

Christian Voigt

**Astrogeodätische Lotabweichungen
zur Validierung von Schwerefeldmodellen**

München 2013

**Verlag der Bayerischen Akademie der Wissenschaften
in Kommission beim Verlag C. H. Beck**

ISSN 0065-5325

ISBN 978-3-7696-5114-0

**Diese Arbeit ist gleichzeitig veröffentlicht in:
Wissenschaftliche Arbeiten der Fachrichtung Geodäsie und Geoinformatik der Leibniz Universität Hannover
ISSN 0174-1454, Nr. 305, Hannover 2013**



DGK Deutsche Geodätische Kommission
bei der Bayerischen Akademie der Wissenschaften

Reihe C

Dissertationen

Heft Nr. 702

Astrogeodätische Lotabweichungen zur Validierung von Schwerefeldmodellen

Von der Fakultät für Bauingenieurwesen und Geodäsie
der Gottfried Wilhelm Leibniz Universität Hannover
zur Erlangung des Grades
Doktor-Ingenieur (Dr.-Ing.)
genehmigte Dissertation

von

Dipl.-Ing. Christian Voigt

geboren

am 26.12.1975 in Cuxhaven

München 2013

Verlag der Bayerischen Akademie der Wissenschaften
in Kommission bei der C. H. Beck'schen Verlagsbuchhandlung München

ISSN 0065-5325

ISBN 978-3-7696-5114-0

Diese Arbeit ist gleichzeitig veröffentlicht in:
Wissenschaftliche Arbeiten der Fachrichtung Geodäsie und Geoinformatik der Leibniz Universität Hannover
ISSN 0174-1454, Nr. 305, Hannover 2013

Adresse der Deutschen Geodätischen Kommission:



Deutsche Geodätische Kommission

Alfons-Goppel-Straße 11 • D – 80 539 München
Telefon +49 – 89 – 23 031 1113 • Telefax +49 – 89 – 23 031 -1283 / - 1100
e-mail hornik@dgfi.badw.de • <http://www.dgk.badw.de>

Prüfungskommission

Vorsitzender: Prof. Dr.-Ing. Jakob Flury
Referent: Prof. Dr.-Ing. habil. Jürgen Müller
Korreferenten: Prof. Dr.-Ing. habil. Dr. h.c. Bernhard Heck
Prof. Dr.-Ing. Ingo Neumann

Tag der Einreichung der Arbeit: 21.11.2012

Tag der mündlichen Prüfung: 07.02.2013

© 2013 Deutsche Geodätische Kommission, München

Alle Rechte vorbehalten. Ohne Genehmigung der Herausgeber ist es auch nicht gestattet,
die Veröffentlichung oder Teile daraus auf photomechanischem Wege (Photokopie, Mikrokopie) zu vervielfältigen

ISSN 0065-5325

ISBN 978-3-7696-5114-0

Zusammenfassung

Im Rahmen der hochauflösenden Schwerefeldbestimmung in Deutschland werden heutzutage globale Potentialmodelle aus Satellitenmissionen mit terrestrischen Schwerefelddaten und topographischen Informationen aus hochauflösenden digitalen Geländemodellen kombiniert. In diesem Zusammenhang ergeben sich zwei wesentliche Aufgaben, die in der vorliegenden Arbeit untersucht werden. Zum einen ist die Qualität der aktuellen globalen Potentialmodelle auf Basis der Satellitenmission GOCE zu untersuchen. Zum anderen sind Genauigkeitsaussagen bezüglich der GPS-Nivellementdaten und der hochauflösenden gravimetrischen Quasigeoidmodelle hinsichtlich der angestrebten 1 cm-Genauigkeit zu treffen sowie die Differenzen zwischen den vorhandenen Datensätzen zu klären.

Zur unabhängigen Validierung der Schwerefelddaten wurde in den Jahren 2006 bis 2010 ein in Bezug auf Genauigkeit, Ausdehnung und Auflösung bislang einzigartiger Datensatz von astrogeodätischen Lotabweichungen mit dem Zenitkamasystem TZK2-D beobachtet. Entlang zweier Profile von jeweils etwa 600 km Länge in Nord-Süd- und West-Ost-Richtung wurden die Lotabweichungen auf insgesamt 394 Stationen in Abständen von durchschnittlich 3-4 km bestimmt, die nach dem Verfahren des astronomisch-topographischen Nivellements in Quasigeoidhöhen überführt werden. Zum Erreichen der Zielgenauigkeit von 1 cm/100 km sind umfassende Untersuchungen hinsichtlich systematischer Abweichungen bei der astrogeodätischen Schwerefeldmodellierung von zentraler Bedeutung, die einen wesentlichen Teil der Arbeit darstellen. In diesem Zusammenhang sind insbesondere die Berücksichtigung der zugrunde liegenden Bezugssysteme sowie zeitliche Variationen der Beobachtungen zu nennen. Ausgehend von einer exakten Formulierung der Bildungsvorschriften im Rahmen der astrogeodätischen Schwerefeldmodellierung werden die üblicherweise benutzten Approximationen abgeschätzt und auf deren Gültigkeit überprüft.

Nach der Identifikation und Reduktion der systematischen Abweichungen gelingt anhand der Vergleiche zwischen astrogeodätischen und gravimetrischen Lotabweichungen aus dem hochauflösenden Quasigeoidmodell EGG2008 der Nachweis für die angegebene Genauigkeit der astrogeodätischen Lotabweichungen von $0,08''$. Aus Vergleichen mit den astrogeodätischen Lotabweichungen können empirische Schätzwerte für die Genauigkeiten der Lotabweichungen aus globalen Potentialmodellen von $0,18''$ bis $0,40''$ für das ultrahochauflösende Modell EGM2008 sowie $0,20''$ bis zu einer räumlichen Auflösung von 100 km für die aktuellen GOCE-Modelle der dritten Generation abgeleitet werden, die den jeweiligen Genauigkeitsabschätzungen der Modelle entsprechen. Die Vergleiche zwischen den Höhenanomalien aus den astronomisch-topographischen Nivellements und den GPS-Nivellementdaten sowie der hochauflösenden gravimetrischen Quasigeoidmodelle in Deutschland ergeben RMS-Differenzen im Bereich von 1,2 cm bis 2,9 cm. Während die kurzwelligen Differenzen den ellipsoidischen Höhen der GPS-Nivellementdaten zugeschrieben werden können, stellt die Interpretation der langwelligen Differenzen im Bereich weniger Zentimeter über mehrere 100 km eine wesentlich komplexere Aufgabe dar, da Unsicherheiten aus allen beteiligten Datensätzen enthalten sind. Die astrogeodätischen Quasigeoidlösungen liefern diesbezüglich wertvolle zusätzliche Erkenntnisse. Insgesamt spiegeln die Ergebnisse das hohe Genauigkeitsniveau der vorhandenen Schwerefelddatensätze in Deutschland einschließlich des im Rahmen der vorliegenden Arbeit erstellten astrogeodätischen Datensatzes wider.

Schlagerwörter. Lotabweichungen, astrogeodätische Schwerefeldmodellierung, Validierung, GPS-Nivellementdaten, Höhenbezugsflächen, globale Potentialmodelle, EGM2008, GOCE

Summary

For high resolution gravity field modelling in Germany, global geopotential models are combined with terrestrial gravity field data and topographic information from high resolution digital terrain models. In this context it is vitally important to assess the quality of recent global geopotential models from the satellite mission GOCE and GPS-levelling data as well as high resolution gravimetric quasigeoid models with regard to the aspired accuracy of 1 cm. Within these analyses, the differences of the existing gravity field data sets have to be enlightened.

For this purpose, a unique data set of astrogeodetic vertical deflections was observed in the period from 2006 to 2010 with the zenith camera system TZK2-D. The observations were carried out on 394 stations in total along two profiles with a spacing of 3-4 km between adjacent stations and total lengths of approx. 600 km in a north-south and a west-east direction. The method of astronomical-topographic levelling was used to compute quasigeoid heights. With regard to the aspired accuracy of 1 cm/100 km, systematic effects within the astrogeodetic gravity field modelling have to be analysed, i.e. particularly, the effects of the underlying reference frames as well as temporal variations of the observations. Commonly used approximations within astrogeodetic gravity field modelling are analysed using rigorous formulas.

Considering the identified systematic effects, the comparison between the astrogeodetic vertical deflections and corresponding values from the gravimetric quasigeoid model EGG2008 reveals the stated accuracy of the astrogeodetic vertical deflections of $0.08''$. By means of comparisons with the astrogeodetic data, the accuracy of vertical deflections from global geopotential models is estimated to be between $0.18''$ and $0.40''$ for the ultra-high resolution model EGM2008 and $0.20''$ up to a spatial resolution of 100 km for the recent GOCE models of the third generation, being fully compatible with the relevant error estimates of the models. The comparisons between the height anomalies from the astronomical-topographic levellings and GPS-levelling data as well as high resolution gravimetric quasigeoid models in Germany show an agreement of 1.2 cm to 2.9 cm RMS. The short wavelength differences can be assigned to the ellipsoidal heights of the GPS-levelling data, while the analyses of the long wavelength differences of a few centimetres over several 100 km is very complex, as the differences include uncertainties of all involved data sets. In this context, the astrogeodetic quasigeoid solutions provide a valuable additional control. On the whole, the results reveal the high quality of the existing gravity field data sets in Germany, including the astrogeodetic data set determined by this research.

Keywords. Vertical deflections, astrogeodetic gravity field modelling, validation, GPS-levelling data, height reference surfaces, global geopotential models, EGM2008, GOCE

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
1.1	Motivation und Zielsetzung	1
1.2	Stand der Forschung	3
1.3	Gliederung der Arbeit	6
2	Bezugssysteme	7
2.1	Zälestische Bezugssysteme	7
2.2	Terrestrische Bezugssysteme	9
2.2.1	Internationales Terrestrisches Bezugssystem	9
2.2.2	Geodätisches Referenzsystem	12
2.3	Transformation zwischen zälestischen und terrestrischen Bezugssystemen	13
2.4	Regionale Bezugssysteme	14
2.4.1	Europäisches Terrestrisches Referenzsystem	14
2.4.2	Europäisches Vertikales Referenzsystem	15
2.4.3	Deutsches Haupthöhennetz	15
2.5	Lokale Bezugssysteme	16
3	Grundlagen der Physikalischen Geodäsie	19
3.1	Schwerefeld und Höhen	19
3.2	Störgrößen des Schwerfeldes und (Quasi-)Geoidhöhen	23
3.3	Statistische Schwerfeldbeschreibung	32
3.3.1	Schwerefeldfunktionale in sphärischer Approximation	32
3.3.2	Kovarianzfunktionen und Gradvarianzen	34
3.3.3	Genauigkeitsabschätzung	37
4	Vorhandene Schwerfelddaten	40
4.1	Globale Potentialmodelle	40
4.2	Digitale Geländemodelle	46
4.3	GPS- und Nivellementdaten	48
4.4	Hochauflösende gravimetrische Quasigeoidmodelle	52
5	Astrogeodätische Schwerfeldmodellierung	55
5.1	Zeitliche Variationen astrogeodätischer Lotabweichungen	55
5.1.1	Gezeiteneffekte	55
5.1.2	Bezugssysteme	59
5.1.3	Atmosphärische Effekte	60
5.2	Regionale astrogeodätische Quasigeoidbestimmung	61
5.2.1	Astronomisches Nivellement	62
5.2.2	Astronomisch-topographisches Nivellement	67
5.2.3	Kollokation nach kleinsten Quadraten	70
6	Messkampagnen und Prozessierung der Beobachtungen	75
6.1	Planung und Durchführung	75
6.2	A-priori Genauigkeitsabschätzung	80

6.3	Beobachtungen mit dem Zenitkamarasystem TZK2-D	82
6.3.1	Aufbau	82
6.3.2	Datenprozessierung	85
6.3.3	Kalibrierungen	91
6.3.4	Unsicherheitshaushalt	93
6.4	Zusammenstellung der prozessierten Beobachtungen	99
6.5	Reduktionen zeitlicher Variationen	103
7	Numerische Untersuchungen zu den astrogeodätischen Lotabweichungen	105
7.1	Vergleich von astrogeodätischen und EGG2008-Lotabweichungen	105
7.2	Vergleich von astrogeodätischen und EGM2008-Lotabweichungen	111
7.3	Vergleich von astrogeodätischen und aktuellen GOCE-GPM-Lotabweichungen	117
7.4	Zusammenfassung der Ergebnisse	124
8	Numerische Untersuchungen zu den astrogeodätischen Quasigeoidlösungen	126
8.1	Astronomisch-topographische Nivellements	126
8.2	Kollokation nach kleinsten Quadraten	133
8.3	Vergleiche mit vorhandenen Schwerefeldlösungen	138
8.4	Zusammenfassung der Ergebnisse	143
9	Zusammenfassung und Ausblick	145
	Literaturverzeichnis	149
	Anhang	164

Abbildungsverzeichnis

2.1	Baryzentrisches zälestisches Bezugssystem mit astronomischen Äquatorkoordinaten . . .	8
2.2	ITRF2005-Stationsgeschwindigkeiten in Deutschland	11
2.3	Geozentrisches globales Bezugssystem mit sphärischen, astronomischen und ellipsoidischen Koordinaten	12
2.4	Geozentrisches globales Bezugssystem und lokale Bezugssysteme	17
3.1	Bezugsflächen, Schwerevektoren, Höhen und Lotabweichungen	25
3.2	Lotabweichungskomponenten als exakte Winkel und als Vektorkomponenten	27
3.3	Sphärische Lotabweichungskomponenten	28
3.4	Globale Verteilung der Lotabweichungskomponenten aus dem EGM2008	29
3.5	Differenzen zwischen exakter Berechnung und Näherungsformel zur Berücksichtigung der Krümmung der normalen Lotlinie	30
3.6	Quadratwurzeln der akkumulierten Fehlergradvarianzen für Höhenanomalien und Lotabweichungskomponenten aus globalen Potentialmodellen	38
4.1	Quadratwurzeln der Fehlergradvarianzen bzw. akkumulierten Fehlergradvarianzen für Höhenanomalien und Lotabweichungskomponenten aus aktuellen globalen Potentialmodellen	44
4.2	Standardabweichungen der Höhenanomalien und Lotabweichungskomponenten aus dem EGM2008	45
4.3	Differenzen von GPS-Nivellementdatensätzen in Deutschland	49
4.4	Schema zur Reduktion von Höhenanomalien aus vorhandenen Schwerefeldmodellen um Gezeiteneffekte	51
4.5	Höhenanomalien und Lotabweichungskomponenten aus dem EGM2008 in Deutschland .	53
4.6	Differenzen zwischen den GPS-Nivellementdaten und den Quasigeoidmodellen in Deutschland	54
5.1	Schema zur Reduktion von astronomischen und ellipsoidischen Koordinaten	56
5.2	Profile für Simulationsberechnungen	66
5.3	Genauigkeitsabschätzungen für Höhenanomalien aus Simulationsberechnungen des astronomischen Nivellements	67
5.4	Genauigkeitsabschätzungen für Höhenanomalien aus Simulationsberechnungen des astronomisch-topographischen Nivellements	70
6.1	Astrogeodätische Lotabweichungsstationen und GPS-Nivellementpunkte entlang der Profile	77
6.2	Astrogeodätische Lotabweichungsstationen und GPS-Nivellementpunkte der DHHN-Erneuerung entlang der Profile	78
6.3	Topographische Normalhöhen entlang der Profile	79
6.4	Stationsabstände entlang der Profile	80
6.5	Simuliertes Rauschen topographisch-isostatischer Lotabweichungskomponenten entlang der Profile	81
6.6	Zenitkameranystem TZK2-D	83
6.7	Schema zur Datenprozessierung mit dem Zenitkameranystem TZK2-D	86

6.8	Verschussverzögerungen aus den Verschusskalibrierungen	92
6.9	Reduktionen der astronomischen Breite und Länge für die Beobachtungen auf der Referenzstation	99
6.10	Astronomische Längendifferenzen aus der Korrektur der Sternzeitberechnung entlang der Profile	101
6.11	Astrogeodätische Lotabweichungskomponenten entlang der Profile	102
6.12	Reduktionen der astronomischen und ellipsoidischen Koordinaten entlang der Profile . .	104
7.1	Differenzen zwischen astrogeodätischen und gravimetrischen Lotabweichungskomponenten entlang der Profile	106
7.2	Differenzen zwischen astrogeodätischen und verbesserten gravimetrischen Lotabweichungskomponenten entlang der Profile	109
7.3	1D Gaußfilter	112
7.4	Differenzen von EGM2008-Lotabweichungskomponenten aus exakter Berechnung und sphärischer Approximation entlang der Profile	113
7.5	Differenzen zwischen astrogeodätischen und EGM2008-Lotabweichungskomponenten entlang der Profile	114
7.6	Standardabweichungen der EGM2008-Lotabweichungskomponenten entlang der Profile .	117
7.7	Differenzen zwischen astrogeodätischen und TIM3-Lotabweichungskomponenten entlang der Profile	119
8.1	Astrogeodätische, topographisch-isostatische und residuale Lotabweichungskomponenten entlang der Profile	127
8.2	Residuale, topographisch-isostatische und astrogeodätisch-topographische Lotabweichungskomponenten entlang der Profile	128
8.3	Normalhöhenreduktionen entlang der Profile	129
8.4	Höhenanomalien aus astronomischen Nivellements entlang der Profile	129
8.5	Differenzen von Höhenanomalien aufgrund der Reduktionen astronomischer und ellipsoidischer Koordinaten entlang der Profile	131
8.6	Differenzen von Höhenanomalien aus astronomisch-topographischen Nivellements zwischen verschiedenen Profilvarianten	132
8.7	Differenzen der Höhenanomalien in Kreuzungspunkten astrogeodätischer Subprofile . . .	133
8.8	Astrogeodätische, EGM2008-, RTM- und residuale Lotabweichungskomponenten entlang der Profile	135
8.9	Empirische und analytische Kovarianzfunktionen der residualen Schwereanomalien und analytische Kovarianzfunktionen der Lotabweichungskomponenten	136
8.10	Residuale Höhenanomalien und Standardabweichungen aus der Kollokation nach kleinsten Quadraten entlang der Profile	137
8.11	Differenzen zwischen astronomisch-topographischen Nivellements und astrogeodätischen Kombinationslösungen entlang der Profile	137
8.12	Differenzen zwischen astronomisch-topographischen Nivellements und vorhandenen Schwerefeldlösungen entlang der Profile	139
8.13	Differenzen zwischen der astrogeodätischen Kombinationslösung auf Basis von GO-CO03S und vorhandenen Schwerefeldlösungen entlang der Profile	142
A.1	Zeitsysteme	165

Tabellenverzeichnis

2.1	Transformationsparameter von ITRF2005 in ITRF89	15
3.1	Differenzen verschiedener allgemeiner Lotabweichungsapproximationen	28
4.1	Zusammenstellung aktueller statischer globaler Potentialmodelle	43
4.2	Statistik der Differenzen von GPS-Nivellementdatensätzen in Deutschland	50
4.3	Datengrundlage der gravimetrischen Quasigeoidmodelle in Deutschland	52
4.4	Statistik der Differenzen zwischen den GPS-Nivellementdaten und den Quasigeoidmodellen in Deutschland	53
6.1	Merkmale der regionalen astrogeodätischen Profile	76
6.2	Ergebnisse der a-priori Genauigkeitsabschätzung astronomisch-topographischer Nivellements entlang der Profile	81
6.3	Ergebnisse der a-priori Genauigkeitsabschätzung astronomisch-topographischer Nivellements aus Subprofilen	82
6.4	Verschussverzögerungen aus den Verschusskalibrierungen	91
6.5	Parameter der zälestischen Kalibrierungen	92
6.6	Systematische Abweichungen des Zenitkamarasystems TZK2-D	97
6.7	Zufällige Abweichungen des Zenitkamarasystems TZK2-D	97
6.8	Statistik von Lotabweichungskomponenten auf der Referenzstation	98
6.9	Statistik der Differenzen von Lotabweichungen aus Doppelbeobachtungen	99
6.10	Statistik astronomischer Breitendifferenzen aus den Sternkatalogen UCAC3 und Tycho-2 entlang der Profile	100
6.11	Statistik astronomischer Längendifferenzen aus den Sternkatalogen UCAC3 und Tycho-2 entlang der Profile	101
6.12	Statistik der astrogeodätischen Lotabweichungskomponenten entlang der Profile	103
6.13	Mittelwerte der Reduktionen der astronomischen und ellipsoidischen Breiten sowie der astronomischen Längen auf Beobachtungsstationen entlang der Profile	103
7.1	Erläuterungen zu den Statistiken der Differenzen zwischen astrogeodätischen und gravimetrischen Lotabweichungskomponenten	107
7.2	Statistik der Differenzen zwischen astrogeodätischen und gravimetrischen Lotabweichungskomponenten entlang der Profile	107
7.3	Statistik der Differenzen zwischen astrogeodätischen und verbesserten gravimetrischen Lotabweichungskomponenten entlang der Profile	110
7.4	RMS-Differenzen zwischen astrogeodätischen und verbesserten gravimetrischen Lotabweichungskomponenten für 100 km lange Profilabschnitte	111
7.5	Erläuterungen zu den Statistiken der Differenzen zwischen astrogeodätischen und EGM2008-Lotabweichungskomponenten	114
7.6	Statistik der Differenzen zwischen astrogeodätischen und EGM2008-Lotabweichungskomponenten entlang der Profile	115
7.7	Mittlere Standardabweichungen aus EGM2008 und empirische Schätzwerte aus den Differenzen zwischen astrogeodätischen und EGM2008-Lotabweichungen entlang der Profile	116

7.8	Statistik der Differenzen zwischen astrogeodätischen und EIGEN-6C sowie EGM2008-Lotabweichungskomponenten entlang der Profile	118
7.9	Erläuterungen zu den Statistiken der Differenzen zwischen astrogeodätischen und TIM3-Lotabweichungskomponenten	120
7.10	Statistik der Differenzen zwischen astrogeodätischen und TIM3-Lotabweichungskomponenten entlang der Profile	120
7.11	RMS-Differenzen zwischen astrogeodätischen und aktuellen GPM-Lotabweichungskomponenten entlang der Profile	121
7.12	Empirische Schätzwerte für die Genauigkeiten der GPM-Lotabweichungen	123
7.13	Gegenüberstellung von Genauigkeitsabschätzungen der GPM-Lotabweichungen	124
8.1	Statistik der residualen Lotabweichungskomponenten in Verbindung mit den astronomischen-topographischen Nivellements entlang der Profile	126
8.2	Standardabweichungen der Differenzen benachbarter residualer Lotabweichungskomponenten entlang der Profile	128
8.3	Größenordnungen und Auswirkungen systematischer Abweichungen bei den astronomisch-topographischen Nivellements	130
8.4	Statistik der Differenzen von astronomisch-topographischen Nivellements zweier Subprofile	132
8.5	Statistik der residualen Lotabweichungskomponenten in Verbindung mit der astrogeodätischen Kombinationslösung auf Basis von EGM2008 entlang der Profile	134
8.6	Regionale Parameter des Tscherning-Rapp-Modells	135
8.7	Statistik der Differenzen zwischen astronomisch-topographischen Nivellements und astrogeodätischen Kombinationslösungen entlang der Profile	138
8.8	Statistik der Differenzen zwischen astronomisch-topographischen Nivellements und vorhandenen Schwerefeldlösungen entlang der Profile	140
8.9	Statistik der Differenzen zwischen der astrogeodätischen Kombinationslösung auf Basis von GOCO03S und vorhandenen Schwerefeldlösungen entlang der Profile	142
B.1	Prozessierte Beobachtungen entlang des verdichteten Nord-Süd-Profiles NS 1.1	172
B.2	Prozessierte Beobachtungen entlang des alternativen Nord-Süd-Profiles NS 2.0	176
B.3	Prozessierte Beobachtungen entlang des ursprünglichen West-Ost-Profiles 1.0	181
B.4	Prozessierte Beobachtungen entlang des alternativen West-Ost-Profiles 2.0	184

1 Einleitung

1.1 Motivation und Zielsetzung

Eines der wesentlichen Ziele der Physikalischen Geodäsie ist die (Quasi-)Geoidbestimmung mit einer Genauigkeit¹ von 1 cm oder besser (Sansò und Rummel, 1997). Einerseits erfolgt die Bestimmung des langwelligen Schwerefeldanteils mit einer Genauigkeit von 1 cm und einer räumlichen Auflösung bis zu 100 km mit Hilfe von Satellitenmissionen (CHAMP, GRACE, GOCE). Aufgrund der starken Dämpfung der Schwerefeldsignale in Satellitenhöhe sind andererseits terrestrische Schwerefelddaten zur Erfassung des mittel- und kurzwelligen Schwerefeldanteils mit räumlichen Auflösungen zwischen 100 km und wenigen Kilometern sowie relativen und absoluten Genauigkeitsanforderungen von 0,1 ppm (1 cm/100 km) bzw. 1 cm erforderlich. Aufgrund der hohen Korrelation zwischen der lokalen Topographie und hochfrequenten Schwerefeldvariationen wird der ultrakurzwellige Schwerefeldanteil mit Hilfe von hochauflösenden topographischen Informationen modelliert, sodass das gesamte (Quasi-)Geoidspektrum mit einer Genauigkeit von 1 cm vorliegt.

Die Satellitenmissionen liefern globale Potentialmodelle mit homogener Genauigkeit, wohingegen terrestrische Schwerefeld Datensätze mit entsprechenden Auflösungen und Genauigkeiten nur regional begrenzt vorhanden sind, beispielsweise in Deutschland. Zur Berechnung von regionalen hochauflösenden gravimetrischen Quasigeoidmodellen werden globale Potentialmodelle mit terrestrischen Schwerewerten sowie Informationen aus hochauflösenden digitalen Geländemodellen kombiniert. Zusätzlich erfolgt heutzutage die Kombination mit Globalen Navigationssatellitensystem (GNSS)- und Nivellementdaten. Damit wird zum einen die Auswirkung langwelliger Abweichungen in den terrestrischen Schweredaten reduziert. Zum anderen entstehen dadurch Höhenbezugsflächen, die konsistent mit den ellipsoidischen GNSS-Höhen und den physikalischen Nivellementhöhen sind, wodurch auf das zeitaufwändige und fehlertheoretisch ungünstige Verfahren des geometrischen Nivellements verzichtet werden kann.

Zur Bewertung der Qualität (Validierung) von Schwerefeldmodellen sind unabhängige Schwerefeld Datensätze von entscheidender Bedeutung. Gravimetrische Quasigeoidmodelle werden gewöhnlich anhand von GNSS- und Nivellementdaten validiert. In Deutschland konnten in den letzten Jahren signifikante Genauigkeitssteigerungen durch die Integration globaler GRACE-Potentialmodelle erreicht werden, sodass die RMS-Differenzen etwa 3 cm betragen (Ihde *et al.*, 2008). Außerdem konnten die langwelligen Differenzen wesentlich reduziert werden und betragen 0,1 ppm (1 cm/100 km) und weniger (Denker, 2006). Für Höhenbezugsflächen, die GNSS- und Nivellementdaten enthalten, erfolgen die Validierungen zumeist anhand solcher GNSS- und Nivellementdaten, die nicht in den Modellen enthalten sind. Einerseits liegen diese Datensätze häufig nur in lokal begrenzten Gebieten vor, andererseits sind sie nicht als vollständig unabhängig zu betrachten, beispielsweise aufgrund der hierarchischen Struktur des geometrischen Nivellements. Die absolute Genauigkeit der Höhenbezugsfläche in Deutschland wird aufgrund der durchgeführten Vergleiche mit 1-2 cm angegeben (Liebsch *et al.*, 2006).

Entscheidende Verbesserungen sind von der im Jahre 2009 gestarteten Satellitenmission GOCE zu erwarten, mit der das globale Schwerefeld mit einer Genauigkeit von 1-2 cm in Bezug auf (Quasi-)Geoidhöhen und einer räumlichen Auflösung von 100 km bestimmt werden soll (Pail *et al.*, 2011). Des

¹ Unter der Genauigkeit ist die Annäherung eines Mess- oder Berechnungsergebnisses an seinen wahren oder richtigen Wert zu verstehen. Die Genauigkeit setzt sich aus zwei Arten von Unsicherheiten zusammen, den zufälligen und systematischen Abweichungen, und wird, sofern im Rahmen dieser Arbeit nicht anders angegeben, mit der mittleren quadratischen Abweichung RMS (Root Mean Square) quantifiziert. Detaillierte Beschreibungen zu Genauigkeits- und Unsicherheitsbegriffen sind beispielsweise bei Neumann (2009, 2012) mit Bezug zu den aktuellen Normen DIN 1319, 18709 und 18710 sowie dem internationalen Leitfaden JCGM 100 (BIPM, 2008) zu finden.

Weiteren wurde von Hirt (2004) am Institut für Erdmessung (IfE) der Leibniz Universität Hannover das transportable, digitale Zenitkamasystem TZK2-D entwickelt, mit dem die genaue und effiziente Bestimmung der astronomischen Koordinaten zur Festlegung der aktuellen Lotrichtung realisiert wird. In Verbindung mit ellipsoidischen Koordinaten aus satellitengestützter Positionierung werden dann astrogeodätische Lotabweichungen bestimmt. Auf Grundlage der Ergebnisse lokaler profilhafter Schwerefeldvalidierungen wird ein Genauigkeitspotenzial von 0,5-1 mm/10 km (0,05-0,1 ppm) für die astrogeodätische Quasigeoidbestimmung bei entsprechend dichten Abständen der Beobachtungsstationen angegeben (Hirt und Flury, 2008).

Im Hinblick auf die hochauflösende Schwerefeldbestimmung ergeben sich zwei wesentliche Fragestellungen, die im Rahmen der vorliegenden Arbeit anhand von astrogeodätischen Lotabweichungen zu beantworten sind. Hinsichtlich des langwelligigen Schwerefeldanteils ist die Qualität der globalen GOCE-Potentialmodelle unter Beachtung der Zielgenauigkeit zu beurteilen und deren Einfluss auf die hochauflösende Quasigeoidbestimmung in Deutschland zu untersuchen. Hinsichtlich des mittel- und kurzwelligen Schwerefeldanteils ist die Qualität der GNSS- und Nivellementdaten und der gravimetrischen Quasigeoidmodelle in Deutschland unter Beachtung der dargestellten Differenzen zu analysieren. Diese Untersuchungen ermöglichen Aussagen zum Genauigkeitsniveau der aktuellen Höhenbezugsfläche in Deutschland.

Zur Bearbeitung dieser Fragestellungen wird ein in Bezug auf Genauigkeit, Ausdehnung und Auflösung weltweit bislang einzigartiger Datensatz von astrogeodätischen Lotabweichungen erstellt. Der wesentliche Vorteil der astrogeodätischen Lotabweichungen liegt in der vollständigen Unabhängigkeit von allen anderen Verfahren zur Schwerefeldbestimmung. Dieser Datensatz kann auch zukünftig neben den bereits existierenden terrestrischen Schwerefeld Datensätzen aus Gravimetrie sowie GNSS- und Nivellement in Deutschland im Rahmen der Schwerefeldvalidierung eingesetzt werden. Zudem sind von der Beobachtung der Richtung (anstelle des Betrages) des aktuellen Schwerevektors an der Erdoberfläche komplementäre Informationen zu erwarten.

Beim Verfahren des astronomischen Nivellements, mit dem die profilhafte Quasigeoidbestimmung mit astrogeodätischen Lotabweichungen realisiert wird, ist die enge Verknüpfung zwischen den Parametern Genauigkeit, Ausdehnung und Auflösung zu berücksichtigen. Die Genauigkeit der mit dem Zenitkamasystem bestimmten astrogeodätischen Lotabweichungen wird mit $0,08''$ angegeben (Hirt und Seeber, 2008; Hirt *et al.*, 2010b). Bislang existieren jedoch nur vereinzelt unabhängige Vergleiche zur Bestimmung der Genauigkeit. Im Rahmen dieser Arbeit wird ein umfassender Vergleich aller astrogeodätischen Lotabweichungen anhand von Lotabweichungen durchgeführt, die aus einem gravimetrischen Quasigeoidmodell bestimmt werden. Zur durchgreifenden Analyse von globalen GOCE-Potentialmodellen hat der Datensatz eine Ausdehnung von mehreren 100 km. Somit stellt die Auflösung, also der Abstand der Beobachtungsstationen, den entscheidenden genauigkeitsbeeinflussenden Parameter dar, der aus Gründen der Wirtschaftlichkeit nicht beliebig klein gewählt werden kann. Unter Beachtung der Zielgenauigkeit der GOCE-Mission sowie der auftretenden Differenzen im Bereich der Quasigeoidmodellierung in Deutschland wird für das astronomische Nivellement eine Genauigkeit von 1 cm/100 km RMS angestrebt. Nach Anwendung des Varianzfortpflanzungsgesetzes unter Annahme unkorrelierter Beobachtungen wird diese Genauigkeit mit 16 Stationsbeobachtungen in einem Abstand von 6-7 km erreicht. Eine empirische Untersuchung auf Basis von extrapolierten lokalen Daten in den Alpen kommt zu einem notwendigen Stationsabstand von 2-3 km (Hirt und Flury, 2008).

Im Hinblick auf das astronomische Nivellement über mehrere 100 km ist die Analyse möglicher systematischer Abweichungen in den Beobachtungen und in der Modellbildung dringend notwendig. Die systematischen Abweichungen sollten, sofern nicht vollständig zu eliminieren, zumindest eine Größenordnung unterhalb der zufälligen Abweichungen liegen. Entsprechend der Zielgenauigkeit ergeben sich damit Vorgaben von 1 mm/100 km bzw. nach Anwendung der Bogenformel $0,002'' = 2 \text{ mas}$ (Millibogensekunden) beim astronomischen Nivellement. Die Identifikation und die geeignete Reduktion systematischer Abweichungen nehmen im Rahmen dieser Arbeit eine zentrale Rolle ein. Gegenüber den existierenden Arbeiten zur lokalen astrogeodätischen Quasigeoidbestimmung wird eine umfassende Modellanalyse und -erweiterung hinsichtlich zugrunde liegender Approximationen und Inkonsistenzen

bei der regionalen astrogeodätischen Schwerefeldmodellierung vorgenommen.

