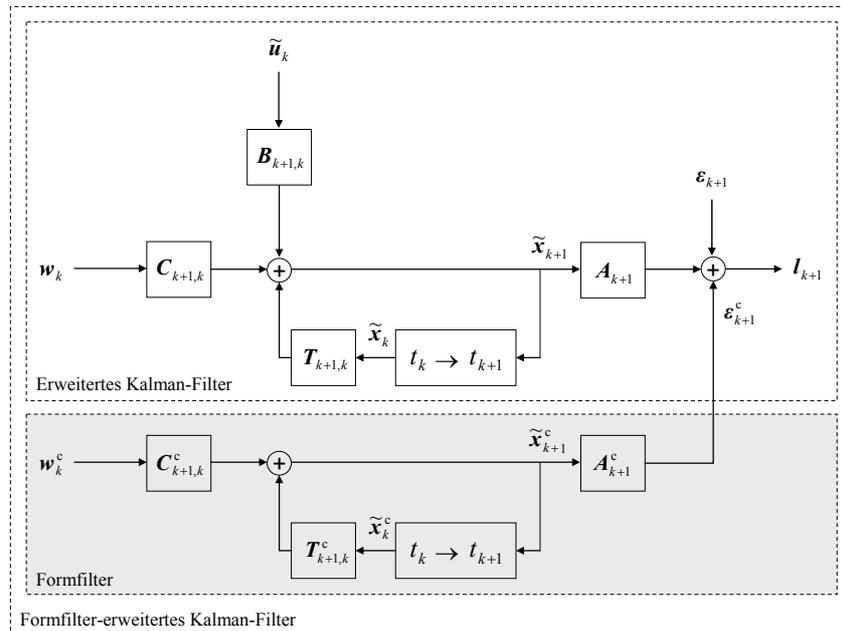


Abbildung 4: Darstellung des Formfilters, nach SCHEDING (1997)

2.1.4 Adaptives Formfilter

Das im Kalman-Filter aufgestellte Modell stellt unter mehreren Gesichtspunkten nur eine genäherte Beschreibung des realen Systems dar. Dieses ist zum einen dadurch bedingt, dass die realen Vorgänge nur ungenau bekannt sind, und zum anderen, dass sich diese nicht vollständig mathematisch beschreiben lassen. Des Weiteren sollte der zur Beschreibung gewählte Ansatz hinsichtlich der Handhabbarkeit und Beherrschbarkeit des Modells nur eine vertretbar große Anzahl von Parametern aufweisen.

Die Systemgleichungen können die Modellbeschreibung beeinflussende Koeffizienten aufweisen, die nicht Teil der eigentlichen Zustandsschätzung sind, aber dennoch nur näherungsweise bekannt und nicht varianzfrei sind (HEUNECKE 1995). Diese unbekannt Prozesskoeffizienten können zusammen mit der eigentlichen Zustandsschätzung im adaptiven Filter-Algorithmus bestimmt werden (SCHRICK 1977). Im diskreten Fall wird das adaptive Filter durch eine Zustandserweiterung realisiert (HEUNECKE 1995). Aus der gewöhnlichen Systemgleichung (Index g) mit der bekannten Form

$$\tilde{\mathbf{x}}_{k+1}^g = \mathbf{T}_{k+1,k}^g \cdot \tilde{\mathbf{x}}_k^g + \mathbf{B}_{k+1,k}^g \cdot \tilde{\mathbf{u}}_k + \mathbf{C}_{k+1,k}^g \cdot \mathbf{w}_k^g \quad (2.1.38)$$

und der erweiterten Gleichung der Prozesskoeffizienten (Index p), die mit einer Zufallsbewegung einen Random Walk Prozess beschreiben und für die ein Rauschen angenommen sei (HEUNECKE 1995),

$$\tilde{\mathbf{x}}_{k+1}^p = \tilde{\mathbf{x}}_k^p + \mathbf{C}_{k+1}^p \cdot \mathbf{w}_k^p \quad (2.1.39)$$

ergibt sich das gemeinsame Modell:

$$\begin{vmatrix} \tilde{\mathbf{x}}_{k+1}^g \\ \tilde{\mathbf{x}}_{k+1}^p \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \boldsymbol{\psi}(\tilde{\mathbf{x}}_k^g, \tilde{\mathbf{x}}_k^p, \tilde{\mathbf{u}}_k, \mathbf{w}_k^g) \\ \tilde{\mathbf{x}}_k^p + \mathbf{w}_k^p \end{vmatrix} \quad (2.1.40)$$

In der oberen Zeile der Formel (2.1.40) wird die Abhängigkeit der gewöhnlichen Gleichungen von den Prozesskoeffizienten deutlich. Das linearisierte Modell ergibt

$$\begin{vmatrix} \tilde{\mathbf{x}}_{k+1}^g \\ \tilde{\mathbf{x}}_{k+1}^p \\ \tilde{\mathbf{x}}_{k+1}^a \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \mathbf{T}_{k+1,k}^g & \mathbf{T}_{k+1,k}^{gp} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I}^p \\ \mathbf{T}_{k+1,k}^a & \mathbf{0} \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} \tilde{\mathbf{x}}_k^g \\ \tilde{\mathbf{x}}_k^p \\ \tilde{\mathbf{x}}_k^a \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \mathbf{B}_{k+1,k}^g \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{B}_{k+1,k}^a \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} \tilde{\mathbf{u}}_k \\ \tilde{\mathbf{u}}_k^p \\ \tilde{\mathbf{u}}_k^a \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \mathbf{C}_{k+1,k}^g & \mathbf{C}_{k+1,k}^{gp} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I}^p \\ \mathbf{C}_{k+1,k}^a & \mathbf{0} \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} \mathbf{w}_k^g \\ \mathbf{w}_k^p \\ \mathbf{w}_k^a \end{vmatrix} \text{ bzw.} \quad (2.1.41)$$

Darin ist mit $\mathbf{C}_{k+1,k}^p = \mathbf{I}^p$ jeder adaptiven Zustandskomponente \mathbf{x}_k^p ein individuelles Rauschen \mathbf{w}_k^p zugeordnet. Die Jakobi-Matrix bildet sich wie folgt

$$\mathbf{T}_{k+1,k}^{gp} = \left. \frac{\partial \boldsymbol{\psi}(\tilde{\mathbf{x}}_k^g, \tilde{\mathbf{x}}_k^p, \tilde{\mathbf{u}}_k, \mathbf{w}_k^g)}{\partial \tilde{\mathbf{x}}_k^p} \right|_{\tilde{\mathbf{x}}_k^p = \tilde{\mathbf{x}}_k^p} \quad (2.1.42)$$

und es gilt $\mathbf{T}_{k+1,k}^{gp} = \mathbf{C}_{k+1,k}^{gp}$ (HEUNECKE 1995). Die Messgleichung ist:

$$\mathbf{l}_{k+1} = \begin{vmatrix} \mathbf{A}_{k+1} & \mathbf{0} \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} \tilde{\mathbf{x}}_{k+1}^g \\ \tilde{\mathbf{x}}_{k+1}^p \end{vmatrix} + \boldsymbol{\varepsilon}_{k+1} \quad (2.1.43)$$

Die Übertragung der Gleichungen der adaptiven Filterung auf die in Abschnitt 2.1.2 beschriebene Formfilter-Erweiterung erfolgt derart, dass eine Bestimmung der Koeffizienten des modellierten Rauschprozesses möglich wird. Dafür wird die Hyperstruktur der Formel (2.1.30) in die Hyperstruktur der Formel (2.1.41) eingesetzt; d.h. die gewöhnliche Gleichung enthält das Kalman-Filter mit Formfilter-Erweiterung und die adaptive Filterpartition enthält die Prozesskoeffizienten (vgl. Abbildung 5):

$$\begin{vmatrix} \tilde{\mathbf{x}}_{k+1} \\ \tilde{\mathbf{x}}_{k+1}^c \\ \tilde{\mathbf{x}}_{k+1}^p \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \mathbf{T}_{k+1,k} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{T}_{k+1,k}^c & \mathbf{T}_{k+1,k}^{cp} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{I}^p \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} \tilde{\mathbf{x}}_k \\ \tilde{\mathbf{x}}_k^c \\ \tilde{\mathbf{x}}_k^p \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \mathbf{B}_{k+1,k} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{vmatrix} \cdot \tilde{\mathbf{u}}_k + \begin{vmatrix} \mathbf{C}_{k+1,k} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{C}_{k+1,k}^c & \mathbf{C}_{k+1,k}^{cp} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{I}^p \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} \mathbf{w}_k \\ \mathbf{w}_k^c \\ \mathbf{w}_k^p \end{vmatrix} \text{ bzw.} \quad (2.1.44)$$

$$\begin{vmatrix} \tilde{\mathbf{x}}_{k+1} \\ \tilde{\mathbf{x}}_{k+1}^c \\ \tilde{\mathbf{x}}_{k+1}^p \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \mathbf{T}_{k+1,k} \cdot \tilde{\mathbf{x}}_k + \mathbf{B}_{k+1,k} \cdot \tilde{\mathbf{u}}_k + \mathbf{C}_{k+1,k} \cdot \mathbf{w}_k \\ \mathbf{T}_{k+1,k}^c \cdot \tilde{\mathbf{x}}_k^c + \mathbf{T}_{k+1,k}^{cp} \cdot \tilde{\mathbf{x}}_k^p + \mathbf{C}_{k+1,k}^c \cdot \mathbf{w}_k^c + \mathbf{C}_{k+1,k}^{cp} \cdot \mathbf{w}_k^p \\ \mathbf{I}^p \cdot \tilde{\mathbf{x}}_k^p + \mathbf{I}^p \cdot \mathbf{w}_k^p \end{vmatrix}$$

Die zugehörige Messgleichung lautet

$$l'_{k+1} = \begin{bmatrix} A_{k+1} & A_{k+1}^c & \mathbf{0} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{x}}_{k+1} \\ \tilde{\mathbf{x}}_{k+1}^c \\ \tilde{\mathbf{x}}_{k+1}^p \end{bmatrix} + \varepsilon_{k+1} \text{ bzw.} \quad (2.1.45)$$

$$l'_{k+1} = A_{k+1} \cdot \tilde{\mathbf{x}}_{k+1} + A_{k+1}^c \cdot \tilde{\mathbf{x}}_{k+1}^c + \varepsilon_{k+1}$$

Die Erweiterung der Konfigurationsmatrix A mit $\mathbf{0}$ trägt dem Umstand Rechnung, dass die Prozesskoeffizienten nicht beobachtbar sind.

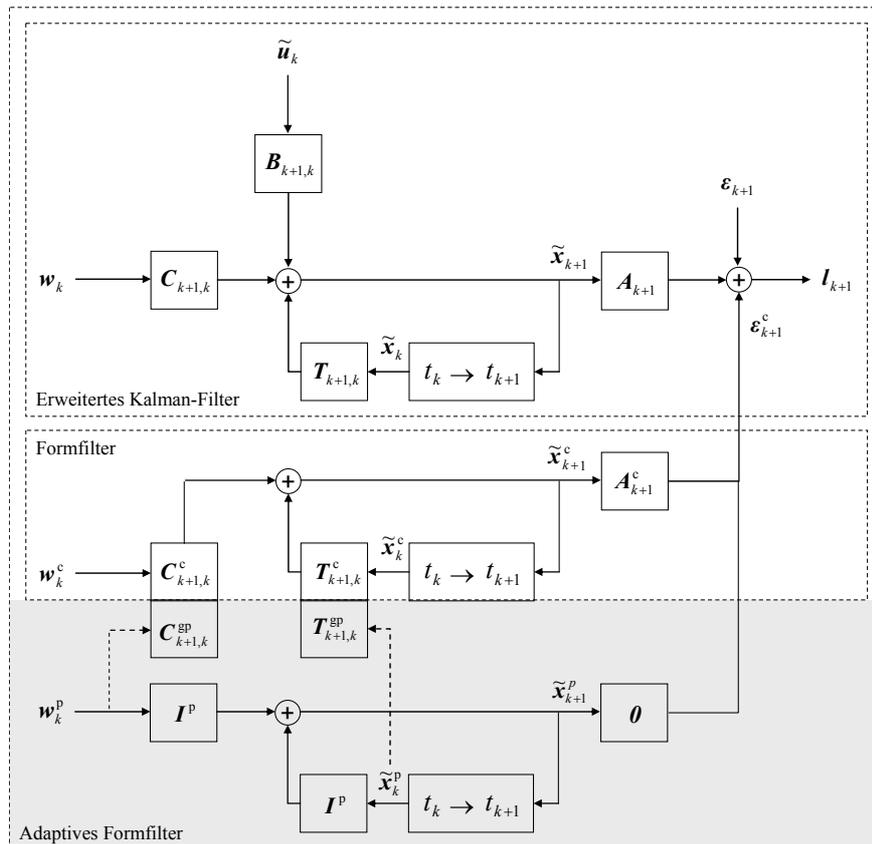


Abbildung 5: Darstellung des adaptiven Formfilters

2.2 Varianz-basierte Sensitivitätsanalyse

2.2.1 Einleitung

Allgemein formuliert werden mit Hilfe der Sensitivitätsanalyse die Beziehungen zwischen den Ein- und Ausgangsgrößen eines Modells analysiert (SALTELLI et al. 2000a). Dabei können sowohl Varianzen der Eingangsgrößen als auch der Modelleigenschaften und -parameter berücksichtigt werden (SCHWIEGER 2005). Dieses ermöglicht eine Anwendung der Sensitivitätsanalyse mit unterschiedlichen Zielsetzungen in vielen Fachdisziplinen wie z.B. die Analyse chemischer Modelle, Vorhersagen zur Bevölkerungsentwicklung und im Bereich der Beseitigung von radioaktivem Abfall. Eine Untergliederung und Erläuterung der allgemeinen Ziele der Sensitivitätsanalyse

- Modellvalidierung,
- Modelloptimierung,
- Identifikation wichtiger Eingangsgrößen,

- Identifikation von Modelleigenschaften und
- Risikobewertung

findet sich in SALTELLI et al. (2000a). Praktische Beispiele dazu sind in SALTELLI et al. (2000a) und (2004) dargestellt, sowie den Proceedings der Konferenzen „International Symposium on Sensitivity Analysis of Model Output“, z.B. SAMO (2004), zu entnehmen.

SCHWIEGER (2005) setzt die in den vorangehend genannten Literaturquellen definierte Sensitivitätsanalyse in ihrem allgemeinen Verständnis in den Kontext der Ingenieurgeodäsie und dem dort verbreiteten Begriff der Sensitivität. Er zeigt die konzeptionellen Unterschiede auf, die im Wesentlichen aus der lokalen Betrachtungsweise (kleiner Unsicherheitsbereich) innerhalb linearisierter Modelle in der Geodäsie resultieren. Das Potenzial einer hinsichtlich der Unabhängigkeit von den Modelleigenschaften allgemeingültiger anzuwendenden globalen Sensitivitätsanalyse für ingenieurgeodätische Anwendungen wird auf der Basis von SALTELLI et al. (2000a) beschrieben. Über die in der Ingenieurgeodäsie eingesetzten linearisierten analytischen Verfahren zur Genauigkeitsschätzung hinaus hat die Sensitivitätsanalyse auch für nicht-additive Modelle die folgenden Eigenschaften:

- Im Gegensatz zu lokalen Methoden, die auf partiellen Ableitungen basieren, besitzt die globale Sensitivitätsanalyse Gültigkeit über den gesamten Modellbereich und nicht nur in einem lokalen Bereich um einen Näherungswert.
- Globale Methoden sind nicht auf die gleichzeitige Änderung nur einer Eingangsgröße beschränkt, so dass Abhängigkeiten zwischen den Eingangsgrößen berücksichtigt werden können.

Die varianz-basierte Sensitivitätsanalyse gehört zu den Methoden der globalen Sensitivitätsanalyse und bietet folgende weitere Eigenschaft:

- Unabhängig von Modelleigenschaften wie Linearität, Additivität und Monotonie sind nicht nur qualitative sondern auch quantitative Aussagen hinsichtlich der Zuordnung der Varianz der Eingangsgrößen zu denen der Ausgangsgrößen möglich, vgl. CAMPOLONGO et al. (2000), SALTELLI (2002) und SCHWIEGER (2005).

Auf SCHWIEGER (2005) aufbauend werden in der vorliegenden Arbeit aufgrund der Betrachtung nicht-additiver Modelle ausschließlich varianz-basierte Sensitivitätsanalysemethoden aufgegriffen, die eine Untergruppe der stichprobenbasierten oder Monte-Carlo Methoden darstellen. Die resultierenden Sensitivitätsmaße werden auf Basis von Stichproben erzeugt, die die Grundgesamtheit innerhalb des individuellen Wertebereichs der Eingangsgrößen widerspiegeln (SCHWIEGER 2005).

Im Rahmen dieser Arbeit erfolgt die Anwendung der Sensitivitätsanalyse für eine a priori Evaluation von Filter-Ansätzen für die Positionsbestimmung bewegter Objekte. Die behandelten Fragestellungen umfassen hinsichtlich der Sensitivitätsanalyse die Identifikation von wichtigen Eingangsgrößen und Modelleigenschaften sowie die Modelloptimierung. Die Modellvalidierung als Untersuchung der Übereinstimmung von Realität und Modell erfolgt auf Basis des umfangreich vorliegenden Datenmaterials aus vier Messfahrten mit einem Multisensorsystem zur Fahrzeugpositionsbestimmung. Im Wesentlichen kommt die Sensitivitätsanalysemethode Extended Fourier Amplitude Sensitivity Test (s. Abschnitt 2.2.3) zum Einsatz. Zur Berücksichtigung der in dieser Arbeit ermittelten zeitlichen Korrelationen für die GPS-Positionen (vgl. Kapitel 2) wird die Methode Replicated Latin Hypercube Sampling eingesetzt (s. Abschnitt 2.2.4), da sie die Erzeugung korrelierter Stichproben ermöglicht. Damit wird im Rahmen der Sensitivitätsanalyse eine korrekte Simulation der stochastischen Eigenschaften der Eingangsgrößen erreicht und die simulierten Ergebnisse können im Vergleich zu den empirischen beurteilt werden. Die aus den Ergebnissen der Sensitivitätsanalyse getroffenen Aussagen sind bei Verwendung der Methode des Replicated Latin Hypercube Samplings dadurch eingeschränkt, dass die Methode streng genommen nur für additive Modelle gültig ist. Dieses wird in den folgenden Abschnitten deutlich gemacht und im Abschnitt 6.2 entsprechend berücksichtigt.

2.2.2 Sensitivitätsmaße

Die varianz-basierte Sensitivitätsanalyse basiert auf der Zerlegung der Varianz der Ausgangsgrößen in Abhängigkeit von der Varianz der Einflussgrößen, wie Eingangsgrößen oder Modellparametern, und damit auf der Berechnung von bedingten Varianzen. In diesem Abschnitt erfolgt eine kurze Darstellung der wesentlichen Zusammenhänge zur Bestimmung der Sensitivitätsmaße, um die spätere Anwendung und Interpretation zu verdeutlichen. Für weiterführende Literatur sei auf SALTELLI et al. (2000a), SALTELLI et al. (2004) und SCHWIEGER (2005) verwiesen.

Allgemein kann ein beliebiges Modell durch den folgenden funktionalen Zusammenhang dargestellt werden:

$$y = f(\mathbf{x}), \text{ mit } \mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & \dots & x_n \end{bmatrix}^T \quad (2.2.1)$$

Hier wird in Anlehnung an die allgemein gebräuchliche Darstellung die mathematische Notation eingeführt, so dass insbesondere die Größe x eine andere Bedeutung als im Abschnitt 2.1 hat. Für eine bessere Übersichtlichkeit der folgenden Darstellungen sei die Ausgangsgröße y ein Skalar, die von n Eingangsgrößen x abhängt. Die Varianz der Ausgangsgröße sei bezeichnet mit $V(y)$ und beinhaltet den Einfluss der Varianz aller Eingangsgrößen. Der Einfluss der Varianz einer Eingangsgrößen X_i auf die Varianz der Ausgangsgröße wird bestimmt, indem die Reduktion der Varianz der Ausgangsgröße ermittelt wird, wäre der wahre Wert \tilde{x}_i dieser Eingangsgröße bekannt (SALTELLI / TARANTOLA 2002). Die zugehörige reduzierte Varianz lässt sich formelmäßig beschreiben durch

$$V(y | X_i = \tilde{x}_i) \quad (2.2.2)$$

und gibt mit obiger Festlegung die Varianz der Ausgangsgröße y aufgrund aller Eingangsgrößen außer X_i an. Zur Identifikation einer einflussreichen Eingangsgröße ist diejenige gesucht, für die der Ausschluss ihrer Varianz zur größten Reduktion der Varianz der Ausgangsgröße führt, für die die reduzierte Varianz $V(y | X_i = \tilde{x}_i)$ also den kleinsten Wert annimmt. Da der wahre Wert \tilde{x}_i von X_i nicht bekannt ist, wird die erwartete reduzierte Varianz als Mittelwert über alle möglichen Werte von \tilde{x}_i berechnet (SALTELLI / TARANTOLA 2002). Man erhält den Erwartungswert der reduzierten Varianz von y , wenn X_i am wahren Wert \tilde{x}_i festgehalten werden könnte (CHAN et al. 1997):

$$E[V(y | X_i)] = \iint [y - E(y | X_i)]^2 f_{y|X_i}(y) dy f_X(x) dx \quad (2.2.3)$$

mit dem bedingten Erwartungswert von y

$$E(y | X_i) = \int y f_{y|X_i}(y) dy \quad (2.2.4)$$

Die bedingte Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion von Y , wenn X gegeben ist und die beiden Zufallsvariablen X und Y eine gemeinsame Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion $f_{X,Y}(x, y)$ besitzen, ist definiert für alle Y und für alle X mit $f_X(x) > 0$ (PARZEN 1962):

$$f_{y|X}(y) = \frac{f_{X,Y}(x, y)}{f_X(x)} = \frac{f_{X,Y}(x, y)}{\int f_{X,Y}(x, y) dy} \quad (2.2.5)$$

Die Abhängigkeit von \tilde{x}_i in der inneren Varianz in Formel (2.2.3) wird nicht mehr dargestellt, da sie durch die äußere Mittelbildung aufgehoben wird (SALTELLI et al. 2004). In Worten formuliert ergibt sich der Erwartungswert der reduzierten Varianz, indem für jeden festgehaltenen Wert von \tilde{x}_i die Varianz aufgrund der anderen Eingangsgrößen bestimmt und diese dann über alle Werte von \tilde{x}_i gemittelt wird. Diese Vorgehensweise charakterisiert allgemein die Methoden der globalen Sensitivitätsanalyse und ist unter dem Begriff der mehrdimensionalen Mittelbildung bekannt (SALTELLI 2002).

Die Gesamtvarianz $V(y)$ setzt sich entsprechend der Varianzzerlegung (PARZEN 1962) wie folgt zusammen:

$$V(y) = V[E(y | X_i)] + E[V(y | X_i)] \quad (2.2.6)$$

$V[E(y | X_i)]$ ist die Varianz des bedingten Erwartungswertes bzw. bedingte Varianz:

$$V[E(y | X_i)] = \int [E(y | X_i) - E(y)]^2 f_x(x) dx \quad (2.2.7)$$

Der erste Term der rechten Seite von Gleichung (2.2.6) beschreibt die Unsicherheiten in der Ausgangsgröße aufgrund der Eingangsgröße X_i und die erwartete reduzierte Varianz nach Formel (2.2.3) entspricht einem Restterm, der alle Unsicherheiten enthält, die nicht auf diese Eingangsgröße zurückzuführen sind. Das sind entsprechend obiger Ausführungen Unsicherheiten aufgrund der anderen Eingangsgrößen (CHAN et al. 2000). Da $V(y)$ konstant ist, entspricht mit Gleichung (2.2.6) die Suche nach einem kleinen $E[V(y | X_i)]$ zur Bestimmung einer einflussreichen Eingangsgröße der Suche nach einem großen $V[E(y | X_i)]$. Die Bedeutung dieser Größe ist der Gleichung (2.2.7) zu entnehmen. Sie bestimmt den Einfluss des Wertebereichs von X_i auf y , d.h. in welchem Maß $E(y | X_i)$ der Ausgangsgröße y entspricht. Wenn die gesamte Variation von y durch die Veränderung von $E(y | X_i)$ über den Wertebereich von X_i hervorgerufen wird, dann ist X_i die einzige wichtige Eingangsgröße. Die Variation von $E(y | X_i)$ wird gerade durch $V[E(y | X_i)]$ bestimmt (CHAN et al. 2000).

Damit ergibt sich das mit Hilfe der Gesamtvarianz $V(y)$ normierte erste Sensitivitätsmaß, der Sensitivitätsindex 1. Ordnung:

$$S_i = \frac{V[E(y | X_i)]}{V(y)} \quad (2.2.8)$$

Mit den Sensitivitätsindizes 1. Ordnung können die Eingangsgrößen unabhängig von Modelleigenschaften nach ihrer Wichtigkeit priorisiert werden. Eine quantitative Abschätzung des Einflusses der Eingangsgrößen auf die Varianz der Ausgangsgröße ist mit den Sensitivitätsindizes 1. Ordnung für nicht-additive Modelle nicht möglich, da Effekte höherer Ordnung zu berücksichtigen sind, die aufgrund von im Modell entstehenden Abhängigkeiten zwischen den Eingangsgrößen erzeugt werden (SCHWIEGER 2005). Dieses führt zur Bestimmung der Gesamteffekte, auf die im Folgenden übergeleitet wird.

Auf der Basis einer Funktionszerlegung für Formel (2.2.1) stellt SOBOL (1993) die Gesamtvarianz $V(y)$ für stochastisch unabhängige Eingangsgrößen dar als

$$V(y) = \sum_{i=1}^n V_i + \sum_{i=1}^n \sum_{j=i+1}^n V_{ij} + \sum_{i=1}^n \sum_{j=i+1}^n \sum_{k=j+1}^n V_{ijk} + \dots + \sum \dots V_{ijk \dots n} \quad (2.2.9)$$

Für die Effekte erster und höherer Ordnung gilt (SALTELLI et al. 2004)

$$\begin{aligned} V_i &= V[E(y | X_i)] \\ V_{ij} &= V[E(y | X_i, X_j)] - V_i - V_j \\ V_{ijk} &= V[E(y | X_i, X_j, X_k)] - V_{ij} - V_{ik} - V_{jk} - V_i - V_j - V_k \end{aligned} \quad (2.2.10)$$

und so weiter. $V[E(y | X_i, X_j)]$ ist der gemeinsame Effekt von X_i und X_j und V_{ij} beschreibt als Effekt zweiter Ordnung den Einfluss aufgrund der Abhängigkeit zwischen X_i und X_j , der nicht durch die Summe der einzelnen Effekte von X_i und X_j allein erklärt ist (SALTELLI / TARANTOLA 2002; CHAN et al. 2000). In Analogie zu Formel (2.2.8) ergeben sich aus (2.2.13) die Sensitivitätsindizes höherer Ordnung zu

$$\begin{aligned} S_{ij} &= \frac{V[E(y | X_i, X_j)] - V_i - V_j}{V(y)} \\ S_{ijk} &= \frac{V[E(y | X_i, X_j, X_k)] - V_{ij} - V_{ik} - V_{jk} - V_i - V_j - V_k}{V(y)} \end{aligned} \quad (2.2.11)$$

bzw. allgemein

$$S_{ijk\dots n} = \frac{V_{ijk\dots n}}{V(y)} \quad (2.2.12)$$

Aus Formel (2.2.9) ergibt sich unabhängig von den Modelleigenschaften für stochastisch unabhängige Eingangsgrößen folgender Zusammenhang (SOBOL 1993):

$$\sum_{i=1}^n S_i + \sum_{i=1}^n \sum_{j=i+1}^n S_{ij} + \sum_{i=1}^n \sum_{j=i+1}^n \sum_{k=j+1}^n S_{ijk} + \dots + \sum \dots S_{ijk\dots n} = 1 \quad (2.2.13)$$

Diese Zerlegung ermöglicht die Berechnung des zweiten Sensitivitätsmaßes, des Gesamteffekts S_{Ti} einer Eingangsgröße, der aus den Sensitivitätsindizes verschiedener Ordnungen gebildet wird und somit die Abhängigkeiten zwischen den Eingangsgrößen berücksichtigt (HOMMA / SALTELLI 1996):

$$S_{Ti} = S_i + \sum_{j=1}^n S_{ij} + \sum_{j=1}^n \sum_{k=j+1}^n S_{ijk} + \dots + \sum \dots S_{ijk\dots n} \quad (2.2.14)$$

An Stelle der aufwendigen Berechnung aller Sensitivitätsindizes höherer Ordnungen, die X_i enthalten, wird auf die Berechnung der Varianz des bedingten Erwartungswertes $V[E(y | X_{-i})]$ für alle Eingangsgrößen außer X_i übergegangen. Nach SALTELLI / BOLADO (1998) gilt:

$$V[E(y | X_{-i})] = V[E(y | X_{1,2,\dots,i-1,i+1,\dots,n})] \quad (2.2.15)$$

Damit lässt sich unter Ausnutzung der Differenz zwischen der Summe der Sensitivitätsindizes aller Ordnungen und dem Gesamteffekt für X_i (Formeln (2.2.13) und (2.2.14)) und der allgemeinen Beziehung zur Varianzzerlegung (2.2.6) in Analogie zu Formel (2.2.8) ableiten:

$$S_{Ti} = 1 - \frac{V[E(y | X_{-i})]}{V(y)} = \frac{E(V[y | X_{-i}])}{V(y)} \quad (2.2.16)$$

Wobei durch den letzten Ausdruck in (2.2.16) die Bedeutung des Gesamteffekts anschaulich klar wird: $E(V[y | X_{-i}])$ ist die erwartete Varianz der Ausgangsgröße, die sich ergeben würde, wenn alle Eingangsgrößen außer X_i fest oder bekannt wären (SALTELLI et al. 2000b; SALTELLI et al. 2004). Demzufolge steht ein großer Gesamteffekt für eine einflussreiche Eingangsgröße X_i und ein kleiner Gesamteffekt für eine unbedeutende Eingangsgröße X_i .

Im Folgenden seien einige Anmerkungen zu den Informationen gemacht, die sich aus den beiden Sensitivitätsmaßen und den formelmäßigen Zusammenhängen ableiten lassen. Für additive Modelle werden alle höheren Ordnungen in (2.2.9) bzw. (2.2.13) zu Null, da keine Abhängigkeiten zwischen den Eingangsgrößen bestehen (SALTELLI et al. 2004), so dass gilt

$$\text{für additive Modelle: } \sum_{i=1}^n S_i = 1 \text{ und } S_i = S_{Ti} \quad (2.2.17)$$

Umgekehrt führt die Vernachlässigung von Abhängigkeiten zwischen den Eingangsgrößen in nicht-additiven Modellen entsprechend Formel (2.2.13) dazu, dass

$$\text{für nicht-additive Modelle: } \sum_{i=1}^n S_i < 1 \quad (2.2.18)$$

Die Summe aller Gesamteffekte führt, da alle Sensitivitätsindizes höherer Ordnung mehrfach in die Berechnung von (2.2.14) einfließen (SOBOL 1993; SALTELLI et al. 2000b), auf

$$\text{für nicht-additive Modelle: } \sum_{i=1}^n S_{Ti} > 1 \quad (2.2.19)$$

Die im Kapitel 4 getroffenen Aussagen stützen sich überwiegend auf die Betrachtung der Gesamteffekte, wobei die Eingangsgrößen zu Gruppen zusammengefasst werden, vgl. SCHWIEGER (2005). Die Sensitivitätsmaße behalten bezogen auf die Eingangsgrößengruppe ihre Gültigkeit (s. SOBOL 1993; CHAN et al. 2000). Die im Abschnitt 6.2 durchgeführten Untersuchungen stützen sich auf die Sensitivitätsindizes 1. Ordnung. Die empirische Bestimmung der hier analytisch eingeführten Sensitivitätsmaße mit Hilfe von stichproben-basierten Verfahren ist mit verschiedenen Methoden möglich. Im Folgenden werden die verwendeten kurz beschrieben.

2.2.3 Extended Fourier Amplitude Sensitivity Test (Extended FAST)

Ursprünglich geht die Fourier Amplitude Sensitivity Test (FAST) Methode auf CUKIER et al. (1973, 1975, 1978) und SCHAIBLY / SHULER (1973) zurück. Die Weiterentwicklung durch SALTELLI / BOLADO (1998) und SALTELLI et al. (1999) zur Extended FAST Methode ermöglicht neben der Berechnung der Sensitivitätsindizes 1. Ordnung auch die Berechnung der Gesamteffekte (vgl. Abschnitt 2.2.2). Wesentliches Merkmal der Methode ist die Analyse der Sensitivität im Frequenzbereich, wobei der durch die Wertebereiche der Eingangsgrößen aufgespannte mehrdimensionale Raum durch eine Suchkurve über den gesamten Wertebereich eindimensional durchlaufen wird (CHAN et al. 2000). Da diese Methode identische Ergebnisse zu den Sobol Effekten 1. Ordnung und Gesamteffekten liefert (SALTELLI / BOLADO 1998, SALTELLI et al. 1999), aber ein besseres Konvergenzverhalten aufweist (SALTELLI et al. 1999, SCHWIEGER 2005), wird sie in der vorliegenden Arbeit zur Bestimmung der Sensitivitätsmaße herangezogen. Hier erfolgt der Vollständigkeit halber eine kurze Darstellung der Methode, für vertiefende Informationen sei auf die oben genannte Literatur verwiesen.

Jeder Eingangsgröße X_i wird zufällig mittels einer Funktion g eine Frequenz ω_i zugeordnet (SALTELLI et al. 2000b):

$$x_i(s) = g(\sin(\omega_i \cdot s)) \quad (2.2.20)$$

Die Wahl der Frequenzen ω_i muss dabei so getroffen werden, dass die ω_i und die zugehörigen Oberschwingungen linear unabhängig voneinander sind (SCHAIBLY / SHULER 1973; SALTELLI et al. 1999). Mittels dieser Transformation ist die Ausgangsgröße y von dem Parameter s abhängig

$$y = f(s) = f(x_1(s), x_2(s), \dots, x_n(s)) \quad (2.2.21)$$

und Einsetzen von (2.2.20) in (2.2.21) ergibt:

$$y = f(s) = f(g(\sin(\omega_1 \cdot s)), g(\sin(\omega_2 \cdot s)), \dots, g(\sin(\omega_n \cdot s))) \quad (2.2.22)$$

Unabhängig von der Wahl der Funktion g wird mit der Variation des Parameters s von $-\pi$ bis π eine Abdeckung des mehrdimensionalen Wertebereichs der Eingangsgrößen erreicht. Jede Eingangsgröße X_i oszilliert dabei periodisch entsprechend ihrer Frequenz ω_i . Mit dieser Darstellung der Ausgangsgröße y in Abhängigkeit des Parameters s wird die mehrdimensionale Integration auf ein Einfach-Integral zurückgeführt (CUKIER et al. 1978; CHAN et al. 1997; SALTELLI / BOLADO 1998). Zur Berechnung des Erwartungswertes und der Varianz der Ausgangsgröße werden Integrale der Form (SALTELLI / BOLADO 1998) aufgestellt:

$$E(Y) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(s) ds \quad \text{und} \quad (2.2.23)$$

$$V(y) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f^2(s) ds - \left(\frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(s) ds \right)^2 \quad (2.2.24)$$

Aufgrund ihrer Periodizität kann die Ausgangsgröße y in einer Fourier-Reihe entwickelt werden (CUKIER et al. 1978; SCHWIEGER 2005):

$$y = f(s) = A_0 + \sum_{k=1}^{\infty} (A_k \cdot \cos(k \cdot s) + B_k \cdot \sin(k \cdot s)) \quad (2.2.25)$$

mit den Fourier-Koeffizienten

$$\begin{aligned} A_k &= \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(s) \cos(k \cdot s) ds \quad \text{mit } k = 1, 2, \dots, \infty \\ B_k &= \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(s) \sin(k \cdot s) ds \\ A_0 &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(s) ds \end{aligned} \quad (2.2.26)$$

Der Schätzwert $V(y)$ für die Gesamtvarianz ist:

$$V(y) \approx \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{\infty} (A_k^2 + B_k^2) \quad (2.2.27)$$

Für eine einflussreiche Eingangsgröße weist die Ausgangsgröße an der zugehörigen Frequenz und deren Oberschwingungen große Amplituden auf (SALTELLI et al. 2000b). Da mit Hilfe der Fourier-Koeffizienten einer bestimmten Frequenz und deren Oberschwingungen die Unsicherheit der zugeordneten Eingangsgröße auf die Ausgangsgröße repräsentiert wird, können diese als Sensitivitätsmaße interpretiert werden (CUKIER et al. 1978). Der Schätzwert für die bedingte Varianz ergibt sich unter der Berücksichtigung von Oberschwingungen als ganzzahlige Vielfache von ω_i bis zu einer maximalen Ordnung m zu:

$$V[E(y | X_i)] = \frac{1}{2} \sum_{p=1}^m (A_{p\omega_i}^2 + B_{p\omega_i}^2) \quad (2.2.28)$$

Für detaillierte Ausführungen zur Festlegung der Funktion g und der Frequenzen ω_i , zu Effekten bedingt durch die Frequenzwahl, zur aus der Frequenzwahl resultierenden Stichprobengenerierung und zum Vernachlässigungsfehler, der durch die Beschränkung auf die Ordnung m entsteht, sei auf CUKIER et al. (1975) und (1978) sowie SALTELLI et al. (1999) verwiesen.

Mit den Formeln (2.2.27) und (2.2.28) ist eine Möglichkeit zur Bestimmung des Sensitivitätsindex 1. Ordnung nach Formel (2.2.8) gegeben. Die Weiterentwicklung zur Extended FAST Methode ermöglicht die Berechnung der Gesamtindizes durch die Festlegung von komplementären Frequenzen ω_{-i} , so dass das Spektrum aller Frequenzen vermindert um den Einfluss der Frequenz ω_i analysiert werden kann (SALTELLI et al. 1999). Die Frequenzen werden dabei so festgelegt, dass alle ω_{-i} geringe Werte aufweisen und ω_i einen hohen. Nähere Angaben dazu finden sich in SALTELLI et al. (1999), CHAN et al. (2000) und SCHWIEGER (2005). Ein Schätzwert für die bedingte Varianz $V[E(y | X_{-i})]$ kann wie folgt angegeben werden:

$$V[E(y | X_{-i})] = \frac{1}{2} \sum_{p=1}^m (A_{p\omega_{-i}}^2 + B_{p\omega_{-i}}^2) \quad (2.2.29)$$

Daraus resultiert mit Formel (2.2.27) der Gesamteffekt entsprechend Formel (2.2.16).

2.2.4 Replicated Latin Hypercube Sampling (rLHS)

Die Methode des replicated Latin Hypercube Sampling (rLHS) ermöglicht die Berechnung von so genannten Wichtigkeitsmaßen, die äquivalent zu den Sensitivitätsindizes 1. Ordnung sind (CHAN et al. 2000; SALTELLI et al. 2004). Im Rahmen dieser Arbeit wird diese Methode eingesetzt, da für ihre Anwendung keine stochastische Unabhängigkeit vor-

ausgesetzt ist und somit die Berücksichtigung von Korrelationen zwischen den Eingangsgrößen möglich ist. Auf die Einführung von Korrelationen in eine rLHS generierte Stichprobe wird im Abschnitt 2.2.5 eingegangen. Es erfolgt eine kurze Darstellung der Methode, weiterführende Hinweise finden sich in MCKAY (1995) und (1996) sowie CHAN et al. (2000) und SALTELLI et al. (2004).

Für die Generierung einer rLHS-Stichprobe wird eine LHS-Stichprobe als sogenannte Basis-Stichprobe verwendet (MCKAY 1995). Eine LHS-Stichprobe ist eine Matrix der Größe $m \times n$, wobei jede Spalte für eine der n Eingangsgrößen steht und die Anzahl der Zeilen m die Größe der Stichprobe angibt. Die Basis-Stichprobe sei mit \mathbf{D}_0 bezeichnet:

$$\mathbf{D}_0 = \begin{bmatrix} \mathbf{X}_1 & \mathbf{X}_2 & \dots & \mathbf{X}_n \end{bmatrix}, \text{ wobei} \quad (2.2.30)$$

$$\mathbf{X}_i = \begin{bmatrix} x_{i1} & x_{i2} & \dots & x_{im} \end{bmatrix}^T \text{ mit } i = 1, 2, \dots, n \quad (2.2.31)$$

Der Spaltenvektor einer Eingangsgröße X_i enthält m zufällig angeordnete Werte für x_{ji} ($j = 1, 2, \dots, m$), die aus gleichwahrscheinlichen Intervallen generiert werden; nähere Beschreibungen zur LHS-Stichprobengenerierung finden sich in MCKAY et al. (1979) und HELTON / DAVIS (2000). Aus r Wiederholungen der Basis-Stichprobe, d.h. aus r unabhängigen Permutationen der einzelnen Spalten der Matrix \mathbf{D}_0 , wird eine rLHS-Stichprobe generiert. Für die Wiederholung k ergibt sich:

$$\mathbf{D}_k = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{X}}_{1k} & \tilde{\mathbf{X}}_{2k} & \dots & \tilde{\mathbf{X}}_{nk} \end{bmatrix} \text{ mit } k = 1, 2, \dots, r \quad (2.2.32)$$

Dabei ist $\tilde{\mathbf{X}}_{ik}$ eine unabhängige Permutation des Spaltenvektors \mathbf{X}_i . Alle r Wiederholungen werden in einer Matrix zusammengefasst:

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} \mathbf{D}_1 & \mathbf{D}_2 & \dots & \mathbf{D}_r \end{bmatrix}^T \quad (2.2.33)$$

Dieses Verfahren der Stichprobengenerierung führt dazu, dass in jeder der r Wiederholungen die gleichen m Werte für jede einzelne Eingangsgröße enthalten sind, die aber in Bezug auf die verschiedenen Eingangsgrößen neu untereinander kombiniert sind. Aus jeder der r Wiederholung ergeben sich jeweils m Werte für die Ausgangsgröße, so dass insgesamt $m \cdot r$ Werte für die Ausgangsgröße vorliegen. Diese werden in einer Ergebnismatrix \mathbf{Y} abgelegt, die wie folgt aufgebaut ist:

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} & \dots & y_{1r} \\ y_{21} & y_{22} & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ y_{m1} & \dots & \dots & y_{mr} \end{bmatrix} \quad (2.2.34)$$

Damit sind die m über den gesamten Wertebereich ermittelten Ausgangsgrößen zeilenweise sortiert, während die r aus den Wiederholungen generierten Ausgangsgrößen spaltenweise angeordnet sind.

Für die Sensitivitätsanalyse können alle erforderlichen Größen aus dieser Gesamtstichprobe der Ergebnismatrix \mathbf{Y} berechnet werden. Das so genannte Gesamtstichprobenmittel ergibt sich aus dem Mittelwert über alle Zeilen und Spalten von \mathbf{Y}

$$\bar{y} = \frac{1}{m \cdot r} \sum_{k=1}^r \sum_{j=1}^m y_{jk} \quad (2.2.35)$$

und die Gesamtvarianz der Ausgangsgröße aus der Abweichung zum Gesamtmittel ist (MCKAY 1995):

$$V(y) = \frac{1}{m \cdot r} \sum_{k=1}^r \sum_{j=1}^m (y_{jk} - \bar{y})^2 \quad (2.2.36)$$

Die Herleitung des Sensitivitätsindex 1. Ordnung nach MCKAY (1995) ergibt sich unter Verwendung der anschaulicheren Schreibweise nach SALTELLI et al. (2004) wie folgt: Ohne Beschränkung der Allgemeingültigkeit seien die y_{jk} aus (2.2.34) innerhalb jeder Spalte so angeordnet, dass sie den x_{ji} der zu analysierenden Eingangsgröße X_i entsprechen. Für jede Eingangsgröße X_i lassen sich m Mittelwerte über die r Wiederholungen berechnen (SALTELLI et al. 2004):

$$E(y | X_i = \tilde{x}_{ji}) = \bar{y}_i^{(j)} = \frac{1}{r} \sum_{k=1}^r y_i^{(jk)} \quad (2.2.37)$$

Daraus lässt sich die Varianz schätzen mit

$$E\left(\sum_{j=1}^m (\bar{y}_i^{(j)} - \bar{y})^2\right) \cong m \cdot V(\bar{y}_i^{(j)}) \quad (2.2.38)$$

und mit Hilfe der Varianzzerlegung (vgl. (2.2.6) in Abschnitt 2.2.2) ergibt sich:

$$E\left(\sum_{j=1}^m (\bar{y}_i^{(j)} - \bar{y})^2\right) = m\left(V[E(\bar{y}_i^{(j)} | X_i = \tilde{x}_{ji})] + E[V[\bar{y}_i^{(j)} | X_i = \tilde{x}_{ji}]]\right) \quad (2.2.39)$$

Formel (2.2.39) ergibt sich mit (2.2.37) und unter der Berücksichtigung, dass die Abhängigkeit von j (über den Wertebereich) durch den Erwartungswertoperator verschwindet, zu:

$$E\left(\sum_{j=1}^m (\bar{y}_i^{(j)} - \bar{y})^2\right) = m\left(V[E(y | X_i)] + \frac{1}{r} E[V[y | X_i]]\right) \quad (2.2.40)$$

Umformen und Auflösen des Erwartungswert- und des Varianzoperators führt auf (MCKAY 1995):

$$V[E(y | X_i)] = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m (\bar{y}_i^{(j)} - \bar{y})^2 - \frac{1}{mr^2} \sum_{j=1}^m \sum_{k=1}^r (y_i^{(jk)} - \bar{y}_i^{(j)})^2 \quad (2.2.41)$$

Die Schätzung des Sensitivitätsindex 1. Ordnung erfolgt hier gemäß Formel (2.2.8) mit (2.2.36) und (2.2.41) zu:

$$S_i = \frac{r \cdot \sum_{j=1}^m (\bar{y}_i^{(j)} - \bar{y})^2 - \frac{1}{r} \sum_{j=1}^m \sum_{k=1}^r (y_i^{(jk)} - \bar{y}_i^{(j)})^2}{\sum_{k=1}^r \sum_{j=1}^m (y_{jk} - \bar{y})^2} \quad (2.2.42)$$

Der in SALTELLI et al. (2004) als

$$S'_i = \frac{r \cdot \sum_{j=1}^m (\bar{y}_i^{(j)} - \bar{y})^2}{\sum_{k=1}^r \sum_{j=1}^m (y_{jk} - \bar{y})^2} \quad (2.2.43)$$

angegebene Sensitivitätsindex 1. Ordnung entspricht mit dem Korrekturterm

$$S_i = S'_i - \frac{1}{r}(1 - S'_i) \quad (2.2.44)$$

unter Ausnutzung der bekannten Beziehung

$$\sum_{k=1}^r \sum_{j=1}^m (y_{jk} - \bar{y})^2 = r \cdot \sum_{j=1}^m (\bar{y}_i^{(j)} - \bar{y})^2 + \sum_{j=1}^m \sum_{k=1}^r (y_i^{(jk)} - \bar{y}_i^{(j)})^2 \quad (2.2.45)$$

der Darstellung in (2.2.42).

2.2.5 Berücksichtigung von korrelierten Eingangsgrößen

Die Ergebnisse der Varianz- und der Sensitivitätsanalyse werden wesentlich von der Modellierung der Varianz der Eingangsgrößen beeinflusst. Dieses betrifft nicht nur die korrekte Wahl der Verteilungsfunktion und deren charakterisierende Momente wie z.B. Erwartungswert und Standardabweichung im Fall der Normalverteilung, sondern auch die Berücksichtigung von Korrelationen zwischen den Eingangsgrößen. Die Darstellungen in Abschnitt 2.2.2 zur Herleitung der Sensitivitätsmaße sind gültig für stochastisch unabhängige Eingangsgrößen. Insbesondere die Varianzzerlegung nach (2.2.9) und die Zerlegung der gemeinsamen Effekte nach (2.2.10) haben beim Vorliegen von Korrelationen keine Gültigkeit mehr, obwohl letztere nach wie vor berechnet werden können (SALTELLI / TARANTOLA 2002). Die aus den $V[E(y | X_i, X_j)]$ berechneten Sensitivitätsmaße repräsentieren in diesem Fall keinen Einfluss, der sich exakt auf einzelne Eingangsgrößen und Abhängigkeiten zwischen Eingangsgrößen zurückführen lässt. Sind z.B. X_i oder X_j mit einer dritten Eingangsgröße X_k korreliert, hängt $V[E(y | X_i, X_j)]$ sowohl von der Stärke der Korrelation als auch von der Verteilung von X_k ab (SALTELLI / TARANTOLA 2002).

In TARANTOLA (2000) und SALTELLI / TARANTOLA (2002) werden Methoden angegeben, um beim Vorliegen von korrelierten Eingangsgrößen die zwei wesentlichen Aufgaben der varianz-basierten Sensitivitätsanalyse - die Identifikation wichtiger Eingangsgrößen und die Reduktion von Einflüssen der Eingangsgrößen auf die Varianz der Ausgangsgrößen zur Erreichung einer vorgegebenen Zielvarianz (vgl. SCHWIEGER (2005)) - trotz der bereits angesprochenen reduzierten Aussagekraft von Sensitivitätsindizes 1. Ordnung und Gesamteffekten zu lösen. Dem folgend werden in der vorliegenden Arbeit die Sensitivitätsindizes 1. Ordnung für die Identifikation wichtiger Eingangsgrößen genutzt, wobei der Einfluss nur qualitativ und nicht quantitativ zu betrachten ist (SALTELLI 2002). Einen anderen Ansatz verfolgen JACQUES et al. (2004). Dieser Ansatz fußt darauf, die Gültigkeit der Sensitivitätsmaße zu erhalten, indem Eingangsgrößen, zwischen denen Korrelationen vorliegen, zu Eingangsgrößengruppen zusammengefasst werden. Zwischen diesen Eingangsgrößengruppen liegen dann wiederum keine Korrelationen vor, so dass anhand der Sensitivitätsindizes 1. Ordnung und der Gesamteffekte gültige Aussagen für die Gruppen von Eingangsgrößen getroffen werden können. In JACQUES et al. (2004) wird deren Berechnung nach der Methode von Sobol (vgl. SOBOL (1993), CHAN et al. (2000)) für entsprechend gruppierte Eingangsgrößen vorgenommen.

Für den im Folgenden beschriebenen Ansatz zur Einführung von Korrelationen in eine Stichprobe ist aufgrund der Betrachtung im Frequenzbereich (vgl. Abschnitt 2.2.3) keine einfache Übertragung auf die Extended FAST Methode möglich. Daher wird in der vorliegenden Arbeit bei der Analyse der Auswirkung korrelierter Stichproben auf die Modellansätze auf das rLHS-Verfahren übergegangen. Für Stichproben, die auf Basis des Latin Hypercube Samplings generiert werden, können Rankkorrelationen nach IMAN / CONOVER (1982) eingeführt werden. Ausgehend von einer nicht korrelierten Stichprobenmatrix \mathbf{X} der Dimension $m \times n$, die spaltenweise die Eingangsgrößen enthält, werden die Elemente jeder Spalte so angeordnet, dass sie die vorgegebene Korrelation widerspiegeln. Diese Vorgehensweise hat den Vorteil, dass die aus den Intervallen der LHS-Stichprobe generierten numerischen Werte unverändert bleiben und damit die ursprüngliche Repräsentation der vorgegebenen Verteilungsfunktion erhalten bleibt. Die zugrunde liegende Theorie dieses Verfahrens und die Anwendung sind in IMAN / CONOVER (1982) dargestellt und werden hier nicht im Detail aufgeführt. Es erfolgt eine kurze Angabe der Vorgehensweise:

- Gleichsetzen der einzuführenden positiv definiten und symmetrischen Korrelationsmatrix \mathbf{C} mit ihrer Rankkorrelationsmatrix \mathbf{C}^* .

- Erzeugung einer unteren Dreiecksmatrix \mathbf{P} über eine Cholesky Faktorisierung, für die gilt $\mathbf{C} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{P}^T$.
- Erzeugung einer $m \times n$ Matrix \mathbf{R} in der Größe der Stichprobe, wobei jede Spalte mit einem beliebigen Satz von Zählern a_i mit $i = 1, \dots, m$ besetzt ist, der sich spaltenweise in unabhängigen Permutationen wiederholt. IMAN / CONOVER (1982) verwenden die Van der Waerden Zähler $\Phi^{-1}(i/(m+1))$, wobei Φ^{-1} die inverse Verteilungsfunktion der Standardnormalverteilung ist und sich jedes a_i aus dem Quantil mit zugehöriger Wahrscheinlichkeit $i/(m+1)$ ableitet (CONOVER 1999).
- Berechnung von $\mathbf{R}^* = \mathbf{R} \cdot \mathbf{P}^T$, wobei die Rankkorrelationsmatrix \mathbf{M} von \mathbf{R}^* der Korrelationsmatrix \mathbf{C} entsprechen soll.
- Anordnung der Spalten der Stichprobenmatrix \mathbf{X} , so dass die Reihenfolge der einzelnen Elemente der in der Matrix \mathbf{R}^* entspricht.

Abweichungen zwischen \mathbf{C} und \mathbf{M} können auftreten, wenn die Korrelationsmatrix von \mathbf{R} nicht genau der Einheitsmatrix entspricht. IMAN / CONOVER (1982) geben dazu eine Erweiterung der oben dargestellten Methode an, für die an dieser Stelle auf die Quelle verwiesen sei.

2.2.6 Anwendung der Varianz- und Sensitivitätsanalyse

2.2.6.1 Allgemeine Vorgehensweise

Um ein Modell mit Hilfe der Varianz- und Sensitivitätsanalyse zu untersuchen, ist eine Abfolge von Arbeitsschritten erforderlich, die unabhängig von der konkreten Anwendung und dem Ziel der Analyse einem identischen Schema folgt. Allgemeine Darstellungen zu dieser Vorgehensweise finden sich in CHAN et al. (1997), CAMPOLONGO et al. (2000) und SCHWIEGER (2005). An dieser Stelle soll ebenfalls kurz darauf eingegangen werden, um die Vorgehensweise im Kontext dieser Arbeit zu verdeutlichen.

- **Bereitstellung des zu analysierenden Modells**

Ausgehend davon dass das Modell, das einer Varianz- und Sensitivitätsanalyse unterzogen werden soll, vorliegt, sind die für die Analyse relevanten Größen festzulegen. Dieses bezieht sich sowohl auf die Ein- und Ausgangsgrößen als auch auf Modellparameter. Da die in dieser Arbeit untersuchten Modelle im Verhältnis zu den im Bereich der Risikobewertung aufgestellten Modellen (vgl. TARANTOLA et al. (2000)) eine überschaubare Anzahl Ausgangsgrößen aufweisen, erfolgt hier keine Beschränkung. Weiterhin wird vorrangig die Auswirkung der Varianz der Eingangsgrößen auf die Varianz der Ausgangsgrößen analysiert. In Abhängigkeit des aufgestellten Modellansatzes wird teilweise auch die Auswirkung von Modellparametern analysiert, indem sie mit einer zu definierenden Varianz in das Modell eingeführt werden.

- **Stochastische Modellierung der Eingangsgrößen**

Nachdem die relevanten Größen festgelegt worden sind, anhand derer das Modellverhalten analysiert werden soll, ist für jede der Eingangsgrößen und gegebenenfalls Modellparameter eine geeignete Verteilungsfunktion festzulegen. Hierzu werden in der Literatur verschiedene Verfahren angegeben, siehe z.B. HELTON / DAVIS (2000). Besonders bei Modellen mit vielen Eingangsgrößen und Modellparametern ist das Aufstellen einer geeigneten stochastischen Modellierung aufwendig und schwierig. In einem solchen Fall wird empfohlen, mit einer zunächst groben Beschreibung der Varianzen der einzelnen Größen eine Voranalyse durchzuführen und im Anschluss daran für die Größen, die sich als einflussreich erwiesen haben, eine genauere Charakterisierung vorzunehmen. HELTON / DAVIS (2000) betonen, dass eine unbedeutende Eingangsgröße durch eine genauere stochastische Modellierung nicht einflussreicher wird, solange der für die Varianz angegebene Wertebereich plausibel gewählt wird. Dennoch lässt sich die Zuverlässigkeit einer Analyse steigern, indem die Definition der Verteilungsfunktion sorgfältig durchgeführt wird. Häufig wird dazu auf Exper-

tenwissen zurückgegriffen und wegen der höheren Anschaulichkeit erfolgt keine Angabe von die Verteilungsfunktion beschreibenden Parametern, sondern die Aufstellung einer Summenhäufigkeitsfunktion.

Im Rahmen dieser Arbeit erfolgt die stochastische Modellierung aller mit Unsicherheiten behafteten Größen - ausgehend vom Vorliegen einer Normalverteilung - über die Angabe von Mittelwert und Standardabweichung. Dabei wird auf theoretische Angaben und empirisch ermittelte Werte zurückgegriffen. Ist keine Standardabweichung bekannt bzw. lässt sich die Unsicherheit der Eingangsgröße in dieser Form nicht geeignet beschreiben, werden stattdessen Wertebereiche mit einer zugehörigen Wahrscheinlichkeit angegeben.

- **Generierung von Stichproben für die Eingangsgrößen**

Auf der Basis der stochastischen Modellierung für jede Eingangsgröße bzw. jeden Modellparameter wird eine Stichprobe generiert. Das Verfahren der Stichprobengenerierung ist dabei von der gewählten Methode der Sensitivitätsanalyse abhängig, vgl. Abschnitt 2.2.3 und 2.2.4.

- **Modellauswertung**

Mit Hilfe der generierten Stichprobe werden m Ausgangsgrößen generiert, indem das zu analysierende Modell m -mal durchlaufen wird.

- **Varianzanalyse**

Die Varianzanalyse geht der Sensitivitätsanalyse voraus und betrachtet die stochastischen Eigenschaften der Ausgangsgrößen. Ohne auf die bekannte Theorie näher einzugehen, werden die Ergebnisse der Varianzanalyse genutzt, um sie in den Kontext mit der Sensitivitätsanalyse zu setzen. Grundsätzlich ist zu beachten, dass für Zwecke der Modelloptimierung bereits die Varianzanalyse darüber Aufschluss gibt, ob eine Sensitivitätsanalyse durchgeführt werden sollte. Wird bereits die Zielvarianz der Ausgangsgrößen erreicht, kann eine Analyse der Abhängigkeiten zwischen den Varianzen der Eingangsgrößen und der Ausgangsgrößen zur Bestimmung einflussreicher Eingangsgrößen entfallen.

- **Sensitivitätsanalyse**

Die Sensitivitätsanalyse setzt die Varianz der Eingangsgrößen in Bezug zu den Varianzen der Ausgangsgrößen. Dazu können die im Abschnitt 2.2.2 angegebenen Sensitivitätsmaße genutzt werden. Sie geben neben der Identifikation einflussreicher Eingangsgrößen Aufschluss über Modelleigenschaften und können damit zur Modelloptimierung beitragen. Für die Varianz- und Sensitivitätsanalyse ist die Software SimLab (Version 2.2) eingesetzt worden. Sie ist im Joint Research Centre der europäischen Kommission entwickelt worden und ist im Internet unter <http://simlab.jrc.cec.eu.int/> (Stand: Januar 2007) kostenlos erhältlich.

2.2.6.2 Aspekte der Beurteilung

Die varianz-basierte Sensitivitätsanalyse ist eine Untergruppe der stichproben-basierten Verfahren. Die Monte-Carlo Simulation stellt damit ein Näherungsverfahren dar, dessen Güte von der Gültigkeit der Approximation abhängig ist. Mit Hilfe der Beziehung (ERMAKOW 1975; SCHWIEGER 2005)

$$P\left(\left|\frac{\sum_{j=1}^m X_{ji}}{m} - \mu\right| < y_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{m}}\right) = 1 - \alpha \quad (2.2.46)$$

lässt sich die Güte einer Approximation anhand der Abweichung zwischen Mittelwert und Erwartungswert μ abschätzen, die erwartungsgemäß vom Stichprobenumfang m abhängig ist. Damit lässt sich für jede Eingangsgröße X_i mit Standardabweichung σ unter Vorgabe einer Sicherheitswahrscheinlichkeit von $1 - \alpha$ bestimmen, wie groß m gewählt werden muss, um eine bestimmte Abweichung bei der Stichprobengenerierung zu unterschreiten.