Anhand des umfangreichen Vergleiches von astrogeodätischen und gravimetrischen Lotabweichungen kann davon ausgegangen werden, dass keine grob fehlerhaften astrogeodätischen Beobachtungen enthalten sind. Durch die verbesserte astrogeodätische Schwerefeldmodellierung werden die enthaltenen systematischen Abweichungen weitgehend reduziert, sodass die astrogeodätischen Lotabweichungen im Wesentlichen zufällige Abweichungen enthalten. Die Kontrolle des kritischen langwelligen Anteils des astronomischen Nivellements erfolgt anhand von Kombinationslösungen aus astrogeodätischen Lotabweichungen und globalen Potentialmodellen aus der Kollokation nach kleinsten Quadraten, die über Entfernungen von mehreren 100 km bessere langwellige Eigenschaften haben. Durch die Integration globaler GOCE- und GRACE-Potentialmodelle werden darüber hinaus Aussagen über den Einfluss von GOCE im Rahmen der regionalen hochauflösenden Quasigeoidbestimmung ermöglicht. Mit den astrogeodätischen Kombinationslösungen auf der Basis von GOCE-Modellen können wiederum vollständig unabhängige Vergleiche mit GNSS- und Nivellementdaten sowie mit gravimetrischen Quasigeoidmodellen auf der Basis von GRACE-Modellen durchgeführt werden.

1.2 Stand der Forschung

Die Geodätische Astronomie machte durch die Charge-Coupled Device (CCD)-Technologie zu Beginn der 2000er Jahre entscheidende Fortschritte (Hirt und Bürki, 2006). Die beiden baugleichen analogen Zenitkamarasysteme TZK2 (Wissel, 1982) und TZK3 wurden in enger Kooperation zwischen dem IfE und dem Geodäsie und Geodynamik Labor (GGL) der ETH Zürich zu den digitalen transportablen Zenitkamarasystemen TZK2-D (Hirt, 2004) und DIADEM (Bürki *et al.*, 2005) entwickelt. In den Folgejahren bis 2006 erfolgte am IfE die Weiterentwicklung bis zum aktuellen Zustand mit einem vollständig automatisierten Messablauf (Hirt und Seeber, 2008). In Somieski (2008) ist die Weiterentwicklung des DIADEM ausführlich dokumentiert. Die Genauigkeit der astrogeodätischen Lotabweichungen wird für den Mittelwert aus 50 Einzelbestimmungen über einen Beobachtungszeitraum von etwa 20 Minuten mit $0,08''$ angegeben (Hirt und Seeber, 2008; Hirt *et al.*, 2010b). Durch längere Beobachtungszeiten werden Genauigkeitssteigerungen bis hin zu $0,05''$ genannt (Hirt und Seeber, 2008; Somieski, 2008). Die Bestrebungen zur Entwicklung vergleichbarer Zenitkamarasysteme sind in zahlreichen Ländern vorhanden. In diesem Zusammenhang sind die Arbeiten in Polen an der AGH Krakau (Kudryś, 2009) sowie in Österreich an der TU Wien (Gerstbach und Pichler, 2003) und in der Türkei an der Boğaziçi Üniversitesi Istanbul (Halicioğlu *et al.*, 2011) zu erwähnen. Bisher liegen jedoch keine zufriedenstellenden Ergebnisse vor, sodass TZK2-D und DIADEM die einzigen beiden Zenitkamarasysteme mit dem angegebenen Genauigkeitspotenzial sind. Neben den Zenitkamarasystemen wurden zur automatischen und genauen Bestimmung von astronomischen Koordinaten nach der Standlinienmethode (Torge, 2003) in den letzten Jahren Aufsatzsysteme für aktuelle Totalstationen entwickelt, die aus einem CCD-Sensor und einem Globalen Positionierungssystem (GPS)-Empfänger sowie einer astronomischen Auswertesoftware bestehen. Als Beispiele sind die Systeme ICARUS (Bürki und Guillaume, 2010, ohne CCD-Sensor) und DAEDALUS (Bürki *et al.*, 2010) der ETH Zürich sowie das System MAAS-1 der VUT Brno in Tschechien (Machotka *et al.*, 2013) mit Genauigkeiten von $0,2-0,3''$ zu nennen. Gegenüber den Zenitkamarasystemen besitzen diese Instrumente ein geringeres Genauigkeitsniveau, zeichnen sich jedoch durch die wesentlich geringeren Anschaffungskosten und die leichte Handhabung aus, was zu einer weiten Verbreitung der Systeme führen könnte.

Während astrogeodätische Lotabweichungen bis in die 1980er Jahre die primäre Beobachtungsgröße im Rahmen der regionalen flächenhaften Schwerefeldbestimmung darstellten, so werden sie gegenwärtig in Ergänzung zu den gravimetrischen Beobachtungen sowie GNSS- und Nivellementdaten eingesetzt. Die Bestimmung der Richtung des aktuellen Schwerevektors liefert wertvolle zusätzliche Schwerefeldinformationen und trägt insbesondere im Hochgebirge zur Klärung auftretender Differenzen zwischen den anderen Beobachtungstechniken (Gravimetrie und GNSS-Nivellement) bei. In diesem Zusammenhang sind die Geoidmodelle Österreichs und der Schweiz zu nennen. Die offizielle österreichische Geoidlö-

sung 2008 (Pail *et al.*, 2008, 2009) basiert auf der Kombination eines globalen Potentialmodells auf der Basis von GRACE-Daten, terrestrischen Schwereanomalien, GNSS- und Nivellementdaten sowie einem hochauflösenden digitalen Geländemodell. Zusätzlich sind 672 astrogeodätische Lotabweichungen enthalten, die zum größten Teil bis zum Jahre 1982 mit Genauigkeiten von $0,8-1,0''$ beobachtet wurden (Pail *et al.*, 2008). Zur Verdichtung der räumlichen Auflösung und zur Detektion grob fehlerhafter Beobachtungen wurden im Jahre 2006 astrogeodätische Lotabweichungen auf 15 Stationen mit dem System ICARUS bestimmt. Die absolute Genauigkeit des aktuellen Geoidmodells wird mit 2-3 cm über ganz Österreich angegeben (Pail *et al.*, 2009). Das aktuelle Geoidmodell der Schweiz CHGeo2004 (Marti und Schlatter, 2005) enthält neben terrestrischen Schwerewerten, GNSS- und Nivellementdaten sowie einem hochauflösenden digitalen Geländemodell ebenfalls astrogeodätische Lotabweichungen auf etwa 690 Stationen mit Genauigkeiten von zumeist etwa $0,5''$. Davon wurden astrogeodätische Lotabweichungen auf 65 Stationen mit den beiden digitalen Zenitkamarasystemen TZK2-D und DIADEM im Jahre 2003 mit einer Genauigkeit von etwa $0,1''$ beobachtet (Hirt, 2004). Die Genauigkeit der Transformation zwischen ellipsoidischen Höhen aus GNSS-Beobachtungen und orthometrischen Höhen des nationalen Höhenbezugssystems wird mit besser als 1 cm angegeben (Marti und Schlatter, 2005). Weitere Einsätze des Systems DIADEM im Rahmen der regionalen Schwerefeldbestimmung erfolgten im Jahre 2004 in Portugal sowie im Jahre 2006 in Griechenland. Diese sind ausführlich bei Somieski (2008) dokumentiert. Bei der hochauflösenden Geoidberechnung in Österreich und der Schweiz wird das Verfahren der Kollokation nach kleinsten Quadraten zur Kombination der Datensätze entsprechend ihren Genauigkeiten eingesetzt. Umfangreiche Darstellungen zum Berechnungsverfahren sind bei Sünkel *et al.* (1987), Pail *et al.* (2008) und Pail *et al.* (2010b) für Österreich sowie bei Marti (1997) für die Schweiz zu finden. Die Kollokation nach kleinsten Quadraten wurde durch Krarup (1969) und Moritz (1970) in die Physikalische Geodäsie eingeführt. Eine ausführliche Abhandlung ist in Moritz (1980) gegeben. In Deutschland wurde die Kollokation bei der Schwerefeldbestimmung aus globalen Potentialmodellen, gravimetrischen und astrogeodätischen Daten z.B. in Norddeutschland bei Denker (1988) und Grote (1996) eingesetzt. Aufgrund des sehr hohen Rechenzeitbedarfs wurde die Kollokation im Hinblick auf die hochauflösende nationale Quasigeoidbestimmung durch das effizientere Verfahren der spektralen Kombination verdrängt (Denker, 1988).

Bei der linienhaften (Quasi-)Geoidbestimmung aus astrogeodätischen Lotabweichungen sind ausschließlich Beobachtungen entlang des zu bestimmenden Profils notwendig. Der Übergang von Lotabweichungen auf (Quasi-)Geoidhöhen wird mit dem Verfahren des astronomischen Nivellements realisiert, das bereits von Helmert (1901) eingeführt wurde. Zur Verbesserung der Interpolationsgenauigkeit zwischen den mehrere Kilometer voneinander entfernten Beobachtungsstationen wurde das Verfahren einerseits zum astronomisch-gravimetrischen Nivellement (Molodenskii *et al.*, 1962; Campbell, 1971) erweitert, bei dem Lotabweichungen aus gravimetrischen Beobachtungen einbezogen werden. Andererseits werden topographische Lotabweichungen aus Geländemodellen benutzt, wodurch sich das astronomisch-topographische Nivellement ergibt. Eine Kombination beider Erweiterungen zum astrogravimetrisch-topographischen Nivellement wurde von Boedecker (1976) eingeführt. Untersuchungen zur Interpolationsgenauigkeit mit topographischen Informationen aus digitalen Geländemodellen sind z.B. bei Heitz (1968), Elmiger (1969) sowie Bosch und Wolf (1974) zu finden. Die Interpolation mit gravimetrischen Lotabweichungen wird im Rahmen dieser Arbeit nicht weiter verfolgt, um die vollständige Unabhängigkeit der astronomischen Quasigeoidbestimmung zu erhalten. Im Zusammenhang mit der hochgenauen lokalen 1D Schwerefeldbestimmung ergeben sich für die digitalen Zenitkamarasysteme zahlreiche geeignete Einsatzgebiete. Im Rahmen der Ingenieurvermessung ist die Bestimmung lokaler Präzisionsnetze zur Einhaltung vorgegebener Messgenauigkeiten von entscheidender Bedeutung. Dabei stellen systematische Verfälschungen schwerefeldbezogener Beobachtungen durch lokale Schwerefeldvariationen eine kritische Unsicherheitsquelle dar. In diesem Zusammenhang wurden die beiden Systeme TZK2-D und DIADEM gemeinsam im Rahmen des Projektes AlpTransit am Gotthard-Basistunnel über eine Länge von 57 km eingesetzt (Bürki und Guillaume, 2010). Im Hinblick auf den Einsatz der Zenitkamarasysteme in der Industrievermessung, beispielsweise für Teilchenbeschleuniger, wurden von Hirt (2009) umfangreiche empirische Untersuchungen durchgeführt. Entlang eines 7 km langen Profils

am Mittellandkanal wurden mit der TZK2-D astrogeodätische Lotabweichungen auf etwa 140 doppelt beobachteten Stationen im Abstand von 50 m bestimmt. Dabei ergab sich ein Genauigkeitspotenzial von 0,1 mm/1 km für das astronomische Nivellement. Das DIADEM soll bei der hochgenauen Schwerefeldbestimmung für den Teilchenbeschleuniger CLIC (Compact Linear Collider) der Europäischen Organisation für Kernforschung CERN eingesetzt werden. Zur Untersuchung der erreichbaren Genauigkeiten wurde eine Testkampagne über einem 850 m langen Tunnel mit Beobachtungen in Abständen von 10 m durchgeführt, wobei die erreichbaren Genauigkeiten im Bereich von unter 0,03 mm/200 m lagen (Guillaume *et al.*, 2011). Ein Anwendungsschwerpunkt der TZK2-D war die unabhängige lokale 1D Validierung von GNSS- und Nivellementdaten sowie von Quasigeoidmodellen. Die astrogeodätischen Beobachtungen am Mittellandkanal wurden in Verbindung mit geometrischen Präzisionsnivellements zur Validierung von ellipsoidischen Höhendifferenzen aus GNSS-Messungen benutzt (Hirt *et al.*, 2011b). Dabei zeigten sich Differenzen im Bereich weniger Millimeter. Da bei der hochauflösenden Quasigeoidbestimmung in Deutschland heutzutage keine astrogeodätischen Daten mehr integriert sind, ergibt sich die Möglichkeit einer vollständig unabhängigen Validierung durch astrogeodätische Lotabweichungen. Im Estergebirge wurden astrogeodätische Beobachtungen auf etwa 100 Stationen im durchschnittlichen Abstand von etwa 200 m entlang eines lokalen Profils über eine Länge von etwa 20 km mit der TZK2-D bestimmt (Hirt und Flury, 2008; Hirt *et al.*, 2007). Die RMS-Differenzen gegenüber den GNSS- und Nivellementdaten sowie der nationalen Höhenbezugsfläche GCG05 (German Combined QuasiGeoid 2005; Liebsch *et al.*, 2006) lagen bei 1,0 cm bzw. 0,8 cm. Ein weiteres lokales Profil wurde im Harz beobachtet. Dort wurden auf einer Länge von etwa 60 km insgesamt 114 Beobachtungsstationen im durchschnittlichen Abstand von 500-600 m (Hirt *et al.*, 2008) besetzt. Die RMS-Differenzen gegenüber dem GCG05 betrugen 0,3 cm. Das angegebene Genauigkeitspotenzial der astrogeodätischen Schwerefeldbestimmung von 0,1 mm/1 km (Hirt, 2009) bzw. 0,5-1 mm/10 km (Hirt und Flury, 2008) bezieht sich auf interne Vergleiche, konnte jedoch aufgrund der schlechteren Qualität der externen Datensätze nicht vollständig nachgewiesen werden. Im Hinblick auf systematische Abweichungen, die die astrogeodätischen Beobachtungen beeinflussen, wurden die Einflüsse durch die Zenitrefraktion (Hirt, 2006) und die Sternkataloge (Hirt und Flury, 2008; Hirt *et al.*, 2008) untersucht. Eine umfassende Analyse hinsichtlich Approximationen und Inkonsistenzen bei der astrogeodätischen Schwerefeldmodellierung fehlt bislang, obwohl systematische Abweichungen in der Größenordnung von ≥ 2 mas (0,1 mm/10 km) bei sehr hohen Genauigkeitsanforderungen, z.B. für die Vermessung von Teilchenbeschleunigern, berücksichtigt werden sollten.

Im Rahmen dieser Arbeit wird mit dem TZK2-D erstmalig ein digitales Zenitkamerasystem zur Beobachtung astrogeodätischer Lotabweichungen entlang regionaler Profile über mehrere 100 km eingesetzt. Die sehr geringen Stationsabstände bis 50 m bei den genannten lokalen Projekten dienen zur Untersuchung der Genauigkeitspotenziale und sind weder notwendig (Hirt *et al.*, 2011b) noch realisierbar über mehrere 100 km. Die Stationsabstände können mit Hilfe interpolierter topographischer Informationen in rauhem Gelände vergrößert werden (Hirt *et al.*, 2011b; Hirt und Flury, 2008). Bisherige eigene Arbeiten zur regionalen astrogeodätischen Validierung von GNSS- und Nivellementdaten sowie Quasigeoidmodellen in Deutschland sind bei Voigt *et al.* (2009) und Ihde *et al.* (2010) dargestellt. Auf Grundlage der bisherigen astrogeodätischen Quasigeoidmodellierung zeigten sich Differenzen mit Standardabweichungen von 2-4 cm. Zusätzlich traten jedoch systematische Differenzen von zum Teil mehreren Zentimetern auf wenigen 100 km auf. In der Schweiz existieren zwei klassische regionale Profile. In Nord-Süd-Richtung wurde das Meridianprofil St. Gotthard bestimmt (Hunziker, 1932; Niethammer, 1939). In West-Ost-Richtung ist das Parallelprofil Zürich (Engi und Hunziker, 1944) mit einer südlichen Verlängerung (Engi und Hunziker, 1951) vorhanden. Dabei wurden astrogeodätische Lotabweichungen auf 54 bzw. 44 Stationen über Längen von jeweils etwa 200 km beobachtet. Eine Übersicht über diese regionalen Profile ist bei Kobold (1957) zu finden. Mittlerweile existiert ein vergleichbares US-amerikanisches Projekt, im Rahmen dessen die Genauigkeitspotenziale verschiedener terrestrischer Beobachtungstechniken zur Schwerefeldbestimmung im Hinblick auf die Geoidbestimmung mit einer angestrebten Genauigkeit von 1 cm untersucht werden (Smith *et al.*, 2011). Entlang eines 325 km langen Profils in einer Region mit bestmöglichen äußeren Bedingungen konnten im Oktober 2011 in

Abständen von 1,5 km auf insgesamt 218 Stationen astrogeodätische Lotabweichungen mit DIADEM bestimmt werden.

Zur Validierung globaler Potentialmodelle anhand von astrogeodätischen Lotabweichungen existieren umfangreiche Untersuchungen. Die astrogeodätischen Lotabweichungen aus den beschriebenen Messprojekten in Deutschland, Schweiz, Portugal und Griechenland wurden zur Validierung des ultrahochoflösenden globalen Potentialmodells EGM2008 (Earth Gravitational Model 2008; Pavlis *et al.*, 2012) eingesetzt (Hirt *et al.*, 2010a). Astrogeodätische Validierungen der ersten globalen GOCE-Potentialmodelle wurden im Rahmen von Hirt *et al.* (2011a) durchgeführt. Bisherige eigene Arbeiten zur astrogeodätischen Validierung globaler Potentialmodelle, insbesondere der aktuellen GOCE-Potentialmodelle, sind bei Voigt *et al.* (2010) sowie Voigt und Denker (2011, 2013a,b) zu finden. Weitere Arbeiten existieren auch in anderen Ländern. Bei Jekeli (1999) sind Vergleiche zwischen astrogeodätischen Lotabweichungen in den USA und dem globalen Potentialmodell EGM96 (Lemoine *et al.*, 1998) dargestellt. Insbesondere wurden hier systematische Differenzen aufgrund von Approximationen und Inkonsistenzen im Rahmen des Vergleiches analysiert, wodurch sich eine wichtige Motivation für diese Arbeit ergab. Daneben liegen astrogeodätische Validierungen aktueller globaler Potentialmodelle z.B. in Australien und Neuseeland vor (Amos und Featherstone, 2003). Die überwiegende Anzahl der lokalen und regionalen Validierungen von globalen Potentialmodellen, insbesondere des EGM2008 sowie aktueller GOCE-Modelle, wird jedoch auf Basis von terrestrischen Schweredaten und/oder (Quasi-)Geoidhöhen durchgeführt (Newton's Bulletin, 2009; Gruber *et al.*, 2011), da weltweit keine astrogeodätischen Datensätze vorliegen, die die hohen Anforderungen an eine durchgreifende Validierung erfüllen.

1.3 Gliederung der Arbeit

In den Kapiteln 2 bis 5 sind die theoretischen Grundlagen zur astrogeodätischen Schwerefeldbestimmung dargestellt. Anhand von exakten Bildungsvorschriften werden die üblicherweise verwendeten Approximationen und Inkonsistenzen unter Beachtung der Zielgenauigkeit von 1 cm/100 km RMS für das astronomische Nivellement analysiert und erweiterte Zusammenhänge eingeführt, falls die systematischen Abweichungen 1 mm/100 km (2 mas) überschreiten. In Kapitel 2 werden die Bezugssysteme und deren Transformationen beschrieben, die im Rahmen der astrogeodätischen Schwerefeldbestimmung benötigt werden. Kapitel 3 behandelt die grundlegenden Zusammenhänge der Schwerefeldmodellierung. Dabei werden insbesondere die in der Literatur üblichen Approximationen bei der Bildung der Lotabweichungen auf deren Gültigkeit untersucht. Kapitel 4 beschreibt die vorhandenen Schwerefelddaten, die bei der Validierung und Kombination mit astrogeodätischen Lotabweichungen eingesetzt werden. In Kapitel 5 werden die im Rahmen der konsistenten astrogeodätischen Schwerefeldbestimmung notwendigen Reduktionen der Lotabweichungen dargestellt, bevor der Übergang auf Quasigeoidhöhen mit Hilfe des astronomischen bzw. astronomisch-topographischen Nivellements und der Kollokation nach kleinsten Quadraten erfolgt.

Die Kapitel 6 bis 8 behandeln die praktische astrogeodätische Schwerefeldbestimmung auf Grundlage der im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Beobachtungen. In Kapitel 6 ist die Beobachtung der astronomischen Koordinaten der Lotrichtungen mit dem Zenitkameranystem TZK2-D und der ellipsoidischen Koordinaten aus GNSS-Beobachtungen im Rahmen der durchgeführten Messkampagnen in den Jahren 2006-2010 beschrieben. In Kapitel 7 sind Vergleiche zwischen den astrogeodätischen und gravimetrischen Lotabweichungen sowie Lotabweichungen aus aktuellen globalen Potentialmodellen dargestellt. In Kapitel 8 erfolgt der Übergang von den astrogeodätischen Lotabweichungen auf Quasigeoidhöhen mit dem astronomisch-topographischen Nivellement und mit der Kollokation nach kleinsten Quadraten, die den vorhandenen Schwerefeldlösungen in Deutschland gegenübergestellt werden. Abschließend wird in Kapitel 9 eine Zusammenfassung der durchgeführten Arbeiten und erzielten Ergebnisse sowie ein Ausblick für zukünftige Arbeiten gegeben.

2 Bezugssysteme

Die im Rahmen der astrogeodätischen Schwerefeldbestimmung erforderlichen Bezugssysteme sind Gegenstand dieses Kapitels. Nach der Einführung der zälestischen Bezugssysteme in Abschnitt 2.1, in denen die zur astronomischen Ortsbestimmung benötigten Sternörter festgelegt sind, werden die terrestrischen Bezugssysteme in Abschnitt 2.2 beschrieben, auf die sich die im Zeitraum von 2006 bis 2010 bestimmten astronomischen Koordinaten zur Festlegung der aktuellen Lotrichtung beziehen. Zudem wird die zentrale Transformation vom zälestischen in das terrestrische Bezugssystem (Abschnitt 2.3) erläutert. Daneben werden die regionalen Bezugssysteme in Europa und Deutschland beschrieben (Abschnitt 2.4), die insbesondere hinsichtlich der Festlegung der ellipsoidischen Koordinaten aus GNSS-Beobachtungen und den Vergleichen mit vorhandenen Schwerefeldlösungen in Kapitel 8 von Bedeutung sind. Abschließend erfolgt in Abschnitt 2.5 die Darstellung der verschiedenen lokalen Bezugssysteme, die den zu bildenden Lotabweichungskomponenten zugrunde liegen.

Das generelle Ziel dieses Kapitels besteht in der Darstellung der notwendigen Grundlagen, auf die in den folgenden Kapiteln aufgebaut wird. Speziell ergibt sich im Hinblick auf die beobachteten astronomischen und ellipsoidischen Koordinaten die wesentliche Aufgabe, diese den entsprechenden Bezugssystemen zuzuordnen und in ein einheitliches Bezugssystem zu überführen. Im Rahmen der in Abschnitt 1.2 dargestellten bisherigen Arbeiten wurde die Konsistenz der Bezugssysteme bei der Bildung der astrogeodätischen Lotabweichungen nicht näher untersucht.

Die Bereitstellung zälestischer und terrestrischer Bezugssysteme fällt in den Aufgabenbereich des Internationalen Erdrotationsdienstes IERS (International Earth Rotation and Reference Systems Service). Dabei wird grundsätzlich unterschieden zwischen dem Bezugssystem, das die Systemdefinition, also die Ursprungs- und Achsenfestlegung sowie Konventionen, enthält, und dem Bezugsrahmen, der die Realisierung des Bezugssystems darstellt und aus Positionen und Geschwindigkeiten von Beobachtungsstationen oder Himmelsobjekten besteht. Das Internationale Zälestische Bezugssystem ICRS und dessen Realisierung ICRF (International Celestial Reference System and Frame) sowie das Internationale Terrestrische Bezugssystem ITRS und dessen Realisierung ITRF (International Terrestrial Reference System and Frame) unterliegen gemeinsam mit der Transformation zwischen ITRS und ICRS dem IERS und sind ausführlich in dessen Konventionen IERS (2010, 2004) und McCarthy (1996) dargestellt, auf die sich wesentliche Teile der Abschnitte 2.1-2.3 beziehen.

2.1 Zälestische Bezugssysteme

Das ICRS stellt entsprechend den Resolutionen der Internationalen Astronomischen Union IAU (International Astronomical Union) seit dem 1. Januar 1998 das konventionelle raumfeste Bezugssystem dar (IERS, 2010, S. 21ff). Die kinematische Definition des Systems basiert auf den Positionen von extragalaktischen Objekten (zumeist Quasaren), die mit Hilfe der Radiointerferometrie auf sehr langen Basislinien VLBI (Very Long Baseline Interferometry) bestimmt werden. Damit wurde das auf optischen Beobachtungen zu Sternen beruhende stellare System des Fundamentalkataloges FK5 ersetzt. Aufgrund der sehr großen Entfernungen der Radioquellen treten keine zu beobachtenden Eigenbewegungen auf, sodass das System als nahezu inertial (raumfest) angesehen werden kann. Der Ursprung des ICRS liegt im Baryzentrum des Sonnensystems. Die Achsen werden per Konventionen so festgelegt, dass sie mit denen des FK5 zur Epoche J2000,0 übereinstimmen, um die konsistente Fortführung früherer Systemdefinitionen zu gewährleisten. So liegen der konventionelle ICRS-Referenzpol CRP (Conventional Reference Pole) und der Rektaszensionsnullpunkt in der Nähe des mittleren Pols bzw. des Äquinoktiums (Frühlingspunktes) zur Epoche J2000,0 im Rahmen der Genauigkeit des FK5 mit etwa

50 mas bzw. 80 mas. Während die erste Realisierung ICRF1 aus etwa 212 definierenden Radioquellen bestand und die Positionen von insgesamt etwa 600 Radioquellen beinhaltete, wird die nach einer IAU-Resolution zum 1. Januar 2010 eingeführte aktuelle Realisierung ICRF2 aus 295 Radioquellen definiert und enthält die Positionen von über 3000 Radioquellen. Neben der Anzahl enthaltener Radioquellen konnte auch die Genauigkeit der Positionen um den Faktor 5 gesteigert werden und liegt nun bei etwa 0,04 mas.

Für die meisten astronomischen Anwendungen können die Radioquellen als praktischer Zugang zum ICRS nicht verwendet werden. Daher existiert neben dem ICRF eine zusätzliche optische Realisierung. Als solche wurde der FK5 ebenfalls zum 1. Januar 1998 durch den wesentlich genaueren Sternkatalog der astrometrischen ESA-Satellitenmission Hipparcos (1989-1993) ersetzt, der die Positionen von etwa 118.000 Sternen enthält. Aufgrund der kurzen Missionsdauer von weniger als 4 Jahren sind die Eigenbewegungen zu einigen Sternen nur unzuverlässig bestimmt, sodass eine Untermenge von etwa 100.000 Sternen als Hipparcos Celestial Reference Frame HCRF die primäre optische Realisierung des ICRS bildet. Enthalten sind darin die Positionen der Sterne zur Epoche 1991,25 sowie Eigenbewegungen, Parallaxen und Magnituden. Die Genauigkeiten werden mit etwa 0,7 mas für die Positionen zur Referenzepoche und etwa 0,8 mas/Jahr für die Eigenbewegungen angegeben (IERS, 2010, S. 23-24). Die Anpassung an den ICRF erfolgte mit einer gegenüber dem FK5 deutlich verbesserten Genauigkeit von etwa 0,6 mas und einer residualen Rotation von 0,25 mas/Jahr. Aufgrund der begrenzten Genauigkeit der Eigenbewegungen verringert sich die Genauigkeit der Sternpositionen jedoch mit der Zeit. Weitere deutliche Verbesserungen hinsichtlich der Realisierung des raumfesten Bezugssystems werden von der für das Jahr 2013 (Stand November 2012) geplanten astrometrischen ESA-Satellitenmission Gaia hinsichtlich Genauigkeit (Faktor 40) und Sternanzahl (1 Milliarde) erwartet (ESA, 2011).

Mit einer räumlichen Dichte von 3 Sternen pro Quadratgrad und einer begrenzenden Tiefe von Magnitude 7,2 ist der HCRF für viele Anwendungen allein nicht ausreichend (Urban, 2003). Daher erfolgen auf seiner Grundlage weitere Verdichtungen mit Sternkatalogen. In diesem Zusammenhang ist zunächst der Katalog Tycho-2 (Høg *et al.*, 2000) mit über 2,5 Mio Sternen zu erwähnen, der seinerseits wiederum die Referenz für weitere Verdichtungen bildet. In IERS (2010, S. 24) sind verschiedene aktuelle Sternkataloge genannt. Davon sind insbesondere die Sternkataloge aus dem Projekt US Naval Observatory CCD Astrograph Catalog (UCAC; Zacharias *et al.*, 2010) zu nennen. Der mehrstufige Ansatz zur Steigerung der Sterndichte hat zur Folge, dass sich systematische Abweichungen, z.B. in Tycho-2, in die endgültigen Sternkataloge fortpflanzen (Urban, 2003). Diese hierarchische Struktur wird mit Gaia vollständig überwunden. In Abschnitt 6.3.2 werden die Sternkataloge Tycho-2 und UCAC3 als Basis für die astronomische Ortsbestimmung mit dem Zenitkameranystem behandelt.

Die Positionen der Sterne in den genannten Sternkatalogen werden mit Hilfe von astronomischen

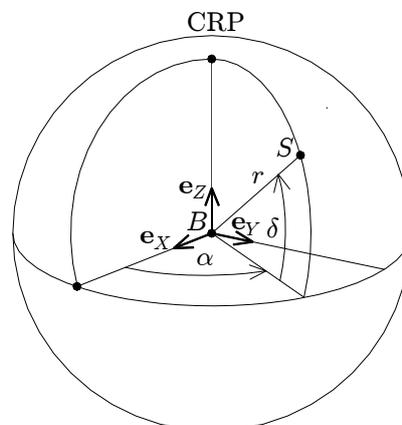


Abbildung 2.1. Baryzentrisches zälestisches Bezugssystem mit astronomischen Äquatorkoordinaten

Äquatorkoordinaten (Abbildung 2.1) bezüglich des ICRS in der Realisierung HCRF zur Epoche J2000,0 angegeben. Dabei stellt die Rektaszension α den Winkel zwischen den Ebenen der Stundenkreise durch den Rektaszensionsnullpunkt (Achse \mathbf{e}_X) und durch den Stern S dar. Als Deklination δ wird der Winkel zwischen der Äquatorebene $\mathbf{e}_X\mathbf{e}_Y$ und der Verbindungslinie $B - S$ bezeichnet. Damit lauten die kartesischen Koordinaten eines Sterns im ICRS nach Torge (2003, S. 25)

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = r \begin{pmatrix} \cos \alpha \cos \delta \\ \sin \alpha \cos \delta \\ \sin \delta \end{pmatrix}, \quad (2.1)$$

wobei die Entfernung r in der Geodätischen Astronomie im Allgemeinen nicht von Bedeutung ist. Für den Übergang vom ICRS mit dem Baryzentrum als Ursprung in das geozentrische zälestische Bezugssystem GCRS (Geocentric Celestial Reference System; IERS, 2010, S. 43) sind an die ICRS-Sternörter die Eigenbewegungen, die Effekte der jährlichen Parallaxe sowie die relativistische Lichtablenkung und die Effekte der jährlichen Aberration anzubringen. Das GCRS bildet das Ausgangssystem für die in Abschnitt 2.3 dargestellte Transformation. Die entsprechende Reduktion der Sternpositionen im Rahmen der astronomischen Ortsbestimmung mit dem Zenitkamarasystem ist in Abschnitt 6.3.2 beschrieben.

2.2 Terrestrische Bezugssysteme

Den nahezu raumfesten zälestischen Bezugssystemen stehen die erdfesten terrestrischen Bezugssysteme gegenüber, die sich wiederum in globale (geozentrische), regionale und lokale (topozentrische) Bezugssysteme unterteilen lassen. Terrestrische Bezugssysteme werden zur Beschreibung von Positionen und Bewegungen von Stationen verwendet, die fest mit der Erdoberfläche verbunden sind und an der Erdrotation teilnehmen.

2.2.1 Internationales Terrestrisches Bezugssystem

Das ITRS stellt das konventionelle terrestrische Bezugssystem dar, das zuletzt im Jahre 2007 per Resolution von der Internationalen Union für Geodäsie und Geophysik IUGG (International Union of Geodesy and Geophysics) übernommen wurde (IERS, 2010, S. 31). Es wird mit Hilfe von Definitionen und Konventionen auf eine bestimmte Referenzepoche bezogen. Hierfür müssen die zeitvariablen Deformationen und Verschiebungen aufgrund von geophysikalischen Prozessen so genau wie möglich modelliert werden. Die aktuelle Bezeichnung für das geozentrische terrestrische Bezugssystem ist GTRS (Geocentric Terrestrial Reference System). Mit den wesentlichen Definitionen erfolgen die Festlegungen des Ursprungs in das Geozentrum, also in das Massenzentrum der Erde einschließlich Ozean- und Atmosphärenmassen, und der Orientierung der Achsen in Übereinstimmung mit der Orientierungsfestlegung des Bureau International d'Heure (BIH) zur Epoche 1984,0. Des Weiteren werden nach Definition der Meter als SI-Längeneinheit sowie der Maßstab der räumlichen Koordinaten konsistent zur geozentrischen Koordinatenzeit TCG (Temps Coordonnée Géocentrique, Abschnitt A.1) festgelegt. Die zeitliche Entwicklung der Achsenorientierung erfolgt unter Beachtung der Bedingung einer No-Net-Rotation. Dabei soll der Mittelwert aller Drehungen der horizontalen tektonischen Bewegungen gegenüber den Achsen auf der Erde Null betragen (IERS, 2010, S. 34).

Die Bereitstellung des Bezugsrahmens ITRF als primäre Realisierung des ITRS unterliegt dem IERS ITRS Centre. Im Rahmen der aktuellen Berechnungsstrategie werden Zeitreihen von Stationspositionen und Erdorientierungsparametern (EOP) aus den geodätischen Raumbeobachtungsverfahren VLBI, GPS, Laserentfernungsmessungen zu Satelliten SLR (Satellite Laser Ranging) und dem satellitengestützten Navigations- und Ortungssystem DORIS (Doppler Orbitography and Radiopositioning Integrated by Satellite) als Beobachtungsdaten verwendet. Die individuellen Lösungen der einzelnen Beobachtungstechniken werden mit Hilfe lokaler Verbindungsbeobachtungen an einem Ort kombiniert. Die endgültige ITRF-Lösung besteht aus den kartesischen dreidimensionalen Positionen und Geschwindigkeiten der Beobachtungsstationen zur Referenzepoche sowie einer kombinierten EOP-Zeitreihe (IERS,

2010, S. 38). Während der ICRF ausschließlich auf VLBI-Beobachtungen beruht, werden ITRF und die EOP-Zeitreihe aus der Kombination der vier Beobachtungstechniken bestimmt, wodurch die Konsistenz zwischen ICRF, ITRF und EOP-Zeitreihe nicht vollständig gegeben ist (Seitz *et al.*, 2012a).

Der lineare Zusammenhang zwischen der momentanen Position \mathbf{X} einer fest mit der Erdkruste verbundenen Station zur Epoche t und der Position \mathbf{X}_0 einer Station im ITRF zur Referenzeпоche t_0 ergibt sich nach IERS (2010, S. 34, 35 und 39)

$$\mathbf{X}(t) = \mathbf{X}_0(t_0) + \dot{\mathbf{X}} \cdot (t - t_0) + \sum_i \Delta \mathbf{X}_i(t). \quad (2.2)$$

Darin ist $\dot{\mathbf{X}}$ die als konstant angenommene ITRF-Stationengeschwindigkeit. Mit $\Delta \mathbf{X}_i(t)$ werden die konventionellen Korrekturen bezeichnet, mit denen die hochfrequenten zeitlichen Variationen aus den momentanen Positionen reduziert werden. Bei IERS (2010, S. 10) sind die Effekte, die eine Deformation der Erdkruste und eine damit verbundene Stationsverschiebung hervorrufen, mit ihren Amplituden aufgelistet und ausführlich in IERS (2010, S. 99 ff) dargestellt. Werden die gesamten gezeitenbedingten Deformationseffekte aus den Stationsbeobachtungen eliminiert, liegen die ITRF-Positionen bezüglich einer konventionellen gezeitenfreien (non tidal, tide free) Erdkruste vor (IERS, 2010, S. 16). Im Rahmen der Positionierung mit Hilfe von GNSS-Techniken, bei der eine Genauigkeit von besser als 1 cm angestrebt wird, müssen die Deformationseffekte aufgrund der durch die gravitative Wirkung von Mond und Sonne hervorgerufenen Erdzeiten, Ozeanauflasten und Polzeiten berücksichtigt werden.

Die Bezugsrahmen werden in Abständen von wenigen Jahren aktualisiert, um einerseits die neuen Beobachtungen in die Zeitreihen einfließen zu lassen und andererseits auch verbesserte Auswertestrategien bei den geodätischen Raumbeobachtungsverfahren anzuwenden. Die zwei aktuellen Realisierungen ITRF2008 (IERS, 2010; Altamimi *et al.*, 2011) und DTRF2008 (Seitz *et al.*, 2012b) basieren auf Beobachtungsdaten bis Ende 2008 und weisen Übereinstimmungen im Bereich weniger Millimeter auf. Damit wurde der Bezugsrahmen ITRF2005 ersetzt, der seit 2007 verfügbar war und auf Beobachtungsdaten bis Ende 2005 beruhte (IERS, 2009b; Altamimi *et al.*, 2007). Ein Vergleich von ITRF2008 und ITRF2005 ist bei Altamimi *et al.* (2011) gegeben, wobei die auftretenden Differenzen aufgrund ihrer geringen Größenordnung im Rahmen dieser Arbeit keine Rolle spielen. Die Beobachtungen dieser Arbeit entstammen dem Zeitraum 2006 bis 2010 und werden mit einer Zeitreihe von EOP prozessiert, die konsistent zum ITRF2005 ist (Anhang A.4). Daher beziehen sich die folgenden Darstellungen auf ITRF2005. Im ITRF2005 sind die Positionen und Geschwindigkeiten eines globalen Netzes von insgesamt 608 Beobachtungsstationen an 338 Orten zur Epoche $t_0 = 2000, 0$ sowie eine mit der kombinierten ITRF2005-Lösung konsistenten EOP-Zeitreihe (Altamimi *et al.*, 2007) enthalten. Die Festlegung der Parameter des Bezugsrahmens erfolgt auf unterschiedliche Weise. Ursprung und Maßstab haben physikalische Eigenschaften und werden für ITRF2005 mit Hilfe der Zeitreihen von VLBI und SLR zur Referenzeпоche $t_0 = 2000, 0$ spezifiziert. Dagegen sind Achsenorientierung und deren zeitliche Entwicklung per Konventionen festgelegt, wobei auf eine kontinuierliche Fortsetzung geachtet wird, z.B. im Hinblick auf Langzeitbeobachtungen des mittleren Meeresspiegels (Altamimi *et al.*, 2011). Die Orientierung vom ITRF2005 wird mit Hilfe eines globalen Netzes von 70 Referenzstationen so definiert, dass gegenüber ITRF2000 keine Rotation und keine Rotationsrate auftritt (Altamimi *et al.*, 2007). Die Genauigkeiten der kartesischen Komponenten der Positionen und der Geschwindigkeiten werden mit 0,3 mm bzw. 0,3 mm/Jahr angegeben (Altamimi *et al.*, 2007), die jedoch als optimistisch eingeschätzt werden (Altamimi *et al.*, 2011).

Die Transformationsparameter vom ITRF2005 in ITRF2000 sind bei Altamimi *et al.* (2007) angegeben, während die Transformationsparameter vom ITRF2000 in ältere Bezugsrahmen bis ITRF88 bei IERS (2004) aufgelistet sind. Dabei ist zu beachten, dass die zugrunde liegenden Referenzeпоchen der älteren Realisierungen ITRFY Y aus den Jahren YY von der Referenzeпоche $t_0 = 2000, 0$ des ITRF2005 abweichen. Die Transformation einer Position wird nach IERS (2010, S. 31) durchgeführt mit

$$\mathbf{X}_{\text{ITRFYY}} = \mathbf{X}_{\text{ITRF2005}} + \mathbf{T} + D\mathbf{X}_{\text{ITRF2005}} + \mathbf{R}\mathbf{X}_{\text{ITRF2005}} \quad (2.3)$$

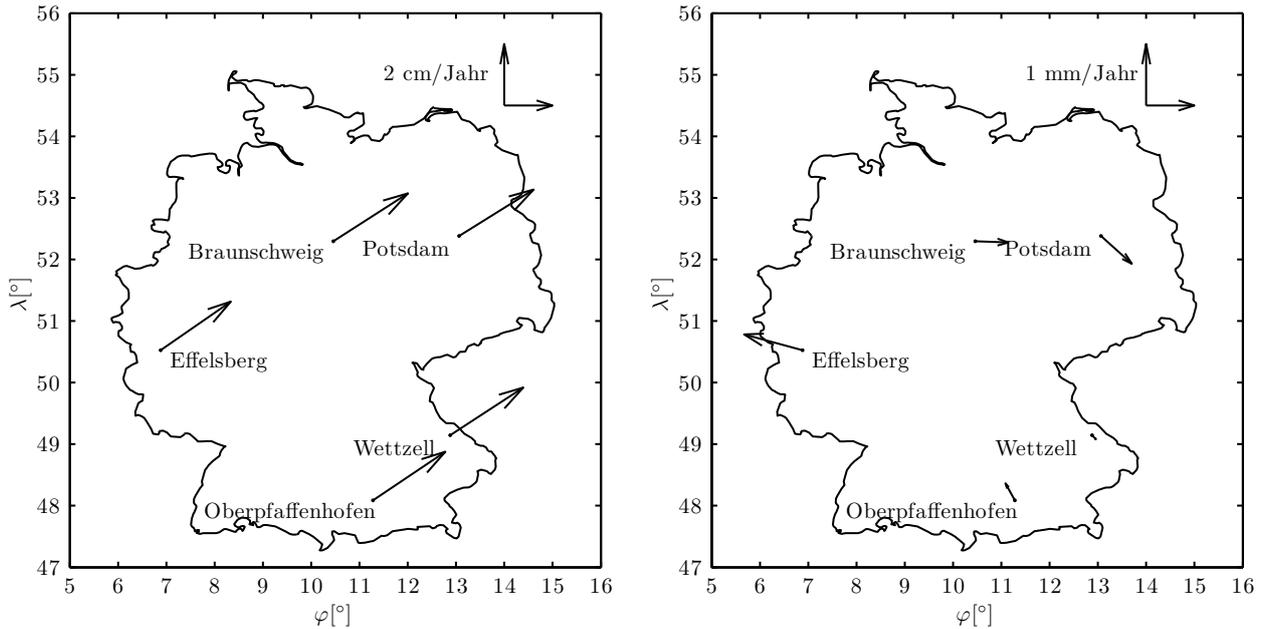


Abbildung 2.2. ITRF2005-Stationen in Deutschland und horizontale Geschwindigkeiten (links) sowie residuale horizontale Geschwindigkeiten in einem größeren Maßstab (rechts)

und der residualen Rotationsmatrix

$$\mathbf{R} = \begin{pmatrix} 0 & -R_3 & R_2 \\ R_3 & 0 & -R_1 \\ -R_2 & R_1 & 0 \end{pmatrix}. \quad (2.4)$$

\mathbf{T} ist der Translationsvektor und D der residuale Maßstabsfaktor. Die Transformation der Geschwindigkeiten geschieht analog (IERS, 2010, S. 32).

Der Übergang von der Beobachtungsepoche t zur Referenzepoche t_0 erfolgt mit Hilfe der Geschwindigkeiten der ITRF2005-Stationen. Da die individuellen Beobachtungsstationen in aller Regel keine ITRF-Stationen sind, werden die Geschwindigkeiten von fünf ITRF-Stationen in Deutschland herangezogen, die in Abbildung 2.2 (links) dargestellt sind. Dabei zeigt sich, dass der Mittelwert der horizontalen Geschwindigkeiten der fünf Stationen etwa 3,4 cm/Jahr in nordöstlicher Richtung beträgt. Aufgrund der auftretenden Residuen für die horizontalen Geschwindigkeiten in den Stationen von maximal 1,2 mm/Jahr (Abbildung 2.2, rechts) kann die mittlere Geschwindigkeit ohne Genauigkeitsverlust in Deutschland benutzt werden. Die kartesischen Komponenten der mittleren Geschwindigkeit der fünf ITRF2005-Stationen lauten

$$\begin{pmatrix} \dot{X} \\ \dot{Y} \\ \dot{Z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1,50 \\ 1,67 \\ 1,04 \end{pmatrix} \text{ cm/Jahr}. \quad (2.5)$$

Die Positionen im ITRF werden mit Hilfe dreidimensionaler kartesischer Koordinaten dargestellt. Sie lassen sich nach Torge (2003, S. 30) in geozentrische sphärische Koordinaten (Kugelkoordinaten) transformieren mit

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = r \begin{pmatrix} \sin \theta \cos \lambda \\ \sin \theta \sin \lambda \\ \cos \theta \end{pmatrix}. \quad (2.6)$$

Darin ist θ die Poldistanz (Co-Breite), λ die geozentrische Länge und r der radiale Abstand vom Geozentrum (Abbildung 2.3, links). Die sphärischen Koordinaten (θ, λ, r) ergeben sich direkt nach Auflösung des Gleichungssystems aus den kartesischen Koordinaten.

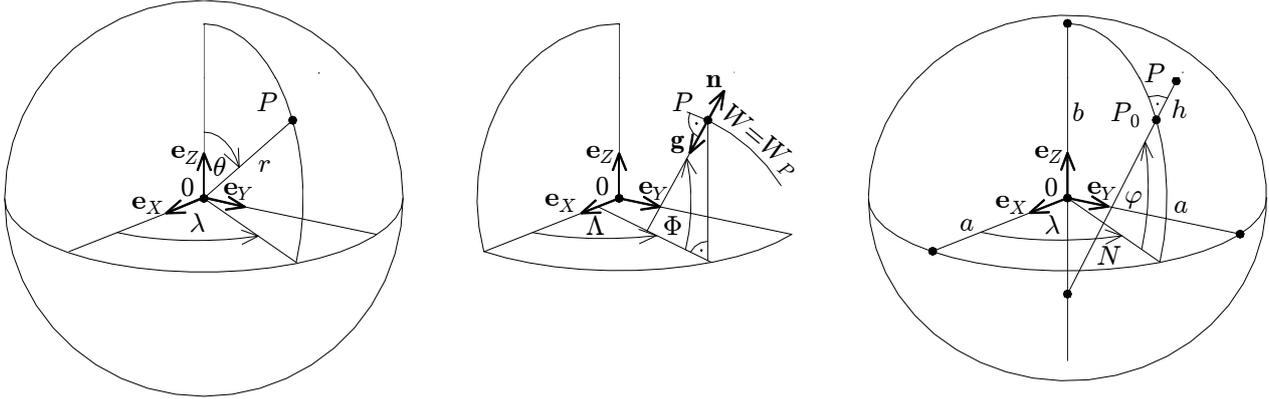


Abbildung 2.3. Geozentrisches globales Bezugssystem mit sphärischen (links), astronomischen (Mitte) und ellipsoidischen (rechts) Koordinaten

Im Rahmen dieser Arbeit werden die lokalen Zenitrichtungen als entgegengesetzte Richtungen zu den lokalen Lotrichtungen in Stationen an der Erdoberfläche beobachtet. Im ITRS wird eine normierte Zenitrichtung \mathbf{n} mit Hilfe astronomischer (natürlicher) Koordinaten (Abbildung 2.3, Mitte) nach

$$\mathbf{n} = -\frac{\mathbf{g}}{|\mathbf{g}|} = \begin{pmatrix} \cos \Phi \cos \Lambda \\ \cos \Phi \sin \Lambda \\ \sin \Phi \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} \mathbf{e}_X \\ \mathbf{e}_Y \\ \mathbf{e}_Z \end{pmatrix} \quad (2.7)$$

festgelegt (Torge, 2003, S. 37). Als astronomische Breite Φ wird der Winkel zwischen der Äquatorebene $\mathbf{e}_X\mathbf{e}_Y$ und der lokalen Lotrichtung im Punkt P bezeichnet. Die astronomische Länge Λ gibt den Winkel zwischen der Achse \mathbf{e}_X und der örtlichen astronomischen Meridianebene durch den Punkt P an. Die Lotrichtung im Punkt P steht senkrecht auf der Äquipotentialfläche mit $W = W_P$ und legt damit die Richtung des aktuellen Schwerevektors \mathbf{g} fest (Abschnitt 3.1), während $|\mathbf{g}|$ den Betrag des Schwerevektors \mathbf{g} bildet.

2.2.2 Geodätisches Referenzsystem

Als geodätisches Modell der Erde wurde von der IUGG im Jahre 1979 das Geodätische Referenzsystem GRS80 (Geodetic Reference System 1980) empfohlen (Moritz, 2000). Die Festlegung des Systems basiert auf dem Konzept des geozentrischen Niveauellipsoides. Damit liegt zum einen ein Rotationsellipsoid vor, das die Referenzfläche für alle geometrischen Anwendungen bildet, und zum anderen ein Normalschwerefeld für die Erdoberfläche und den Außenraum der Erde, deren Größen in geschlossenen Formeln berechnet werden können und zur Linearisierung der Schwerefeldgrößen geeignet sind (Abschnitte 3.1-3.2).

Mit der numerischen Festlegung der vier Parameter Äquatorradius (große Halbachse) a , geozentrische Gravitationskonstante der Erde einschließlich der Atmosphäre GM , dynamischer Formfaktor J_2 und Rotationsgeschwindigkeit der Erde ω ist das Normalschwerefeld mit dem Ellipsoid als Äquipotentialfläche eindeutig definiert (Moritz, 2000). Zur Festlegung der Form des Ellipsoides werden dagegen zwei geometrische Parameter benötigt. Der zweite geometrische Parameter neben a ist die erste numerische Exzentrizität e und wird aus den 4 Parametern iterativ abgeleitet (Moritz, 2000), aus denen dann alle weiteren Ellipsoidparameter berechnet werden können. Mit hinreichender Genauigkeit sind die abgeleiteten Parameter z.B. bei Torge (2003, S. 104) angegeben. Zumeist wird für die Festlegung eines Referenzellipsoides die große Halbachse a in Verbindung mit der reziproken Abplattung $1/f$ angegeben. Die Orientierung der Achsen erfolgte in Übereinstimmung mit dem ITRS (vgl. Abschnitt 2.2.1). Die in der Vergangenheit übliche Verwendung von lokal bestanschließenden Bezugsellipsoiden, beispielsweise

des Bessel-Ellipsoides, spielt im Rahmen dieser Arbeit keine Rolle. Ausführliche Darstellungen dazu sind bei Torge (2003, S. 283) zu finden.

Kartesische Koordinaten können mit Hilfe ellipsoidischer (geodätischer) Koordinaten $(\varphi, \lambda, h)^2$ dargestellt werden. Die Festlegung eines Punktes P bezüglich eines Referenzellipsoides lautet entsprechend Abbildung 2.3 (rechts)

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (N + h) \cos \varphi \cos \lambda \\ (N + h) \cos \varphi \sin \lambda \\ ((1 - e^2) N + h) \sin \varphi \end{pmatrix}. \quad (2.8)$$

Dabei ist N der Querkrümmungshalbmesser aus

$$N = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \varphi}}. \quad (2.9)$$

Die Transformation von kartesischen in ellipsoidische Koordinaten ist mit geschlossenen Formeln streng nicht möglich. Zur Berechnung der ellipsoidischen Breite φ und Höhe h wird eine iterative Berechnung durchgeführt, die bei Torge (2003, S. 90) angegeben ist. Alternativ sind bei Bowring (1985) geschlossene Approximationsformeln mit hinreichender Genauigkeit angegeben. Die dreidimensionalen kartesischen ITRF-Koordinaten werden in ellipsoidische Koordinaten transformiert, sobald eine Trennung von Lagekoordinaten und ellipsoidischer Höhe gefordert ist. Nach IERS (2010, S. 40) werden hierfür die Parameter des GRS80 empfohlen.

2.3 Transformation zwischen zälestischen und terrestrischen Bezugssystemen

Zälestische und terrestrische Bezugssysteme sind über die Erdorientierung im dreidimensionalen Raum miteinander verknüpft, die grundsätzlich mit Hilfe von drei Eulerschen Winkeln beschrieben werden kann. Aufgrund der starken zeitlichen Variationen der Parameter wird die Transformation jedoch in verschiedene Bewegungsanteile gegliedert. Die Grundgleichung für die Transformation kartesischer Koordinaten bezüglich GCRS (Abschnitt 2.1) und ITRS (Abschnitt 2.2.1) lautet nach IERS (2010, S. 43)

$$\mathbf{X}_{\text{ITRS}} = \mathbf{W}^T(t) \mathbf{R}^T(t) \mathbf{Q}^T(t) \mathbf{X}_{\text{GCRS}}. \quad (2.10)$$

Mit \mathbf{Q} werden die Effekte von Präzession und Nutation (Torge, 2003, S. 26-27) berücksichtigt. Dabei werden Pol und Rektaszensionsnullpunkt eines zälestischen Zwischensystems festgelegt. In \mathbf{R} wird der Erdrotationswinkel (Torge, 2003, S. 20) in Abhängigkeit von der Definition des Zwischensystems angebracht. \mathbf{W} enthält die Anteile der Polbewegung (Torge, 2003, S. 30-32). Aktuell existieren zwei Transformationsansätze. Nach den IAU Resolutionen von 1980 (IAU 1980) wird beim klassischen Transformationsansatz ein zälestisches Zwischensystem auf Basis des Himmelsäquators und der Ekliptik mit dem Äquinoktium (Frühlingspunkt) als Rektaszensionsnullpunkt verwendet. Da sich der momentane Frühlingspunkt aufgrund von Präzession und Nutation ständig ändert, stellt der Erdrotationswinkel GAST (Greenwich Apparent Sidereal Time) in diesem Zusammenhang eine komplizierte Funktion dar. Nach den IAU Resolutionen von 2000 (IAU 2000) wurde ein moderner Transformationsansatz eingeführt, bei dem das zälestische Zwischensystem CIRS (Celestial Intermediate Reference System) verwendet wird. Die Bewegungen des Pols CIP (Celestial Intermediate Pole) sind nach Frequenzen getrennt in Präzession und Nutation bezüglich GCRS und Polbewegung bezüglich ITRS. Der Rektaszensionsnullpunkt CIO (Celestial Intermediate Origin) ist kinematisch definiert als nicht-rotierender Ursprung in Bezug auf die Rektaszension, wodurch die strikte Trennung von Erdrotation und Präzession/Nutation

² Hier wird der Begriff der geographischen Koordinaten vermieden. In IERS (2010, S. 40) wird er in Verbindung mit ellipsoidischen Koordinaten verwendet, während bei Torge (2003, S. 36) dieser Ausdruck für die astronomischen Koordinaten (Φ, Λ) verwendet wird.

gelingt. Der in diesem Zusammenhang verwendete Erdrotationswinkel ERA (Earth Rotation Angle) stellt eine lineare Funktion der Weltzeit UT1 dar.

Aus zwei Gründen sind in Anhang A beide Transformationsansätze detailliert beschrieben. Zum einen wird in Abschnitt 6.3.4 die im Zenitkameranystem implementierte Transformation nach IAU 1980 anhand des modernen Ansatzes nach IAU 2000 mit übergeordneter Genauigkeit überprüft. Zum anderen werden die mit der Transformation nach IAU 1980 konsistenten EOP nur noch über einen gewissen Zeitraum vom IERS veröffentlicht. Somit müssen die nach IAU 2000 zur Verfügung gestellten EOP transformiert werden, um diese mit der Auswertesoftware des Zenitkameranystems (Abschnitt 6.3.2) verwenden zu können. Neben den beiden Transformationsansätzen existieren weitere Zwischenformen auf Basis von Äquinoktium oder CIO sowie klassischer Präzessions- und Nutationswinkel, die bei Benutzung des gleichen Nutations- und Präzessionsmodells allesamt zu identischen Ergebnissen führen. Die Genauigkeit der Transformation nach IAU 1980 ist mit 1 mas begrenzt; vgl. McCarthy (1996, S. 22) und Hirt (2004, S. 29 und 78). Zwischen den Transformationen nach IAU 2006/2000 und IAU 2000 liegen die Differenzen lediglich im Bereich weniger $1/10 \mu\text{as}$ (Bangert *et al.*, 2010). Mittlerweile existiert auch bei Torge und Müller (2012, S. 42-45) eine Gegenüberstellung beider Transformationsansätze.

2.4 Regionale Bezugssysteme

Neben dem globalen Netz von ITRF-Stationen werden auch regionale (kontinentale und nationale) Netze benötigt. Die klassischen nationalen Lagenetze wie das Deutsche Hauptdreiecksnetz (DHDN) spielen heutzutage kaum mehr eine Rolle, da sie durch kontinentale dreidimensionale Netze durch Verdichtung des globalen Systems ITRF auf der Basis geodätischer Raumverfahren ersetzt worden sind. Für die auf das Schwerfeld bezogenen Höhennetze existiert jedoch bislang kein einheitliches internationales Bezugssystem. Den regionalen Schwerfeldmodellen, die bei den externen Vergleichen benutzt werden (Abschnitt 8.3), liegen entweder das Europäische Vertikale Bezugssystem oder ein deutsches Höhennetz zugrunde.

2.4.1 Europäisches Terrestrisches Referenzsystem

Die Subkommission EUREF (European Reference Frame) der Internationalen Assoziation für Geodäsie IAG (International Association of Geodesy) hat im Jahre 1990 das ETRS89 (European Terrestrial Reference System 1989) als terrestrisches Bezugssystem empfohlen, das per Definition zur Referenzepoche 1989,0 mit ITRS übereinstimmt, also mit der Realisierung ITRF89 zur Epoche 1989,0, und am stabilen Teil der Eurasischen Platte fixiert wird. Gegenüber ETRS89 verschiebt und verdreht sich ITRF daher nach (2.5) in einer Größenordnung von etwa 3 cm/Jahr. Zu jedem ITRF-Bezugsrahmen existiert eine Realisierung des ETRS89. Die aktuelle Realisierung ist ETRF2000(R08). Darin enthalten sind dreidimensionale kartesische Positionen und Geschwindigkeiten von etwa 250 Stationen. Aufgrund der Fixierung des ETRS89 an der Eurasischen Platte sind die Stationsgeschwindigkeiten wesentlich geringer als die ITRF-Geschwindigkeiten, betragen in Deutschland maximal 1 mm/Jahr und sind von lokaler Natur. In den Stationspositionen treten nicht nur für tektonisch aktive Regionen, sondern auch für zentrale und stabile Regionen wie Deutschland lokale Veränderungen zwischen den verschiedenen Realisierungen auf. Bei Görres und Nothnagel (2012) sind Differenzen für die Station Wettzell von bis zu 3 cm angegeben, was einer Winkelabweichung von 1 mas entspricht. Damit spielen die verschiedenen ETRS89-Realisierungen und deren Referenzepochen im Rahmen dieser Arbeit keine Rolle. Weitere Details und die verschiedenen ETRS89-Realisierungen sind bei Altamimi (2012) zu finden. Zur Berechnung ellipsoidischer Koordinaten aus den dreidimensionalen kartesischen Positionen werden die Parameter des GRS80 (Abschnitt 2.2.2) benutzt.

Die Transformation von ITRF-Positionen mit einer Referenzepoche t_0 in das ETRS89 ist detailliert bei Boucher und Altamimi (2011) beschrieben. Mit Hilfe der ITRF2005-Geschwindigkeiten (2.5) werden nach (2.2) die kartesischen Koordinaten im ITRF2005 zum Zeitpunkt 1989,0 berechnet. Die kartesischen Koordinaten bezüglich ITRF89 zur Referenzepoche 1989,0 werden mit Hilfe der globalen

Tabelle 2.1. Transformationsparameter vom ITRF2005 in den ITRF89 und deren zeitliche Veränderung

Parameter	$T1$	$T2$	$T3$	D	$R1$	$R2$	$R3$	t_0
	[cm]	[cm]	[cm]	[10^{-9}]	[mas]	[mas]	[mas]	[Jahr]
Raten	$\dot{T}1$	$\dot{T}2$	$\dot{T}3$	\dot{D}	$\dot{R}1$	$\dot{R}2$	$\dot{R}3$	
	[cm/Jahr]	[cm/Jahr]	[cm/Jahr]	[10^{-9} /Jahr]	[mas/Jahr]	[mas/Jahr]	[mas/Jahr]	
ITRF05	3,0	3,9	-9,7	6,3	0,00	0,00	0,06	2000,0
Raten	-0,02	-0,05	-0,32	0,08	0,00	0,00	0,02	

Transformationsparameter zwischen den verschiedenen ITRF berechnet. Dabei ist stets auf die jeweils zugrunde liegenden Referenzepochen zu achten. Bei Boucher und Altamimi (2011) sind die Parameter für die Transformation vom ITRF2005 zur Referenzepoche $t_0 = 2000,0$ in das ITRF89 mit der Referenzepoche 1989,0 angegeben (Tabelle 2.1). Die Transformation wird nach (2.3) mit den Parametern

$$\begin{aligned}
 \mathbf{T} &= \mathbf{T}_{2005,89}(t_0) + \dot{\mathbf{T}}_{2005,89} \cdot (1989,0 - t_0) \\
 D &= D_{05,89}(t_0) + \dot{D}_{05,89} \cdot (1989,0 - t_0) \\
 \mathbf{R} &= \mathbf{R}_{2005,89}(t_0) + \dot{\mathbf{R}}_{2005,89} \cdot (1989,0 - t_0)
 \end{aligned} \tag{2.11}$$

durchgeführt. Laut Definition stellen die ITRF89-Koordinaten zur Referenzepoche 1989,0 ETRS89-Koordinaten dar.

2.4.2 Europäisches Vertikales Referenzsystem

Die IAG Subkommission EUREF hat im Jahre 2008 das EVRS (European Vertical Reference System) als aktuelles Europäisches Vertikales Referenzsystem mit der Realisierung EVRF2007 eingeführt, das eine Weiterentwicklung des Vereinigten Europäischen Nivellementnetzes UELN95/98 (United European Levelling Network) darstellt und als EVRF2000 veröffentlicht wurde. Die Konventionen zur Definition und Realisierung des EVRF2007 sind in Ihde *et al.* (2008) dargestellt. Weitere Details zum EVRF2007 sind bei Sacher *et al.* (2008) zu finden. Das vertikale Datum des EVRS wird als Niveaufläche mit konstantem Schwerepotential nach

$$W_0 = \text{const.} \tag{2.12}$$

festgelegt, das dem Amsterdamer Pegel (Normaal Amsterdams Peil) entspricht. Die Festlegung des vertikalen Datums erfolgt über die geopotentiellen Koten (geopotential numbers) nach (3.4) von insgesamt 13 stabilen Punkten P , die über Nivellements bestimmt werden. Zum Übergang auf Normalhöhen H^N nach (3.11) wird das Normalschwerefeld des GRS80 benutzt, deren Normalschwerewerte bezüglich ETRS89-Koordinaten bestimmt werden. Die Normalhöhen werden in Übereinstimmung mit den IAG-Resolutionen bezüglich eines Nullzeitensystems (Abschnitt 5.1.1) angegeben.

Die gravimetrischen Quasigeoidhöhen ζ des Modells EGG2008 (European Gravimetric Quasigeoid 2008; Abschnitt 4.4) sind prinzipiell kompatibel mit ETRS89 und EVRF2007 (Ihde *et al.*, 2008). Damit gilt die Beziehung zu den ellipsoidischen Höhen h in ETRS89 nach (3.34) mit

$$H_{\text{EVRF2007}}^N = h_{\text{ETRS89}} - \zeta_{\text{EGG2008}}. \tag{2.13}$$

2.4.3 Deutsches Haupthöhennetz

Das Deutsche Haupthöhennetz 1992 (DHHN92) stellt das amtliche Nivellementnetz erster Ordnung Deutschlands dar. Es ist aus der Zusammenarbeit innerhalb der Arbeitsgemeinschaft der Vermessungsverwaltungen der Länder der Bundesrepublik Deutschland (AdV) entstanden. Eine ausführliche Dokumentation ist bei AdV (1995) zu finden. Das vertikale Datum des DHHN92 wurde durch die geopotentielle Kote des Punktes Wallenhorst festgelegt, einem Höhenfestpunkt von UELN86 (Torge,

2003, S. 293), der an das Niveau des ehemaligen Pegels Amsterdam angeschlossen ist. Damit ist das DHHN92 ebenfalls auf den Amsterdamer Pegel bezogen. Die vertikale Translation vom DHHN92 in den EVRF2007 beträgt +1 cm (BKG, 2012). DHHN92 stellt wie EVRF2007 ein Normalhöhenystem dar, wobei die Beobachtungen des Nivellements jedoch nicht um Gezeiteneinflüsse in den Beobachtungen reduziert wurden und üblicherweise davon ausgegangen wird, dass diese im Mittelwert bezüglich eines mittleren Gezeitensystems vorliegen.

Als amtliches Bezugssystem der Lage wurde in Deutschland das ETRS89 eingeführt. Die Quasigeoidhöhen der GPS- und Nivellementpunkte sind mit den DHHN92-Normalhöhen und den ellipsoidischen ETRS89-Höhen kompatibel und ergeben sich nach

$$\zeta_{\text{GPS-Niv}} = h_{\text{ETRS89}} - H_{\text{DHHN92}}^N. \quad (2.14)$$

Da die Quasigeoidmodelle GCG05 und GCG2011 (German Combined QuasiGeoid 2005 und 2011; Abschnitt 4.4) auf diesen GNSS- und Nivellementpunkten beruhen, sind die Quasigeoidhöhen kompatibel zu diesen beiden Systemen, wodurch ein direkter Übergang zwischen den Größen mit

$$H_{\text{DHHN92}}^N = h_{\text{ETRS89}} - \zeta_{\text{GCG05/2011}} \quad (2.15)$$

erreicht wird. GCG2011 stellt die aktuelle Höhenbezugsfläche der AdV dar.

Da die Nivellementdaten des DHHN92 in den neuen Bundesländern aus den 1970er und in den alten Bundesländern aus den 1980er Jahren stammen, hat die AdV im April 2005 eine Erneuerung des DHHN im Zeitraum 2006-2012 beschlossen. Neben umfangreichen Nivellements erster Ordnung wurden auch GNSS- sowie Absolutschwerebeobachtungen durchgeführt. Mit der epochengleichen Bestimmung von Normalhöhen, ellipsoidischen Koordinaten und der Absolutschwere an etwa 250 Geodätischen Grundnetzpunkten (GGP) soll ein einheitlicher Raumbezug gewährleistet werden (AdV, 2006). Weitere Informationen sind bei AdV (2012) zu finden. Die Veröffentlichung der endgültigen Ergebnisse aus den Gesamtausgleichungen ist für das Jahr 2013 geplant.