Unter der Voraussetzung, dass die Formel (2.2.46) bei der Stichprobengenerierung beachtet worden ist, also der für alle Eingangsgrößen X_i größte Wert von m als Stichprobenumfang angehalten wird, ist im Weiteren die Genauigkeit der bestimmten Sensitivitätsmaße von praktischer Bedeutung. Die Standardabweichung, mit der ein Sensitivitätsmaß bestimmbar ist, ist vom Stichprobenumfang und von dem analysierten Modellansatz abhängig und kann wie folgt ermittelt werden:

- Generierung von k gleich großen Stichproben
- Durchführung von k Modellauswertungen
- Durchführung von k Sensitivitätsanalysen, aus denen jeweils $n \cdot s$ Sensitivitätsmaße (mit n : Anzahl Eingangsgrößen, s : Anzahl Ausgangsgrößen) resultieren
- Beurteilung der Sensitivitätsmaße

Zur Beurteilung der Sensitivitätsmaße sind die folgenden Berechnungen erforderlich: Zunächst wird für jedes Sensitivitätsmaß S_{lr} , $l = 1, \dots, n \cdot s$, $r = 1, \dots, k$ ein Mittelwert aus den k Sensitivitätsanalysen bestimmt:

$$\bar{S}_l = \frac{1}{k} \sum_{r=1}^k S_{lr} \quad (2.2.47)$$

Die Abweichungen jedes Sensitivitätsmaßes S_{lr} von seinem Mittelwert ist:

$$d_{lr} = \bar{S}_l - S_{lr} \quad (2.2.48)$$

Die innerhalb jeder Sensitivitätsanalyse resultierende Verbesserung für die Sensitivitätsmaße ist:

$$v_{lr} = d_{lr} - \frac{1}{n \cdot s} \sum_{l=1}^{n \cdot s} d_{lr} \quad (2.2.49)$$

Daraus ergibt sich die Standardabweichung eines Sensitivitätsmaßes einer Sensitivitätsanalyse zu:

$$\sigma_s = \sqrt{\frac{1}{(n \cdot s - 1) \cdot (k - 1)} \sum_{l=1}^{n \cdot s} \sum_{r=1}^k v_{lr}^2} \quad (2.2.50)$$

Mit Hilfe dieser Standardabweichung σ_s kann bestimmt werden, wie groß die Differenz d zwischen zwei Sensitivitätsmaßen sein muss, damit sie sich signifikant voneinander unterscheiden. Die Testgröße ist

$$T = \frac{|d|}{\sqrt{2} \sigma_s} \quad (2.2.51)$$

die Null- und Alternativhypothese lautet:

$$H_0 : d = 0 \text{ bzw. } H_a : d \neq 0 \quad (2.2.52)$$

Die Alternativhypothese H_a ist mit einem im Folgenden festzulegenden Grenzwert gr gültig für:

$$\frac{|d|}{\sqrt{2} \sigma_s} > gr \quad (2.2.53)$$

Für den Minimalwert der Differenz d folgt:

$$|d| > gr \cdot \sqrt{2} \sigma_s \quad (2.2.54)$$

Entsprechend gilt für den Test auf eine signifikante Abweichung eines Sensitivitätsmaßes S von Null die Testgröße:

$$T = \frac{S}{\sigma_s} \quad (2.2.55)$$

Mit der Null- und Alternativhypothese

$$H_0 : S = 0 \text{ bzw. } H_a : S > 0 \quad (2.2.56)$$

und der Gültigkeit von H_a für

$$\frac{S}{\sigma_s} > gr \quad (2.2.57)$$

folgt für einen Minimalwert des Sensitivitätsmaßes S , der signifikant größer als Null ist:

$$S > gr \cdot \sigma_s \quad (2.2.58)$$

Für die Festlegung des Grenzwertes gr wird der folgende Ansatz gewählt, da die Verbesserungen v_{br} nicht der Normalverteilung folgen. Für beliebige Verteilungen gilt die Ungleichung von Bienaymé und Tschebyscheff (SACHS 1997):

$$P(|S - \mu_s| \geq gr \cdot \sigma_s) \leq \frac{1}{gr^2} \quad (2.2.59)$$

Dieses lässt sich für die vorliegende symmetrisch eingipflige Verteilung nach Gauss als schärfere Ungleichung formulieren (SACHS 1997):

$$P(|S - \mu_s| \geq gr \cdot \sigma_s) \leq \frac{1}{2,25 \cdot gr^2} \quad (2.2.60)$$

Für die in (2.2.60) und (2.2.54) formulierte zweiseitige Fragestellung ergibt sich der Grenzwert bei einer Irrtumswahrscheinlichkeit von $\alpha = 0,05$ zu:

$$gr = 2,98 \quad (2.2.61)$$

Für die in (2.2.58) formulierte einseitige Fragestellung sei zur Ableitung des Grenzwertes aus (2.2.60) die Irrtumswahrscheinlichkeit auf $\alpha = 0,10$ gesetzt. Diese Vorgehensweise ergibt sich aus dem Umstand, dass bei zweiseitiger Fragestellung auf beiden Seiten der Verteilung eine Irrtumswahrscheinlichkeit von $\alpha / 2$ zugelassen wird. Es ergibt sich:

$$gr = 2,11 \quad (2.2.62)$$

Dieses ist bei der Interpretation der Sensitivitätsmaße im Kapitel 4 und Abschnitt 6.2 zu beachten.

3 Untersuchungen zu kinematischen GPS-Codemessungen

Mit der im Abschnitt 2.1.3 dargestellten Formfilter-Erweiterung können nicht weiße Rauschprozesse im Kalman-Filter berücksichtigt werden. Für Positionen aus kinematischen differentiellen GPS-Codemessungen soll der zugehörige Rauschprozess anhand empirischer Daten ermittelt werden, so dass darauf aufbauend im Abschnitt 4.2 eine entsprechende Modellierung erfolgen kann.

3.1 Erhaltensneigung von GPS-Messungen

In der vergangenen Zeit sind einige Untersuchungen nicht nur zur Verbesserung des funktionalen, sondern auch des stochastischen Modells von GPS-Beobachtungen durchgeführt worden. Die untersuchte Größe ist überwiegend die GPS-Trägerphasenbeobachtung, für deren stochastisches Verhalten unter Berücksichtigung bislang vernachlässigter Korrelationen ein verbessertes stochastisches Modell aufgestellt werden soll. Dies hat zum Ziel, eine realistischere Schätzung für die im Rahmen einer Ausgleichung nach der Methode der kleinsten Quadrate erreichte Genauigkeit der aus GPS-Beobachtungen bestimmten Größen zu erhalten und damit die Zuverlässigkeit der aus diesen Größen abgeleiteten Aussagen zu steigern.

Die bei doppelt differenzierten GPS-Trägerphasenbeobachtungen entstehenden mathematischen Korrelationen werden in den GPS-Auswerteprogrammen berücksichtigt (HOWIND et al. 1999; SCHWIEGER 1999). Physikalische Korrelationen werden in der Regel vernachlässigt (HOFMANN-WELLENHOF 1994). Sie entstehen z.B. durch die unvollständige Modellierung sich langsam ändernder Einflüsse der Atmosphäre oder von Mehrwegeeffekten (EL-RABBANY 1994; EL-RABBANY / KLEUSBERG 2003; KUHLMANN 2003) und können in zeitlicher oder räumlicher Korrelation resultieren (WELLS et al. 1986).

In EL-RABBANY (1994) werden zeitliche Korrelationen für doppelt differenzierte Trägerphasenbeobachtungen von Basislinien bis zu 100 km für die L1-Frequenz und bis zu 60 km für die L2-Frequenz und die ionosphärenfreie Linearkombination L3 durchgeführt. Für die empirisch bestimmten Autokorrelationsfunktionen wird mittels Regressionsanalyse aus den Ansätzen der Exponentialfunktion, der Exponentialkosinusfunktion und einer quadratischen Form die erstgenannte als geeignete Approximationsfunktion für alle drei Frequenzen ermittelt. Für jede Frequenz wird jeweils ein charakteristischer Dämpfungsparameter der Exponentialfunktion ermittelt. EL-RABBANY (1994) bezeichnet diesen als Korrelationszeit und gibt 263 s, 270 s bzw. 169 s an. Für die Berücksichtigung der zeitlichen Korrelation wird keine Beeinflussung der Positionsschätzung festgestellt. Die Standardabweichung wird immer größer erhalten, so dass eine Vernachlässigung zu einer Überschätzung der Genauigkeit der geschätzten Parameter führt. Eine Abhängigkeit der Korrelationszeit von der Länge der Basislinien wird nicht ermittelt (EL-RABBANY 1994; EL-RABBANY / KLEUSBERG 2003). Die Korrelationszeit kann zwischen den einzelnen Basislinien in Abhängigkeit von der ionosphärischen Aktivität und den Residuen der Troposphären- und Orbitfehler variieren (EL-RABBANY / KLEUSBERG 2003).

In BONA (2000) und BORRE / TIBERIUS (2001) wird u.a. die zeitliche Korrelation des Messrauschens von Code- und Phasenmessungen verschiedener GPS-Empfänger ausgehend von Nullbasislinien ermittelt. In RADOVANOVIC (2001) wird die zeitliche Korrelation des Messrauschens und aufgrund von Mehrwegeeffekten für kurze Basislinien (< 10 km) untersucht, wobei letztere einen exponentiellen Abfall aufweist und als von der individuellen Messumgebung abhängig eingestuft wird. RADOVANOVIC / EL-SHEIMY (2002) weisen darauf hin, dass die für ihre Untersuchung von optimalen linearen Phasenkombinationen verwendeten individuellen Korrelationslängen als umgebungs- und tagesabhängig zu erwarten sind. Die stochastische Modellierung wird sowohl für eine statische als auch für eine kinematische Anwendung eingesetzt.

HOWIND (2005) untersucht Varianz- und Autokorrelationsfunktionen für die doppelt differenzierte ionosphärenfreie Linearkombination L3. Die Autokorrelationsfunktion wird als modifizierte Exponentialkosinusfunktion modelliert. Es wird eine Abhängigkeit der Korrelationszeit, die HOWIND (2005) als Zeit bis zur ersten Nullstelle der Autokorrelations-

funktion definiert, von der Länge der Basislinie (14 km, 127 km, 375 km und 443 km) festgestellt. Kurze Basislinien weisen eine kurze Korrelationszeit auf und lange Basislinien eine lange. Dementsprechend werden die geschätzten Stationskoordinaten bei kurzen Basislinien kaum von der unterschiedlichen stochastischen Modellierung beeinflusst, während die Einführung der zeitlichen Korrelation bei langen Basislinien zu einer signifikanten Änderung vorrangig bei der ellipsoidischen Höhe führt (HOWIND 2005; HOWIND et al. 1999). Die Standardabweichungen der Stationskoordinaten verschlechtern sich um den Faktor 1,5 bis 2,5 und nähern sich damit den aus der Erfahrung bekannten Genauigkeitsangaben an (HOWIND 2005).

In SCHWIEGER (1999) wird ein Elementarfehlermodell für undifferenzierte GPS-Trägerphasenbeobachtungen aufgestellt und die Auswirkung von interepochalen (zeitlichen) Korrelationen auf die Ergebnisse einer Deformationsanalyse untersucht. HARTINGER (2001) untersucht die physikalische Korrelation für kurze Basislinien (bis 5 km) aus doppelt differenzierten Trägerphasenbeobachtungen zur Berücksichtigung im stochastischen Modell eines kontinuierlichen Deformationsüberwachungssystems mit GPS.

KUHLMANN (2003) modelliert die Erhaltensneigung von differentiellen GPS-Trägerphasenbeobachtungen auf der Ebene der GPS-Koordinaten für die Höhenkomponente einer kurzen Basislinie in einem Identitätsmodell mit Formfilter-Erweiterung. Zur Beschreibung des Rauschprozesses verwendet er eine Exponentialfunktion mit einem empirisch ermittelten Dämpfungsparameter, den er aus einer Ausgleichung für die Summenformel einer mit zeitlicher Korrelation modellierten Kovarianzmatrix ableitet. KUHLMANN (2003) kommt zu dem Ergebnis, dass die GPS-Koordinaten eine signifikante Autokorrelation aufweisen, so dass die Standardabweichung keine ausreichende Beschreibung des stochastischen Modells darstellt. Eine Modellierung der zeitlichen Korrelation wird erforderlich, damit die im Rahmen der Kalman-Filter Auswertung durchgeführte Parameterschätzung der tatsächlichen Bewegung des Objekts entspricht. Auch in PARKINSON / SPILKER (1996) wird auf die zeitliche Korrelation von GPS-Beobachtungen und die damit erforderliche Berücksichtigung in der Kalman-Filter Auswertung hingewiesen.

Alle kurz vorgestellten Untersuchungen befassen sich mit dem Phänomen der physikalischen Korrelation von GPS-Beobachtungen. Es werden sowohl einzelne bzw. die Gesamtheit der Einflussfaktoren und die daraus resultierenden Korrelationszeiten untersucht, als auch eine alle Faktoren umfassende Korrelationszeit für eine verbesserte stochastische Modellierung ermittelt. Damit wird das Vorhandensein und die Notwendigkeit zur Berücksichtigung von Autokorrelationen im stochastischen Modell verschiedener Auswertetechniken insbesondere bei hohen Genauigkeitsanforderungen deutlich. Da eine Übertragbarkeit der vorangehend dargestellten Ergebnisse auf die hier verwendeten Positionslösungen eines 1-Frequenz-Code-Empfängers in einer kinematischen Echtzeit-Anwendung nicht möglich ist, erfolgt im Abschnitt 3.3 eine Ermittlung der Autokorrelationsfunktion auf der Basis der vorliegenden Daten. Sie wird auf Ebene der GPS-Positionen durchgeführt. Durch den Übergang auf in der Bewegung bestimmte Einzelpositionslösungen, ist von einer veränderten Situation bezüglich z.B. der Auswirkung von Mehrwegeeffekten auszugehen. Auf diese Problematik wird allgemein auch in BARNES et al. (1998) hingewiesen. Ohne eine weitere Klassifizierung vorzunehmen, sind auch in dieser Anwendung der nicht vollständig modellierte Einfluss der Troposphäre und der Ionosphäre sowie von Mehrwegeeffekten als Hauptursachen für die Autokorrelation zu nennen. Die Größe und Form sowie die funktionale Beschreibung dieser Autokorrelation wird im Abschnitt 3.3.4 ermittelt, ihre Bedeutung für die hier behandelte Kalman-Filter Anwendung ist den Abschnitten 6.2.3 und 6.3.2 zu entnehmen.

3.2 Theorie der Zeitreihenanalyse

Im Gegensatz zu der in der Geodäsie üblichen Annahme von Zufallsgrößen, die voneinander unabhängig und damit beliebig vertauschbar sind, besitzen Zufallsprozesse eine zeitlich (oder räumlich) definierte Aufeinanderfolge. Zeitreihen sind Realisierungen von solchen stochastischen Prozessen. Deswegen kann bei einer Zeitreihenanalyse nicht davon ausgegangen werden, dass aus zwei kurz aufeinander folgenden Messungen zwei vollständig voneinander unabhängige

Ergebnisse resultieren (TAUBENHEIM 1969). Eine Messung zum Zeitpunkt t_k bedingt zu einem gewissen Grad das Ergebnis einer Messung zum Zeitpunkt t_{k+1} .

Die charakteristischen Eigenschaften einer Zeitreihe lassen sich durch Anwendung der Theorie der Zufallsprozesse ermitteln. Ausführliche Darstellungen dazu finden sich unter anderem in TAUBENHEIM (1969), BOX et al. (1994), BENDAT / PIERSOL (1993) und SCHLITGEN / STREITBERG (1995). Hier wird nur kurz auf den im Rahmen dieser Arbeit wesentlichen Aspekt eingegangen. Dieser ist die Ermittlung der stochastischen Beziehung zwischen aufeinander folgenden Messungen, die durch eine Autokovarianzfunktion beschrieben wird und die in der Zeitreihe vorhandene Erhaltensneigung modelliert.

Ist die Verteilungsfunktion des Zufallsprozesses zu jedem beliebigen Zeitpunkt t gleich, ist der Prozess stationär (TAUBENHEIM 1969). Handelt es sich des Weiteren bei der Verteilungsfunktion um die Normalverteilung, liegt ein Gauss'scher stationärer Zufallsprozess mit konstantem Erwartungswert und gleich bleibender Autokovarianzfunktion vor. Er ist in Analogie zur vollständigen Bestimmung einer gaussverteilten Zufallsgröße vollständig durch die Angaben von Erwartungswert und Autokovarianzfunktion bestimmt (TAUBENHEIM 1969; BOX ET AL. 1994; SCHRICK 1977). Im Folgenden wird das Vorliegen eines stationären Gauss'schen Prozesses vorausgesetzt.

Für einen stationären Zufallsprozess gilt mit $t_j - t_i = t_n - t_m = \tau$ nach TAUBENHEIM (1969):

$$C(t_i, t_j) = C(t_m, t_n) = C(\tau) \quad (3.2.1)$$

D.h. die Autokovarianzfunktion ist für beliebige Zeitpunkte gleich und hängt nur von der Zeitdifferenz τ ab. Für die Definition der Autokovarianzfunktion mit einem für jeden Zeitpunkt gleichen Erwartungswert $E(\xi)$ kann nach TAUBENHEIM (1969) geschrieben werden:

$$C(\tau) = E([\xi(t) - E(\xi)][\xi(t + \tau) - E(\xi)]) \quad (3.2.2)$$

bzw. äquivalent:

$$C(\tau) = E([\xi(t)\xi(t + \tau)]) - [E(\xi)]^2 \quad (3.2.3)$$

Einsetzen von $\tau = 0$ zeigt, dass mit $C(0)$ die Varianz des Zufallsprozesses durch die Autokovarianzfunktion angegeben ist:

$$C(0) = E[\xi(t)^2] - [E(\xi)]^2 = E([\xi(t) - E(\xi)]^2) = \sigma^2 \quad (3.2.4)$$

Durch Normierung mit der Varianz geht die Autokovarianzfunktion in die Autokorrelationsfunktion über:

$$K(\tau) = \frac{C(\tau)}{C(0)} \quad (3.2.5)$$

Für die empirische Ermittlung der mit den Formeln (3.2.2) bis (3.2.5) beschriebenen Größen zur Beschreibung von Zeitreihen ist im vorliegenden Fall auf zeitdiskrete Schätzfunktionen überzugehen. Auf die daraus resultierenden Abweichungen von der theoretischen Herleitung der Zeitreihentheorie, die zu den so genannten Stichprobeneffekten führen, soll an dieser Stelle nicht näher eingegangen werden. Es wird auf die Literatur (TAUBENHEIM 1969; BENDAT / PIERSOL 1993; WELSCH et al. 2000) verwiesen.

Bei diskreten Zeitreihen liegen die Messgrößen in der Regel in äquidistanten Zeitabständen Δt mit der Abtastfrequenz $\nu = 1/\Delta t$ vor. Dementsprechend kann die Autokovarianzfunktion nur für Verschiebungen, die gerade $j \cdot \Delta t$ betragen, wobei j eine ganze Zahl darstellt, ermittelt werden.

Die Schätzung der diskreten Autokovarianzfunktion $\hat{C}(k)$ lautet:

$$\hat{C}(k) = \frac{1}{N - k - 1} \sum_{j=1}^{N-k} (x_j - \bar{x})(x_{j+k} - \bar{x}) \quad \text{mit} \quad \bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N x_j \quad (3.2.6)$$

$$k = 0, 1, \dots, m$$

$$m = N/10$$

N : Anzahl der Messgrößen der Zeitreihe

Die Schätzung der diskreten Autokorrelationsfunktion $\hat{K}(k)$ ist die mit der Varianz $s^2 = \hat{C}(0)$ normierte Autokovarianzfunktion:

$$\hat{K}(k) = \frac{\hat{C}(k)}{\hat{C}(0)} \quad (3.2.7)$$

Aus Gründen der statistischen Sicherheit wird die Autokovarianz- bzw. Autokorrelationsfunktion nur für Werte bis $m = N/10$ berechnet, da die wahre Autokorrelationsfunktion $\tilde{K}(k)$ zu der geschätzten in einem Verhältnis

$$\hat{K}(k) = \frac{N-k}{N} \tilde{K}(k) \quad (3.2.8)$$

steht (EL-RABBANY 1994): Für größer werdende Werte von m wird dieses Verhältnis kleiner und damit die Annäherung der wahren durch die geschätzte Autokorrelationsfunktion schlechter. Des Weiteren wird in WELSCH et al. (2000) angegeben, dass für die Genauigkeit $\sigma_{P(\nu)}$ des empirisch bestimmten Leistungsspektrums $P(\nu)$, das sich nach dem Wiener-Chintchin-Theorem als Fourier-Cosinus-Transformation unmittelbar aus der Autokovarianzfunktion gewinnen lässt, näherungsweise gilt:

$$\sigma_{P(\nu)} \leq \sqrt{\frac{m}{n-m/3}} \cdot P(\nu) \quad (3.2.9)$$

Dieses führt mit $m = N/10$ auf (WELSCH et al. 2000)

$$\sigma_{P(\nu)} \approx 0,3 \cdot P(\nu) \quad (3.2.10)$$

und erfüllt die in der Geodäsie übliche Forderung, dass die signifikante Änderung einer Größe in der Größenordnung ihrer 3-fachen Standardabweichung zu erkennen sein soll.

3.3 Datenanalyse

Die im vorangegangenen Abschnitt aufgezeigte Analyse von Zeitreihen wird im Folgenden auf real erfasste Messfahrtdaten angewandt, um die in Positionslösungen aus kinematischen differentiellen GPS-Codemessungen vorhandene Erhaltensneigung bzw. Autokorrelation zu bestimmen. Die empirische Ermittlung der Autokorrelationsfunktion mit anschließender Approximation durch einen Prozess mit bekannter Autokorrelation über die Methode der kleinsten Quadrate entspricht der in SCHRICK (1977) vorgeschlagenen Vorgehensweise, nach der u.a. auch EL-RABBANY (1994) vorgeht.

3.3.1 Datenmaterial

Die hier durchgeführte Zeitreihenanalyse stützt sich auf Daten von vier Messfahrten mit unterschiedlicher Länge von ca. 50 bis 250 km. Die Fahrten sind mit dem institutseigenen Messfahrzeug durchgeführt worden, das mit einem Multi-sensorsystem ausgestattet ist, um die Geometrie der befahrenen Straßen genau und mit hoher Diskretisierung in Form von Trajektorien zu erfassen. In diesem Abschnitt sind nur die erfassten GPS-Messungen von Interesse. Hinsichtlich der GPS-Empfangssituation weisen alle vier Fahrten unterschiedliche Charakteristiken auf: Eine Autobahnfahrt, die durch häufige, kurze Unterbrechungen des GPS-Empfangs durch Brücken gekennzeichnet ist (Route 1), eine Überlandfahrt mit überwiegend günstigen GPS-Bedingungen (Route 2), eine Überlandfahrt auf der Alb, die in Hanglagen und Serpen-

tinen eine schlechte GPS-Situation aufweist (Route 3) und eine Überlandfahrt mit dörflichem Charakter, bei der innerörtlich ungünstige Empfangsbedingungen vorherrschen (Route 4). In der Tabelle 1 sind alle wesentlichen Informationen zur Beschreibung der vier Fahrten zusammengestellt.

Tabelle 1: Zusammenstellung der Fahrtcharakteristiken

	Route 1	Route 2	Route 3	Route 4
Epochen	12766	12601	8653	4348
Dauer in h	03:32:46	03:30:01	02:24:13	01:12:28
Länge in km	245,4	227,5	129,7	52,9
GPS verfügbar in %	94,0	96,3	97,3	90,9
GPS-Ausfall in %	6,0	3,7	2,7	9,1

Die Daten sind mit einem Leica SR530 GPS-Empfänger im Modus „maximaler Empfang“, dieses entspricht einer reinen Codemessung auf der L1-Frequenz, erfasst worden und liegen mit einer Abtastrate von einer Sekunde vor. Im Post-Processing sind mit Korrekturdaten von virtuellen SAPOS-Referenzstationen differentielle C/A-Codelösungen (DGPS) erzeugt worden. Ein Unterschied zu einer in Echtzeit ermittelten Positionslösung entsteht dadurch nicht, wird von der Vermeidung evtl. schwieriger Übertragungsbedingungen und Ausfall von Korrekturdaten abgesehen. Der Abstand zur virtuellen Referenzstation ist durchgehend kleiner als 10 km.

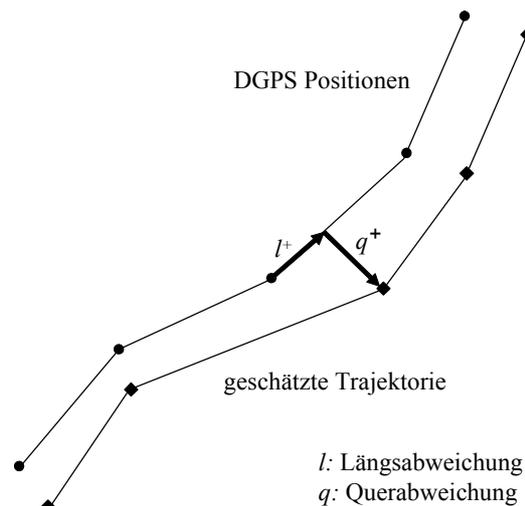


Abbildung 6: Definition von Längs- und Querabweichung

Für alle vier Messfahrten liegen Trajektorien vor, die mittels Kalman-Filterung aus den DGPS-Positionen unter Einbeziehung der weiteren Positionssensoren des Multisensorsystems (Drehratensensor, Radsensoren und Korrelationsgeschwindigkeitssensor) bestimmt worden sind. Da die Sensorintegration im Kalman-Filter einen weiterführenden Auswerteschritt darstellt und zu einer höheren Genauigkeit des Schätzungsergebnisses führt, wird die geschätzte Trajektorie dazu verwendet, den trajektorienspezifischen Fahrtverlauf als eine Art Trend von den Positionen aus DGPS-Messungen abzuspalten. Diese Abhängigkeit ist im Folgenden bei der Beurteilung der Ergebnisse der Zeitreihenanalyse zu beachten. Die Abspaltung geschieht in Form der Ermittlung von Längs- und Querabweichungen (vgl. Abbildung 6), da für die nicht vollständig modellierten Fehlereinflüsse, insbesondere für die Auswirkung von Mehrwegeeffekten, eine fahtrichtungsabhängige Autokorrelation zu erwarten ist. Damit liegen acht Zeitreihen in Form von Längs- bzw. Querabweichungen vor, die jeweils als eine Realisierung eines Zufallsprozesses betrachtet werden. In der Abbildung 7 sind exemplarisch die Zeitreihen der Längs- und Querabweichung für die Route 1 aufgetragen.

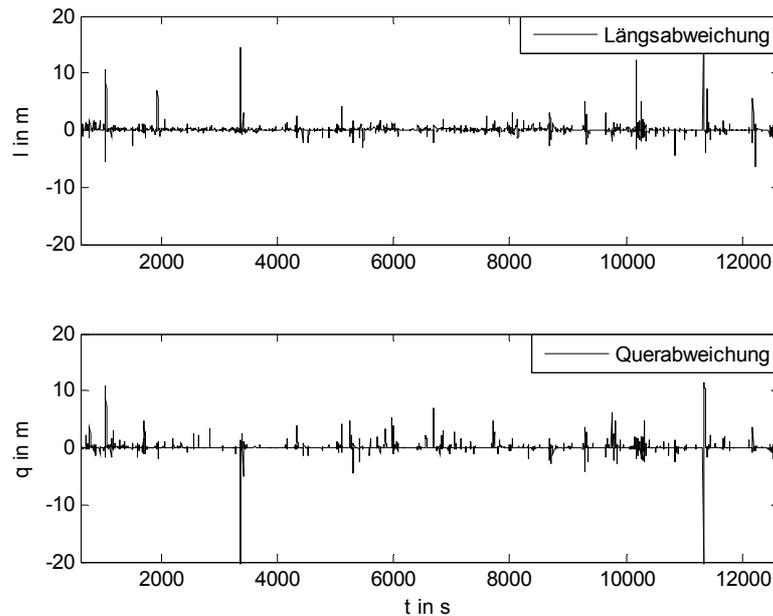


Abbildung 7: Originalzeitreihen der Längs- und Querabweichung, Route 1

3.3.2 Elimination von Ausreißern

Empirisch erfasste Zeitreihen können mit Ausreißern behaftet sein. Die Motivation zur Identifikation dieser Ausreißer kann sowohl bei der klassischen statistischen Analyse als auch bei der Zeitreihenanalyse unterschiedlich gelagert sein (SCHLITGEN 1991). Zum einen kann ein Ausreißer als Träger einer besonders interessierenden Information betrachtet werden, die näher analysiert werden soll. Zum anderen kann ein Ausreißer als eine Störung aufgefasst werden, deren zu erwartender Einfluss auf die Zeitreihenanalyse, also auf die Berechnung der die Zeitreihe charakterisierenden Größen, zu eliminieren ist (SCHLITGEN 1991; FLAK 1992; GLÄSER / KNAUER 1999). In der überwiegenden Zahl zeitreihenanalytischer Anwendungen greift letzterer Ansatz (SCHLITGEN 1991). Damit ist beim Vorliegen von Ausreißern davon auszugehen, dass die Schätzung eines deterministischen Trends oder einer Saisonkomponente mit der Methode der kleinsten Quadrate stark verfälscht wird (SCHLITGEN 2001; SCHLITGEN 1990). Des Weiteren führen Ausreißer zu einer deutlichen Auswirkung auf die Schätzung der Autokovarianzfunktion (CHATFIELD 1996). SCHLITGEN (1991) zeigt dieses exemplarisch für einen nur geringfügigen Ausreißer.

Dabei ist die von FOX (1972) eingeführte Unterscheidung von Ausreißern in additive und innovative zu beachten, die sich als wesentlich erwiesen hat und allgemeinen Standard darstellt (SCHLITGEN 1991). Ein additiver Ausreißer verfälscht einen einzelnen Wert, während ein innovativer Ausreißer rasch abklingend eine Folge von Werten beeinflusst und somit eine Nachwirkung hat (FOX 1972; SCHLITGEN 2001). Im Gegensatz zur Behandlung von Ausreißern in gewöhnlichen Zufallsstichproben ist in Zeitreihen nicht allein die absolute Größe eines Wertes ausschlaggebend für die Identifikation als ein Ausreißer, sondern die Position innerhalb der Zeitreihe (Zeitpunkt) ist in die Beurteilung einzubeziehen. Bei der Bereinigung von Ausreißern ist des Weiteren so vorzugehen, dass die zeitliche Struktur, bzw. die darin enthaltene Erhaltensneigung, nicht zerstört wird (SCHLITGEN 1991; FLAK 1992). Additive Ausreißer rufen eine Verringerung der Werte der Autokorrelation hervor (SCHLITGEN 1991), da offensichtlich die Erhaltensneigung durch einen einzelnen abweichenden Wert herabgesetzt wird. Anders verhält es sich bei den innovativen Ausreißern, bei denen es nur zum Zeitpunkt des Auftretens der ersten Störung zu einer Veränderung der zeitlichen Struktur kommt, während sie im Anschluss daran in den folgenden Zeitpunkten noch deutlicher hervortritt, so dass die Effekte von innovativen Ausreißern vernachlässigbar sind (SCHLITGEN 1991).

Da zur Ermittlung von Ausreißern Kriterien vorgehalten werden müssen, die frei vom Einfluss der Ausreißer bestimmt sind (SCHLITZGEN 2001), kann an Stelle der einzelnen Betrachtung von Ausreißern auch die Zeitreihenanalyse a priori robust durchgeführt werden. Hier ist das Winsorisieren, das ist das Heranschieben extremer Werte an die Zeitreihe unter Verwendung robuster Schätzverfahren zur Bestimmung eines Mittelwertes und einer Standardabweichung (z.B. Median und Median der absoluten Abweichungen vom Median), zu nennen (SCHLITZGEN 2001; SCHLITZGEN / STREITBERG 1995). Des Weiteren werden in SCHLITZGEN (2001) und SCHLITZGEN / STREITBERG (1995) grundlegende Ansätze und Methoden zur Übertragung robuster Schätzverfahren auf die Zeitreihenanalyse aufgezeigt. CASPARY / CHEN (1995a) und (1995b) behandeln die Problematik von groben Fehlern in einer Zeitreihe auf der Ebene der Modellidentifikation. Beides soll hier nicht vertiefend behandelt werden.

Hier wird die Standardabweichung der Zeitreihe bestimmt, indem iterativ die größten Ausreißer eliminiert werden, bis die Standardabweichung konvergiert. Im Anschluss daran werden die Ausreißer bzw. Folgen von Ausreißern maßstäblich in den Bereich der dreifachen Standardabweichung transformiert. Wie der Abbildung 8 zu entnehmen ist, wird der Einfluss der Ausreißer auf die Zeitreihe wesentlich reduziert, während die charakteristische Struktur der Zeitreihe erhalten bleibt.

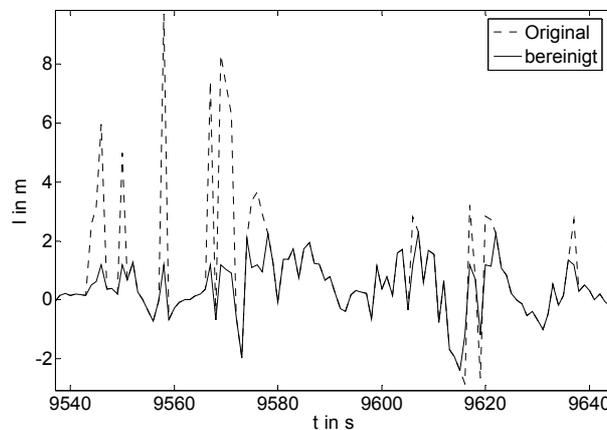


Abbildung 8: Beispiel zur Elimination von Ausreißern aus einer Zeitreihe

3.3.3 Schließen von Datenlücken

Zur Durchführung einer Zeitreihenanalyse unter Verwendung der Formeln (3.2.6) und (3.2.7) wird im Allgemeinen vorausgesetzt, dass die zu untersuchende Zeitreihe mit einer konstanten Abtastrate Δt vorliegt (vgl. Abschnitt 3.2). Diese Forderung wird bei empirisch erfassten Daten aus verschiedenen Gründen mehr oder weniger häufig verletzt. Dabei können die Datenlücken einzelne oder ganze Blöcke von Werten umfassen (SCHLITZGEN 2001). Eine Nichtberücksichtigung der existierenden Datenlücken führt zu einer fehlerhaften Beurteilung der in der Zeitreihe vorhandenen Erhaltensneigung, so dass die fehlenden Werte vor der Analyse - z.B. der Berechnung der Autokovarianzfunktion - geeignet zu ersetzen sind (SCHLITZGEN 2001). In WELSCH et al. (2000) wird darauf hingewiesen, dass die Behebung der Datenlücken aufgrund der gegebenen algorithmischen Notwendigkeit keine real gemessenen Werte ersetzen kann: Treten sprunghafte Änderungen in einer Zeitreihe an Stellen von Datenlücken auf, bleibt dieser Informationsgehalt verborgen. In der Literatur werden verschiedene Ansätze zur Erzeugung plausibler äquidistanter Werte behandelt.

Sind von einem weiteren, vergleichbaren Sensor zeitgleich Daten erfasst worden und ist der Messwertverlauf aufgrund einer engen kausalen Bindung zwischen den beiden Zeitreihen ähnlich, können die Daten dieses Sensors zur Schließung der Lücken herangezogen werden (WELSCH et al. 2000). Bei vorausgesetzter Stationarität lässt sich auch aus der mit Datenlücken behafteten Zeitreihe ein Mittelwert bestimmen, der in die Datenlücken eingesetzt werden kann, um eine Berechnung der Autokovarianzfunktion zu ermöglichen. Werden stattdessen die fehlenden Werte durch Nullen ersetzt, ist bei der Berechnung die tatsächlich vorhandene Anzahl von Werten einzuführen, da die Kreuzprodukte an den ent-

sprechenden Stellen verschwinden und sich demzufolge eine Verzerrung der Schätzung ergeben würde (SCHLITGEN 2001). Diese einfache Methode kann verbessert werden, indem mit Hilfe von Approximationsfunktionen eine geeignete funktionale Beschreibung der Zeitreihe ermittelt wird. Eine umfangreiche Darstellung der in Betracht kommenden funktionalen Ansätze (Polynom, Spline, trigonometrisch, periodisch) wird in WELSCH et al. (2000) gegeben. Die Schätzung der Approximationsfunktion aus der Zeitreihe erfolgt über eine Regressionsanalyse, wobei neben den zugehörigen statistischen Tests die visuelle Kontrolle der graphischen Darstellung einen wichtigen Beitrag zur kritischen Überprüfung der Plausibilität der gewählten Approximationsfunktion leistet (WELSCH et al. 2000).

Tabelle 2: Häufigkeit und Länge der auftretenden Datenlücken

	Route 1	Route 2	Route 3	Route 4
Anzahl	107	91	120	54
1 s	56,1	64,8	70,8	29,6
1 – 3 s	19,6	17,6	20,8	22,2
3 – 10 s	14,0	11,0	6,7	29,6
10 – 30 s	3,7	2,2	1,7	11,1
> 30 s	6,5	4,4	0,0	7,4

In den vorliegenden Zeitreihen treten Datenlücken aufgrund von Signalabbriss in Folge von Abschattungen oder wegen einer zu geringen Anzahl sichtbarer Satelliten auf. Die Häufigkeit und Länge der Datenlücken ist der Tabelle 2 zu entnehmen. Da hier keine von einem vergleichbaren Sensor zeitgleich erfassten Daten vorliegen, werden die wie im Abschnitt 3.3.2 beschriebenen aufbereiteten Zeitreihen mit Polynomen approximiert und mit diesen die Lücken geschlossen. Zur besseren Anpassung an die Charakteristik der Zeitreihen wird den interpolierten Werten ein aus der Standardabweichung abgeleitetes Rauschen aufgeprägt. In der Abbildung 9 sind die bereinigten Zeitreihen der Längs- und Querabweichung für die Route 1 dargestellt.

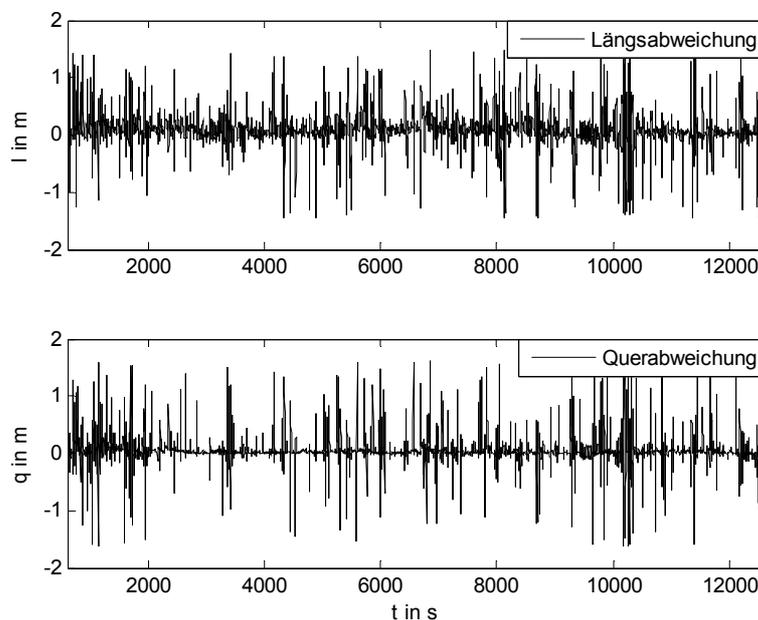


Abbildung 9: Bereinigte Zeitreihen der Längs- und Querabweichung, Route 1

Die Auswirkung dieses Eingriffs ist überprüft worden, indem die Autokovarianz- und -korrelationsfunktion sowohl für die Zeitreihen mit geschlossenen Datenlücken als auch für die Zeitreihen mit Datenlücken bestimmt worden sind. Dazu sind in den Zeitreihen mit Datenlücken wie oben beschrieben die fehlenden Werte durch Nullen ersetzt und die tatsächlich vorhandene Anzahl von Werten $N - k$ in den Gleichungen (3.2.6) und (3.2.7) bei der Bestimmung jedes $\hat{C}(k)$

bzw. $\hat{K}(k)$ berücksichtigt worden. Die auftretenden Abweichungen liegen im Bereich interessierender kleiner Δt durchschnittlich bei ca. 2 %. Bei einem Vergleich der entsprechenden Autokorrelationsfunktionen sind die Abweichungen noch geringer.

3.3.4 Ergebnisse

In einem Kalman-Filter mit Formfilter-Erweiterung kann das Vorhandensein nicht weißes Messrauschens berücksichtigt werden. Die Erweiterung modelliert einen Rauschprozess, der selbst durch weißes Rauschen angeregt wird (vgl. Abschnitt 2.1.3). Daher werden für die vorliegenden Zeitreihen durch eine Filterung mit einem gleitenden Mittel die tiefen Frequenzen von den hohen getrennt. Der hochfrequente Anteil zeigt dann nahezu die Eigenschaften weißes Rauschens. Für die vier verschiedenen Routen werden aufgrund der unterschiedlichen DGPS-Qualität verschiedene Rauschniveaus im Bereich von ca. 0,5 bis 1,5 m erhalten. Der in der tiefpassgefilterten Zeitreihe verbleibende systematische Anteil, der aus einer Ablage von der geschätzten Trajektorie resultiert, wird durch ein Polynom approximiert und von der Zeitreihe abgespalten. Im Gegensatz zu einem z.B. gleitenden Rechteckfilter, bewirkt diese Vorgehensweise eine nicht zu starke Glättung der Zeitreihe, langperiodisch wirkende Effekte bleiben erhalten. Die vollständig bereinigten Zeitreihen der Längs- und Querabweichung sind in der Abbildung 10 exemplarisch für die Route 1 dargestellt. Die aufbereiteten Zeitreihen werden im Folgenden für die Ermittlung der Erhaltensneigung von kinematischen DGPS-Messungen herangezogen.

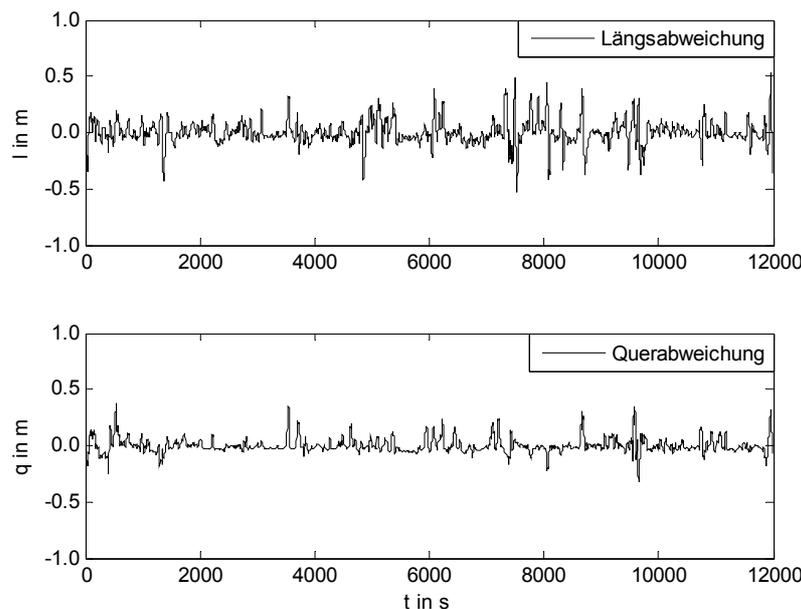


Abbildung 10: Tiefpass gefilterte bereinigte Zeitreihe, Route 1

Die nach der Formel (3.2.7) berechneten Autokorrelationsfunktionen aus den Zeitreihen der Längs- und Querabweichung weisen einen Verlauf entsprechend einer Exponentialfunktion vom Glockenkurventyp auf. Zur Ermittlung einer funktionalen Beschreibung der Autokorrelationsfunktionen wird daher eine Regressionsanalyse (s. z.B. NIEMEIER (2001)) für das funktionale Modell

$$\rho(\Delta t) = e^{-\frac{\Delta t^2}{T^2}} \quad (3.3.1)$$

durchgeführt. Diese Exponentialfunktion modelliert die Autokorrelationsfunktion eines so genannten roten Rauschens, bei dem die Erhaltensneigung insbesondere für kleine Δt vorliegt. Über den Dämpfungsparameter T wird die Schnelligkeit des Abfallens der Korrelation festgelegt (MEIER / KELLER 1990).

Die Ergebnisse der Regressionsanalyse für die exemplarisch gezeigten Zeitreihen der Längs- und Querabweichung aus der Route 1 sind zusammen mit den zugehörigen empirisch ermittelten Autokorrelationsfunktionen in der Abbildung 11 aufgeführt. Kreuzkorrelationen zwischen den Zeitreihen der Längs- und Querabweichung bestehen bei allen vier Routen nicht.

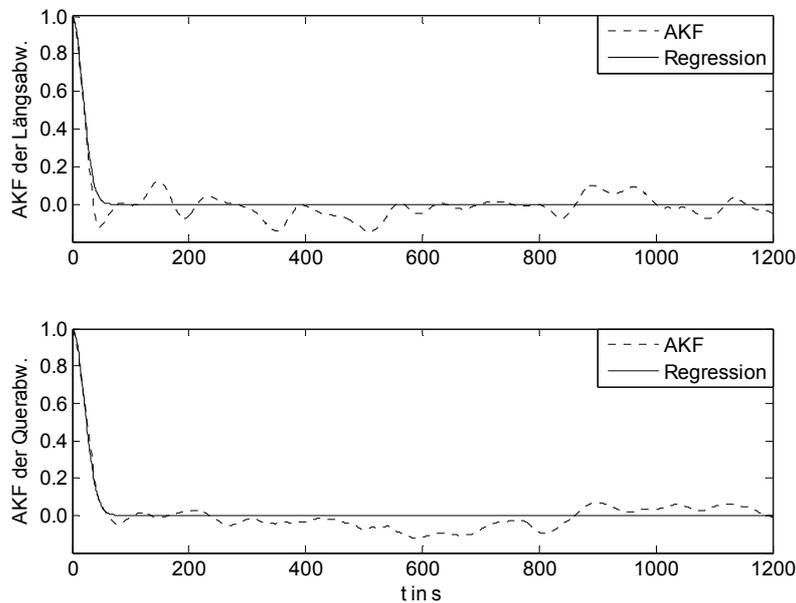


Abbildung 11: Autokorrelationsfunktion (AKF) und Regression, Route 1

In Abbildung 12 und Abbildung 13 finden sich die Darstellungen aller approximierten Autokorrelationsfunktionen, getrennt nach den Zeitreihen der Längs- und Querabweichungen. Der in der Regressionsanalyse geschätzte Dämpfungsparameter T weist zwischen den einzelnen Autokorrelationsfunktionen Unterschiede auf, so dass das Abfallen der Autokorrelation zwischen den einzelnen Zeitreihen variiert.

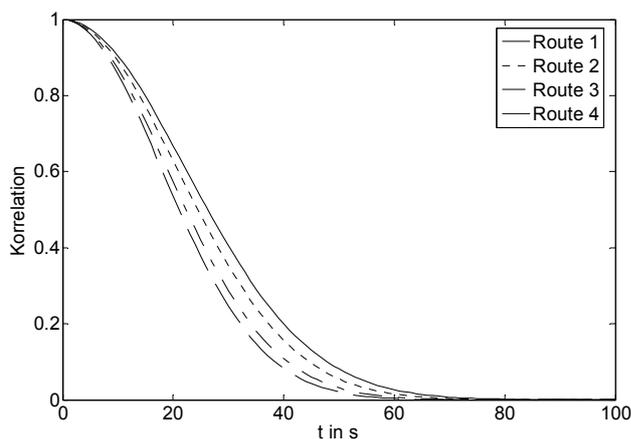


Abbildung 12: Regression der Autokorrelationsfunktion für die Längsabweichung

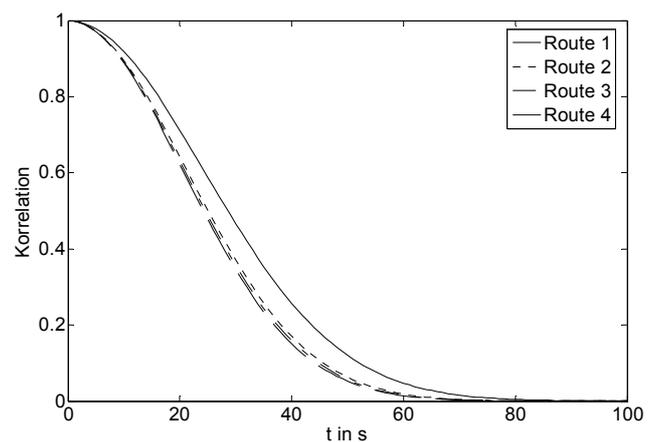


Abbildung 13: Regression der Autokorrelationsfunktion für die Querabweichung

Der Tabelle 3 ist der Dämpfungsparameter T numerisch zu entnehmen. In den Zeitreihen der Route 4 tritt sowohl in der Längs- als auch in der Querabweichung der größte Dämpfungsparameter auf. Insgesamt liegt die Schwankung des Dämpfungsparameters in einem Bereich von 25 s bis 34 s. Das multiple Bestimmtheitsmaß B als Maß für die Güte des Regressionsansatzes liegt im ungünstigsten Fall bei 0,70. Dieses niedrige Maß wird durch die Abweichungen der Autokorrelationsfunktion von der Exponentialfunktion im Bereich nicht interessierender großer t verursacht (vgl.

Abbildung 11). Wird die Güte des Regressionsansatzes für $t \leq 100$ s betrachtet, ergibt sich durchgängig ein Bestimmtheitsmaß von $B \geq 0,95$. Demzufolge kann die Approximation der Autokorrelationsfunktionen mit Hilfe einer Exponentialfunktion des Glockenkurventyps als geeignet betrachtet werden. Der Unterschied zwischen dem mittleren Dämpfungsparameter aus der Längs- und aus der Querabweichung ist nicht signifikant. Dasselbe gilt für einen Test der verschiedenen Dämpfungsparameter der einzelnen Routen. Daraus resultierend wird im Folgenden für alle Routen sowohl zur Modellierung der Längs- als auch der Querabweichung ein aufgrund der vorliegenden Unsicherheit näherungsweise bestimmter mittlerer Dämpfungsparameter T von 29,5 s eingesetzt.

Tabelle 3: Zusammenstellung der Dämpfungsparameter

Dämpfungsparameter in s		
längs	Route 1	25,3
	Route 2	29,4
	Route 3	26,8
	Route 4	31,5
quer	Route 1	29,1
	Route 2	30,1
	Route 3	29,5
	Route 4	34,3
Mittelwert		29,5
Stabw. des Mittels		0,97

3.4 Zusammenfassung der Untersuchungsergebnisse

Aus den vorliegenden Daten der vier Messfahrten sind empirische Autokorrelationsfunktionen ermittelt worden, die durch Funktionen des Glockenkurventyps approximiert werden können. Die ermittelte Korrelationsfunktion lässt sich mit keiner der in dem Abschnitt 3.1 beschriebenen Untersuchungen unmittelbar vergleichen, da zum einen statt der statischen Versuchsanordnungen eine kinematische vorliegt und zum anderen die hier durchgeführten Untersuchungen auf Ebene der Koordinaten bzw. Längs- und Querabweichungen und nicht der originären bzw. weiterverarbeiteten Beobachtungen beruhen. Da der Leica spezifische Messmodus „maximaler Empfang“ einer reinen Codelösung entspricht, kann damit nicht vollständig ein handelsüblicher Code-Empfänger, wie er im Bereich der Fahrzeugnavigation eingesetzt wird, simuliert werden. Solche Empfänger arbeiten in der Regel mit phasengeglätteten Codelösungen und evtl. weiteren Filter-Algorithmen, so dass durch den wesentlich glatteren Verlauf in der Positionsbestimmung mit einer entsprechend höheren Erhaltensneigung und damit einer längeren Korrelationszeit und einem größeren Dämpfungsparameter zu rechnen ist.

Die Untersuchung der acht Zeitreihen von Längs- bzw. Querabweichungen aus DGPS-Positionen hat ergeben, dass für die Modellierung der Längs- und Querabweichungen für alle vier Fahrten ein mittlerer Dämpfungsparameter verwendet werden kann; d.h. es ist kein signifikanter Unterschied in Abhängigkeit von der Fahrtrichtung (Längs-/Querabweichung) und im Bezug auf die vier Routen mit ihrer unterschiedlicher GPS-Charakteristik festgestellt worden. Es ist zu beachten, dass in Ermangelung einer adäquat zu realisierenden anderen Lösung die Trajektorien, die zur Aufspaltung der DGPS-Positionen in Längs- und Querabweichungen verwendet worden sind, aufgrund der Zusammenführung des Multisensorsystems im Kalman-Filter selbst von den DGPS-Positionen beeinflusst sind. Für weitere Untersuchungen, die späteren Arbeiten mit einem entsprechenden Schwerpunkt vorbehalten bleiben müssen, empfiehlt sich eine Versuchsanordnung, die die Erstellung einer unabhängigen Referenztrajektorie ermöglicht. Falls die Untersuchungen zunächst unter optimalen GPS-Empfangsbedingungen durchgeführt werden können, kann in der Folge die Auswirkung verschiedener Einflussfaktoren auf die Autokorrelationsfunktion und die Korrelationszeit ermittelt werden. Des Weiteren ist der Frage nachzugehen, ob für den Einsatz von Low-Cost GPS-Empfängern in der Fahrzeugnavigation allgemeingültige Aussagen zur Erhaltensneigung getroffen werden können bzw. ob sich die hier ermittelten Parameter ändern.

Die Exponentialfunktion ist allgemein die Autokorrelationsfunktion von Gauss-Markovschen Prozessen (SCHNEEWEISS 1974). Diese haben die Eigenschaft, dass unabhängig von der Vergangenheit des Prozesses die statistische Zukunft aus dem gegenwärtigen Zustand des Prozesses vorhergesagt werden kann, und stellen damit das stochastische Analogon zu deterministischen Prozessen dar, deren dynamisches Verhalten durch Differenzgleichungen beschrieben werden kann (SCHRICK 1977). Diese Darstellungsform eignet sich unmittelbar zur Einführung in die Formfilter-Erweiterung (SCHLITT 1992). Im Folgenden wird zur Modellierung der Erhaltensneigung von Positionen aus kinematischen differentiellen Code-Messungen eine Exponentialfunktion des Glockenkurventyps gemäß Formel (3.3.1) mit einem Dämpfungsparameter von näherungsweise $T = 29,5$ s verwendet.

4 Entwicklung von Ansätzen für die Positionsschätzung von Fahrzeugen

Das im Abschnitt 2.1.2 allgemein vorgestellte Kalman-Filter wird für viele Anwendungen im Bereich der Fahrzeugnavigation eingesetzt, die eine echtzeitfähige Positionsbestimmung im Rahmen eines Multisensorsystems erfordern. Die eingesetzten Sensoren, die zu bestimmenden Zustandsgrößen und die in den Systemgleichungen formulierten Modellvorstellungen hängen von der Anwendung und der aus ihr resultierenden Genauigkeitsanforderung ab. Verschiedene teilweise aufeinander aufbauende Ansätze finden sich in WANG (1997), STERNBERG (2000) und AUSSEMS (1999). Der hier zugrunde gelegte Ansatz (RAMM / SCHWIEGER 2004), der gemäß der Darstellungen in den Abschnitten 2.1.3 bis 2.1.4 erweitert werden soll, basiert auf dem in EICHHORN (2003), KUHLMANN / EICHHORN (2003) und EICHHORN (2005) veröffentlichten Ansatz, der hinsichtlich der Modellierung der Fahrzeugbewegung auf AUSSEMS (1999) zurückgeht. Dieser Ansatz für die Positionsbestimmung eines bewegten Fahrzeugs arbeitet ohne Kartengrundlage und auf Basis von Low-Cost Sensoren, die aus Gründen der Fahrsicherheit (z.B. ABS und ESP) standardmäßig in Fahrzeugen integriert sind.

4.1 Kalman-Filter-Ansatz

4.1.1 Funktionales Modell

Der in EICHHORN et al. (2001), KUHLMANN / EICHHORN (2003) und EICHHORN (2003, 2005) beschriebene erweiterte Kalman-Filter-Ansatz modelliert das Systemverhalten, d.h. die Fahrzeugbewegung, in Anlehnung an AUSSEMS (1999) mittels trajektorienbezogener Parameter als gleichförmige Kreisbewegung. Für jeden Zeitpunkt wird die Position (y und x in der Ebene) sowie die Orientierung α und die Geschwindigkeit v des Fahrzeugs geschätzt. Eingangsgrößen des Filter-Ansatzes sind die Beobachtungen Richtungsänderung $\Delta\alpha$, die sowohl von einem (Differential-) Odometer als auch von einem Drehratensensor vorliegen, und die Streckeninkremente Δs aus dem Odometer sowie GPS-Positionen, die mit den Koordinaten y und x in die Ebene abgebildet sind. Die relativen Positionsinformationen Δs und $\Delta\alpha$ liegen zwischen den Zeitpunkten t_k und t_{k+1} vor, die absoluten Positionsinformationen zum Zeitpunkt t_{k+1} . Die Richtungsänderung $\Delta\alpha$ aus dem Drehratensensor wird als eine „geometrische Stellgröße“ in die Systemgleichungen eingeführt, womit eine Verbesserung wesentlicher Filtereigenschaften erreicht werden kann: Der Trägheit des Systems beim Durchfahren und dem möglichen Überschwingen der geschätzten Trajektorie nach engen Kurven wird entgegengewirkt sowie die Filterstabilität erhöht (EICHHORN 2003, 2005). Dieser Eingriff in die Systemgleichungen wird in EICHHORN (2005) als kausale Modifizierung des kinematischen Bewegungsmodells bezeichnet.

Der in RAMM / SCHWIEGER (2004) vorgestellte Ansatz ist um eine weitere Beobachtung - Streckeninkremente Δs aus einem Korrelationsgeschwindigkeitssensor - ergänzt, so dass die Messgleichungen entsprechend anzupassen sind. Der Einsatz anderer Fabrikate für die oben genannten Sensoren zur Bestimmung der Eingangsgrößen hat Auswirkungen auf das stochastische Modell und wird in Abschnitt 4.1.2 behandelt. Die Herleitung der Systemgleichungen ist in EICHHORN (2005) detailliert beschrieben. Hier erfolgt eine kurze Darstellung des Filter-Ansatzes (System- und Messgleichungen), um einen unmittelbaren Vergleich zu den in Abschnitt 4.2 und 4.3 modifizierten Ansätzen zu ermöglichen. Nachfolgend sind die ungestörten, für y und x nicht-linearen Gleichungen zur Prädiktion der Zustandsgrößen $\mathbf{y}_k = [y_k \ x_k \ \alpha_k \ v_k]^T$ - dieses sind Position, Orientierung und Geschwindigkeit des Fahrzeugs - angegeben:

$$\begin{aligned}
 \bar{y}_{k+1} &= \hat{y}_k + \cos \hat{\alpha}_k \cdot \frac{\hat{v}_k \Delta t}{\Delta \alpha_{k+1}} (1 - \cos \Delta \alpha_{k+1}) + \sin \hat{\alpha}_k \cdot \frac{\hat{v}_k \Delta t}{\Delta \alpha_{k+1}} \sin \Delta \alpha_{k+1} \\
 \bar{x}_{k+1} &= \hat{x}_k - \sin \hat{\alpha}_k \cdot \frac{\hat{v}_k \Delta t}{\Delta \alpha_{k+1}} (1 - \cos \Delta \alpha_{k+1}) + \cos \hat{\alpha}_k \cdot \frac{\hat{v}_k \Delta t}{\Delta \alpha_{k+1}} \sin \Delta \alpha_{k+1} \\
 \bar{\alpha}_{k+1} &= \hat{\alpha}_k + \Delta \alpha_{k+1} \\
 \bar{v}_{k+1} &= \hat{v}_k
 \end{aligned} \tag{4.1.1}$$

Die Gleichungen (4.1.1) beinhalten die Kreisbewegung und die Transformation des lokalen Fahrzeugkoordinatensystems in das fahrzeugunabhängige Referenzsystem, vgl. Abbildung 14. Aufgrund der Annahme einer gleichförmigen Kreisbewegung wird für die Geschwindigkeit v unterstellt, dass sie von einem Abtastzeitpunkt zum nächsten konstant bleibt. Entsprechend eines erweiterten Kalman-Filter-Algorithmus erfolgt die Prädiktion des Systemzustandes mit den Gleichungen (2.1.18) bis (2.1.24) aus Abschnitt 2.1.2. Im Folgenden ist die Linearisierung der ungestörten Systemgleichungen sowie die Modellierung der Stell- und der Störgrößenmatrix nach EICHHORN (2005) angegeben.