2.5 Lokale Bezugssysteme

Die im Rahmen dieser Arbeit verwendeten lokalen (topozentrischen) Bezugssysteme werden eingeführt. Zusätzlich sind die Transformationen in die globalen geozentrischen Bezugssysteme angegeben, sodass die Grundlagen für Kapitel 3 gegeben sind. Die lokalen Bezugssysteme sind in Abbildung 2.4 dargestellt.

Lokale astronomische Bezugssysteme sind an der lokalen Zenitrichtung durch einen Punkt P an der Erdoberfläche orientiert, die mit Hilfe des aktuellen Schwerevektors \mathbf{g} dargestellt wird. Die Zenitrichtung als Richtung des negativen aktuellen Schwerevektors bildet die Hauptrichtung mit dem Einheitsvektor \mathbf{e}_H . Rechtwinklig dazu spannen die Einheitsvektoren \mathbf{e}_N (astronomisch Nord) und \mathbf{e}_E (astronomisch Ost) die lokale Horizontalebene auf, sodass sich mit der Reihenfolge $(\mathbf{e}_N, \mathbf{e}_E, \mathbf{e}_H)$ ein Linkssystem ergibt. Der normierte Zenitvektor \mathbf{n} wird nach (2.7) mit Hilfe der astronomischen Koordinaten (Φ, Λ) dargestellt mit

$$\mathbf{n} = -\frac{\mathbf{g}}{|\mathbf{g}|} = \begin{pmatrix} \cos \Phi \cos \Lambda \\ \cos \Phi \sin \Lambda \\ \sin \Phi \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} \mathbf{e}_X \\ \mathbf{e}_Y \\ \mathbf{e}_Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} \mathbf{e}_N \\ \mathbf{e}_E \\ \mathbf{e}_H \end{pmatrix}. \quad (2.16)$$

Zur Bildung von Lotabweichungen werden lokale ellipsoidische Bezugssysteme verwendet (Abschnitt 3.2). In Verbindung mit GNSS-Beobachtungen werden lokale ellipsoidische Bezugssysteme an der Ellipsoidnormalen durch einen Punkt P an der Erdoberfläche orientiert. Die Hauptrichtung \mathbf{e}_H^E bildet die Ellipsoidnormale. Rechtwinklig dazu bilden die Einheitsvektoren \mathbf{e}_N^E (ellipsoidisch Nord) und \mathbf{e}_E^E (ellipsoidisch Ost) ein Linkssystem. Die Darstellung der Ellipsoidnormalen \mathbf{n}^E erfolgt mit Hilfe von ellipsoidischen Koordinaten (φ, λ) nach

$$\mathbf{n}^E = \begin{pmatrix} \cos \varphi \cos \lambda \\ \cos \varphi \sin \lambda \\ \sin \varphi \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} \mathbf{e}_X \\ \mathbf{e}_Y \\ \mathbf{e}_Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} \mathbf{e}_N^E \\ \mathbf{e}_E^E \\ \mathbf{e}_H^E \end{pmatrix}. \quad (2.17)$$

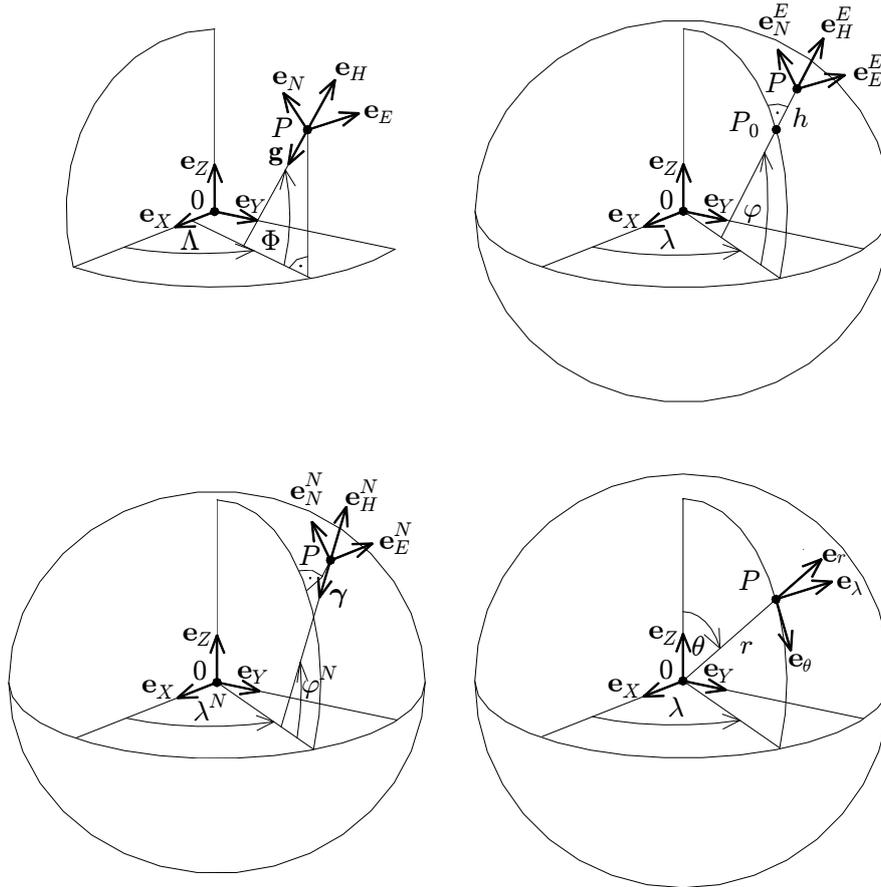


Abbildung 2.4. Geozentrisches globales Bezugssystem und lokale astronomisches (oben links), ellipsoidisches (oben rechts), normales ellipsoidisches (unten links) und sphärisches (unten rechts) Bezugssystem

In Verbindung mit dem Normalschwerefeld werden lokale normale ellipsoidische Bezugssysteme benutzt, die an der normalen Lotlinie durch einen Punkt P an der Erdoberfläche (bzw. einen Punkt Q auf dem Telluroid, Abschnitt 3.2) orientiert sind. Dabei wird die Hauptrichtung \mathbf{e}_H^N über den negativen Normalschwerevektor $\boldsymbol{\gamma}$ festgelegt. Rechtwinklig dazu bilden die Einheitsvektoren \mathbf{e}_N^N (normal ellipsoidisch Nord) und \mathbf{e}_E^N (normal ellipsoidisch Ost) ein Linkssystem. Die Komponenten des negativen normierten Normalschwerevektors \mathbf{n}^N werden mit Hilfe der normalen ellipsoidischen Koordinaten (φ^N, λ^N) dargestellt und lauten

$$\mathbf{n}^N = -\frac{\boldsymbol{\gamma}}{|\boldsymbol{\gamma}|} = \begin{pmatrix} \cos \varphi^N \cos \lambda^N \\ \cos \varphi^N \sin \lambda^N \\ \sin \varphi^N \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} \mathbf{e}_X \\ \mathbf{e}_Y \\ \mathbf{e}_Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} \mathbf{e}_N^N \\ \mathbf{e}_E^N \\ \mathbf{e}_H^N \end{pmatrix}. \quad (2.18)$$

Dabei gilt für die Länge $\lambda^N = \lambda$. Die Breiten φ^N und φ unterscheiden sich um die Krümmung der normalen Lotlinie. Diese tritt aufgrund der Rotationssymmetrie des Normalschwerefeldes nur in Nord-Süd-Richtung auf (Abschnitt 3.2).

Im Rahmen der Entwicklung des Schwerepotentials nach Kugelfunktionen werden lokale sphärische Bezugssysteme benutzt (Abschnitt 3.1). Die Hauptrichtung \mathbf{e}_r liegt hier in Verlängerung des radialen Abstandes zwischen Geozentrum und Punkt P . Die Nebenrichtungen \mathbf{e}_θ (sphärisch Süd) und \mathbf{e}_λ (sphärisch Ost) bilden ein Rechtssystem. Die Hauptrichtung wird mit Hilfe der sphärischen Co-Breite

(Poldistanz) θ und der sphärischen Länge λ festgelegt und ergibt sich nach

$$\mathbf{n}^S = \begin{pmatrix} \sin \theta \cos \lambda \\ \sin \theta \sin \lambda \\ \cos \theta \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} \mathbf{e}_X \\ \mathbf{e}_Y \\ \mathbf{e}_Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} \mathbf{e}_\theta \\ \mathbf{e}_\lambda \\ \mathbf{e}_r \end{pmatrix}. \quad (2.19)$$

Die sphärische und ellipsoidische Länge sind identisch.

Der Vollständigkeit halber seien die lokalen elliptischen oder ellipsoidisch-harmonischen Bezugssysteme nach Heck (1997, S. 125) bzw. Hofmann-Wellenhof und Moritz (2005, S. 197) erwähnt, die insbesondere bei der geschlossenen Darstellung des Normalschwerefeldes und dessen Ableitungen benutzt werden. Diese Darstellung wird nicht verwendet und daher auf Heiskanen und Moritz (1967, S. 228) verwiesen.

Zur Transformation von einem lokalen astronomischen Bezugssystem in ein geozentrisches globales Bezugssystem erfolgt nach Heck (1986) zunächst eine Spiegelung der Achse \mathbf{e}_1 für den Übergang in ein Rechtssystem. Anschließend werden zwei Rotationen um die astronomischen Koordinaten Φ und Λ zur Drehung in ein Hilfssystem im Punkt P durchgeführt, das zum globalen Bezugssystem parallel ist. Damit ergibt sich die Transformationsmatrix

$$\mathbf{A} = \mathbf{R}_3^T(\Lambda)\mathbf{R}_2^T(90^\circ - \Phi)\mathbf{S}_1 = \begin{pmatrix} -\sin \Phi \cos \Lambda & -\sin \Lambda & \cos \Phi \cos \Lambda \\ -\sin \Phi \sin \Lambda & \cos \Lambda & \cos \Phi \sin \Lambda \\ \cos \Phi & 0 & \sin \Phi \end{pmatrix} \quad (2.20)$$

(vgl. Torge, 2003, S. 40). Die Transformation von einem lokalen (normalen) ellipsoidischen in das globale Bezugssystem wird analog mit den (normalen) ellipsoidischen Koordinaten φ (φ^N) und λ durchgeführt. Die Transformation von einem lokalen sphärischen in das globale Bezugssystem erfolgt mit

$$\bar{\mathbf{A}} = \mathbf{R}_3^T(\lambda)\mathbf{R}_2^T(\theta) = \begin{pmatrix} \cos \theta \cos \lambda & -\sin \lambda & \sin \theta \cos \lambda \\ \cos \theta \sin \lambda & \cos \lambda & \sin \theta \sin \lambda \\ -\sin \theta & 0 & \cos \theta \end{pmatrix} \quad (2.21)$$

(vgl. Wenzel, 1985, S. 14). Für die inversen Transformationen vom globalen Bezugssystem in die lokalen Bezugssysteme werden die transponierten Matrizen verwendet.

3 Grundlagen der Physikalischen Geodäsie

Als wesentliche Störgrößen des Schwerefeldes in dieser Arbeit werden die Lotabweichungen eingeführt. In Abschnitt 3.1 werden die grundlegenden Zusammenhänge für das aktuelle Schwerefeld und das Normalschwerefeld beschrieben. Nach der Anwendung des Laplace-Operators auf die Gravitationspotentiale erfolgen die Entwicklungen der Gravitationspotentiale in Kugelfunktionen. Das Störpotential und dessen Funktionale sind in Abschnitt 3.2 dargestellt. Insbesondere sind in diesem Zusammenhang die allgemeinen und speziellen Lotabweichungsdefinitionen beschrieben. In Abschnitt 3.3 werden schließlich die für die Arbeit relevanten Zusammenhänge der statistischen Schwerefeldbeschreibung dargestellt. Ausführliche Darstellungen der beschriebenen grundlegenden Zusammenhänge sind beispielsweise bei Heiskanen und Moritz (1967) sowie Torge (2003) zu finden.

Die zugrunde liegenden Zusammenhänge der Physikalischen Geodäsie werden wie bei Wenzel (1985) ausgehend von einer exakten Vektor-Matrix-Formulierung dargestellt. Damit sind die Übergänge auf die in der Literatur üblichen Approximationen leicht nachvollziehbar. Unter Beachtung der Zielgenauigkeit des astronomischen Nivellements von 1 cm/100 km RMS mit 1 mm/100 km (2 mas) für die systematischen Abweichungen wird schrittweise die Gültigkeit der jeweiligen Approximation überprüft. Die üblichen Approximationen stammen zu einem großen Teil aus Zeiten, in denen der Rechenaufwand ein kritisches Problem darstellte und gelten zum Teil nur für die damaligen Genauigkeitsanforderungen.

Die Darstellungen dieser Arbeit gelten für das statische Schwerefeld. Alle signifikanten zeitlichen Schwerefeldvariationen aufgrund von Massenverschiebungen auf sowie oberhalb und unterhalb der Erdoberfläche sind daher nach IERS (2010, S. 79) aus den Beobachtungen zu reduzieren. Ausführliche Darstellungen zu zeitlichen Schwereänderungen finden sich beispielsweise bei Torge (2003, S. 75-81). Hinsichtlich der globalen Potentialmodelle aus Satellitenmissionen erfolgen die Reduktionen innerhalb eines komplexen Auswerteprozesses, wie er beispielsweise für die GOCE-Mission bei Sünkel (2000, S. 207-264) beschrieben ist. Im Hinblick auf die astronomischen Koordinaten der Lotrichtung aus Zenitkamerabeobachtungen und die ellipsoidischen Koordinaten aus GPS-Beobachtungen werden Reduktionen von Gezeiteneffekten und Bezugsepochen durchgeführt (Abschnitte 5.1.1 und 5.1.2). Zudem wird für die Ausführungen in diesem Kapitel vorausgesetzt, dass sich keine Massen außerhalb der Erdoberfläche befinden. Dazu werden die atmosphärischen Effekte auf die Beobachtungen analysiert und, falls nötig, angebracht (Abschnitt 5.1.3).

3.1 Schwerefeld und Höhen

Die aktuellen Schwerebeschleunigungsvektoren oder Schwerevektoren bilden ein konservatives Vektorfeld und können daher als Gradienten des aktuellen Schwerepotentials $W(X, Y, Z)$ nach Torge (2003, S. 51) mit

$$\mathbf{g} = \text{grad } W = \begin{pmatrix} \frac{\partial W}{\partial X} & \frac{\partial W}{\partial Y} & \frac{\partial W}{\partial Z} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{e}_X \\ \mathbf{e}_Y \\ \mathbf{e}_Z \end{pmatrix} \quad (3.1)$$

dargestellt werden. Die Linienintegrale sind damit wegunabhängig, also nur vom Anfangs- und Endpunkt der Integration abhängig, und es gilt

$$W_P - W_Q = \int_Q^P \text{grad } W \, ds, \quad (3.2)$$

wobei \mathbf{ds} die differentiellen vektoriellen Linienelemente sind. Die Schwerevektoren als Gradienten zeigen stets in Richtung der stärksten Zunahme des Schwerepotentials. Die gekrümmten Lotlinien schneiden die Äquipotential- oder Niveauflächen, auf denen $W = \text{const.}$ ist, stets in einem rechten Winkel (Abbildung 3.1). Wird der Integrationsweg in infinitesimale Abschnitte unterteilt, so kann in jedem Punkt ein lokales astronomisches Bezugssystem nach (2.16) gebildet werden, sodass sich der Zusammenhang zwischen Potentialunterschieden und Höhendifferenzen nach Heiskanen und Moritz (1967, S. 161) mit

$$W_Q - W_P = \int_Q^P g dH \quad (3.3)$$

ergibt. Die geopotentielle Kote C (Torge, 2003, S. 72) ist definiert als Potentialunterschied

$$C_P = W_0 - W_P. \quad (3.4)$$

W_0 ist das Schwerepotential der Niveaufläche mit $W = W_0 = \text{const.}$ (vgl. Abschnitte 2.4.2 und 2.4.3), die als Geoid bezeichnet wird. Der Abstand eines Punktes P vom Geoid entlang der gekrümmten aktuellen Lotlinie wird als orthometrische Höhe H_P bezeichnet (Abbildung 3.1) und nach Torge (2003, S. 73) ausgedrückt mit

$$H_P = \frac{C_P}{\bar{g}} \quad \text{und} \quad \bar{g} = \frac{1}{H_P} \int_{P_0}^P g dH; \quad (3.5)$$

\bar{g} ist dabei der mittlere Schwerewert entlang der aktuellen Lotlinie. Die Komponenten des Schwerevektors \mathbf{g} im geozentrischen globalen Bezugssystem ergeben sich nach (2.16) mit Hilfe der astronomischen Koordinaten (Φ, Λ) der Lotrichtung und der Schwere g . Durch den Vergleich von (3.1) und (2.16) lassen sich direkt die Zusammenhänge zwischen den astronomischen Koordinaten und dem Schwerepotential herstellen. Es ergeben sich die nichtlinearen Beobachtungsgleichungen nach Wenzel (1985, S. 14) bzw. Torge (2003, S. 58)

$$g = \sqrt{\left(\frac{\partial W}{\partial X}\right)^2 + \left(\frac{\partial W}{\partial Y}\right)^2 + \left(\frac{\partial W}{\partial Z}\right)^2}, \quad \sin \Phi = -\frac{1}{g} \frac{\partial W}{\partial Z} \quad \text{und} \quad \tan \Lambda = \frac{\left(\frac{\partial W}{\partial Y}\right)}{\left(\frac{\partial W}{\partial X}\right)}. \quad (3.6)$$

Zur Linearisierung des aktuellen Schwerepotentials W wird das Normalpotential U eingeführt, das auf der Theorie des geozentrischen Niveauellipsoides beruht. Dieses ist mit vier Parametern vollständig definiert. Zur Festlegung des Normalpotentials werden bei dieser Arbeit die Parameter des Geodätischen Referenzsystems GRS80 nach Moritz (2000) verwendet (Abschnitt 2.2.2). Die Normalschwerevektoren $\boldsymbol{\gamma}$ ergeben sich als Gradienten des Normalpotentials $U(X, Y, Z)$ nach Wenzel (1985, S. 18) mit

$$\boldsymbol{\gamma} = \text{grad } U = \begin{pmatrix} \frac{\partial U}{\partial X} & \frac{\partial U}{\partial Y} & \frac{\partial U}{\partial Z} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{e}_X \\ \mathbf{e}_Y \\ \mathbf{e}_Z \end{pmatrix}. \quad (3.7)$$

Die Normalschwerevektoren als Gradienten von U zeigen stets in Richtung der stärksten Zunahme des Normalpotentials. Die leicht gekrümmten normalen Lotlinien schneiden die Niveauflächen mit $U = \text{const.}$ stets in einem rechten Winkel (Abbildung 3.1). Wird der Integrationsweg zwischen zwei Punkten in infinitesimale Abschnitte unterteilt und in jedem Punkt ein lokales normales ellipsoidisches Bezugssystem nach (2.18) gebildet, so ergibt sich mit

$$U_Q - U_P = \int_Q^P \boldsymbol{\gamma} dH^N \quad (3.8)$$

ein Zusammenhang zwischen Potentialunterschieden und Höhendifferenzen. Die geopotentielle Kote für einen Punkt Q ist definiert als

$$C_Q = U_0 - U_Q \quad (3.9)$$

und $U_0 = W_0$ auf dem Niveauellipsoid sowie $U_Q = W_P$. Die Festlegung des Punktes Q auf dem Telluroid erfolgt nach der Definition von Molodenskii (Heck, 1986; Heck, 2003, S. 290) mit den Bedingungen

$$\begin{aligned} \varphi_Q &= \varphi_P \\ \lambda_Q &= \lambda_P \\ U_0 - U_Q &= W_0 - W_P. \end{aligned} \quad (3.10)$$

Der Abstand des Punktes Q auf dem Telluroid vom Niveauellipsoid entlang der leicht gekrümmten normalen Lotlinie vom Niveauellipsoid wird als Normalhöhe H_Q^N bezeichnet (Abbildung 3.1, vgl. Abschnitte 2.4.2 und 2.4.3). In Analogie zur orthometrischen Höhe kann diese auch als Abstand eines Punktes an der Erdoberfläche vom Quasigeoid angesehen und als solche mit $H_P^N = H_Q^N$ bezeichnet werden. Ausgedrückt wird die Normalhöhe nach Torge (2003, S. 74) mit

$$H_Q^N = \frac{C_Q}{\bar{\gamma}} \quad \text{und} \quad \bar{\gamma} = \frac{1}{H_Q^N} \int_{Q_0}^Q \gamma dH^N, \quad (3.11)$$

wobei $\bar{\gamma}$ die mittlere Normalschwere entlang der normalen Lotlinie ist. Im Gegensatz zu (3.5) ist (3.11) exakt definiert und kann ohne Approximationen berechnet werden. Der Normalschwerevektor γ wird mit Hilfe der normalen ellipsoidischen Koordinaten (φ^N, λ^N) und der Normalschwere γ im geozentrischen globalen Bezugssystem nach (2.18) ausgedrückt. Aus (3.7) und (2.18) folgen die nichtlinearen Beziehungen zwischen dem Normalpotential und den normalen ellipsoidischen Koordinaten mit

$$\gamma = \sqrt{\left(\frac{\partial U}{\partial X}\right)^2 + \left(\frac{\partial U}{\partial Y}\right)^2 + \left(\frac{\partial U}{\partial Z}\right)^2}, \quad \sin \varphi^N = -\frac{1}{\gamma} \frac{\partial U}{\partial Z}. \quad (3.12)$$

Das aktuelle Schwerepotential und das Normalpotential setzen sich nach Torge (2003, S. 49) jeweils aus einem Gravitationspotential V bzw. V^N und einem Zentrifugalpotential Z bzw. Z^N mit

$$\begin{aligned} W &= V + Z \\ U &= V^N + Z \end{aligned} \quad (3.13)$$

zusammen. Aus dem Newtonschen Gravitationsgesetz und dem Superpositionsprinzip folgt das Gravitationspotential der Erde nach Torge (2003, S. 44) mit

$$V = G \iiint_v \frac{1}{l} \rho dv \quad (3.14)$$

und dem reziproken Abstand $1/l$ zwischen einem Quellpunkt Q und einem Berechnungspunkt P sowie der Gravitationskonstante G . Da die Dichte $\rho(X, Y, Z)$ jedoch nur ungenügend für jedes Volumenelement bekannt ist, kann das Gravitationspotential aus diesem Integral nicht bestimmt werden. Die Komponenten $[V^{ij}]$ des im konservativen Vektorfeldes symmetrischen Gravitationstensors ergeben sich aus den zweiten Ableitungen des reziproken Abstandes (Torge, 2003, S. 47). Die Spur der Komponentenmatrix des Gravitationstensors wird mit dem Laplace-Operator $\Delta = \text{div grad}$

$$\Delta V = \text{div}(\text{grad } V) = \frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Z^2} \quad (3.15)$$

ausgedrückt. Im Außenraum ist V eine harmonische Funktion, also zweimal stetig differenzierbar, und erfüllt die Laplace-Differentialgleichung

$$\Delta V = 0. \quad (3.16)$$

Das Zentrifugalpotential ist eine analytische Funktion und mit hinreichender Genauigkeit nach Torge (2003, S. 50) mit

$$Z = \frac{1}{2}\omega^2 p^2 \quad (3.17)$$

und der Winkelgeschwindigkeit ω sowie dem Abstand zur Drehachse $p = r \sin \theta$ bestimmt. Mit der Differentialgleichung

$$\Delta Z = 2\omega^2 \quad (3.18)$$

ist das Zentrifugalpotential nicht harmonisch, womit nach (3.13) weder das Schwerepotential W noch das Normalpotential U harmonische Funktionen sind.

Die Gravitationspotentiale V und V^N aus (3.13) werden in Kugelfunktionen (sphärisch-harmonische Funktionen) entwickelt, die als harmonische Funktionen Lösungen der Laplace-Differentialgleichung (3.16) darstellen. Mit dem Zentrifugalpotential aus (3.17) erfolgt der Übergang auf das aktuelle Schwerepotential und das Normalpotential. Mit dem Separationsansatz gelingt die Kugelfunktionsentwicklung in Abhängigkeit von den sphärischen Koordinaten (θ, λ, r) nach (2.6) im geozentrischen globalen Bezugssystem. Zumeist liegen ellipsoidische Koordinaten nach (2.8) beispielsweise aus GPS-Beobachtungen vor, die zunächst transformiert werden müssen (Wenzel, 1985, S. 131). Das Gravitationspotential eines Berechnungspunktes P ergibt sich nach Torge (2003, S. 63) mit

$$V(\theta, \lambda, r) = \frac{GM}{r} \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{a}{r}\right)^n \sum_{m=0}^n (\bar{C}_{nm} \cos m\lambda + \bar{S}_{nm} \sin m\lambda) \bar{P}_{nm}(\cos \theta). \quad (3.19)$$

Darin sind \bar{C}_{nm} und \bar{S}_{nm} die bereits normierten Kugelfunktionskoeffizienten vom Entwicklungsgrad n und der Ordnung m . Die Produkte der trigonometrischen Funktionen $\cos m\lambda$ und $\sin m\lambda$ mit den normierten zugeordneten Legendreschen Funktionen erster Art \bar{P}_{nm} bilden die normierten Laplaceschen Kugelflächenfunktionen. Die Gravitationskonstante GM und der Bezugsradius a stellen neben den Koeffizienten die spezifischen Parameter eines globalen Potentialmodells (GPM) dar. Mit dem Term $(a/r)^n$ wird die harmonische Fortsetzung vom Bezugsradius a auf r ermöglicht. Die rekursive Berechnung der normierten Legendreschen Funktionen ist beispielsweise bei Wenzel (1985, S. 132) dargestellt.

Für das Normalpotential U und das Gravitationspotential des Normalschwerefeldes V^N existieren geschlossene Darstellungen für einen Satz von elliptischen (ellipsoidisch-harmonischen) Koordinaten (vgl. Abschnitt 2.5). In dieser Arbeit wird das Gravitationspotential des Normalschwerefeldes nach Torge (2003, S. 96) in sphärisch-harmonische Funktionen gemäß

$$V^N(\theta, \lambda, r) = \frac{GM^N}{r} \sum_{n=0(2)}^{10} \left(\frac{a^N}{r}\right)^n \bar{C}_n^N \bar{P}_n(\cos \theta) \quad (3.20)$$

entwickelt, da diese Reihe sehr schnell konvergiert, exakte Ergebnisse liefert und im gesamten Außenraum anwendbar ist. Aufgrund der Äquator- und Rotationssymmetrie sind nur die geraden zonalen Terme ungleich Null. Durch die rasche Konvergenz kann die Entwicklung bereits bei Grad $n = 10$ ohne Genauigkeitsverlust abgebrochen werden. Die normierten geraden zonalen Koeffizienten werden nach Heiskanen und Moritz (1967, S. 73) mit

$$\bar{C}_n^N = -J_{2k} \frac{1}{\sqrt{2n+1}} \quad \text{und} \quad J_{2k} = (-1)^{k+1} \frac{3e^{2k}}{(2k+1)(2k+3)} \left(1 - k + 5k \frac{J_2}{e^2}\right) \quad (3.21)$$

sowie $k = n/2$ berechnet; J_2 ist der zonale harmonische Koeffizient 2. Ordnung und wird als dynamischer Formfaktor bezeichnet, e^2 ist die quadrierte erste numerische Exzentrizität. Mit der Gravitationskonstanten GM^N und dem Äquatorradius a^N ist der vollständige Satz der vier definierenden Parameter enthalten (Abschnitt 2.2.2). Das Gravitationspotential des Normalschwerefeldes hängt aufgrund der Rotationssymmetrie nicht von der Länge λ ab. Die Übergänge auf das aktuelle Schwerepotential W

und das Normalpotential U folgen aus (3.13) mit den Gravitationspotentialen V und V^N und dem Zentrifugalpotential $Z = Z^N$ nach (3.17).

Der aktuelle Schwerevektor \mathbf{g} und der Normalschwerevektor $\boldsymbol{\gamma}$ nach (3.1) bzw. (3.7) ergeben sich in einem lokalen sphärischen Bezugssystem nach (2.19) mit

$$\mathbf{g} = \begin{pmatrix} \frac{1}{r} \frac{\partial W}{\partial \theta} & \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial W}{\partial \lambda} & \frac{\partial W}{\partial r} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{e}_\theta \\ \mathbf{e}_\lambda \\ \mathbf{e}_r \end{pmatrix} \quad (3.22)$$

bzw.

$$\boldsymbol{\gamma} = \begin{pmatrix} \frac{1}{r} \frac{\partial U}{\partial \theta} & 0 & \frac{\partial U}{\partial r} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{e}_\theta \\ \mathbf{e}_\lambda \\ \mathbf{e}_r \end{pmatrix}; \quad (3.23)$$

vgl. Wenzel (1985, S. 12). Wegen der Rotationssymmetrie des Normalschwerefeldes entfällt die partielle Ableitung in Richtung λ . Die Rotation der Gradienten vom lokalen sphärischen in das globale kartesische Bezugssystem erfolgt mit (2.21). Über (3.6) gelingt die exakte Berechnung der astronomischen Koordinaten (Φ, Λ) und der Schwere g . Aus (3.12) folgen die normale ellipsoidische Breite φ^N und die Normalschwere γ ohne jegliche Approximation.

3.2 Störgrößen des Schwerefeldes und (Quasi-)Geoidhöhen

Zur Bestimmung des aktuellen Schwerefeldes der Erde ist mit der Kugelfunktionsentwicklung des Gravitationspotentials in (3.19) eine Lösung der Laplace-Gleichung (3.16) gegeben. Die unbekanntenen Kugelfunktionskoeffizienten des Gravitationspotentials werden durch Beobachtungen von Schwerefeldfunktionalen auf oder oberhalb der Erdoberfläche bestimmt. Zur Lösung dieses geodätischen Randwertproblems (Heck, 1997) werden Bedingungen zwischen den Beobachtungen und dem zu bestimmenden Schwerefeld eingeführt. Für die nichtlinearen Beobachtungsgleichungen (3.6) existieren keine direkten Lösungen des geodätischen Randwertproblems (Heck, 1997, S. 131). Mit dem Normalpotential gelingt die Linearisierung des aktuellen Schwerepotentials, und es entsteht das Störpotential. Die Störgrößen des Schwerefeldes sind wesentlich kleiner als die aktuellen Schwerefeldgrößen. Zudem haben die bei der Schwerefeldmodellierung üblichen Approximationen und Bedingungen einen wesentlich geringeren Einfluss und sind unter Umständen auf dem Residualfeld gültig. Der Übergang auf das Störpotential T in einem Punkt P an der Erdoberfläche oder im Außenraum wird nach Heiskanen und Moritz (1967, S. 82) mit

$$T_P = W_P - U_P \quad (3.24)$$

vollzogen. Mit $Z = Z^N$ nach (3.17) stellt das Störpotential die Differenz der Gravitationspotentiale V und V^N dar und bildet somit eine harmonische Funktion. Die Kugelfunktionsentwicklung des Störpotentials lautet nach Torge (2003, S. 196)

$$T(\theta, \lambda, r) = \frac{GM^N}{r} \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{a^N}{r}\right)^n \sum_{m=0}^n (\Delta \bar{C}_{nm} \cos m\lambda + \Delta \bar{S}_{nm} \sin m\lambda) \bar{P}_{nm}(\cos \theta) \quad (3.25)$$

bzw.

$$T(\theta, \lambda, r) = \frac{GM^N}{a^N} \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{a^N}{r}\right)^{n+1} \sum_{m=0}^n (\Delta \bar{C}_{nm} \cos m\lambda + \Delta \bar{S}_{nm} \sin m\lambda) \bar{P}_{nm}(\cos \theta). \quad (3.26)$$

Die Koeffizienten des Störpotentials ergeben sich aus der Differenz der skalierten Koeffizienten aus (3.19) und den Koeffizienten aus (3.20) mit

$$\begin{Bmatrix} \Delta \bar{C}_{nm} \\ \Delta \bar{S}_{nm} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \bar{C}_{nm}^* - \bar{C}_n^N \\ \bar{S}_{nm}^* \end{Bmatrix} \quad \text{und} \quad \begin{Bmatrix} \bar{C}_{nm}^* \\ \bar{S}_{nm}^* \end{Bmatrix} = \left(\frac{GM}{GM^N}\right) \left(\frac{a}{a^N}\right)^n \begin{Bmatrix} \bar{C}_{nm} \\ \bar{S}_{nm} \end{Bmatrix} \quad (3.27)$$

Die Terme nullten Grades entfallen bei Massengleichheit von Erde und Ellipsoid. Liegt der Ursprung des Referenzsystems im Massenmittelpunkt der Erde, so entfallen zusätzlich die Terme ersten Grades (Torge, 2003, S. 196 und S. 66). Unterscheiden sich jedoch die Massen, so wird das Störpotential nullten Grades mit

$$T = \frac{GM - GM^N}{r} \quad (3.28)$$

berücksichtigt; vgl. Wenzel (1985, S. 20) und Roland (2005, S. 11). Zudem muss der Umgang mit dem permanenten Gezeiteneffekt durch die Wahl des Koeffizienten \bar{C}_{20} beachtet werden (Abschnitt 4.1).

Der Schwerestörungsvektor $\delta\mathbf{g}$ ist nach Heiskanen und Moritz (1967, S. 85) definiert als Gradient des Störpotentials T in einem Punkt P und lautet nach Wenzel (1985, S. 24) in einem lokalen sphärischen Bezugssystem

$$\delta\mathbf{g}_P = \text{grad } T_P = \text{grad } W_P - \text{grad } U_P = \mathbf{g}_P - \boldsymbol{\gamma}_P = \begin{pmatrix} \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial \theta} & \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial T}{\partial \lambda} & \frac{\partial T}{\partial r} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{e}_\theta \\ \mathbf{e}_\lambda \\ \mathbf{e}_r \end{pmatrix} \quad (3.29)$$

Hinsichtlich der Formulierung des geodätischen Randwertproblems ist zu unterscheiden, ob für die Schwerefeldbeobachtungen an der Erdoberfläche ein vollständiger Satz von ellipsoidischen Koordinaten (φ, λ, h) beispielsweise aus GPS-Beobachtungen vorliegt oder Lagekoordinaten in Verbindung mit einer physikalischen Höhe beispielsweise aus einem geometrischen Nivellement existieren (Heck, 1997, S. 127 und S. 129). Die Festlegung des Punktes Q erfolgt dann mit Hilfe der Telluroiddefinition nach Molodenskii (3.10) (Heck, 1986). Durch die ersten beiden Bedingungen wird der Punkt Q in die Ellipsoidnormale des Punktes P gelegt. Die dritte Bedingung definiert die Lage des Punktes Q auf der Ellipsoidnormalen, wobei der Abstand zwischen P und Q die Quasigeoidhöhe oder Höhenanomalie ζ_P darstellt (Abbildung 3.1). In Analogie zu (3.8) gilt nach Wenzel (1985, S. 21)

$$U_Q - U_P = \bar{\gamma}_{PQ} \Delta H_{PQ}^N. \quad (3.30)$$

Mit $T_P = W_P - U_P = U_Q - U_P$ aus (3.24) und der dritten Bedingung aus (3.10) folgt die Höhenanomalie mit

$$\zeta_P = \frac{T_P}{\bar{\gamma}_{PQ}}. \quad (3.31)$$

Bei der Telluroiddefinition nach Molodenskii wird die Höhenanomalie als Abstand zwischen P und Q entlang der Ellipsoidnormalen anstelle der normalen Lotlinie wie bei der Definition nach Hirvonen (Heck, 1986, S. 28) festgelegt. Aufgrund der geringen Krümmung der normalen Lotlinien sind die auftretenden Differenzen zwischen den Höhenanomalien jedoch nur von theoretischer Natur. Der Übergang auf das Theorem von Bruns (Heiskanen und Moritz, 1967, S. 85) erfolgt aus (3.31) mit der Normalschwere in Q nach

$$\zeta_P = \frac{T_P}{\gamma_Q}, \quad (3.32)$$

womit sich gegenüber der Höhenanomalie aus (3.31) Differenzen im Bereich < 2 mm ergeben (Wenzel, 1985, S. 21). Als Sonderfall kann die Geoidhöhe oder Geoidundulation (Abbildung 3.1) mit

$$\zeta_0 = \frac{T_0}{\gamma_0} \quad (3.33)$$

dargestellt werden, die jedoch im Rahmen dieser Arbeit keine weitere Rolle spielt. Mit Hilfe der (Quasi-)Geoidhöhen wird der Zusammenhang zwischen ellipsoidischen Höhen h und den Normalhöhen H^N bzw. den orthometrischen Höhen H nach

$$h_P = H_Q^N + \zeta_P = H_P + \zeta_0 \quad (3.34)$$

gebildet (Abschnitte 2.4.2 und 2.4.3). Nach Abbildung 3.1 sind dabei die Krümmungen der Lotlinien vernachlässigt. Die Höhendifferenzen aufgrund der geringen Krümmung der normalen Lotlinie nach

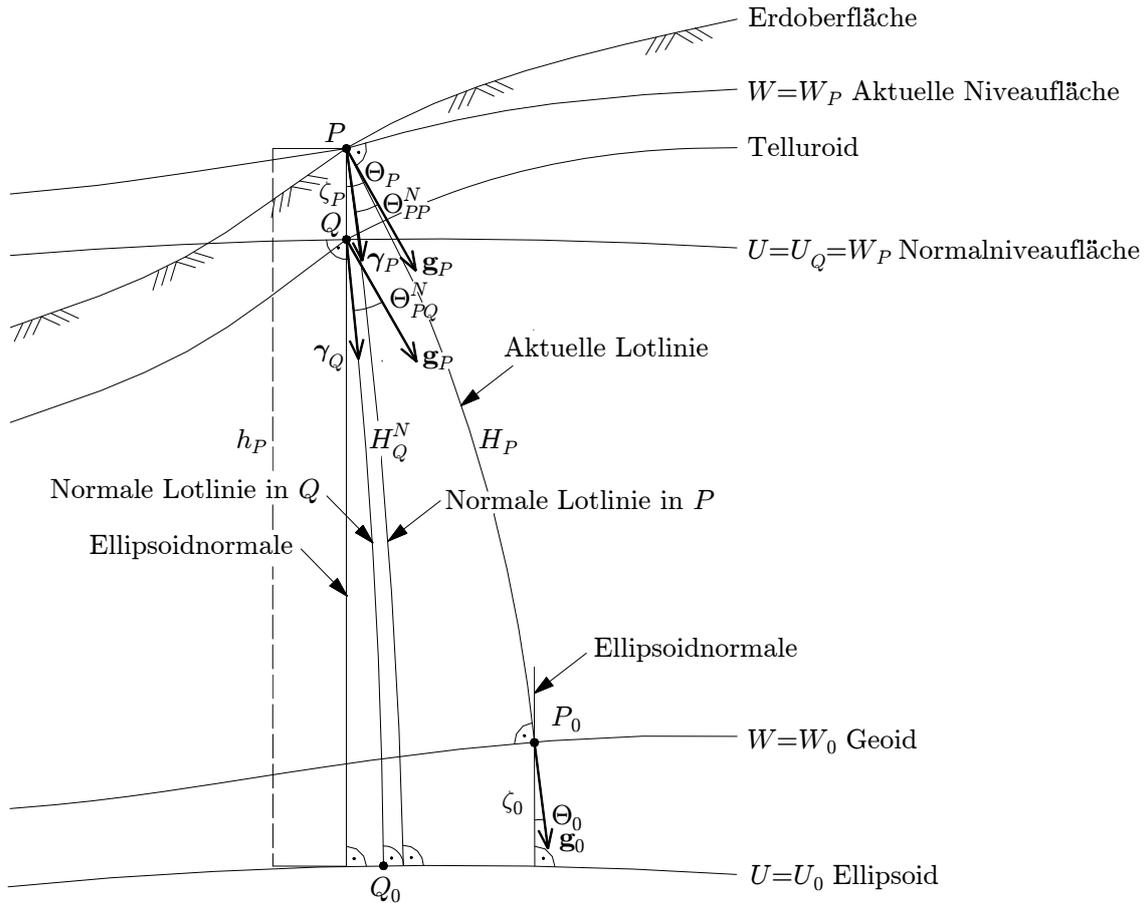


Abbildung 3.1. Bezugsflächen, Schwerevektoren, Höhen und Lotabweichungen nach Helmert Θ_P , Molodenski Θ_{PQ}^N , Pizzetti Θ_0 sowie dynamische Lotabweichung Θ_{PP}^N

(3.50) sind vollständig vernachlässigbar. Die Höhendifferenz aufgrund der Krümmung der aktuellen Lotlinie beträgt 1 mm für globale Maximalwerte von $100''$ für die Lotabweichung (Abbildung 3.4) und 9000 m für die Höhe. Die im Erdinneren unbekannt Krümmung der aktuellen Lotlinie wird jedoch im Rahmen dieser Arbeit nicht benötigt.

Um den Schwerestörungsvektor (3.29) in eine Nord-Süd-, eine Ost-West- und eine Vertikalkomponente zu zerlegen, wird die Differenz aus aktuellem Schwerevektor und Normalschwerevektor in einem lokalen Bezugssystem gebildet. Dabei wird die Achsparallelität der zugrunde liegenden geozentrischen globalen Bezugssysteme vorausgesetzt. Für den Schwerestörungsvektor in einem lokalen normalen ellipsoidischen Bezugssystem wird die Differenz von (2.16) und (2.18) in Verbindung mit der Transformation des aktuellen Schwerevektors in das normale ellipsoidische Bezugssystem mit $\mathbf{A}^T(\varphi^N, \lambda)$ nach (2.20) gebildet, und es folgt unter Verwendung der Additionstheoreme für die trigonometrischen Funktionen (Bronstein *et al.*, 1996, S. 56) nach Wenzel (1985, S. 26)

$$\delta \mathbf{g}_P = \begin{pmatrix} -g_P [\sin \Phi_P \cos \varphi_P^N - \cos \Phi_P \sin \varphi_P^N \cos(\Lambda_P - \lambda_P)] \\ -g_P \cos \Phi_P \sin(\Lambda_P - \lambda_P) \\ \gamma_P - g_P [\cos \Phi_P \cos \varphi_P^N \cos(\Lambda_P - \lambda_P) + \sin \Phi_P \sin \varphi_P^N] \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} \mathbf{e}_N^N \\ \mathbf{e}_E^N \\ \mathbf{e}_H^N \end{pmatrix}. \quad (3.35)$$

Bei Wenzel (1985, S. 25) sind zusätzlich die Komponenten des Schwerestörungsvektors in einem lokalen astronomischen Bezugssystem dargestellt. Der Schwereanomalievektor ergibt sich nach Wenzel (1985,

S. 28) mit

$$\begin{aligned}\Delta \mathbf{g}_P &= \text{grad } W_P - \text{grad } U_Q = \mathbf{g}_P - \boldsymbol{\gamma}_Q \\ &= \text{grad } (W_P - U_P + U_P - U_Q) \\ &= \text{grad } T_P + \boldsymbol{\gamma}_P - \boldsymbol{\gamma}_Q.\end{aligned}\tag{3.36}$$

Für die Darstellungen des Schwereanomalievektors in einem Punkt Q bezüglich des lokalen normalen ellipsoidischen Bezugssystems werden die Parameter des Normalschwerevektors $(\varphi_P^N, \lambda_P, \gamma_P)$ in (3.35) durch $(\varphi_Q^N, \lambda_Q, \gamma_Q)$ ersetzt. Die Komponenten des Schwereanomalievektors in einem lokalen astronomischen Bezugssystem sind bei Wenzel (1985, S. 28) dargestellt.

Als Lotabweichung wird in allgemeiner Definition der räumliche Winkel zwischen der aktuellen Lotlinie und einer bestimmten definierten Bezugsrichtung bezeichnet (Heiskanen und Moritz, 1967, S. 83). Im Rahmen dieser Arbeit wird als Bezugsrichtung zum einen die Ellipsoidnormale \mathbf{n}^E in einem Punkt P benutzt, die mit Hilfe ellipsoidischer Koordinaten nach (2.17) festgelegt wird. Zum anderen erfolgt die Festlegung mit Bezug zum (negativen normierten) Normalschwerevektor \mathbf{n}^N in den Punkten P bzw. Q nach (2.18). Im Folgenden werden die allgemeinen exakten Zusammenhänge bei der Bildung der Lotabweichungskomponenten in Nord-Süd- und Ost-West-Richtung hergeleitet, die als Referenz für die Gültigkeitsabschätzung der üblichen Approximationen dienen. Die aktuelle Lotlinie wird dargestellt mit Hilfe des (normierten) Zenitvektors \mathbf{n} nach (2.16). Als Bezugsrichtung wird exemplarisch die Ellipsoidnormale \mathbf{n}^E nach (2.17) mit den Parametern (φ, λ) benutzt. Für andere Bezugsrichtungen müssen die Parameter entsprechend ausgetauscht werden. Der Absolutbetrag der Lotabweichung Θ (Abbildung 3.1) ist unabhängig vom Bezugssystem und lässt sich exakt mit Hilfe des Skalarproduktes zweier Vektoren bestimmen, die im gleichen Bezugssystem vorliegen. Es ergibt sich

$$\cos \Theta = \langle \mathbf{n}, \mathbf{n}^E \rangle = \cos \Phi \cos \varphi \cos(\Lambda - \lambda) + \sin \Phi \sin \varphi.\tag{3.37}$$

Zur Zerlegung des Winkels Θ in eine Nord-Süd-Komponente ξ und eine Ost-West-Komponente η wird analog zu (3.35) der Differenzvektor in einem lokalen ellipsoidischen Bezugssystem mit

$$\delta \mathbf{n} = \mathbf{n} - \mathbf{n}^E = \begin{pmatrix} \delta n_N^E \\ \delta n_E^E \\ \delta n_H^E \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} \mathbf{e}_N^E \\ \mathbf{e}_E^E \\ \mathbf{e}_H^E \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sin \Phi \cos \varphi - \cos \Phi \sin \varphi \cos(\Lambda - \lambda) \\ \cos \Phi \sin(\Lambda - \lambda) \\ \cos \Phi \cos \varphi \cos(\Lambda - \lambda) + \sin \Phi \sin \varphi - 1 \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} \mathbf{e}_N^E \\ \mathbf{e}_E^E \\ \mathbf{e}_H^E \end{pmatrix}\tag{3.38}$$

gebildet. Die exakten Winkel ξ^* und η^* ergeben sich in den Dreiecken der Ebenen $\mathbf{e}_N^E \mathbf{e}_H^E$ bzw. $\mathbf{e}_E^E \mathbf{e}_H^E$ des lokalen ellipsoidischen Bezugssystems (Abbildung 3.2, links) aus den Komponenten des Differenzvektors $\delta \mathbf{n}$ aus (3.38) zu

$$\begin{aligned}\tan \xi^* &= \frac{\delta n_N^E}{1 - \delta n_H^E} = \frac{\sin \Phi \cos \varphi - \cos \Phi \sin \varphi \cos(\Lambda - \lambda)}{-\cos \Phi \cos \varphi \cos(\Lambda - \lambda) - \sin \Phi \sin \varphi} \\ \tan \eta^* &= \frac{\delta n_E^E}{1 - \delta n_H^E} = \frac{\cos \Phi \sin(\Lambda - \lambda)}{2 - \cos \Phi \cos \varphi \cos(\Lambda - \lambda) - \sin \Phi \sin \varphi}.\end{aligned}\tag{3.39}$$

Analog können die exakten Winkel ξ^* und η^* in einem lokalen astronomischen Bezugssystem mit

$$\begin{aligned}\tan \xi^* &= \frac{\delta n_N}{1 - \delta n_H} = \frac{\sin \Phi \cos \varphi \cos(\Lambda - \lambda) - \cos \Phi \sin \varphi}{\cos \Phi \cos \varphi \cos(\Lambda - \lambda) + \sin \Phi \sin \varphi} \\ \tan \eta^* &= \frac{\delta n_E}{1 - \delta n_H} = \frac{\cos \varphi \sin(\Lambda - \lambda)}{\cos \Phi \cos \varphi \cos(\Lambda - \lambda) + \sin \Phi \sin \varphi}\end{aligned}\tag{3.40}$$

gebildet werden.

Für den Übergang von den Lotabweichungskomponenten ξ^* und η^* in der exakten Winkeldefinition auf Vektorkomponenten in der Horizontalebene des lokalen Bezugssystems ξ und η (Abbildung 3.2,

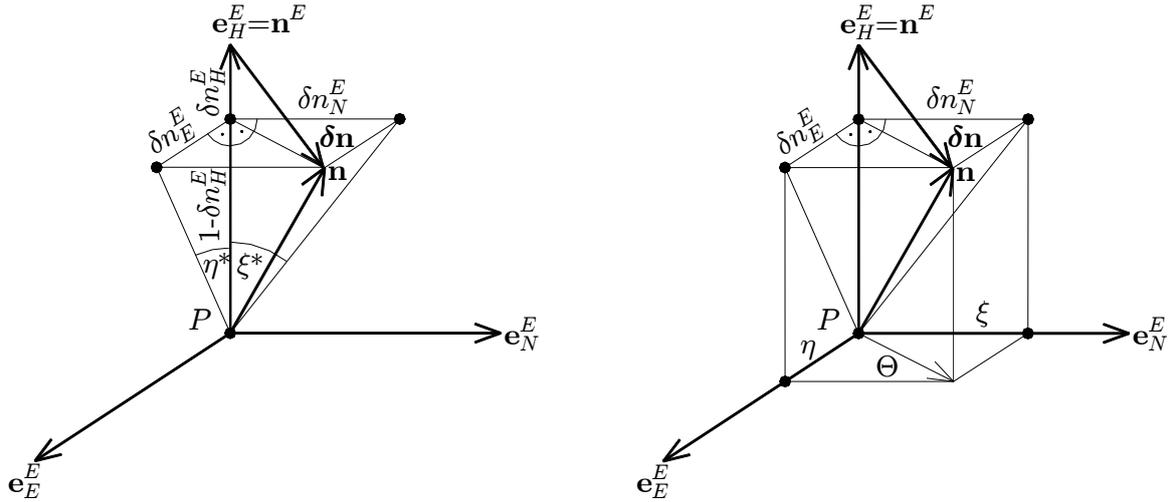


Abbildung 3.2. Lotabweichungskomponenten ξ^* und η^* in einem lokalen ellipsoidischen Bezugssystem als Winkel zwischen \mathbf{n}^E und dem in die $\mathbf{e}_N^E \mathbf{e}_H^E$ - bzw. $\mathbf{e}_E^E \mathbf{e}_H^E$ -Ebene projizierten Vektor \mathbf{n} (links) sowie ξ und η als Komponenten des Differenzvektors $\delta \mathbf{n}$ in der lokalen Horizontalebene $\mathbf{e}_N^E \mathbf{e}_E^E$ (rechts)

rechts) wird zunächst der Lotabweichungsvektor im lokalen ellipsoidischen Bezugssystem nach Jekeli (1999) mit

$$\boldsymbol{\Theta} = \begin{pmatrix} \xi \\ \eta \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} \mathbf{e}_N^E \\ \mathbf{e}_E^E \end{pmatrix} \quad (3.41)$$

und der Länge

$$\Theta = \sqrt{\xi^2 + \eta^2} \quad (3.42)$$

eingeführt. Die Vektorkomponenten ξ und η lauten nach (3.38) im lokalen ellipsoidischen Bezugssystem

$$\begin{aligned} \xi &= \delta n_N^E = \sin \Phi \cos \varphi - \cos \Phi \sin \varphi \cos(\Lambda - \lambda) \\ \eta &= \delta n_E^E = \cos \Phi \sin(\Lambda - \lambda). \end{aligned} \quad (3.43)$$

Analog lauten die Vektorkomponenten ξ und η im lokalen astronomischen Bezugssystem

$$\begin{aligned} \xi &= \delta n_N = \sin \Phi \cos \varphi \cos(\Lambda - \lambda) - \cos \Phi \sin \varphi \\ \eta &= \delta n_E = \cos \varphi \sin(\Lambda - \lambda). \end{aligned} \quad (3.44)$$

Darüber hinaus werden beispielsweise bei Torge (2003, S. 200) Lotabweichungskomponenten in sphärischer Approximation angegeben (Abbildung 3.3). Unter Berücksichtigung des jeweiligen rechten Winkels zwischen ξ und η im betrachteten sphärischen Dreieck des zugrunde liegenden lokalen Bezugssystems auf der Einheitskugel um den Punkt P ergeben sich die Lotabweichungskomponenten mit Hilfe des Seitenkosinussatzes bzw. Sinussatzes der sphärischen Trigonometrie nach Bronstein *et al.* (1996, S. 772). Die sphärischen Lotabweichungskomponenten lauten in einem lokalen ellipsoidischen Bezugssystem

$$\begin{aligned} \sin \Phi &= \cos \eta \sin(\varphi + \xi) \\ \sin \eta &= \cos \Phi \sin(\Lambda - \lambda). \end{aligned} \quad (3.45)$$

Bei Torge (2003, S. 200) sind die sphärischen Lotabweichungskomponenten (implizit) in einem lokalen astronomischen Bezugssystem angegeben. Eine weitere Lotabweichungsdefinition ist bei Pick *et al.* (1973, S. 432) angegeben und wird beispielsweise bei Jekeli (1999) oder Hirt (2010) benutzt. Auf Basis von Reihenentwicklungen bis zur zweiten Ordnung ergibt sich aus der sphärischen Approximation (3.45) die Nord-Süd-Komponente in einem lokalen ellipsoidischen Bezugssystem mit

$$\xi = \Phi - \varphi + \frac{1}{2} \eta^2 \tan \Phi. \quad (3.46)$$

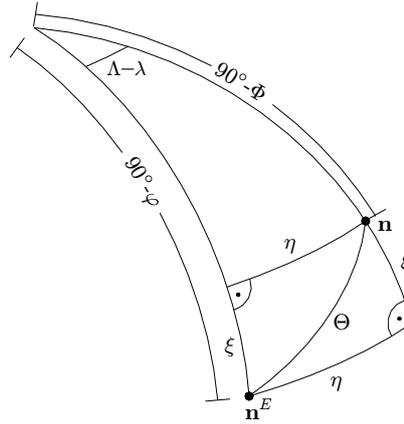


Abbildung 3.3. Lotabweichungskomponenten in sphärischer Approximation als Abstände zwischen dem Zenitvektor \mathbf{n} und der Ellipsoidnormalen \mathbf{n}^E auf der Einheitskugel.

Aus (3.43) oder (3.45) folgen mit Hilfe der linearen Beziehungen für kleine Winkel α

$$\cos \alpha \approx 1, \sin \alpha \approx \alpha \quad (3.47)$$

und unter Anwendung der Additionstheoreme die Lotabweichungskomponenten in linearer Approximation in einem lokalen ellipsoidischen Bezugssystem mit

$$\begin{aligned} \xi &= \Phi - \varphi \\ \eta &= (\Lambda - \lambda) \cos \Phi. \end{aligned} \quad (3.48)$$

Zumeist werden in der Literatur jedoch die linearen Beziehungen beispielsweise nach Torge (2003, S. 200)

$$\begin{aligned} \xi &= \Phi - \varphi \\ \eta &= (\Lambda - \lambda) \cos \varphi \end{aligned} \quad (3.49)$$

verwendet, die implizit in einem lokalen astronomischen Bezugssystem vorliegen.

Die Lotabweichungskomponenten ξ und η verbleiben global zumeist im Bereich von $\pm 20''$ (Abbildung 3.4). Im Hochgebirge treten jedoch Maximalwerte im Bereich bis zu $100''$ auf, für die die Differenzen aus den Approximationen der verschiedenen allgemeinen Lotabweichungsdefinitionen abgeschätzt werden. In Tabelle 3.1 sind die Differenzen der dargestellten Approximationen für die Lotabweichungskomponenten ξ und η in Bezug auf die exakten Winkeldefinitionen ξ^* und η^* im lokalen ellipsoidischen Bezugssystem nach (3.39) angegeben, die sich für globale Maximalwerte von $\xi = \eta = 100''$ bei $\varphi = 45^\circ$

Tabelle 3.1. Differenzen verschiedener Lotabweichungsapproximationen gegenüber den exakten Lotabweichungskomponenten ξ^* und η^* in einem lokalen ellipsoidischen Bezugssystem (leS) nach (3.39) für $\xi = \eta = 100''$ und $\varphi = 45^\circ$

Approximation	Gleichung	$\Delta\xi$ [mas]	$\Delta\eta$ [mas]
A exakt im lokalen astronomischen Bezugssystem (laS)	(3.40)	-24	34
B Vektorkomponenten im leS	(3.43)	$< 0, 1$	$< 0, 1$
C sphärische Approximation im leS	(3.45)	$< 0, 1$	$< 0, 1$
D Approximation nach Pick im leS	(3.46)	$< 0, 1$	$< 0, 1$
E lineare Approximation im leS	(3.48)	-12	$< 0, 1$
F lineare Approximation im laS	(3.49)	-12	34

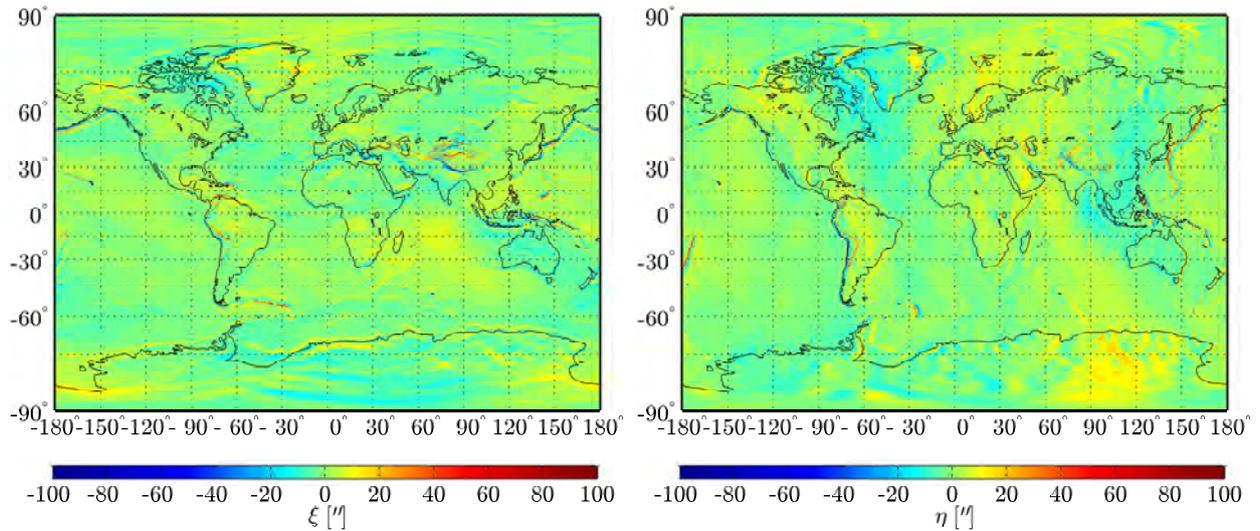


Abbildung 3.4. Lotabweichungskomponenten ξ (links) und η (rechts) aus dem globalen Potentialmodell EGM2008

ergeben. Werden die zugrunde liegenden lokalen Bezugssysteme nicht unterschieden, so ergeben sich für die exakten Lotabweichungskomponenten ξ^* und η^* systematische Abweichungen von -24 mas bzw. 34 mas (Approximation A). Bei Berücksichtigung des zugrunde liegenden Bezugssystems betragen die Differenzen der Approximationen B bis D gegenüber der exakten Definition weniger als $0,1$ mas und sind im Hinblick auf die Zielgenauigkeit von 2 mas vollständig vernachlässigbar. Die lineare Nord-Süd-Komponente ξ (Approximation E) unterscheidet sich von der exakten Definition im gleichen Bezugssystem systematisch um -12 mas. Werden die gebräuchlichen linearen Lotabweichungskomponenten ξ und η nach (3.49) benutzt, so ergeben sich systematische Abweichungen gegenüber der exakten Definition im lokalen ellipsoidischen Bezugssystem von -12 mas bzw. 34 mas. Die lineare Approximation der Nord-Süd-Komponente ξ stellt also den Mittelwert der exakten Definition im lokalen ellipsoidischen und astronomischen Bezugssystem dar. Die lineare Approximation der Ost-West-Komponente η hingegen stellt bei Berücksichtigung des zugrunde liegenden Bezugssystems kein Problem dar. Bei der folgenden Spezifizierung des allgemeinen Lotabweichungsbegriffes und beim Übergang auf Quasigeoidhöhen mit dem astronomischen Nivellement (Abschnitt 5.2.1) werden ξ und η als Komponenten des Lotabweichungsvektors nach (3.43) in einem lokalen ellipsoidischen Bezugssystem verwendet, da sie gegenüber der exakten Definition nach (3.39) wesentlich anschaulicher sind und ohne Genauigkeitsverlust gebildet werden. Für die Benutzung linearer Approximationen, die systematische Abweichungen im Bereich mehrerer Millibogensekunden hervorrufen, besteht in der heutigen Zeit kein Grund mehr.

Nach Jekeli (1999) und Torge (2003, S. 199) wird der allgemeine Begriff der Lotabweichung nach den Definitionen von Helmert Θ , Molodenskii Θ^N und Pizzetti Θ_0 in Abhängigkeit von der Bezugsrichtung spezifiziert (Abbildung 3.1).

Definition nach Helmert Der Absolutbetrag der Lotabweichung nach der Definition von Helmert Θ_P beschreibt den Winkel zwischen der aktuellen Lotlinie mit den astronomischen Koordinaten $(\Phi, \Lambda)_P$ und der Ellipsoidnormalen mit den ellipsoidischen Koordinaten $(\varphi, \lambda)_P$ jeweils in einem Punkt P an der Erdoberfläche; diese wird als **astrogeodätische Lotabweichung** bezeichnet. Aus (3.43) ergeben sich die Bildungsvorschriften für die Lotabweichungskomponenten ξ_P und η_P in einem lokalen ellipsoidischen Bezugssystem nach der Definition von Helmert.

Definition nach Molodenskii Nach der Definition von Molodenskii stellt der Absolutbetrag der Lotabweichung Θ_{PQ}^N den Winkel zwischen der aktuellen Lotlinie mit den astronomischen Koordinaten

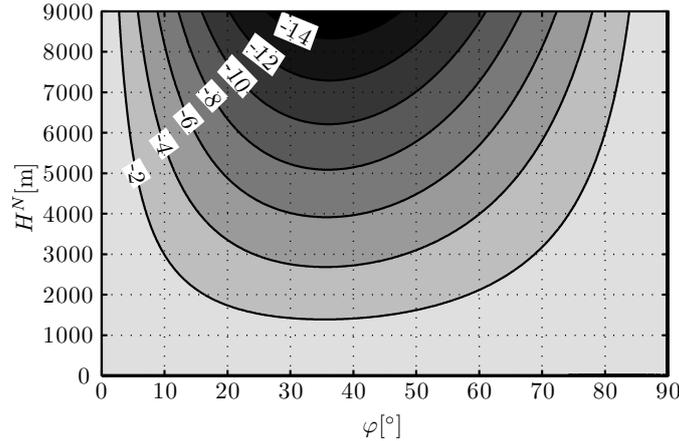


Abbildung 3.5. Differenzen zwischen der exakten Berechnung der Breitendifferenz und der Näherungsformel zur Berücksichtigung der Krümmung der normalen Lotlinie in Abhängigkeit von der ellipsoidischen Breite φ und der Normalhöhe H^N in [mas].

$(\Phi, \Lambda)_P$ in einem Punkt P an der Erdoberfläche und der normalen Lotlinie mit den normalen ellipsoidischen Koordinaten $(\varphi^N, \lambda)_Q$ in einem Punkt Q auf dem Telluroid dar. Die Lotabweichungskomponenten ξ_{PQ}^N und η_{PQ}^N nach der Definition von Molodenskii ergeben sich aus (3.43) durch Substitution der ellipsoidischen durch normale ellipsoidische Koordinaten in einem normalen ellipsoidischen Bezugssystem mit dem Punkt Q als Ursprung. Die Lotabweichungskomponenten nach der Definition von Helmert können unter Berücksichtigung der Krümmung der normalen Lotlinie in Molodenskii-Lotabweichungen transformiert werden, wenn die Normalhöhe des Punktes Q gegeben ist. Dabei wird φ_Q^N exakt aus dem Gradienten des Normalpotentials nach (3.12) berechnet. Für die Breitendifferenz zwischen $\varphi_P = \varphi_Q$ und φ_Q^N aufgrund der Krümmung der normalen Lotlinie wird zumeist die Näherungsformel

$$\Delta\varphi^N = \varphi_P - \varphi_Q^N = -0,17'' H^N \sin 2\varphi \quad (3.50)$$

mit H^N als Normalhöhe in [km] angegeben (Heiskanen und Moritz, 1967, S. 196). Der Betrag der Breitendifferenz nimmt also mit der Höhe zu. Die Differenz zwischen der exakten Berechnung der Breitendifferenz und der Näherungsformel (3.50) ist in Abhängigkeit von der Normalhöhe H^N und der ellipsoidischen Breite φ in Abbildung 3.5 dargestellt. Die Differenzen sind stets negativ mit Beträgen von bis zu 14 mas für Höhen von 9000 m. Daher sollte insbesondere im Gebirge auf die Verwendung der Näherungsformel verzichtet werden.

Wird nicht das Telluroid als Randfläche benutzt, sondern die Erdoberfläche, so existiert mit der **dynamischen Lotabweichung** nach Moritz (1983, S. 14) eine weitere Definition. Der Absolutbetrag der dynamischen Lotabweichung Θ_{PP}^N ist der Winkel zwischen der aktuellen Lotlinie mit den astronomischen Koordinaten $(\Phi, \Lambda)_P$ und der normalen Lotlinie mit den normalen ellipsoidischen Koordinaten $(\varphi^N, \lambda)_P$ jeweils in einem Punkt P an der Erdoberfläche. Die dynamischen Lotabweichungskomponenten ξ_{PP}^N und η_{PP}^N ergeben sich aus (3.43) durch Substitution der ellipsoidischen durch normale ellipsoidische Koordinaten in einem normalen ellipsoidischen Bezugssystem mit dem Punkt P als Ursprung. Die Differenzen zu den Lotabweichungskomponenten nach Molodenskii betragen beispielsweise für die Nord-Süd-Komponente ξ bei $\varphi^N = 45^\circ$ und $\zeta_P = 50$ m etwa 9 mas und sollten entgegen der Darstellung bei Torge (2003, S. 199) praktisch nicht vernachlässigt werden. Die dynamische und die nach Molodenskii definierte Ost-West-Komponente η sind wegen $\lambda_P = \lambda_Q$ nach (3.10) identisch.

Definition nach Pizzetti Der Absolutbetrag der Lotabweichung nach Pizzetti Θ_0 ist der am Geoid definierte Winkel zwischen der aktuellen Lotrichtung mit den astronomischen Koordinaten $(\Phi, \Lambda)_0$ im Punkt P_0 auf dem Geoid und der Ellipsoidnormalen durch P_0 mit den ellipsoidischen Koordinaten

$(\varphi^N, \lambda)_0$. Die Lotabweichung nach Pizzetti wird bei der Geoidbestimmung eingesetzt und im Rahmen dieser Arbeit nicht weiter verwendet.