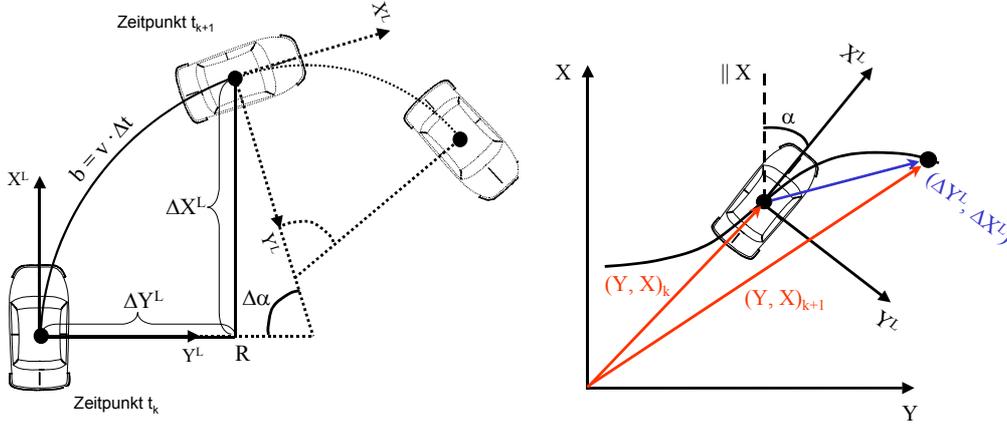


Abbildung 14: Kreisbewegung im lokalen Fahrzeugkoordinatensystem (links) und Transformation in das fahrzeugunabhängige Referenzsystem (rechts), EICHHORN (2005)

Für die Transitionsmatrix als Ableitung der Systemgleichungen nach den einzelnen Zustandsgrößen gilt:

$$T_{k+1,k} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \hat{v}_k \cdot \Delta t \cdot \frac{\sin(\hat{\alpha}_k + \Delta\alpha_{k+1}) - \sin\hat{\alpha}_k}{\Delta\alpha_{k+1}} & -\Delta t \cdot \frac{\cos(\hat{\alpha}_k + \Delta\alpha_{k+1}) - \cos\hat{\alpha}_k}{\Delta\alpha_{k+1}} \\ 0 & 1 & \hat{v}_k \cdot \Delta t \cdot \frac{\cos(\hat{\alpha}_k + \Delta\alpha_{k+1}) - \cos\hat{\alpha}_k}{\Delta\alpha_{k+1}} & \Delta t \cdot \frac{\sin(\hat{\alpha}_k + \Delta\alpha_{k+1}) - \sin\hat{\alpha}_k}{\Delta\alpha_{k+1}} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (4.1.2)$$

Die Stellgrößenmatrix bildet sich als Ableitung der Systemgleichungen nach der Stellgröße zu

$$B_{k+1,k} = \begin{pmatrix} \hat{v}_k \cdot \Delta t \cdot \left(\frac{\sin(\hat{\alpha}_k + \Delta\alpha_{k+1})}{\Delta\alpha_{k+1}} + \frac{\cos(\hat{\alpha}_k + \Delta\alpha_{k+1}) - \cos\hat{\alpha}_k}{\Delta\alpha_{k+1}^2} \right) \\ \hat{v}_k \cdot \Delta t \cdot \left(\frac{\cos(\hat{\alpha}_k + \Delta\alpha_{k+1})}{\Delta\alpha_{k+1}} - \frac{\sin(\hat{\alpha}_k + \Delta\alpha_{k+1}) - \sin\hat{\alpha}_k}{\Delta\alpha_{k+1}^2} \right) \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (4.1.3)$$

und für die Störgrößenmatrix, die die Ableitung der Systemgleichungen nach der Störgröße enthält, hier eine nicht modellierte Beschleunigung des Fahrzeuges, ergibt sich:

$$C_{k+1,k} = \begin{pmatrix} -\frac{\Delta t^2}{2 \cdot \Delta\alpha_{k+1}} \cdot (\cos(\hat{\alpha}_k + \Delta\alpha_{k+1}) - \cos\hat{\alpha}_k) \\ \frac{\Delta t^2}{2 \cdot \Delta\alpha_{k+1}} \cdot (\sin(\hat{\alpha}_k + \Delta\alpha_{k+1}) - \sin\hat{\alpha}_k) \\ 0 \\ \Delta t \end{pmatrix} \quad (4.1.4)$$

Die Messgleichungen mit dem zusätzlichen Korrelationsgeschwindigkeitssensor ergeben sich mit den Beobachtungen $\mathbf{l} = \left[y_{GPS,k+1} \quad x_{GPS,k+1} \quad \Delta s_{Odo,k+1} \quad \Delta \alpha_{Odo,k+1} \quad \Delta s_{KorrV,k+1} \right]^T$ wie folgt (RAMM / SCHWIEGER 2004):

$$\begin{aligned} y_{GPS,k+1} &= \bar{y}_{k+1} \\ x_{GPS,k+1} &= \bar{x}_{k+1} \\ \Delta s_{Odo,k+1} &= v_{k+1} \Delta t \\ \Delta \alpha_{Odo,k+1} &= \alpha_{k+1} - \alpha_k \\ \Delta s_{KorrV,k+1} &= v_{k+1} \Delta t \end{aligned} \quad (4.1.5)$$

4.1.2 Stochastisches Modell

Das stochastische Modell für den in Abschnitt 4.1.1 beschriebenen Kalman-Filter-Ansatz ist durch Filtertuning in mehreren Iterationen unter Verwendung des vorliegenden umfangreichen Datenmaterials optimiert worden. Ähnliche Vorgehensweisen finden sich z.B. auch in AUSSEMS (1999) und EICHHORN (2005). Damit ergibt sich das empirisch überprüfte und auf Erfahrungswerten beruhende stochastische Modell wie folgt:

Standardabweichung der Messgrößen:

$$\begin{aligned} \sigma_{GPS} &= \sigma_{y,GPS} = \sigma_{x,GPS} = 1 \text{ m} \\ \sigma_{\Delta s,Odo} &= 0,2 \text{ m} \\ \sigma_{\Delta s,KorrV} &= 0,2 \text{ m} \end{aligned}$$

Für die Orientierungsänderungen wird eine Abhängigkeit von der momentanen Geschwindigkeit ermittelt, die sich im stochastischen Modell in der Bildung von zwei Geschwindigkeitsklassen widerspiegelt. Dabei fällt die Standardabweichung der Orientierungsänderung des als Stellgröße verwendeten Drehratensensors deutlich kleiner aus als die aus dem Odometer.

Für $v \leq 5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ gilt:

$$\begin{aligned} \sigma_{\Delta \alpha,Odo} &= 6 \text{ gon} \\ \sigma_{\Delta \alpha,Dreh} &= 4 \text{ gon} \end{aligned}$$

Für $v > 5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ gilt:

$$\begin{aligned} \sigma_{\Delta \alpha,Odo} &= 5 \text{ gon} \\ \sigma_{\Delta \alpha,Dreh} &= 2 \text{ gon} \end{aligned}$$

Die einzelnen Beobachtungen seien jeweils unkorreliert, dieses gilt insbesondere für die beiden aus dem Odometer abgeleiteten Messgrößen Orientierungsänderung und Streckeninkrement, da die Sensoren an den Hinterrädern montiert sind. Damit ergibt sich die Kovarianzmatrix der Beobachtungen zu

$$\Sigma_{ll,k+1} = \begin{vmatrix} \sigma_{GPS}^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{GPS}^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{\Delta s,Odo}^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sigma_{\Delta \alpha,Odo}^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_{\Delta s,KorrV}^2 \end{vmatrix}$$

und die Kovarianzmatrix der Stellgröße zu:

$$\Sigma_{uu,k} = \sigma_{\Delta \alpha,Dreh}^2$$

Die Standardabweichung der Zustandsgrößen der Anfangsepoche ergeben sich durch Varianzfortpflanzung aus der Initialisierungsphase. Die Standardabweichung der Störbeschleunigung w wird gemäß einer Abschätzung in EICHHORN (2005) mit $\sigma_w = 0,1 \frac{m}{s^2}$ festgelegt, so dass hier gilt:

$$\Sigma_{ww,k} = \sigma_w^2$$

Mess-, Stör- und Stellgrößenrauschen seien der unterschiedlichen Ursache wegen gegenseitig unkorreliert.

4.2 Formfilter-Ansatz

Die im Abschnitt 3.3.4 ermittelte Autokorrelation der GPS-Positionen wird in dieser Arbeit mit Hilfe eines Formfilter-Ansatzes modelliert. In ROBERTS / CROSS (1993) wird die Notwendigkeit der Berücksichtigung einer interepochalen Korrelation von DGPS-Messungen im Bereich der Positionsbestimmung für die Schifffahrt behandelt. Die Modellierung erfolgt anhand einer Mehrepochen-Ausgleichung. In COOPER / DURRANT-WHYTE (1994) wird ein Formfilter-Ansatz angegeben, wobei die Modellierung der Formfilter-Erweiterung auf der Basis der GPS-Beobachtungen erfolgt und für jeden Empfängerkanal, bzw. Satelliten separat angegeben wird. Die Filterung ist in kein Multisensorsystem integriert, d.h. es liegen keine zusätzlichen Beobachtungen vor.

4.2.1 Funktionales Modell

Der im Abschnitt 4.1 beschriebene Ansatz für ein erweitertes Kalman-Filter wird zu einem Formfilter-Ansatz erweitert. Dazu wird die zur Approximation verwendete Exponentialfunktion vom Glockenkurventyp (Formel (3.3.1)) mit Dämpfungsparameter $T = 29,5$ s bzw. reziprokem Dämpfungsparameter $\beta = 1/T$ verwendet. Die Modellierung des Formfilters erfolgt durch eine Erweiterung der Zustandsgrößen gemäß Formel (2.1.28) bzw. (2.1.29):

$$\mathbf{x}_k^e = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_k \\ \mathbf{x}_k^c \end{bmatrix} \quad \text{mit} \quad \mathbf{x}_k^c = \begin{bmatrix} l_k \\ q_k \end{bmatrix} \quad (4.2.1)$$

Darin repräsentieren l_k und q_k die systematischen Fehleranteile aufgrund der ermittelten Autokorrelation in der GPS-Positionslösung in Form einer trajektorienbegleitenden Längs- und Querabweichung (vgl. Abschnitt 3.3.1). Der Formfilter-erweiterte Zustandsgrößenvektor hat damit die Form $\mathbf{x}_k^e = [y_k \ x_k \ \alpha_k \ v_k \ l_k \ q_k]^T$ und für die Prädiktion ergeben sich die folgenden zum Teil nicht-linearen ungestörten Systemgleichungen:

$$\begin{aligned} \bar{y}_{k+1} &= \hat{y}_k + \cos \hat{\alpha}_k \cdot \frac{\hat{v}_k \Delta t}{\Delta \alpha_{k+1}} (1 - \cos \Delta \alpha_{k+1}) + \sin \hat{\alpha}_k \cdot \frac{\hat{v}_k \Delta t}{\Delta \alpha_{k+1}} \sin \Delta \alpha_{k+1} \\ \bar{x}_{k+1} &= \hat{x}_k - \sin \hat{\alpha}_k \cdot \frac{\hat{v}_k \Delta t}{\Delta \alpha_{k+1}} (1 - \cos \Delta \alpha_{k+1}) + \cos \hat{\alpha}_k \cdot \frac{\hat{v}_k \Delta t}{\Delta \alpha_{k+1}} \sin \Delta \alpha_{k+1} \\ \bar{\alpha}_{k+1} &= \hat{\alpha}_k + \Delta \alpha_{k+1} \\ \bar{v}_{k+1} &= \hat{v}_k \\ \bar{l}_{k+1} &= \hat{l}_k \cdot e^{-\beta^2 \Delta t^2} \\ \bar{q}_{k+1} &= \hat{q}_k \cdot e^{-\beta^2 \Delta t^2} \end{aligned} \quad (4.2.2)$$

Im Algorithmus wird entsprechend Formel (2.1.30) die Transitionsmatrix um den Anteil

$$\mathbf{T}_{k+1,k}^c = \frac{\partial \mathbf{x}_{k+1}^c}{\partial \mathbf{x}_k^c} = \begin{bmatrix} e^{-\beta^2 \Delta t^2} & 0 \\ 0 & e^{-\beta^2 \Delta t^2} \end{bmatrix} \quad (4.2.3)$$

ergänzt. Für die von der Formfilter-Erweiterung nicht beeinflusste Stellgrößenmatrix sei der Vollständigkeit halber die Ergänzung

$$\mathbf{B}_{k+1,1}^c = \frac{\partial \mathbf{x}_{k+1}^c}{\partial \mathbf{u}_k} = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \end{vmatrix} \quad (4.2.4)$$

angegeben. Der Modellierung der Störgrößen wie z.B. in HUEP (1986) und KUHLMANN (2003) folgend, wird eine direkte Störung der Zustandsgrößen im Formfilter angenommen. Die aus den GPS-Positionen ermittelten Längs- und Querabweichungen weisen keine gegenseitige Korrelation auf (vgl. Abschnitt 3.3.4), so dass voneinander unabhängige Störungen $\mathbf{w}_k^c = \begin{bmatrix} w_k^l & w_k^q \end{bmatrix}^T$ zugelassen sind. Es ergibt sich die folgende Störgrößenmatrix:

$$\mathbf{C}_{k+1,1}^c = \frac{\partial \mathbf{x}_{k+1}^c}{\partial \mathbf{w}_k^c} = \begin{vmatrix} e^{-\beta^2 \Delta t^2} & 0 \\ 0 & e^{-\beta^2 \Delta t^2} \end{vmatrix} \quad (4.2.5)$$

Daraus folgen die vollständigen Matrizen des Formfilter-erweiterten Kalman-Filter-Algorithmus. Für die Transitionsmatrix gilt:

$$\mathbf{T}_{k+1,k}^e = \frac{\partial \mathbf{x}_{k+1}^e}{\partial \mathbf{x}_k} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & \hat{v}_k \cdot \Delta t \cdot \frac{\sin(\hat{\alpha}_k + \Delta \alpha_{k+1}) - \sin \hat{\alpha}_k}{\Delta \alpha_{k+1}} & -\Delta t \cdot \frac{\cos(\hat{\alpha}_k + \Delta \alpha_{k+1}) - \cos \hat{\alpha}_k}{\Delta \alpha_{k+1}} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \hat{v}_k \cdot \Delta t \cdot \frac{\cos(\hat{\alpha}_k + \Delta \alpha_{k+1}) - \cos \hat{\alpha}_k}{\Delta \alpha_{k+1}} & \Delta t \cdot \frac{\sin(\hat{\alpha}_k + \Delta \alpha_{k+1}) - \sin \hat{\alpha}_k}{\Delta \alpha_{k+1}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & e^{-\beta^2 \Delta t^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & e^{-\beta^2 \Delta t^2} \end{vmatrix} \quad (4.2.6)$$

Die Stellgrößenmatrix ergibt sich zu

$$\mathbf{B}_{k+1,k}^e = \frac{\partial \mathbf{x}_{k+1}^e}{\partial \mathbf{u}_k} = \begin{vmatrix} \hat{v}_k \cdot \Delta t \cdot \left(\frac{\sin(\hat{\alpha}_k + \Delta \alpha_{k+1})}{\Delta \alpha_{k+1}} + \frac{\cos(\hat{\alpha}_k + \Delta \alpha_{k+1}) - \cos \hat{\alpha}_k}{\Delta \alpha_{k+1}^2} \right) \\ \hat{v}_k \cdot \Delta t \cdot \left(\frac{\cos(\hat{\alpha}_k + \Delta \alpha_{k+1})}{\Delta \alpha_{k+1}} - \frac{\sin(\hat{\alpha}_k + \Delta \alpha_{k+1}) - \sin \hat{\alpha}_k}{\Delta \alpha_{k+1}^2} \right) \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} \quad (4.2.7)$$

und die Störgrößenmatrix ist:

$$\mathbf{C}_{k+1,k}^e = \frac{\partial \mathbf{x}_{k+1}^e}{\partial \mathbf{w}_k^c} = \begin{vmatrix} -\frac{\Delta t^2}{2 \cdot \Delta \alpha_{k+1}} \cdot (\cos(\hat{\alpha}_k + \Delta \alpha_{k+1}) - \cos \hat{\alpha}_k) & 0 & 0 \\ \frac{\Delta t^2}{2 \cdot \Delta \alpha_{k+1}} \cdot (\sin(\hat{\alpha}_k + \Delta \alpha_{k+1}) - \sin \hat{\alpha}_k) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ \Delta t & 0 & 0 \\ 0 & e^{-\beta^2 \Delta t^2} & 0 \\ 0 & 0 & e^{-\beta^2 \Delta t^2} \end{vmatrix} \quad (4.2.8)$$

Für die Messgleichung gilt nach (2.1.31) und unter Berücksichtigung der Transformation der Längs- und Querabweichung in das übergeordnete Referenzsystem:

$$\mathbf{l}'_{k+1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & \sin \hat{\alpha}_k & \cos \hat{\alpha}_k \\ 0 & 1 & 0 & 0 & \cos \hat{\alpha}_k & -\sin \hat{\alpha}_k \\ 0 & 0 & 0 & \Delta t & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \Delta t & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \bar{y}_{k+1} \\ \bar{x}_{k+1} \\ \bar{\alpha}_{k+1} \\ \bar{v}_{k+1} \\ \bar{l}_{k+1} \\ \bar{q}_{k+1} \end{pmatrix} + \boldsymbol{\varepsilon} \quad (4.2.9)$$

4.2.2 Stochastisches Modell

Die stochastische Modellierung des Formfilter-Ansatzes basiert auf den Darstellungen in Abschnitt 4.1.2. Der Erweiterung der Störgrößenmatrix entsprechend, ist zusätzlich die Angabe einer Standardabweichung für die Störungen der Längs- und Querabweichung $\mathbf{w}_k^c = \begin{bmatrix} w_k^l & w_k^q \end{bmatrix}^T$ erforderlich. Die Standardabweichungen σ_{w^l} und σ_{w^q} werden empirisch ermittelt und in Abstimmung an die Standardabweichung der Störbeschleunigung wie folgt festgelegt:

$$\boldsymbol{\Sigma}_{ww,k} = \begin{pmatrix} \sigma_w^2 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{w^l}^2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{w^q}^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (0,1 \frac{m}{s^2})^2 & 0 & 0 \\ 0 & (0,025 \text{ m})^2 & 0 \\ 0 & 0 & (0,025 \text{ m})^2 \end{pmatrix} \quad (4.2.10)$$

4.3 Adaptiver Formfilter-Ansatz

Die Bestimmung des Dämpfungsparameters T im Abschnitt 3.3.4 ist mit Unsicherheiten behaftet. Aufgrund dessen soll der reziproke Dämpfungsparameter β durch adaptive Filterung in diesem Filter-Ansatz mitgeschätzt werden. Daher wird das Kalman-Filter mit Formfilter-Erweiterung als gewöhnliche Systemgleichung um eine adaptive Filterpartition erweitert, die den Parameter β enthält (vgl. Abschnitt 2.1.4).

4.3.1 Funktionales Modell

Gemäß Formel (2.1.39) bis (2.1.41) erfolgt die Erweiterung der Zustandsgrößen um

$$\mathbf{x}_k^p = \begin{bmatrix} \beta_k \end{bmatrix} \quad (4.3.1)$$

zu:

$$\mathbf{x}_{k+1}^a = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{k+1}^g \\ \mathbf{x}_{k+1}^c \\ \mathbf{x}_{k+1}^p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{k+1} \\ y_{k+1} & x_{k+1} & \alpha_{k+1} & v_{k+1} & l_{k+1} & q_{k+1} & \beta_{k+1} \end{bmatrix}^T \quad (4.3.2)$$

Der Anteil der Transitionsmatrix im Formfilter Teil der gewöhnlichen Gleichungen ist:

$$\mathbf{T}_{k+1,k}^{\text{cp}} = \frac{\partial \mathbf{x}_k^c}{\partial \mathbf{x}_k^p} = \mathbf{C}_{k+1,k}^{\text{cp}} = \begin{bmatrix} -2 \cdot \beta \cdot \Delta t^2 \cdot \hat{l}_k \cdot e^{-\beta^2 \Delta t^2} \\ -2 \cdot \beta \cdot \Delta t^2 \cdot \hat{q}_k \cdot e^{-\beta^2 \Delta t^2} \end{bmatrix} \quad (4.3.3)$$

Somit gilt für die Transitionsmatrix des adaptiven Formfilters mit $\mathbf{T}_{k+1,k}$ aus Abschnitt 4.1.1:

$$\mathbf{T}_{k+1,k}^a = \begin{pmatrix} \mathbf{T}_{k+1,k} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & e^{-\beta^2 \Delta t^2} & 0 & -2 \cdot \beta \cdot \Delta t^2 \cdot \hat{l}_k \cdot e^{-\beta^2 \Delta t^2} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & e^{-\beta^2 \Delta t^2} & -2 \cdot \beta \cdot \Delta t^2 \cdot \hat{q}_k \cdot e^{-\beta^2 \Delta t^2} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (4.3.4)$$

Die Stellgrößen- und die Störgrößenmatrix ergeben sich zu:

$$\mathbf{B}_{k+1,k}^a = \begin{pmatrix} \hat{v}_k \cdot \Delta t \cdot \left(\frac{\sin(\hat{\alpha}_k + \Delta \alpha_{k+1})}{\Delta \alpha_{k+1}} + \frac{\cos(\hat{\alpha}_k + \Delta \alpha_{k+1}) - \cos \hat{\alpha}_k}{\Delta \alpha_{k+1}^2} \right) \\ \hat{v}_k \cdot \Delta t \cdot \left(\frac{\cos(\hat{\alpha}_k + \Delta \alpha_{k+1})}{\Delta \alpha_{k+1}} - \frac{\sin(\hat{\alpha}_k + \Delta \alpha_{k+1}) - \sin \hat{\alpha}_k}{\Delta \alpha_{k+1}^2} \right) \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (4.3.5)$$

$$\mathbf{C}_{k+1,k}^a = \begin{pmatrix} -\frac{\Delta t^2}{2 \cdot \Delta \alpha_{k+1}} \cdot (\cos(\hat{\alpha}_k + \Delta \alpha_{k+1}) - \cos \hat{\alpha}_k) & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\Delta t^2}{2 \cdot \Delta \alpha_{k+1}} \cdot (\sin(\hat{\alpha}_k + \Delta \alpha_{k+1}) - \sin \hat{\alpha}_k) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \Delta t & 0 & 0 & 0 \\ 0 & e^{-\beta^2 \Delta t^2} & 0 & -2 \cdot \beta \cdot \Delta t^2 \cdot \hat{l}_k \cdot e^{-\beta^2 \Delta t^2} \\ 0 & 0 & e^{-\beta^2 \Delta t^2} & -2 \cdot \beta \cdot \Delta t^2 \cdot \hat{q}_k \cdot e^{-\beta^2 \Delta t^2} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (4.3.6)$$

Die Messgleichung ist nach Formel (2.1.45) im Abschnitt 2.1.4:

$$\mathbf{l}_{k+1}' = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & \sin \hat{\alpha}_k & \cos \hat{\alpha}_k & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & \cos \hat{\alpha}_k & -\sin \hat{\alpha}_k & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \Delta t & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \Delta t & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \bar{y}_{k+1} \\ \bar{x}_{k+1} \\ \bar{\alpha}_{k+1} \\ \bar{v}_{k+1} \\ \bar{l}_{k+1} \\ \bar{q}_{k+1} \\ \bar{\beta}_{k+1} \end{pmatrix} + \boldsymbol{\varepsilon} \quad (4.3.7)$$

4.3.2 Stochastisches Modell

Die stochastische Modellierung des adaptiven Formfilter-Ansatzes ist in Erweiterung der Angaben im Abschnitt 4.2.2:

$$\boldsymbol{\Sigma}_{ww,k} = \begin{pmatrix} \sigma_w^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{w'}^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{w''}^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sigma_{w^x}^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (0.1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & (0.025 \text{ m})^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & (0.025 \text{ m})^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & (0,0001 \frac{1}{\text{s}})^2 \end{pmatrix} \quad (4.3.8)$$

Die Standardabweichung σ_{w^x} der Störgröße des Prozesskoeffizienten β ist entsprechend der Ergebnisse der Tabelle 3 im Abschnitt 3.3.4 gewählt. Sie ist hier für den reziproken Wert des Dämpfungsparameters T angegeben.

4.4 Integration der Filter-Ansätze in ein Ortungsmodul

Die in den Abschnitten 4.1, 4.2 und 4.3 dargestellten Filter-Ansätze sind als Kernbestandteile eines Ortungsmoduls aufzufassen, in dem die erfassten und aufbereiteten Sensordaten (vgl. GLÄSER / SCHOLLMEYER (2004); SCHWIEGER et al. (2005)) epochenweise einer geschlossenen Auswertung zugeführt werden. Die zu berücksichtigenden Rahmenbedingungen bei der Integration eines Filters in ein Ortungsmodul werden in den folgenden beiden Abschnitten erläutert.

4.4.1 Filterung im Standardfall

Erster Schritt im Ortungsmodul als Gesamteinheit für die Datenerfassung, Auswertung und Ergebnisausgabe ist in jeder Epoche die Überprüfung der Verfügbarkeit der Eingangsgrößen und die Beurteilung des aktuellen Bewegungszustands des Fahrzeugs. Dieses führt zunächst zu der Unterscheidung eines stehenden und eines fahrenden Fahrzeugs, vgl. Abbildung 15. Für ein sich fortbewegendes Fahrzeug sind des Weiteren die Fallunterscheidungen „GPS verfügbar“ und „GPS-Ausfall“ wesentlich. Diese sind aus den folgenden Gründen in das Ortungsmodul zu integrieren: Die Verfügbarkeit der GPS-Position ist für die Filterung von Bedeutung, da sie bei GPS-Ausfall auf die Koppelortung übergeht. Die Verfügbarkeit wird hier nur für GPS betrachtet, um den besonderen Empfangsbedingungen im innerstädtischen Bereich und den durch Abschattungen hervorgerufenen GPS-Ausfall Rechnung zu tragen. Der Begriff der Verfügbarkeit orientiert sich dabei nicht an einer technisch bedingten Ausfallrate und wird deswegen auch nicht im Zusammenhang mit den anderen Eingangsgrößen gebraucht. Ein technischer Ausfall eines Sensors ist bei den hier verwendeten Fahrtdaten (vgl. Abschnitt 3.3.1) nicht aufgetreten. Hinsichtlich des Bewegungszustands ist bei einem Stillstand des Fahrzeugs die Filterung auszusetzen, um Ungenauigkeiten in der Orientierung des Fahrzeugs aufgrund des Rauschens der GPS-Positionsbestimmung und der daraus resultierenden Verschwängung der Fahrtrichtung zu vermeiden (EICHHORN 2005). Der Stillstand des Fahrzeugs kann z.B. über den Streckensensor ermittelt werden. Die im Ortungsmodul integrierte Filterinitialisierung mit Hilfe von aus Eingangsgrößen generierten Startwerten wird an dieser Stelle nicht näher erläutert, sie ist in EICHHORN et al. (2001) und EICHHORN (2005) beschrieben.

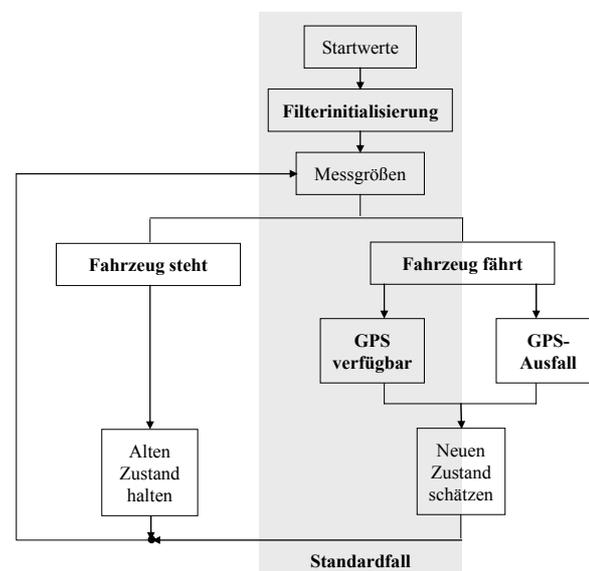


Abbildung 15: Fallunterscheidungen im Ortungsmodul

Die hier beschriebenen Fallunterscheidungen werden automatisch detektiert und im Ortungsmodul entsprechend umgesetzt. Der Schwerpunkt der vorliegenden Arbeit liegt in der speziellen Behandlung von Filterstörungen im Fall „GPS verfügbar“, wenn aufgrund von GPS-Positionen geringer Qualität weitere automatisierte Eingriffe in das Filter erforderlich werden. Dieses wird im folgenden Abschnitt aufgezeigt.

4.4.2 Detektion von Filterstörungen und deren Behebung

Ausgehend von der Fallunterscheidung „GPS verfügbar“, die unter Vernachlässigung der Fälle „Fahrzeug steht“ und „GPS-Ausfall“ im Folgenden als Standardfall aufgefasst werden soll (vgl. Abbildung 15), wird in diesem Abschnitt die Identifikation und Behebung von Filterstörungen dargestellt. Filterstörungen treten bei einer Unverträglichkeit zwischen Mess- und Systemgleichungen auf. Diese kann im Filter-Algorithmus durch einen Globaltest auf Basis der Innovationen nach der Formel (2.1.7) detektiert und über sich anschließende Lokaltests weiter konkretisiert werden (vgl. RAMM / SCHWIEGER 2004). In den hier dargestellten Filter-Ansätzen ist ein Lokaltest für die GPS-Positionen realisiert, indem die entsprechenden Elemente des Vektors der Innovationen und der Kovarianzmatrix der Innovation in Analogie zu Formel (2.1.7) analysiert werden. Dabei ist die Anzahl der Beobachtungen der Epoche t_{k+1} aufgrund der beiden Beobachtungen GPS Y- und X-Koordinate $n_{k+1} = 2$. Lokaltests für die übrigen Eingangsgrößen haben bei den hier dargestellten Ansätzen bislang zu keinen verwertbaren Ergebnissen geführt, zudem weisen die hier verwendeten Sensoren keine vergleichbar bedeutende Fehlercharakteristik auf. In der Abbildung 16 sind exemplarisch GPS-Ausreißerszenarien dargestellt, die für die vorliegenden Messfahrtdaten charakteristisch sind. Neben einzelnen, unterschiedlich großen Ausreißern (vgl. Abb. 16 links), die auch gehäuft auftreten können (vgl. Abb. 16 Mitte), treten hier auch Folgen von gleichartigen GPS-Ausreißern auf, die zu einer Art Parallelversatz führen (vgl. Abb. 16 rechts).

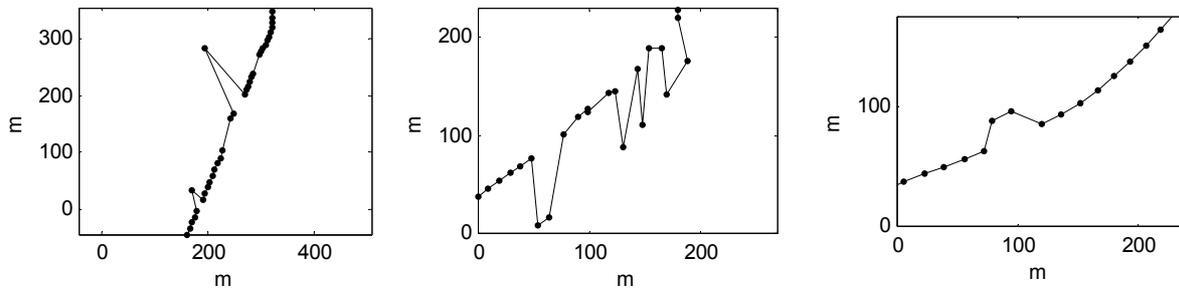


Abbildung 16: Beispiele für GPS-Ausreißerszenarien: einzelne Ausreißer (links), gehäuft auftretende einzelne Ausreißer (Mitte), Folge von (gleichartigen) Ausreißern (rechts)

Zur Detektion letzterer Ausreißercharakteristik von GPS-Messungen ist im vorliegenden Fall über den Lokaltest hinaus für die GPS-Position gemäß der Darstellungen in RAMM / SCHWIEGER (2004) ein Test für die Differenz der Innovationen von GPS Y- und X-Koordinaten zweier aufeinander folgender Epochen realisiert. Aus

$$\begin{aligned} \Delta d_y &= |d_{k+1,y} - d_{k,y}|, & \sigma_{\Delta d_y} &= \sqrt{\sigma_{d_{k+1,y}}^2 + \sigma_{d_{k,y}}^2} \\ \Delta d_x &= |d_{k+1,x} - d_{k,x}|, & \sigma_{\Delta d_x} &= \sqrt{\sigma_{d_{k+1,x}}^2 + \sigma_{d_{k,x}}^2} \end{aligned} \quad (4.4.1)$$

folgt der Test für die Differenz der Innovationen:

$$\Delta d_y < a \cdot \sigma_{\Delta d_y} \quad \text{und} \quad \Delta d_x < a \cdot \sigma_{\Delta d_x} \quad (4.4.2)$$

Der Faktor a ist dabei im Rahmen des Filtertunings empirisch zu ermitteln. Liegen die Differenzen der Innovation innerhalb ihrer a -fachen Standardabweichung, weist dieses auf ähnliche Innovationen in den Epochen t_k und t_{k+1} hin. In der Folge liegt zwar eine Filterstörung aufgrund von GPS-Positionen geringer Qualität vor, aufgrund der Ähnlichkeit der Innovationen kann aber von einer korrekten Repräsentation der Form der Trajektorie unter Verwendung von zeitlichen Koordinatendifferenzen geschlossen werden. Dieses führt dazu, dass die Beobachtungen aus GPS nicht verworfen werden müssen, sondern in modifizierter Form als $\Delta y_{t_{k+1},t_k}$ und $\Delta x_{t_{k+1},t_k}$ Eingang in die Filterung finden.

Um die Echtzeitfähigkeit des Filter-Algorithmus zu gewährleisten, ist bei der Detektion einer Filterstörung durch eine Testüberschreitung eine automatische Behebung der vorliegenden Störung erforderlich. Dabei können zwei Fälle auftreten, die zu unterscheiden sind. Erstens könnte die Störung auf einen Fehler des Auswertemodells zurückzuführen sein,

also einen Modellfehler, der zu einer falschen Prädiktion führt. Zweitens könnte die Testüberschreitung einen Fehler der Messgleichungen anzeigen, der z.B. durch einen Ausreißer verursacht wird. Diese klassische Ingenieurentscheidung, ob dem System oder den Messungen vertraut wird, ist automatisiert im Ortungsmodul zu hinterlegen und wesentlich für eine stabile Zustandsschätzung im Fall von Filterstörungen. Die hier entwickelten Filter-Ansätze sind zur Erzeugung einer korrekten stochastischen Modellierung der in das Filter eingehenden Beobachtungen entstanden. Für die Beurteilung der Filter-Ansätze - Kalman-Filter, Formfilter und adaptives Formfilter - ist ihre Leistungsfähigkeit hinsichtlich der Detektion von Störungen und deren automatisierter Behebung ein wichtiges Kriterium, da sie auf im Filter-Algorithmus geschätzten stochastischen Größen basiert. Dieses wird im sechsten Kapitel in den Abschnitten 6.2 und 6.3 sowohl bei der Sensitivitätsanalyse anhand simulierter Daten als auch bei der Evaluation anhand realer Fahrtdaten aufgegriffen, indem entsprechend simulierte bzw. reale GPS-Ausreißerszenarien zur Beurteilung herangezogen werden.

Die aus den oben beschriebenen Tests resultierenden Maßnahmen zur Behebung von Filterstörungen werden an dieser Stelle kurz eingeführt. Sie sind zur Verdeutlichung in der Abbildung 17 schematisch dargestellt. Bei der Evaluation der einzelnen Filter-Ansätze in den Abschnitten 6.2 und 6.3 wird darauf Bezug genommen:

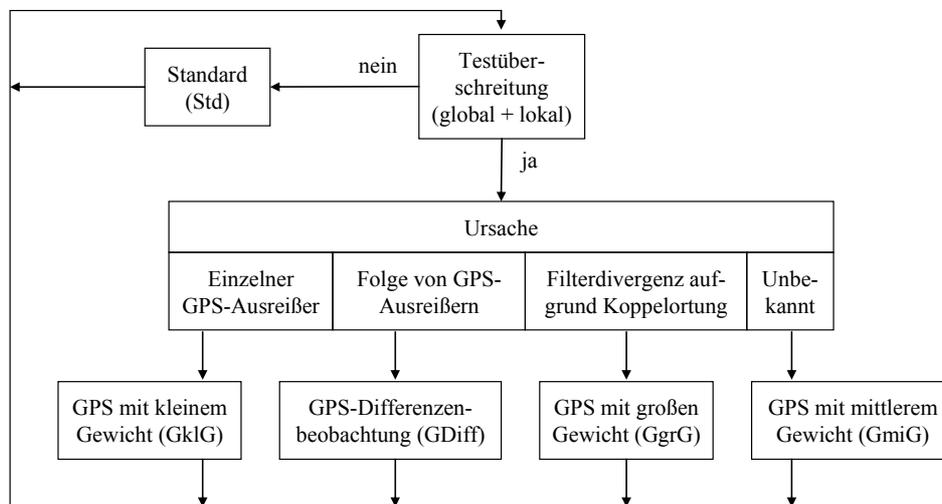


Abbildung 17: Übersicht der Maßnahmen bei Testüberschreitungen

- Standard (Std): Epochen, in denen der Globaltest keine Testüberschreitung anzeigt.
- GPS mit kleinem Gewicht (GklG): Wird beim Auftreten einer Testüberschreitung (Global- und Lokaltest) dem Modell (der Prädiktion) vertraut und die GPS-Position als z.B. ausreißerbehafet angenommen, wird der Einfluss der GPS-Position durch das Einführen von kleinen Gewichten deutlich herabgesetzt, dieses entspricht einem vollständigen Herausgewichten von GPS. Diese Maßnahme wird bei einem gehäuften Auftreten einzelner Ausreißer, bzw. bei besonders großen Ausreißern eingeführt.
- GPS mit mittlerem Gewicht (GmiG): Erlauben die Testüberschreitungen (Global- und Lokaltest) aufgrund des erstmaligen Auftretens einer Filterstörung keine automatisierte Aussage darüber, ob die Überschreitung auf einen Modellfehler oder auf GPS-Positionen geringer Qualität zurückzuführen ist, wird ein mittleres Gewicht (GmiG) für die GPS-Positionen eingeführt und somit deren Einfluss auf die Zustandsschätzung reduziert.
- GPS mit großem Gewicht (GgrG): Nach längerem GPS-Ausfall wird die GPS-Position mit einem großen Gewicht eingeführt und somit der Einfluss der Prädiktion auf die Zustandsschätzung reduziert. Dieses dient dem Entgegenwirken der charakteristischen Dripteigenschaften der Koppelortung und der damit verbundenen Divergenz des Filters.
- GPS-Differenzenbeobachtung (GDiff): Wird aufgrund des Tests der Differenz der Innovationen für eine Folge von GPS-Positionen eine gleichartige Ablage der prädierten Filterposition von der GPS-Position erkannt

(dieses entspricht einer nicht signifikanten Differenz der Innovationen nach (4.4.1) und (4.4.2) bei gleichzeitigem Vorliegen einer Testüberschreitung von Global- und Lokaltest), werden die GPS-Positionen als zeitliche Differenzenbeobachtungen (vgl. oben) eingeführt, um die relative Genauigkeit der GPS-Position als Stützung des Filters auszunutzen und damit die Form der Trajektorie korrekt wiederzugeben.

Aus diesen Maßnahmen werden im Rahmen dieser Arbeit drei verschiedene Varianten zur Behebung von Filterstörungen gebildet:

- Variante 1: ohne Maßnahmen zur Behebung von Filterstörungen.
- Variante 2: mit Maßnahmen zur Behebung von Filterstörungen entsprechend obiger Darstellungen (vgl. Abbildung 17).
- Variante 3: mit Maßnahmen zur Behebung von Filterstörungen auf Basis epochenscharfer GPS-Standardabweichungen.

Die Generierung der epochenscharfen GPS-Standardabweichungen und die Auswirkung ihrer Einführung in das stochastische Modell der entsprechenden Filter-Varianten werden im folgenden Abschnitt erläutert.

4.4.3 Einführung epochenscharfer GPS-Standardabweichungen

Im Rahmen dieser Arbeit ist aufgrund des Vorliegens einer postprozessierten DGPS-Positionslösung (vgl. Abschnitt 3.3.1) die Berücksichtigung einer Standardabweichung aus der GPS-Auswertesoftware LeicaGeoOffice (LGO) möglich. Sie spiegelt die aktuelle, epochenscharfe Qualität der GPS-Positionen wider. Dieses führt bereits im Standardfall zu einer Beeinflussung des Filterverlaufs aufgrund der variablen, an den tatsächlichen Bedingungen der GPS-Qualität angepassten Standardabweichung. Die damit eingeführte Gewichtung ermöglicht eine Bereinigung von GPS-Ausreißern und Folgen von Ausreißern bereits im Standardfall. In der Abbildung 18 sind die im Postprocessing generierten Standardabweichungen der DGPS-Positionen getrennt nach y und x und eingeteilt in zehn Klassen aufgeführt.

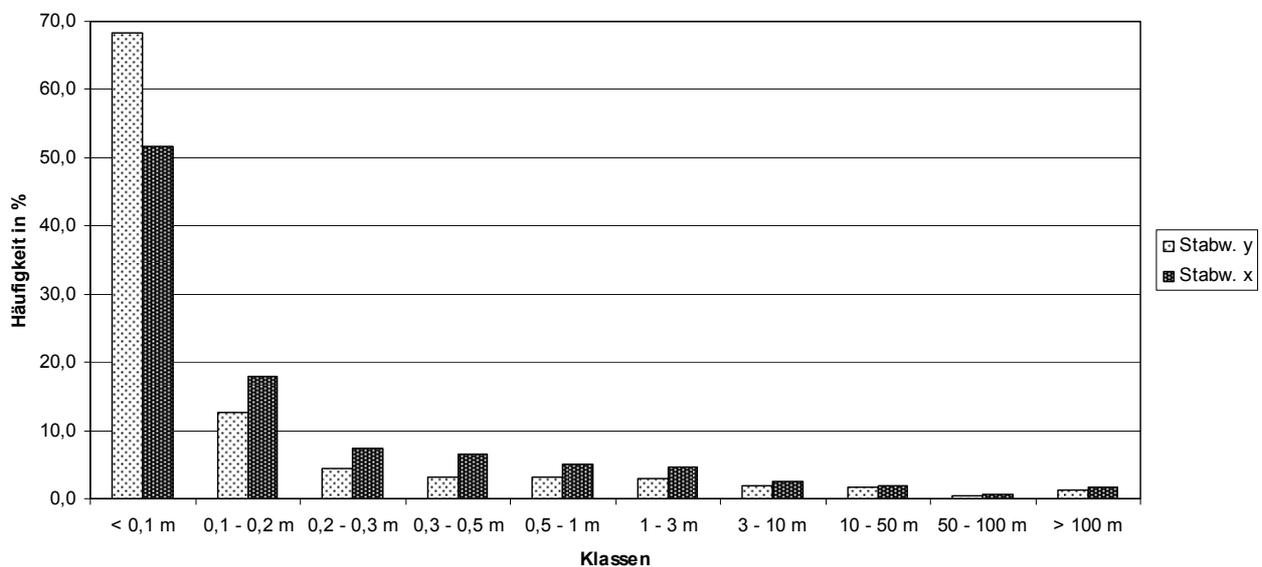


Abbildung 18: Klasseneinteilung der epochenscharfen GPS-Standardabweichungen aus der Software LGO

Wie der Abbildung zu entnehmen ist, ist die Spanne der Standardabweichungen sehr groß und insbesondere im Bereich kleiner Standardabweichungen zu optimistisch für eine kinematische DGPS-Positionslösung. Die in der Software generierten Standardabweichungen spiegeln nicht das korrekte Varianzniveau wider, sondern geben die Gewichtung der einzelnen Positionen untereinander an.

Die Nutzung dieser Informationen führt dazu, dass bei der Variante 3 mit epochenscharfen GPS-Standardabweichungen im Vergleich zur Variante 2, in der die Maßnahmen zur Behebung von Filterstörungen ohne Zuhilfenahme epochenscharfer GPS-Standardabweichungen erzeugt werden, nicht alle Maßnahmen vorgesehen werden. Wird in der Variante 3 trotz der automatischen Gewichtung eine Filterstörung detektiert, wird die durch die epochenscharfen GPS-Standardabweichung zum Ausdruck gebrachte Qualität der GPS-Position weiter verstärkt. Dieses erfolgt durch eine weitere Herauf- bzw. Heruntergewichtung von GPS (GPS mit großem/kleinem Gewicht).

4.5 Zusammenstellung der entwickelten Filter-Ansätze

Die in den Abschnitten 4.1, 4.2 und 4.3 dargestellten Ansätze zur Fahrzeugpositionsbestimmung sind entsprechend der theoretischen Grundlagen zum Kalman-Filter, Formfilter und adaptivem Formfilter im Kapitel 2 entwickelt worden. Die Modellierung des Formfilter-Ansatzes ermöglicht die Berücksichtigung zeitlicher Korrelationen von GPS. Durch die Erweiterung zum adaptiven Formfilter kann der mit Unsicherheiten behaftete reziproke Dämpfungparameter β , der in der funktionalen Beschreibung der zeitlichen Korrelationen im Formfilter auftritt, im Filter mitgeschätzt werden. Diese Entwicklungsschritte sind in der Abbildung 19 schematisch dargestellt und dienen der korrekten stochastischen Modellierung nicht weißen Messrauschens im Filter. Wesentliches Ziel dieser Arbeit ist die Untersuchung des Einflusses dieser Modellierung auf die Leistungsfähigkeit der einzelnen Ansätze bei der Detektion von Filterstörungen und deren Behebung. Darüber hinaus sind der Abbildung für alle drei Filter-Ansätze drei verschiedene Varianten hinsichtlich der Behandlung von Filterstörungen zu entnehmen. Die mit 1 gekennzeichnete Variante des Kalman-Filter- (KF1), des Formfilter- (FF1) und des adaptiven Formfilter- (AFF1) Ansatzes ist ohne Maßnahmen zur Behebung von Filterstörungen implementiert. Die Variante 2, dieses sind die Ansätze Kalman-Filter (KF2), Formfilter (FF2) und adaptives Formfilter (AFF2), ist mit Maßnahmen zur Behebung von Filterstörungen entsprechend der Darstellungen im Abschnitt 4.4.2 realisiert.

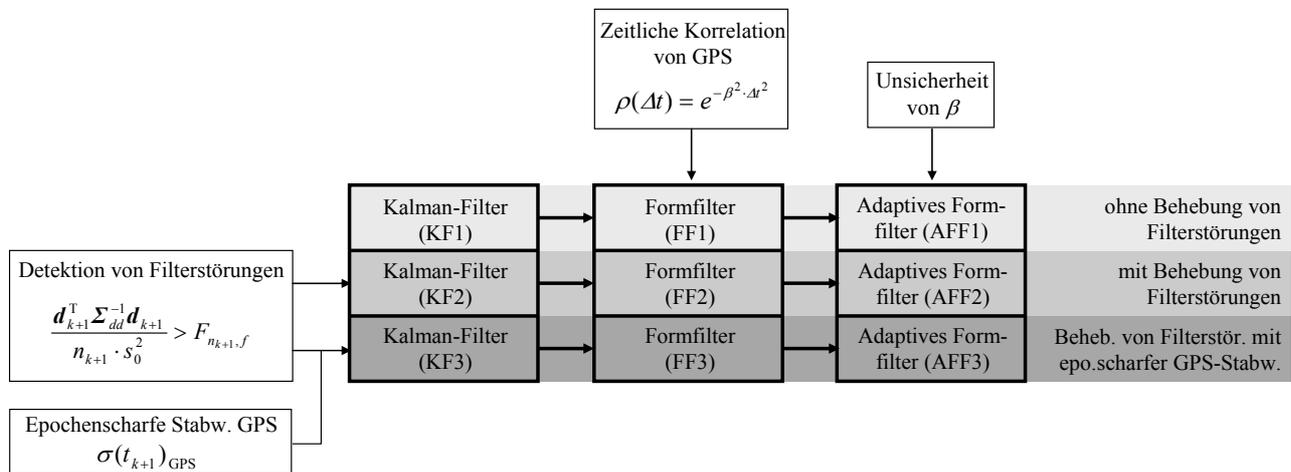


Abbildung 19: Zusammenstellung der behandelten Varianten der verschiedenen Filter-Ansätze

Die Umsetzung der Maßnahmen erfolgt durch eine Anpassung der Gewichte der GPS-Positionen und wird damit durch eine Modifikation des stochastischen Modells erreicht. Diese Vorgehensweise des Filtertunings ist in vielen Anwendungen weit verbreitet (NAPIER 1989; RAMJATTAN / CROSS 1995; AUSSEMS 1999). Die Gewichtung erfolgt in Ermangelung epochenscharfer Angaben aufgrund von Erfahrungswerten aus der Filtererprobung. In der Variante 3 mit Behebung von Filterstörungen auf Basis epochenscharfer GPS-Standardabweichungen mit den entsprechenden Ansätzen Kalman-Filter (KF3), Formfilter (FF3) und adaptives Formfilter (AFF3) wird die Behebung von Filterstörungen unter Zuhilfenahme der Informationen aus den epochenscharfen GPS-Standardabweichungen durchgeführt.

5 A priori Evaluation mit der Varianz- und Sensitivitätsanalyse

In diesem Kapitel wird die Funktionalität und Leistungsfähigkeit der Varianz- und Sensitivitätsanalyse für eine a priori Evaluation von Modellansätzen gezeigt. Dazu wird zunächst anhand einiger klassischer geodätischer Berechnungen die Funktionsweise der Varianz- und Sensitivitätsanalyse und die aus ihren Ergebnissen ableitbaren Aussagen verdeutlicht. Es erfolgt eine Übertragung auf die Evaluation komplexer Auswertemodelle wie das Kalman-Filter. Der Einsatz der Varianz- und Sensitivitätsanalyse im Rahmen dieser Arbeit wird begründet. Im Anschluss daran wird der Beitrag der a priori Evaluation zur Modellentwicklung exemplarisch an ausgewählten Beispielen aus dem Bereich der Fahrzeugpositionsbestimmung dargestellt.

5.1 Potenzial der Varianz- und Sensitivitätsanalyse

Die Varianz- und Sensitivitätsanalyse zeichnet sich vor allem dadurch aus, dass sie a priori, d.h. vor der Durchführung von Messungen oder Messfahrten und damit ohne das Vorliegen von empirisch ermittelten Messdaten, eingesetzt werden kann. Die Auswertung in einem Modell wird beurteilt, indem die Messdaten als Eingangsgrößen in Bezug zu den Ausgangsgrößen als Ergebnis der Modellauswertung gesetzt werden und deren spezifischer Einfluss bestimmt wird. Es kann nicht nur die durch die Varianz der Eingangsgrößen verursachte Varianz der Ausgangsgrößen ermittelt werden (Varianzanalyse), sondern die Ausgangsgrößenvarianz kann auch anteilig den einzelnen verursachenden Eingangsgrößenvarianzen zugeordnet werden (Sensitivitätsanalyse). Bei der hier eingesetzten Extended FAST Methode, vgl. Abschnitt 2.2.3, ist diese Zuordnung unabhängig von Modelleigenschaften wie Linearität und Additivität quantitativ möglich. Bei dem Übergang auf die Betrachtung korrelierter Eingangsgrößen und Verwendung der rLHS-Methode, vgl. Abschnitt 2.2.4 und 2.2.5, erfolgt diese qualitativ. Die Sensitivitätsanalyse erlaubt nicht nur eine Beurteilung der Modelleigenschaften wie im Abschnitt 2.2.2 beschrieben. Sie zeigt durch die Identifikation einflussreicher Eingangsgrößen und die quantitative Zuordnung des Anteils der Varianz einer Eingangsgröße an der Varianz der Ausgangsgröße auch das Potenzial zur Genauigkeitssteigerung in einer Modellauswertung auf. Prinzipiell gelingt eine a priori Abschätzung der Varianz und der Varianzanteile auch mit einer einfachen Varianzfortpflanzung. Der wesentliche Unterschied der hier eingesetzten Varianz- und Sensitivitätsanalyse ist deren

- Unabhängigkeit von den Modelleigenschaften und
- Unabhängigkeit von der (analytischen) Komplexität des Modells.

Um dieses aufzuzeigen, werden im Folgenden die Ergebnisse der Varianz- und Sensitivitätsanalyse mit denen einer Varianzfortpflanzung anhand zweier einfacher Beispiele zur Einzelpunktbestimmung verglichen.

Beispiel: Polares Anhängen

Von einem Punkt (y_0, x_0) wird über polares Anhängen mit den Polarelementen Strecke s_1 und Richtungswinkel α_1 der Punkt (y_1, x_1) bestimmt:

$$\begin{aligned} y_1 &= y_0 + s_1 \cdot \sin(\alpha_1) \\ x_1 &= x_0 + s_1 \cdot \cos(\alpha_1) \end{aligned} \tag{5.1.1}$$

Die Formel (5.1.1) ist bezüglich s_1 und α_1 nicht-additiv. In Anlehnung an die Fahrzeugpositionsbestimmung sei der Punkt (y_0, x_0) bereits mit einer Varianz von $\sigma_{y_0}^2 = \sigma_{x_0}^2 = 1\text{m}^2$ behaftet, die Standardabweichungen von s_1 und α_1 seien entsprechend der Genauigkeit von vergleichbaren Fahrzeugsensoren gesetzt, so dass sich ergibt:

$$\Sigma_{II} = \begin{vmatrix} \sigma_{y_0}^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{x_0}^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{s_1}^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sigma_{\alpha_1}^2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1\text{m}^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1\text{m}^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & (0,04\text{m})^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & (3,1\text{gon})^2 \end{vmatrix}. \quad (5.1.2)$$

Über die Varianzfortpflanzung

$$\Sigma_{xx} = \mathbf{F} \cdot \Sigma_{II} \cdot \mathbf{F}^T \quad (5.1.3)$$

$$\text{mit } \mathbf{F} = \begin{vmatrix} \frac{\partial y_1}{\partial y_0} & \frac{\partial y_1}{\partial x_0} & \frac{\partial y_1}{\partial s_1} & \frac{\partial y_1}{\partial \alpha_1} \\ \frac{\partial x_1}{\partial y_0} & \frac{\partial x_1}{\partial x_0} & \frac{\partial x_1}{\partial s_1} & \frac{\partial x_1}{\partial \alpha_1} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & \sin(\alpha_1) & s_1 \cdot \cos(\alpha_1) \\ 0 & 1 & \cos(\alpha_1) & -s_1 \cdot \sin(\alpha_1) \end{vmatrix} \quad (5.1.4)$$

ergibt sich für die Varianz der Ausgangsgrößen mit $s_1 = 14\text{m}$ und $\alpha_1 = 50\text{gon}$:

$$\Sigma_{xx} = \begin{vmatrix} 1.2293\text{m}^2 & -0.2278\text{m}^2 \\ -0.2278\text{m}^2 & 1.2293\text{m}^2 \end{vmatrix} \quad (5.1.5)$$

Der Anteil der Varianz der einzelnen Eingangsgrößen y_0 , x_0 , s_1 und α_1 an der Varianz der Ausgangsgrößen y_1 und x_1 lässt sich in diesem Beispiel mit $f_{jk} \in \mathbf{F}$ nach

$$\begin{aligned} \sigma_{y_1}^2 &= f_{11}^2 \cdot \sigma_{y_0}^2 + f_{12}^2 \cdot \sigma_{x_0}^2 + f_{13}^2 \cdot \sigma_{s_1}^2 + f_{14}^2 \cdot \sigma_{\alpha_1}^2 \\ \sigma_{x_1}^2 &= f_{21}^2 \cdot \sigma_{y_0}^2 + f_{22}^2 \cdot \sigma_{x_0}^2 + f_{23}^2 \cdot \sigma_{s_1}^2 + f_{24}^2 \cdot \sigma_{\alpha_1}^2 \end{aligned} \quad (5.1.6)$$

ermitteln. Die Ergebnisse dieser Zerlegung können numerisch mit denen einer Sensitivitätsanalyse verglichen werden. Hier werden die aus der Extended FAST Methode ermittelten Ergebnisse der Varianzanalyse und die Sensitivitätsmaße betrachtet. In der Abbildung 20 ist für beide Ausgangsgrößen die Zusammensetzung der Gesamtvarianz unterteilt in die Varianzanteile der einzelnen Eingangsgrößen dargestellt. Als Varianzanteile seien bezüglich der Varianzfortpflanzung die einzelnen Terme der Gleichungen (5.1.6) bezeichnet, die sich zur Gesamtvarianz jeder Ausgangsgröße zusammensetzen. Die Varianzanteile aus der Sensitivitätsanalyse werden gebildet, indem jeder Gesamteffekt einer Eingangsgröße, der den prozentualen Anteil der Varianz dieser Eingangsgröße an der Varianz der Ausgangsgröße angibt, mit der Gesamtvarianz multipliziert wird, vgl. Gleichungen (2.2.16). Der Abbildung ist zu entnehmen, dass die Varianz von y_1 bzw. x_1 wesentlich von der Varianz von y_0 bzw. x_0 bestimmt wird. Die Varianz von α_1 hat mit ca. $0,23\text{m}^2$, das entspricht ca. 20 % der Gesamtvarianz, einen nachweislichen Einfluss. Der Einfluss der Varianz von s_1 ist hier vernachlässigbar.

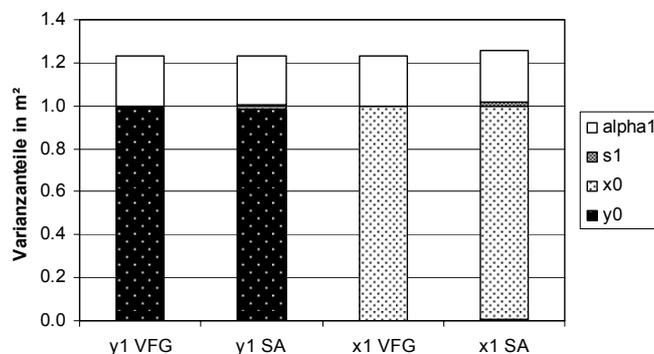


Abbildung 20: Vergleich der aus der Varianzfortpflanzung (VFG) und der aus der Sensitivitätsanalyse (SA) ermittelten Varianzanteile, polares Anhängen

Hinsichtlich der Vergleichbarkeit beider Methoden zur Ableitung der Varianzanteile ist von Bedeutung, dass Varianzfortpflanzung und Sensitivitätsanalyse sowohl qualitativ als auch quantitativ identische Ergebnisse zeigen. Dieses ist in einer nur geringen Abweichung der Summe der Sensitivitätsindizes 1. Ordnung $\sum S_i$ von 1, dem Indikator für additive Modelleigenschaften (vgl. Formel (2.2.18)), begründet. Es kommt zu einer Übereinstimmung der funktional abgeleiteten und der numerisch bestimmten Varianzanteile. Zusammenfassend ist festzustellen:

- Aufgrund der geringen Variation von s_1 und α_1 weist das Modell additives Verhalten auf.
- Bei additivem bzw. linearem Verhalten weist die Varianz- und Sensitivitätsanalyse gegenüber der Varianzfortpflanzung keinen Vorteil auf.