Im Folgenden werden die Zusammenhänge zwischen den Lotabweichungskomponenten ξ und η und dem Schwerestörungs- bzw. Schwereanomalievektor im lokalen normalen ellipsoidischen Bezugssystem nach (3.35) bzw. (3.36) hergestellt, die zur Berechnung exakter Lotabweichungskomponenten aus globalen Potentialmodellen benötigt werden (Abschnitt 4.1). Durch Vergleich der Komponenten des Schwerestörungsvektors nach (3.35) und den dynamischen Lotabweichungskomponenten in Verbindung mit (3.43) im lokalen normalen ellipsoidischen Bezugssystem folgt direkt

$$\delta \mathbf{g}_P = - \begin{pmatrix} g_P \xi_{PP}^N \\ g_P \eta_{PP}^N \\ g_P - \gamma_P \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} \mathbf{e}_N^N \\ \mathbf{e}_E^N \\ \mathbf{e}_H^N \end{pmatrix}. \quad (3.51)$$

Durch den Vergleich von (3.35) und (3.37) ergibt sich für die dritte Komponente die Approximation $\cos \Theta \approx 1$, die global bei maximalen Lotabweichungen von $100''$ und $|g_P - \bar{\gamma}_{PQ}| < 300$ mGal (Wenzel, 1985, S. 26) eine vernachlässigbaren Abweichung von $3 \cdot 10^{-5}$ mGal hervorruft. Für die Komponenten des Schwereanomalievektors folgt ein analoger Zusammenhang mit den Lotabweichungskomponenten nach Molodenskii in einem lokalen normalen ellipsoidischen Bezugssystem mit

$$\Delta \mathbf{g}_P = - \begin{pmatrix} g_P \xi_{PQ}^N \\ g_P \eta_{PQ}^N \\ g_P - \gamma_Q \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} \mathbf{e}_N^N \\ \mathbf{e}_E^N \\ \mathbf{e}_H^N \end{pmatrix}. \quad (3.52)$$

Die Vertikalkomponenten in (3.51) und (3.52) werden als skalare Schwerestörung δg_P bzw. skalare Schwereanomalie Δg_P bezeichnet (Heiskanen und Moritz, 1967, S. 83 und 85). Durch Bildung des Gradienten des Störpotentials T in einem lokalen normalen ellipsoidischen Bezugssystem nach

$$\delta \mathbf{g}_P = \text{grad } T_P = \begin{pmatrix} \frac{\partial T_P}{\partial x_N^N} & \frac{\partial T_P}{\partial x_E^N} & \frac{\partial T_P}{\partial x_H^N} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{e}_N^N \\ \mathbf{e}_E^N \\ \mathbf{e}_H^N \end{pmatrix} \quad (3.53)$$

ergeben sich die linearen Beziehungen zwischen den Komponenten des Schwerestörungsvektors aus (3.51) und dem Störpotential in einem lokalen normalen ellipsoidischen Bezugssystem mit

$$\begin{aligned} \xi_{PP}^N &= - \frac{1}{g_P} \frac{\partial T}{\partial x_N^N} \\ \eta_{PP}^N &= - \frac{1}{g_P} \frac{\partial T}{\partial x_E^N} \\ \delta g_P &= - \frac{\partial T}{\partial x_H^N}; \end{aligned} \quad (3.54)$$

vgl. Krarup (1969, S. 71). Die Komponenten des Schwereanomalievektors können bei Kenntnis von Q exakt mit Hilfe der dargestellten Zusammenhänge aus den Komponenten des Schwerestörungsvektors berechnet werden. Ein linearer funktionaler Zusammenhang zwischen skalaren Schwereanomalien und dem Störpotential existiert unter Einführung sphärischer Approximationen und wird als Fundamentalgleichung der Physikalischen Geodäsie bezeichnet (Abschnitt 3.3.1).

Die zu (3.51) und (3.52) analogen Zusammenhänge im lokalen astronomischen Bezugssystem ergeben sich nach Wenzel (1985, S. 25) für den Schwerestörungsvektor mit

$$\delta \mathbf{g}_P = - \begin{pmatrix} \gamma_P \xi_{PP}^N \\ \gamma_P \eta_{PP}^N \\ g_P - \gamma_P \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} \mathbf{e}_N \\ \mathbf{e}_E \\ \mathbf{e}_H \end{pmatrix}. \quad (3.55)$$

Die Komponenten des Schwereanomalievektors folgen im lokalen astronomischen Bezugssystem nach Wenzel (1985, S. 28) aus

$$\Delta \mathbf{g}_P = - \begin{pmatrix} \gamma_Q \xi_{PQ}^N \\ \gamma_Q \eta_{PQ}^N \\ g_P - \gamma_Q \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} \mathbf{e}_N \\ \mathbf{e}_E \\ \mathbf{e}_H \end{pmatrix}. \quad (3.56)$$

3.3 Statistische Schwerefeldbeschreibung

Für die Validierung und Kombination von globalen Potentialmodellen mit terrestrischen Daten sind Abschätzungen der Signaleigenschaften und des Rauschens vom Störpotential und von dessen Funktionalen aus den Kugelfunktionskoeffizienten erforderlich. Dafür wird zunächst die sphärische Approximation eingeführt, womit einfache spektrale Beziehungen zwischen dem Störpotential und den Funktionalen (Störgrößen) auf einer Kugel mit festem Radius gebildet werden können. Die sphärische Approximation bewirkt systematische Abweichungen in der Größenordnung der Abplattung von etwa $1/300$. Bei Lotabweichungen mit Maximalwerten von $100''$ (Abbildung 3.4) treten somit Abweichungen im Bereich von $0,3''$ auf, sodass diese Lotabweichungskomponenten im Rahmen der astrogeodätischen Schwerefeldbestimmung nicht benutzt werden, sondern ausschließlich im Rahmen spektraler Abschätzungen des Signals und des Rauschens Verwendung finden.

3.3.1 Schwerefeldfunktionale in sphärischer Approximation

Das harmonische Störpotential (3.25) bzw. (3.26) wird nach Rummel (1997, S. 363) in kompakter Schreibweise eingeführt mit

$$\begin{aligned} T(\theta, \lambda, r) &= \frac{GM}{R} \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{R}{r}\right)^{n+1} \sum_{m=-n}^{+n} t_{nm} Y_{nm}(\theta, \lambda) \\ &= \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{R}{r}\right)^{n+1} T_n(\theta, \lambda) \end{aligned} \quad (3.57)$$

und $T_n(\theta, \lambda)$ als Kugelflächenfunktionen des Störpotentials vom Grad n auf einer Kugel mit $r = R$ (Torge, 2003, S. 196). Die Laplaceschen Kugelflächenfunktionen (Heiskanen und Moritz, 1967, S. 20) ergeben sich nach Rummel (1997, S. 363) mit

$$Y_{nm}(\theta, \lambda) = \bar{P}_{n|m|}(\cos \theta) e^{im\lambda} \quad (3.58)$$

und den zugehörigen Koeffizienten

$$\begin{aligned} t_{nm} &= \frac{1}{2} (\Delta \bar{C}_{nm} - i \Delta \bar{S}_{nm}), \quad \text{für } m \geq 0 \\ t_{n(-m)} &= \frac{1}{2} (\Delta \bar{C}_{nm} + i \Delta \bar{S}_{nm}), \quad \text{für } m < 0. \end{aligned} \quad (3.59)$$

Die Komponenten des Schwerestörungsvektors (3.29) werden unter Benutzung einer sphärischen Approximation den Störgrößen des Schwerefeldes zugeordnet; vgl. dazu die exakten Komponenten (3.54). Es ergeben sich die skalare Schwerestörung bzw. die skalare Schwereanomalie in sphärischer Approximation nach Torge (2003, S. 234 und 235) mit

$$\delta g = - \frac{\partial T}{\partial r} \quad (3.60)$$

$$\Delta g = - \frac{\partial T}{\partial r} - \frac{2}{r} T. \quad (3.61)$$

Dabei wird (3.61) als Fundamentalgleichung der Physikalischen Geodäsie bezeichnet. Die vollständige Herleitung ist unter Berücksichtigung aller Approximationen beispielsweise bei Wenzel (1985, S. 29-31) zu finden. Die Lotabweichungskomponenten werden mit dem Oberflächengradienten des Störpotentials verknüpft und ergeben sich unter Vernachlässigung ellipsoidischer Terme in sphärischer Approximation nach Torge (2003, S. 234) mit

$$\begin{pmatrix} \xi \\ \eta \end{pmatrix} = -\frac{1}{\gamma r} \begin{pmatrix} -\frac{\partial T}{\partial \theta} & \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial T}{\partial \lambda} \end{pmatrix}^T. \quad (3.62)$$

Im Folgenden sollen die Zusammenhänge zwischen dem Störpotential (3.57) und den Störgrößen in sphärischer Approximation nach (3.60)-(3.62) hergestellt werden. Für die Schwerestörung (3.60) folgt aus (3.57)

$$\begin{aligned} \delta g(\theta, \lambda, r) &= \frac{GM}{R} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{n+1}{R} \left(\frac{R}{r}\right)^{n+2} \sum_{m=-n}^{+n} t_{nm} Y_{nm}(\theta, \lambda) \\ &= \sum_{n=0}^{\infty} \delta g_n(\theta, \lambda, r). \end{aligned} \quad (3.63)$$

Für die Schwereanomalie (3.61) ergibt sich

$$\begin{aligned} \Delta g(\theta, \lambda, r) &= \frac{GM}{R} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{n-1}{R} \left(\frac{R}{r}\right)^{n+2} \sum_{m=-n}^{+n} t_{nm} Y_{nm}(\theta, \lambda) \\ &= \sum_{n=2}^{\infty} \Delta g_n(\theta, \lambda, r), \end{aligned} \quad (3.64)$$

wobei $\delta g_n(\theta, \lambda, r)$ und $\Delta g_n(\theta, \lambda, r)$ die räumlichen Kugelfunktionen vom Grad n der Schwerestörung bzw. der Schwereanomalie darstellen. Durch den Vergleich von (3.57) und (3.63) bzw. (3.64) ergeben sich aufgrund der Selbstadjunktion der Operatoren die spektralen Zusammenhänge

$$\delta g_n(\theta, \lambda, r) = \left(\frac{R}{r}\right)^{n+2} \frac{n+1}{R} T_n(\theta, \lambda) \quad (3.65)$$

und

$$\Delta g_n(\theta, \lambda, r) = \left(\frac{R}{r}\right)^{n+2} \frac{n-1}{R} T_n(\theta, \lambda) \quad (3.66)$$

mit den Eigenwerten des Meissl-Schemas nach Rummel (1997, S. 367) sowie Rummel und van Gelderen (1995).

Da es sich bei den horizontalen Ableitungen nicht um selbstadjungierte Operatoren handelt, existieren für die Lotabweichungskomponenten nach (3.62) keine derartig einfachen Zusammenhänge. Jedoch lassen sich nach Rummel und van Gelderen (1995) entsprechende Eigenwertverknüpfungen für den Lotabweichungsvektor nach (3.62) auf Basis vektorieller Kugelflächenfunktionen herstellen. Wird der Oberflächengradient von T gebildet, so ergibt sich der Zusammenhang zwischen den skalaren und den vektoriellen Kugelflächenfunktionen Y_{nm} bzw. \mathbf{X}_{nm} nach Rummel (1997, S. 372) mit

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} -\frac{\partial}{\partial \theta} \\ \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \lambda} \end{pmatrix} T(\theta, \lambda, r) &= \frac{GM}{R} \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{R}{r}\right)^{n+1} \sum_{m=-n}^{+n} t_{nm} \begin{pmatrix} -\frac{\partial}{\partial \theta} \\ \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \lambda} \end{pmatrix} Y_{nm}(\theta, \lambda) \\ &= \frac{GM}{R} \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{R}{r}\right)^{n+1} \sqrt{n(n+1)} \sum_{m=-n}^{+n} t_{nm} \mathbf{X}_{nm}(\theta, \lambda). \end{aligned} \quad (3.67)$$

Für die Komponenten des Lotabweichungsvektors (3.62) folgt daraus

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} \xi \\ \eta \end{pmatrix}(\theta, \lambda, r) &= -\frac{1}{\gamma} \left(\frac{GM}{R} \right)^2 \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{R}{r} \right)^{n+2} \frac{\sqrt{n(n+1)}}{R} \sum_{m=-n}^{+n} t_{nm} \mathbf{X}_{nm}(\theta, \lambda). \\ &= -\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{R}{r} \right)^n \sqrt{n(n+1)} \sum_{m=-n}^{+n} t_{nm} \mathbf{X}_{nm}(\theta, \lambda). \end{aligned} \quad (3.68)$$

In der oberen Gleichung von (3.68) sind die Eigenwertzusammenhänge aus dem erweiterten Meissl-Schema nach Rummel (1997, S. 377) sowie Rummel und van Gelderen (1995) zu finden. Die untere Gleichung eignet sich für die praktische Verwendung (Abschnitt 3.3.2). Der Übergang auf Kombinationen von zweiten Ableitungen, die im Rahmen der GOCE-Mission verwendet werden, erfolgt mit tensoriellen Kugelflächenfunktionen nach Rummel (1997, S. 377) und Wolf (2007, S. 61).

3.3.2 Kovarianzfunktionen und Gradvarianzen

Mit Kovarianzfunktionen und Gradvarianzen wird das statistische Verhalten der Störgrößen des Schwerefeldes beschrieben. Für die residualen Schwerefeldsignale wird angenommen, dass sie die Realisierung eines stochastischen Prozesses auf einer Kugel mit konstantem Radius $r = R$ darstellen. Dabei wird vorausgesetzt, dass die Forderungen der Stationarität, Homogenität und Isotropie erfüllt sind, also der Unabhängigkeit von Zeit, Raum und Richtung. Da das statistische Verhalten der residualen Schwerefeldgrößen aus nur einer Realisierung abgeleitet wird, muss zusätzlich Ergodizität angenommen werden. Detaillierte Darstellungen sind beispielsweise bei Moritz (1978, 1980) zu finden. Kovarianzfunktionen und Gradvarianzen werden im Rahmen dieser Arbeit für die Prädiktion von Schwerefeldsignalen aus verrauschten Beobachtungen verwendet (Abschnitt 5.2.3).

Unter der Voraussetzung, dass die Terme nullten und ersten Grades entfallen, lautet der Mittelwertoperator $M\{\cdot\}$ des Störpotentials T auf der Einheitskugel $r = R = 1$

$$M\{T\} = \frac{1}{4\pi} \int_{\lambda=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{\pi} T(\theta, \lambda) \sin \theta d\theta d\lambda = 0. \quad (3.69)$$

Für die Produkte der Störpotentiale von jeweils zwei Punkten P und Q mit gleichem Abstand ψ_{PQ} werden die Mittelwerte gebildet. Damit ergibt sich die Kovarianz C_{TT} des Störpotentials zu

$$C_{TT}(\psi_{PQ}) = \text{cov}(T_P, T_Q, \psi_{PQ}) = M\{T_P \cdot T_Q\} = \frac{1}{4\pi} \int_{\lambda=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{\pi} T_P(\theta_P, \lambda_P) T_Q(\theta_Q, \lambda_Q) \sin \theta d\theta d\lambda \quad (3.70)$$

mit der sphärischen Distanz ψ_{PQ} zwischen den Punkten P und Q auf der Einheitskugel

$$\cos \psi_{PQ} = \cos \theta_P \cos \theta_Q + \sin \theta_P \sin \theta_Q \cos(\lambda_P - \lambda_Q). \quad (3.71)$$

Ist $P = Q$, so ist der Abstand $\psi_{PQ} = 0$, und es ergibt sich die Varianz mit

$$\sigma^2(T) = C_{TT}(0) = M\{T \cdot T\}. \quad (3.72)$$

Die Varianz (3.72) der Kugelflächenfunktionen T_n aus (3.57) wird gebildet. Mit den Orthogonalitätsbeziehungen nach Heiskanen und Moritz (1967, S. 29) folgen die Signalgradvarianzen des Störpotentials nach (3.25) vom Grad n auf einer Kugel mit $r = R$ in Verbindung mit den Koeffizienten $\Delta \bar{C}_{nm}$ und $\Delta \bar{S}_{nm}$ nach Heiskanen und Moritz (1967, S. 259) aus

$$\sigma_n^2(T) = M\{T_n \cdot T_n\} = \left(\frac{GM^N}{R} \right)^2 \left(\frac{a^N}{R} \right)^{2n} \sum_{m=0}^n (\Delta \bar{C}_{nm}^2 + \Delta \bar{S}_{nm}^2). \quad (3.73)$$

Durch Bildung der Summe

$$\bar{\sigma}_n^2(T) = \sum_{k=2}^n \sigma_k^2(T) \quad (3.74)$$

ergeben sich die akkumulierten Signalgradvarianzen bis zu einem Grad n . Die (akkumulierten) Signalgradvarianzen geben Auskunft über den spektralen Gehalt eines Schwerefeldfunktionals des Entwicklungsgrades bzw. bis zu einem Entwicklungsgrad n und entsprechen damit einer spektralen Zerlegung des Signals.

Die Kovarianzfunktion (3.70) wird nach Heiskanen und Moritz (1967, S. 256) in Kugelfunktionen entwickelt. Da die Kovarianz nur vom Abstand ψ_{PQ} abhängt, verbleiben lediglich die zonalen Funktionen. Es folgt die Kovarianzfunktion des Störpotentials auf einer Kugel mit $r = R$

$$C_{TT}(\psi_{PQ}) = \sum_{n=2}^{\infty} \sigma_n^2(T) P_n(\cos \psi_{PQ}) \quad (3.75)$$

mit den Signalgradvarianzen $\sigma_n^2(T)$ aus (3.73) als Koeffizienten der Legendreschen Polynome $P_n(\cos \psi_{PQ})$. Die räumliche Kovarianzfunktion des Störpotentials folgt nach Moritz (1980, S. 84) mit

$$C_{TT}(\psi_{PQ}, r_P, r_Q) = \sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{R^2}{r_P r_Q} \right)^{n+1} \sigma_n^2(T) P_n(\cos \psi_{PQ}). \quad (3.76)$$

Sind die Signalgradvarianzen des Störpotentials nach (3.73) auf einer Kugel mit $r = R$ bekannt, beispielsweise aus den Koeffizienten eines globalen Potentialmodells, so lassen sich die Signalgradvarianzen der Störgrößen des Schwerefeldes daraus ableiten. Für Höhenanomalien nach (3.32) auf einer Kugel mit $r = R + h$ ergeben sich direkt die Signalgradvarianzen nach

$$\sigma_n^2(\zeta(r)) = \frac{1}{\gamma^2} \left(\frac{R}{r} \right)^{2(n+1)} \sigma_n^2(T). \quad (3.77)$$

Die Signalgradvarianzen der Schwerestörungen nach (3.60) und der Schwereanomalien nach (3.61) folgen aus (3.65) bzw. (3.66) gemäß

$$\sigma_n^2(\delta g(r)) = \left(\frac{R}{r} \right)^{2(n+2)} \left(\frac{n+1}{R} \right)^2 \sigma_n^2(T) \quad (3.78)$$

und

$$\sigma_n^2(\Delta g(r)) = \left(\frac{R}{r} \right)^{2(n+2)} \left(\frac{n-1}{R} \right)^2 \sigma_n^2(T). \quad (3.79)$$

Für die quadratische Norm $\|\cdot\|$ des Lotabweichungsvektors nach (3.62)

$$\Theta^2 = \|\Theta\|^2 = \xi^2 + \eta^2 \quad (3.80)$$

als Summe aller Signalgradvarianzen folgt aus (3.68) der Zusammenhang nach Rummel (1997, S. 374)

$$\Theta^2(\theta, \lambda, r) = \frac{1}{\gamma^2} \left(\frac{GM}{R} \right)^2 \sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{R}{r} \right)^{2(n+2)} \frac{n(n+1)}{R^2} \sum_{m=-n}^{+n} t_{nm}^2, \quad (3.81)$$

da \mathbf{X}_{nm} eine orthonormale Basis darstellt. Aus dem Vergleich von (3.81) und der quadratischen Norm des Störpotentials nach Rummel (1997, S. 368)

$$\|T\|^2(\theta, \lambda) = \left(\frac{GM}{R} \right)^2 \sum_{n=2}^{\infty} \sum_{m=-n}^{+n} t_{nm}^2 \quad (3.82)$$

ergeben sich die Signalgradvarianzen des Absolutbetrages der Lotabweichungen mit

$$\sigma_n^2(\Theta(r)) = \frac{1}{\gamma^2} \left(\frac{R}{r} \right)^{2(n+2)} \frac{n(n+1)}{R^2} \sigma_n^2(T). \quad (3.83)$$

In Abhängigkeit von den Koeffizienten aus (3.73) folgt mit $\gamma = GM/r^2$ und $r = R = a^N$ der einfache Zusammenhang nach Jekeli (1999)

$$\sigma_n^2(\Theta(r)) = n(n+1) \sum_{m=0}^n (\Delta \bar{C}_{nm}^2 + \Delta \bar{S}_{nm}^2). \quad (3.84)$$

Unter der Annahme, dass die Signalgradvarianzen der Lotabweichungskomponenten ξ und η gleich sind, können aus (3.80) deren Signalgradvarianzen mit

$$\sigma_n^2(\xi) = \sigma_n^2(\eta) = \frac{1}{2} \sigma_n^2(\Theta) \quad (3.85)$$

angegeben werden.

Zur Berechnung der analytischen Kovarianzfunktion im Rahmen der Kollokation nach kleinsten Quadraten (Abschnitt 5.2.3) werden Signalgradvarianzen benötigt, die den maximalen Entwicklungsgrad eines globalen Potentialmodells überschreiten. Zur Abschätzung werden Anomaliegradvarianzmodelle eingesetzt, deren Modellwerte grundsätzlich aus einer Kovarianzfunktion $C_{\Delta g \Delta g}$ von beobachteten Schwereanomalien über eine Legendre-Transformation nach Heiskanen und Moritz (1967, S. 257) mit

$$\sigma_n^2(\Delta g) = \frac{2n+1}{2} \int_{\psi=0}^{\pi} C_{\Delta g \Delta g}(\psi) P_n(\cos \psi) \sin \psi d\psi \quad (3.86)$$

bestimmt werden. Ein Vergleich von Anomaliegradvarianzmodellen ist bei Wenzel (1985, S. 53) zu finden. Die Modelle unterscheiden sich insbesondere in den höheren Entwicklungsgraden aufgrund der begrenzten räumlichen Auflösung der zugrunde liegenden Schwerebeobachtungen. Im Rahmen dieser Arbeit wird das Tscherning-Rapp-Modell (Tscherning und Rapp, 1974) benutzt, da es für höhere Grade realistische Abschätzungen liefert; vgl. beispielsweise Denker (1988) und Wolf (2007). Das Anomaliegradvarianzmodell Nr. 4 lautet für $n > 2$

$$\sigma_n^2(\Delta g) = A \frac{(n-1)}{(n-2)(n+B)} s^{n+2}, \quad n > 2 \quad (3.87)$$

mit den globalen Parametern

$$A = 425,28 \text{ mGal}^2, \quad B = 24, \quad s = \left(\frac{R_B}{R} \right)^2 = 0,999617.$$

Die ursprünglichen Modellgradvarianzen beziehen sich auf die Bjerhammar-Kugel mit dem Radius R_B , damit die Reihenentwicklungen (3.75) und (3.76) auf der Erdkugel konvergieren (Heck, 1979, S. 55). Mit dem Faktor s^{n+2} erfolgt die harmonische Fortsetzung auf eine Kugel mit dem Radius R . Die Gradvarianzen des Störpotentials bezogen auf eine Kugel mit dem Radius R ergeben sich nach (3.79) mit

$$\sigma_n^2(T) = \left(\frac{R}{n-1} \right)^2 \sigma_n^2(\Delta g). \quad (3.88)$$

Mit (3.76) folgt die räumliche Kovarianzfunktion des Störpotentials nach Moritz (1980, S. 84)

$$K(P, Q) = C_{TT}(\psi_{PQ}, r_P, r_Q), \quad (3.89)$$

die die Basiskovarianzfunktion für die Kollokation nach kleinsten Quadraten darstellt, aus der alle weiteren Kovarianzfunktionen der Störgrößen berechnet werden. Das Kovarianzfortpflanzungsgesetz lautet

$$C_{ij} = L_i^P L_j^Q K(P, Q). \quad (3.90)$$

Dabei ist C_{ij} die Kovarianzfunktion der linearen Funktionale i und j des Störpotentials, die sich durch Anwendung der linearen Funktionen L_i^P und L_j^Q für die Punkte P und Q entsprechend (3.60)-(3.62) ergibt. Die Kovarianzfunktion zwischen zwei beliebigen Störgrößen lässt sich also aus der Anwendung derselben linearen Operationen auf die Kovarianzfunktion $K(P, Q)$ berechnen. Die im Rahmen der Kollokation benötigten Kovarianzfunktionen werden in Abschnitt 5.2.3 dargestellt. Dabei ist insbesondere zu berücksichtigen, dass die Kovarianzfunktionen der Lotabweichungskomponenten ξ und η nicht isotrop sind und der Übergang auf die Längs- und Querkomponenten der Lotabweichung l bzw. q zu erfolgen hat.

Aus den regionalen Schwerefeldbeobachtungen werden empirische Kovarianzfunktionen über die diskrete Auswertung eines Integrals nach (3.70) bestimmt. Dazu werden in Abständen von $\Delta\psi$ Abstandsklassen gebildet. Die Produkte der Funktionale in den Punkten P und Q werden entsprechend ihres Abstandes mit $\psi_k - \frac{\Delta\psi}{2} < \psi_{PQ} \leq \psi_k + \frac{\Delta\psi}{2}$ der Klasse k zugeordnet. Für $\psi_{PQ} = 0$ ergibt sich die Varianz nach (3.72). Die Mittelwertbildung erfolgt über alle Produkte einer Klasse, wobei darauf zu achten ist, dass jeweils genügend Werte in einer Klasse enthalten sind. Für die Prädiktion von Schwerefeldsignalen sind analytische Formulierungen der Kovarianzfunktionen notwendig, die nach Torge (2003, S. 203) positiv definit sein müssen, was bei der Berechnung aus den stets positiven Gradvarianzen nach (3.73) erfüllt ist. Analytische Kovarianzfunktionen werden beispielsweise nach Moritz (1980, S. 174) über die drei charakteristischen Parameter Varianz, Korrelationslänge und einem Krümmungsparameter festgelegt. Für die Kollokation nach kleinsten Quadraten (Abschnitt 5.2.3) werden die Parameter des Tscherning-Rapp-Modells A und R_B aus (3.87) sowie ein Skalierungsfaktor a aus einer Ausgleichung nach kleinsten Quadraten für die Anpassung an die empirische Kovarianzfunktion bestimmt. Das Verfahren ist ausführlich bei Knudsen (1987) dokumentiert.

3.3.3 Genauigkeitsabschätzung

Die Genauigkeit eines Funktionals aus Kugelfunktionsentwicklungen setzt sich zusammen aus dem Koeffizientenfehler (commission error), also den Unsicherheiten der Kugelfunktionskoeffizienten bis zu einem Grad n , und dem Vernachlässigungsfehler (omission error), also die in der Kugelfunktionsentwicklung bis zum Grad n_{\max} unberücksichtigten Schwerefeldanteile ab Grad $n_{\max} + 1$.

Genauigkeitsabschätzungen der Störgrößen aus globalen Potentialmodellen gelingen mit Hilfe der gegebenen Koeffizientenunsicherheiten eines globalen Potentialmodells. Für das Rauschen wird im Gegensatz zum Signal eine Normalverteilung angenommen. Unter der Voraussetzung, dass ausschließlich zufällige Abweichungen vorliegen, ergibt sich der Erwartungswert zu Null mit der Kovarianz als Erwartungswert des quadrierten Rauschens (Moritz, 1980, S. 101). Mit Hilfe des allgemeinen Varianzfortpflanzungsgesetzes können die Koeffizientenunsicherheiten in Unsicherheiten des Störpotentials oder deren Funktionale für einen bekannten Punkt P auf der Erdoberfläche berechnet werden. Nach Gruber (2000, S. 130) ergibt sich die Varianz des Störpotentials gemäß

$$\sigma_P^2(\epsilon_T) = \mathbf{A} \mathbf{C}_{\Delta\bar{C}, \Delta\bar{S}} \mathbf{A}^T. \quad (3.91)$$

Dabei bildet \mathbf{A} die Funktionalmatrix mit den partiellen Ableitungen des Störpotentials aus (3.25) nach den Koeffizienten $\Delta\bar{C}_{nm}$ und $\Delta\bar{S}_{nm}$ in Punkt P . Zur Berücksichtigung der Korrelationen des Rauschens zwischen den Koeffizienten werden heutzutage die voll besetzten symmetrischen Varianz-Kovarianz-Matrizen $\mathbf{C}_{\Delta\bar{C}, \Delta\bar{S}}$ der Koeffizientenunsicherheiten aus den globalen Potentialmodellen bereitgestellt (GOCE HPF, 2010, S. 27). Dabei ist allerdings der erhebliche Speicherbedarf zu berücksichtigen. Globale Potentialmodelle aus der GOCE-Mission mit einem maximalen Entwicklungsgrad $n_{\max} = 250$ bestehen aus 63.000 Koeffizienten, wodurch mit 8 Byte pro Matrixelement ein Speicherbedarf von 15 GB entsteht. Daher werden zusätzlich Gitter mit vorprozessierten räumlichen Varianzen bereitgestellt.

Mit Vernachlässigung der Korrelationen des Rauschens zwischen den Koeffizienten lässt sich analog zur räumlichen Kovarianzfunktion für das Signal des Störpotentials nach (3.76) die räumliche Kovarianzfunktion des Rauschens mit

$$C_{\epsilon_T \epsilon_T}(\psi_{PQ}, r_P, r_Q) = \sum_{n=2}^{n_{\max}} \left(\frac{R^2}{r_P r_Q} \right)^{n+1} \sigma_n^2(\epsilon_T) P_n(\cos \psi_{PQ}) \quad (3.92)$$

berechnen. Dafür werden die Fehlergradvarianzen $\sigma_n^2(\epsilon_T)$ des Störpotentials auf einer Kugel mit dem Radius $r = R$ analog zu den Signalgradvarianzen nach (3.73) aus den Varianzen $\sigma_{\Delta \bar{C}_{nm}}^2$ und $\sigma_{\Delta \bar{S}_{nm}}^2$ der Koeffizienten mit

$$\sigma_n^2(\epsilon_T) = E \{ \epsilon_{T_n} \epsilon_{T_n} \} = \left(\frac{GM}{R} \right)^2 \left(\frac{a^N}{R} \right)^{2n} \sum_{m=0}^n \left(\sigma_{\Delta \bar{C}_{nm}}^2 + \sigma_{\Delta \bar{S}_{nm}}^2 \right) \quad (3.93)$$

bestimmt. Die akkumulierten Fehlergradvarianzen des Störpotentials ergeben sich analog zu (3.74) mit

$$\bar{\sigma}_n^2(\epsilon_T) = \sum_{k=2}^n \sigma_k^2(\epsilon_T). \quad (3.94)$$

Hinsichtlich der Koeffizientenunsicherheiten eines globalen Potentialmodells ist zu unterscheiden, ob es sich um formale Abschätzungen aus der Berechnung handelt oder ob diese kalibriert wurden, beispielsweise anhand von genauen Referenzdaten (Pavlis *et al.*, 2012). Bei der Bildung der akkumulierten Fehlergradvarianzen nach (3.94) werden sämtliche Korrelationen vernachlässigt, sodass sich Abweichungen gegenüber dem Varianzfortpflanzungsgesetz nach (3.91) ergeben. Im Hinblick auf die Koeffizienten aus der GOCE-Mission ist zusätzlich das Polarlochproblem (Sneeuw und van Gelderen, 1997) zu beachten, wodurch die Unsicherheiten der zonalen und unmittelbar benachbarten Koeffizienten betroffen sind, was in den Fehlergradvarianzen nicht direkt sichtbar ist. In Abbildung 3.6 sind die Quadratwurzeln der akkumulierten Fehlergradvarianzen für Höhenanomalien und Lotabweichungskomponenten aus aktuellen globalen Potentialmodellen der EIGEN-Reihe (GFZ, 2012) unter Beteiligung des Deutschen GeoForschungsZentrums GFZ dargestellt. Die Berechnung erfolgt aus den akkumulierten Fehlergradvarianzen des Störpotentials nach (3.94) in Verbindung mit (3.93) und den spektralen Beziehungen zu den Höhenanomalien nach (3.77) und zu den Lotabweichungskomponenten (3.85). Die aktuellen Genauigkeiten betragen für die Modelle aus den Satellitenmissionen CHAMP, GRACE und GOCE 1 cm bei

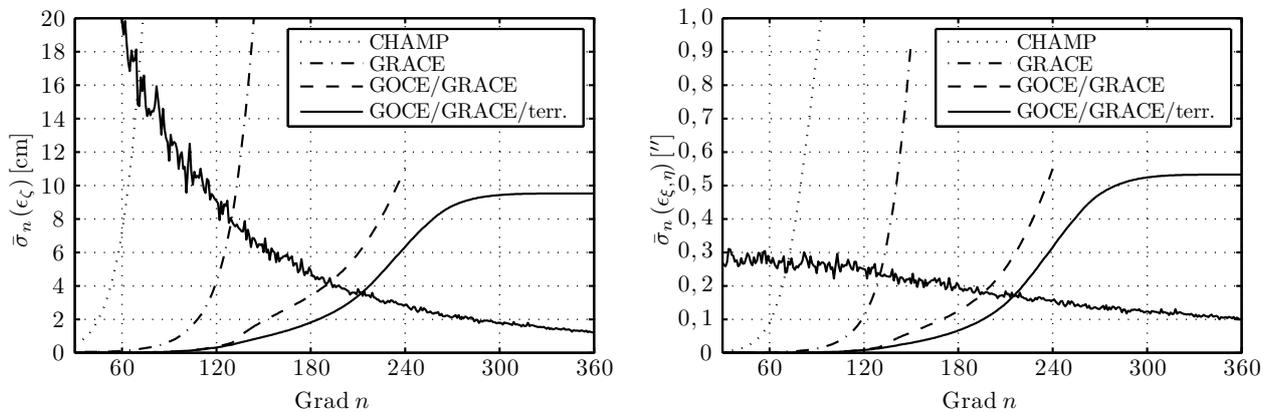


Abbildung 3.6. Quadratwurzeln der akkumulierten Fehlergradvarianzen für Höhenanomalien ζ (links) und Lotabweichungskomponenten ξ, η (rechts) aus den globalen Potentialmodellen EIGEN-CHAMP05S (CHAMP), EIGEN-5S (GRACE), EIGEN-6S (GOCE/GRACE) und EIGEN-6C (GOCE/GRACE/terr.)

räumlichen Auflösungen von 550 km, 200 km und 150 km. Hinsichtlich der Lotabweichungskomponenten ergeben sich Genauigkeiten von $0,1''$ für räumliche Auflösungen von 300 km, 150 km und 120 km. In Verbindung mit den Zielgenauigkeiten resultieren daraus die Anforderungen an die terrestrischen Datensätze hinsichtlich Validierung und Kombination (Abschnitt 6.1).