Beispiel: Kreisbewegung

Im Folgenden werden diese Betrachtungen auf eine Punktbestimmung auf Basis einer kreisförmigen Bewegung übertragen. Die Gleichungen (5.1.1) werden in Analogie zu der in Gleichung (4.1.1) im Abschnitt 4.1.1 eingeführten Stellgröße um die Eingangsgröße $\Delta\alpha_1$ (mit $\sigma_{\Delta\alpha_1}^2 = \sigma_{\alpha_1}^2$) erweitert:

$$\begin{aligned} y_1 &= y_0 + \frac{s_1}{\Delta\alpha_1} \cdot (\cos\alpha_1 \cdot (1 - \cos\Delta\alpha_1) + \sin\alpha_1 \cdot \sin\Delta\alpha_1) \\ x_1 &= x_0 - \frac{s_1}{\Delta\alpha_1} \cdot (\sin\alpha_1 \cdot (1 - \cos\Delta\alpha_1) - \cos\alpha_1 \cdot \sin\Delta\alpha_1) \end{aligned} \quad (5.1.7)$$

Die Gleichung (5.1.7) ist bezüglich s_1 , α_1 und $\Delta\alpha_1$ nicht-additiv. Die Jakobi-Matrix setzt sich wie folgt zusammen:

$$\mathbf{F} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & f_{13} & f_{14} & f_{15} \\ 0 & 1 & f_{23} & f_{24} & f_{25} \end{vmatrix}$$

mit

$$\begin{aligned} f_{13} &= \frac{\partial y_1}{\partial s_1} = \frac{1}{\Delta\alpha_1} \cdot (\cos\alpha_1 \cdot (1 - \cos\Delta\alpha_1) + \sin\alpha_1 \cdot \sin\Delta\alpha_1) \\ f_{14} &= \frac{\partial y_1}{\partial \alpha_1} = \frac{s_1}{\Delta\alpha_1} \cdot (\sin(\alpha_1 + \Delta\alpha_1) - \sin\alpha_1) \\ f_{15} &= \frac{\partial y_1}{\partial \Delta\alpha_1} = s_1 \cdot \left(\frac{\sin(\alpha_1 + \Delta\alpha_1)}{\Delta\alpha_1} + \frac{\cos(\alpha_1 + \Delta\alpha_1) - \cos\alpha_1}{\Delta\alpha_1^2} \right) \\ f_{23} &= \frac{\partial x_1}{\partial s_1} = -\frac{1}{\Delta\alpha_1} \cdot (\sin\alpha_1 \cdot (1 - \cos\Delta\alpha_1) - \cos\alpha_1 \cdot \sin\Delta\alpha_1) \\ f_{24} &= \frac{\partial x_1}{\partial \alpha_1} = \frac{s_1}{\Delta\alpha_1} \cdot (\cos(\alpha_1 + \Delta\alpha_1) - \cos\alpha_1) \\ f_{25} &= \frac{\partial x_1}{\partial \Delta\alpha_1} = s_1 \cdot \left(\frac{\cos(\alpha_1 + \Delta\alpha_1)}{\Delta\alpha_1} - \frac{\sin(\alpha_1 + \Delta\alpha_1) - \sin\alpha_1}{\Delta\alpha_1^2} \right) \end{aligned} \quad (5.1.8)$$

Die Varianz der Ausgangsgrößen y_1 und x_1 für ein Szenario mit $s_1 = 14 \text{ m}$, $\alpha_1 = 50 \text{ gon}$ und $\Delta\alpha_1 = 20 \text{ gon}$ ist der Kovarianzmatrix aus der Varianzfortpflanzung zu entnehmen:

$$\Sigma_{xx} = \begin{vmatrix} 1.1914 \text{ m}^2 & -0.2668 \text{ m}^2 \\ -0.2668 \text{ m}^2 & 1.3772 \text{ m}^2 \end{vmatrix} \quad (5.1.9)$$

Der Anteil der Varianz der einzelnen Eingangsgrößen y_0 , x_0 , s_1 , α_1 und $\Delta\alpha_1$ an der Varianz der Ausgangsgrößen y_1 und x_1 lässt sich in Analogie zur Darstellung in Formel (5.1.6) ermitteln und ist im Vergleich zu den Ergebnissen der Sensitivitätsanalyse in der Abbildung 21 dargestellt. Die Varianz der Ausgangsgröße x_1 ist gegenüber dem Szenario polares Anhängen von ca. $1,2 \text{ m}^2$ auf ca. $1,4 \text{ m}^2$ erhöht. Dieses wird durch einen größeren Einfluss der Varianz von α_1 (ca. $0,30 \text{ m}^2$ gegenüber $0,23 \text{ m}^2$) und den zusätzlichen Einfluss der Varianz von $\Delta\alpha_1$ hervorgerufen, der bei ca. $0,10 \text{ m}^2$ (7 % der Gesamtvarianz) liegt. Dieses im Vergleich zum einfachen polaren Anhängen aufwendigere funktionale Modell

weist im Rahmen der hier eingehenden Eingangsgrößenvarianz keine deutliche Nicht-Additivität auf, so dass die aus der Varianzfortpflanzung und die aus der Sensitivitätsanalyse gebildeten Varianzanteile keinen Unterschied zeigen:

- Bei geringer Nicht-Additivität weisen beide Verfahren zur Bestimmung der Varianz und der Varianzanteile keinen signifikanten Unterschied auf.

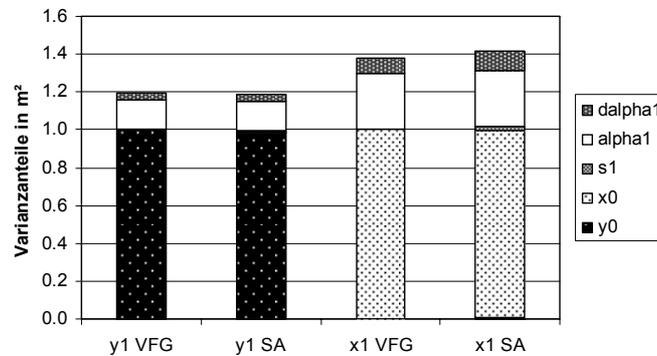


Abbildung 21: Vergleich der aus Varianzfortpflanzung (VFG) und aus Sensitivitätsanalyse (SA) ermittelten Varianzanteile, kreisförmige Bewegung

Beispiel: Kreisbewegung mit erhöhter Eingangsgrößenvarianz

Werden für die Eingangsgrößen s_1 , α_1 und $\Delta\alpha_1$ mit $\sigma_{s_1}^2 = (4\text{ m})^2$ und $\sigma_{\alpha_1}^2 = \sigma_{\Delta\alpha_1}^2 = (20\text{ gon})^2$ deutlich größere Varianzen zugelassen, wirkt sich die Nicht-Additivität auf die Bestimmung der Varianzanteile aus. Bei der Schätzung der Varianz bzw. Standardabweichung der Ausgangsgrößen kommt es zu Abweichungen zwischen den Ergebnissen aus der Varianzfortpflanzung und aus der Varianzanalyse im Rahmen der Simulation. Wie der Tabelle 4 zu entnehmen ist, wird die Standardabweichung von y_1 bzw. x_1 in der Varianzfortpflanzung um ca. 12 cm bzw. 16 cm größer als in der Sensitivitätsanalyse abgeschätzt.

Tabelle 4: Varianz und Standardabweichung aus Varianzfortpflanzung (VFG) und Sensitivitätsanalyse (SA), kreisförmige Bewegung mit erhöhter Eingangsgrößenvarianz

	Varianz in m²		Standardabweichung in m	
	VFG	SA	VFG	SA
y_1	19,441	18,409	4,409	4,291
x_1	22,423	20,890	4,735	4,571

Die Summe der Sensitivitätsindizes 1. Ordnung zeigt mit $\sum S_i = 0,91$ für beide Ausgangsgrößen eine deutliche Nicht-Additivität an. Dieses führt zu Gesamteffekten, deren Summe größer als 1 ist, vgl. Formel (2.2.19) und Tabelle 5.

Tabelle 5: Sensitivitätsanalyse, kreisförmige Bewegung mit erhöhter Eingangsgrößenvarianz

	Sensitivitätsindizes 1. O.		Gesamteffekte	
	y_1	x_1	y_1	x_1
y_0	0,05	0,00	0,07	0,02
x_0	0,00	0,05	0,02	0,07
s_1	0,47	0,22	0,53	0,29
α_1	0,33	0,51	0,40	0,59
$\Delta\alpha_1$	0,07	0,13	0,12	0,18
Σ	0,91	0,91	1,14	1,15

Dieses hat zur Folge, dass sich die aus der Varianzfortpflanzung und die aus der Sensitivitätsanalyse bestimmten Varianzanteile unterscheiden, vgl. Abbildung 22. Die Varianzanteile aus der Varianzfortpflanzung für y_0 und x_0 sind für die jeweilige Ausgangsgröße wie im linear wirkenden Fall 1 m^2 . Während diese Varianzanteile im vorigen Beispiel der Kreisbewegung mit geringer Eingangsgrößenvarianz den größten Anteil der Varianz ausgemacht haben, tragen nun die Varianzen von s_1 , α_1 und $\Delta\alpha_1$ wesentlich zur Ausgangsgrößenvarianz bei. Diese werden hier nicht im Detail analysiert. Von Bedeutung ist der Unterschied zwischen den aus den beiden Analysen abgeleiteten Varianzanteilen, der zwischen ca. 6 % und 35 % (für s_1 bzw. $\Delta\alpha_1$ bezüglich y_1) liegt.

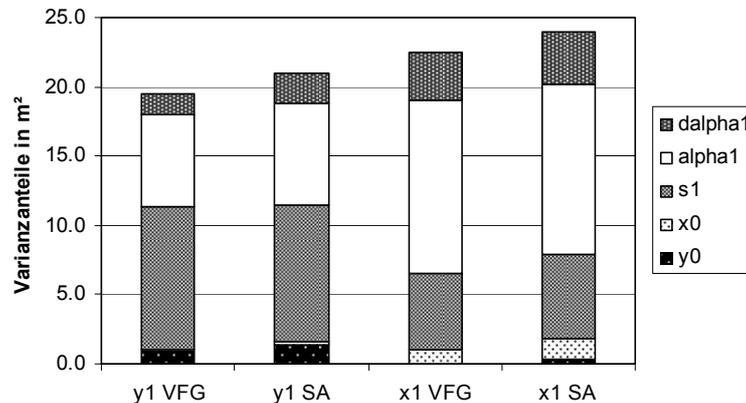


Abbildung 22: Vergleich der aus Varianzfortpflanzung (VFG) und aus Sensitivitätsanalyse (SA) ermittelten Varianzanteile, kreisförmige Bewegung mit erhöhter Eingangsgrößenvarianz

Dieser Unterschied ist darin begründet, dass in den Varianzanteilen aus der Sensitivitätsanalyse die in den Gesamteffekten enthaltenen Abhängigkeiten (Effekte höherer Ordnung, vgl. Gleichung (2.2.10)) zwischen den Eingangsgrößen Berücksichtigung finden. Dieses bewirkt, dass die Summe der Varianzanteile für die Sensitivitätsanalyse über der in der Tabelle 4 angegebenen Gesamtvarianz liegt. Die aus der Varianzfortpflanzung abgeleiteten Varianzanteile ergeben qualitativ betrachtet die gleichen Aussagen wie die Sensitivitätsanalyse, d.h. die Reihenfolge der einflussreichen Eingangsgrößen ist bei beiden Ausgangsgrößen identisch. Die quantitative Beurteilung der Varianzanteile aus der Varianzfortpflanzung liefert hier keine korrekten Ergebnisse. Werden dagegen die Ergebnisse der Sensitivitätsanalyse herangezogen, kann eine quantitative Abschätzung der Varianzanteile erfolgen. Zusammenfassend ist bei erhöhter Nicht-Additivität des Modells festzuhalten:

- Die in der Varianzfortpflanzung und der Varianzanalyse ermittelten Ausgangsgrößenvarianzen weisen Unterschiede auf.
- Eine quantitative Bestimmung des Anteils der Eingangsgrößenvarianz an der Ausgangsgrößenvarianz ist nur mit den Ergebnissen der Sensitivitätsanalyse möglich.

Beispiel: Vereinfachtes Kalman-Filter

Die gewählten Varianzen der Eingangsgrößen sind bei Anwendungen im Bereich der Navigation nicht realistisch. Daher soll das Potenzial der Sensitivitätsanalyse an einem weiteren Beispiel aufgezeigt werden. Über den Aspekt der Modelleigenschaften hinaus und einer davon unabhängigen Analyse der Varianzanteile ist des Weiteren die Komplexität eines Modells bei der Auswahl einer geeigneten Methode zur a priori Evaluation von Bedeutung. Dieses führt unmittelbar auf die Anwendung der Varianz- und Sensitivitätsanalyse für die Modellentwicklung und -evaluation im Bereich der Fahrzeugpositionsbestimmung mit dem Kalman-Filter. Im Folgenden werden anhand einer Auswertung in einem vereinfachten Filter die Vorteile der Varianz- und Sensitivitätsanalyse gegenüber einer Genauigkeitsabschätzung mit Hilfe der Varianzfortpflanzung für eine a priori Evaluation der Zustandsschätzung im Kalman-Filter dargestellt. Dazu wird das Grundprinzip des Kalman-Filters - die gewichtete Zusammenführung von System- und Messgleichungen - durch ein einfaches Mittel von Prädiktion und Messungen einer Epoche angenähert. Auf Ebene der Systemgleichungen

wird das in dieser Arbeit verwendete Modell der gleichförmigen Kreisbewegung mit Stellgröße herangezogen, vgl. Abschnitt 4.1.1. Das Beispiel sei aufgrund der im Folgenden erkennbaren Komplexität auf 2 Epochen beschränkt, der Anfangszustand sei fehlerfrei. In Analogie zu den Gleichungen (4.1.1) ist die Prädiktion der Zustandsgrößen Position (y, x) , Orientierung α und Geschwindigkeit v in der ersten Epoche:

$$\begin{aligned}\bar{y}_1 &= y_0 + \frac{v_0 \Delta t}{\Delta \alpha_{\text{Stell},1}} \cdot (\cos \alpha_0 \cdot (1 - \cos \Delta \alpha_{\text{Stell},1}) + \sin \alpha_0 \cdot \sin \Delta \alpha_{\text{Stell},1}) \\ \bar{x}_1 &= x_0 - \frac{v_0 \Delta t}{\Delta \alpha_{\text{Stell},1}} \cdot (\sin \alpha_0 \cdot (1 - \cos \Delta \alpha_{\text{Stell},1}) - \cos \alpha_0 \cdot \sin \Delta \alpha_{\text{Stell},1}) \\ \bar{\alpha}_1 &= \alpha_0 + \Delta \alpha_{\text{Stell},1} \\ \bar{v}_1 &= v_0\end{aligned}\quad (5.1.10)$$

Die Aufdatierung der Zustandsschätzung für die erste Epoche erfolgt unter Vernachlässigung der stochastischen Modellierung im Filter als Mittel aus System- und (transformierter) Messgleichung:

$$\begin{aligned}\hat{y}_1 &= \frac{1}{2}(\bar{y}_1 + y_{\text{GPS},1}) \\ \hat{x}_1 &= \frac{1}{2}(\bar{x}_1 + x_{\text{GPS},1}) \\ \hat{\alpha}_1 &= \alpha_0 + \frac{1}{2}(\Delta \alpha_{\text{Stell},1} + \Delta \alpha_1) \\ \hat{v}_1 &= \frac{1}{2}(\bar{v}_1 + \Delta s_1 / \Delta t)\end{aligned}\quad (5.1.11)$$

Einsetzen von (5.1.10) in (5.1.11) ergibt:

$$\begin{aligned}\hat{y}_1 &= \frac{1}{2} \left(y_0 + \frac{v_0 \Delta t}{\Delta \alpha_{\text{Stell},1}} \cdot (\cos \alpha_0 \cdot (1 - \cos \Delta \alpha_{\text{Stell},1}) + \sin \alpha_0 \cdot \sin \Delta \alpha_{\text{Stell},1}) + y_{\text{GPS},1} \right) \\ \hat{x}_1 &= \frac{1}{2} \left(x_0 - \frac{v_0 \Delta t}{\Delta \alpha_{\text{Stell},1}} \cdot (\sin \alpha_0 \cdot (1 - \cos \Delta \alpha_{\text{Stell},1}) - \cos \alpha_0 \cdot \sin \Delta \alpha_{\text{Stell},1}) + x_{\text{GPS},1} \right) \\ \hat{\alpha}_1 &= \alpha_0 + \frac{1}{2}(\Delta \alpha_{\text{Stell},1} + \Delta \alpha_1) \\ \hat{v}_1 &= \frac{1}{2}(v_0 + \Delta s_1 / \Delta t)\end{aligned}\quad (5.1.12)$$

Analog gilt für die Prädiktion der zweiten Epoche

$$\begin{aligned}\bar{y}_2 &= \hat{y}_1 + \frac{\hat{v}_1 \Delta t}{\Delta \alpha_{\text{Stell},2}} \cdot (\cos \hat{\alpha}_1 \cdot (1 - \cos \Delta \alpha_{\text{Stell},2}) + \sin \hat{\alpha}_1 \cdot \sin \Delta \alpha_{\text{Stell},2}) \\ \bar{x}_2 &= \hat{x}_1 - \frac{\hat{v}_1 \Delta t}{\Delta \alpha_{\text{Stell},2}} \cdot (\sin \hat{\alpha}_1 \cdot (1 - \cos \Delta \alpha_{\text{Stell},2}) - \cos \hat{\alpha}_1 \cdot \sin \Delta \alpha_{\text{Stell},2}) \\ \bar{\alpha}_2 &= \hat{\alpha}_1 + \Delta \alpha_{\text{Stell},2} \\ \bar{v}_2 &= \hat{v}_1\end{aligned}\quad (5.1.13)$$

und die Aufdatierung der Zustandsschätzung:

$$\begin{aligned}\hat{y}_2 &= \frac{1}{2}(\bar{y}_2 + y_{\text{GPS},2}) \\ \hat{x}_2 &= \frac{1}{2}(\bar{x}_2 + x_{\text{GPS},2}) \\ \hat{\alpha}_2 &= \hat{\alpha}_1 + \frac{1}{2}(\Delta \alpha_{\text{Stell},2} + \Delta \alpha_2) \\ \hat{v}_2 &= \frac{1}{2}(\bar{v}_2 + \Delta s_2 / \Delta t)\end{aligned}\quad (5.1.14)$$

Durch Einsetzen von (5.1.13) und (5.1.12) in (5.1.14) ergibt sich

$$\begin{aligned}\hat{y}_2 &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} \left(y_0 + \frac{v_0 \Delta t}{\Delta \alpha_{\text{Stell},1}} \cdot (\cos \alpha_0 \cdot (1 - \cos \Delta \alpha_{\text{Stell},1}) + \sin \alpha_0 \cdot \sin \Delta \alpha_{\text{Stell},1}) + y_{\text{GPS},1} \right) \right. \\ &\quad \left. + \frac{\frac{1}{2}(v_0 \cdot \Delta t + \Delta s_1)}{\Delta \alpha_{\text{Stell},2}} \cdot (\cos(\alpha_0 + \frac{1}{2}(\Delta \alpha_{\text{Stell},1} + \Delta \alpha_1)) \cdot (1 - \cos \Delta \alpha_{\text{Stell},2}) \right. \\ &\quad \left. + \sin(\alpha_0 + \frac{1}{2}(\Delta \alpha_{\text{Stell},1} + \Delta \alpha_1)) \cdot \sin \Delta \alpha_{\text{Stell},2}) + y_{\text{GPS},2} \right)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\hat{x}_2 &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} \left(x_0 - \frac{v_0 \Delta t}{\Delta \alpha_{Stell,1}} \cdot (\sin \alpha_0 \cdot (1 - \cos \Delta \alpha_{Stell,1}) - \cos \alpha_0 \cdot \sin \Delta \alpha_{Stell,1}) + x_{GPS,1} \right) \right. \\
&\quad \left. - \frac{\frac{1}{2} (v_0 \cdot \Delta t + \Delta s_1)}{\Delta \alpha_{Stell,2}} \cdot (\sin(\alpha_0 + \frac{1}{2}(\Delta \alpha_{Stell,1} + \Delta \alpha_1)) \cdot (1 - \cos \Delta \alpha_{Stell,2}) \right. \\
&\quad \left. - \cos(\alpha_0 + \frac{1}{2}(\Delta \alpha_{Stell,1} + \Delta \alpha_1)) \cdot \sin \Delta \alpha_{Stell,2}) + x_{GPS,2} \right)
\end{aligned} \tag{5.1.15}$$

$$\hat{\alpha}_2 = \alpha_0 + \frac{1}{2}(\Delta \alpha_{Stell,1} + \Delta \alpha_1) + \frac{1}{2}(\Delta \alpha_{Stell,2} + \Delta \alpha_2)$$

$$\hat{v}_2 = \frac{1}{4}(v_0 + \Delta s_1 / \Delta t) + \frac{1}{2}(\Delta s_2 / \Delta t)$$

In der Varianzfortpflanzung seien beide Epochen zusammengefasst, so dass sich die zugehörige Jakobi-Matrix wie folgt bildet

$$\mathbf{F}_{8,10} = \left(\frac{\partial \hat{\mathbf{X}}}{\partial \mathbf{L}} \right) = \begin{vmatrix} \frac{\partial \hat{y}_1}{\partial \Delta \alpha_2} & \cdots & \frac{\partial \hat{y}_1}{\partial \Delta \alpha_2} \\ \frac{\partial y_{GPS,1}}{\partial \Delta \alpha_2} & \cdots & \frac{\partial y_{GPS,1}}{\partial \Delta \alpha_2} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial \hat{y}_2}{\partial \Delta \alpha_2} & \cdots & \frac{\partial \hat{y}_2}{\partial \Delta \alpha_2} \\ \frac{\partial y_{GPS,1}}{\partial \Delta \alpha_2} & \cdots & \frac{\partial y_{GPS,1}}{\partial \Delta \alpha_2} \end{vmatrix} \tag{5.1.16}$$

mit $\hat{\mathbf{X}}$ als Vektor der Zustandsgrößen der ersten und zweiten Epoche und \mathbf{L} als Vektor der Messgrößen beider Epochen. Die Stellgrößen $\Delta \alpha_{Stell,1}$ und $\Delta \alpha_{Stell,2}$ seien hier zu Berücksichtigung ihrer Varianz $\sigma_{\Delta \alpha_{Stell,1}}^2 = \sigma_{\Delta \alpha_{Stell,2}}^2 = (0,333 \text{ gon})^2$ in den Vektor \mathbf{L} aufgenommen. Für die übrigen Messgrößen gelten die zuvor angegebenen Varianzen. Die Jakobi-Matrix ist wie folgt besetzt:

$$\mathbf{F}_{8,10} = \begin{vmatrix} \frac{1}{2} & 0 & f_{13} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & f_{23} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2\Delta t} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{4} & 0 & f_{53} & f_{54} & f_{55} & \frac{1}{2} & 0 & f_{58} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{4} & f_{63} & f_{64} & f_{65} & 0 & \frac{1}{2} & f_{68} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{4\Delta t} & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2\Delta t} & 0 \end{vmatrix} \tag{5.1.17}$$

Darin sind

$$\begin{aligned}
f_{13} &= \frac{\partial \hat{y}_1}{\partial \Delta \alpha_{Stell,1}} = \frac{1}{2} v_0 \cdot \Delta t \cdot \left(\frac{\sin(\alpha_0 + \Delta \alpha_{Stell,1})}{\Delta \alpha_{Stell,1}} + \frac{\cos(\alpha_0 + \Delta \alpha_{Stell,1}) - \cos \alpha_0}{\Delta \alpha_{Stell,1}^2} \right) \\
f_{23} &= \frac{\partial \hat{x}_1}{\partial \Delta \alpha_{Stell,1}} = \frac{1}{2} v_0 \cdot \Delta t \cdot \left(\frac{\cos(\alpha_0 + \Delta \alpha_{Stell,1})}{\Delta \alpha_{Stell,1}} - \frac{\sin(\alpha_0 + \Delta \alpha_{Stell,1}) - \sin \alpha_0}{\Delta \alpha_{Stell,1}^2} \right) \\
f_{53} &= \frac{\partial \hat{y}_2}{\partial \Delta \alpha_{Stell,1}} = \frac{1}{2} f_{13} - \frac{1}{8} \cdot \frac{(v_0 \cdot \Delta t + \Delta s_1)}{\Delta \alpha_{Stell,2}} \cdot (\sin(\alpha_0 + \frac{1}{2}(\Delta \alpha_{Stell,1} + \Delta \alpha_1)) \\
&\quad \cdot (1 - \cos \Delta \alpha_{Stell,2}) - \cos(\alpha_0 + \frac{1}{2}(\Delta \alpha_{Stell,1} + \Delta \alpha_1)) \cdot \sin \Delta \alpha_{Stell,2}) \\
f_{63} &= \frac{\partial \hat{x}_2}{\partial \Delta \alpha_{Stell,1}} = \frac{1}{2} f_{23} - \frac{1}{8} \cdot \frac{(v_0 \cdot \Delta t + \Delta s_1)}{\Delta \alpha_{Stell,2}} \cdot (\cos(\alpha_0 + \frac{1}{2}(\Delta \alpha_{Stell,1} + \Delta \alpha_1)) \\
&\quad \cdot (1 - \cos \Delta \alpha_{Stell,2}) + \sin(\alpha_0 + \frac{1}{2}(\Delta \alpha_{Stell,1} + \Delta \alpha_1)) \cdot \sin \Delta \alpha_{Stell,2}) \\
f_{54} &= \frac{\partial \hat{y}_2}{\partial s_1} = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{\Delta \alpha_{Stell,2}} \cdot (\cos(\alpha_0 + \frac{1}{2}(\Delta \alpha_{Stell,1} + \Delta \alpha_1)) \cdot (1 - \cos \Delta \alpha_{Stell,2}) \\
&\quad + \sin(\alpha_0 + \frac{1}{2}(\Delta \alpha_{Stell,1} + \Delta \alpha_1)) \cdot \sin \Delta \alpha_{Stell,2})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
f_{64} &= \frac{\partial \hat{x}_2}{\partial s_1} = -\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{\Delta \alpha_{Stell,2}} \cdot (\sin(\alpha_0 + \frac{1}{2}(\Delta \alpha_{Stell,1} + \Delta \alpha_1)) \cdot (1 - \cos \Delta \alpha_{Stell,2}) \\
&\quad - \cos(\alpha_0 + \frac{1}{2}(\Delta \alpha_{Stell,1} + \Delta \alpha_1)) \cdot \sin \Delta \alpha_{Stell,2}) \\
f_{55} &= \frac{\partial \hat{y}_2}{\partial \Delta \alpha_1} = -\frac{1}{8} \cdot \frac{(v_0 \cdot \Delta t + \Delta s_1)}{\Delta \alpha_{Stell,2}} \cdot (\sin(\alpha_0 + \frac{1}{2}(\Delta \alpha_{Stell,1} + \Delta \alpha_1)) \cdot (1 - \cos \Delta \alpha_{Stell,2}) \\
&\quad - \cos(\alpha_0 + \frac{1}{2}(\Delta \alpha_{Stell,1} + \Delta \alpha_1)) \cdot \sin \Delta \alpha_{Stell,2}) \\
f_{65} &= \frac{\partial \hat{x}_2}{\partial \Delta \alpha_1} = -\frac{1}{8} \cdot \frac{(v_0 \cdot \Delta t + \Delta s_1)}{\Delta \alpha_{Stell,2}} \cdot (\cos(\alpha_0 + \frac{1}{2}(\Delta \alpha_{Stell,1} + \Delta \alpha_1)) \cdot (1 - \cos \Delta \alpha_{Stell,2}) \\
&\quad + \sin(\alpha_0 + \frac{1}{2}(\Delta \alpha_{Stell,1} + \Delta \alpha_1)) \cdot \sin \Delta \alpha_{Stell,2}) \\
f_{58} &= \frac{\partial \hat{y}_2}{\partial \Delta \alpha_{Stell,2}} = \frac{1}{4} (v_0 \cdot \Delta t + \Delta s_1) \cdot \left(\frac{\sin(\alpha_0 + \frac{1}{2}(\Delta \alpha_{Stell,1} + \Delta \alpha_1) + \Delta \alpha_{Stell,2})}{\Delta \alpha_{Stell,2}} \right. \\
&\quad \left. + \frac{\cos(\alpha_0 + \frac{1}{2}(\Delta \alpha_{Stell,1} + \Delta \alpha_1) + \Delta \alpha_{Stell,2}) - \cos(\alpha_0 + \frac{1}{2}(\Delta \alpha_{Stell,1} + \Delta \alpha_1))}{\Delta \alpha_{Stell,2}^2} \right) \\
f_{68} &= \frac{\partial \hat{x}_2}{\partial \Delta \alpha_{Stell,2}} = \frac{1}{4} (v_0 \cdot \Delta t + \Delta s_1) \cdot \left(\frac{\cos(\alpha_0 + \frac{1}{2}(\Delta \alpha_{Stell,1} + \Delta \alpha_1) + \Delta \alpha_{Stell,2})}{\Delta \alpha_{Stell,2}} \right. \\
&\quad \left. - \frac{\sin(\alpha_0 + \frac{1}{2}(\Delta \alpha_{Stell,1} + \Delta \alpha_1) + \Delta \alpha_{Stell,2}) - \sin(\alpha_0 + \frac{1}{2}(\Delta \alpha_{Stell,1} + \Delta \alpha_1))}{\Delta \alpha_{Stell,2}^2} \right)
\end{aligned} \tag{5.1.18}$$

In der Abbildung 23 ist die Standardabweichung der Zustandsgrößen sowohl aus der Varianzfortpflanzung als auch aus der Varianzanalyse dargestellt. Bei allen Zustandsgrößen ist ein Anstieg der Standardabweichung von der ersten zur zweiten Epoche zu verzeichnen: Die Standardabweichung der Y- bzw. X-Koordinate steigt von ca. 0,5 m auf über 0,55 m bzw. fast 0,6 m an. Die Standardabweichung der Orientierung ist in der ersten Epoche ca. 1,5 gon, in der zweiten über 2,1 gon. Die Standardabweichung der Geschwindigkeit nimmt von ca. 0,020 m/s auf ca. 0,022 m/s zu. Dabei weisen die Ergebnisse aus der Varianzfortpflanzung bzw. -analyse geringe Unterschiede auf. Die aus der Varianzfortpflanzung ermittelten Varianzen sind für alle Zustandsgrößen in beiden Epochen etwas größer.

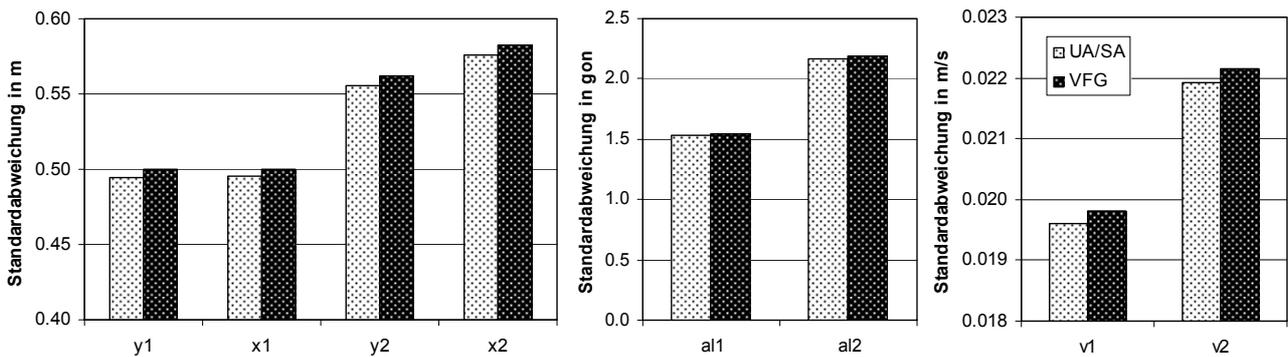


Abbildung 23: Vergleich der aus der Varianzfortpflanzung (VFG) und der aus der Varianzanalyse (UA) ermittelten Standardabweichungen, vereinfachtes Filter

Mit den Formeln (5.1.18) und (5.1.17) ist eine Ermittlung der Varianzanteile aus der Varianzfortpflanzung in Analogie zu (5.1.6) möglich. Die Varianzanteile der einzelnen Zustandsgrößen sind mit Hilfe der jeweiligen Gesamtvarianz normiert in der Abbildung 24 dargestellt. In der ersten Epoche wird die Varianz jeder Zustandsgröße zu 100 % durch die Varianz ihrer jeweiligen beobachtenden Messgröße bestimmt. Für die Position ist dieses die GPS Y- bzw. X-Koordinate (YGPS1 bzw. XGPS1). Für die Orientierung ist es die Richtungsänderung (da1), wobei der Einfluss der Stellgröße

(daStell1) vernachlässigbar ist. Die Varianz der Geschwindigkeit wird zu 100 % durch die Varianz der Streckenänderung (ds1) hervorgerufen. In der zweiten Epoche ist der Einfluss der Varianz anteilig auf die jeweiligen Messgrößen der ersten und zweiten Epoche verteilt, wobei das Gewicht aufgrund der in den obigen Formeln angegebenen funktionalen Zusammenhänge bei den einzelnen Zustandsgrößen unterschiedlich ist. Bei der Position und der Geschwindigkeit sind es rund 20 % zu 80 %, wobei die Varianz der X-Koordinate zu einem Anteil von ca. 8 % von der Varianz der Orientierungsänderung aus der ersten Epoche (da1) beeinflusst wird. Bei der Orientierung liegt der Anteil des Einflusses der Varianz der Richtungsänderung von erster (da1) und zweiter (da2) Epoche jeweils bei 50 %.

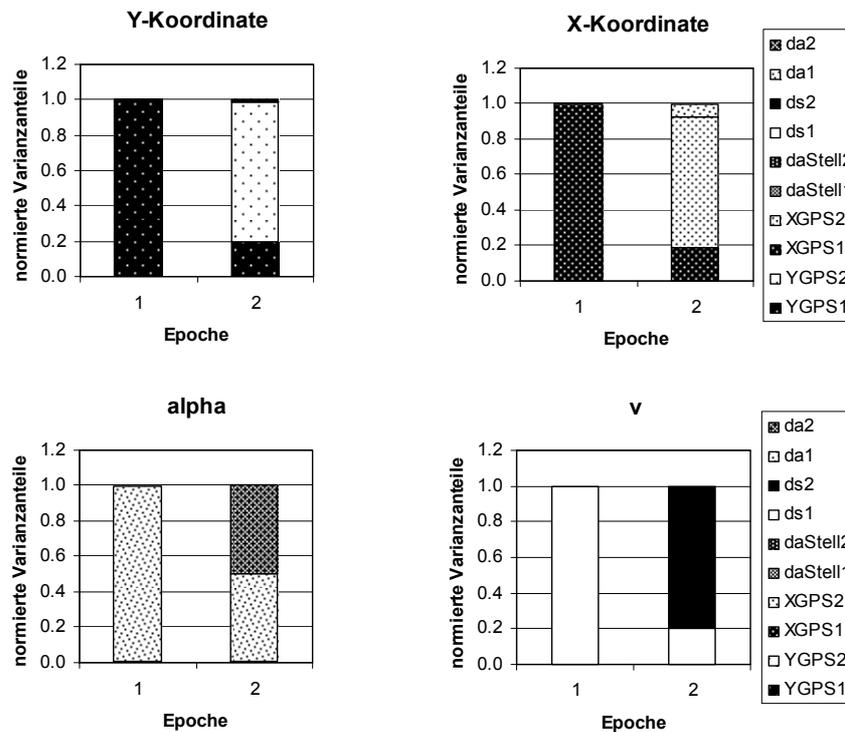


Abbildung 24: Normierte Varianzanteile aus Varianzfortpflanzung, vereinfachtes Filter

Der Vergleich der normierten Varianzanteile mit den in der Sensitivitätsanalyse bestimmten Gesamteffekten zeigt im Rahmen der Genauigkeit, mit der die Sensitivitätsmaße bestimmt sind, keine signifikanten Unterschiede. Somit kann nicht auf das Vorliegen von nicht-additiven Modelleigenschaften geschlossen werden. Eine qualitative und quantitative Übereinstimmung der Ergebnisse aus Varianzfortpflanzung und Sensitivitätsanalyse ist festzuhalten. Die folgenden Aussagen können für das vereinfachte Kalman-Filter getroffen werden:

- Nicht-additive Modelleigenschaften können nicht signifikant nachgewiesen werden.
- Für dieses Beispiel ist eine analytische Bestimmung der Varianzanteile aus einer Varianzfortpflanzung möglich, es zeigt sich im Rahmen der vorgegebenen Irrtumswahrscheinlichkeit eine qualitative und quantitative Übereinstimmung mit den Ergebnissen der Varianz- und Sensitivitätsanalyse.
- Eine über dieses Beispiel hinausgehende Evaluation verschiedener Simulationsszenarien und die Betrachtung weiterer Epochen sind sehr aufwendig, wie die Gleichungen (5.1.15) und (5.1.17) zeigen. Die Grenze der analytischen Bestimmung von Varianzanteilen in einer Varianzfortpflanzung ist aufgrund der vorliegenden Komplexität erreicht.

Beispiel: Kalman-Filter

Als abschließendes Beispiel dieses Abschnitts sei eine Kalman-Filterung über 10 Epochen gezeigt. Auf der Ebene der Systemgleichungen sei wie im Abschnitt 4.1.1 eine gleichförmige Kreisbewegung mit Stellgröße mit den Zustandsgrößen (y, x) , α und v modelliert. Als Messgrößen liegen GPS-Positionen (y_{GPS}, x_{GPS}) , Streckenänderungen Δs und Orientierungsänderungen $\Delta \alpha$ vor. Die Varianzen werden wie in diesem Abschnitt bereits angegeben eingeführt. In Anlehnung an das Beispiel des vereinfachten Kalman-Filters werden die Startwerte der Zustandsschätzung fehlerfrei eingeführt.

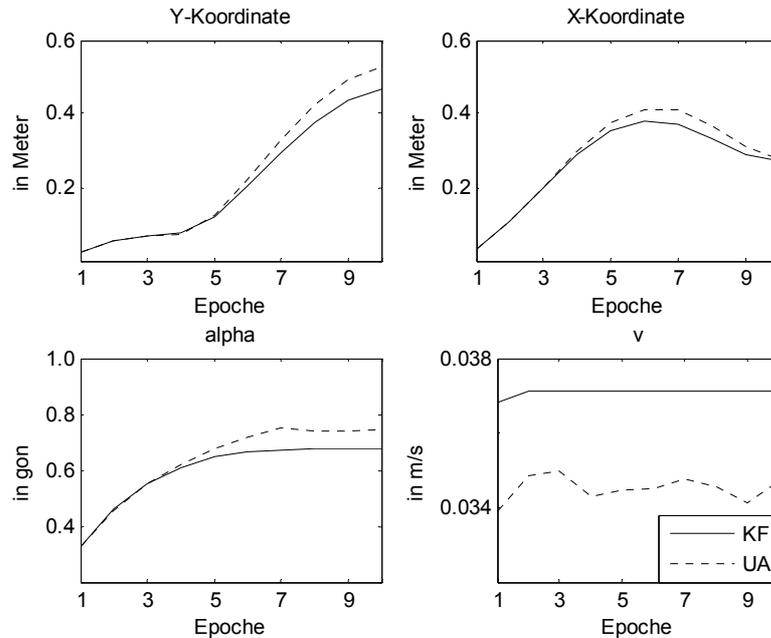


Abbildung 25: Standardabweichung der Zustandsgrößen im Kalman-Filter aus Filterschätzung (KF) und Varianzanalyse (UA)

In der Abbildung 25 ist für eine über 10 Epochen simulierte Kreisfahrt die Standardabweichung der Zustandsgrößen sowohl aus der Schätzung im Filter, vgl. Gleichungen (2.1.19) und (2.1.24) im Abschnitt 2.1.2, als auch aus der Varianzanalyse aufgetragen. Die Standardabweichungen der Y- und X-Koordinate weichen zwischen beiden Bestimmungen jeweils um bis zu ca. 5 cm voneinander ab. Die Unterschiede der Standardabweichungen von Orientierung und Geschwindigkeit sind mit ca. 0,07 gon bzw. 0,02 m/s gering. Im Vergleich zu der in Abbildung 23 angegebenen Standardabweichung aus dem vereinfachten Kalman-Filter sind für alle Zustandsgrößen deutliche Unterschiede zu erkennen. Dieses bedeutet, dass die Funktionsweise des Kalman-Filters durch das Beispiel des vereinfachten Kalman-Filters nicht korrekt repräsentiert wird.

Die Ergebnisse der Sensitivitätsanalyse werden hier nicht gezeigt, da dieses anhand ausgewählter Beispiele im Abschnitt 5.2 erfolgt. Von Bedeutung ist, dass die Summe der Sensitivitätsindizes 1. Ordnung in Abhängigkeit von der betrachteten Epoche und Zustandsgröße zwischen ca. 90 % und 95 % liegt und damit signifikant von $\sum S_i = 1$ abweicht:

- Der in dieser Arbeit eingesetzte Kalman-Filter-Ansatz weist folglich nicht-additive Modelleigenschaften auf.

Eine analytische Bestimmung des Anteils der Eingangsgrößenvarianz ist zum einen aufgrund der Komplexität der im Abschnitt 2.1.2 dargestellten Gleichungen nicht möglich und wäre zum anderen aufgrund der nachgewiesenen Nicht-Additivität quantitativ nicht korrekt. Zusammenfassend ist Folgendes festzustellen:

- Das Beispiel des vereinfachten Kalman-Filters kann nicht zur Analyse der Funktionsweise des Kalman-Filters herangezogen werden.

- Mit Hilfe des Filter-Algorithmus ist eine näherungsweise Bestimmung der Standardabweichung der Zustandsgrößen und damit der mit dem Filter-Ansatz erreichbaren Genauigkeit möglich.
- Aufgrund der Komplexität des Algorithmus ist aber keine funktionale Zerlegung in den Einfluss einzelner Eingangsgrößenvarianzen auf die Ausgangsgrößenvarianz möglich.

Hierfür kann die varianzbasierte Sensitivitätsanalyse - wie sie im Abschnitt 2.2 vorgestellt worden ist - sinnvoll eingesetzt werden mit dem Ziel,

- die Funktionsweise des Filters zu analysieren,
- einflussreiche Eingangsgrößen zu identifizieren und
- deren quantitativen Anteil an der Ausgangsgrößenvarianz

zu bestimmen. Im Folgenden wird dieses exemplarisch für ausgewählte Aspekte der Modellentwicklung und -evaluation gezeigt.

5.2 Ausgewählte Aspekte der Modellentwicklung und -evaluation

Das Potenzial der Sensitivitätsanalyse als Methode zur a priori Evaluation von Auswertansätzen ist in dem vorangegangenen Abschnitt an einfachen Beispielen gezeigt worden. Im folgenden Abschnitt soll der Beitrag der Varianz- und Sensitivitätsanalyse zur Modellentwicklung und -evaluation im Bereich der Fahrzeugpositionsbestimmung verdeutlicht werden. Die Darstellungen orientieren sich an ausgewählten Aspekten, die bei dem Entwurf eines Kalman-Filter-Ansatzes berücksichtigt werden müssen, und sind wie folgt untergliedert:

- Abhängigkeit von Geometrie und Fahrdynamik,
- Sensorauswahl.

Vor der Modellentwicklung muss ein der Aufgabenstellung entsprechendes, anwendungsabhängiges Anforderungsprofil aufgestellt werden, das alle von dem Filter-Ansatz zu erfüllenden Kriterien enthält. Dieses umfasst sowohl die Definition eines Gültigkeitsbereichs für das Modell als auch die Festlegung einzuhaltender Qualitätsparameter (vgl. WILTSCHKO (2004)). In den vorliegenden Untersuchungen ist dieses die Genauigkeit bzw. die Standardabweichung der Zustandsgrößen. Unter Berücksichtigung der sich ergebenden Anforderungen an die Fahrzeugpositionsbestimmung werden zunächst die erforderlichen Zustands- und die das Modell auf Beobachtungsebene beschreibenden Eingangsgrößen definiert. Ausgehend von den oben beschriebenen Größen ist im nächsten Schritt eine geeignete Auswahl der zu verwendenden Sensoren zu treffen. Hier sind Restriktionen hinsichtlich der Verfügbarkeit und Kostenaspekte zu berücksichtigen. Mit Hilfe der Varianz- und Sensitivitätsanalyse kann a priori ermittelt werden, welche Genauigkeiten der Zustandsgrößen jeweils erreicht werden können, wenn eine bestimmte Sensorkonfiguration verwendet wird, und welche Sensoren ausgetauscht werden müssen, falls die gestellten Anforderungen mit der getroffenen Auswahl nicht erfüllt werden.

5.2.1 Evaluationskonzept

5.2.1.1 Simulationsszenarien

Für die a priori Evaluation sind Simulationsszenarien zu definieren, anhand derer charakteristische Modelleigenschaften analysiert werden können. Die Auswahl der Szenarien ist derart zu treffen, dass sie für die zukünftige Anwendung des zu entwickelnden Modells repräsentativ sind. Dieses sei hier exemplarisch an drei geometrisch verschiedenen Simulationsszenarien gezeigt.

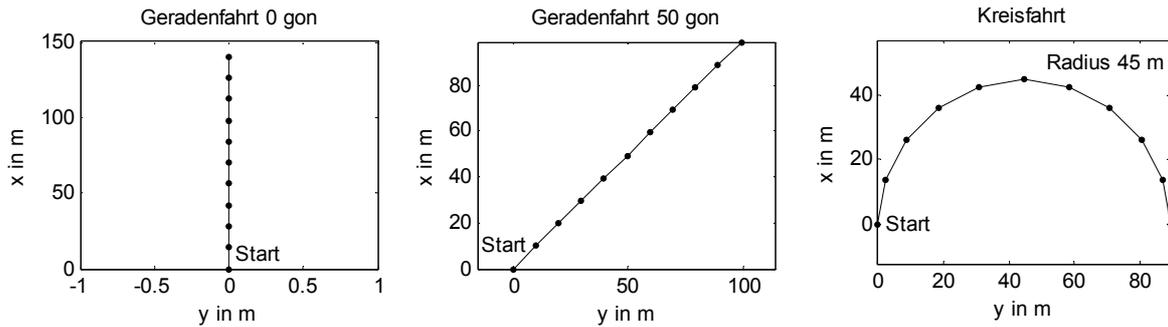


Abbildung 26: Simulationsszenarien

Die hier simulierten Fahrzenarien umfassen jeweils 10 Filterepochen und sind in der Abbildung 26 dargestellt. Wenn nicht anders angegeben, handelt es sich um eine unbeschleunigte Fahrt bei einer Geschwindigkeit von 50 km/h. Jede Eingangsgröße - wobei die Eingangsgrößen hier den Beobachtungen, die in das Filter eingehen, entsprechen - wird über alle Epochen zu einer Eingangsgrößengruppe zusammengefasst. Die Zustandsgrößen der Filterschätzung sind im Sinne der Varianz- und Sensitivitätsanalyse als Ausgangsgrößen aufzufassen. Zur Generierung der Stichproben werden die Genauigkeitsangaben nach RAMM / SCHWIEGER (2004) entsprechend der Tabelle 6 verwendet. Die Tabelle enthält die hier eingesetzten Sensoren und die aus ihnen resultierenden Messdaten mit ihrer Auflösung und Standardabweichung.

Tabelle 6: Zusammenstellung der charakteristischen Sensorangaben, nach RAMM / SCHWIEGER (2004)

Sensor	Messdaten	Auflösung	Standardabw.
GPS-Empfänger, Leica SR 530, Code	φ, λ, h bzw. Y, X	< 1 m	1 m
(Differential-)Odometer, 2 inkrementale Drehgeber (Hohlwellenausführung), Typenreihe 5820, CORRSYS-DATRON	$\Delta s, \Delta \alpha$	2 mm, 0,1 gon	0,4 %
Korr.geschw.sensor, Correvit L-400, CORRSYS-DATRON	Δs	1,9 mm	0,1 %
Drehratensensor DRS-MM1, Bosch	$\Delta \alpha$	0,2°/s	0,3°/s

5.2.1.2 Evaluierter Filter-Ansätze

Zur Verdeutlichung des Einflusses der Geometrie und Fahrdynamik sowie der Sensorauswahl auf die Zustandsschätzung im Kalman-Filter werden in den Abschnitten 5.2.2 und 5.2.3 zwei verschiedene Filter-Ansätze evaluiert.

Der Filter-Ansatz im Abschnitt 5.2.2 entspricht hinsichtlich der Systemgleichungen (gleichförmige Kreisbewegung mit kausaler Modifizierung des kinematischen Bewegungsmodells durch geometrische Stellgröße) den Darstellungen in Abschnitt 4.1.1. Eingehende Messdaten sind GPS Y- und X-Koordinate sowie Strecken- und Richtungsänderung aus dem Odometer. Der funktionale Zusammenhang für die Streckenänderung aus dem Korrelationsgeschwindigkeitssensor in den Messgleichungen entfällt hier im Gegensatz zu den Angaben im Abschnitt 4.1.1.

Die Evaluation im Abschnitt 5.2.3 erfolgt für den Filter-Ansatz ohne Stellgröße nach AUSSEMS (1999). Die zugehörigen System- und Messgleichungen sind im Anhang A dargestellt. Die Systemgleichungen repräsentieren bis auf die Stellgröße dasselbe Bewegungsmodell (gleichförmige Kreisbewegung) wie der Ansatz aus Abschnitt 4.1.1. Das Fehlen der Stellgröße wird durch die Modellierung der Richtungsänderung als zusätzliche Zustandsgröße kompensiert: Die Richtungsänderung wird im Filter mitgeschätzt. Die Messgleichungen enthalten die funktionalen Zusammenhänge für GPS Y- und X-Koordinate sowie für eine Strecken- und eine Richtungsänderung. Die eingehenden Messdaten werden hier aus zwei verschiedenen Sensorkombinationen erhalten:

- GPS (Y- und X-Koordinate), Korrelationsgeschwindigkeitssensor (Streckenänderung), Drehratensensor (Richtungsänderung),
- GPS (Y- und X-Koordinate), zwei Odometer (Strecken- und Richtungsänderung).

5.2.2 Abhängigkeit von Geometrie und Fahrdynamik

Der Entwurf eines Kalman-Filter-Ansatzes für die optimale Schätzung der Fahrzeugposition und weiterer Zustandsgrößen wie Orientierung und Geschwindigkeit erfolgt in der Regel in Abhängigkeit einer konkreten Anwendung. Ein Aspekt ist dabei die geforderte Genauigkeit. Die mit einem Auswertemodell erreichbare Genauigkeit wird davon beeinflusst, wie gut das modellierte System mit der Realität übereinstimmt. In diesem Zusammenhang ist auch die Gültigkeit des Modells für z.B. einen gewissen Geschwindigkeitsbereich oder in Situationen mit extremer Fahrdynamik von Bedeutung. Erfolgt die Fahrzeugpositionsbestimmung z.B. für Anwendungen wie einer LKW-Maut oder für das Flottenmanagement eines LKW-Fuhrparks, muss das Modell in einem begrenzten Geschwindigkeitsbereich zuverlässige Ergebnisse liefern und die zu erwartende Fahrdynamik ist nicht so hoch wie bei einem PKW. Der Festlegung von Anwendungsgrenzen ist bei der Modellentwicklung Rechnung zu tragen. Im Folgenden wird der Einfluss von Geometrie und Fahrdynamik auf die Filterschätzung aufgezeigt.

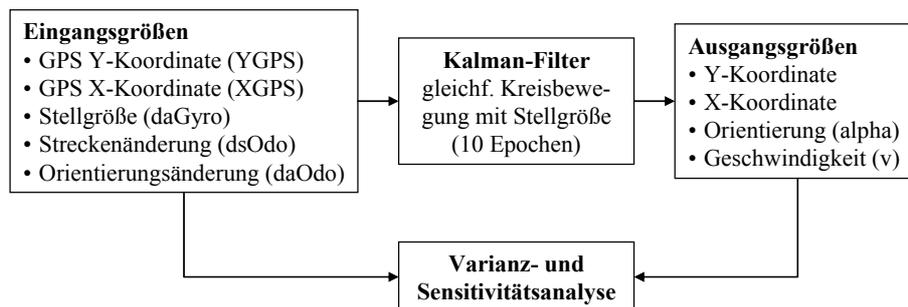


Abbildung 27: Ein- und Ausgangsgrößen der Varianz- und Sensitivitätsanalyse für verwendeten Filter-Ansatz

Die Evaluation erfolgt für den Kalman-Filter-Ansatz mit geometrischer Stellgröße (vgl. Abschnitt 4.1.1 und 5.2.1.2). Die in das Filter eingehenden Messdaten - GPS Y- und X-Koordinate, Strecken- und Richtungsänderung aus dem Odometer - sowie die mit Unsicherheit behaftete Stellgröße aus dem Drehratensensor werden als Eingangsgrößen im Sinne der Varianz- und Sensitivitätsanalyse aufgefasst. Ausgangsgrößen sind entsprechend die über 10 Epochen geschätzten Zustandsgrößen: Position (y,x) , Orientierung α und Geschwindigkeit v . Dieser Zusammenhang ist in der Abbildung 27 dargestellt. Anhand der drei in Abbildung 26 definierten Fahrscenarien wird zunächst der Einfluss der Geometrie auf die Genauigkeit der Filterschätzung aufgezeigt. In der Abbildung 28 ist die aus der Varianzanalyse bestimmte Standardabweichung für die vier Ausgangsgrößen über 10 Filterepochen - unterteilt nach den Fahrscenarien Geradenfahrt 0 gon, Geradenfahrt 50 gon und Kreisfahrt - dargestellt. Zur Darstellung sind hier die Epochen 21 bis 30 gewählt, um einen Einfluss durch die im Filter gesetzte Anfangswertgenauigkeit auf die Varianzanalyse und die Sensitivitätsmaße auszuschließen. Bei der Kreisfahrt entsprechen diese Epochen geometrisch denen der Epochen 1 bis 10, vgl. Abbildung 26, so dass dieses weder auf Aussagen zu den Geraden- noch zu den Kreisfahrten eine Auswirkung hat.

Die Beurteilung der Standardabweichung der Ausgangsgrößen über die 10 Filterepochen für die drei Fahrscenarien führt zu folgenden Schlüssen:

- Die Genauigkeit der Positionsschätzung ist mit einem Schwankungsbereich von ca. 0,3 m bis 0,6 m deutlich vom Fahrscenario abhängig. Die Kreisfahrt spiegelt sich in der periodischen Variation der Standardabweichung von Y- und X-Koordinate über die 10 Epochen wider. Die minimale Standardabweichung von ca. 0,3 m wird bei der Geradenfahrt 0 gon für die X-Koordinate erreicht, die maximale Standardabweichung von ca. 0,6 m tritt bei der Geradenfahrt 0 gon für die Y-Koordinate auf.
- Die Orientierung hat modellbedingt eine größere Standardabweichung bei der Kreisfahrt (ca. 0,9 gon) gegenüber den beiden Geradenfahrten (ca. 0,7 gon).
- Die Standardabweichung der Geschwindigkeit weist mit konstant ca. 0,035 m/s keine Abhängigkeit vom Fahrscenario auf.

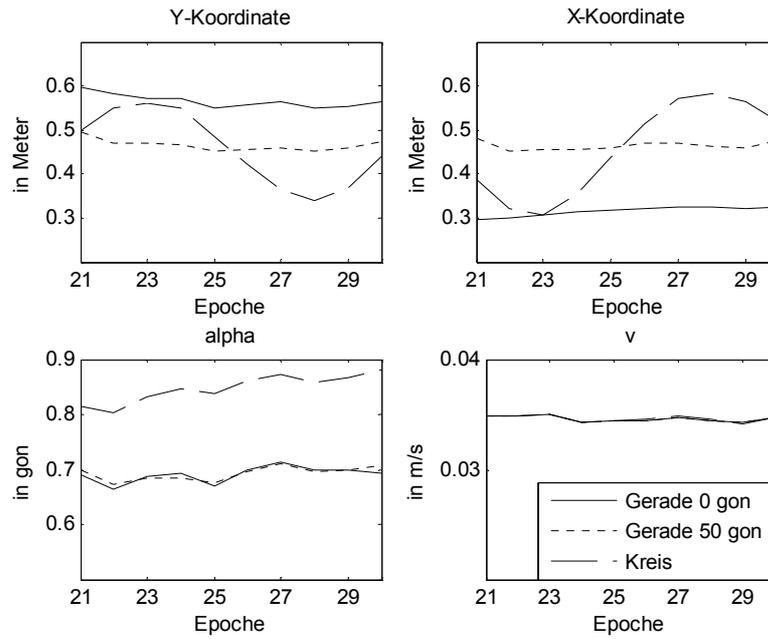


Abbildung 28: Standardabweichung der Ausgangsgrößen für drei verschiedene Fahrscenarien

Werden die Ergebnisse der Sensitivitätsanalyse betrachtet, lassen sich diese Effekte erklären und die durch die einzelnen Eingangsgrößen bzw. durch ihre Varianz hervorgerufenen Varianzen der Ausgangsgrößen quantitativ zuordnen. In der Abbildung 29 sind die Gesamteffekte der Ausgangsgrößen für die Geradenfahrt 0 gon für alle Ausgangsgrößen über die betrachteten Filterepochen dargestellt:

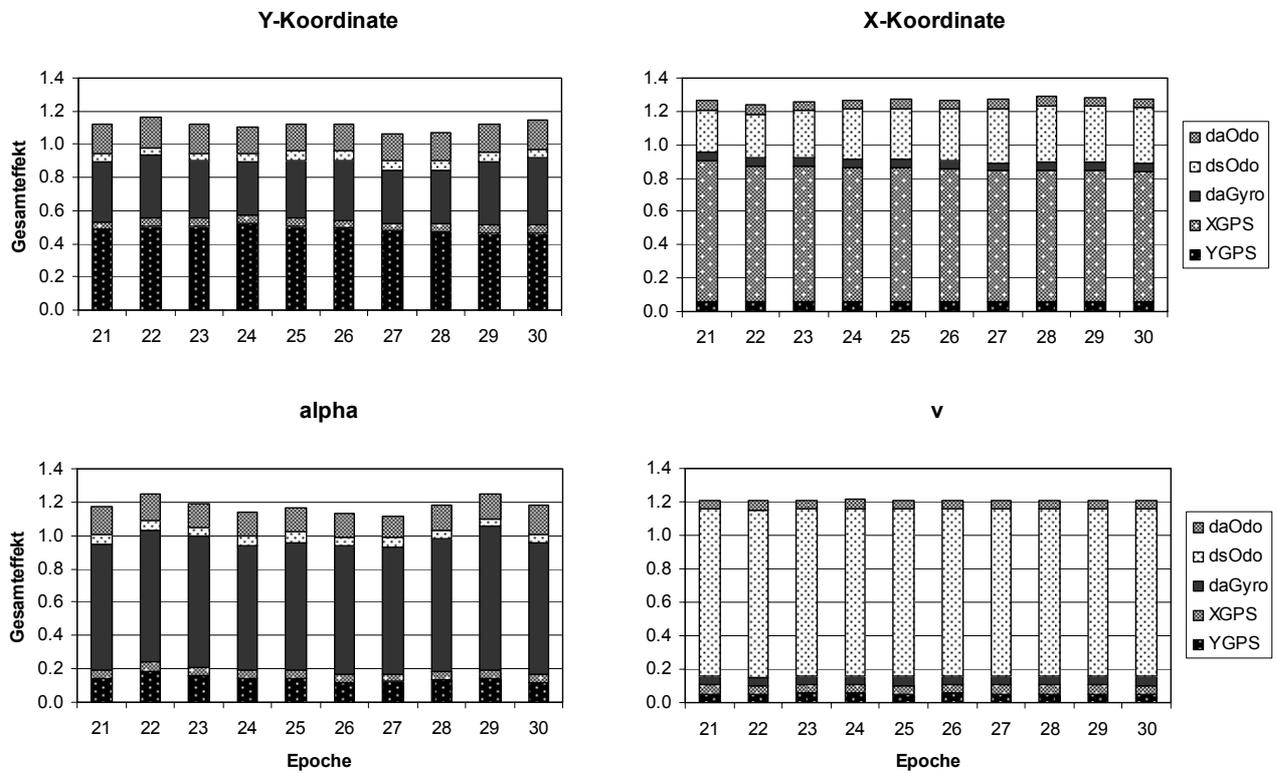


Abbildung 29: Gesamteffekte der Ausgangsgrößen, Geradenfahrt 0 gon

- Die Varianz der Y-Koordinate wird neben dem Einfluss der Varianz durch die GPS Y-Koordinate (YGPS ca. 49 %) wesentlich durch die Varianz der Orientierungsänderung aus dem Odometer (daOdo ca. 17 %) und der Stellgröße (daGyro ca. 35 %) beeinflusst.
- Die Varianz der X-Koordinate ist von der Varianz der GPS X-Koordinate (XGPS ca. 80 %) und der Streckenänderung aus dem Odometer (dsOdo ca. 31 %) abhängig.
- Die Varianz der Orientierung wird deutlich von der Varianz der Stellgröße (daGyro ca. 78 %) beeinflusst und von der Varianz der Orientierungsänderung aus dem Odometer (daOdo ca. 15 %) sowie der GPS Y-Koordinate (YGPS ca. 14 %).
- Die Varianz in der Geschwindigkeit wird fast ausschließlich von der Varianz der Streckenänderung (dsOdo ca. 100 %) hervorgerufen.

Die Standardabweichung der Gesamteffekte ist gemäß der Darstellungen im Abschnitt 2.2.6.2 für diesen Ansatz im Szenario Kreisfahrt bestimmt worden und ergibt sich zu 0,023. Nach Gleichung (2.2.58) ist unter Berücksichtigung von (2.2.62) ein Gesamteffekt $S_{T_i} > 0,048$ signifikant von Null verschieden. Die Gesamteffekte der Eingangsgrößen GPS-Position, Stellgröße und Odometer für die Ausgangsgröße Geschwindigkeit liegen jeweils über ca. 0,05, so dass die Varianz dieser Eingangsgrößen einen geringen, aber signifikanten Einfluss auf die Varianz der Geschwindigkeit haben. Grundsätzlich entsprechen die hier gezeigten Ergebnisse dem, was aufgrund der Geometrie des Fahrplans zu erwarten ist. Die Wirkung der Filterschätzung ist fahrtrichtungsabhängig und ruft insbesondere bei der Bestimmung von Y- und X-Koordinate aufgrund des unterschiedlich großen Einflusses der Eingangsgrößen unterschiedliche Standardabweichungen hervor.

An dieser Stelle soll der Bezug der Gesamteffekte zu der Varianz der Ausgangsgrößen hergestellt werden: Jeder Gesamteffekt einer Eingangsgröße gibt den prozentualen Anteil der Varianz dieser Eingangsgröße an der Gesamtvarianz der Ausgangsgröße an. Wird dieses für die Ausgangsgrößen Y- und X-Koordinate ermittelt, ergibt sich, dass die aus der Varianz der GPS-Position resultierenden Varianzen in der Y- und X-Koordinate anteilig näher beieinander liegen, als die ausschließliche Betrachtung der Gesamteffekte zum Ausdruck bringt: Für die Y-Koordinate entsprechen ca. 49 % der mittleren Varianz von $(57 \text{ cm})^2$ einer Standardabweichung von rund 40 cm und bei der X-Koordinate resultiert aus ca. 80 % der mittleren Varianz von $(32 \text{ cm})^2$ eine anteilige Standardabweichung von ca. 28 cm. Der Tabelle 7 ist zu entnehmen, dass sich die größere Varianz der Y-Koordinate aufgrund des Einflusses der Orientierungsänderung aus dem Odometer (daOdo) sowie der Stellgröße (daGyro) ergibt, wobei letztere als Einfluss des Systems betrachtet werden kann. Die aus den beiden Spalten der Tabelle 7 durch Radizieren der quadratischen Summe resultierenden Gesamtstandardabweichungen der Y- und X-Koordinate sind aufgrund der vorliegenden Nicht-Additivität und der damit einhergehenden Summe der Gesamteffekt $\sum S_{T_i} > 1$ größer als die in der Abbildung 28 gezeigten Standardabweichungen.

Tabelle 7: Beitrag der Unsicherheit der Eingangsgrößen zur Gesamtunsicherheit der Ausgangsgrößen Y- und X-Koordinate, Geradenfahrt 0 gon (über 10 Epochen gemittelt)

Anteil der Standardabweichung der aus Unsicherheit von	Y-Koordinate	X-Koordinate
YGPS in cm	39,7	7,5
XGPS in cm	12,2	28,3
daGyro in cm	33,7	7,0
dsOdo in cm	13,1	17,5
daOdo in cm	23,3	7,3

Beim Übergang auf die Betrachtung der Gesamteffekte für die Ausgangsgrößen der Geradenfahrt 50 gon (vgl. Abbildung 30) ist das Folgende erkennbar:

- Bei der Varianz der Y- und X-Koordinaten nimmt der Einfluss der jeweils anderen GPS-Koordinate von ca. 5 % auf über 10 % zu.

- Die Varianz der Eingangsgrößen aus dem Odometer (daOdo je ca. 14 % und dsOdo je ca. 10 %) weisen ebenso wie die Varianz der Stellgröße (daGyro je ca. 17 %) einen nahezu identischen Einfluss auf die Y- und X-Koordinate auf. Unter Berücksichtigung der Formel (2.2.54) ist kein signifikanter Unterschied zwischen den jeweiligen Gesamteffekten für die Ausgangsgröße Position festzustellen. Demzufolge sind die Standardabweichungen der Y- und X-Koordinaten in der Abbildung 28 für dieses Szenario gleich groß und variieren nicht über die 10 Epochen.
- Der Einfluss der Varianz der Eingangsgrößen aus dem Odometer (dsOdo, daOdo) und der Stellgröße (daGyro) auf die Varianz der Orientierung ist bei beiden Szenarien der Geradenfahrt (0 gon und 50 gon) identisch.
- Erwartungsgemäß zeigt sich bei der Geradenfahrt 50 gon gegenüber der Geradenfahrt 0 gon ein nahezu gleich großer Einfluss der Varianz von GPS Y- und X-Koordinate (Geradenfahrt 0 gon YGPS ca. 14 %, XGPS ca. 5 %; Geradenfahrt 50 gon YGPS ca. 9 %, XGPS ca. 11 %).
- Die für die Geschwindigkeit vorhergesagte Unabhängigkeit vom Fahrscenario bestätigt sich hier ebenso wie bei der Kreisfahrt. Die Gesamteffekte sind für alle Fahrscenario identisch.

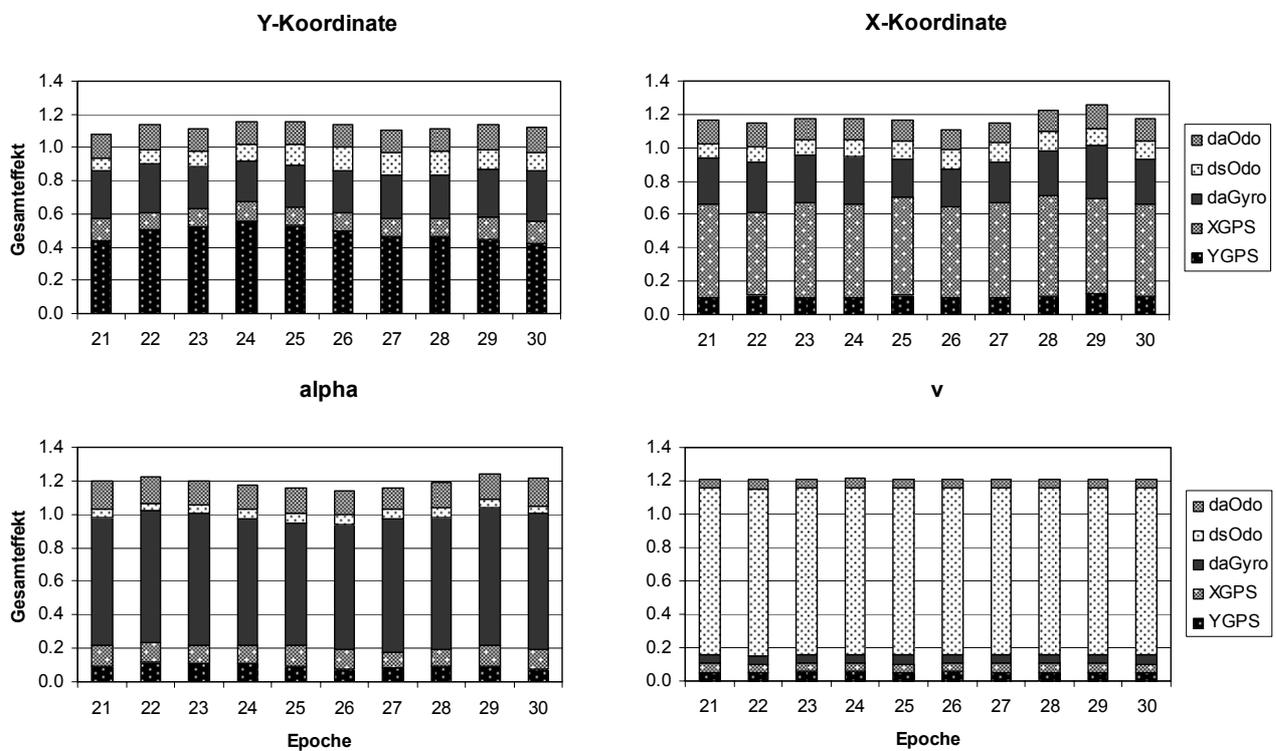


Abbildung 30: Gesamteffekte der Ausgangsgrößen, Geradenfahrt 50 gon

Die aus der Kreisfahrt ermittelten Gesamteffekte für die Ausgangsgrößen sind der Abbildung 31 zu entnehmen:

- Die Abhängigkeit von der Fahrtrichtung wird bei der Y- und der X-Koordinate deutlich sichtbar. Bei der Y-Koordinate ist von der 26. bis zur 30. Epoche ein Ansteigen und wieder Abfallen des Gesamteffekts der GPS Y-Koordinate von ca. 0,4 zu verzeichnen. Dieses gilt bei der X-Koordinate entsprechend für die GPS X-Koordinate in den Epochen 21 bis 25 mit einer Amplitude von ca. 0,3.
- Bei der Orientierung zeigt sich beim Einfluss durch die Varianz der GPS Y- und X-Koordinate ebenfalls eine fahrtrichtungsabhängige Variation. Sie ist allerdings unter Berücksichtigung von (2.2.54) und (2.2.61) mit einer maximalen Differenz von ca. 0,08 sowohl für die Varianz der GPS Y- als auch der GPS X-Koordinate bei der gewählten Irrtumswahrscheinlichkeit von $\alpha = 0,05$ nicht signifikant nachweisbar.

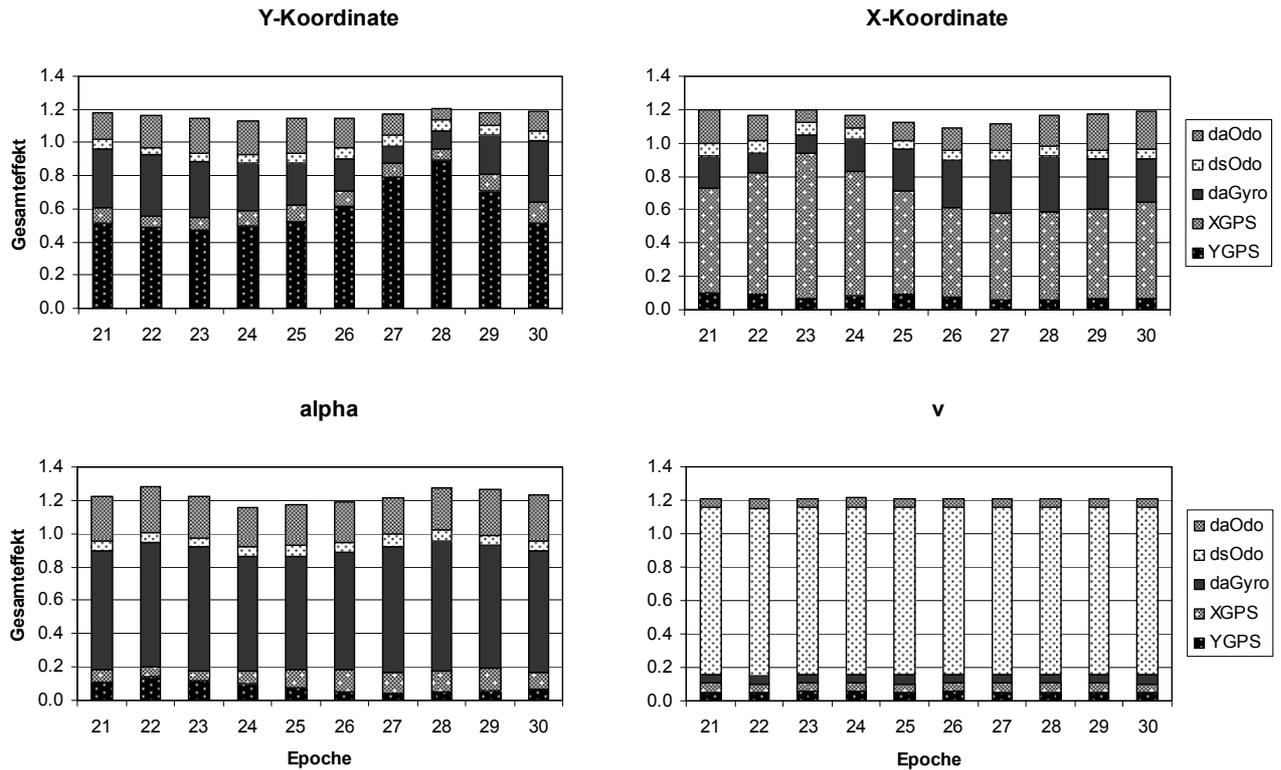


Abbildung 31: Gesamteffekte der Ausgangsgrößen, Kreisfahrt

Bei den Positionen wird bei gleichzeitiger Betrachtung der Abbildung 28 und Abbildung 31 wiederholt deutlich, dass ein großer Einfluss der entsprechenden GPS-Koordinate mit einer kleinen Standardabweichung zusammenfällt: Für die Y-Koordinate ist eine minimale Standardabweichung in den Epochen 27 bis 29 zu verzeichnen, die Gesamteffekte der Eingangsgrößen GPS Y-Koordinate (YGPS) sind in diesen Epochen erhöht. Dieses gilt in Analogie für die Ausgangsgröße X-Koordinate und die Varianz der Eingangsgröße GPS X-Koordinate (XGPS) in den Epochen 22 bis 24.

Der in der Abbildung 32 dargestellte Anteil der Standardabweichungen der einzelnen Eingangsgrößen an der Gesamtvarianz für die beiden Ausgangsgrößen Y- und X-Koordinate zeigt, dass ein Großteil der fahrtrichtungsabhängigen Variation von der Varianz der Orientierungsänderung aus dem Odometer (daOdo, Schwankungsbreite ca. 0,15 m) und der Stellgröße (daGyro, Schwankungsbreite ca. 0,25 m) hervorgerufen wird. Ein maximaler bzw. minimaler Anteil der Standardabweichung tritt jeweils beim Übergang der Fahrtrichtung entlang einer Koordinatenachse auf die andere Achse auf. Dieses ist bei der Kreisfahrt im Bereich der Epochen 22 und 28 gegeben, vgl. Abbildung 26. Der Anteil der Standardabweichung aufgrund der GPS-Koordinaten (YGPS und XGPS) variiert demgegenüber mit jeweils weniger als 0,1 m gering.

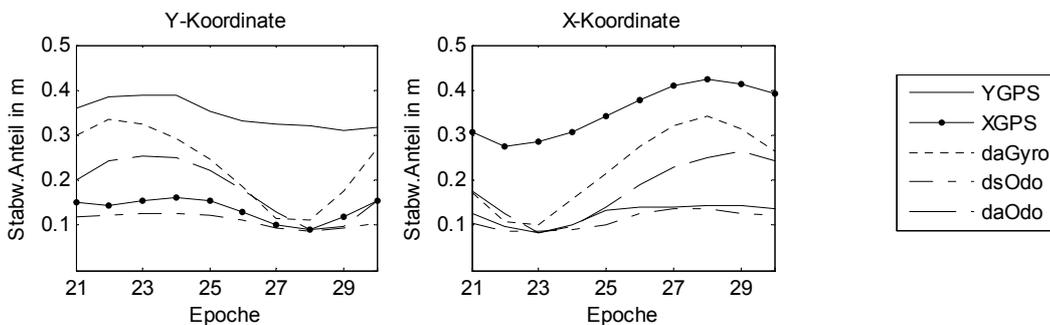


Abbildung 32: Beitrag der Unsicherheit der Eingangsgrößen zur Gesamtunsicherheit der Ausgangsgrößen Y- und X-Koordinate, Kreisfahrt

Neben den gezeigten Auswirkungen der Geometrie eines Fahr Szenarios auf die Genauigkeit der Filterschätzung hat auch die Fahrdynamik einen wesentlichen Einfluss. Anhand zweier Szenarien für die Geradenfahrt 50 gon wird der veränderte Einfluss einer höheren Geschwindigkeit ($v = 28 \text{ m/s}$) und die Auswirkung einer Beschleunigung auf die Filterschätzung ($v_0 = 14 \text{ m/s}$, $a = 2 \text{ m/s}^2$ (Epoche 1–4), $a = 1 \text{ m/s}^2$ (Epoche 5–10)) aufgezeigt.

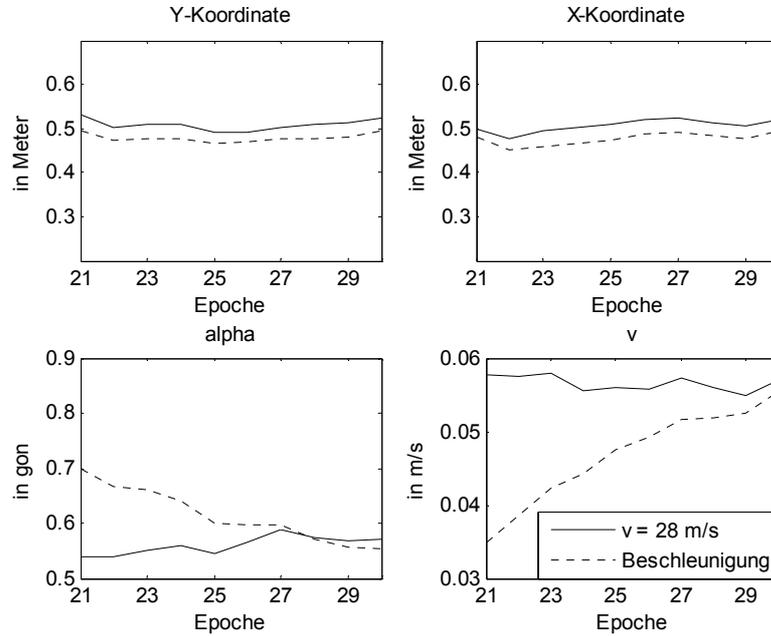


Abbildung 33: Standardabweichung der Ausgangsgrößen, erhöhte Geschwindigkeit und Beschleunigung, Geradenfahrt 50 gon

Die Standardabweichungen der Zustandsgrößen aus der Varianzanalyse sind in der Abbildung 33 aufgetragen. Für die Y- und X-Koordinate sind sie nahezu identisch zu denen im Szenario Geradenfahrt 50 gon mit Geschwindigkeit 50 km/h, vgl. Abbildung 28. Bei dem Szenario mit Beschleunigung nimmt die Standardabweichung der Orientierung von ca. 0,7 gon (entspricht der in Abbildung 28) auf ca. 0,6 gon ab, der Standardabweichung des Szenarios mit höherer Geschwindigkeit. Bei der Geschwindigkeit kommt es demgegenüber zu einem Anstieg der Standardabweichung mit zunehmender bzw. hoher Geschwindigkeit.

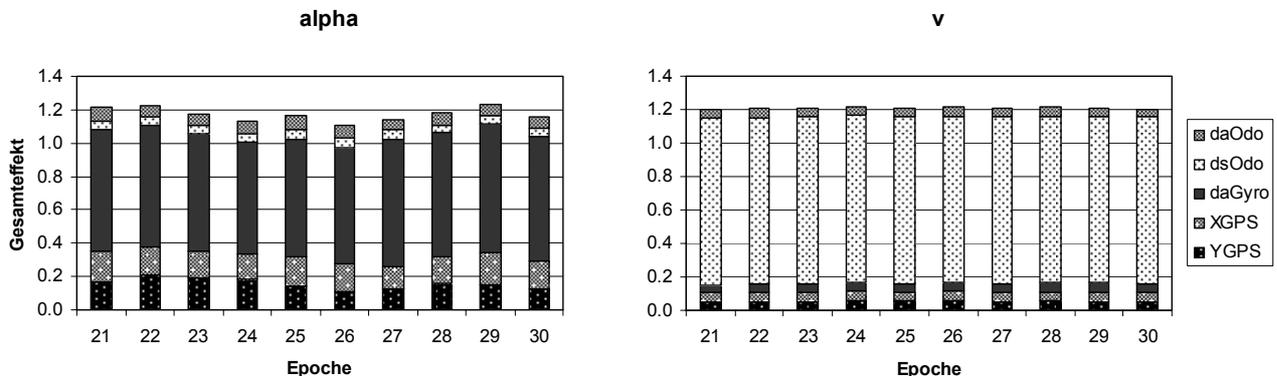


Abbildung 34: Gesamteffekte von Orientierung und Geschwindigkeit, erhöhte Geschw., Geradenfahrt 50 gon (streckenabh. Stabw. bei der Stichprobengenerierung und im Filter berücksichtigt)

Durch die Betrachtung der Gesamteffekte aus dem Szenario mit erhöhter Geschwindigkeit lassen sich die beschriebenen Effekte analysieren. Es ist eine quantitative Beurteilung möglich, in welchem Maß die Varianzen der einzelnen Eingangsgrößen zu den veränderten Ausgangsgrößenvarianzen beitragen. Aus der Abbildung 34, in der die Gesamteffekte aufgetragen sind, lässt sich das Folgende ablesen:

- Der Einfluss der Varianz der GPS-Koordinaten (YGPS und XGPS) auf die Varianz der Orientierung hat von jeweils über 10 % auf Werte zwischen 15 % und 20 % zugenommen. Der Einfluss der Varianz der Orientierungsänderung aus dem Odometer (daOdo) hat von ca. 15 % um etwa die Hälfte auf ca. 7 % abgenommen. Dieses ist damit zu erklären, dass die streckenabhängige Genauigkeit des Odometers (vgl. Tabelle 6) zu einer geringeren Gewichtung der Orientierungsänderung im Filter führt. Zusammen mit dem großen Einfluss der Varianz des Systems, der hier über die Stellgröße (daGyro ca. 73 %) ausgedrückt wird und nicht von der Geschwindigkeit bzw. Strecke abhängig ist, führt dieses zu einer kleineren Standardabweichung der Orientierung bei erhöhter Geschwindigkeit. Obwohl die Standardabweichung der Orientierungsänderung um den Faktor 2 größer ist, verbessert sich die Standardabweichung der Orientierung von ca. 0,7 auf 0,6 gon.
- Da die Varianz der Schätzung der Geschwindigkeit - wie zuvor bereits festgestellt - fast ausschließlich von der Varianz der Streckenänderung aus dem Odometer abhängig ist, resultiert die Zunahme der Standardabweichung aus der Streckenabhängigkeit der Genauigkeit des Sensors. Die Standardabweichung der Streckenänderung verschlechtert sich um den Faktor 2, die Standardabweichung der Geschwindigkeit um den Faktor 1,6.

Dieses verdeutlicht die unterschiedliche Filterwirkung hinsichtlich der Schätzung von Orientierung und Geschwindigkeit in diesem Modellansatz: Die Schätzung der Orientierung wird aufgrund der modellierten Systemgleichungen verbessert, die Schätzung der Geschwindigkeit nicht.

Die Gesamteffekte des beschleunigten Szenarios werden an dieser Stelle nicht dargestellt, sie zeigen im Verlauf von 10 Epochen einen Übergang von den Gesamteffekten der Abbildung 30 auf die der Abbildung 34. Stattdessen sei auf einen Aspekt verwiesen, den die Varianz- und Sensitivitätsanalyse in der hier gezeigten Form nicht abbilden kann. Beim Auftreten von Beschleunigungen kommt es zu systematischen Abweichungen zwischen den im Filter geschätzten Zustandsgrößen und den Sollwerten des simulierten Szenarios, da in dem analysierten Ansatz eine Kreisfahrt mit konstanter Geschwindigkeit modelliert wird und keine Beschleunigungen berücksichtigt werden. In der Abbildung 35 sind die systematischen Abweichungen der Epochenmittelwerte aus der Varianzanalyse gegenüber den Sollwerten aufgetragen.

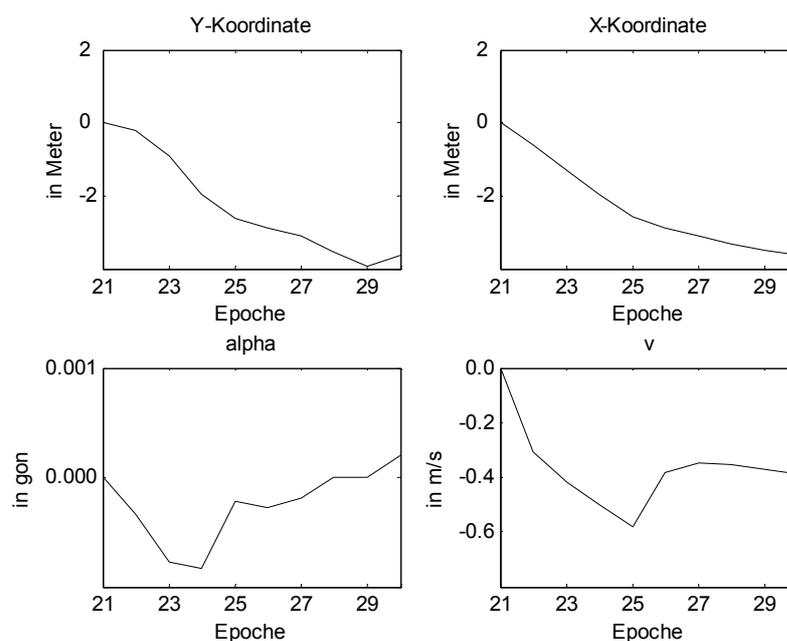


Abbildung 35: System. Abweichung der Zustandsgrößen, Beschleunigung, Geradenfahrt 50 gon

Die in diesem Abschnitt gezeigten Ergebnisse unterstreichen die Notwendigkeit, anwendungsabhängige Extremszenarien hinsichtlich Fahrgeometrie und -dynamik zu definieren. Eine eingehende Analyse dieser Szenarien ist sowohl erforderlich, um die Funktionsweise und die Abhängigkeiten des gewählten Modellansatzes detailliert erkennen und überprüfen zu können, als auch, um die Einhaltung der geforderten Genauigkeit gewährleisten zu können.

5.2.3 Einfluss der Sensorauswahl

In diesem Abschnitt wird die Anwendung der Varianz- und Sensitivitätsanalyse für die Auswahl von Sensoren, die an eine anwendungsabhängige Genauigkeitsanforderung angepasst sind, exemplarisch für zwei verschiedene Sensorkombinationen gezeigt. Beide Sensorkombination verwenden GPS, eine besteht des Weiteren aus dem Korrelationsgeschwindigkeitssensor und dem Drehratensensor, in der anderen kommen zwei Odometer zum Einsatz. Die Standardabweichungen der Sensoren laut Hersteller sind in der Tabelle 8 angegeben. Bei den Sensoren, die laut Tabelle 6 eine streckenabhängige Genauigkeit aufweisen, erfolgt die Angabe entsprechend des hier simulierten Szenarios mit einer Geschwindigkeit von 50 km/h.

Tabelle 8: Zusammenstellung der Standardabweichungen beider Sensorkombinationen

Messdaten	Sensorkombination Odometer	Sensorkombination Korrelationsgeschwindigkeitssensor/Drehratensensor
Y, X	1 m	1 m
Δs	0,04 m	0,01 m
$\Delta\alpha$	3,1 gon	0,3 gon

Für die folgenden Darstellungen ist der Filter-Ansatz ohne Stellgröße nach AUSSEMS (1999) eingesetzt worden, vgl. Abschnitt 5.2.1.2 und Anhang A. In der Abbildung 36 sind die Standardabweichungen der Ausgangsgrößen als Ergebnis der Varianzanalyse für das Fahrscenario Kreisfahrt dargestellt. Deutlich tritt auch bei diesem Filter-Ansatz die Abhängigkeit der Positionsgenauigkeit von der Fahrtrichtung hervor. Auffällig ist die Verschiebung der minimalen bzw. maximalen Standardabweichungen der jeweiligen Y- und X-Koordinaten beider Sensorkombinationen gegeneinander. Darauf wird im Folgenden noch eingegangen.

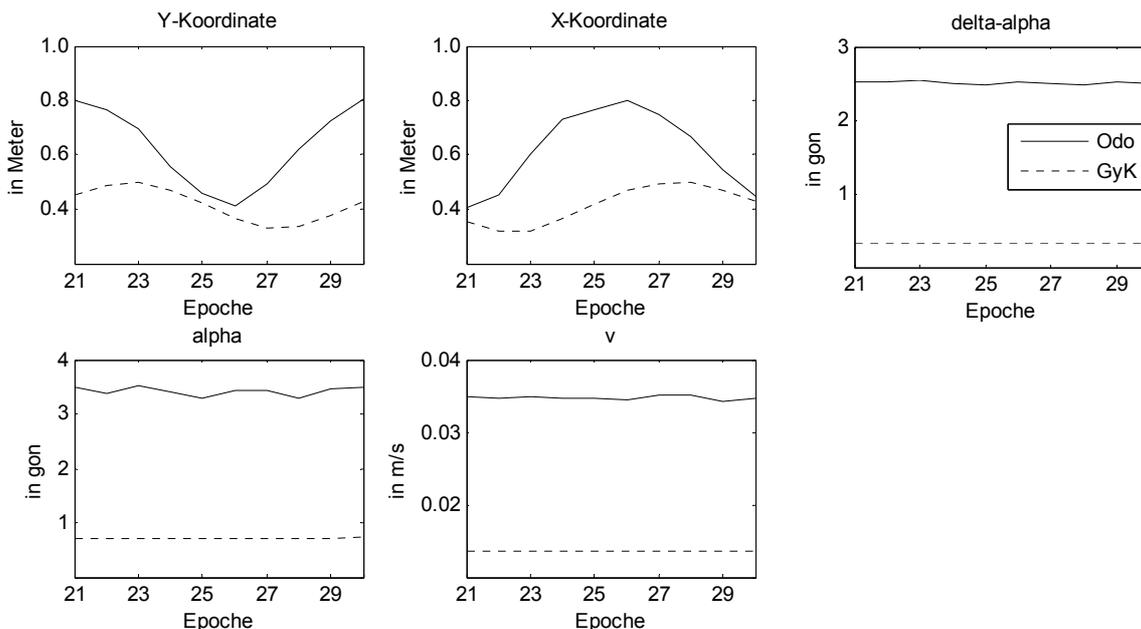


Abbildung 36: Standardabweichungen der Ausgangsgrößen, Sensorkombination Odometer (Odo) und Korr.geschw.sensor/Drehratensensor (GyK), Kreisfahrt

Die mit der jeweiligen Sensorkombination erreichbaren Standardabweichungen lassen folgende Interpretation zu:

- Die Sensorkombination Korrelationsgeschwindigkeitssensor/Drehratensensor liefert insgesamt eine deutlich genauere Zustandsschätzung als die Sensorkombination mit zwei Odometern.
- Die Genauigkeit der Y- und X-Koordinate ist mit der Sensorkombination Korrelationsgeschwindigkeitssensor/Drehratensensor mit Standardabweichungen von maximal 0,5 m wesentlich besser als mit der Sensorkombination Odometer (maximale Standardabweichung ca. 0,8 m).
- Für die durch die Strecken- bzw. Orientierungsänderung direkt beobachtbaren Zustandsgrößen Geschwindigkeit und Orientierungsänderung ($\Delta\alpha$) fällt bei der Sensorkombination Korrelationsgeschwindigkeitssensor/Drehratensensor auf, dass die Standardabweichungen mit 0,01 m bzw. 0,3 gon in der Größenordnung der Sensorgenauigkeit liegen (vgl. Tabelle 8), was auf eine geringe Sensorintegration im Filter schließen lässt.
- Bei der Sensorkombination Odometer ist die Standardabweichung der Geschwindigkeit und Orientierungsänderung ($\Delta\alpha$) mit ca. 0,035 m/s bzw. 2,5 gon etwas kleiner als die Standardabweichung der entsprechenden Eingangsgrößen.
- Das Niveau der Standardabweichung der Orientierung und der Geschwindigkeit liegt bei beiden Sensorkombinationen etwas über der jeweiligen Standardabweichung der Orientierungs- bzw. Streckenänderung.

Da die Standardabweichung der GPS-Position in beiden Sensorkombinationen identisch ist, ist die bessere Zustandsschätzung mit der Sensorkombination Korrelationsgeschwindigkeitssensor/Drehratensensor in der höheren Genauigkeit der zusätzlich eingesetzten Sensoren begründet.

Die Auswirkung der unterschiedlichen Sensorgenauigkeiten auf die Filterschätzung lässt sich anhand der Ergebnisse der Sensitivitätsanalyse anschaulich analysieren. In der Abbildung 37 sind die Gesamteffekte der Y- und X-Koordinaten beider Sensorkombinationen dargestellt.

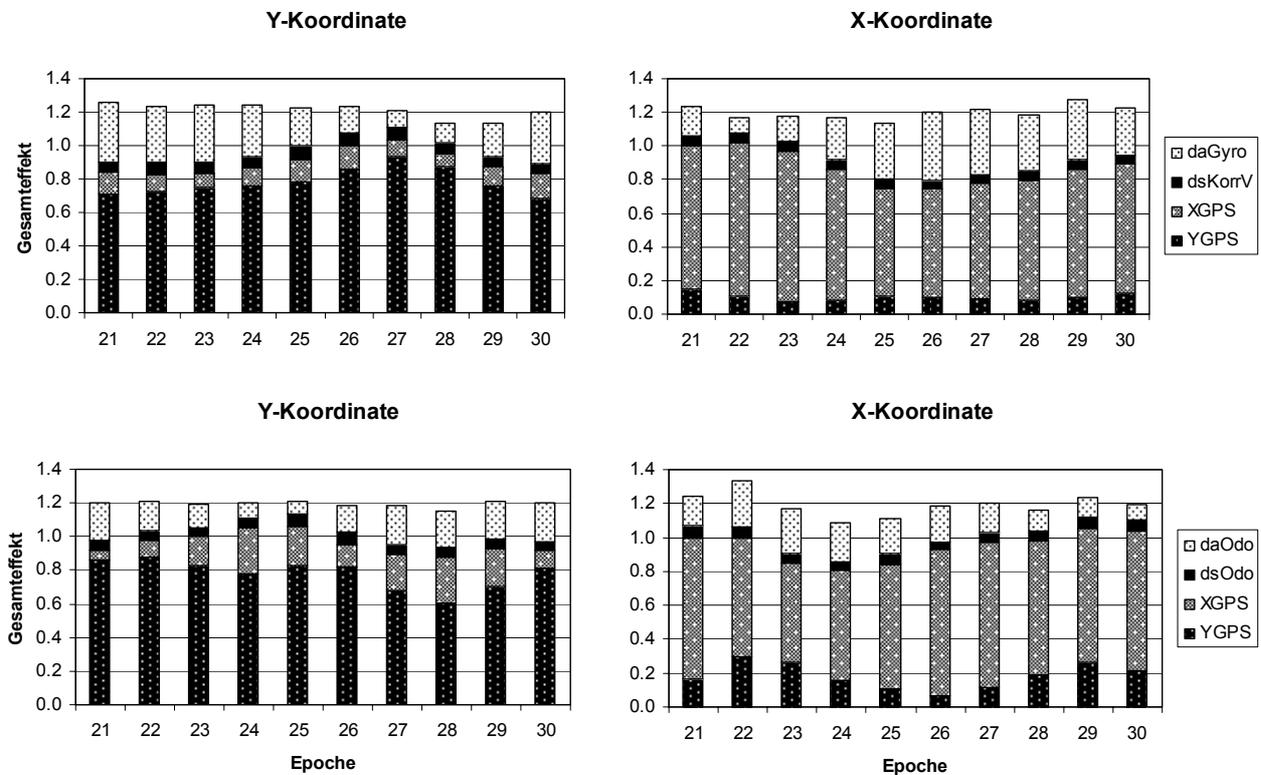


Abbildung 37: Gesamteffekte der Ausgangsgrößen Y- und X-Koordinate, Sensorkombination Korr.geschw.sensor/Drehratensensor (oben), Odometer (unten), Kreisfahrt

Für die Sensorkombination Korrelationsgeschwindigkeitssensor/Drehratensensor ist erkennbar:

- Bei dem Einfluss der Varianz der Eingangsgrößen auf die Varianzen der Y- und X-Koordinaten besteht eine Abhängigkeit von der Fahrtrichtung. Ebenso wie im Abschnitt 5.2.2 beim Filter-Ansatz mit Stellgröße, ist sowohl bei der Y- als auch der X-Koordinate ein Anstieg der Gesamteffekte der entsprechenden Eingangsgröße GPS Y- bzw. X-Koordinate (YGPS bzw. XGPS) von ca. 0,25 um die 27. bzw. 22. Epoche zu verzeichnen.
- Der Einfluss der Orientierungsänderung aus dem Drehratensensor (daGyro) variiert ebenfalls stark zwischen ca. 10 % und 35 %.
- Die Streckenänderung aus dem Korrelationsgeschwindigkeitssensor (dsKorrV) hat mit knapp 7 % bzw. 6 % einen geringen Einfluss auf die Varianz der Positionsbestimmung.

Bei der Sensorkombination Odometer lässt sich feststellen:

- Die Variation des Einflusses der Varianz der beobachteten Koordinatenkomponente aus GPS wird bei beiden Ausgangsgrößen mit einer deutlichen Variation der jeweils anderen Koordinatenrichtung von ca. 0,1 bis 0,3 überlagert.
- Der Einfluss der Varianz der Orientierungsänderung (daOdo) ist weniger groß als in der anderen Sensorkombination. Ebenso fällt die Variation mit Werten von ca. 5 % bis 20 % etwas geringer aus.

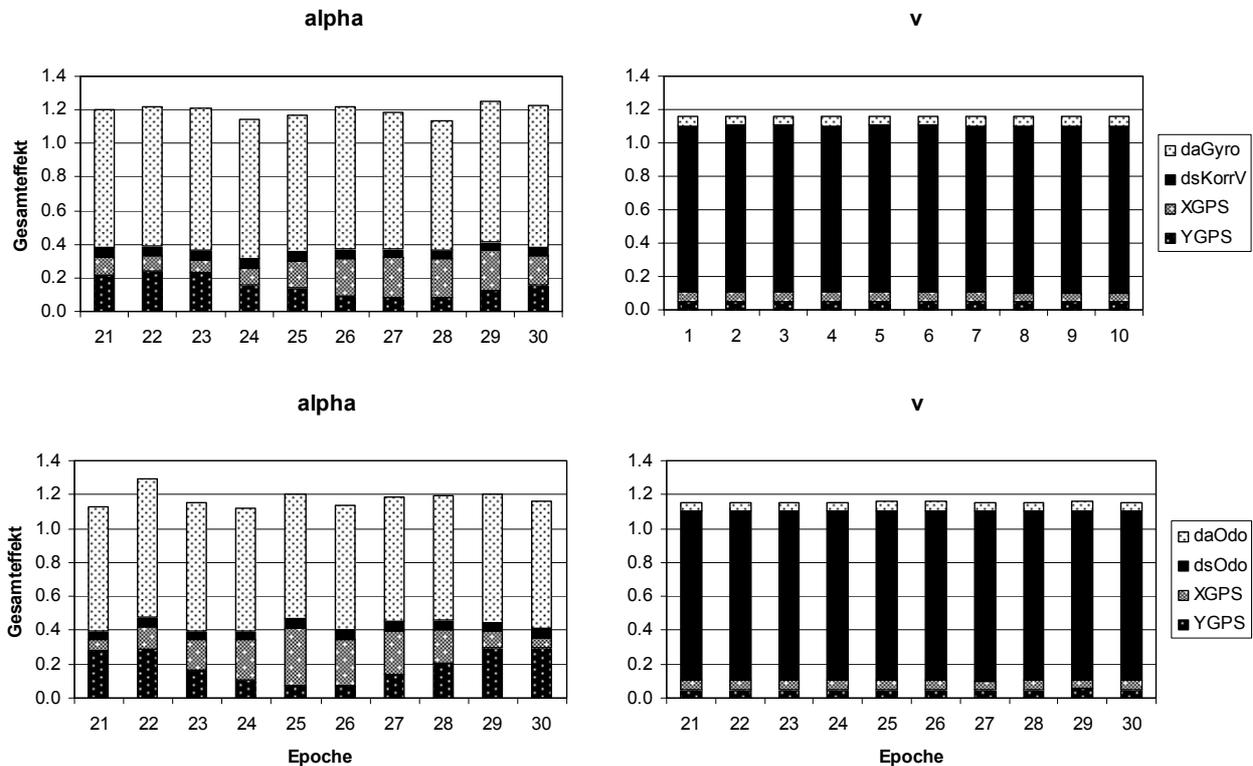


Abbildung 38: Gesamteffekte der Orientierung und Geschwindigkeit, Sensorkombination Korr.geschw.sensor/Drehratensensor (oben), Odometer (unten), Kreisfahrt

Die Gesamteffekte für die Zustandsgrößen Orientierung und Geschwindigkeit sind für beide Sensorkombinationen in der Abbildung 38 dargestellt. Für den Einfluss der Varianz der Eingangsgrößen auf die Varianz der Orientierung ist festzustellen:

- Bei beiden Sensorkombinationen wird der große Einfluss der Varianz des jeweiligen Sensors zur Bestimmung der Orientierungsänderung (daGyro bzw. daOdo) auf die Varianz der Orientierung deutlich (ca. 70 % bis 80 %).

- Ebenfalls einflussreich sind die beiden Koordinatenkomponenten aus GPS mit zusammen ca. 32 % (Korrelationsgeschwindigkeitssensor/Drehratensensor) bzw. 38 % (Odometer).
- In den Gesamteffekten der Koordinatenkomponenten (YGPS und XGPS) tritt erwartungsgemäß eine Abhängigkeit von der Fahrtrichtung auf, die sich allerdings in den beiden Sensorkombination - wie schon die Betrachtung der Standardabweichungen gezeigt hat - verschieden ausdrückt.

Für den Einfluss der Varianz der Eingangsgrößen auf die Varianz der Geschwindigkeit ergibt sich:

- Die Varianz der Geschwindigkeit ist bei beiden Sensorkombinationen mit jeweils über 99 % nahezu vollständig auf die Varianz der Streckenänderung (dsKorrV bzw. dsOdo) zurückzuführen.
- Damit bestätigt sich, dass das unterschiedliche Genauigkeitsniveau der Geschwindigkeit in der Abbildung 36 auf die unterschiedlichen Sensorgenauigkeiten zurückzuführen ist.
- Des Weiteren wird durch den nahezu nicht vorhandenen Einfluss der Varianz der anderen Eingangsgrößen deutlich, dass hier in der Filterung nur eine geringe Genauigkeitssteigerung der Geschwindigkeit gegenüber der Genauigkeit der beobachtenden Sensoren erfolgt.

Die Gesamteffekte der Ausgangsgröße Orientierungsänderung (delta-alpha) werden hier nicht dargestellt. Die Varianz der Orientierungsänderung weist bei beiden Sensorkombinationen eine starke Abhängigkeit von der Varianz der jeweiligen beobachtenden Eingangsgröße (daOdo bzw. daGyro) auf. Der Einfluss der Varianz der anderen Eingangsgrößen in beiden Varianten liegt jeweils zusammengenommen bei ca. 20 %. Dieser Einfluss bewirkt bei der Sensorkombination Odometer, dass eine Steigerung der Genauigkeit der Zustandsgröße Orientierung gegenüber der Genauigkeit der Eingangsgröße Orientierungsänderung aus dem Odometer eintritt.

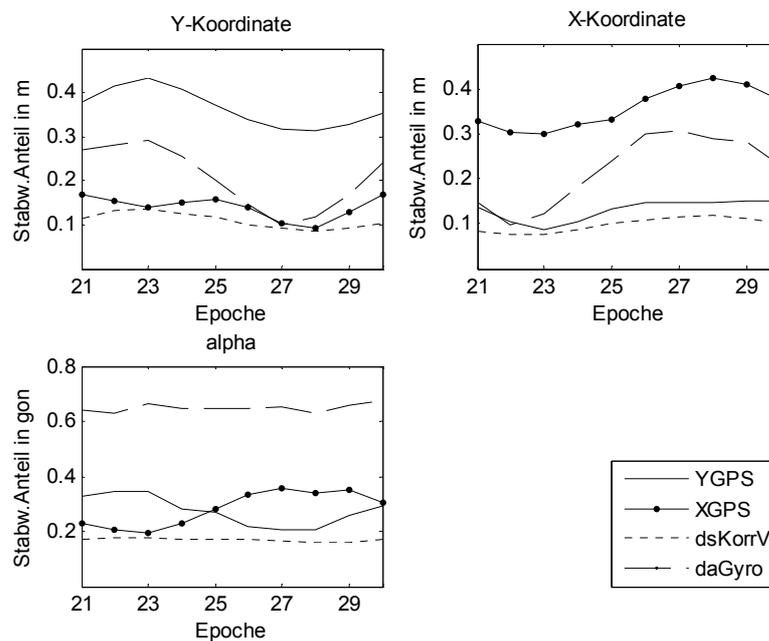


Abbildung 39: Beitrag der Unsicherheit der Eingangsgrößen zur Gesamtunsicherheit der Ausgangsgrößen Y-, X-Koordinate und Orientierung, Sensorkombination Korr.geschw.sensor/Drehratensensor, Kreisfahrt

Zur Analyse des unterschiedlichen Einflusses der Fahrtrichtung auf die Genauigkeitsschätzung der Position und Orientierung bei beiden Sensorkombinationen wird der Beitrag jeder Eingangsgröße zur Standardabweichung dieser Ausgangsgrößen betrachtet (vgl. Abbildung 39 und Abbildung 40). Für die Sensorkombination Korrelationsgeschwindigkeitssensor/Drehratensensor ist in der Abbildung 39 das Folgende ersichtlich:

- Die Varianz des Drehratensensors (daGyro) ist mit einem Schwankungsbereich des Anteils der Standardabweichung von ca. 0,2 m maßgeblich an der spezifischen Form der Abhängigkeit von der Fahrtrichtung bei der Positionsbestimmung verantwortlich.
- Die Variation des Beitrags der beiden GPS-Koordinatenkomponenten (YGPS und XGPS) ist mit jeweils ca. 0,1 m wesentlich geringer.
- Bei der Orientierung liefert GPS in beiden Koordinatenrichtungen einen zyklisch variierenden Beitrag an der Standardabweichung, der gegenüber dem entsprechend der Geometrie zu erwartenden Beitrag um ca. 2-3 Epochen verschoben ist, vgl. Abbildung 26, Szenario Kreisfahrt.

Bei der Sensorkombination Odometer ist in der Abbildung 40 Folgendes zu erkennen:

- Der Beitrag der Standardabweichungen der GPS-Position (YGPS und XGPS) zu der Standardabweichung der Orientierung entspricht dem geometrisch erwartetem.
- Im Unterschied zu der anderen Sensorkombination wird in der Y- und X-Koordinate der die Variation hervorrufoende Beitrag der Varianz wesentlich durch die GPS-Positionen (YGPS und XGPS) hervorgerufen: Der Anteil der Standardabweichung variiert hier von ca. 0,4 m bis 0,8 m. Bei der anderen Sensorkombination liegt diese Variation lediglich im Bereich von ca. 0,3 m bis 0,4 m.

Im Vergleich spricht das hinsichtlich der Schätzung von Y- und X-Koordinaten für eine stärkere Filterwirkung bei der Sensorkombination Korrelationsgeschwindigkeitssensor/Drehratensensor. D.h. besonders der Drehratensensor liefert einen großen Beitrag zur Glättung der Positionsschätzung.

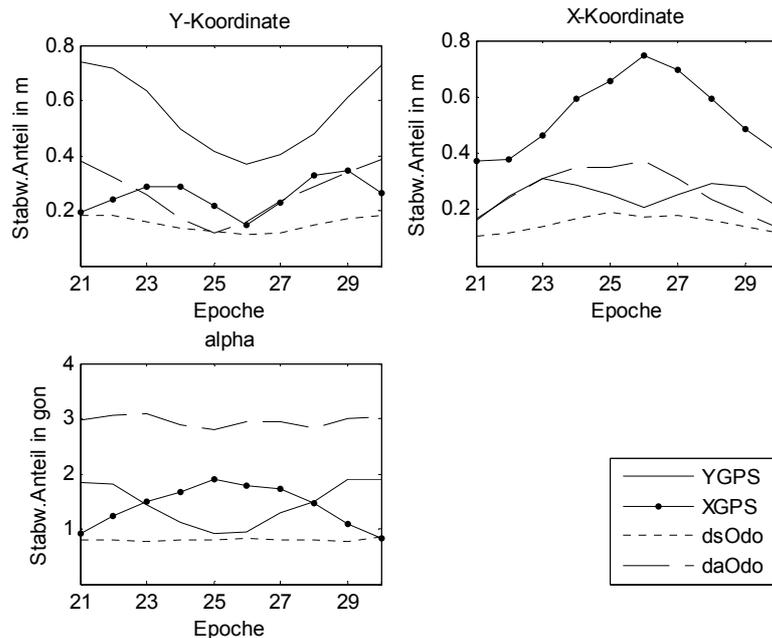


Abbildung 40: Beitrag der Unsicherheit der Eingangsgrößen zur Gesamtunsicherheit der Ausgangsgrößen Y-, X-Koordinate und Orientierung, Sensorkombination Odometer, Kreisfahrt

Zur Verdeutlichung der Phasenverschiebung und des Einflusses der Sensorauswahl auf die Genauigkeit der Positionsbestimmung wird hier noch einmal die Standardabweichung der Koordinaten über die Epochen 11 bis 40 dargestellt, vgl. Abbildung 41. Die Sensorkombination Korrelationsgeschwindigkeitssensor/Drehratensensor liefert nicht nur bessere Ergebnisse, sondern weist mit der kleineren Amplitude in der Standardabweichung eine weniger stark ausgeprägte Abhängigkeit von der Fahrtrichtung auf.

Diese Betrachtungen geben Aufschluss über die Filterwirkung in diesem Ansatz ohne Stellgröße. Die Sensorkombination Odometer weist insgesamt nur eine geringe Genauigkeitssteigerung durch die Filterung auf. Der Einsatz des Drehra-

tensensors in der Sensorkombination Korrelationsgeschwindigkeitssensor/Drehratensensor führt zu einer wesentlichen Verbesserung der Positionsschätzung, die Genauigkeit der Bestimmung der Orientierung und der Geschwindigkeit ist mit dem Einsatz von Drehratensensor und Korrelationsgeschwindigkeitssensor in der vorliegenden Genauigkeitsklasse bereits ausgereizt. Auf Basis der Ergebnisse der Sensitivitätsanalyse kann das Folgende festgestellt werden:

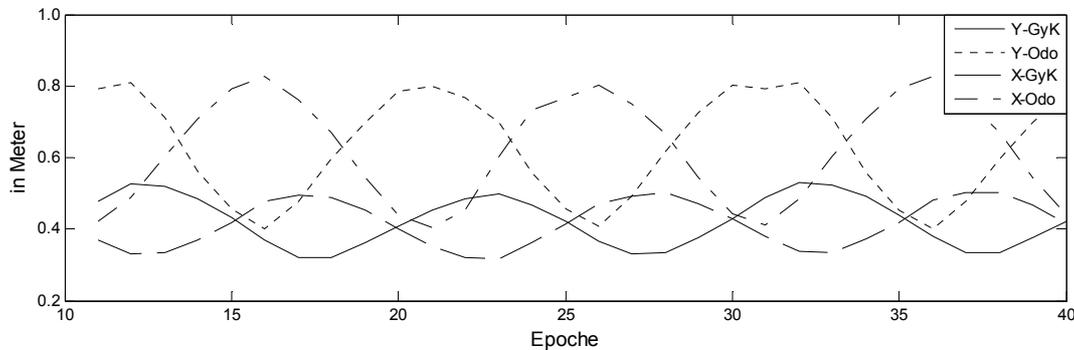


Abbildung 41: Standardabweichung der Ausgangsgrößen Y- und X-Koordinate, Sensorkombination Korr.geschw.sensor/Drehratensensor (GyK), Odometer (Odo), Kreisfahrt

- In der Sensorkombination Korrelationsgeschwindigkeitssensor/Drehratensensor ist für die Positionsbestimmung eine maximale Varianzreduktion von durchschnittlich ca. 88 % bei einer verbesserten Genauigkeit der GPS-Koordinaten zu erwarten. Weiteres Potenzial zur Varianzreduktion ist mit bis zu 35 % aus dem Drehratensensor gegeben.
- In der Sensorkombination mit den zwei Odometern ist für die Positionsbestimmung eine maximale Varianzreduktion von durchschnittlich ca. 95 % bei einer verbesserten Genauigkeit der GPS-Koordinaten zu erwarten.

5.3 Zusammenfassung

Die vorangegangenen Beispiele zeigen die Möglichkeiten der Varianz- und Sensitivitätsanalyse für die Modellentwicklung und -evaluation. Die in dem Filter-Algorithmus begründete Komplexität der Zustandsschätzung im Kalman-Filter lässt sich in ihrer Wirkungsweise mit Hilfe der Sensitivitätsanalyse detailliert analysieren. Von besonderer Bedeutung ist die Möglichkeit, a priori Genauigkeiten von z.B. einer Sensorauswahl zu bestimmen und aufgrund der Ergebnisse der Sensitivitätsanalyse zielgerichtet die beeinflussende Eingangsgröße zu identifizieren, um gegebenenfalls durch den Einsatz eines anderen Sensors mit höherer Genauigkeit ein besseres Ergebnis zu erzielen. Dabei steht der Ingenieurgeodät vor der Aufgabe, geeignete Szenarien zu definieren, um gerade die charakteristischen Merkmale verschiedener Filter-Ansätze oder Grenzfälle hinsichtlich Geometrie oder Fahrdynamik aufzudecken. Wichtig ist die Berücksichtigung aller Einflussfaktoren und Abhängigkeiten bei der Umsetzung der Varianz- und Sensitivitätsanalyse. Die Ergebnisse müssen dann sorgfältig interpretiert und kritisch hinterfragt werden. Im Einzelnen kann aufgrund der durchgeführten Untersuchungen das Folgende zusammengefasst werden:

- Die Varianz- und Sensitivitätsanalyse kann sinnvoll eingesetzt werden, wenn andere Verfahren zur Genauigkeitsschätzung und zur Bestimmung von Varianzanteilen versagen. Dieses ist der Fall bei nicht-linearen und nicht-additiven Modelleigenschaften und bei komplexen Auswertelgorithmen wie dem Kalman-Filter (vgl. Tabelle 4, Abbildung 22 und Abbildung 25).
- Die Genauigkeit der Schätzung von Y- und X-Koordinate in den hier gezeigten Filter-Ansätzen weist eine Abhängigkeit von der Fahrtrichtung auf (vgl. Abbildung 28 und Abbildung 36).
- Es konnte empirisch gezeigt werden, dass systematische Abweichungen der Zustandsschätzung mit Hilfe der Varianz- und Sensitivitätsanalyse nicht aufgedeckt werden können (vgl. Abbildung 35). Dieses ist darin be-

gründet, dass sich die der Sensitivitätsanalyse bei stichprobenbasierten Verfahren vorausgehende Varianzanalyse auf die innere und nicht die äußere Genauigkeit bezieht.

- Leistungsfähige zusätzliche Sensoren neben dem GPS-Sensor verursachen eine wesentliche Genauigkeitssteigerung bei der Zustandsschätzung im Filter (vgl. Abbildung 36).
- Einflussreiche Eingangsgrößen werden identifiziert und ihr Anteil an der Ausgangsgrößenvarianz wird quantifiziert. Das Potenzial zur Varianzreduktion ist dabei in Abhängigkeit einer gewählten Sensorkombination unterschiedlich (vgl. Abbildung 37 und Abbildung 38).
- Die eingesetzte Sensorkombination beeinflusst nicht nur die in der Filterschätzung erreichbare Genauigkeit, sondern auch die Filterwirkung. Wirkt ein Sensor stark glättend, kommt es zu einer Phasenverschiebung gegenüber der Geometrie des Filterszenarios (vgl. Abbildung 39, Abbildung 40 und Abbildung 41). Dieses entspricht der Durchlasscharakteristik realer physikalischer Systeme, bei denen keine phasentreue Filterung auftritt.
- Die Zuverlässigkeit und Aussagekraft der a priori evaluierten Genauigkeit ist davon abhängig, wie gut die stochastischen Eigenschaften aller Eingangsgrößen bekannt sind. Die Kenntnis des spezifischen Messrauschens ist für die Erzeugung einer repräsentativen Stichprobe für die Simulation unerlässlich. Die hier generierten Stichproben decken den Bereich der 3-fachen Standardabweichung ab, somit sind anhand der evaluierten Genauigkeit nur Aussagen zu Filterergebnissen möglich, wenn keine Ausreißer auftreten.

6 Evaluation der entwickelten Ansätze zur Positionsschätzung

Im Gegensatz zu den Untersuchungen im Kapitel 5, in dem allgemeine Aspekte der Modellentwicklung und deren Evaluationsmöglichkeiten durch die Varianz- und Sensitivitätsanalyse behandelt worden sind, wird hier das Potenzial der drei in dieser Arbeit aufgestellten Modellansätze Kalman-Filter (vgl. Abschnitt 4.1), Formfilter (vgl. Abschnitt 4.2) und adaptives Formfilter (vgl. Abschnitt 4.3) untersucht. Die Entwicklung dieser Ansätze ist vor dem Hintergrund der Einführung einer korrekten stochastischen Modellierung zur verbesserten Detektion von Filterstörungen und deren Behebung in Hinblick auf GPS-Positionen mit geringer Qualität aufgrund von erhöhtem Messrauschen und Ausreißern erfolgt. Diese Modellierung ist zum einen funktional durch die (adaptive) Formfilter-Erweiterung zur Berücksichtigung der zeitlichen Korrelationen in GPS-Positionen erfolgt, wie sie im Abschnitt 3.3.4 nachgewiesen worden sind. Zum anderen sind epochenscharfe GPS-Standardabweichungen in das stochastische Modell der Filter-Ansätze eingeführt worden. Letzteres hat zu einer weiteren Unterteilung der Filter-Ansätze in drei verschiedene Varianten (1, 2 und 3) hinsichtlich der Maßnahmen zur Behebung von Filterstörungen geführt. Diese sind im Abschnitt 4.5 dargestellt und sollen hier noch einmal kurz aufgeführt werden:

- In der Variante 1 sind bei allen drei Filter-Ansätzen (Kalman-Filter, Formfilter und adaptives Formfilter) keine Maßnahmen zur Behebung von Filterstörungen nach deren Detektion vorgesehen. Die Ergebnisse dieser Variante (KF1, FF1, AFF1) werden genutzt, um die Auswirkungen einer nicht behandelten Filterstörung zu demonstrieren.
- In der Variante 2 (KF2, FF2, AFF2) sind Maßnahmen zur Detektion und Behebung von Filterstörungen entsprechend der Darstellungen im Abschnitt 4.4.2 umgesetzt. Wesentlich sind das Herausgewichten von GPS sowie das Einführen von GPS-Differenzenbeobachtungen beim Vorliegen einer gleichartigen Folge von Ausreißern.
- In der Variante 3 (KF3, FF3, AFF3) sind Maßnahmen zur Behebung von Filterstörungen auf der Basis epochenscharfer GPS-Standardabweichungen im stochastischen Modell berücksichtigt, vgl. Abschnitt 4.4.3.

6.1 Evaluationskonzept

Die Evaluation der drei Filter-Ansätze und ihrer drei Varianten hinsichtlich der Behebung von Filterstörungen wird nach folgender Vorgehensweise durchgeführt. Zum einen erfolgt die Evaluation auf der Basis der Varianz- und Sensitivitätsanalyse. Dazu werden in Anlehnung an die in realen Daten auftretenden GPS-Positionen unterschiedlicher Qualität (erhöhtes Messrauschen und Ausreißer) Ausreißerszenarien simuliert. Zum anderen erfolgt die Evaluation auf der Basis der vorliegenden realen Daten der vier Messfahrten, vgl. Tabelle 1 im Abschnitt 3.3.1. Aufgrund dieser Vorgehensweise kann nicht nur die Leistungsfähigkeit der drei Filter-Ansätze hinsichtlich ihres Potenzials zur Detektion von Filterstörungen und deren Behebung beurteilt werden, sondern auch der Beitrag der Sensitivitätsanalyse als a priori Werkzeug der Modellentwicklung und -evaluation durch einen Vergleich der aus der Sensitivitätsanalyse abgeleiteten Aussagen mit denen aus realen Daten beurteilt werden. Dieses gibt Aufschluss darüber, ob mit Hilfe einer geeigneten Simulation und anschließender Varianz- und Sensitivitätsanalyse ein entwickelter Filter-Ansatz a priori ohne vorliegende Messfahrtdaten aussagekräftig evaluiert werden kann.

6.2 Varianz- und Sensitivitätsanalyse

Im Folgenden werden die drei Filter-Ansätze mit Hilfe der Varianz- und Sensitivitätsanalyse hinsichtlich ihres Potenzials untersucht, Filterstörungen zu detektieren. Zunächst ist zum einen für die hier durchzuführenden Simulationen eine Stichprobe bereitzustellen, die die zeitlichen Korrelationen der GPS-Positionen widerspiegelt, wie sie im Abschnitt

3.3.4 ermittelt worden sind. Zum anderen sind die Szenarien aus Abschnitt 5.2.1.1 zu erweitern, so dass verschiedene Ausreißerszenarien simuliert werden können. Die stochastische Modellierung im Filter entspricht für jeden Ansatz den Angaben in den Abschnitten 4.1.2, 4.2.2 und 4.3.2, wobei für die Variante 3 jeweils epochenscharfe Standardabweichungen für die GPS-Positionen eingeführt werden. Damit sind die hier simulierten Ergebnisse der Filterung mit den empirischen Filterergebnissen aus den realen Fahrtdaten im Abschnitt 6.3 vergleichbar.