Der Vernachlässigungsfehler des Störpotentials und dessen Funktionale wird mit den Signalgradvarianzen ab $n_{\max} + 1$ aus dem Gradvarianzmodell nach Tscherning-Rapp (3.87) in Verbindung mit (3.88) und (3.76) abgeschätzt. Mit dem Tscherning-Rapp-Modell lassen sich die akkumulierten Signalgradvarianzen für beliebige Spektralbereiche in Abhängigkeit von den Entwicklungsgraden n berechnen. Eine tabellarische Zusammenstellung ist für verschiedene Störgrößen beispielsweise bei Denker (1988, S. 12-13) zu finden. Im Hinblick auf die relevanten Spektralbereiche aktueller globaler Potentialmodelle aus der GOCE-Mission ist bei Voigt und Denker (2013b) eine Zusammenstellung für Höhenanomalien und Lotabweichungen gegeben. Des Weiteren können auf Grundlage eines globalen Anomaliegradvarianzmodells Abschätzungen zur Signalvernachlässigung in Abhängigkeit von den Abständen der Beobachtungsstationen im Rahmen von Messkampagnen (Abschnitt 6.1) durchgeführt werden. Hinsichtlich der Lotabweichungskomponenten ergibt sich mit (3.85) aus dem Tscherning-Rapp-Modell ein Vernachlässigungsfehler von $0,1''$ für $n_{\max} = 13000$ entsprechend einer räumlichen Auflösung von etwa 1,5 km an der Erdoberfläche. Für Stationsabstände von 4 km ($n_{\max} = 5000$) ergibt sich bereits ein Vernachlässigungsfehler von $0,7''$, was den erheblichen Spektralgehalt der Lotabweichungen in den hohen Entwicklungsgraden verdeutlicht.

4 Vorhandene Schwerefelddaten

Die vorhandenen Schwerefelddaten, die im Rahmen der Validierung und Kombination mit astrogeodätischen Lotabweichungen eingesetzt werden, sind in diesem Kapitel zusammengestellt. In Abschnitt 4.1 werden zunächst die globalen Potentialmodelle beschrieben. Die Berechnung topographischer Effekte aus Digitalen Geländemodellen ist in Abschnitt 4.2 dargestellt. Als Schwerefeldlösungen existieren in Deutschland GPS-Nivellementdatensätze und hochauflösende gravimetrische Quasigeoidmodelle, die in den Abschnitten 4.3 bzw. 4.4 erläutert werden.

Im Rahmen der Berechnung von Schwerefeldfunktionalen aus sphärisch-harmonischer Synthese eines globalen Potentialmodells werden zumeist sphärische Approximationen verwendet (Hirt, 2011). Anstelle ellipsoidischer Approximationen beispielsweise nach Wenzel (1985) werden im Rahmen dieses Kapitels möglichst exakte Zusammenhänge gebildet, die den exakten Bildungsvorschriften der Lotabweichungskomponenten des letzten Kapitels konsistent zugeordnet werden. Ein weiterer Vorteil der größtmöglichen Sorgfalt bei der sphärisch-harmonischen Synthese ergibt sich im Rahmen einer Remove-Compute-Restore-Prozedur (Heck und Seitz, 2007) durch die Konsistenz von Remove- und Restore-Schritt sowie der maximal erreichbaren Glättung, wodurch die Abweichungen durch die sphärische Approximation auf dem Residualfeld möglichst gering sind (Abschnitt 5.2.3).

4.1 Globale Potentialmodelle

Der langwellige Anteil des Schwerefeldes wird mit Hilfe von Satellitenmissionen bestimmt. Aus Satellitenbeobachtungen werden über eine sphärisch-harmonische Analyse globale Potentialmodelle (GPM) abgeleitet. Aus einer Kugelfunktionsentwicklung nach (3.25) lassen sich das Störpotential und dessen Funktionale über eine sphärisch-harmonische Synthese berechnen. Häufig werden dabei Lotabweichungen in sphärischer Approximation nach (3.62) berechnet, die zu systematischen langwelligen Abweichungen in der Größenordnung der Abplattung (1/300) führen und daher hier nicht verwendet werden (Abschnitt 3.3.1). Zur Bestimmung der exakten Lotabweichungskomponenten ξ und η aus einem GPM in einem Punkt an der Erdoberfläche mit den ellipsoidischen Koordinaten (φ, λ, h) wird der Schwerestörungsvektor als Gradient des Störpotentials in einem lokalen sphärischen Bezugssystem gemäß (3.29) berechnet. Der Gradient wird zunächst mit (2.21) in das globale Bezugssystem und anschließend mit $\mathbf{A}^T(\varphi^N, \lambda)_P$ aus (2.20) in ein lokales normales ellipsoidisches Bezugssystem in einem Punkt P an der Erdoberfläche transformiert. Aus (3.54) ergeben sich dann die dynamischen Lotabweichungskomponenten ξ_{PP}^N und η_{PP}^N sowie die Schwerestörung δg_P . Die Berechnung der Höhenanomalie erfolgt in zwei Schritten unter der Voraussetzung, dass die ellipsoidische Höhe h_P bekannt ist. Im ersten Schritt wird die Normalhöhe näherungsweise aus

$$H_Q^N = h_P - \zeta_P^* \text{ mit } \zeta_P^* = \frac{T_P}{\gamma_P} \quad (4.1)$$

gebildet. Mit der Telluroiddefinition (3.10) wird aus den Koordinaten $(\varphi, \lambda, H^N)_Q$ des Punktes Q die Normalschwere γ_Q berechnet, woraus sich im zweiten Schritt die verbesserte Höhenanomalie mit

$$\zeta_P = \frac{\gamma_P \cdot \zeta_P^*}{0,5 \cdot (\gamma_P + \gamma_Q)} \quad (4.2)$$

als Approximation der exakten Berechnung nach (3.31) ergibt. Mit dieser Höhenanomalie erfolgt die Berechnung der verbesserten Normalhöhen. Die Lotabweichungskomponente nach Molodenskii in Nord-Süd-Richtung ξ_{PQ}^N ergibt sich aus der dynamischen Lotabweichungskomponente ξ_{PP}^N unter Bildung der

Differenz der normalen ellipsoidischen Breiten φ_P^N und φ_Q^N nach Abschnitt 3.2. Die Schwereanomalie folgt aus der Schwerestörung in Verbindung mit γ_Q und $\Delta g_P = g_P - \gamma_Q$.

Im Rahmen der Kugelfunktionsentwicklung des Störpotentials nach (3.25) werden die Koeffizienten des globalen Potentialmodells nach (3.27) auf das Referenzsystem GRS80 skaliert. Beginnt die Kugelfunktionsentwicklung bei $n = 2$, so beziehen sich die Funktionale nicht auf GRS80, sondern auf ein ideelles mittleres Erdellipsoid (Wenzel, 1985, S. 20). Für die Berechnung von Höhenanomalien bezüglich GRS80 wird ein nahezu konstanter Korrekturterm nach Lemoine *et al.* (1998, S. 541) angebracht. Astrogeodätische Quasigeoidlösungen liefern relative Höhenanomalien, die an das jeweilige Datum des zu validierenden Datensatzes angepasst werden, sodass auf die Korrektur verzichtet werden kann. Hinsichtlich der Lotabweichungskomponenten liefert der Term nullten Grades nach (3.28) keinen Beitrag. Die Terme ersten Grades spiegeln die Koordinaten des Massenschwerpunktes der Erde wider und schlagen sich in den Lotabweichungskomponenten nieder. Die zugrunde liegenden Bezugssysteme aktueller GPM werden als geozentrisch angesehen, sodass die Terme ersten Grades zu Null gezwungen werden (Pavlis *et al.*, 2012). Zur Berücksichtigung des permanenten Gezeiteneffektes (Abschnitt 5.1.1) wird der skalierte Koeffizient \bar{C}_{20}^* des GPM mit dem Korrekturwert $\Delta \bar{C}_{20} = -4,1736 \cdot 10^{-9}$ nach IERS (2010, S. 89) vom gezeitenfreien (tide free) in das Nullgezeiten- (zero tide) System transformiert, sodass die Funktionale bezüglich des Nullgezeitenpotentials vorliegen.

Heutzutage liegen ultrahochauflösende globale Potentialmodelle mit Entwicklungsgraden bis zu $n_{\max} = 2190$ vor. Dabei stellt die numerische Instabilität bei der rekursiven Berechnung der zugeordneten Legendre-Funktionen in (3.19) ein zentrales Problem dar. Mit zunehmendem Entwicklungsgrad nehmen die Legendre-Funktionen insbesondere bei geringen Poldistanzen sehr unterschiedliche Werte an, die den mit einer 64-bit Arithmetik darstellbaren Bereich weit übersteigen (Jekeli *et al.*, 2007). Durch die Verwendung einer so genannten Extended-Range-Arithmetik (ERA) kann der Wertebereich signifikant vergrößert werden, sodass die Entwicklungsgrade nahezu beliebig groß sein dürfen. Bei Wittwer *et al.* (2008) werden die frei verfügbaren Programme zur Berechnung der sphärisch-harmonischen Synthese *GEOGFG18* (Wenzel, 1999) und *HARMONIC SYNTH* (Holmes und Pavlis, 2008) anhand einer ERA-Implementierung getestet. Dabei ergeben sich für einen Entwicklungsgrad von $n_{\max} = 2160$ Abweichungen in der Höhenanomalie von maximal 0,3 mm bei *HARMONIC SYNTH*, während bei *GEOGFG18*, das für maximale Entwicklungsgrade von $n_{\max} = 1800$ konzipiert ist, in Breiten $> 50^\circ$ Abweichungen von bis zu 1,9 m auftreten. Für höhere Entwicklungsgrade (z.B. 3000) treten bei *HARMONIC SYNTH* allerdings Abweichungen im Bereich von mehreren Metern auf, was bei zukünftigen noch höheren Entwicklungen berücksichtigt werden muss. Weitere Untersuchungen zur sphärisch-harmonischen Synthese aus ultrahochauflösenden Kugelfunktionsentwicklungen sind beispielsweise bei Jekeli *et al.* (2007) oder Balmino *et al.* (2012) zu finden. Im Rahmen dieser Arbeit wird die sphärisch-harmonische Synthese mit Hilfe des Programmes *HARMONIC SYNTH* durchgeführt.

Die Berechnung globaler Potentialmodelle gelingt mit Hilfe von Schwerfeldbeobachtungen aus Satellitenmissionen. In der sphärisch-harmonischen Analyse werden die Kugelfunktionsentwicklungen des Gravitationspotentials nach (3.19) bzw. dessen Funktionale als Beobachtungsgleichungen verwendet und daraus die Koeffizienten bestimmt. Die Beobachtung von Satellitenbahnen mit Hilfe von Laserdistanzmessungen (Satellite Laser Ranging SLR) beispielsweise zu LAGEOS 1 und 2 (Laser Geodynamics Satellites; NASA, 2012) auf einer Höhe von etwa 6000 km liefern Beiträge zu den Koeffizienten des langwelligen Schwerfeldanteils bis zu einem maximalen Grad von etwa $n_{\max} = 30$. Im Rahmen der Satellitenmission CHAMP (Challenging Minisatellite Payload) gelang im Jahre 2000 erstmalig die Schwerfeldbestimmung mit Hilfe des High-Low-SST (Satellite to Satellite Tracking), also der Entfernungsmessungen zwischen CHAMP auf einer Flughöhe von etwa 450 km und den GPS-Satelliten auf etwa 20.000 km Höhe (Reigber *et al.*, 2002). Die Mission endete im Jahre 2010. In aktuellen statischen GPM-Berechnungen werden CHAMP-Beobachtungen zur Verbesserung der sektoriellen Koeffizientenbestimmung bis etwa $n_{\max} = 120$ eingesetzt (Goiginger *et al.*, 2011). Mit der Satellitenmission GRACE (Gravity Recovery and Climate Experiment) wurde im Jahre 2002 die Schwerfeldbestimmung aus Low-Low-SST eingeführt, also der Entfernungsmessung zwischen den beiden niedrigfliegenden GRACE-Satelliten im Abstand von etwa 220 km auf einer Höhe von etwa 500 km zu Missionsbeginn (Tapley

et al., 2004). Das primäre Missionsziel ist die Bestimmung der zeitlichen Variationen des Schwerefeldes. Durch die hohe zeitliche Auflösung von einem Monat wird die räumliche Auflösung begrenzt, sodass GRACE-Beobachtungen aus mehreren Jahren zur Bestimmung der Koeffizienten in aktuellen statischen GPM-Berechnungen bis etwa $n_{\max} = 150$ beitragen (Goiginger *et al.*, 2011; Förste *et al.*, 2011). Die Mission wurde bis zum Jahre 2015 verlängert. Der Start einer Nachfolgemission ist mit GRACE Follow-On für das Jahr 2017 geplant. Die im Jahre 2009 gestartete Satellitenmission GOCE (Gravity Field and Steady State Ocean Circulation Explorer) ist mit einem Satellitengradiometer (Satellite Gravity Gradiometer) zur Bestimmung der zweiten Ableitungen des Gravitationspotentials (3.19) ausgestattet. Das Gradiometer besteht aus drei Paaren von Beschleunigungsmessern entlang zueinander orthogonaler Achsen zur Bestimmung aller Komponenten des Gradiententensors. In Kombination mit der extrem niedrigen Flughöhe von etwa 250 km lassen sich aus dem Satellitengradiometer mit einer Messbandbreite von 5 mHz bis 100 mHz Koeffizienten des statischen GPM bis $n_{\max} = 250$ bestimmen. Aufgrund der begrenzten Genauigkeit des Gradiometers im langwelligen Bereich werden die Koeffizienten bis etwa $n_{\max} = 120$ über High-Low-SST zu GPS-Satelliten berechnet. Eine vollständige Schwerefeldlösung aus GOCE-Daten lässt sich nach einem Wiederholzyklus von 61 Tagen (2 Monaten) berechnen. Die Missionsdauer wurde bis zum Jahre 2013 verlängert (Stand November 2012). Umfangreiche Darstellungen zur GOCE-Mission einschließlich der Beobachtungen und deren Filterung, Schwerefeldprozessierungen sowie der Validierung und Anwendung der GOCE-Daten sind bei Rummel (2011) zu finden. Für höhere räumliche Auflösungen werden die Satellitendaten mit terrestrischen Schwerebeobachtungen und Daten aus der Satellitenaltimetrie kombiniert. Mit entsprechenden räumlichen Auflösungen und globalen Verfügbarkeiten der terrestrischen und altimetrischen Daten werden heutzutage statische GPM bis zu $n_{\max} = 2190$ berechnet (Pavlis *et al.*, 2012).

Eine Auswahl aktueller statischer GPM ist in Tabelle 4.1 dargestellt. Aus dem High-level Processing Facility (HPF) Projekt liegen auf Basis von 2, 6 bzw. 12 Monaten von GOCE-Beobachtungen drei Generationen von GPM nach den drei Prozessierungsstrategien direct (DIR), time-wise (TIM) und space-wise (SPW) vor (Pail *et al.*, 2011). Aufgrund der Inklination der sonnensynchronen GOCE-Satellitenbahn von $96,7^\circ$ liegen in den polaren Gebieten keine GOCE-Beobachtungen vor. Die Behebung des Polarlochproblems (Sneeuw und van Gelderen, 1997; Baur *et al.*, 2010) wird in den reinen GOCE-Modellen entweder wie bei DIR und SPW durch die Einführung von Vorabinformationen, beispielsweise aus GRACE-Modellen (DIR1: EIGEN-5C, DIR2: ITG-Grace2010s) oder mit Hilfe einer Kaula-Regularisierung (TIM) vollzogen (Pail *et al.*, 2011). Kombinationsmodelle aus GOCE-, GRACE- und CHAMP- sowie SLR-Daten entstammen dem Projekt GOCO (Gravity Observation Combination). Aus der Kombination von GOCE-, GRACE- und SLR-Daten liegen zusätzlich EIGEN-6S sowie als dessen Nachfolger DIR3 vor, das damit innerhalb des HPF eine Sonderrolle einnimmt. In EIGEN-6C wurden die Satellitendaten zusätzlich mit terrestrischen und altimetrischen Daten aus DTU10 (Andersen, 2010) kombiniert. Zur Beurteilung des Einflusses der GOCE-Beobachtungen werden das statische GRACE-Modell ITG-Grace2010s und das EGM2008 als ultrahochoauflösendes Kombinationsmodell auf der Basis von ITG-Grace03s sowie terrestrischen und altimetrischen Daten herangezogen. Die mit GRACE-Daten kombinierten Modelle haben jeweils zugrunde liegende Referenzepochen. Da es sich jedoch um statische Modelle handelt, enthalten sie mit Ausnahme von EIGEN-6S und EIGEN-6C keine zeitvariablen Parameter für die Koeffizienten.

In diesem Zusammenhang spielen auch die Bezugsrahmen und deren Referenzepoche eine Rolle, auf die sich die GPM-Koeffizienten beziehen. Während beispielsweise den EGM96-Koeffizienten (Lemoine *et al.*, 1998) der Bezugsrahmen ITRF94 (McCarthy, 1996) zugrunde liegt (Pavlis, 1998; Jekeli, 1999), werden die Bezugsrahmen aktueller GPM nicht angegeben. Die Ausnahme bildet das EGM2008, für das eine mit WGS84 (NIMA, 2000) konsistente Version verfügbar ist (Pavlis *et al.*, 2012), wobei auch hierbei nicht auf die zugrunde liegende Realisierung von WGS84 eingegangen wird. Bei Kotsakis (2009) sind Untersuchungen zur Konsistenz der Bezugsrahmen durchgeführt, die verschiedenen GPM aus CHAMP- und GRACE-Daten zugrunde liegen, wobei der unbekannte Bezugsrahmen von EIGEN-CG03C (GFZ, 2012) als Referenzrahmen dient. Die Transformationsparameter (3 Translationen, 3 Rotationen und 1 Maßstab) wurden nach Kleusberg (1980) direkt aus den GPM-Koeffizienten geschätzt.

Tabelle 4.1. Aktuelle statische globale Potentialmodelle (GPM) mit den enthaltenen Beobachtungen und Beobachtungszeiträumen in Jahren (J.) sowie Monaten (M.), den maximalen Entwicklungsgraden n_{\max} und dem zugrunde liegenden Gezeitensystem (Stand November 2012)

GPM	Beobachtungen	n_{\max}	Gezeiten- system	Referenz- epoche	Referenz
DIR1	GOCE (2 M.)	240	tide free		Pail <i>et al.</i> (2011)
DIR2	GOCE (6 M.)	240	tide free		GOCE HPF (2012)
DIR3	GOCE (12 M.), GRACE und SLR (6,5 J.)	240	tide free	2010,0	GOCE HPF (2012)
TIM1	GOCE (2 M.)	224	tide free		Pail <i>et al.</i> (2011)
TIM2	GOCE (6 M.)	250	tide free		GOCE HPF (2012)
TIM3	GOCE (12 M.)	250	tide free		GOCE HPF (2012)
SPW1	GOCE (2 M.)	210	tide free		Pail <i>et al.</i> (2011)
SPW2	GOCE (6 M.)	240	tide free		GOCE HPF (2012)
GOCO01S	GOCE (2 M.), GRACE (7 J.)	224	tide free	2005,0	Pail <i>et al.</i> (2010a)
GOCO02S	GOCE (6 M.), GRACE (7 J.), CHAMP (8 J.), SLR (5 J.)	240	tide free	2005,0	Goinger <i>et al.</i> (2011)
GOCO03S	GOCE (12 M.), GRACE (7 J.), CHAMP (8 J.), SLR (5 J.)	250	tide free	2005,0	Mayer-Gürr <i>et al.</i> (2012)
EIGEN-6S	GOCE (6,7 M.), GRACE und SLR (6,5 J.)	240	tide free	2005,0	Förste <i>et al.</i> (2011)
EIGEN-6C	GOCE (6,7 M.), GRACE und SLR (6,5 J.), DTU10	1420	tide free	2005,0	Förste <i>et al.</i> (2011)
ITG-Grace2010s	GRACE (7 J.)	180	zero tide	2005,0	Mayer-Gürr (2006)
EGM2008	GRACE (4,5 J.), terrestrisch und altimetrisch	2190	tide free	2000,0 ³	Pavlis <i>et al.</i> (2012)

³Referenzeпоche von ITG-Grace03s (Mayer-Gürr, 2007)

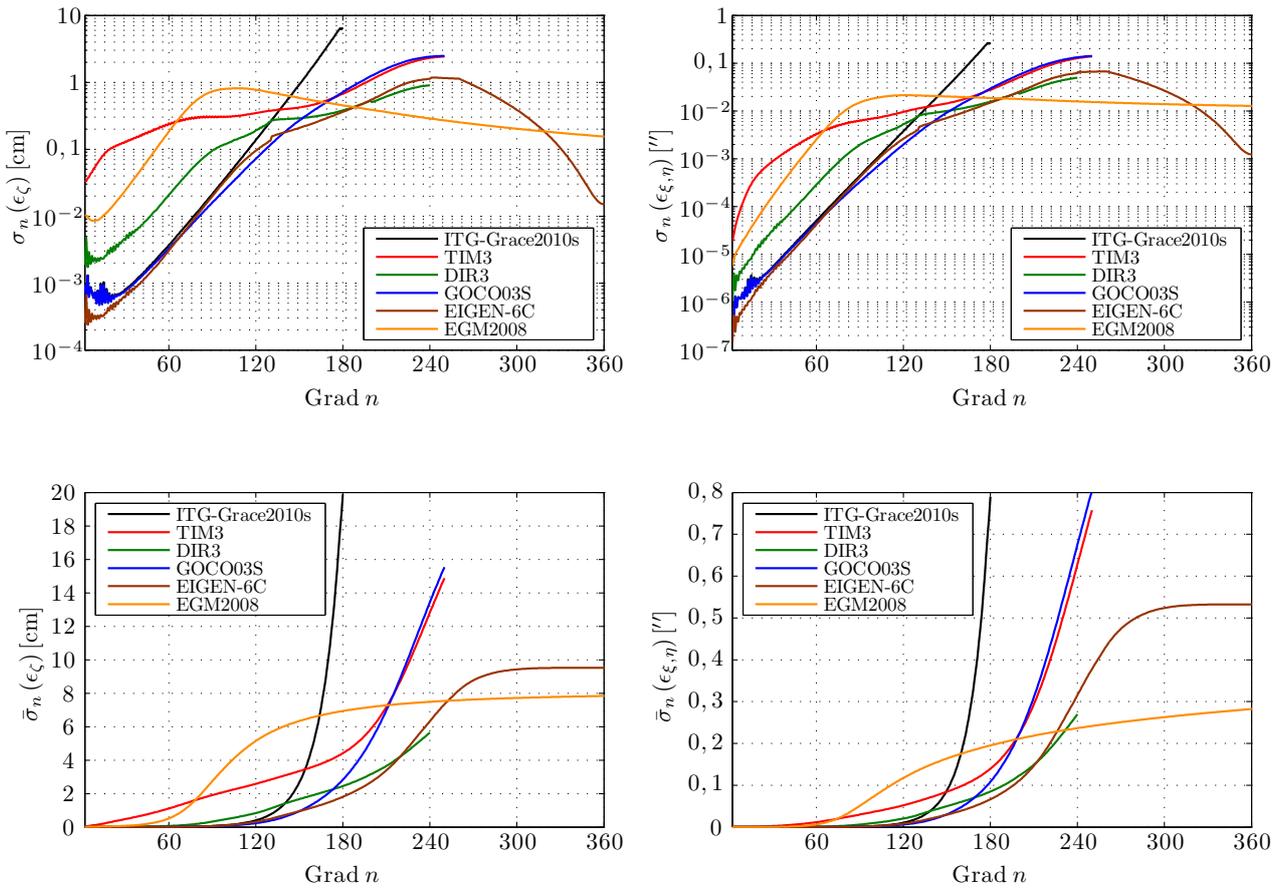


Abbildung 4.1. Quadratwurzeln der Fehlergradvarianzen (oben) bzw. der akkumulierten Fehlergradvarianzen (unten) für Höhenanomalien ζ [cm] (links) und Lotabweichungskomponenten ξ, η ["] (rechts) aus aktuellen statischen globalen Potentialmodellen

Die Effekte von Bezugsrahmendifferenzen beeinflussen im Rahmen von Vergleichen astrogeodätischer und GPM-Lotabweichungen vorrangig die Mittelwerte der Lotabweichungsdifferenzen (vgl. Abschnitt 7.3), während der Einfluss auf die Standardabweichungen der Differenzen zumeist im Bereich von 1 mas verbleibt.

Die Berechnung des Störpotentials und dessen Funktionale mittels sphärisch-harmonischer Synthese muss streng betrachtet für ellipsoidische Koordinaten erfolgen, die mit dem Bezugsrahmen des GPM und dessen Referenzepeche übereinstimmen. Der maximale Einfluss der Vernachlässigung dieser Konsistenz wird anhand von Koordinatendifferenzen für (φ, λ) von jeweils 20 mas (60 cm) untersucht, was den maximalen Differenzen dieser Arbeit zwischen den Koordinaten im ITRF2005 zur jeweiligen Beobachtungsepoche und im ETRS89 zur Referenzepeche 1989,0 entspricht (Abschnitt 5.1.2). Signifikante Höhenunterschiede weisen ITRF2005 und ETRS89 gegeneinander nicht auf (Görres und Nothnagel, 2012). Für das hochauflösende EGM2008 verbleiben die Differenzen unterhalb von 1 mas für die Lotabweichungskomponenten und unterhalb von 1/10 mm für die Höhenanomalien. Bei den GOCE-Modellen sind die Differenzen aufgrund der geringeren Auflösung noch wesentlich kleiner, sodass die ETRS89-Koordinaten ohne Genauigkeitsverlust als Eingangskoordinaten für die sphärisch-harmonische Synthese verwendet werden.

Die Genauigkeitssteigerungen von Höhenanomalien und Lotabweichungskomponenten aus GPM durch die Integration von CHAMP-, GRACE- und GOCE- sowie terrestrischen Daten wurden bereits in Abbildung 3.6 dargestellt. In Abbildung 4.1 sind die Quadratwurzeln der Fehlergradvarianzen nach

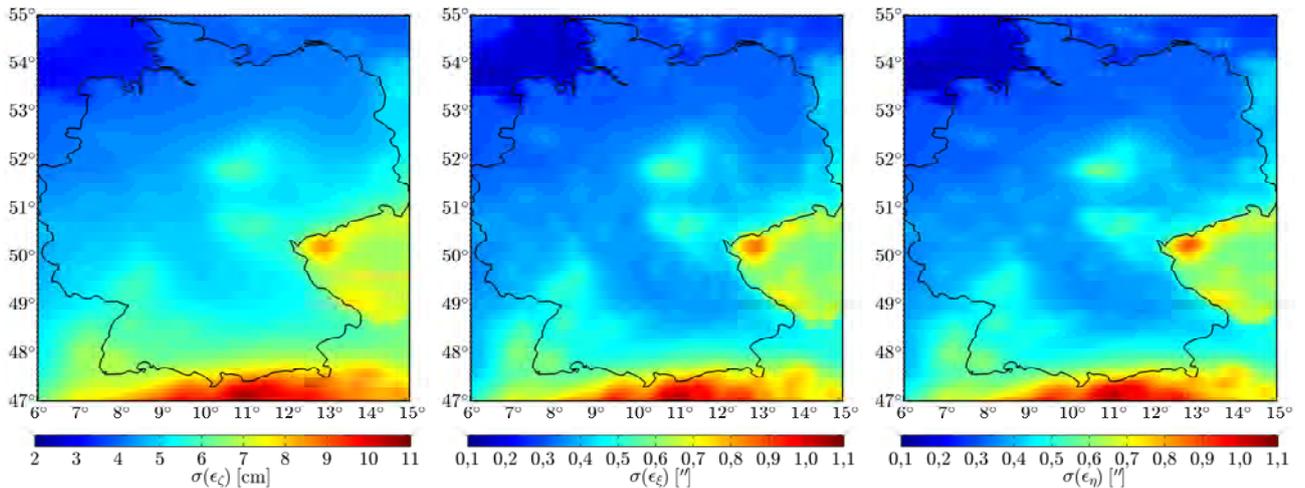


Abbildung 4.2. Standardabweichungen der Höhenanomalien ζ (links) sowie der Lotabweichungskomponenten ξ (Mitte) und η (rechts) aus EGM2008 bis Grad und Ordnung 2159 in Deutschland

(3.93) (oben) und der akkumulierten Fehlergradvarianzen nach (3.94) (unten) für Höhenanomalien (links) und Lotabweichungskomponenten (rechts) einer Auswahl aktueller GPM aus Tabelle 4.1 gezeigt. Die Zielgenauigkeit der GOCE-Modelle liegt bei 1-2 cm bzw. 1 mGal bei einer räumlichen Auflösung von 100 km (Grad und Ordnung 200) (Pail *et al.*, 2011). Hinsichtlich der Lotabweichungen wurde kein Genauigkeitsziel spezifiziert. Aufgrund entsprechender Fehlergradvarianzen von Geoidhöhen aus der GOCE-Mission (Gruber, 2010) lassen sich mit Hilfe der Zusammenhänge aus Abschnitt 3.3.2 Prädiktionen für die Fehlergradvarianzen von Schwereanomalien und Lotabweichungskomponenten ableiten und daraus die akkumulierten Fehlergradvarianzen bilden, womit sich eine Zielgenauigkeit von $0,15''$ bei einer räumlichen Auflösung von 100 km für die einzelnen Lotabweichungskomponenten ξ und η ergibt (Voigt und Denker, 2013b).

Die formalen Genauigkeitsabschätzungen liegen bei 5,9 cm für die Höhenanomalien bzw. $0,22''$ für die Lotabweichungskomponenten aus TIM3 und GOCO03S sowie bei 3,2 cm bzw. $0,12''$ für DIR3 und EIGEN-6C jeweils bei $n = 200$ (Abbildung 4.1 unten links bzw. rechts). Die formalen Genauigkeitsabschätzungen der aktuellen GOCE-basierten GPM unterscheiden sich also um den Faktor 2. Die Zielgenauigkeit von GOCE ist in beiden Fällen noch nicht vollständig erreicht. Zum Vergleich sind zusätzlich die formalen Genauigkeitsabschätzungen von ITG-Grace2010s mit 20 cm beim maximalen Grad $n = 180$ sowie die kalibrierten Genauigkeitsabschätzungen des EGM2008 mit 7 cm bei $n = 200$ dargestellt. Bei der Analyse der Fehlergradvarianzen pro Grad n in Abbildung 4.1 (oben) ergibt sich beim reinen GOCE-Modell TIM3 der größte Wert in den niedrigen Graden. Die Modelle, die zusätzlich GRACE-Daten enthalten, liegen signifikant darunter, unterscheiden sich in diesem Bereich jedoch um bis zu eine Größenordnung, während deren Fehlergradvarianzen bis Grad $n = 90$ parallel verlaufen. In den höheren Graden ab $n = 90$ schlagen sich die Anteile der GOCE-Daten nieder, wobei hier große Unterschiede zwischen DIR3 und GOCO03S zu erkennen sind. Die Hinzunahme terrestrischer Daten bringt Maximalwerte bei $n = 240$ für EIGEN-6C (mit GOCE) bzw. $n = 90$ für EGM2008 (ohne GOCE) hervor, wodurch der Übergangsbereich zwischen Satelliten- und terrestrischen Daten deutlich wird.

Die Quadratwurzeln der akkumulierten Fehlergradvarianzen betragen für die hochauflösenden Modelle 9,5 cm in Bezug auf die Höhenanomalien bzw. $0,54''$ bezüglich der Lotabweichungskomponenten für EIGEN-6C bei $n = 1420$ und 8,2 cm bzw. $0,63''$ für EGM2008 bei $n = 2190$. Bei Kombinationsmodellen aus Satelliten- und terrestrischen Daten können die Genauigkeitsabschätzungen aufgrund der Verfügbarkeit und Qualität der enthaltenen terrestrischen Daten geographisch erheblich variieren, sodass eine Varianzfortpflanzung nach (3.91) vorzuziehen ist. Da die Benutzung der vollständigen

Varianz-Kovarianz-Matrix für ultrahochoflösende GPM aufgrund des Speicherbedarfs praktisch unmöglich ist, wurde für die geographische Spezifizierung der EGM2008-Genauigkeiten eine alternative Genauigkeitsabschätzung nach Pavlis und Saleh (2005) sowie Pavlis *et al.* (2012) angewendet, die die Varianzen der enthaltenen terrestrischen Schwereanomalien berücksichtigt. In Abbildung 4.2 sind exemplarisch die EGM2008-Standardabweichungen bis Grad und Ordnung 2159 für Höhenanomalien (links) sowie für die Lotabweichungskomponenten ξ (Mitte) und η (rechts) in Deutschland dargestellt. Aufgrund der hohen Qualität der im EGM2008 enthaltenen terrestrischen Daten liegen diese zumeist im Bereich von 4 cm bis 7 cm bzw. 0,3'' bis 0,7''. In den Abschnitten 7.2 und 7.3 werden die globalen Potentialmodelle und deren Genauigkeitsabschätzungen anhand der im Rahmen dieser Arbeit beobachteten astrogeodätischen Lotabweichungen in Deutschland (Kapitel 6) evaluiert.