6.2.1 Stichprobengenerierung und spezielle Simulationsszenarien

Vor der Durchführung der Evaluation wird zunächst das hier eingesetzte Verfahren zur Stichprobengenerierung dargestellt. Die Einführung von Korrelationen in die Stichprobe, die für die Simulation eingesetzt wird, ist gemäß der Darstellungen in Abschnitt 2.2.5 für das Verfahren des replicated Latin Hypercube Sampling (rLHS) möglich. Eine rLHS-Stichprobe wird aus r Wiederholungen einer Basis-Stichprobe erzeugt, die für jede Eingangsgröße einen Spaltenvektor enthält. Dieser ist mit zufällig angeordneten, aus gleichwahrscheinlichen Intervallen generierten Werten des gesamten Wertebereichs der Eingangsgröße besetzt. Diese rLHS-Stichproben können mit Rankkorrelationen nach Iman und Conover versehen und zur Berechnung von Sensitivitätsindizes 1. Ordnung verwendet werden. Die Berechnung von Gesamteffekten ist, wie im Abschnitt 2.2.4 dargestellt, nicht möglich. Obwohl bei der Bestimmung der Sensitivitätsindizes 1. Ordnung Abhängigkeiten zwischen den Eingangsgrößen unberücksichtigt bleiben (vgl. Abschnitt 2.2.2), bewirken die eingeführten Korrelationen, dass Abhängigkeiten in den Indizes dennoch enthalten sind (vgl. Abschnitt 2.2.5). Des Weiteren bewirkt die Einführung von Korrelationen zwischen den Eingangsgrößen, dass keine quantitative, sondern nur eine qualitative Betrachtung der Indizes erfolgen kann. Eine prozentuale Zuordnung des Anteils der Unsicherheit der Eingangsgrößen an der Gesamtunsicherheit der Ausgangsgrößen, wie sie im Kapitel 5 teilweise erfolgt ist, ist nicht möglich. Zur Aufstellung der Korrelationsmatrix werden die Ergebnisse aus Abschnitt 3.3.4 verwendet.

Die Generierung der rLHS-Stichproben ist mit der verwendeten Software nur mit geringem Stichprobenumfang möglich, so dass ein besonderes Augenmerk auf die Genauigkeit der Sensitivitätsmaße gelegt werden muss. Die Standardabweichung eines Sensitivitätsindex 1. Ordnung ist gemäß Abschnitt 2.2.6.2 bestimmt worden. Anhand der sich aus dem Szenario Kreisfahrt ergebenden Indizes aus drei unabhängig voneinander generierten Stichproben mit einem Umfang von 3600 ist die Standardabweichung nach (2.2.50) zu 0,015 ermittelt worden.

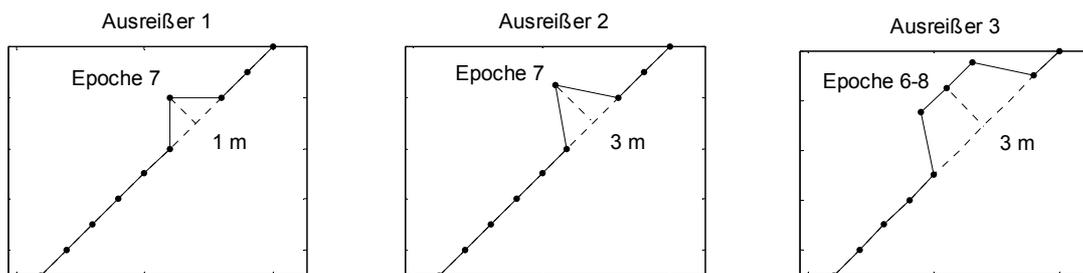


Abbildung 42: Schematische Darstellung der simulierten Ausreißerszenarien 1-3, v.l.n.r.

Die hier zur Simulation verwendeten Ausreißerszenarien sind in der Abbildung 42 dargestellt. Sie sind in Anlehnung an in empirischen GPS-Positionen auftretenden Ausreißern ausgewählt und entsprechen einem Versatz der GPS-Position normal zur Fahrtrichtung, vgl. Abbildung 16. Die Ausreißerszenarien werden für die Varianz- und Sensitivitätsanalyse durch entsprechende Anpassung der Quantile der Normalverteilung wie folgt simuliert:

- Ausreißer 1: GPS-Standardabweichung 1 m, 3-fache Standardabweichung in Epoche 7,
- Ausreißer 2: GPS-Standardabweichung 3 m, 3-fache Standardabweichung in Epoche 7,
- Ausreißer 3: GPS-Standardabweichung 3 m, 3-fache Standardabweichung in Epochen 6 bis 8.

Für die nicht betroffenen Epochen wird das Messrauschen der GPS-Positionen als einfache Standardabweichung generiert. Die Standardabweichung der GPS-Positionen der Variante mit epochenscharfen GPS-Standardabweichungen ist für die Epochen mit Ausreißern auf $\sigma_{Y,GPS} = \sigma_{X,GPS} = 3\text{ m}$ gesetzt.

6.2.2 Evaluation der Kalman-Filter-Varianten

In den vorangegangenen Kapiteln ist bereits auf die Bedeutung der GPS-Position für die Fahrzeugpositionsbestimmung im Kalman-Filter hingewiesen worden. Die hier entwickelten Kalman-Filter-Varianten haben durch ihre Integration in das Ortungsmodul verschieden stark ausgeprägte Eingriffsmöglichkeiten in den Filterverlauf, um im Fall von GPS-Positionen geringer Qualität, d.h. erhöhtem GPS-Messrauschen und Ausreißern, die Filterschätzung zu verbessern (vgl. Abschnitt 4.4.2). Daher werden im Folgenden die drei Varianten des Kalman-Filters (KF1, KF2, KF3) und die in ihnen realisierten Maßnahmen zum Eingreifen in den Filterverlauf unter schwierigen GPS-Bedingungen evaluiert. Zunächst wird die Gewichtung im Filter durch die stochastische Modellierung der GPS-Positionen untersucht, um deren Wichtigkeit zu unterstreichen und das Potenzial der Variante mit der epochenscharfen GPS-Standardabweichung aufzuzeigen. Im Anschluss daran wird die Leistungsfähigkeit der drei Filter mit Hilfe der drei simulierte Ausreißerszenarien analysiert.

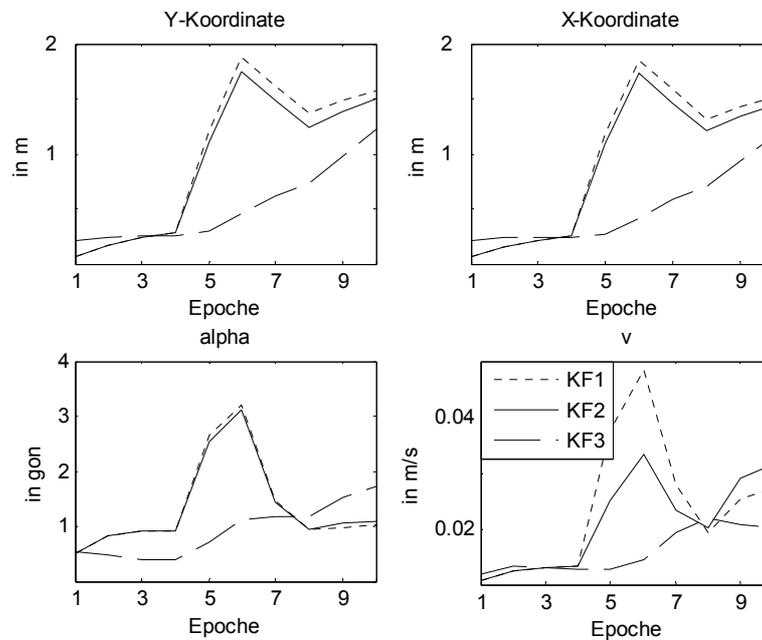


Abbildung 43: Standardabweichung der Varianten KF1-3, variable Standardabweichung von GPS in Stichprobe, Geradenfahrt 50 gon

Untersuchung von Szenarien mit erhöhtem GPS-Messrauschen

Bei der Positionsbestimmung für sich fortbewegende Fahrzeuge kann es aufgrund von veränderten Umgebungsbedingungen dazu kommen, dass sich das Messrauschen der GPS-Position im Verlauf der Fahrt ändert. Dieses zeigt auch die Klasseneinteilung der epochenscharfen GPS-Standardabweichung für die vorliegenden vier Messfahrten (vgl. Abbildung 18 im Abschnitt 4.4.3). Eine solche Situation wird in der nächsten Betrachtung simuliert, indem sowohl bei der Stichprobengenerierung für alle Varianten als auch bei der stochastischen Modellierung im Filter in der Variante mit epochenscharfer GPS-Standardabweichung eine variable Genauigkeit der GPS-Positionen eingeführt wird. In den Epochen 1 bis 4 wird die Standardabweichung auf $\sigma_{Y,GPS} = \sigma_{X,GPS} = 0,25\text{ m}$, in den Epochen 5 und 6 auf $\sigma_{Y,GPS} = \sigma_{X,GPS} = 3\text{ m}$, in den Epochen 7 und 8 auf $\sigma_{Y,GPS} = \sigma_{X,GPS} = 1\text{ m}$ und in den Epochen 9 und 10 auf $\sigma_{Y,GPS} = \sigma_{X,GPS} = 2\text{ m}$ gesetzt.

In der Abbildung 43 sind die Standardabweichungen der Ausgangsgrößen als Ergebnis der Varianzanalyse für alle drei Varianten zur Behebung von Filterstörungen aufgetragen. Innerhalb der ersten vier Epochen mit hoher GPS-Qualität gelingt in allen drei Varianten eine sehr genaue Positionsschätzung mit einer Größenordnung von ca. 0,3 m. Während bei der Variante mit epochenscharfer GPS-Standardabweichung (KF3) in den folgenden Epochen lediglich ein geringer Anstieg der Standardabweichung (ca. 0,5 m) zu verzeichnen ist, sind bei den Varianten ohne Maßnahmen (KF1) und mit Maßnahmen zur Behebung von Filterstörungen (KF2) besonders die Epochen 5 und 6 mit dem größten GPS-Messrauschen bei allen vier Ausgangsgrößen durch einen starken Anstieg der Standardabweichung auf ca. 1,8 m geprägt. Der Verlauf der Standardabweichungen ist für die beiden Varianten insgesamt sehr ähnlich. Die Genauigkeit der Positions- und Geschwindigkeitsschätzung ist in der Variante mit Maßnahmen zur Behebung von Filterstörungen (KF2) in der 5. Epoche ca. 0,2 m bzw. 0,02 m/s besser als in der Variante ohne Maßnahmen (KF1). Dieses lässt darauf schließen, dass in der Variante mit Maßnahmen zur Behebung von Filterstörungen das erhöhte GPS-Messrauschen teilweise detektiert wird und Maßnahmen im Filter ergriffen werden, um die Zustandsschätzung zu verbessern. Allerdings wird das erhöhte Messrauschen nicht durchgängig detektiert und die Auswirkung auf die Filterung daraus resultierend nicht vollständig beseitigt.

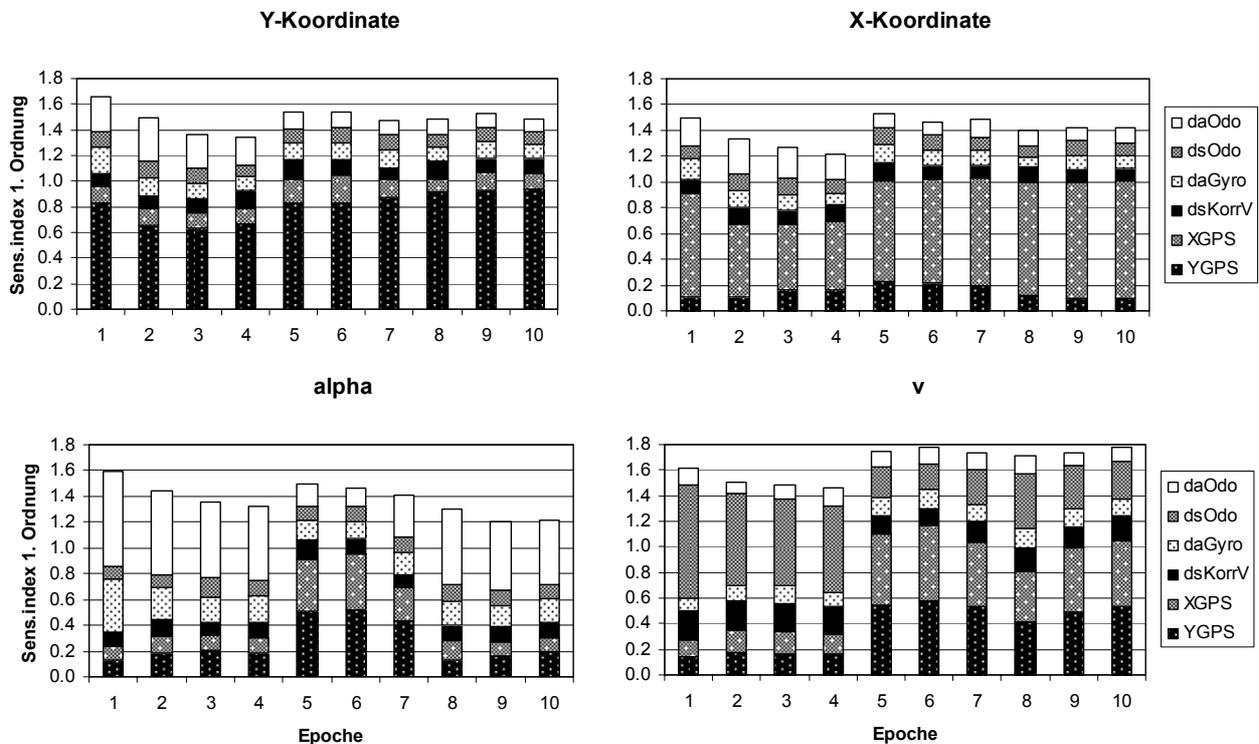


Abbildung 44: Sensitivitätsindizes 1. Ordnung der Ausgangsgrößen, Variante ohne Behebung von Filterstörungen, variable Standardabweichung von GPS in Stichprobe, Geradenfahrt 50 gon

Um das Zustandekommen der Ergebnisse beurteilen zu können, werden die Ergebnisse der Sensitivitätsanalyse herangezogen. In der Abbildung 44 sind die Sensitivitätsindizes 1. Ordnung der Ausgangsgrößen für die Variante ohne Behebung von Filterstörungen aufgetragen. Die Sensitivitätsindizes aller Ausgangsgrößen weichen deutlich von $\sum S_i = 1$ ab. Es ist davon auszugehen, dass die zeitlichen Korrelationen der GPS Y- sowie der GPS X-Koordinate Abhängigkeiten zwischen den Eingangsgrößen über die Epochen transportieren.

Aus den Sensitivitätsindizes 1. Ordnung lässt sich für die Ausgangsgrößen Y- und X-Koordinate das Folgende ablesen:

- Die Varianz der jeweiligen beobachtenden GPS-Koordinate hat in den ersten vier Epochen mit geringem GPS-Messrauschen einen kleineren Einfluss als in den folgenden Epochen.

- Einen weiteren dominanten Einfluss auf die Varianz der Y- und X-Koordinate hat die Varianz der Orientierungsänderung aus dem Odometer (daOdo), der nach der vierten Epoche abnimmt.
- Die ab der 5. Epoche ansteigende Standardabweichung der Position (Y- und X-Koordinate) wird maßgeblich durch die Varianz von GPS hervorgerufen, da in der betrachteten Variante keine Anpassung der stochastischen Modellierung erfolgt.

Bei der Ausgangsgröße Orientierung ist anhand der Sensitivitätsindizes 1. Ordnung das Folgende zu erkennen:

- Die Varianz der Orientierung wird in den Epochen 1 bis 4 und 8 bis 10 wesentlich durch die Varianz der Orientierungsänderung aus dem Odometer (daOdo) bestimmt.
- In der fünften und sechsten Epoche mit starkem GPS-Messrauschen ist ein deutlicher Einfluss der Varianz der GPS-Position (YGPS und XGPS) zu verzeichnen.
- Da dem erhöhten GPS-Messrauschen in der Variante ohne Maßnahmen zur Behebung von Filterstörungen nicht Rechnung getragen wird, kommt es in diesen Epochen zu einer Verschlechterung der Genauigkeit der Schätzung der Orientierung.

Für die Ausgangsgröße Geschwindigkeit gilt:

- Die Varianz in den ersten vier Epochen ist stark von der Varianz der Streckenänderung aus dem Odometer (dsOdo) geprägt.
- In den folgenden Epochen nimmt der Einfluss der Varianz der GPS-Position (YGPS und XGPS) zu.
- In der Epoche 8, in der das simulierte GPS-Messrauschen dem im Filter gesetzten entspricht, tritt der Einfluss der Varianz der Streckenänderung aus dem Odometer (dsOdo) wieder stärker hervor.
- Die in den Epochen 9 und 10 wieder erhöhte Standardabweichung der Geschwindigkeit wird durch den großen Einfluss der Varianz der GPS Y- und X-Koordinate hervorgerufen.

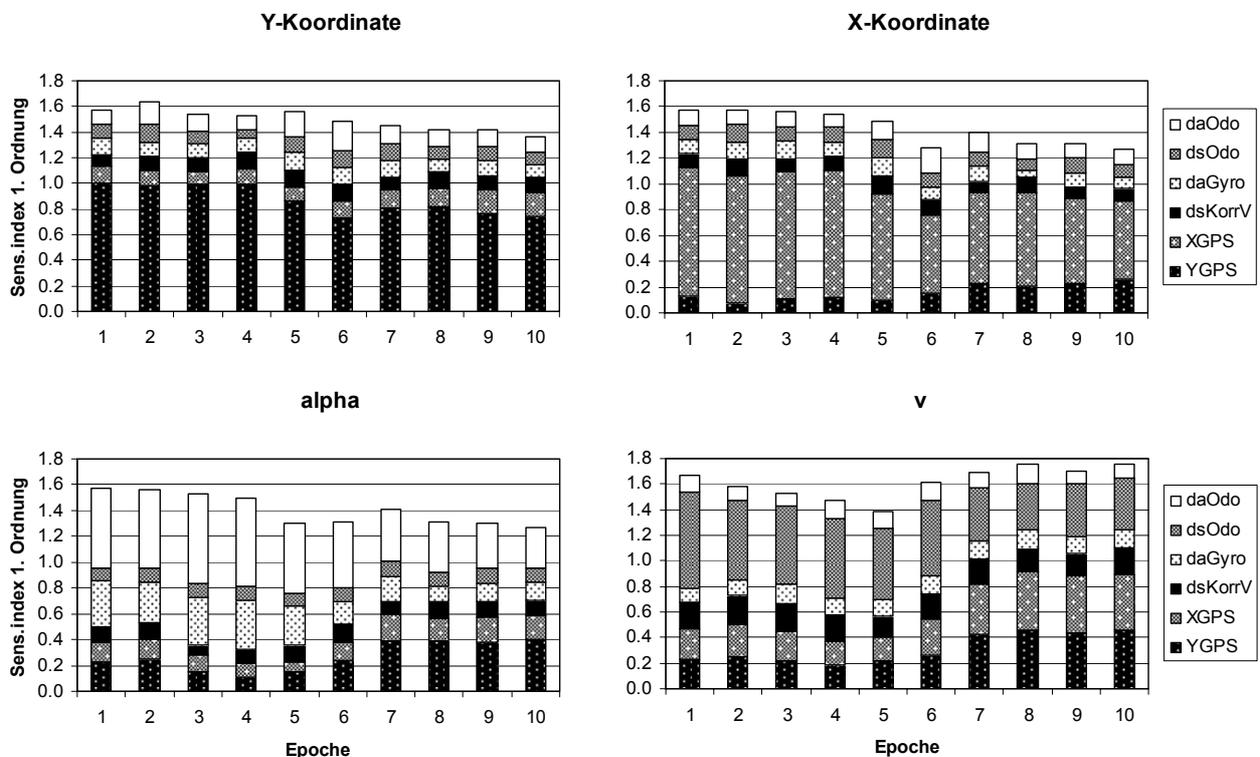


Abbildung 45: Sensitivitätsindizes 1. Ordnung der Ausgangsgrößen, Variante mit epochenscharfer GPS-Stabw., variable Standardabweichung von GPS in Stichprobe, Geradenfahrt 50 gon

Für die Variante mit epochenscharfer GPS-Standardabweichung zeigt sich in der Abbildung 45 ein anderes Bild:

- Durch die angepasste stochastische Modellierung von GPS ist der Einfluss der Varianz der GPS-Positionen (YGPS und XGPS) auf die Varianz der Positionsbestimmung in den ersten vier Epochen relativ hoch und nimmt in den Epochen mit erhöhtem GPS-Messrauschen ab.
- Bei den Ausgangsgrößen Orientierung und Geschwindigkeit ist bis einschließlich der fünften Epoche ein geringer Einfluss der Varianz der GPS-Position (YGPS und XGPS) zu verzeichnen, der in der sechsten und siebten Epoche leicht ansteigt und in den folgenden Epochen etwa gleich bleibt.
- Über alle Epochen ist sowohl der Einfluss der Varianz der Orientierungsänderung aus dem Odometer (daOdo) auf die Varianz der Orientierung als auch der Einfluss der Varianz der Streckenänderung aus dem Odometer (dsOdo) auf die Varianz der Geschwindigkeit verhältnismäßig groß.
- Die in der Variante mit epochenscharfer GPS-Standardabweichung der tatsächlichen GPS-Qualität angepasste Gewichtung im Filter macht sich durch einen verringerten Einfluss bemerkbar und trägt zur Genauigkeit der Zustandsschätzung bei.

Untersuchung von GPS-Ausreißerszenarien

Übergehend von dem Szenario einer Geradenfahrt mit variierendem GPS-Messrauschen, folgt nun ein Vergleich der drei Varianten für die drei im Abschnitt 6.2.1 in der Abbildung 42 angegebenen Szenarien mit verschiedenen GPS-Ausreißern. Die unterschiedliche Leistungsfähigkeit der drei Varianten, die verschiedenen Ausreißerszenarien zu detektieren und durch geeignete Maßnahme eine Verbesserung der Zustandsschätzung zu erreichen, ist aus der Abbildung 46 anschaulich abzulesen. Hierzu wird im Gegensatz zu der aus der Varianzanalyse bestimmten Standardabweichung gegenüber einem Mittelwert die äußere Genauigkeit als Standardabweichung aus zufälligen Abweichungen gegenüber den Sollwerten der Fahrscenarien betrachtet. In der linken Spalte sind für alle drei Varianten die äußeren Genauigkeiten von allen drei Ausreißerszenarien dargestellt. Für die Variante ohne Maßnahmen zur Behebung von Filterstörungen (vgl. Abb. oben links) ergibt sich:

- Beim Auftreten von Filterstörungen in den Epochen mit Ausreißern treten sehr große Standardabweichungen auf. Für die Y- und X-Koordinate erreicht sie Werte bis zu ca. 10 m. Die Standardabweichung der Orientierung steigt bis zu ca. 15 gon an. Der Einfluss auf die Standardabweichung der Geschwindigkeit ist mit einem Anstieg von ca. 0,015 m/s auf ca. 0,028 m/s ebenfalls groß.

Für die Variante mit Maßnahmen zur Behebung von Filterstörungen (vgl. Abb. Mitte links) zeigt sich das Folgende:

- Im ersten Ausreißerszenario treten identische Standardabweichungen wie bei der Variante ohne Maßnahmen auf. Dieses lässt darauf schließen, dass die Filterstörung nicht detektiert wird und keine Maßnahmen ergriffen werden.
- Der einzelne Ausreißer aus einer GPS-Position mit erhöhtem Messrauschen (Ausr. 2) wird dagegen sicher detektiert und die gleich bleibende Standardabweichung aller Ausgangsgrößen zeigt an, dass das Filter geeignet reagiert.
- Die Folge von Ausreißern (Ausr. 3) wird zwar detektiert, wie ein Vergleich der Standardabweichungen mit der Variante ohne Maßnahmen (KF1) zeigt, allerdings sind die Maßnahmen nicht so durchgreifend, dass der Einfluss vollständig beseitigt wird. Vielmehr ist ein Einfluss auf die Genauigkeit der Filterschätzung über das Ausreißerszenario hinaus in den Epochen 9 und 10 erkennbar. Dieses ist besonders deutlich für die Standardabweichung der Y- und X-Koordinate, die von ca. 1 m auf 6 m ansteigt, und die Standardabweichung der Orientierung, die von knapp 2 gon auf 6 gon anwächst.

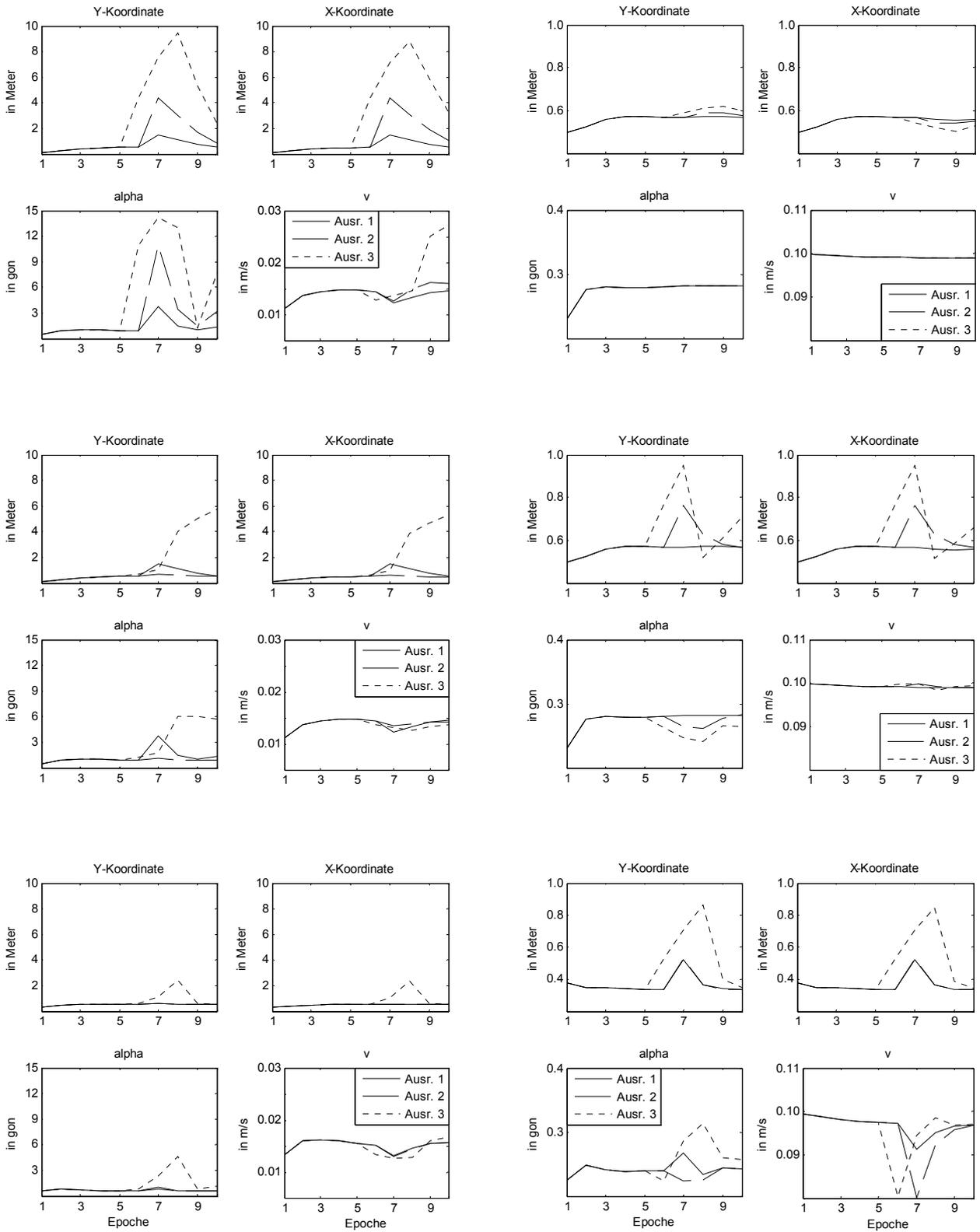


Abbildung 46: Äußere Standardabweichung (links) und Standardabweichung aus Filterschätzung (rechts) der Ausgangsgrößen, Varianten KF1-3 (v.o.n.u.), Geradenfahrt 50 gon

Die Standardabweichungen der Ausgangsgrößen lassen hinsichtlich der Leistungsfähigkeit der Variante mit epochenscharfer GPS-Standardabweichung (vgl. Abb. unten links) die folgenden Schlüsse zu:

- Die Auswirkung des Ausreißers 1 auf die Zustandsschätzung wird korrekt beseitigt. Die fehlerhafte GPS-Position wird korrekt herausgewichtet.
- Die Auswirkungen der Ausreißer 3 sind wesentlich schwächer zu erkennen als bei der Variante mit Behebung von Filterstörungen ohne epochenscharfe GPS-Standardabweichung.

Untersuchung der Maßnahmen zur Behebung von Filterstörungen

Das Zustandekommen dieser Ergebnisse kann durch eine Betrachtung der in jeder Epoche getroffenen Maßnahmen zur Behebung einer Filterstörung weiter analysiert werden. Die im Abschnitt 4.4.2 klassifizierten Maßnahmen zum automatischen Eingreifen in das Filter bei der Detektion einer Filterstörung sind für jeden Filterdurchlauf, das entspricht dem Umfang der Stichprobe, in jeder Epoche registriert worden, so dass eine Betrachtung der Häufigkeit des Auftretens der einzelnen Maßnahmen je Epoche in Bezug auf den Stichprobenumfang möglich ist.

Im Szenario Ausreißer 1 treten nur bei der Variante mit epochenscharfer GPS-Standardabweichung besondere Maßnahmen auf: In 41,5 % der Filterungen wird ein kleines Gewicht für GPS gesetzt, in 58,5 % erfolgt die Standardfilterung, wobei beides durch die gleich bleibende äußere Standardabweichung der Position als korrekt angezeigt wird. Das gute Ergebnis dieser Variante wird hier in über der Hälfte der Filterungen aufgrund der angepasste stochastische Modellierung erreicht. Der größere Ausreißer 2 wird in den Varianten mit Behebung von Filterstörungen auf Basis von bzw. ohne epochenscharfe GPS-Standardabweichung zu jeweils 100 % durch eine kleine Gewichtung von GPS eliminiert. Die von der Variante mit epochenscharfen GPS-Standardabweichungen im Fall des Ausreißers 3 erzeugten Ergebnisse sind im Vergleich der Varianten untereinander die besten. Sie kommen zustande, indem in der Epoche 6, in der der erste Ausreißer auftritt, in 100 % der Filterungen ein kleines Gewicht für GPS eingeführt wird. In der folgenden Epoche tritt dieses in 2,1 % ein, ansonsten erfolgt die Standardfilterung.

Die sich bei der Variante mit Maßnahmen zur Behebung von Filterstörungen ergebenden Maßnahmen sind in der Abbildung 47 dargestellt. Der Ausreißer in der Epoche 6 wird zu 100 % detektiert und durch die Einführung einer kleinen Gewichtung für GPS (GklG) erfolgreich aus der Schätzung eliminiert. Der Ausreißer in der 7. Epoche wird zu 99,4 % durch eine mittlere Gewichtung (GmiG) geahndet. In der Epoche 8 tritt die Maßnahme GPS-Differenzenbeobachtung (GDiff 65,1 %) auf. Dass der Einfluss der Ausreißer auf die Zustandsschätzung zuvor nicht in aller Konsequenz eliminiert wird, hat zur Folge, dass die restlichen 34,9 % mit einer Standardfilterung (Std) nicht richtig behandelt werden. In den folgenden Epochen ist der Anteil der Standardfilterungen über 65 % groß. In Kombination mit der hohen Standardabweichung, die die Abbildung 46 zeigt, bedeutet dies, dass sich das Filter von der Geradenfahrt 50 gon als korrekten Verlauf entfernt: Die Filterung divergiert und kehrt nicht zu den GPS-Position guter Qualität in den Epochen 9 und 10 zurück.

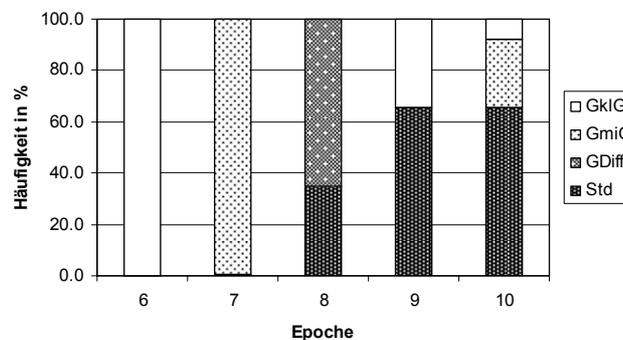


Abbildung 47: Häufigkeit der Filtermaßnahmen, Variante mit Maßnahmen zur Behebung von Filterstörungen, Ausreißer 3

Dieses ist auch der Abbildung 48 zu entnehmen, in der die über alle Filterdurchläufe, d.h. über die gesamte Stichprobe, gemittelte Positionsschätzung jeder Variante für alle drei Ausreißerszenarien dargestellt ist. Während beim Ausreißer 3 in der Variante mit epochenscharfer GPS-Standardabweichung (KF3) nur in einer Epoche eine geringe Verschiebung der Positionsschätzung in Richtung der Ausreißer erkennbar ist, wird die Divergenz in der Variante mit Maßnahmen ohne epochenscharfe Standardabweichung (KF2) über die Ausreißerepochen hinaus deutlich.

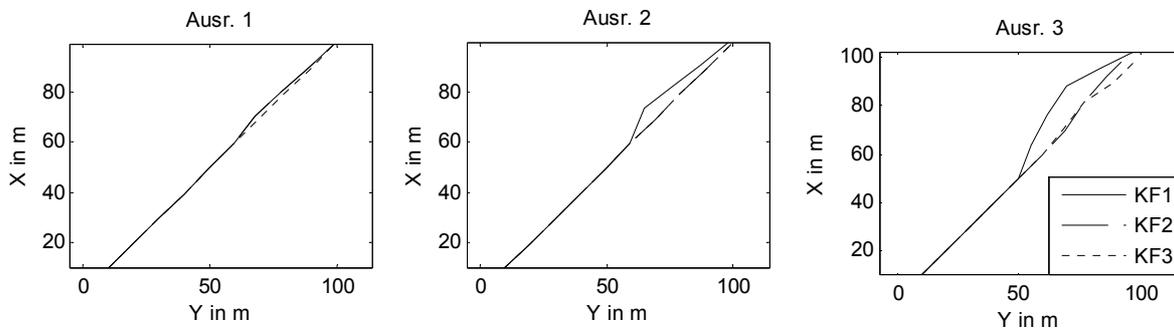


Abbildung 48: Mittlere Positionsschätzung in den drei Ausreißerszenarien

In der Abbildung 46 sind in der rechten Spalte die Standardabweichungen der Zustandsgrößen aus der Filterschätzung für alle drei Varianten und alle drei Ausreißer dargestellt. In der Variante ohne Maßnahmen zur Behebung von Filterstörungen wird die tatsächliche Filtergenauigkeit im Vergleich zur linken Spalte völlig unzureichend repräsentiert. Durch das automatisierte Eingreifen in den beiden Varianten mit realisierten Maßnahmen zur Behebung von Filterstörungen wird in Folge der veränderten stochastischen Modellierung zwar ein verändertes Genauigkeitsniveau angegeben, das aber nicht dem in der linken Spalte wiedergegebenem entspricht.

Zusammenfassung der Ergebnisse

- Die epochenscharfen GPS-Standardabweichungen im stochastischen Modell der Kalman-Filter Variante 3 führen bei variabler Genauigkeit der GPS-Position (verschieden erhöhtes GPS-Messrauschen) zu einer glatteren Zustandsschätzung als in der Kalman-Filter-Variante 2 ohne epochenscharfe GPS-Standardabweichung.
- In der Kalman-Filter-Variante 2 mit Maßnahmen zur Behebung von Filterstörungen ohne epochenscharfe GPS-Standardabweichungen werden einzelne Ausreißer erst ab einer Größe von etwa 3 m zuverlässig detektiert und deren Einfluss auf die Zustandsschätzung eliminiert. Folgen von Ausreißern werden nicht vollständig detektiert und korrigiert. Falsch eingeführte Maßnahmen führen zu einer Divergenz des Filterverlaufs, d.h. die Filterung entfernt sich von der simulierten Trajektorie.
- In der Kalman-Filter-Variante 3 mit Maßnahmen zur Behebung von Filterstörungen auf der Basis epochenscharfer GPS-Standardabweichungen erfolgt eine zuverlässige Ausreißerdetektion und -elimination. Bei kleinen Ausreißern gelingt dieses in über der Hälfte der Filterungen aufgrund der epochenscharfen GPS-Standardabweichungen ohne zusätzliche Maßnahmen. Bei größeren Ausreißern wird die Gewichtung der GPS-Position weiter herabgesetzt. Bei Folgen von Ausreißern schließt sich nach einer ersten Heruntergewichtung wieder eine Standardfilterung an, die zu einer insgesamt glatten Zustandsschätzung führt.

6.2.3 Evaluation der Formfilter-Varianten

In diesem Abschnitt wird das Verbesserungspotenzial der Formfilter-Varianten im Hinblick auf die Detektion von Filterstörungen untersucht, das durch die Modellierung der zeitlichen Korrelation der GPS Y- sowie GPS X-Koordinaten und damit durch eine korrekte stochastischen Modellierung erreicht wird.

Allgemeine Betrachtung der Szenarien

Bevor auf die definierten Ausreißerszenarien eingegangen wird, erfolgt zunächst eine allgemeine Betrachtung der Sensitivitätsindizes 1. Ordnung der Zustandsgrößen dieses Ansatzes (vgl. Abschnitt 4.2.1) am Beispiel des Szenarios Kreisfahrt. Die Sensitivitätsindizes 1. Ordnung der Position, Orientierung und Geschwindigkeit sind in der Abbildung 49 dargestellt.

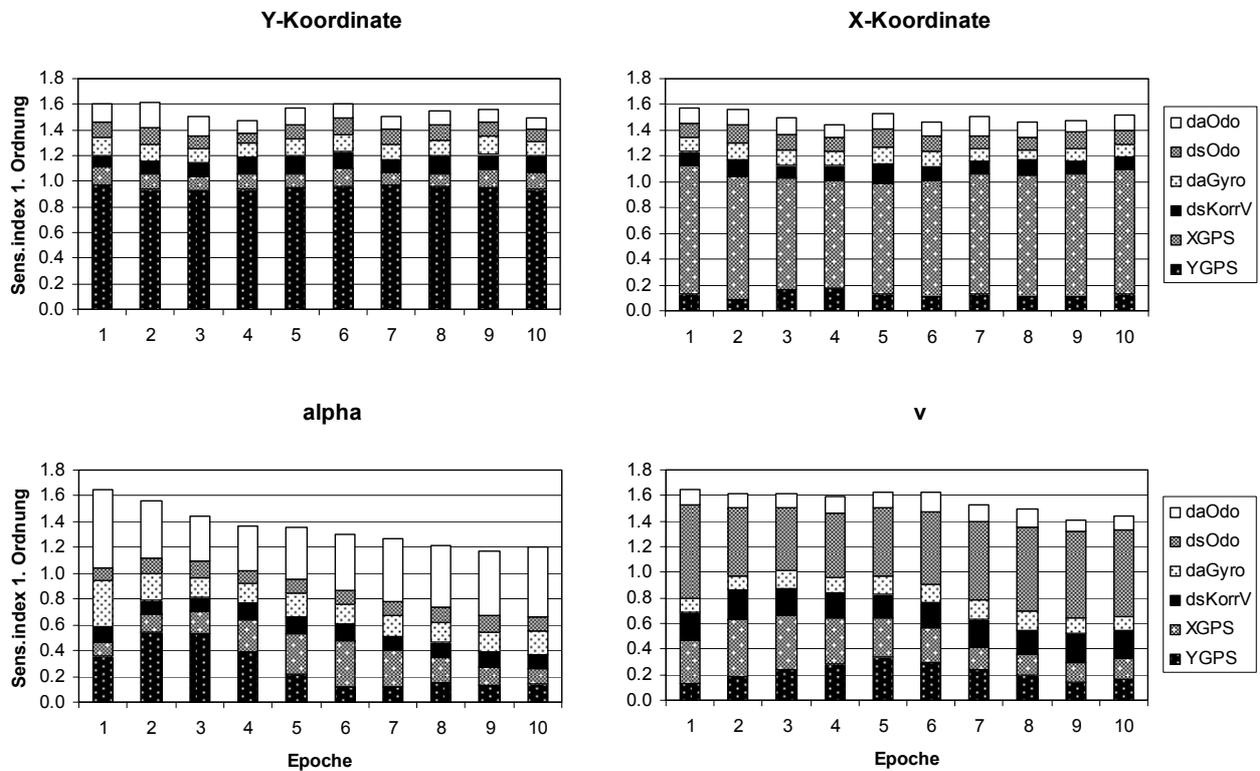


Abbildung 49: Sensitivitätsindizes 1. Ordnung der Ausgangsgrößen Position, Orientierung und Geschwindigkeit, Kreisfahrt

Bei den Positionen zeigt sich - wie auch im Kapitel 5 in vergleichbarer Form aufgetreten - der große Einfluss der Varianz der jeweils beobachtenden GPS-Koordinate (YGPS bzw. XGPS). Bei der Varianz der Orientierung bzw. der Geschwindigkeit tritt jeweils ein großer Einfluss durch die Varianz der Orientierungsänderung (daOdo) bzw. der Streckenänderung (dsOdo) aus dem Odometer auf. Auffällig ist, dass zwar eine Variation des Einflusses der Varianz der GPS-Position (YGPS und XGPS) über die Epochen zu erkennen ist, diese aber nicht der Geometrie der Kreisfahrt folgt.

Für die drei Fahrscenarien Geradenfahrt 0 gon sowie 50 gon und Kreisfahrt sind in der Abbildung 50 die Sensitivitätsindizes 1. Ordnung für die in der Formfilter-Erweiterung geschätzten Längs- und Querabweichungen dargestellt. Diese beiden Zustandsgrößen resultieren aus der funktionalen Modellierung der zeitlichen Korrelation der GPS-Position, vgl. Abschnitt 4.2.1. Der Einfluss der Varianz der Eingangsgrößen auf die Varianz der Längs- und Querabweichung kann wie folgt analysiert werden:

- Erwartungsgemäß kommt die Fahrtrichtungsabhängigkeit des Einflusses der Varianz der GPS-Position (YGPS und XGPS) deutlich zum Ausdruck.
- Bei der Geradenfahrt 0 gon wird die Varianz der Längsabweichung hauptsächlich durch die Varianz der GPS X-Koordinate (XGPS) hervorgerufen und entsprechend die Varianz der Querabweichung durch die Varianz der GPS Y-Koordinate (YGPS).

- In der Geradenfahrt 50 gon ist der Anteil der Varianzen aus den GPS-Positionen (YGPS und XGPS) gleich groß.
- In der Kreisfahrt ist über die 10 Epochen besonders bei der Querabweichung eine Variation des Einflusses der Eingangsgrößen GPS Y- und X-Koordinate festzustellen, die wiederum nicht streng auf die Geometrie der Kreisfahrt zurückgeführt werden kann.

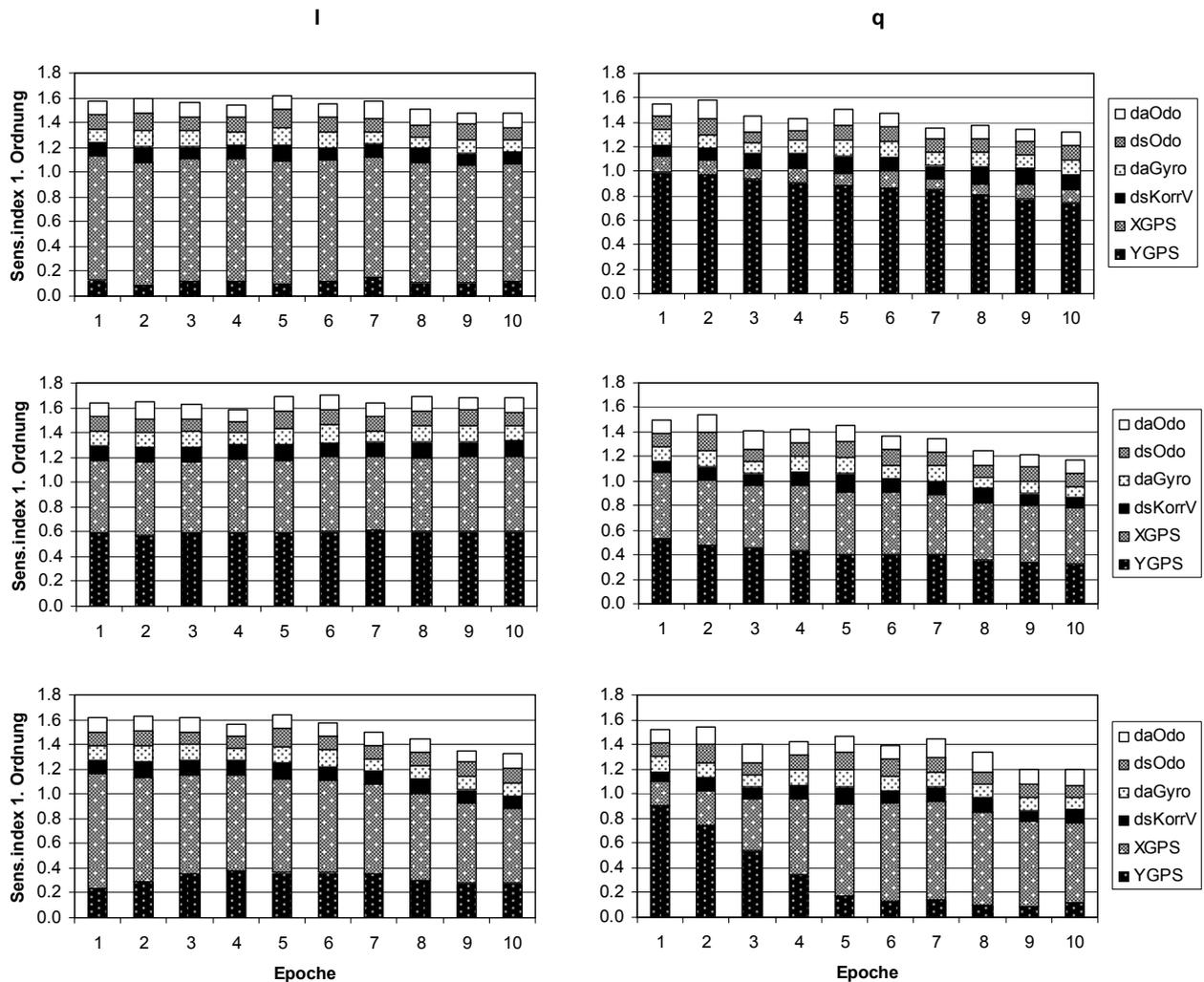


Abbildung 50: Sensitivitätsindizes 1. Ordnung für die Ausgangsgrößen Längs- und Querabweichung, Geradenfahrt 0 gon, Geradenfahrt 50 gon, Kreisfahrt (v.o.n.u.)

Untersuchung von GPS-Ausreißer Szenarien

Zur Überprüfung der Leistungsfähigkeit des Formfilter-Ansatzes hinsichtlich der verbesserten Detektion von Filterstörungen werden nun alle drei Varianten mit den Ausreißerszenarien aus dem Abschnitt 6.2.1 untersucht. In der Abbildung 51 ist in der linken Spalte die äußere Genauigkeit der drei Varianten dargestellt. Ein erster Vergleich der Standardabweichungen mit denen in der Abbildung 43 zeigt insgesamt ein ähnliches Verhalten über die 10 Epochen, so dass durch diese Modellierung fast keine Veränderung in der Detektion der Störungen erreicht wird. Es ist von einem Auftreten der gleichen Effekte, wie bereits beim Kalman-Filter-Ansatz beobachtet, auszugehen. Dieses Aussage kann durch eine Betrachtung der je Epoche ergriffenen Maßnahmen im Folgenden bestätigt werden, eine detaillierte Betrachtung der im Kalman-Filter und im Formfilter-Ansatz erreichten Genauigkeiten erfolgt später.

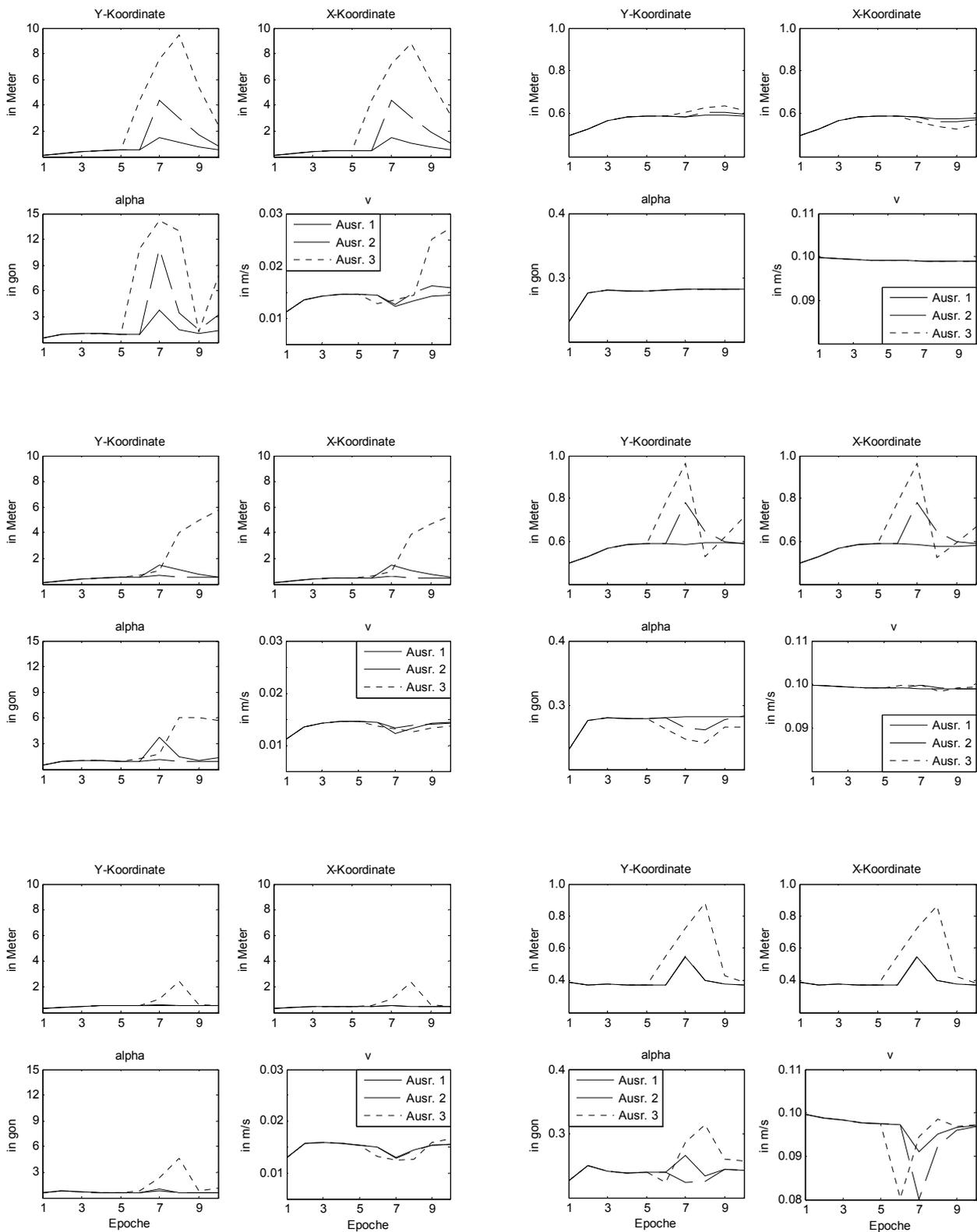


Abbildung 51: Äußere Standardabweichung (links) und Standardabweichung aus Filterschätzung (rechts) der Ausgangsgrößen, Varianten FF1-3 (v.o.n.u.), Geradenfahrt 50 gon

Untersuchung der Maßnahmen zur Behebung von Filterstörungen

In der Variante ohne Maßnahmen zur Behebung von Filterstörungen des Formfilter-Ansatzes ist wiederum kein Eingreifen in die Filterung realisiert. Für die Variante mit epochenscharfer GPS-Standardabweichung ergibt sich beim Ausreißer 1 mit 56,7 % ein etwas geringerer Anteil mit Standardfilterung im Gegensatz zum Kalman-Filter-Ansatz; in 43,3 % werden kleine Gewichte für GPS eingeführt. Der Einfluss des Ausreißers 2 wird zu 100 % mit einem kleinem Gewicht auf GPS eliminiert. Die Folge von Ausreißern 3 wird in der Epoche 6 zu 100 % mit einem kleinen Gewicht auf GPS gefiltert, in der 7. Epoche zu 2,1 % ebenfalls mit kleinem Gewicht und zu 97,9 % mit Standardfilterung. Die sich anschließenden Epochen weisen alle die Standardfilterung auf. Dieses ist identisch zu den im Kalman-Filter-Ansatz mit epochenscharfen GPS-Standardabweichungen getroffenen Maßnahmen. In der Formfilter-Variante mit Maßnahmen zur Behebung von Filterstörungen wird der Ausreißer 1 nicht detektiert, der Ausreißer 2 wird zu 100 % mit kleinem Gewicht gefiltert, die im Fall des Ausreißers 3 getroffenen Maßnahmen sind in der Abbildung 52 ersichtlich.

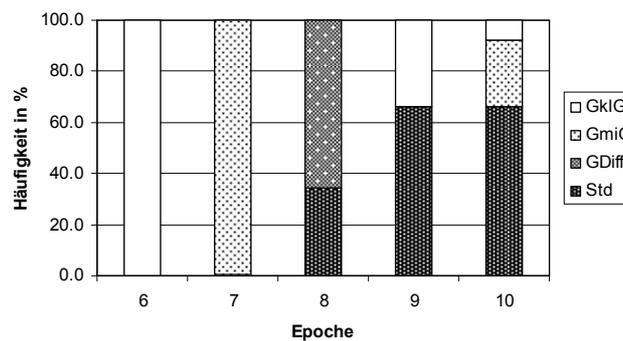


Abbildung 52: Häufigkeit der Filtermaßnahmen, Variante mit Maßnahmen zur Behebung von Filterstörungen, Ausreißer 3

Im Vergleich zur Abbildung 47 sind hier nahezu identische Ergebnisse zu verzeichnen. Die Unterschiede bei den getroffenen Maßnahmen liegen unter einem halben Prozentpunkt. Die Divergenz des Filterverlaufs im Ausreißerszenario durch eine zu geringe Elimination des Einflusses der Ausreißer aus den vorherigen Epochen zeigt sich ebenfalls. Dieses wird hier nicht durch eine Abbildung verdeutlicht, da sich derselbe Effekt wie in der Kalman-Filter-Variante zeigt, vgl. Abbildung 48. Dieser Umstand ist darin begründet, dass bei den Testgrößen zur Ermittlung der Filterstörung nach den Angaben im Abschnitt 4.4.2 zwischen dem Kalman-Filter- und dem Formfilter-Ansatz keine signifikanten Unterschiede in der Varianz- und Sensitivitätsanalyse bestehen. Ebenso wenig unterscheiden sich die Einflüsse der Varianz der Eingangsgrößen auf die Varianz der Ausgangsgrößen beider Ansätze signifikant. Die in der rechten Spalte der Abbildung 51 dargestellten im Filter geschätzten Standardabweichungen haben zwar insgesamt ein höheres Niveau als die in der Abbildung 46, spiegeln aber nicht das in der linken Spalte wiedergegebene tatsächliche Genauigkeitsniveau wider.

Genauigkeit der Zustandsschätzung

An dieser Stelle soll auf eine detaillierte Betrachtung der mit dem Kalman-Filter- und dem Formfilter-Ansatz erreichbaren und der jeweils im Filter geschätzten Genauigkeit übergegangen werden. In der Abbildung 53 sind die äußere Standardabweichung (linke Spalte) und die im Filter geschätzte Standardabweichung (rechte Spalte) beider Ansätze für die drei Szenarien Geradenfahrt 0 gon, 50 gon und Kreisfahrt aufgetragen. Der in den ersten Epochen zu verzeichnende Anstieg bzw. Abfall der Standardabweichungen ist auf den Einfluss der Anfangswertgenauigkeit zurückzuführen. Folgende Punkte fallen auf:

- Es treten deutlich geringere fahrtrichtungsabhängige Unterschiede in den Standardabweichungen besonders der Position auf.
- Im Vergleich zu den Untersuchungen im Kapitel 5 führen die zeitlichen Korrelationen der GPS Y- und X-Koordinate zu einer geringeren erreichbaren Positionsgenauigkeiten.

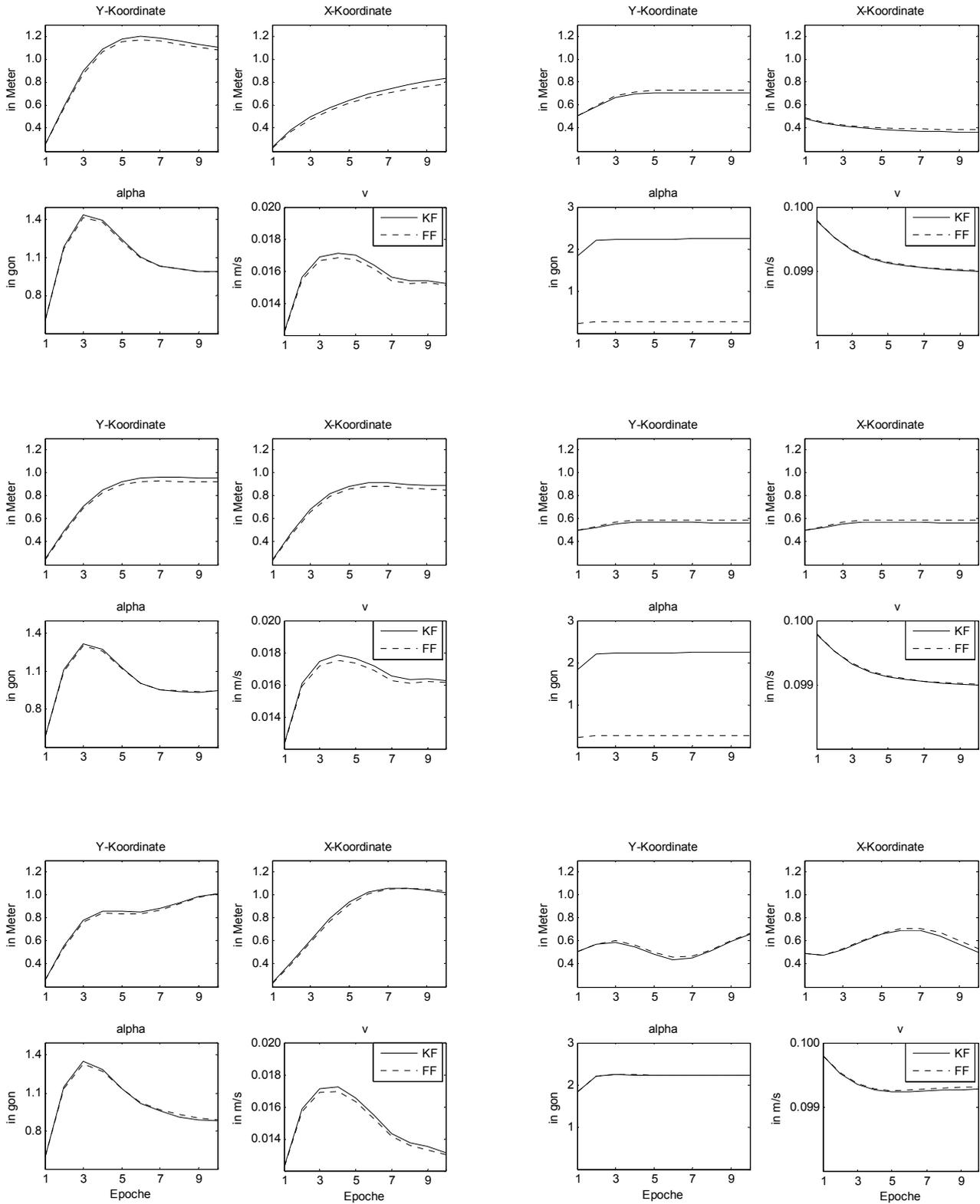


Abbildung 53: Äußere Standardabweichung (links) und Standardabweichung aus Filterschätzung (rechts) der Ausgangsgrößen, Kalman-Filter- (KF) und Formfilter- (FF) Variante, Geradenfahrt 0 gon und 50 gon, Kreisfahrt (v.o.n.u.)

- Die jeweils im Filter und in der Varianzanalyse geschätzten Standardabweichungen weichen voneinander ab. Dieses ist in der Abhängigkeit der im Filter geschätzten Genauigkeit von der stochastischen Modellierung begründet, die hier gemäß der Angaben im Kapitel 4 angepasst ist.
- Wesentlicher Aspekt ist hier, dass die Standardabweichung der im Kalman-Filter-Ansatz beim Vorliegen von korrelierten Eingangsgrößen bestimmten Zustandsgrößen immer etwas größer ausfällt gegenüber denen im Formfilter-Ansatz, während es sich für die im Filter geschätzten Standardabweichungen beider Ansätze genau andersherum verhält. Dieser - wenn auch geringe - Effekt entspricht genau dem Erwarteten: Eine Vernachlässigung der zeitlichen Korrelationen im Kalman-Filter-Ansatz führt zu einer verfälschten Schätzung (Standardabweichung der Ausgangsgrößen aus Varianzanalyse größer), während deren Vorhandensein durch die Modellierung im Formfilter-Ansatz korrekterweise mit einer größeren Schätzung der Standardabweichung im Filter wiedergegeben wird.

Dieser geringe Effekt ist in den insgesamt klein ausfallenden Schätzwerten für die Längs- und Querabweichung begründet. Dieses ergibt sich im Zusammenwirken der mit Null festgesetzten Startwerte und des klein angesetzten Rauschens der Störgrößen, vgl. Abschnitt 4.2.2. Eine deutliche Erhöhung der Standardabweichung der Störgrößen von Längs- und Querabweichung führt zu einer Schätzung der Längs- und Querabweichung mit mittleren Beträgen unter 1 cm, wobei die Standardabweichungen der beiden Zustandsgrößen deutlich zunehmen. Bei Betrachtung des Ausreißers 3 führt dieses zu ca. 4 % weniger in der achten Epoche eingeführten GPS-Differenzenbeobachtungen und zu ca. 4 % weniger Standardfilterungen in den Epochen 9 und 10. Dieses deutet auf eine leichte Zunahme der bereits mehrfach beschriebenen Filterdivergenz hin und führt zu keiner Verbesserung der Detektion von Filterstörungen.

Zusammenfassung der Ergebnisse

- Die Formfilter-Modellierung führt in allen drei Filter-Varianten zu keiner wesentlichen Verbesserung der Ausreißerdetektion.
- Die Vernachlässigung der zeitlichen Korrelationen im Kalman-Filter-Ansatz führt zu einer verfälschten Schätzung.
- In der Formfilter-Modellierung wird im Filter eine höhere und damit realistischere Standardabweichung der Position geschätzt, während die Zustandsschätzung vom Einfluss der zeitlichen Korrelation befreit ist.

6.2.4 Evaluation der adaptiven Formfilter-Varianten

Eine Analyse des adaptiven Formfilter-Ansatzes zeigt keinen Unterschied gegenüber dem Formfilter-Ansatz. Die adaptive Schätzung des Prozesskoeffizienten β (vgl. Abschnitt 2.1.4 und 4.3.1) versagt. Der Koeffizient erfährt im Rahmen der Simulation keine Aufdatierung der Schätzung und bleibt unverändert bei seinem Startwert $\beta = 1/29,5$. Dieses gilt nicht nur für die verschiedenen Fahrscenarien, sondern auch für die Ausreißerszenarien. Damit lässt sich der Einfluss der Varianz der Eingangsgrößen auf die Varianz der Ausgangsgröße β nicht nachweisen. Da der Prozesskoeffizient konfigurationsdefekt ist (Nullspalte in Konfigurationsmatrix A gemäß (2.1.43) und (4.2.9)), kann eine erwartungstreue Schätzung nur dann erfolgen, wenn auf der Ebene der Systemgleichungen zwischen den beobachtbaren Zustandsgrößen und dem Prozesskoeffizienten Korrelationen bestehen. Weil sich die adaptive Schätzung hier auf die Formfilter-Erweiterung bezieht, ist diese Korrelation, die in den entsprechenden Elementen der Kovarianzmatrix der Prädiktion zum Ausdruck kommt, sehr gering. Wie der Formel (2.1.35) im Abschnitt 2.1.3 zu entnehmen ist, kann eine Veränderung dieser Situation über die stochastische Modellierung des Random Walk Prozesses, vgl. Abschnitt 2.1.4 und 4.3.1, herbeigeführt werden. Damit die Kalman-Verstärkungsmatrix in der entsprechenden Zeile ungleich Null wird und damit zur Aufdatierung von β beiträgt, kann lediglich eine größere Standardabweichung für die Störgröße des Prozesskoeffizienten eingeführt werden. In der Abbildung 54 ist der Einfluss der Varianz der stochastischen Modellierung des Pro-

zesskoeffizienten auf die Varianz der Schätzung des Prozesskoeffizienten dargestellt. Die Unsicherheit der Varianz von β (Var. beta) hat einen großen Einfluss, ebenso wie die Unsicherheit der GPS Y- oder X-Koordinate (YGPS und XGPS). Der Einfluss der Varianz von β auf die anderen Ausgangsgrößen ist gering und führt zu keiner signifikanten Änderung der Zustandsschätzung. Auch die Unterschiede in den Ausreißerszenarien bleiben mit unter einem Prozentpunkt gering.

Zusammenfassung der Ergebnisse

- Die adaptive Schätzung des reziproken Dämpfungsparameters β als Prozesskoeffizient versagt.
- Die adaptive Formfilter-Modellierung führt zu keiner Verbesserung der Ausreißerdetektion.

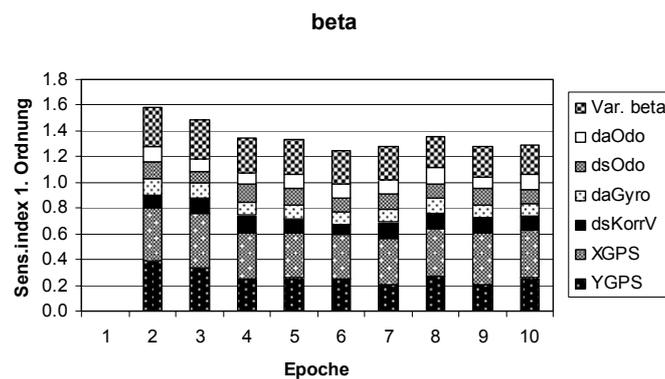


Abbildung 54: Sensitivitätsindizes 1. Ordnung der Ausgangsgröße β , adaptives Formfilter, Geradenfahrt 50 gon

6.3 Analyse anhand realer Fahrtdaten

In diesem Abschnitt werden die drei Filter-Ansätze (Kalman-Filter, Formfilter und adaptives Formfilter), die im vorangegangenen Abschnitt mit Hilfe von simulierten Fahrtszenarien im Rahmen einer Varianz- und Sensitivitätsanalyse untersucht worden sind, anhand realer Fahrtdaten evaluiert. Dazu stehen die vier im Abschnitt 3.3.1 beschriebenen Routen zur Verfügung. Diese umfassende Evaluation der Filter-Ansätze ermöglicht nicht nur eine Beurteilung ihrer Funktionsfähigkeit und Praxistauglichkeit, sondern erlaubt auch Rückschlüsse über die tatsächliche Anwendbarkeit der Varianz- und Sensitivitätsanalyse für Aufgaben der Modellentwicklung und -evaluation.

6.3.1 Evaluation der Kalman-Filter-Varianten

Die Evaluation der drei Kalman-Filter-Varianten erfolgt wie im vorangegangenen Abschnitt mit Unterscheidung hinsichtlich der Behebung von Filterstörungen (vgl. Abschnitt 4.5)

- ohne Behebung von Filterstörungen (KF1)
- mit Behebung von Filterstörungen (KF2)
- mit Behebung von Filterstörungen auf Basis epochenscharfer GPS-Standardabweichung (KF3).

Von den realen Daten werden nur Epochen betrachtet, in denen alle Beobachtungen vorliegen, die in das Filter eingehen. D.h. der fahrtspezifisch unterschiedlich stark ausgeprägte GPS-Ausfall (vgl. Tabelle 1), der zu einer Koppelortung führt, wird hier aus der Beurteilung der Zustandsschätzung herausgenommen. Ebenso wird ein Stillstand des Fahrzeugs nicht betrachtet, vgl. hierzu die Fallunterscheidungen nach Abschnitt 4.4.

Häufigkeit und Genauigkeit der Standardfilterung

Im Abschnitt 6.2 ist die Analyse der Filter-Ansätze schwerpunktmäßig für Szenarien unter schwierigen GPS-Bedingungen bzw. in Fällen mit GPS-Positionen geringer Qualität (erhöhtes Messrauschen, Ausreißer) durchgeführt worden. In der Tabelle 9 ist die Häufigkeit der Standardfilterung getrennt nach den Routen und Varianten zusammengefasst.

Tabelle 9: Häufigkeit des Standardfilters, Varianten KF1-3

	Häufigkeit Standardfilter in %		
	KF1	KF2	KF3
Route 1	100,0	98,2	99,2
Route 2	100,0	98,8	99,4
Route 3	100,0	90,3	99,0
Route 4	100,0	93,3	97,7

Folgendes ist aus der Tabelle abzulesen:

- In der Variante ohne Behebung von Filterstörungen (KF1) sind keine Maßnahmen zur Filteroptimierung bei angezeigter Störung implementiert, so dass die Häufigkeit des Standardfilters bei 100 % liegt.
- In der Variante mit Behebung von Filterstörungen (KF2) ist in bis zu ca. 10 % der Epochen ein automatisierter Eingriff in die Standardfilterung erforderlich. Ein Vergleich dieser Häufigkeit zwischen den einzelnen Routen in dieser Variante zeigt deutlich die unterschiedlichen Fahrtcharakteristiken, wie sie in Abschnitt 3.3.1 beschrieben sind. Die schwierigen GPS-Bedingungen der Route 3 und 4, die sich nicht nur in GPS-Ausfall, sondern auch durch das Auftreten von Ausreißern bemerkbar machen, führen zu vermehrten Filterstörungen, die durch entsprechende Maßnahmen zu beheben sind.
- In der Variante mit epochenscharfen GPS-Standardabweichungen (KF3) sind wesentlich weniger Eingriffe in den Filterverlauf erforderlich. Dieses zeigt die Bedeutung der Kenntnis einer epochenscharfen Standardabweichung für die GPS-Position: Die durch die Standardabweichung gegebene unterschiedliche Gewichtung der GPS-Positionen macht weitere Eingriffe seltener nötig, was im Folgenden noch zu zeigen ist. Erst bei den schwierigen GPS-Bedingungen der Route 4 werden auch in dieser Variante mehr Eingriffe zur Optimierung des Filterverlaufs erforderlich.

Insgesamt betrachtet kann die Mehrzahl der Epochen im Standardfilter ausgewertet werden. Das ist auf die Routencharakteristik zurückzuführen, aufgrund derer nur vereinzelt GPS-Positionen zu Filterstörungen führen. Gerade bei Fahrten im innerstädtischen Bereich ist mit einer starken Zunahme von Filterstörungen zu rechnen. Im Hinblick auf die Stabilität der Filterung und die Zuverlässigkeit der Zustandsschätzung gewinnt die Detektion von Filterstörungen und das Ergreifen geeigneter Maßnahmen an Bedeutung, um in solchen Fällen die Divergenz des Filters zu verhindern, vgl. hierzu Abschnitt 6.2.2, Abbildung 48 sowie die Aussagen im Abschnitt 6.2.3.

In der

Tabelle 10 wird zunächst die Genauigkeit der Filterergebnisse anhand der mittleren in der Standardfilterung erzeugten Standardabweichungen der Zustandsschätzung gezeigt. Für die Variante ohne Maßnahmen zur Behebung von Filterstörungen (KF1) sind die Filterergebnisse sowohl für eine Standardabweichung der GPS-Positionen im stochastischen Modell von $\sigma_{Y,GPS} = \sigma_{X,GPS} = 0,25$ m als auch mit den Werten von $\sigma_{Y,GPS} = \sigma_{X,GPS} = 1,00$ m dargestellt:

- Anhand der zwei verwendeten Genauigkeitsklassen lässt sich die Abhängigkeit der in das Filter eingeführten und der im Filter geschätzten Standardabweichung erkennen: Die Standardabweichungen der Positionslösungen sind mit $\sigma_{Y,GPS} = \sigma_{X,GPS} = 1,00$ m mehr als doppelt so groß wie die Standardabweichung bei einer Eingangsstandardabweichung von $\sigma_{Y,GPS} = \sigma_{X,GPS} = 0,25$ m.
- Ebenso wird die Abhängigkeit der Genauigkeit der Orientierung von der Genauigkeit der GPS-Position deutlich. Während die Standardabweichung der Geschwindigkeit in allen gezeigten Varianten bei ca. 0,1 m/s liegt, ist die Standardabweichung der Orientierung im Fall einer größeren GPS-Eingangsstandardabweichung höher.

Die Ergebnisse der Variante mit Maßnahmen zur Behebung von Filterstörungen (KF2) sind mit einer Standardabweichung von $\sigma_{Y,GPS} = \sigma_{X,GPS} = 1,00$ m generiert:

- Die Standardabweichung der Positionen in der Variante mit Maßnahmen zur Behebung von Filterstörungen (KF2) zeigen zwischen den einzelnen Routen keine signifikanten Unterschiede. Dieses ist auf die ausschließliche Betrachtung der Standardabweichungen im Standardfilter zurückzuführen. Es ergeben sich Positionsgenauigkeiten von $\sigma_Y = \sigma_X = 0,57$ m.
- Die leicht zunehmende Standardabweichung der Orientierung bei den Routen 3 und 4 deutet auf eine weniger glatte Zustandsschätzung hin.

Tabelle 10: Mittlere Standardabweichung der Zustandsgrößen aus Schätzung im Filter, Varianten KF1-3, Standardfilter

Route 1	$s_{Y,GPS} = s_{X,GPS} = 0,25$ m KF1	$s_{Y,GPS} = s_{X,GPS} = 1$ m KF2		$s_{Y,GPS}, s_{X,GPS}$ aus LGO KF3
s_y in m	0,19	0,54	0,54	0,35
s_x in m	0,20	0,64	0,64	0,38
s_{alpha} in gon	1,51	2,16	2,15	1,61
s_v in m/s	0,09	0,10	0,10	0,09

Route 2	$s_{Y,GPS} = s_{X,GPS} = 0,25$ m KF1	$s_{Y,GPS} = s_{X,GPS} = 1$ m KF2		$s_{Y,GPS}, s_{X,GPS}$ aus LGO KF3
s_y in m	0,19	0,57	0,57	0,26
s_x in m	0,20	0,59	0,59	0,31
s_{alpha} in gon	1,62	2,26	2,25	1,66
s_v in m/s	0,09	0,10	0,10	0,09

Route 3	$s_{Y,GPS} = s_{X,GPS} = 0,25$ m KF1	$s_{Y,GPS} = s_{X,GPS} = 1$ m KF2		$s_{Y,GPS}, s_{X,GPS}$ aus LGO KF3
s_y in m	0,19	0,58	0,58	0,32
s_x in m	0,19	0,54	0,55	0,40
s_{alpha} in gon	1,79	2,41	2,37	1,91
s_v in m/s	0,09	0,10	0,10	0,09

Route 4	$s_{Y,GPS} = s_{X,GPS} = 0,25$ m KF1	$s_{Y,GPS} = s_{X,GPS} = 1$ m KF2		$s_{Y,GPS}, s_{X,GPS}$ aus LGO KF3
s_y in m	0,18	0,53	0,52	0,67
s_x in m	0,19	0,55	0,56	0,59
s_{alpha} in gon	1,90	2,52	2,49	2,14
s_v in m/s	0,09	0,10	0,10	0,09

Die epochenscharfen Standardabweichungen für die GPS-Positionen der Filter-Variante KF3 variieren entsprechend der in der GPS-Auswertesoftware Leica GeoOffice (LGO) generierten Ergebnisse:

- Bei der Verwendung der epochenscharfen GPS-Standardabweichung (KF3) zeigt sich nur in Route 4 eine deutlich schlechtere Genauigkeit bei der Positionsbestimmung ($\sigma_Y = 0,67$ m und $\sigma_X = 0,59$ m), die mit der bereits erwähnten Routencharakteristik übereinstimmt.
- Hinsichtlich der Genauigkeit der Orientierung gilt das wie bei der anderen Variante mit Behebungen von Filterstörungen Gesagte.

Die Abhängigkeit der im Filter geschätzten Standardabweichung der Zustandsgrößen von der im stochastischen Modell eingeführten Standardabweichung der in das Filter eingehenden Beobachtungen ist bereits aufgezeigt worden. Demzufolge liegen die Standardabweichungen der Variante mit Behebungen von Filterstörungen im Bereich der Größenordnung der aus der Filterschätzung mit simulierten Ergebnissen bestimmten Standardabweichungen, vgl. Abbildung 53, Kalman-Filter-Ansatz, rechte Spalte. Die davon deutlich abweichenden Positionsgenauigkeiten in den Routen 1-3 ($\sigma_Y = 0,26$ m bzw. $\sigma_X = 0,31$ m (Route 2)) bei der Variante mit epochenscharfer GPS-Standardabweichung sind auf die in der GPS-Auswertesoftware generierten GPS-Standardabweichungen zurückzuführen, vgl. Abbildung 18. Im

Hinblick auf die Standardabweichung der Route 4 können sie zur Verdeutlichung des unterschiedlichen Genauigkeitsniveaus zwischen den vier Routen herangezogen werden. Insgesamt sind sie aber für die Routen 1-3 als sehr optimistisch einzustufen.

Häufigkeit der einzelnen Maßnahmen zur Behebung von Filterstörungen

An dieser Stelle erfolgt eine Betrachtung der Epochen mit Filterstörungen. Die Häufigkeit der einzelnen Filtermaßnahmen (vgl. Abschnitt 4.4.2) für die beiden Varianten mit Maßnahmen zur Behebung von Filterstörungen wird untersucht. In der Tabelle 11 ist für jede Maßnahme angegeben, wie oft sie für jede Route angewendet worden ist. Damit addiert sich die Zeilensumme je Variante zusammen mit den in Tabelle 9 angegebenen Werten für die Standardfilterung zu 100 %. Die GPS-Differenzenbeobachtungen (GDiff) und insbesondere die GPS-Positionen mit mittlerem Gewicht (GmiG) sind für die Filter-Variante mit epochenscharfer GPS-Standardabweichung aufgrund der besonderen Situation, dass die tatsächliche Qualität der GPS-Position epochenscharf angegeben werden kann, nicht vorgesehen, vgl. Abschnitt 4.4.2. Es wird lediglich in den Filterepochen, in denen dennoch eine Störung angezeigt wird, ein besonders großes (GgrG) bzw. ein sehr kleines Gewicht (GklG) eingeführt. Der Tabelle ist Folgendes zu entnehmen:

Tabelle 11: Häufigkeit der Maßnahmen, Varianten mit Behebung von Filterstörungen (KF2) und auf Basis epochenscharfer GPS-Stabw. (KF3)

	Häufigkeit Maßnahmen nach Testüberschreitung in %					
	GDiff	GmiG	GklG		GgrG	
			KF2	KF3	KF2	KF3
Route 1	0,87	0,19	0,59	0,57	0,13	0,23
Route 2	0,44	0,24	0,44	0,34	0,05	0,21
Route 3	7,59	0,81	1,27	0,56	0,06	0,45
Route 4	2,76	1,09	2,70	1,62	0,20	0,63

- Die für die Variante mit Behebung von Filterstörungen ohne epochenscharfe GPS-Standardabweichung (KF2) spezifischen GPS-Differenzenbeobachtungen treten mit gut 7 % überproportional in Route 3, aber auch in Route 4 (kapp 3 %) auf.
- Auffällig sind für diese Variante die hohen Anteile GPS-Positionen mit mittlerem und kleinem Gewicht in den Routen 3 und 4, was ebenfalls auf die erschwerten GPS-Bedingungen innerhalb dieser Fahrten hinweist.
- In der Variante mit epochenscharfer GPS-Standardabweichung (KF3) tritt das starke Herausgewichten von GPS-Positionen ebenfalls gehäuft in der Route 4 auf.
- Während in der anderen Variante relativ selten ein großes Gewicht auf die GPS-Positionen (GgrG) gesetzt wird, geschieht dieses bei der Variante mit epochenscharfer GPS-Standardabweichung (KF3) häufiger. Dieses ist damit zu erklären, dass in der Variante ohne epochenscharfe GPS-Standardabweichungen diese Maßnahme nur nach einem längeren GPS-Ausfall eingesetzt wird, um die durch die Koppelortung bedingte Filterdivergenz, d.h. die auftretenden Querabweichung, zu korrigieren. Da in der Variante mit der epochenscharfen Standardabweichung ein Hinweis auf die tatsächliche Güte der GPS-Position gegeben wird, kann diese Maßnahme gezielt auch in anderen Filterepochen eingesetzt werden und tritt zwischen 2-mal bis 8-mal häufiger auf.

Korrektheit der einzelnen Maßnahmen zur Behebung von Filterstörungen

Die in der Tabelle 11 dargestellten Maßnahmen sind hinsichtlich ihre Eignung zur Optimierung der Filterung zu beurteilen. In der Abbildung 55 sind für alle vier Routen die in den beiden betrachteten Varianten getroffenen Maßnahmen qualitativ bewertet. In der Darstellung sind die Verhältnisse zu der Gesamtzahl der Sonderfälle pro Route und Variante gebildet, so dass sich die Säulen innerhalb jeder Graphik zu 100 % addieren. Die qualitative Beurteilung gibt an, wie häufig die getroffene Maßnahme als richtig oder falsch klassifiziert wird. Da keine Referenztrajektorie in übergeordneter Genauigkeit vorliegt, können neben der Glattheit der Filterung lediglich Straßendaten im GDF (Geographic Data

Format) zur Beurteilung herangezogen werden. Diese weisen in Abhängigkeit von Erfassungsart und Straßenkategorie selbst nur eine begrenzte Genauigkeit (innerorts ca. 5 m - 10 m, außerorts ca. 25 m) auf. Kann anhand dieser Kriterien in einer Epoche keine Aussage zur Qualität der Filterung getroffen werden, wird diese Epoche nicht beurteilt. Eine Besonderheit bildet hier die Klassifizierung eines Längsfehlers. Während eine Querabweichung offensichtlich zutage tritt und auch bewertet werden kann, kann eine Verschiebung der Filterung entlang der Fahrtrichtung in Ermangelung zeitdiskreter Referenzpunkte nicht beurteilt werden. Tritt eine Maßnahme ohne erkennbare Querabweichung auf, ist von der Behebung einer Filterstörung, die in Längsrichtung wirkt, auszugehen. Die Glattheit der geschätzten Trajektorie wird nicht beeinträchtigt, die Notwendigkeit der Maßnahme kann nicht überprüft werden.

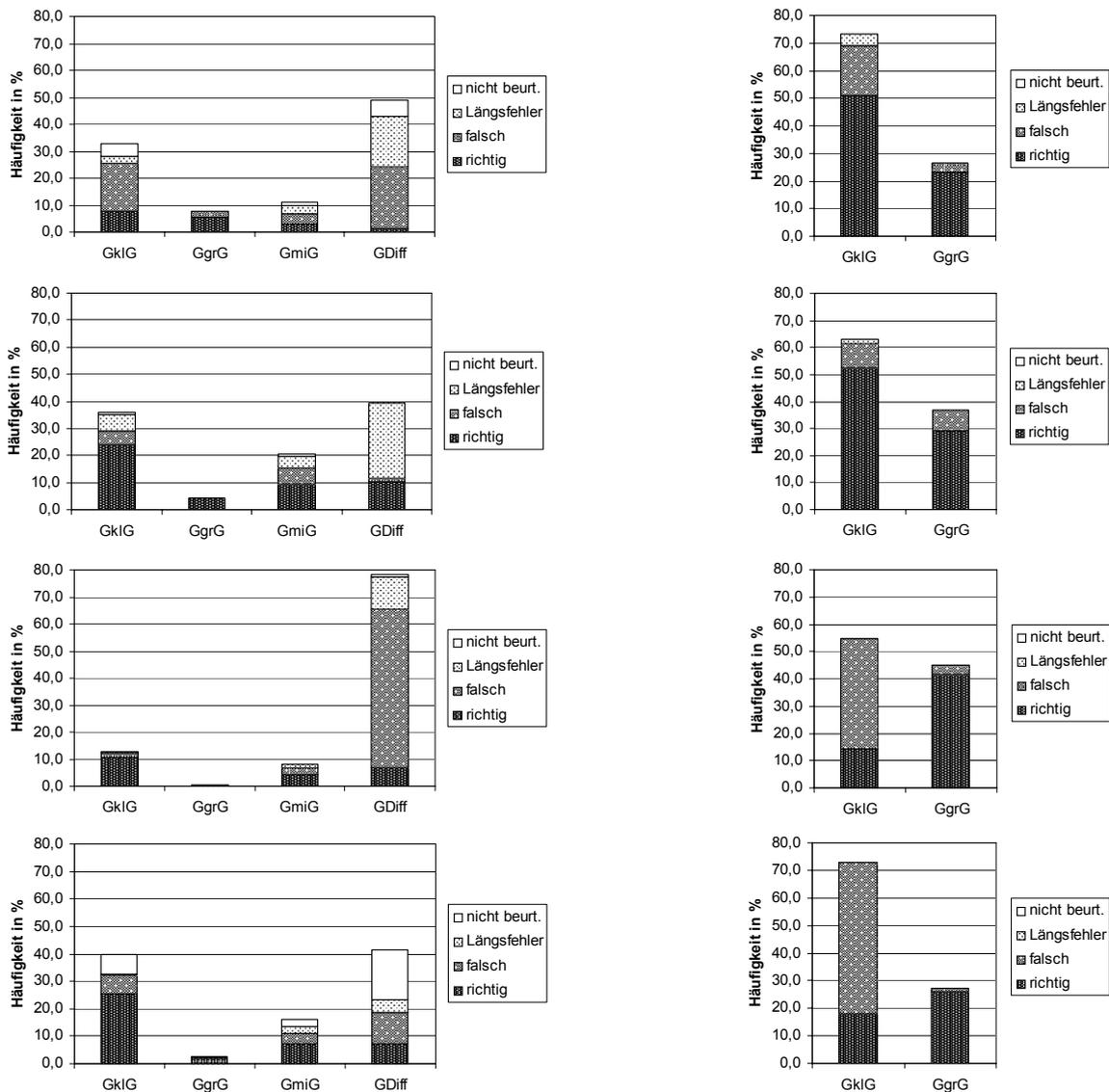


Abbildung 55: Klassifizierung der getroffenen Maßnahmen, Varianten mit Behebung von Filterstörungen (links) und auf Basis epochenscharfer GPS-Stabw. (rechts), Route 1 bis 4 (v.o.n.u.)

Der Abbildung 55 ist, die Routen 1 bis 4 von oben nach unten betrachtend, das Folgende zu entnehmen:

- Für die Route 1 dominieren in der Variante mit Behebung von Filterstörungen ohne epochenscharfe GPS-Standardabweichungen die falsch getroffenen Maßnahmen mit 46,4 %. Diese resultieren überwiegend aus der Herausgewichtung von GPS-Positionen (GklG) und dem Einführen von GPS-Differenzenbeobachtungen (GDiff).

- In der Filter-Variante mit epochenscharfen GPS-Standardabweichungen wird die Trajektorie der Route 1 mit 74,4 % richtig getroffenen Maßnahmen wesentlich verbessert.
- In beiden Varianten tritt ein fast gleich großer Anteil falsch eingesetzter GPS-Positionen mit kleinem Gewicht auf (GklG ca. 18 %). Diese Maßnahme ist umso schädlicher, wenn bereits eine Divergenz des Filters vorliegt, die durch weiteres Herausgewichten nicht korrigiert wird.
- In der Route 2 treten in 48,2 % auch für die Variante ohne epochenscharfe GPS-Standardabweichung richtig getroffene Maßnahmen auf und führen damit zu einer Verbesserung der Zustandsschätzung in Epochen mit Filterstörungen. Bei den Fehlentscheidungen sticht keine Maßnahme auffallend hervor.
- In der Variante mit epochenscharfer GPS-Standardabweichung liegt die richtige Korrektur für die Route 2 bei 81,5 %.
- Die korrigierenden Maßnahmen in der Route 3 durch die Variante ohne epochenscharfe GPS-Standardabweichungen werden mit 58,7 % durch falsch eingeführte GPS-Differenzenbeobachtungen (GDiff) geprägt.
- In der Variante mit Maßnahmen auf Basis von epochenscharfen GPS-Standardabweichungen treten in der Route 3 mit 40,5 % viele Fehlentscheidungen beim Herausgewichten der GPS-Positionen auf.
- In der Route 4 zeigt die Klassifizierung der Maßnahmen in der Variante ohne epochenscharfe GPS-Standardabweichungen wieder ein besseres Bild, während die nicht korrekt herausgewichteten GPS-Positionen (GklG) in der anderen Variante weiter angestiegen sind (54,5 %).
- Der hinsichtlich der Notwendigkeit einer korrigierenden Maßnahme nicht zu beurteilende Längsfehler wird in allen Routen gehäuft durch GPS-Differenzenbeobachtungen (GDiff) korrigiert.

Da die Notwendigkeit einer hohen Gewichtung von GPS-Positionen (GgrG) gehäuft nach GPS-Ausfällen auftritt, erscheint diese Maßnahme durchgängig mit den wenigsten Fehlentscheidungen, sowohl in der Variante ohne als auch in der Variante mit epochenscharfen GPS-Standardabweichungen. Dieser Effekt ist besonders wichtig, da hierbei die Filterdivergenz aufgrund der Koppelortung korrigiert werden kann. Besonders für die Variante mit epochenscharfer GPS-Standardabweichung kommt der Vorteil hinzu, dass die tatsächlich vorliegende GPS-Qualität einbezogen werden kann. So kann vermieden werden, dass das Filter auf eine fehlerbehaftete GPS-Position gezogen wird, wie sie nach GPS-Ausfällen aufgrund von Tunnelfahrten oder Ähnlichem auftreten kann.

Zusammenfassend lässt sich feststellen, dass die in der Variante ohne epochenscharfe GPS-Standardabweichung eingeführten GPS-Differenzenbeobachtungen häufig zu einer Verschlechterung der Filterschätzung führen. In der anderen Variante besteht eine Abhängigkeit der Güte der getroffenen Maßnahmen von der jeweiligen Routencharakteristik; in Route 3 und 4 treten häufiger nicht korrekt eingeführte Maßnahmen als in den Routen 1 und 2 auf. Es sei noch einmal darauf hingewiesen, dass die hier angegebenen prozentualen Häufigkeiten nicht zu identischen absoluten Werten führen, da die Häufigkeit des Eingreifens in das Filter bei beiden Varianten nicht identisch ist.

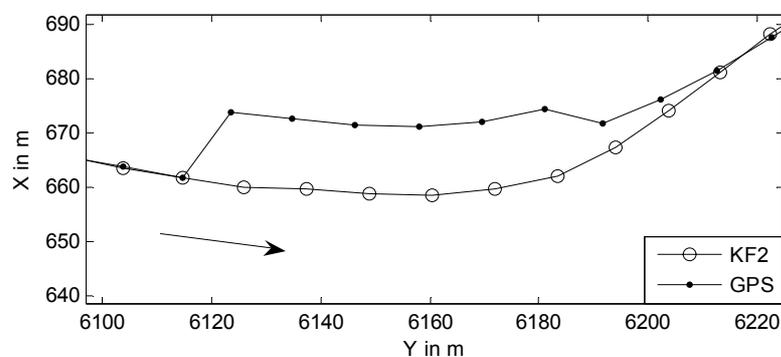


Abbildung 56: Beispiel korrekt eingeführter Maßnahme GPS-Differenzenbeobachtung, Variante mit Behebung von Filterstörungen, Route 3

In der Abbildung 56 ist ein Beispiel aus der Route 3 gezeigt, in dem die in der Variante mit Behebung von Filterstörungen korrekt eingeführte Maßnahme der GPS-Differenzenbeobachtungen zu der bezweckten Auswirkung auf die Filterung führt und sich trotz einer Folge von GPS-Ausreißern ähnlicher Ablage eine gute Positionsschätzung ergibt. In der Abbildung 57 zeigt sich die Leistungsfähigkeit der Variante mit epochenscharfen GPS-Standardabweichungen, ohne weitere Maßnahmen in Epochen mit schwierigen GPS-Bedingungen eine gute Positionsschätzung zu erzeugen.

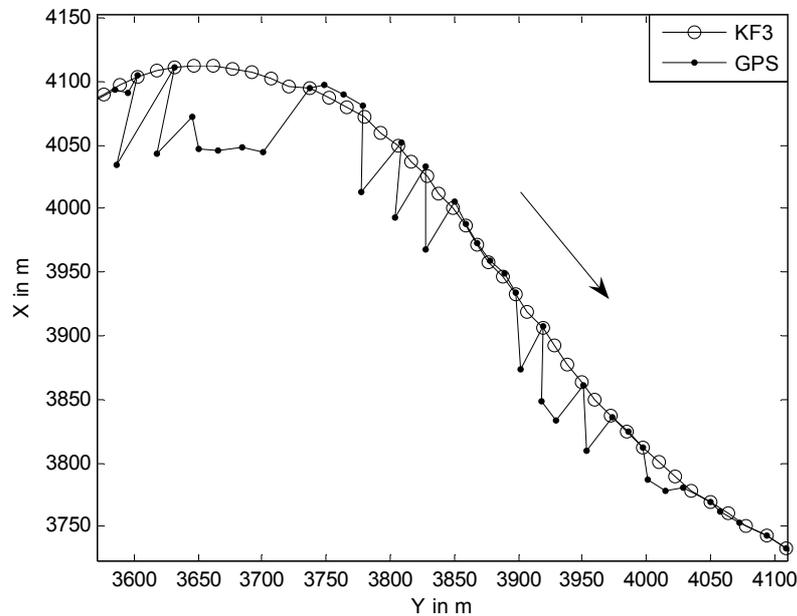


Abbildung 57: Beispiel einer guten Positionsschätzung ohne weitere Maßnahmen, Variante mit epochenscharfen GPS-Standardw., Route 3

Lage- und Formgenauigkeit in Epochen mit Filterstörungen

Anhand einer detaillierten Betrachtung der Route 3 soll exemplarisch eine quantitative Untersuchung der Auswirkung der unterschiedlichen Modellierungen in den beiden Varianten mit und ohne epochenscharfe GPS-Standardabweichungen vorgenommen werden. Dazu werden alle Epochen quantitativ hinsichtlich Form- und Lagegenauigkeit beurteilt, die in mindestens einer Variante eine Filterstörung aufweisen bzw. in denen GPS-Positionen minderer Qualität auftreten. Hinsichtlich der Qualität von GPS-Positionen wird insbesondere wegen der Maßnahme GPS-Differenzenbeobachtungen unterschieden zwischen einzelnen Ausreißern und einer Folge von Ausreißern (vgl. Abbildung 16). In Erweiterung der vorangegangenen Betrachtungen kann hier nun auch beurteilt werden, ob zu wenige Filtermaßnahmen getroffen worden sind. Dieses kann aufgrund der Fülle der Daten nicht für alle Routen im Detail durchgeführt werden. Hier ist exemplarisch die Route 3 mit den sehr schwierigen GPS-Bedingungen ausgewählt worden.

In der Route 3 treten 48 mal Folgen von Ausreißern und 157 mal einzelne Ausreißer auf. Der Abbildung 58 ist zu entnehmen, dass 70,8 % der Folgen von Ausreißern in der Variante ohne epochenscharfe GPS-Standardabweichung nicht identifiziert, sondern mit dem Standardfilter bearbeitet werden. Dieses ist auf ein Versagen der Maßnahme GPS-Differenzenbeobachtungen zurückzuführen, die nur in 8,3 % korrekt erfolgt. Die Identifikation einzelne Ausreißer ist etwas besser, dennoch werden sie in dieser Variante zu 45,9 % nicht korrigiert und im Standardfilter übergangen. In 45,2 % greifen die Maßnahmen kleines bzw. mittleres Gewicht von GPS-Differenzenbeobachtungen können zwar zu dem gewünschten Ergebnis führen, stellen von der Fehlercharakteristik her aber nicht die richtige Maßnahme dar (8,9 %).

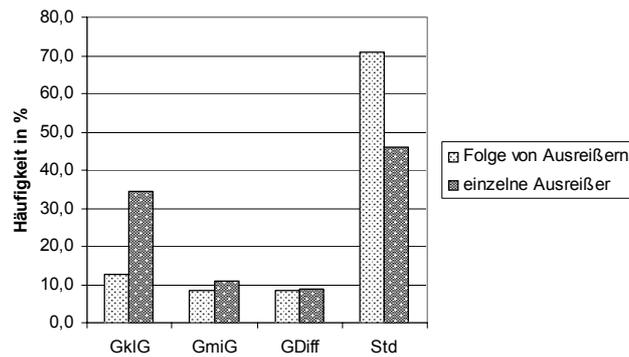


Abbildung 58: Verteilung der Maßnahmen bei verschiedenen Ausreißern, Variante mit Maßnahmen zur Behebung von Filterstörungen, Route 3

Für die Variante mit epochenscharfer GPS-Standardabweichung geben die getroffenen Maßnahmen (ohne Abbildung) noch keinen Aufschluss über die zu erwartenden Filterqualität, da oben bereits gezeigt worden ist, dass GPS-Positionen geringer Qualität durch die entsprechende epochenscharfe Standardabweichung automatisch korrigiert werden. Dieses hat zur Folge, dass bei Folgen von Ausreißern keine Maßnahmen ergriffen werden und für einzelne Ausreißer in 8,3 % der betroffenen Epochen kleine GPS-Gewichte (GklG) eingeführt werden. In 0,6 % erfolgt eine große Gewichtung von GPS (GgrG). Letzteres muss im vorliegenden Fall als nicht korrekt eingestuft werden.

Für die Variante ohne epochenscharfe GPS-Standardabweichung erfolgt die quantitative Beurteilung der getroffenen Maßnahmen für die einzelnen Ausreißer aufgrund der Größe der Stichprobe getrennt nach den jeweiligen Maßnahmen. Dazu sind in der Abbildung 59 und der Abbildung 60 die Lage- und die Formgenauigkeit für einzelne Ausreißer in drei Genauigkeitsklassen eingeteilt. Die Lagegenauigkeit sei hier als ein Maß für die Ablage der Positionsschätzung quer von einer glatten Filterung zu verstehen (Querabweichung, vgl. oben). Die Formgenauigkeit gibt die Güte der Filterposition aufeinander folgender Epochen relativ zueinander an.

Zur Lagegenauigkeit (Abbildung 59) ist festzuhalten:

- Die Lagegenauigkeit ist in 22,9 % besser als 1 m, in 24,8 % zwischen 1 m und 3 m und in 52,2 % schlechter als 3 m.
- Erwartungsgemäß wird der größte Anteil in der schlechtesten Genauigkeitsklasse durch nicht identifizierte Ausreißer (Std 45,9 %) verursacht.
- Der Erfolg der Maßnahme eines starken Herausgewichtens (GklG) ist gering, zwar ist der größte Anteil (14,0 %) in der Klasse kleiner 1 m angesiedelt, aber in der Klasse größer 3 m beträgt der Anteil noch 11,5 %.

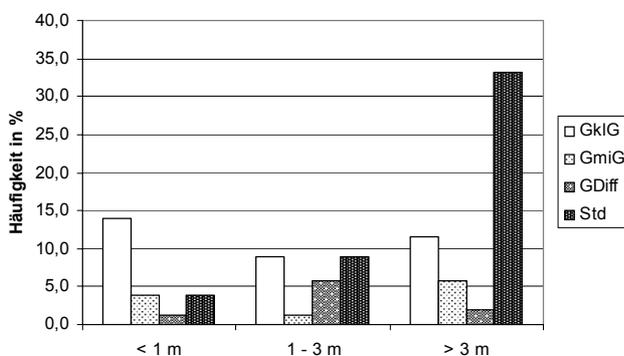


Abbildung 59: Lagegenauigkeit, einzelner Ausreißer, Variante mit Behebung von Filterstörungen, Route 3

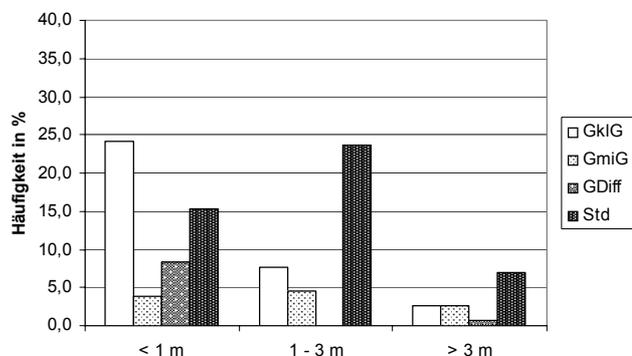


Abbildung 60: Formgenauigkeit, einzelner Ausreißer, Variante mit Behebung von Filterstörungen, Route 3

- Mittleres Herausgewichten von GPS-Positionen (GmiG) trägt auch mit seinem größten Anteil von 5,7 % zur Klasse größer 3 m bei, da diese Maßnahme im Verhältnis zu den kleinen GPS-Gewichten (GklG) häufig zu schwach ist, d.h. eine zu geringe Auswirkung auf die Filterung hat.
- Die vom Prinzip her in diesem Ausreißerszenario eigentlich falsch eingeführten GPS-Differenzbeobachtungen führen überwiegend zu Abweichungen von der Solltrajektorie in einer Größenordnung von 1 m bis 3 m.

Hinsichtlich der Formgenauigkeit (Abbildung 60) zeigt sich ein besseres Bild:

- Mindere GPS-Qualität in Form von einzelnen Ausreißern führt in 51,6 % der Fälle zu einer Formgenauigkeit von besser als 1 m, in 35,7 % zu 1 m bis 3 m und nur in 12,7 % zu Formgenauigkeiten schlechter als 3 m.
- Der größte Anteil in der besten Genauigkeitsklasse wird mit 24,2 % durch das extreme Herausgewichten von GPS (GklG) hervorgerufen. Bei einzelnen Ausreißern führt diese Maßnahme zu einer stabilen Filterschätzung.
- 38,9 % der Formgenauigkeit, die besser als 3 m ist, wird im Standardfall erwirkt. Das Maß der Formtreue ist dabei wesentlich von der Größe des Ausreißers abhängig, was hier bei der Beurteilung keine Berücksichtigung findet.

Die Lage- und die Formgenauigkeit der Variante mit epochenscharfer GPS-Standardabweichung wird hier aufgrund der überwiegenden Behandlung im Standardfall nicht getrennt nach Maßnahmen aufgeführt. Stattdessen sind in der Abbildung 61 und Abbildung 62 die Lage- und Formgenauigkeit unterteilt nach den Genauigkeitsklassen bei einzelnen bzw. Folgen von Ausreißern für beide Varianten zusammengefasst. Die Variante mit epochenscharfer GPS-Standardabweichung (KF3) ist etwas besser als die ohne (KF2): Die Lagegenauigkeit ist zu 28,0 % besser als 1 m, liegt zu 26,1% zwischen 1 m und 3 m und ist in 45,9 % schlechter als 3 m. Die Formgenauigkeit ist zu 60,5 % besser als 1 m, in 30,6 % zwischen 1m und 3 m und in 8,9 % der Fälle schlechter als 3 m.

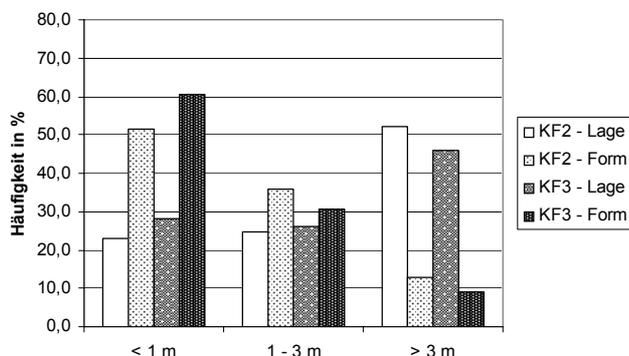


Abbildung 61: Häufigkeit Lagefehler bei einzelnen Ausreißern, Route 3

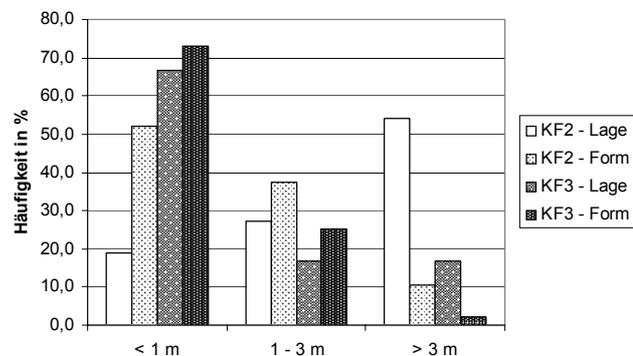


Abbildung 62: Häufigkeit Lagefehler bei Folgen von Ausreißern, Route 3

Bei der Betrachtung der Leistungsfähigkeit beider Varianten beim Auftreten von Folgen von Ausreißern tritt das bessere Abschneiden der Variante mit epochenscharfer GPS-Standardabweichung noch deutlicher hervor. Sowohl die Lage- als auch die Formgenauigkeit sind sehr hoch (66,7 bzw. 72,9 % unter 1 m). Dagegen stehen in der anderen Variante 18,8 % in der Lage unter 1 m und in der Form 52,1 % unter 1 m.

In einer abschließenden Betrachtung wird die Beurteilung der Variante ohne Maßnahmen zur Behebung von Filterstörungen einbezogen, um die Notwendigkeit von automatischen Eingriffen in die Filterung herauszustellen. In der Abbildung 63 sind in den oberen beiden Darstellungen die Varianten ohne (KF1) und mit Behebung von Filterstörungen (KF2) für Epochen mit Folgen von GPS-Ausreißern miteinander verglichen. In den unteren beiden Darstellungen werden die Varianten mit Behebung von Filterstörungen ohne (KF2) und mit epochenscharfen GPS-Standardabweichungen (KF3) gegenübergestellt. Die linken Darstellungen beziehen sich jeweils auf die Lagegenauigkeit, die rechten auf die Formgenauigkeit:

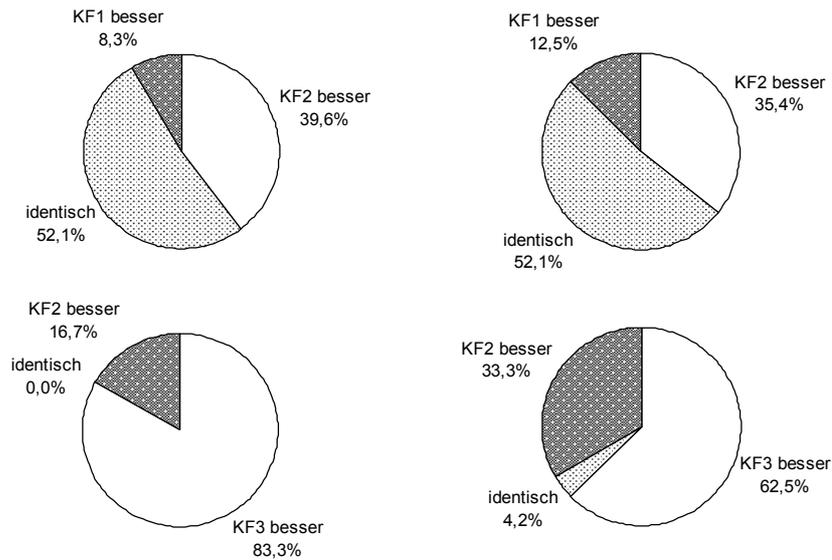


Abbildung 63: Vergleich der Qualität der Varianten KF1-3 bei Folgen von Ausreißern für Lagegenauigkeit (links) und Formgenauigkeit (rechts), Route 3

- Da die Identifikation von Folgen von Ausreißern in der Variante mit Behebung von Filterstörungen häufig nicht gelungen ist, vgl. Abbildung 58, sind in 52,1 % der Epochen sowohl die Güte der Lage als auch der Form identisch in den Varianten ohne (KF1) und mit Behebung von Filterstörungen (KF2).
- Der Anteil, bei dem die Variante mit Behebungen (KF2) bessere Ergebnisse liefert, überwiegt deutlich den Anteil, bei dem die Variante ohne (KF1) besser ist. Letzteres tritt nur dann auf, wenn die in der Variante mit Behebung getroffene Maßnahme zu einer Verschlechterung der Standardfilterung führt.
- Die Positionsschätzung der Variante mit epochenscharfer GPS-Standardabweichung (KF3) ist sowohl in der Lage als auch in der Form überragend gegenüber der in der Variante ohne epochenscharfe GPS-Standardabweichungen (KF2). Identische Filterverläufe sind hier weniger wahrscheinlich, was in der Abbildung deutlich wird.

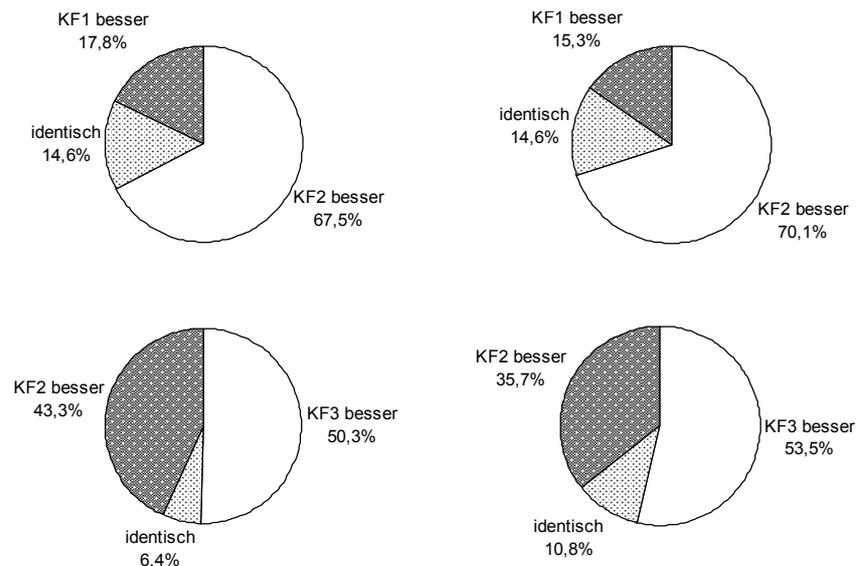


Abbildung 64: Vergleich der Qualität der Varianten KF1-3 bei einzelnen Ausreißern für Lagegenauigkeit (links) und Formgenauigkeit (rechts), Route 3

Beim Auftreten einzelner Ausreißer wird die Leistungsfähigkeit der Variante mit Maßnahmen zur Behebung von Filterstörungen (KF2) gegenüber der ohne (KF1) deutlich. Durch eine höhere Identifikationsrate kommt es zu mehr Maßnahmen, die in einen entsprechend besseren Filterverlauf resultieren. Aus dem gleichen Grund ist hier die Abstufung zwischen den beiden Varianten mit Maßnahmen zur Behebung von Filterstörungen ohne (KF2) und mit epochenscharfer GPS-Standardabweichung (KF3) auch nicht mehr so groß, wobei die Qualität der letzteren Variante überwiegt.

Abschließend ist festzustellen:

- Die getroffenen Maßnahmen in der Variante mit Behebung von Filterstörungen ohne epochenscharfe GPS-Standardabweichungen (KF2) führen nicht immer zu einer Verbesserung der Zustandsschätzung bzw. der Einfluss der Ausreißer wird nicht vollständig aus der Filterung eliminiert.
- Das Potenzial einer epochenscharfen GPS-Standardabweichung durch die Untersuchung der entsprechenden Variante hat sich bestätigt, es sind insgesamt weniger Maßnahmen erforderlich, um eine gute Zustandsschätzung zu erhalten. Für die Integration eines Filters in ein Ortungsmodul und eine stabile Zustandsschätzung ist es von Vorteil, dass in dieser Variante insgesamt weniger Maßnahmen und damit Eingriffe in die Filterung vorgesehen sind.
- Ein weiterer Vorteil der epochenscharfen GPS-Standardabweichung über die Möglichkeit der automatisch angepassten Gewichtung hinaus ist, dass im Fall von Testüberschreitungen gerade nach GPS-Ausfall ein Hinweis auf die tatsächliche GPS-Qualität gegeben ist. Ohne diese Information ist keine Aussage darüber möglich, ob die Filterung divergiert oder die GPS-Positionen ausreißerbehaftet sind.

Zusammenfassung der Ergebnisse

- Die Leistungsfähigkeit der Modellierung mit epochenscharfen GPS-Standardabweichungen zeigt sich sowohl in den Untersuchungen mit simulierten (vgl. Abschnitt 6.2.2) als auch anhand realen Messfahrt Daten: Es wird eine bessere Ausreißererkennung bzw. weniger Eingriffe in die Filterung und damit eine glattere Schätzung erreicht.
- In der Variante mit Behebung von Filterstörungen ohne epochenscharfe GPS-Standardabweichungen (KF2) tritt die Problematik der Filterdivergenz insbesondere durch die falsch eingeführte Maßnahme GPS-Differenzenbeobachtungen sowohl in Untersuchungen mit simulierten als auch realen Messfahrt Daten auf.

6.3.2 Evaluation der Formfilter-Varianten

Häufigkeit der Standardfilterung

Die Unterschiede in der Zustandsschätzung im Formfilter-Ansatz gegenüber der im Kalman-Filter werden wiederum an der Häufigkeit der Standardfilterung und der jeweiligen Maßnahmen bei einer Filterstörung analysiert. Dieses ist in der Tabelle 12 dargestellt. Entsprechend ihrer Realisierung weist die Formfilter-Variante ohne Maßnahmen zur Behebung von Filterstörungen (FF1) bei allen Routen zu 100 % Standardfilterung auf. Im Vergleich zum entsprechenden Kalman-Filter-Ansatz sinkt in der Formfilter-Variante mit Behebungen von Filterstörungen (FF2) die Anzahl der Epochen mit Standardfilterung um bis zu 0,8 Prozentpunkte. Die Formfilter-Variante mit epochenscharfer GPS-Standardabweichung (FF3) weist - bis auf Route 3 - identische Häufigkeiten der Standardfilterung auf.

Tabelle 12: Häufigkeit des Standardfilters für die Formfilter-Varianten FF1-3

	Häufigkeit Standardfilter in %		
	FF1	FF2	FF3
Route 1	100,0	97,7	99,2
Route 2	100,0	98,0	99,4
Route 3	100,0	89,7	99,2
Route 4	100,0	93,1	97,7

Häufigkeit der einzelnen Maßnahmen zur Behebung von Filterstörungen

Der Tabelle 13 ist im Vergleich zur Tabelle 11 zu entnehmen, dass besonders die Zunahme der GPS-Differenzenbeobachtungen (GDiff) zu einem Sinken der Standardfilterung für die Formfilter-Variante mit Maßnahmen zur Behebung von Filterstörungen führt. Für die Variante mit epochenscharfer GPS-Standardabweichung sind die Maßnahmen in den Kalman-Filter- und Formfilter-Ansätzen nahezu identisch. Deshalb wird hier von einer weiteren Untersuchung der Unterschiede in dieser Variante abgesehen. Stattdessen erfolgt dieses im Detail für die Variante mit Maßnahmen zur Behebung von Filterstörungen ohne epochenscharfe GPS-Standardabweichung.

Tabelle 13: Häufigkeit der Maßnahmen, Varianten mit Behebung von Filterstörungen (FF2) und auf Basis epochenscharfer GPS-Stabw. (FF3)

	Häufigkeit Maßnahmen nach Testüberschreitung in %					
	GDiff	GmiG	GklG		GgrG	
	FF2		FF2	FF3	FF2	FF3
Route 1	1,44	0,25	0,49	0,58	0,11	0,23
Route 2	1,12	0,35	0,49	0,42	0,05	0,21
Route 3	7,91	0,91	1,43	0,40	0,06	0,43
Route 4	3,08	1,04	2,58	1,62	0,20	0,63

Korrektheit der einzelnen Maßnahmen zur Behebung von Filterstörungen

In der Tabelle 14 ist ein Vergleich der getroffenen Maßnahmen zwischen dem Kalman-Filter (KF2) und dem Formfilter (FF2) zusammengefasst. In der ersten Spalte der Tabelle ist für alle Routen prozentual angegeben, in wie vielen Epochen sich die Maßnahmen beider Ansätze unterscheiden. Der max. Unterschied liegt bei ca. 5 % für die Route 3.

In den folgenden Spalten der Tabelle ist angegeben, worin sich diese Unterschiede begründen. Dabei sind drei Fälle zu unterscheiden:

- Im Kalman-Filter ist keine Störung detektiert worden (KF2 im Standardfall), im Formfilter ist ein Ausreißer detektiert worden und eine Maßnahme zur Behebung erfolgt.
- Im Formfilter ist keine Störung detektiert worden (FF2 im Standardfall), im Kalman-Filter ist ein Ausreißer detektiert worden und eine Maßnahme zur Behebung erfolgt.
- Sowohl im Kalman- als auch im Formfilter ist ein Ausreißer detektiert worden. Es erfolgen verschiedene Maßnahmen zur Behebung der Filterstörung (KF2 und FF2 nicht im Standardfall).

Über alle vier Routen ist die Häufigkeit der Standardfilterung im Kalman-Filter-Ansatz (KF2) größer als beim Formfilter-Ansatz (FF2). Dieses kommt jedoch nicht durch eine verbesserte Detektion von Filterstörungen im Formfilter-Ansatz zustande, sondern dadurch, dass im Fall der Maßnahme GPS-Differenzenbeobachtungen (GDiff) die Filterung divergiert und nicht mehr zu den Positionen mit guter GPS-Qualität zurückkehrt: D.h. die Maßnahme wird über die Epochen mit Ausreißern hinaus zu lange beibehalten.

Tabelle 14: Vergleich der Häufigkeit der Maßnahmen, Kalman-Filter- (KF2) und Formfilter- (FF2) Ansatz

	nicht ident. Epochen in %	KF2 im Standardfall in %	FF2 im Standardfall in %	KF2 u. FF2 nicht im Standardfall in %
Route 1	0,7	91,9	2,3	5,8
Route 2	1,0	88,1	5,6	6,3
Route 3	5,0	53,2	44,9	1,9
Route 4	0,5	82,6	13,0	4,3

Die bereits im Abschnitt 6.3.1 als schwierig erkannte Handhabung der Maßnahme GPS-Differenzenbeobachtungen zeigt sich hier noch deutlicher, die bezweckte Wirkung auf die Filterschätzung wird überwiegend nicht erreicht. Die Stützung der Form bei der Positionsschätzung durch GPS-Differenzenbeobachtungen bestätigt sich hier nicht, so dass keine Qualitätssteigerung dieser Maßnahme gegenüber dem Herausgewichten von GPS festgestellt werden kann.

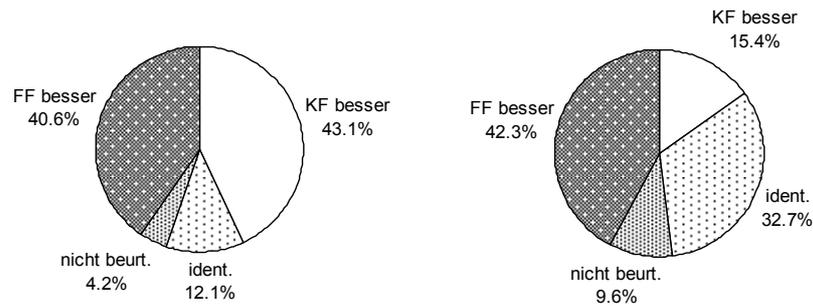


Abbildung 65: Vergleich des Kalman-Filter- (KF) und des Formfilter- (FF) Ansatzes mit Maßnahmen zur Behebung von Filterstörungen, Route 3, mit GDiff (links) und ohne GDiff (rechts)

In der Abbildung 65 sind für die Variante mit Maßnahmen zur Behebung von Filterstörungen für die Route 3 die Ergebnisse der Zustandsschätzung im Kalman-Filter und im Formfilter-Ansatz qualitativ miteinander verglichen. Auf der linken Seite ist der Vergleich mit den Epochen der Maßnahme GPS-Differenzenbeobachtungen durchgeführt, auf der rechten Seite werden Epochen mit dieser Maßnahme vernachlässigt. Dabei ist nicht berücksichtigt, dass weitere Maßnahmen bzw. Testüberschreitungen gerade durch die bei den GPS-Differenzenbeobachtungen auftretende Divergenz hervorgerufen werden. Während sich in der linken Seite ein ausgeglichenes Bild in der Qualität beider Ansätze zeigt, überwiegt die bessere Positionsschätzung des Formfilter-Ansatzes bei Vernachlässigung der Maßnahme GPS-Differenzenbeobachtung. Gleichzeitig tritt ein großer Teil gleich gut bewerteter Positionsschätzungen auf. Hierbei ist zu beachten, dass sich diese Aussage aufgrund des hohen Anteils herausgenommener Epochen mit GPS-Differenzenbeobachtungen nur noch auf eine sehr geringe Anzahl von knapp 40 Epochen bezieht.

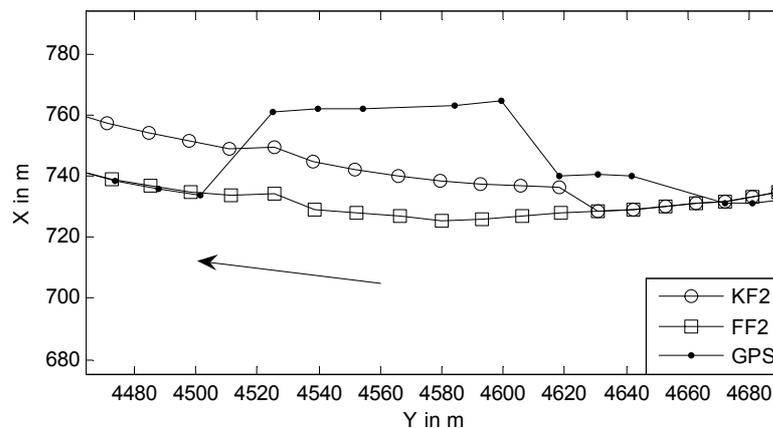


Abbildung 66: Vergleich des Kalman-Filter- (KF2) und des Formfilter- (FF2) Ansatzes mit Maßnahmen zur Behebung von Filterstörungen, Route 3

In der Abbildung 66 ist ein Beispiel der Positionsschätzung aus der Route 3 dargestellt, in dem der Formfilter-Ansatz aufgrund der Detektion einer Filterstörung und der korrekten Einführung einer Maßnahme gegenüber dem Kalman-Filter-Ansatz einen besseren Verlauf zeigt. Die Störung wird im Kalman-Filter-Ansatz erst später erkannt und die getroffenen Maßnahmen führen zu dem bereits beschriebenen Effekt der Filterdivergenz in Folge der nicht korrekt eingeführten Maßnahme GPS-Differenzenbeobachtungen.

Als Ergebnis lässt sich feststellen, dass für die Variante mit epochenscharfer Modellierung der GPS-Standardabweichung im Formfilter-Ansatz keine weitere Verbesserung der Zustandsschätzung in Epochen mit Filterstörung durch eine verbesserte Detektion erreicht werden kann. Die Unterschiede zwischen Kalman-Filter- und Formfilter-Ansatz sind gering. Für die Variante mit Behebungen von Filterstörungen ohne epochenscharfe GPS-Standardabweichung zeigt sich die Qualität der Zustandsschätzung im Formfilter abhängig von den Routen. Die größten Unterschiede werden in der Route 3 durch nicht korrekt eingeführte GPS-Differenzenbeobachtungen hervorgerufen.

Die Einführung dieser Maßnahme kann in beiden Ansätzen nicht als gelungen betrachtet werden. Ihr Erfolg kann auch im entsprechenden Kalman-Filter-Ansatz nur vereinzelt nachgewiesen werden, vgl. Abbildung 56. Für den vergleichbaren Formfilter-Ansatz lassen sich insgesamt nur in vereinzelt Epochen Verbesserungen feststellen. Die mit der Formfilter-Erweiterung beabsichtigte Auswirkung auf die Detektion von Filterstörungen kann nicht durchgehend erzielt werden.

Genauigkeit der Standardfilterung

Zum Abschluss dieses Abschnittes ist in der Tabelle 15 die mittlere Standardabweichung der Zustandsschätzung aus der Schätzung im Formfilter gezeigt. Durch die Modellierung der zeitlichen Korrelationen der GPS-Positionen als Längs- und Querabweichungen im Formfilter kommt es zu einem leichten Anstieg der Standardabweichungen der Positionen gegenüber denen im Kalman-Filter-Ansatz (vgl. Tabelle 10), was als realistischer einzustufen ist. Die Standardabweichungen von Orientierung und Geschwindigkeit sind davon unberührt. Die ebenso wie in der Tabelle 10 im Abschnitt 6.3.1 immer noch sehr optimistische Schätzung der Standardabweichungen der Position in der Formfilter-Variante mit epochenscharfen GPS-Standardabweichungen ist auf die teilweise sehr klein eingeführten GPS-Standardabweichungen aus der GPS-Auswertesoftware zurückzuführen. Trotz dieser sehr optimistischen Schätzung verdeutlichen die gezeigten Ergebnisse das Potenzial dieser Variante. Dieses hängt maßgeblich davon ab, wie zuverlässig die epochenscharfen GPS-Standardabweichungen angegeben werden können.

Tabelle 15: Mittlere Standardabweichung der Zustandsgröße aus Schätzung im Formfilter, Varianten FF1-3

Route 1	$s_{y,GPS} = s_{x,GPS} = 1 \text{ m}$		$s_{y,GPS}, s_{x,GPS}$ aus LGO
	FF 1	FF 2	FF 3
s_y in m	0,60	0,60	0,43
s_x in m	0,69	0,69	0,46
s_{α} in gon	2,17	2,15	1,61
s_v in m/s	0,10	0,10	0,09
s_l in m	0,27	0,27	0,27
s_q in m	0,26	0,26	0,26

Route 2	$s_{y,GPS} = s_{x,GPS} = 1 \text{ m}$		$s_{y,GPS}, s_{x,GPS}$ aus LGO
	FF 1	FF 2	FF 3
s_y in m	0,64	0,63	0,39
s_x in m	0,66	0,66	0,42
s_{α} in gon	2,26	2,25	1,67
s_v in m/s	0,10	0,10	0,09
s_l in m	0,30	0,28	0,29
s_q in m	0,29	0,28	0,28

Route 3	$s_{y,GPS} = s_{x,GPS} = 1 \text{ m}$		$s_{y,GPS}, s_{x,GPS}$ aus LGO
	FF 1	FF 2	FF 3
s_y in m	0,62	0,63	0,39
s_x in m	0,59	0,59	0,46
s_{α} in gon	2,41	2,35	1,92
s_v in m/s	0,10	0,10	0,09
s_l in m	0,25	0,25	0,24
s_q in m	0,23	0,24	0,22

Route 4	$s_{y,GPS} = s_{x,GPS} = 1 \text{ m}$		$s_{y,GPS}, s_{x,GPS}$ aus LGO
	FF 1	FF 2	FF 3
s_y in m	0,57	0,56	0,70
s_x in m	0,59	0,60	0,62
s_{α} in gon	2,52	2,50	2,14
s_v in m/s	0,10	0,10	0,09
s_l in m	0,23	0,23	0,20
s_q in m	0,21	0,22	0,19

Zusammenfassung der Ergebnisse

- Ebenso wie im Fall simulierter Messfahrtdaten (vgl. Abschnitt 6.2.3) führt die Formfilter-Modellierung zu keiner Verbesserung der Ausreißerdetektion.
- Die Erhöhung der Standardabweichung der Position aus der Formfilterschätzung gegenüber der im Kalman-Filter zeigt sich ebenfalls anhand simulierter und realer Daten.

6.3.3 Evaluation der adaptiven Formfilter-Varianten

In der Simulation für den adaptiven Formfilter-Ansatz im Abschnitt 6.2.4 ist ein Versagen der adaptiven Schätzung des Prozesskoeffizienten β als reziproker Dämpfungsparameter der Autokorrelationsfunktion festgestellt worden. Aufgrund des Umstandes, dass keine Aufdatierung des Schätzwertes erfolgt ist, konnte keine Veränderung der Schätzung im adaptiven Formfilter gegenüber der im Formfilter-Ansatz ermittelt werden. Im Gegensatz zu den Analysen anhand der simulierten Daten ist hier eine Aufdatierung des Prozesskoeffizienten, d.h. eine Veränderung von β im Verlauf der Filterschätzungen, zu verzeichnen. Im Gegensatz zu einem Prozesskoeffizienten als einen z.B. physikalischen Parameter, für dessen Identifikation ein konvergentes Verhalten anzustreben ist, ist von unterschiedlichen Werte für β als reziproker Wert des Dämpfungsparameters T in Routen mit unterschiedlichen GPS-Umgebungsbedingungen auszugehen. Die Schätzung von β in der Route 3 variiert in der Variante ohne epochenscharfe GPS-Standardabweichung in einem Bereich von ca. $28,5s \leq T \leq 30,5s$ und liegt damit im Bereich der einfachen Standardabweichung der Bestimmung des Parameters und des modellierten Random Walk Prozesses, vgl. Tabelle 3 in Abschnitt 3.3.4 und Abschnitt 4.3.2. Somit ist die Änderung nicht signifikant nachweisbar. Dieses erklärt den insgesamt geringen Effekt durch die Modellierung von β als Prozesskoeffizient im adaptiven Formfilter.

Tabelle 16: Häufigkeit des Standardfilters für die adaptiven Formfilter Varianten AFF1-3

	Häufigkeit Standardfilter in %		
	AFF1	AFF2	AFF3
Route 1	100,0	97,7	99,2
Route 2	100,0	98,0	99,4
Route 3	100,0	89,3	99,2
Route 4	100,0	93,1	97,7

Ein Vergleich der in der Tabelle 16 angegebenen Häufigkeit des Standardfilters des adaptiven Formfilter-Ansatzes mit den Ergebnissen aus Tabelle 12 des vorherigen Abschnitts zeigt ebenfalls eine fast 100 %-ige Übereinstimmung. Wiederum tritt in der Variante mit Maßnahmen zur Behebung von Filterstörungen (FF2) in der Route 3 ein kleiner Unterschied auf.

Tabelle 17: Häufigkeit der Maßnahmen, adaptive Formfilter-Varianten mit Behebung von Filterstörungen (AFF2) und auf Basis epochenscharfer GPS-Stabw. (AFF3)

	Häufigkeit Maßnahmen nach Testüberschreitung in %					
	GDiff	GmiG	GklG		GgrG	
	AFF2	AFF2	AFF3	AFF2	AFF3	
Route 1	1,42	0,26	0,51	0,58	0,11	0,23
Route 2	1,10	0,35	0,51	0,42	0,05	0,21
Route 3	8,39	0,90	1,38	0,40	0,06	0,43
Route 4	2,98	1,06	2,65	1,62	0,20	0,63

In der Tabelle 17 sind die einzelnen Maßnahmen in den adaptiven Formfilter-Varianten mit Behebung von Filterstörungen ohne (AFF2) und auf der Basis von epochenscharfen GPS-Standardabweichungen (AFF3) aufgeschlüsselt. In der Variante ohne epochenscharfe GPS-Standardabweichung (AFF2) zeigen sich geringe Unterschiede gegenüber den einzelnen Maßnahmen des Formfilter-Ansatzes (vgl. Tabelle 13, FF2). Da die deutlichsten Unterschiede hier wiederum in

der als kritisch einzustufenden Maßnahme GPS-Differenzenbeobachtungen (GDiff) bestehen, trägt dieses nicht zur Steigerung der Qualität der Zustandsschätzung in Epochen mit Filterstörungen bei.

Tabelle 18: Vergleich der Häufigkeit der Maßnahmen, Formfilter- und adaptive Formfilter-Ansätze mit Behebung von Filterstörungen (FF2 und AFF2) und auf Basis epochenscharfer GPS-Stabw. (FF3 und AFF3)

	nicht ident. Epochen in %	
	FF2 – AFF2	FF3 – AFF3
Route 1	0,02	0,23
Route 2	0,06	0,21
Route 3	0,78	0,43
Route 4	0,10	0,63

Der Tabelle 18 ist zu entnehmen, dass die Maßnahmen in beiden Varianten mit Behebung von Filterstörungen im Formfilter-Ansatz zum adaptiven Formfilter-Ansatz weniger als ein Prozentpunkt Unterschiede aufweisen.

Tabelle 19: Mittlere Standardabweichung der Zustandsgrößen aus Schätzung im adaptiven Formfilter, Varianten AFF1-3, Standardfilter

Route 1	$s_{y,GPS} = s_{x,GPS} = 1 \text{ m}$		$s_{y,GPS}, s_{x,GPS}$ aus LGO
	AFF1	AFF2	AFF3
s_y in m	1,01	0,60	0,43
s_x in m	1,10	0,69	0,46
s_{α} in gon	2,17	2,15	1,61
s_v in m/s	0,10	0,10	0,09
s_l in m	0,96	0,27	0,27
s_q in m	0,82	0,26	0,26
s_{β} in 1/s	0,7512	0,0013	0,0013

Route 2	$s_{y,GPS} = s_{x,GPS} = 1 \text{ m}$		$s_{y,GPS}, s_{x,GPS}$ aus LGO
	AFF1	AFF2	AFF3
s_y in m	1,05	0,63	0,39
s_x in m	1,04	0,66	0,42
s_{α} in gon	2,27	2,25	1,67
s_v in m/s	0,10	0,10	0,09
s_l in m	0,98	0,28	0,29
s_q in m	0,80	0,28	0,28
s_{β} in 1/s	0,8925	0,0015	0,0015

Route 3	$s_{y,GPS} = s_{x,GPS} = 1 \text{ m}$		$s_{y,GPS}, s_{x,GPS}$ aus LGO
	AFF1	AFF2	AFF3
s_y in m	0,81	0,63	0,39
s_x in m	0,79	0,60	0,46
s_{α} in gon	2,42	2,35	1,92
s_v in m/s	0,10	0,10	0,09
s_l in m	0,63	0,25	0,24
s_q in m	0,56	0,24	0,22
s_{β} in 1/s	0,9020	0,0012	0,0011

Route 4	$s_{y,GPS} = s_{x,GPS} = 1 \text{ m}$		$s_{y,GPS}, s_{x,GPS}$ aus LGO
	AFF1	AFF2	AFF3
s_y in m	0,60	0,56	0,70
s_x in m	0,62	0,60	0,62
s_{α} in gon	2,52	2,50	2,14
s_v in m/s	0,10	0,10	0,09
s_l in m	0,32	0,23	0,20
s_q in m	0,30	0,22	0,19
s_{β} in 1/s	1,0169	0,0011	0,0010

In der Tabelle 19 ist die mittlere Standardabweichung der Zustandsgrößen aus der Schätzung im adaptiven Formfilter im Standardfilter angegeben. Wie ein Vergleich mit den Ergebnisse aus Tabelle 15 für die Variante ohne Maßnahmen zur Behebung von Filterstörungen zeigt, hat die Vernachlässigung der Filterstörungen hier nachhaltigen Einfluss auf die

Genauigkeit der Zustandsschätzung von Position, Längs- und Querabweichung. Die Standardabweichung des Prozesskoeffizienten ist ebenfalls um ein Vielfaches größer als in den anderen beiden Varianten. Dieses deutet darauf hin, dass die GPS-Ausreißer die Schätzung des Prozesskoeffizienten negativ beeinflussen und in der Folge die gesamte Zustandsschätzung nicht mehr stabil ist und unzuverlässig wird. Hinsichtlich der Standardabweichungen der Zustandsgrößen der beiden adaptiven Formfilter-Varianten mit Behebung von Filterstörungen (AFF2 und AFF3) ist keine Veränderung gegenüber denen des jeweiligen Formfilter-Ansatzes festzustellen. Dieses lässt auf einen nicht signifikanten Einfluss der adaptiven Schätzung des Prozesskoeffizienten β auf die Schätzung der übrigen Zustandsgrößen schließen.

Zusammenfassung der Ergebnisse

- Die Modellierung des adaptiven Formfilter-Ansatzes ergibt sowohl anhand simulierter als auch realer Messfahrt Daten keine signifikante Veränderung der Ausreißerdetektion.
- Ebenso wie in der Simulation zeigt sich keine signifikante Aufdatierung des Prozesskoeffizienten.

6.4 Zusammenfassung der Evaluationsergebnisse

In den beiden vorangegangenen Abschnitten sind die drei verschiedenen Filter-Ansätze

- Kalman-Filter-Ansatz,
- Formfilter-Ansatz zur Modellierung der zeitlichen GPS-Korrelation,
- adaptiver Formfilter-Ansatz zur Schätzung des in der funktionalen Modellierung der Formfilter-Erweiterung auftretenden Prozesskoeffizienten

hinsichtlich ihrer Eignung untersucht worden, Filterstörungen aufgrund von erhöhtem GPS-Messrauschen bzw. GPS-Ausreißern zu detektieren. Dabei ist eine weitere Unterteilung der Filter-Ansätze in drei Varianten mit unterschiedlich stark ausgeprägtem Eingreifen in die Filterung beim Vorliegen von Störungen erfolgt:

- keine Maßnahmen zur Behebung von Filterstörungen
- verschiedene Maßnahmen zur Behebung von Filterstörungen
- Behebung von Filterstörungen auf Basis epochenscharfer GPS-Standardabweichung

Die Evaluation ist sowohl im Rahmen einer Simulation mit Hilfe der Varianz- und Sensitivitätsanalyse als auch anhand von umfangreichen realen Messdaten erfolgt. Ziel ist dabei zum einen die Beurteilung der Varianz- und Sensitivitätsanalyse als Werkzeug der a priori Modellevaluation auf Grundlage eines Vergleichs der aus der Simulation und aus realen Daten abgeleiteten Ergebnisse. Zum anderen werden die entwickelten Filter-Ansätze entsprechend der Zielsetzung beurteilt, durch eine verbesserte stochastische Modellierung eine verbesserte Detektion von Filterstörungen zu erreichen. Die Ergebnisse des Kapitels 6 werden getrennt nach diesen beiden wesentlichen Zielsetzungen analysiert.

6.4.1 Beurteilung der Filter-Ansätze und deren Varianten

Die Beurteilung der drei verschiedenen Filter-Ansätze - Kalman-Filter, Formfilter und adaptives Formfilter - lässt sich wie folgt zusammenfassen:

- Alle drei Filter-Ansätze führen, wenn keine Filterstörungen vorliegen, zu einer stabilen Zustandsschätzung.
- Die im Kalman-Filter geschätzte Positionsgenauigkeit liegt bei einer mittleren Standardabweichung von $\sigma_y = \sigma_x = 0,57 \text{ m}$.
- Die verbesserte stochastische Modellierung im Formfilter-Ansatz führt zu einer Genauigkeitsschätzung im Filter, die näher an der Realität liegt. Die im Formfilter geschätzte Positionsgenauigkeit liegt bei einer mittleren Standardabweichung von $\sigma_y = \sigma_x = 0,62 \text{ m}$. Diese Angaben gelten auch für den adaptiven Formfilter-Ansatz.

- Filterstörungen werden im Formfilter im Vergleich zum Kalman-Filter nicht besser detektiert. Die Unterschiede in der Detektion sind zwischen Kalman-Filter- und Formfilter-Ansatz mit unter einem Prozentpunkt gering.

Hinsichtlich der drei verschiedenen Maßnahmen zur Behebung von Filterstörungen ist das Folgende festzustellen:

- In der detaillierten Untersuchung der Route 3, die aufgrund der gehäuft auftretenden GPS-Ausreißer schwierige GPS-Bedingungen aufweist, ist für die Detektion und Behebung einer Folge von Ausreißern ermittelt worden:
 - Die Lagegenauigkeit ist in ca. 40 % der Filterstörungen in der Variante 2 mit Maßnahmen zur Behebung von Filterstörungen besser als in der Variante 1 ohne Maßnahmen. Gut die Hälfte der Epochen mit Filterstörungen liefert identische Ergebnisse in beiden Varianten.
 - Die Variante 3 mit Maßnahmen zur Behebung von Filterstörungen auf Basis epochenscharfer GPS-Standardabweichung ergibt in über 80 % eine besser Lagegenauigkeit als die Variante 2.
- Für die Untersuchung einzelner Ausreißer in der Route 3 ergibt sich:
 - In fast 70 % der Filterstörungen ist die Lagegenauigkeit in der Variante 2 mit Maßnahmen zur Behebung von Filterstörungen glatter als in der Variante 1 ohne Maßnahmen. In ca. 15 % der Epochen mit Filterstörungen liefern beiden Varianten identische Ergebnisse.
 - Die Variante 3 mit Maßnahmen zur Behebung von Filterstörungen auf Basis epochenscharfer GPS-Standardabweichung ergibt bei etwa 50 % der auftretenden Störungen eine besser Lagegenauigkeit als die Variante 2. Diese liefert in ca. 43 % eine bessere Lagegenauigkeit als die Variante 3.
- Die Einführung einer epochenscharfen GPS-Standardabweichung ermöglicht durch die der tatsächlichen GPS-Qualität angepasste Gewichtung der GPS-Positionen im Filter weniger Eingriffe in die Filterung und eine wesentlich glattere Zustandsschätzung als Filter ohne diese stochastische Modellierung.
- Die Einführung der GPS-Differenzenbeobachtungen als Maßnahmen zur Behebung von Filterstörungen in der Variante 2 ist im Rahmen der durchgeführten Untersuchungen nicht gelungen. Sie wird in bis zu 60 % der Fälle als falsch klassifiziert.

Aufgrund der verbesserten, d.h. realistischeren Genauigkeitsschätzung, ist der Formfilter-Ansatz dem Kalman-Filter-Ansatz vorzuziehen. Die Modellierung des adaptiven Formfilter-Ansatzes weist in den durchgeführten Untersuchungen keinen Vorteil gegenüber dem Formfilter-Ansatz auf. Eine glatte Zustandsschätzung gelingt unter Verwendung einer epochenscharfen GPS-Standardabweichung.

6.4.2 Beurteilung des Potenzials der Varianz- und Sensitivitätsanalyse

Der Beitrag der Varianz- und Sensitivitätsanalyse zur Modellentwicklung als Methode der a priori Evaluation kann wie folgt beurteilt werden:

- Die Ergebnisse der Varianz- und Sensitivitätsanalyse im Abschnitt 6.2 werden durch die Ergebnisse anhand realer Messfahrt Daten im Abschnitt 6.3 bestätigt.
- Sowohl die charakteristischen Effekte der drei Varianten und ihre verschiedenen Maßnahmen zur Behebung von Filterstörungen als auch die Auswirkung der unterschiedlichen Modellierungen in den drei Filter-Ansätzen werden korrekt wiedergegeben.

Damit wird das Potenzial der Varianz- und Sensitivitätsanalyse als Methode der a priori Evaluation von Modellansätzen aufgezeigt. Die anhand der Simulation erzeugten Ergebnisse stimmen mit den aus der Analyse der realen Messfahrt Daten überein. Mit Hilfe der Varianz- und Sensitivitätsanalyse gelingt eine korrekte Beurteilung der Leistungsfähigkeit der entwickelten Filter-Ansätze hinsichtlich der Zielsetzung einer verbesserten Detektion von Filterstörungen. Diese Beurteilung kann ohne das Vorliegen von Messfahrt Daten erfolgen.

7 Zusammenfassung und Ausblick

7.1 Zusammenfassung

Eine Zielsetzung dieser Arbeit ist die optimierte Schätzung der Fahrzeugposition im Kalman-Filter durch eine verbesserte Detektion von Filterstörungen und deren Behebung. Dieses sollte mit Hilfe einer korrekten stochastischen Modellierung der in das Filter eingehenden GPS-Positionen erreicht werden. Die Verbesserung bestand zum einen in der Berücksichtigung zeitlicher Korrelationen der DGPS-Positionslösungen in einem Formfilter-Ansatz, zum anderen in der Einführung einer epochenscharfen GPS-Standardabweichung. Dieses führten zu den folgenden Entwicklungsschritten:

- Aus kinematischen DGPS-Positionslösungen wurden Zeitreihen in Form von Längs- und Querabweichungen bestimmt, für die eine Autokorrelationsfunktion ermittelt wurde.
- Zur funktionalen Beschreibung der zeitlichen Korrelation der GPS-Position erfolgte eine Approximation durch eine Exponentialfunktion vom Glockenkurventyp mit einem Dämpfungsparameter von $T = 29,5\text{ s}$.
- Die Berücksichtigung der zeitlichen Korrelation erfolgte über eine Formfilter-Erweiterung des Kalman-Filter-Ansatzes, in dem die Längs- und Querabweichungen funktional modelliert wurden.
- Aufgrund der Unsicherheiten bei der Bestimmung der Autokorrelationsfunktion und ihres charakteristischen Dämpfungsparameters wurde ein adaptiver Formfilter-Ansatz zur adaptiven Schätzung des Parameters als Prozesskoeffizient entwickelt.
- Parallel dazu wurde die aus einer Post-Processierung mit Hilfe einer GPS-Auswertesoftware ermittelte epochenscharfe GPS-Standardabweichung in die entwickelten Filter-Ansätze integriert.
- Für die drei Filter-Ansätze - Kalman-Filter, Formfilter und adaptives Formfilter - wurden drei verschiedene Varianten hinsichtlich der Maßnahmen zur Detektion und Behebung von Filterstörungen umgesetzt. Wesentlich war dabei in der dritten Variante die Einführung der epochenscharfen GPS-Standardabweichung, die zu einer der aktuellen GPS-Qualität angepassten Gewichtung der GPS-Position im Filter führte.

Weiteres Ziel der Arbeit war die Untersuchung der Leistungsfähigkeit der Varianz- und Sensitivitätsanalyse als Werkzeug der a priori Evaluation zur Modellentwicklung und -evaluation. Dieses ist in den folgenden Schritten erfolgt:

- Anhand einfacher Beispiele der Punktbestimmung und anhand des Kalman-Filters wird das Potenzial der Varianz- und Sensitivitätsanalyse gegenüber geodätischen Methoden zur Genauigkeitsabschätzung wie der Varianzfortpflanzung aufgezeigt. Dieses besteht in der Möglichkeit einer quantitativen Zuordnung der Varianz der Eingangsgrößen zu der Varianz der Ausgangsgrößen in beliebigen Auswertemodellen. Es konnte gezeigt werden, dass entgegen der klassischen geodätischen Methode nicht-lineare und nicht-additive Modelle quantitativ korrekt analysiert werden können.
- An zwei konkreten Beispielen aus der Fahrzeugpositionsbestimmung wird die Anwendung der Varianz- und Sensitivitätsanalyse zur Analyse der Filterwirkung, der Identifikation von einflussreichen Eingangsgrößen und deren quantitativen Anteil an der Varianz der im Filter geschätzten Zustandsgrößen aufgezeigt.
- Die Genauigkeit der aus der stichproben-basierten Sensitivitätsanalyse abgeleiteten Sensitivitätsmaße ist in Form von Standardabweichungen bestimmt worden. Es ist ein statistisches Schätzverfahren entwickelt worden, so dass bei der Anwendung der Varianz- und Sensitivitätsanalyse und der Interpretation der Sensitivitätsmaße die Maße auf signifikante Abweichungen gegen Null und gegeneinander getestet werden können.

Zur Beurteilung der entwickelten Filter-Ansätze erfolgt die Untersuchung anhand simulierter Daten mit anschließender Varianz- und Sensitivitätsanalyse sowie anhand realer Messfahrtdaten. Zusammenfassend ergibt sich hinsichtlich der Filtermodellierungen:

- Filterstörungen wurden im Formfilter-Ansatz mit einer verbesserten stochastischen Modellierung durch die funktionale Beschreibung der zeitlichen Korrelation der GPS-Position als Längs- und Querabweichungen in der Formfilter-Erweiterung nicht besser detektiert.
- Der Formfilter-Ansatz führt zu einer Genauigkeitsschätzung im Filter, die näher an der Realität liegt.
- Die Einführung einer epochenscharfen GPS-Standardabweichung ermöglichte weniger Eingriffe in die Filterung und eine wesentlich zuverlässigere Zustandsschätzung als Filter ohne diese stochastische Modellierung.

Für die Varianz- und Sensitivitätsanalyse als Werkzeug der apriori Evaluation ist festzuhalten:

- Es können geeignete Simulationsszenarien generiert werden, die die in realen Maessfahrtdaten vorhandenen Effekte, wie hier z.B. die verschiedenen GPS-Ausreißer, widerspiegeln.
- Die Varianz- und Sensitivitätsanalyse führt bei der Untersuchung der drei Filter-Ansätze zu Ergebnissen, die anhand derer aus realen Daten bestätigt werden können. Dieses zeigt ihr Potenzial als Werkzeug der a priori Evaluation von Filter-Ansätzen.
- Die Varianz- und Sensitivitätsanalyse kann bei Kenntnis bezüglich der statistischen Verteilungen der eingesetzten Sensoren Messfahrten ersetzen.

7.2 Ausblick

Die Modellierung der zeitlichen Korrelation von GPS-Positionen führte im Rahmen der durchgeführten Untersuchungen nicht zu einer verbesserten Detektion von Filterstörungen. Mit epochenscharfen GPS-Standardabweichungen wird dieses Ziel deutlich besser erreicht. Folgende aktuellen Entwicklungen im Bereich der GPS-Positionsbestimmung sind in zukünftige Entwicklungen von Filter-Ansätzen im Bereich der Fahrzeugpositionsbestimmung einzubeziehen:

- Die inzwischen auf dem Markt vorhandenen HSGPS-Empfänger sind hinsichtlich ihrer stochastischen Eigenschaften zu analysieren. Ihre charakteristische Autokorrelationsfunktion sollte bestimmt und das Potenzial der Modellierung in einem Formfilter erneut evaluiert werden.
- Für die Verfügbarkeit epochenscharfer GPS-Standardabweichungen in Echtzeit ist die Entwicklung des Galileo Systems von Interesse, in dem verschiedene Dienste zur Integrität der Positionsbestimmung vorgesehen sind. Die Möglichkeit der Ermittlung von Standardabweichungen, die die aktuelle GPS-Qualität repräsentieren, aus diesen Diensten ist zu überprüfen.

Hinsichtlich des Einsatzes der Varianz- und Sensitivitätsanalyse als Methode der a priori Evaluation ist folgendes weiteres Potenzial zu erwarten:

- Die Entwicklung einer erweiterten Sobol Methode mit dem Stichprobenverfahren des replicated Latin Hypercube Sampling und verschiedenen Verfahren zur Einführung von Korrelationen könnte zukünftig eine umfassendere Evaluation von Modellauswertungen mit korrelierten Eingangsgrößen ermöglichen. Diese umfassendere Evaluation könnte auch die Analyse der Gesamteffekte einschließen, die im Fall der Bildung von Eingangsgrößengruppen auch quantitativ und nicht nur qualitativ erfolgen kann.

Literatur

- AUSSEMS, T. (1999): *Positionsschätzung von Landfahrzeugen mittels Kalman-Filterung aus Satelliten- und Koppelnavigationsbeobachtungen*. Veröffentlichung des Geodätischen Instituts der Rheinisch-Westfälischen Technischen Hochschule Aachen, Nr. 55.
- BARNES, J. B., ACKROYD, N., CROSS, P. A. (1998): *Stochastic modelling for very high precision real-time kinematic GPS in an engineering environment*. XXI International Congress of FIG, Brighton, United Kingdom, 19-25 July.
- BONA, P. (2000): *Precision, cross correlation and time correlation of GPS phase and code observations*. GPS Solutions 4(2): 3-13.
- BORRE, K., TIBERIUS, C. (2001): *Time series analysis of GPS observables*. In: Proceedings of the 13th International Technical Meeting of the Satellite Division of the Institute of Navigation, Salt Lake City: 1885-1894.
- BOX, G. E. P., JENKINS, G. M., REINSEL, G. C. (1994): *Time Series Analysis – Forecasting and Control*. Prentice-Hall International, Inc., Upper Saddle River, New Jersey.
- BRAMMER, K., SIFFLING, G. (1994): *Kalman-Bucy-Filter, Deterministische Beobachtung und stochastische Filterung*. R. Oldenbourg Verlag, München Wien.
- BRYSON, A. E., JOHANSEN, D. E. (1965): *Linear Filtering for Time-Varying Systems Using Measurements Containing Colored Noise*. IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. AC-10, No. 1, pp 4-10.
- CAMPOLONGO, F., SALTELLI, A., SORENSEN, T., TARANTOLA, S. (2000): *Hitchhiker's Guide to Sensitivity Analysis*. In: SALTELLI, A., CHAN, K., SCOTT, E.M.: Sensitivity Analysis. John Wiley & Sons, Chichester.
- CASPARY, W., CHEN, G. (1995A): *Identifikation stochastischer Prozesse bei Vorhandensein grober Messfehler – Teil I: AR(p)- und MA(q)-Modelle*. ZfV 120(10): 479-488.
- CASPARY, W., CHEN, G. (1995B): *Identifikation stochastischer Prozesse bei Vorhandensein grober Messfehler – Teil II: AR MA (p,q)-Modelle*. ZfV 120(11): 556-565.
- CHAN, K., TARANTOLA, S., SALTELLI, A., SOBOL, I. M. (2000): *Variance-based Methods*. In: SALTELLI, A., CHAN, K., SCOTT, E.M.: Sensitivity Analysis. John Wiley & Sons, Chichester.
- CHATFIELD, C. (1996): *The Analysis of Time Series – An Introduction*. Chapman & Hall, London.
- CHUI, C. K., CHEN, G. (1999): *Kalman Filtering with Real-Time Applications*. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg.
- CONOVER, W. J. (1999): *Practical nonparametric statistics*. John Wiley & Sons Inc., New York.
- COOPER, S., DURRANT-WHITE, H. (1994): *A Kalman Filter Model for GPS Navigation of Land Vehicles*. Proceedings of the IEEE/RSJ/GI International Conference on Advanced Robotics Systems and the Real World, pp. 157-163, Vol. 1, 1994.
- CUKIER, R. I., FORTUIN, C. M., SHULER, K. E., PETSCHKE, A. G., SCHAIBLY, J. H. (1973): *Study of the sensitivity of coupled reaction systems to uncertainties in rate coefficients. Part I: theory*. Journal of chemical physics, Vol. 59, No. 8, S. 3873-3878.
- CUKIER, R. I., LEVINE, H. B., SHULER, K. E. (1978): *Nonlinear sensitivity analysis of multiparameter model systems*. Journal of Computational Physics, Vol. 26, S. 1-42.
- CUKIER, R. I., SCHAIBLY, J. H., SHULER, K. E. (1975): *Study of the sensitivity of coupled reaction systems to uncertainties in rate coefficients. Part III: Analysis of the approximations*. Journal of chemical physics, Vol. 63, No. 3, S. 1140-1149.
- EICHHORN, A. (2003): *Development of a KALMAN-filter module for real-time and map-independent positioning of land vehicles based on causative motion equations*. Vehcom2003 – Sensors Navigation and Communications for Vehicles Telematics, Birmingham.
- EICHHORN, A. (2005): *Ein Beitrag zur parametrischen Identifikation von dynamischen Strukturmodellen mit Methoden der adaptiven Kalman Filterung*. DGK, Reihe C, Heft 585, München.
- EICHHORN, A., KUHLMANN, H., BETTERMANN, R., CZOMMER, R. (2001): *Entwurf eines Kalman-Filters zur kartenunabhängigen Fahrzeugortung*. Abschlussbericht im Auftrag der DaimlerChrysler AG, Universität Stuttgart, Institut für Anwendungen der Geodäsie im Bauwesen, unveröffentlicht.
- EISSFELLER, B., TEUBER, A., ZUCKER, P. (2005): *Indoor-GPS: Ist der Satellitenempfang in Gebäuden möglich?* In: zfv-Zeitschrift für Geodäsie, Geoinformation und Landmanagement Heft 4/2005, pp.226-234, Wißner-Verlag, Augsburg.
- EL-RABBANY, A. E-S. (1994): *The Effect of Physical Correlations on the Ambiguity Resolution and Accuracy Estimation in GPS Differential Positioning*. Ph.D. dissertation, Department of Geodesy and Geomatics Engineering Technical Report No. 170, University of New Brunswick, Fredericton, New Brunswick, Canada, 161 pp.
- EL-RABBANY, A. E-S., KLEUSBERG, A. (2003): *Effect of Temporal Physical Correlation on Accuracy in GPS Relative Positioning*. Journal of Surveying Engineering, Vol. 129, No. 1, February 2003.
- EL-SHEIMY, N. (2000): *Integrated Systems and their Impact on the Future of Positioning, Navigation and Mapping Applications*. Proceedings of the FIG Working Week, Prague, 21-26 May 2000.
- ERMAKOW, S. M. (1975): *Die Monte-Carlo-Methode und verwandte Fragen*. R. Oldenbourg Verlag, München, Wien.
- FLAK, T. (1992): *Ausreißertests basierend auf Extremsummen und Methoden zur Ausreißeridentifikation bei Zeitreihen*. Dissertation aus der Abteilung Stochastik, Universität Ulm.
- FOX, A. J. (1972): *Outliers in time series*. Journal of the Royal Statistical Society, Series B, 24, S.350-363.

- FULLER, W. A. (1996): *Introduction to Statistical Time Series*. John Wiley & Sons, Inc., New York.
- GELB, A. (1974): *Applied Optimal Estimation*. The M.I.T. Press, Massachusetts Institute of Technology. Cambridge, Massachusetts and London, England.
- GLÄSER, A., KNAUER, C. (1999): *Beurteilung von Deformationsprozessen mit Hilfe der Filterung von Zeitreihen und der Ableitung von Konfidenzbändern*. Diplomarbeit im Rahmen des Studiengangs Vermessungswesen der Universität Hannover (unveröffentlicht).
- GLÄSER, A., SCHOLLMMEYER, R. (2004): *Messwerterfassung und -synchronisation in Multisensorsystemen*. In: SCHWIEGER, V., FOPPE, K. (Red., 2004): *Kinematische Messmethoden – Vermessung in Bewegung*, DVW Schriftenreihe, Band 45, Wißner Verlag, Augsburg.
- GREWAL, M. S., ANDREWS, A. P. (2001): *Kalman Filter: Theory and practice using Matlab*. John Wiley and Sons, Inc., New York.
- HARTINGER, H. (2001): *Development of a Continuous Deformation Monitoring System using GPS*. Shaker Verlag, Aachen.
- HELTON, J.C., DAVIS, F.J. (2000): *Sampling-based Methods*. In: SALTELLI, A., CHAN, K., SCOTT, E.M.: *Sensitivity Analysis*. John Wiley and Sons, Chichester.
- HEUNECKE, O. (1995): *Zur Identifikation und Verifikation von Deformationsprozessen mittels adaptiver KALMAN-Filterung (Hannoversches Filter)*. Wissenschaftliche Arbeiten der Fachrichtung Vermessungswesen der Universität Hannover, Heft 208.
- HOFMANN-WELLENHOF, B., LICHTENEGGER, H., COLLINS J. (1994): *GPS – Theory and Practice*. Springer-Verlag, Wien New York.
- HOMMA, T., SALTELLI, A. (1996): *Importance measures in global sensitivity analysis of nonlinear models*. Reliability Engineering and System Safety, Vol. 52, S. 1-17.
- HOWIND, J. (2005): *Analyse des stochastischen Modells von GPS-Trägerphasenbeobachtungen*. DGK, Reihe C, Heft 584, München.
- HOWIND, J., KUTTERER, H., HECK, B. (1999): *Impact of temporal correlations on GPS-derived relative point positions*. Journal of Geodesy, 73, p. 246-258.
- HUEP, W. (1986): *Zur Positionsschätzung im gestörten KALMAN-Filter am Beispiel eines manövrierenden Wasserfahrzeuges*. Wissenschaftliche Arbeiten der Fachrichtung Vermessungswesen der Universität Hannover, Nr. 143.
- IMAN, R. L., CONOVER, W. J. (1982): *A distribution free approach to inducing rank correlation among input variables*. Comm. Statist. B11(3), 311-334.
- ISERMANN, R. (1988): *Identifikation dynamischer Systeme, Band 1*. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg.
- JACQUES, C., LAVERGNE, C., DEVICTOR, N. (2004): *Sensitivity analysis in presence of model uncertainty and correlated input*. In Proceedings of the the Fourth international Symposium on Sensitivity Analysis of Model Output. 08.-11. März 2004 in Santa Fe, USA.
- KALMAN, R.E. (1960): *A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems*. Transactions of the ASME – Journal of Basic Engineering, Volume 82, Series D, p. 35-45.
- KEALY, A., CROSS, P., SCOTT-YOUNG, S. (2001): *Improving Satellite Navigation Capability for Land Mobile Applications through the Integration of MEMS Inertial Sensors*. Proceedings ION 2001 GPS Conference, 11th-14th September, Salt Lake City, USA.
- KIM, S.-B., CHOI, K.-H., LEE, S.-Y., CHOI, J.-H., HWANG, T.-H., JANG, B.-T., LEE, J.-H. (2004): *A Bimodal Approach for Land Vehicle Localization*. ETRI Journal, vol.26, no.5, Oct. 2004, pp.497-500.
- KUHLMANN, H. (2003): *Kalman-Filtering with Coloured Measurement Noise Deformation Analysis*. 11th FIG International Symposium on Deformation Measurements, Santorini, Greece, May 25-28 2003.
- KUHLMANN, H., EICHHORN, A. (2003): *Positionsbestimmung von PKW mit Sensoren der Serienausstattung*. DGON-Symposium Positionierung und Navigation, Dresden.
- LACHAPPELLE, G., KUUSNIEMI, H., DAO, D., MACGOUGAN G., CANNON, M. E. (2004): *HSGPS Signal Analysis and Performance Under Various Indoor Conditions*. Navigation, U.S. Institute of Navigation, 51, 1, 29-43.
- LAHRECH, A., BOUCHER, C., NOYER, J.-C. (2004): *Fusion of GPS and odometer measurements for map-based vehicle navigation*. IEEE International Conference, Volume 2, pp. 944- 948.
- LIN, C.-F. (1991): *Modern navigation, guidance, and control, and their applications*. Prentice-Hall, Inc., New Jersey.
- LJUNG, L. (1999): *System identification: theory for the user*. Prentice Hall, New Jersey.
- MCKAY, M. D. (1995): *Evaluating prediction uncertainty*. Technical Report NUREG/CR-6311, US Nuclear Regulatory Commission and Los Alamos National Laboratory.
- MCKAY, M. D. (1995): *Variance-based methods for assessing uncertainty importance in NUREG-1150 analysis*. Technical Report LA-UR-96-2695, US Nuclear Regulatory Commission and Los Alamos National Laboratory.
- MCKAY, M. D., BECKMAN R. J., CONOVER, W. J. (1979): *A comparison of three methods for selecting values of input variables in the analysis of output from a computer code*. Technometrics, Vol. 42, No. 1, S. 55-61.
- MEIER, S., KELLER, W. (1990): *Geostatistik. Einführung in die Theorie der Zufallsprozesse*. Springer Verlag, Wien.
- MITSCHE, M., WALLENTOWITZ, H. (2004): *Dynamik der Kraftfahrzeuge*. Springer Verlag, Berlin – Heidelberg.
- MÖHLENBRINK, W. (2004): *Safety relevant information for telematic databases*. In: MÖHLENBRINK, W., ENGLMANN, F.C., FRIEDRICH, M., MARTIN, U., HANGLEITER, U. (Eds): *Networks for mobility. Networks for Mobility – Proceedings of the 2nd International Symposium*, Stuttgart, September 2004.
- MÖHLENBRINK, W., WILTSCHKO, T. (2005): *Safe information for telematic applications*. Proceedings on 5th European Congress and Exhibition on Intelligent Transport Systems and Services. Hannover, 1-3 June 2005.

- NAPIER, M. (1989): *Data Processing for GPS/INS Integration*. In: LINKWITZ, K., HANGLEITER, U. (Eds.): *High Precision Navigation. Integration of Navigational and Geodetic Methods. Proceedings of an International Workshop, Stuttgart and Altensteig, May 1988*. Springer Verlag, Berlin Heidelberg.
- NIEMEIER, W. (2001): *Ausgleichsrechnung: eine Einführung für Studierende und Praktiker des Vermessungs- und Geoinformationswesens*. De Gruyter Verlag, Berlin – New York.
- PARKINSON, B. W., SPILKER, J. J. (1996): *Global Positioning System. Theory and applications, Volume I*. American Institute of Aeronautics and Astronautics, Washington.
- PARZEN, E. (1962): *Stochastic Processes*. Holden-Day, Inc., San Francisco.
- PELZER, H. (1987): *Deformationsuntersuchungen auf der Basis kinematischer Bewegungsmodelle*. Allgemeine Vermessungs-Nachrichten, Heft 2, S.49-62. Wichmann Verlag, Karlsruhe.
- RADOVANOVIC, R. S. (2001): Variance-Covariance Modeling of Carrier Phase Errors for Rigorous Adjustment of Local Area Networks. IAG 2001 Scientific Assembly. Budapest, Hungary. September 2-7, 2001.
- RADOVANOVIC, R. S., EL-SHEIMY N. (2002): *Using Optimal GNSS Multi-Frequency Carrier Phase Combinations for Precise Kinematic Positioning*. Proceedings of the Annual Meeting of the Institute of Navigation. Alburquerque, New Mexico. July 2002.
- RAMJATTAN, A., CROSS, P. (1995): *A Kalman Filter Model for an Integrated Land Vehicle Navigation System*. Journal of Navigation, Vol. 48, No. 2, pp. 293-302, May, 1995.
- RAMM, K. (2006): *Enhanced Kinematic Positioning Methods by Shaping Filter Augmentation*. Proceedings on 3rd IAG International Symposium on Geotechnical and Structural Engineering and 12th International Symposium on Deformation Measurements, Baden, Österreich, 22.-24.05.2006.
- RAMM, K., SCHWIEGER, V. (2004): *Multisensorortung für Kraftfahrzeuge*. In: SCHWIEGER, V., FOPPE, K. (Red., 2004): *Kinematische Messmethoden – Vermessung in Bewegung*, DVW Schriftenreihe, Band 45, Wißner Verlag, Augsburg.
- ROBERTS, W. D. S., CROSS, P. A. (1993): *The Effect of DGPS Temporal Correlation within the Kalman Filter Applied to Offshore Positioning*. The Hydrographic Journal, No. 67, pp 5-11.
- SACHS, L. (1997): *Angewandte Statistik - Anwendung statistischer Methoden*. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg.
- SALTELLI, A. (2002): *Sensitivity Analysis for importance assessment*. Risk Analysis, Vol. 22, No. 3, S. 579-590.
- SALTELLI, A., BOLADO, R. (1998): *An alternative way to compute Fourier Amplitude Sensitivity Test*. Computational Statistics and Data Analysis, Vol. 26, No. 4, S. 445-460.
- SALTELLI, A., CHAN, K., SCOTT, E.M. (HRSG., 2000a): *Sensitivity Analysis*. John Wiley and Sons, Chichester.
- SALTELLI, A., TARANTOLA, S. (2002): *On the relative importance of input factors in mathematical models: safety assessment for nuclear waste disposal*. Journal of the American Statistical Society, Vol. 97, No. 459, S. 702-709.
- SALTELLI, A., TARANTOLA, S., CAMPOLONGO, F. (2000b): *Sensitivity Analysis as an Ingredient of Modeling*. Statistical Science, Vol. 15, No. 4, S. 377-395.
- SALTELLI, A., TARANTOLA, S., CAMPOLONGO, F., RATTO, M. (2004): *Sensitivity Analysis in Practise: A Guide to Assessing Scientific Models*. John Wiley and Sons, Chichester.
- SALTELLI, A., TARANTOLA, S., CHAN, K. (1999): *A quantitative model-independent method for global sensitivity analysis of model output*. Technometrics, Vol. 41, No. 1, S. 39-56.
- SAMO (2004): *Proceedings of the Fourth International Symposium on Sensitivity Analysis of Model Output*. 08.-11. März 2004 in Santa Fe, USA.
- SCHAIBLY, J. H., SHULER, K. E. (1973): *Study of the sensitivity of coupled reaction systems to uncertainties in rate coefficients. Part II, applications*. Journal of chemical physics, Vol. 59, S. 3879-3888.
- SCHEDING, ST. (1997): *High Integrity Navigation*. Ph.D. Thesis at the Australian Centre for Field Robotics, Department of Mechanical and Mechatronic Engineering, University of Sydney.
- SCHLITT, H. (1992): *Systemtheorie für stochastische Prozesse*. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg.
- SCHLITT, H., DITTRICH, F. (1972): *Statistische Methoden der Regelungstechnik*. Bibliographisches Institut AG, Wissenschaftsverlag, Mannheim.
- SCHLITTGEN, R. (1990): *Robuste Glättung von Zeitreihen*. Allgemeines Statistisches Archiv, 74, S.223-250.
- SCHLITTGEN, R. (1991): *Ein moderner Zugang zur Analyse von Zeitreihen mit Ausreißern*. Allgemeines Statistisches Archiv, 75, S.75-102.
- SCHLITTGEN, R. (2001): *Angewandte Zeitreihenanalyse*. R. Oldenbourg Verlag, München-Wien.
- SCHLITTGEN, R., STREITBERG, B. H. J. (1995): *Zeitreihenanalyse*. R. Oldenbourg Verlag, München-Wien.
- SCHNEEWEISS, W. G. (1974): *Zufallsprozesse in dynamischen Systemen*. Springer Verlag, Berlin Heidelberg.
- SCHRICK, K.-W. (1977): *Anwendungen der Kalman-Filter-Technik*. R. Oldenbourg Verlag, München Wien.
- SCHWIEGER, V. (1999): *Ein Elementarfehlermodell für GPS-Überwachungsmessungen – Konstruktion und Bedeutung interepochaler Korrelationen*. Wissenschaftliche Arbeiten der Fachrichtung Vermessungswesen der Universität Hannover, Heft 231.
- SCHWIEGER, V. (2005): *Nicht-lineare Sensitivitätsanalyse gezeigt an Beispielen zu bewegten Objekten*. DGK, Reihe C, Heft 581, München.
- SCHWIEGER, V., SCHOLLMEYER, R., RAMM, K. (2005): *Integrated Positioning by MOPSY*. Proceedings on 5th European Congress and Exhibition on Intelligent Transport Systems and Services, Hannover, 01.-03.06.2005.
- SCOTT-YOUNG, S., KEALY, A. (2002): *An Intelligent Navigation Solution for Land Mobile Location Based Services*. The Journal of Navigation, Vol 55, No 2, UK.

- SHIN, E.-H. (2005): *Estimation Techniques for Low-Cost Inertial Navigation*. Ph.D. Thesis at the Department of Geomatics Engineering, University of Calgary.
- SOBOL, I. M. (1993): *Sensitivity Estimates for Nonlinear Mathematical Models*. Mathematical Modelling and Computational Experiments, Volume 1(4), S. 407-414. Übersetzung aus dem Russischen von SOBOL, I. M. (1990) in *Matematicheskoe Modelirovanie* 2, S. 112-118.
- STERNBERG, H. (2000): *Zur Bestimmung der Trajektorie von Landfahrzeugen mit einem hybriden Messsystem*. Schriftenreihe des Studiengangs Geodäsie und Geoinformation der Universität der Bundeswehr München, Heft 67, Neubiberg.
- TARANTOLA, S. (2000): *Quantifying uncertainty importance when inputs are correlated*. In: COTTAM, M. P., HARVEY, D. W., PAPE, R. P., TAIT, J.: *Foresight and Precaution*. Rotterdam: A. A. Balkema.
- TARANTOLA, S., JESINGHAUS, J. PUOLAMAA, M. (2000): *Global sensitivity analysis: a quality assurance tool in environmental policy modelling*. In: SALTELLI, A., CHAN, K., SCOTT, E. M.: *Sensitivity Analysis*. John Wiley and Sons, Chichester.
- TAUBENHEIM, J. (1969): *Statistische Auswertung geophysikalischer und meteorologischer Daten*. Akademische Verlagsgesellschaft Geest und Portig K.-G., Leipzig.
- WANG, J. G. (1997): *Filtermethoden zur fehlertoleranten kinematischen Positionsbestimmung*. Schriftenreihe des Studiengangs Vermessungswesen der Universität der Bundeswehr, Heft 52, Neubiberg.
- WELCH, G., BISHOP, G. (1995): *An Introduction to the Kalman Filter*. Technical Report TR95-041, University of North Carolina at Chapel Hill, USA.
- WELLS, D. E., BECK, N., DELIKARAOGU, D., KLEUSBERG, A., KRAKIWSKY, E. J., LACHAPPELLE, G., LANGLEY, R. B., NAKIBOGLU, M., SCHWARZ, K. P., TRANQUILLA, J. M., VANICEK, P. (1986): *Guide to GPS Positioning*. Canadian GPS Associates, Fredericton, N. B., Canada.
- WELSCH, W., HEUNECKE, O., KUHLMANN, H. (2000): *Handbuch Ingenieurgeodäsie. Auswertung geodätischer Überwachungsmessungen*. Herbert Wichmann Verlag, Heidelberg.
- WIESER, A., HARTINGER, H. (2006): *High-sensitivity GPS: Technologie und Anwendungen*. In: GPS und Galileo. Beiträge zum 66. DVW-Seminar am 21. und 22. Februar 2006 in Darmstadt, Wißner Verlag, Augsburg.
- WILTSCHKO, T. (2004): *Sichere Information durch infrastrukturgestützte Fahrerassistenzsysteme zur Steigerung der Verkehrssicherheit an Straßenknotenpunkten*. Dissertation: Fortschritt-Bericht VDI, Reihe 12, Nr. 570. Düsseldorf: VDI-Verlag.
- WILTSCHKO, T. / MÖHLENBRINK, W. (2003): *Analyse der Informationsqualität von Telematikanwendungen anhand des Systementwurfs*. In: Entwurf komplexer Automatisierungssysteme EKA 2003. 11.–13. Juni 2003 in Braunschweig. 373-389.

Anhang A – Kalman-Filter-Ansatz nach AUSSEMS (1999)

In AUSSEMS (1999) wird die Bewegung eines Fahrzeugs als gleichförmige Kreisbewegung modelliert, wobei die Fahrzeugposition in einem globalen geozentrischen Koordinatensystem angegeben wird. Im Folgenden werden die Bewegungsgleichungen übertragen auf den zweidimensionalen Fall in einem ebenen Koordinatensystem aufgeführt. Das funktionale Modell lautet:

$$\begin{aligned}
 \bar{y}_{k+1} &= \hat{y}_k + \cos \hat{\alpha}_k \cdot \frac{\hat{v}_k \Delta t}{\Delta \hat{\alpha}_k} (1 - \cos \Delta \hat{\alpha}_k) + \sin \hat{\alpha}_k \cdot \frac{\hat{v}_k \Delta t}{\Delta \hat{\alpha}_k} \sin \Delta \hat{\alpha}_k \\
 \bar{x}_{k+1} &= \hat{x}_k - \sin \hat{\alpha}_k \cdot \frac{\hat{v}_k \Delta t}{\Delta \hat{\alpha}_k} (1 - \cos \Delta \hat{\alpha}_k) + \cos \hat{\alpha}_k \cdot \frac{\hat{v}_k \Delta t}{\Delta \hat{\alpha}_k} \sin \Delta \hat{\alpha}_k \\
 \bar{\alpha}_{k+1} &= \hat{\alpha}_k + \Delta \hat{\alpha}_k \\
 \bar{v}_{k+1} &= \hat{v}_k \\
 \Delta \bar{\alpha}_{k+1} &= \Delta \hat{\alpha}_k
 \end{aligned} \tag{A.1}$$

Für die Transitionsmatrix als Ableitung der Systemgleichungen nach den einzelnen Zustandsgrößen gilt:

$$T = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \hat{v}_k \cdot \Delta t \cdot \frac{\sin(\hat{\alpha}_k + \Delta \hat{\alpha}_k) - \sin \hat{\alpha}_k}{\Delta \hat{\alpha}_k} & -\Delta t \cdot \frac{\cos(\hat{\alpha}_k + \Delta \hat{\alpha}_k) - \cos \hat{\alpha}_k}{\Delta \hat{\alpha}_k} & A \\ 0 & 1 & \hat{v}_k \cdot \Delta t \cdot \frac{\cos(\hat{\alpha}_k + \Delta \hat{\alpha}_k) - \cos \hat{\alpha}_k}{\Delta \hat{\alpha}_k} & \Delta t \cdot \frac{\sin(\hat{\alpha}_k + \Delta \hat{\alpha}_k) - \sin \hat{\alpha}_k}{\Delta \hat{\alpha}_k} & B \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{A.2}$$

$$\begin{aligned}
 A &= \hat{v}_k \cdot \Delta t \cdot \frac{\sin(\hat{\alpha}_k + \Delta \hat{\alpha}_k)}{\Delta \hat{\alpha}_k} - \hat{v}_k \cdot \Delta t \cdot \frac{\cos(\hat{\alpha}_k) - \cos(\hat{\alpha}_k + \Delta \hat{\alpha}_k)}{\Delta \hat{\alpha}_k^2} \\
 B &= \hat{v}_k \cdot \Delta t \cdot \frac{\cos(\hat{\alpha}_k + \Delta \hat{\alpha}_k)}{\Delta \hat{\alpha}_k} + \hat{v}_k \cdot \Delta t \cdot \frac{\sin(\hat{\alpha}_k) - \sin(\hat{\alpha}_k + \Delta \hat{\alpha}_k)}{\Delta \hat{\alpha}_k^2}
 \end{aligned}$$

Für die Störgrößenmatrix, die die Ableitung der Systemgleichungen nach der Störgröße enthält, hier eine nicht modellierte Beschleunigung und Änderung der Richtungsänderung des Fahrzeugs, ergibt sich:

$$C = \begin{pmatrix} -\frac{\Delta t^2}{2 \cdot \Delta \hat{\alpha}_k} \cdot (\cos(\hat{\alpha}_k + \Delta \hat{\alpha}_k) - \cos \hat{\alpha}_k) & \frac{\hat{v}_k \Delta t^2}{4} \cdot \cos \hat{\alpha}_k - \frac{\hat{v}_k \Delta \hat{\alpha}_k \Delta t^2}{4} \cdot \sin \hat{\alpha}_k \\ \frac{\Delta t^2}{2 \cdot \Delta \hat{\alpha}_k} \cdot (\sin(\hat{\alpha}_k + \Delta \hat{\alpha}_k) - \sin \hat{\alpha}_k) & -\frac{\hat{v}_k \Delta t^2}{4} \cdot \sin \hat{\alpha}_k - \frac{\hat{v}_k \Delta \hat{\alpha}_k \Delta t^2}{4} \cdot \cos \hat{\alpha}_k \\ 0 & 1 \\ \Delta t & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{A.3}$$

Für die Beobachtungen $I = \left[y_{Sensor, k+1} \quad x_{Sensor, k+1} \quad \Delta s_{Sensor, k+1} \quad \Delta \alpha_{Sensor, k+1} \right]^T$ ergeben sich die Messgleichungen wie folgt:

$$\begin{aligned}
 y_{Sensor, k+1} &= \bar{y}_{k+1} \\
 x_{Sensor, k+1} &= \bar{x}_{k+1} \\
 \Delta s_{Sensor, k+1} &= v_{k+1} \Delta t \\
 \Delta \alpha_{Sensor, k+1} &= \alpha_{k+1} - \alpha_k
 \end{aligned} \tag{A.4}$$

Lebenslauf

Persönliche Daten

Name: Katrin Ramm
Geburtsdatum: 15.03.1977
Geburtsort: Jülich, Nordrhein-Westfalen
Familienstand: ledig

Ausbildung

1983 – 1987 Grundschole Arnum, Niedersachsen
1987 – 1989 Orientierungsstufe der Carl-Friedrich-Gauss-Schule Hemmingen, Niedersachsen
1989 – 1996 Gymnasium der Carl-Friedrich-Gauss-Schule Hemmingen, Niedersachsen
Abschluss: Allgemeine Hochschulreife
1996 – 2001 Studium des Vermessungswesens an der Universität Hannover
Abschluss: Diplom-Ingenieur Vermessungswesen

Berufstätigkeit

2001 – 2007 Wissenschaftliche Angestellte am Institut für Anwendungen der Geodäsie im Bauwesen bei Prof. Dr.-Ing. W. Möhlenbrink, Universität Stuttgart
seit Sept. 2007 Wissenschaftliche Angestellte am Department Geomatik der HafenCity Universität Hamburg - Universität für Baukunst und Raumentwicklung in der Funktion einer Akademischen Oberrätin

Dank

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Beschäftigung als wissenschaftliche Angestellte am Institut für Anwendungen der Geodäsie im Bauwesen der Universität Stuttgart unter Leitung von Prof. Dr.-Ing. W. Möhlenbrink.

Leider ist Herr Möhlenbrink kurz vor meiner Promotionsprüfung verstorben, so dass ich nun meinen Dank PD Dr.-Ing. V. Schwieger ausspreche, der an Herrn Möhlenbrinks Stelle den Hauptbericht übernommen hat. Des Weiteren gilt mein Dank den beiden Mitberichtern, Prof. Dr.-Ing. H. Kuhlmann und Prof. Dr.-Ing. N. Sneeuw.

Ganz besonders möchte ich mich bei meinen Kollegen am Institut bedanken, nicht zuletzt ihretwegen werde ich die Zeit in Stuttgart immer in guter Erinnerung behalten.

Meinen Eltern und meiner gesamten Familie sage ich ein herzliches Dankeschön für ihre Geduld und Zuversicht.