4.2 Digitale Geländemodelle

Die gravitativen Einflüsse topographischer Massen auf die Schwerefeldfunktionale werden mit Hilfe von digitalen Geländemodellen (DGM) berechnet und im Rahmen der astrogeodätischen Schwerefeldbestimmung eingesetzt. Beim astronomisch-topographischen Nivellement werden die vollständigen topographischen Effekte zur Verbesserung der Interpolationsgenauigkeit aus den Beobachtungen reduziert und nach der Interpolation restituiert (Abschnitt 5.2.2). Bei der Kollokation nach kleinsten Quadraten innerhalb einer Remove-Compute-Restore-Prozedur (RCR-Prozedur; Abschnitt 5.2.3) werden die Effekte eines residualen Geländemodells (Residual Terrain Model RTM; Forsberg und Tscherning, 1981) berechnet, die sich auf eine mittlere geglättete Referenztopographie beziehen und damit ausschließlich die kurzwelligen Anteile der Topographie enthalten (Forsberg, 1984, S. 37), während die langwelligen Anteile in den GPM-Funktionalen enthalten sind. Zumeist wird in Verbindung mit einem GPM vom maximalen Entwicklungsgrad 360 eine Referenztopographie mit einer räumlichen Auflösung von etwa 50 km verwendet, beispielsweise 30'×45' (Denker *et al.*, 2009). In Verbindung mit aktuellen GOCE-GGM mit maximalen Entwicklungsgraden von 250 wird eine Referenztopographie mit einer Auflösung von 40'×60' benutzt. Die Berechnung der Referenztopographie erfolgt entweder mit Hilfe einer gleitenden Mittelwertbildung in Verbindung mit einer räumlichen Tiefpassfilterung aus einem hochauflösenden DGM (Forsberg, 1984, S. 37) oder über eine Kugelfunktionsentwicklung der Topographie, z.B. DTM2006.0 bis Grad und Ordnung 2190 entsprechend einer Auflösung von 5'×5' (Pavlis *et al.*, 2012).

Zur Berechnung des topographischen Störpotentials T wird das Integral

$$T_{\text{top}} = G\Delta\rho \iiint_V \frac{1}{d} dv \quad (4.3)$$

berechnet (Forsberg, 1984, S. 25). Dabei ist G die Newtonsche Gravitationskonstante und $1/d$ der reziproke Abstand zwischen dem Volumenelement und dem Berechnungspunkt, der als Ursprung des jeweiligen lokalen Koordinatensystems festgelegt wird. Die Dichteanomalie wird mit $\Delta\rho = \rho - \rho_0$ bezeichnet. Darin ist ρ_0 die Dichte aus einem geophysikalischen Referenzpotential, z.B. PREM (Dziewonski und Anderson, 1981). Aus Mangel an Kenntnis über die genaue Dichtevariation erfolgt die Berechnung unter Annahme einer konstanten Dichteanomalie von $\Delta\rho = 2,67 \text{ g/cm}^3$ für alle Volumenelemente dv (Forsberg und Tscherning, 1997, S. 249). Bei regionalen und globalen DGM erfolgt die Begrenzung der Gitterelemente durch geographische Koordinaten. Beim Abtragen der topographischen Höhen entstehen als Volumenelemente Tesseroiden. Die Benutzung von Tesseroiden zur Berechnung topographischer Effekte wurde bei Seitz und Heck (2001) eingeführt und ausführlich beispielsweise bei Wild-Pfeiffer (2007) beschrieben. Tesseroiden sollten insbesondere bei großräumigen Berechnungen, bei denen sich die Erdkrümmung stark auswirkt, eingesetzt werden. Bei lokalen DGM werden zumeist kartesische rechtwinklige Gitterelemente zugrunde gelegt, wodurch mit den topographischen Höhen Rechteckprismen entstehen (Forsberg, 1984; Nagy *et al.*, 2000, 2002). Ein Vergleich von Tesseroiden und Rechteckprismen zur Reduktion topographischer Massen bei der Schwerefeldmodellierung ist bei Heck und Seitz (2007) zu finden. Bei der hochauflösenden Schwerefeldbestimmung auf Basis eines GPM werden üblicherweise

rechtwinklige Prismen als Volumenelemente verwendet (Denker *et al.*, 2009; Forsberg, 2010), für die die entstehenden Volumenintegrale nach (4.3) analytisch gelöst werden können. Diese vereinfachte Annahme darf getroffen werden, da die RTM-Effekte für weite Entfernungen vom Berechnungspunkt sehr gering sind, wodurch das Integrationsgebiet relativ eng begrenzt werden kann, z.B. bis zur doppelten oder dreifachen Entfernung der Auflösung der Referenztopographie (Forsberg und Tscherning, 1997, S. 252). Anstelle der konstanten Höhen für die Volumenelemente werden auch kompliziertere Formen zur Verbesserung der Approximation der Erdoberfläche eingesetzt. Zur Vermeidung von Sprungstellen werden die topographischen Massen z.B. als Polyeder modelliert (Petrović, 1996) oder bilineare Flächen insbesondere im Nahbereich um den Berechnungspunkt eingesetzt (Tsoulis *et al.*, 2003).

Im lokalen kartesischen Rechtssystem mit dem Berechnungspunkt als Ursprung nach Forsberg (1984, S. 25) oder Denker (1988, S. 22) ergibt sich die Schwerestörung nach (3.54) mit

$$\delta g_{\text{top}} = -\frac{\partial T_{\text{top}}}{\partial z} = -\frac{G\Delta\rho}{\gamma} \int_{x_1}^{x_2} \int_{y_1}^{y_2} \int_{z_1}^{z_2} \frac{z}{d^3} dx dy dz. \quad (4.4)$$

Die Schwereanomalie folgt nach (3.61) mit

$$\Delta g_{\text{top}} = \delta g_{\text{top}} - \frac{2}{r} T_{\text{top}}. \quad (4.5)$$

Die topographischen Lotabweichungen ergeben sich im Rechtssystem analog zu (3.54) mit

$$\begin{aligned} \xi_{\text{top}} &= -\frac{1}{\gamma} \frac{\partial T_{\text{top}}}{\partial y} = -\frac{G\Delta\rho}{\gamma} \int_{x_1}^{x_2} \int_{y_1}^{y_2} \int_{z_1}^{z_2} \frac{y}{d^3} dx dy dz \\ \eta_{\text{top}} &= -\frac{1}{\gamma} \frac{\partial T_{\text{top}}}{\partial x} = -\frac{G\Delta\rho}{\gamma} \int_{x_1}^{x_2} \int_{y_1}^{y_2} \int_{z_1}^{z_2} \frac{x}{d^3} dx dy dz \end{aligned} \quad (4.6)$$

Die Koordinaten $x_1, x_2, y_1, y_2, z_1, z_2$ beschreiben die Eckpunkte des Prismas im lokalen Rechtssystem; $\Delta x = x_2 - x_1$ und $\Delta y = y_2 - y_1$ entsprechen den DGM-Auflösungen. Der Abstand zwischen Rechteckprisma und Berechnungspunkt beträgt

$$d = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}. \quad (4.7)$$

Bei der Berechnung der gravitativen Einflüsse der vollständigen Topographie werden die gesamten Prismen von $z_1 = 0$ bis zu den topographischen Höhen aus dem DGM $z_2 = H^N$ berücksichtigt. Bei den RTM-Effekten werden die Höhen der Prismen aus der Differenz zwischen aktueller und Referenztopographie $z_2 - z_{\text{ref}}$ berechnet.

Zur Berechnung topographisch-isostatischer Effekte wird ein Airy-Heiskanen-Modell benutzt (Heiskanen und Moritz, 1967, S. 135), das von der Annahme eines lokalen isostatischen Ausgleichs in senkrechten Säulen ausgeht. Unter den topographischen Massen mit einer konstanten Dichte bilden sich Gebirgswurzeln mit einer höheren Dichte, deren Mächtigkeit in Abhängigkeit von den topographischen Höhen variiert. Konventionell werden als Dichtekontrast zumeist $0,6 \text{ g/cm}^3$ und als Mächtigkeit der Normalsäule (Krustendicke) 30 km benutzt. Als Annäherung an die physikalische Realität werden im Rahmen dieser Arbeit ein Dichtekontrast von $0,4 \text{ g/cm}^3$ und eine Krustendicke von 32 km verwendet (Forsberg und Tscherning, 1981). Weiterführende Darstellungen zu den verschiedenen Arten von topographischen Effekten finden sich beispielsweise bei Forsberg und Tscherning (1997).

Die RCR-Prozedur ist nur gültig für ein harmonisches Störpotential. Dazu müssen die RTM-Effekte innerhalb eines festen Integrationsgebietes berechnet werden (Forsberg und Tscherning, 1997, S. 253). Mit der Reduktion der RTM-Effekte von den Beobachtungen werden die topographischen Massen verlagert. In den residualen Beobachtungen sind nur noch die Effekte der glatten Referenztopographie

enthalten. Jedoch liegen die Punkte an der Erdoberfläche entweder ober- oder unterhalb der Referenztopographie (Forsberg, 1984, S. 39). Da das Potential innerhalb der Referenztopographie nicht harmonisch ist, wird an die Schwerestörungen eine harmonische Korrektur mit $\delta g_{hc} = -4\pi G \Delta \rho (z_{ref} - z_2)$ angebracht (Forsberg, 1984, S. 40). Dabei wird für die Wirkung der glatten Referenztopographie oberhalb der Punkte eine Bouguer-Platte angenommen, was allerdings für höhere Auflösungen der Referenztopographie nicht gültig ist (Forsberg, 2010). Für die getroffene Annahme hat die harmonische Korrektur bezüglich Lotabweichungen und Höhenanomalien keinen Einfluss und wird daher vernachlässigt (Forsberg und Tscherning, 1997). Bei Denker (1988, S. 19) sind Ergebnisse eines Vergleiches zwischen der beschriebenen Annahme und einer Kondensation der Referenzmassen direkt unterhalb des betrachteten Berechnungspunktes in Abhängigkeit von der Auflösung der Referenztopographie angegeben. Dabei traten für maximale Auflösungen der Referenztopographie von etwa 5 km im Harz maximale Differenzen von 0,5 mGal bei Schwereanomalien, 0,04'' für Lotabweichungen sowie 0,002 m für Höhenanomalien auf. Zur Verbesserung der approximativen Lösung werden z.B. bei Forsberg (2010) und Denker (2013) Vorschläge gemacht.

Bei der praktischen Berechnung der topographischen Effekte wird zwischen Nah- und Fernbereich bezogen auf den Berechnungspunkt unterschieden. Da der Nahbereich einen sehr großen Einfluss aufweist, werden die topographischen Effekte aus einem hochauflösenden DGM berechnet. Zusätzlich wird die innerste Zone mit Hilfe von bikubischen Splines interpoliert. Die Integrale (4.3) bis (4.6) werden exakt ausgewertet. Zur Verringerung des Rechenaufwandes und zur Vermeidung von Instabilitäten werden für Bereiche, die weiter vom Berechnungspunkt entfernt liegen, Reihenentwicklungen nach MacMillan (MacMillan, 1958) und für sehr weite Entfernungen Punktmassenapproximationen verwendet (Forsberg, 1984, S. 27-28). Zudem wird ein DGM mit geringerer Auflösung benutzt. Dabei erfolgen die Übergänge unter Berücksichtigung der durch die Approximationen auftretenden Differenzen. Des Weiteren wird die Erdkrümmung in erster Näherung mit Hilfe einer vom Abstand abhängigen Vertikalverschiebung der Prismen berücksichtigt. Diese Berechnungsabläufe sind im Programm *TC* (Forsberg, 1984) implementiert, das zur Berechnung der topographischen Effekte im Rahmen dieser Arbeit verwendet wird. Als hochauflösendes DGM steht für Deutschland das DGM M745 vom Bundesamt für Kartographie und Geodäsie (BKG) mit einer Auflösung von $1'' \times 1''$ und einer Genauigkeit von etwa $\pm 1-8$ m zur Verfügung. Für das aktuelle Modell DGM-D (BKG, 2011) wird eine Genauigkeit von $\pm 1-3$ m angegeben. Zur Vermeidung von Randeffekten wird zusätzlich ein DGM für Europa mit einer Auflösung von $3'' \times 3''$ (Denker *et al.*, 2009) benutzt. Zur Wahl geeigneter DGM-Auflösungen im Rahmen der RTM-Methode existieren zahlreiche Untersuchungen (Kotsakis und Sideris, 1999; Vassiliou und Schwarz, 1987). Speziell für hochauflösende DGM und einschließlich Lotabweichungseffekten sind bei Voigt und Denker (2007) numerische Untersuchungen zur Optimierung der zeitintensiven Berechnungen ohne signifikanten Genauigkeitsverlust zu finden. Im Hinblick auf die hochauflösende Schwerefeldmodellierung mit einer Genauigkeit von 1 cm sollten Auflösungen von mindestens $6'' \times 6''$ im Gebirge und $30'' \times 30''$ in flacheren Regionen eingesetzt werden. Für die Interpolation von Lotabweichungen mit Hilfe topographischer Effekte sollte in alpinen Regionen die volle Auflösung von $1'' \times 1''$ und in allen anderen Regionen mindestens $3'' \times 3''$ verwendet werden.

4.3 GPS- und Nivellementdaten

In Deutschland existieren nationale Datensätze von GPS-Nivellementpunkten, die in Zusammenarbeit zwischen dem BKG und den Landesvermessungen der Bundesländer geschaffen worden sind (Liebsch *et al.*, 2006). Die ellipsoidischen Koordinaten (φ, λ, h) aus GPS-Beobachtungen liegen bezüglich des ETRS89 (Abschnitt 2.4.1) vor. Die nivellierten Normalhöhen H^N beziehen sich auf das DHHN92 (Abschnitt 2.4.3) und entstammen Netzen verschiedener Ordnungen. Der GPS-Nivellementdatensatz von 2003 basiert auf insgesamt 19 Messkampagnen aus den Jahren 1994 bis 2001 und umfasst 685 Punkte im Abstand von 25 km bis 30 km. Die ellipsoidischen Koordinaten des GPS-Netzes wurden unter Zwang in das Deutsche Referenzsystem 1991 (DREF91) als Realisierung des ETRS89 in Deutschland

eingerechnet. Dabei ergaben sich insbesondere in den Höhenkomponenten Spannungen von mehreren Zentimetern (Liebsch *et al.*, 2006). Zu dieser Zeit wurden die Referenzstationen des Satellitenpositionierungsdienstes der deutschen Landesvermessung (SAPOS) nach unterschiedlichen Beobachtungs- und Auswertestrategien in das DREF91 eingerechnet, wodurch die geforderte Zentimetergenauigkeit der Echtzeitpositionierung nicht überall gegeben war (Beckers *et al.*, 2005). Zur Analyse des aktuellen Zustandes wurde am BKG im Jahre 2002 eine gemeinsame Diagnoseausgleichung von Beobachtungsdaten aller 260 SAPOS-Stationen einer Woche durchgeführt, aus der ein homogenes spannungsfreies SAPOS-Netz als weitere Realisierung des ETRS89 in Deutschland mit einer inneren Genauigkeit von etwa 1 cm für die Lage und die Höhe hervorging (Beckers *et al.*, 2005). Zwischen den SAPOS-Koordinaten vor und nach der Diagnoseausgleichung ergaben sich Differenzen von bis zu 7 cm in der Höhe (Görres und Nothnagel, 2012). Das homogene SAPOS-Netz wurde wiederum in das DREF91 eingepasst, und in allen Bundesländern wurden die neuen Koordinaten der SAPOS-Stationen eingeführt. Damit basierten die GPS-Nivellementpunkte von 2003 auf einer anderen Realisierung des ETRS89 als die SAPOS-Referenzstationen, wodurch sich wiederum Spannungen ergaben (Liebsch *et al.*, 2006). Daher wurde den Bundesländern eine Anpassung der ellipsoidischen Höhen der GPS-Nivellementpunkte empfohlen, die in den einzelnen Bundesländern nach individuellen Strategien umgesetzt wurde und von der Neumessung über die Neuausgleichung von Beobachtungen bis zu unterschiedlichen Transformationsansätzen reichten (Liebsch *et al.*, 2004, 2006). In Verbindung mit neu nivellierten Normalhöhen entstand daraus der GPS-Nivellementdatensatz von 2005 bestehend aus 894 Punkten. In Abbildung 4.3 (links) und Tabelle 4.2 sind die Differenzen der Höhenanomalien aus den GPS-Nivellementdatensätzen 2005 und 2003 in 634 identischen Punkten im Bereich mehrerer Zentimeter dargestellt. Die individuellen Anpassungen der ellipsoidischen Höhen haben neue Inhomogenitäten zwischen den Bundesländern, allerdings auf wesentlich geringerem Niveau zur Folge (Görres und Nothnagel, 2012). Der aktuelle GPS-Nivellementdatensatz von 2011 bestehend aus 954 Punkten ist kompatibel zur SAPOS-Realisierung des ETRS89 (BKG, 2012) und beinhaltet Änderungen in Baden-Württemberg, Sachsen und Thüringen aufgrund von Neumessung bzw. neuer SAPOS-Anpassung der ellipsoidischen Höhen. Die Differenzen zwischen 2011 und 2005 in 891 identischen Punkten betragen bis zu 4 cm und sind in

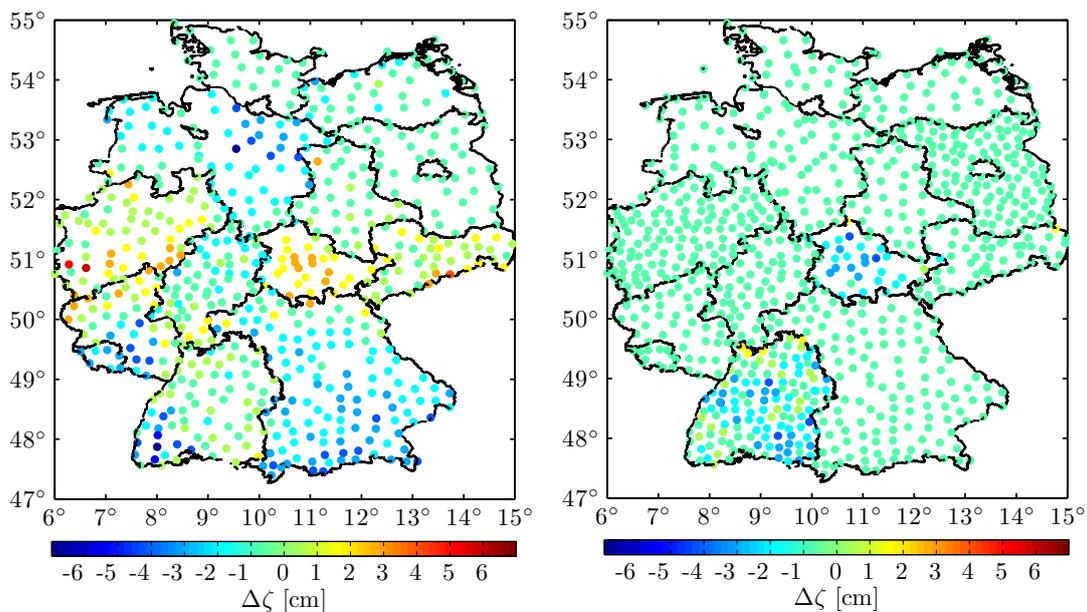


Abbildung 4.3. Differenzen der Höhenanomalien $\Delta\zeta$ [cm] aus den GPS-Nivellementdatensätzen 2005 und 2003 (links) sowie 2011 und 2005 (rechts) in Deutschland

Tabelle 4.2. Statistik der Differenzen der Höhenanomalien aus verschiedenen GPS-Nivellementdatensätzen in Deutschland

GPS-Nivellement	Anzahl	Mittel [cm]	RMS [cm]	Min [cm]	Max [cm]
2005 – 2003	634	-0,5	1,5	-9,6	5,6
2011 – 2005	891	-0,2	0,6	-3,9	1,6

Abbildung 4.3 (rechts) sowie Tabelle 4.2 dargestellt. Die Genauigkeitsbetrachtung der Höhenanomalien der GPS-Nivellementpunkte erfolgt in Verbindung mit der Höhenbezugsfläche GCG2011 (Abschnitt 4.4).

Die nationalen GPS-Nivellementdatensätze werden zum einen zur Berechnung der Höhenbezugsfläche für Deutschland eingesetzt (Abschnitt 4.4). Zum anderen werden sie als unabhängige Schwerefelddatensätze zur Validierung von globalen Potentialmodellen (Gruber *et al.*, 2011; Hirt, 2011; Ihde *et al.*, 2010; Voigt *et al.*, 2010; Voigt und Denker, 2013a) und von gravimetrischen Quasigeoidmodellen (Ihde *et al.*, 2010; Denker, 2013) benutzt. In diesem Zusammenhang stellt sich die Frage nach der Qualität des aktuellen GPS-Nivellementdatensatzes. Insbesondere sind Untersuchungen hinsichtlich systematischer langwelliger Abweichungen in den Normalhöhen aus den geometrischen Nivellements der 1970er und 1980er Jahre durchzuführen. Zudem sind die ellipsoidischen Höhen aus GPS-Beobachtungen speziell an den Bundesländergrenzen im Hinblick auf Inhomogenitäten aufgrund der individuellen SAPOS-Anpassungen zu analysieren. Bislang lagen für diese Untersuchungen keine unabhängigen Vergleichswerte mit hinreichender Genauigkeit und Ausdehnung vor. Mit Hilfe der im Rahmen dieser Arbeit beobachteten astrogeodätischen Lotabweichungen bzw. der daraus berechneten astrogeodätischen Quasigeoidlösungen gelingt eine vollständig unabhängige Validierung des GPS-Nivellementdatensatzes (Abschnitt 8.3).

Zusätzlich wird die Erneuerung des Deutschen Haupthöhennetzes im Zeitraum 2006 bis 2012 durchgeführt (Abschnitt 2.4.3), aus der ein GNSS-Nivellementdatensatz mit wesentlich verbesserter Genauigkeit hervorgeht. Für den gegenseitigen Vergleich der astrogeodätischen Quasigeoidlösungen und der Geodätischen Grundnetzpunkte (GGP) stehen vorläufige Ergebnisse zur Verfügung (Feldmann-Westendorff, 2012). Die ellipsoidischen Koordinaten bezüglich ETRS89 entstammen einer Gesamtausgleichung der Netzlösungen aus der GNSS-Kampagne 2008 der Rechenstellen LGLN (Landesamt für Geoinformation und Landentwicklung Niedersachsen) und BKG, wobei die Höhengenaugigkeit mit 2,6 mm angegeben wird. Die von den Ländern mitgeteilten nichtamtlichen Normalhöhen liegen aus Einrechnungen der Anschlussmessungen 2008 in die Nivellementlinien vor und beziehen sich auf das DHHN92. Da die Nivellementmessungen noch nicht abgeschlossen sind, liegen derzeit keine Normalhöhen aus einer vollständigen Ausgleichung vor (Stand November 2012).

Beim Vergleich der GPS-Nivellementdatensätze mit Quasigeoidlösungen aus astrogeodätischen oder gravimetrischen Daten muss der Umgang mit den permanenten Gezeiteneffekten berücksichtigt werden. In Abschnitt 5.1.1 erfolgt die Bildung der astrogeodätischen Lotabweichungen $(\xi, \eta)_{\text{astro}}$ bezüglich eines Nullzeitenpotentials, sodass auch die astrogeodätischen Quasigeoidlösungen $\Delta\zeta_{\text{astro}}$ bezüglich des Nullzeitenpotentials vorliegen. In den GPS-Nivellementdatensätzen wurden die gesamten Gezeiteneffekte aus den ellipsoidischen Koordinaten entfernt, sodass diese sich auf die konventionelle gezeitenfreie Erdkruste beziehen (vgl. Abschnitt 5.1.1). Die in den Normalhöhen enthaltenen Gezeiteneffekte wurden nicht berücksichtigt und sind somit vollständig enthalten. Üblicherweise wird davon ausgegangen, dass die periodischen Gezeiteneffekte im Mittel Null betragen und die permanenten Gezeiteneffekte vollständig in den Normalhöhen enthalten sind, sodass diese bezüglich einer mittleren Erdkruste und eines mittleren Gezeitenpotentials vorliegen (Mäkinen und Ihde, 2009). In Abbildung 4.4 sind die notwendigen Reduktionsschritte für die Vergleiche der GPS-Nivellementdaten mit anderen Schwerefelddaten dargestellt. Zunächst wird der permanente Anteil des Gezeitenpotentials in Abhängigkeit von der ellipsoidischen Breite φ nach Ihde *et al.* (2008) mit

$$W_{\text{Gez},2}(\varphi) = 0,9722 - 2,8841 \sin^2 \varphi - 0,0195 \sin^4 \varphi \quad [\text{m}^2/\text{s}^2] \quad (4.8)$$

berechnet. Der Übergang von der konventionellen gezeitenfreien auf die mittlere Erdkruste erfolgt für die ellipsoidische Höhe h unter Restitution des permanenten vertikalen Deformationseffektes nach Mäkinen und Ihde (2009) mit dem Term

$$+ h_{20} \cdot \frac{W_{\text{Gez},2}}{\gamma_0} \quad (4.9)$$

mit γ_0 als Normalschwere auf dem GRS80-Niveauellipsoid. Als Lovesche Zahl wird

$$h_{20} = 0,6078 \quad (4.10)$$

nach IERS (2010, S. 108) benutzt. In Deutschland variiert der Term zwischen -6,1 cm für $\varphi = 55^\circ$ und -3,8 cm für $\varphi = 47,5^\circ$. Die Normalhöhen werden zum Übergang auf das Nullgezeitenpotential und die mittlere Erdkruste um das permanente Gezeitenpotential nach Ihde *et al.* (2008) sowie Mäkinen und Ihde (2009) mit dem Term

$$+ \frac{W_{\text{Gez},2}}{\gamma_0} \quad (4.11)$$

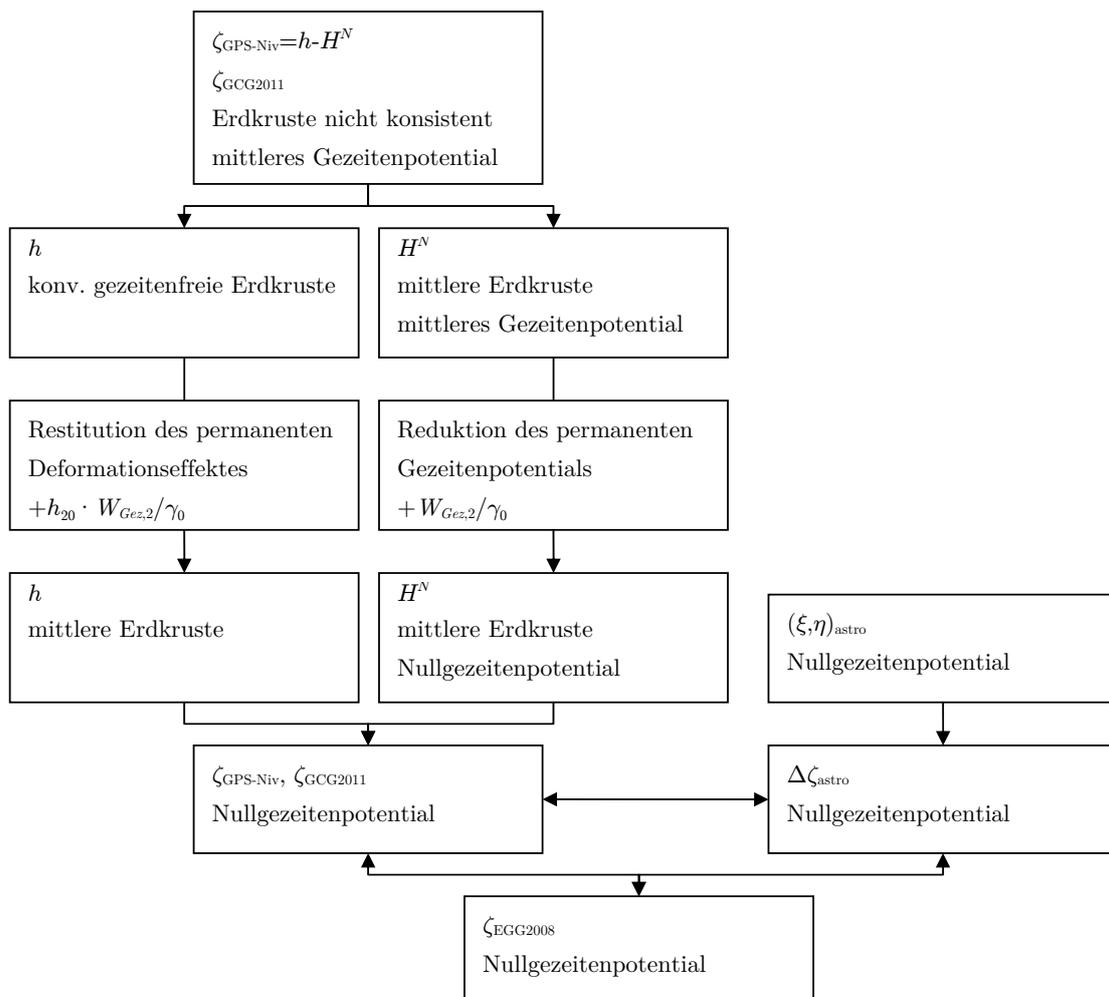


Abbildung 4.4. Schema zur Reduktion von Höhenanomalien aus vorhandenen Schwerefeldmodellen um Gezeiteneffekte

reduziert. Der Effekt liegt im Bereich zwischen $-9,9$ cm für $\varphi = 55^\circ$ und $-6,2$ cm für $\varphi = 47,5^\circ$. Die Reduktionen der Höhenanomalien als Differenzen zwischen den ellipsoidischen und den Normalhöhen variieren für den Übergang auf das Nullzeitenpotential somit zwischen $+3,8$ cm und $+2,4$ cm.

4.4 Hochauflösende gravimetrische Quasigeoidmodelle

Die aktuellen hochauflösenden gravimetrischen Quasigeoidmodelle in Deutschland basieren auf der Kombination eines globalen Potentialmodells mit terrestrischen Schwereanomalien und topographischen Daten aus einem hochauflösenden Digitalen Geländemodell. Als rein gravimetrisches Quasigeoidmodell steht für Europa das EGG2008 (European Gravimetric Quasigeoid 2008; Denker, 2013) zur Verfügung, das im Rahmen der Subkommission SC 2.4a - Gravity and Geoid in Europe (bis Herbst 2011 Commission 2 Project CP2.1 - European Gravity and Geoid Project EGGP) der IAG entwickelt wurde. Die Berechnung erfolgte mittels spektraler Kombination innerhalb einer RCR-Prozedur. Die Höhenanomalien beziehen sich auf das GRS80 und ein Nullzeitenpotential und sind kompatibel zu ETRS89 und EVRF2007 (Abschnitt 2.4.2). Detaillierte Darstellungen zum EGG2008 und dessen Vorläufermodellen sind bei Denker (2013); Denker *et al.* (2009); Denker (2006) zu finden. Die Absolutgenauigkeit der EGG2008-Höhenanomalien wird mit 1-3 cm (national) bzw. 2-5 cm (kontinental) angegeben, während die Relativgenauigkeit besser als 0,1 ppm (< 1 cm/100 km) ist, wenn Daten entsprechender Qualität und Auflösung vorliegen.

Zur Reduktion langweiliger Abweichungen werden gravimetrische Quasigeoidmodelle derzeit noch auf GPS-Nivellementdaten gelagert, woraus eine Höhenbezugsfläche resultiert, die eine direkte Transformation von ellipsoidischen Höhen aus GPS-Beobachtungen in physikalische Normalhöhen nach (2.15) ermöglicht. Die aktuelle Höhenbezugsfläche der AdV ist seit Januar 2012 das German Combined QuasiGeoid 2011 (GCG2011; BKG, 2012) und löst damit das GCG05 (Liebsch *et al.*, 2006) aus dem Jahre 2005 ab. Die Berechnung erfolgte am BKG mittels Punktmassenausgleichung innerhalb einer RCR-Prozedur, bei der die residualen Schwereanomalien und die Höhenanomalien aus dem GPS-Nivellementdatensatz 2011 gleichzeitig als Beobachtungen zur Schätzung von Punktmassen verwendet werden (Liebsch *et al.*, 2004). Am IfE wurden die GPS-Nivellementpunkte mittels Kollokation nach kleinsten Quadraten in die rein gravimetrische Quasigeoidlösung für Deutschland integriert. Für das endgültige Modell wurden die Lösungen von BKG und IfE gemittelt. Da die Lagerung auf den GPS-Nivellementdaten erfolgt, sind die GCG2011-Höhenanomalien ebenfalls kompatibel zur SAPOS-Realisierung des ETRS89 und dem DHHN92. Daher werden im Rahmen von Vergleichen mit anderen Schwerefeldlösungen die Reduktionen analog zu den GPS-Nivellementpunkten nach Abschnitt 4.3 und Abbildung 4.4 durchgeführt. Die Genauigkeit der Höhenanomalien wird mit 1-2 cm (Alpen 3-4 cm, Meeresbereich 4-10 cm) angegeben (BKG, 2012). Die in den Quasigeoidmodellen GCG2011 und EGG2008 enthaltenen Daten sind in Tabelle 4.3 zusammengefasst.

Neben den Höhenanomalien stehen aus dem EGG2008 auch Lotabweichungen zur Verfügung. Die gravimetrischen Lotabweichungskomponenten ergeben sich durch Interpolation der Höhenanomalien

Tabelle 4.3. Datengrundlage der gravimetrischen Quasigeoidmodelle GCG2011 und EGG2008

Datensatz	GCG2011	EGG2008
GPM	EIGEN-51C bis $n_{\max} = 359$ (BKG) EGM2008 bis $n_{\max} = 360$ (IfE)	EGM2008 bis $n_{\max} = 360$
Terrestrische Schwereanomalien	645.000 Punkte	5.300.000 Punkte
DGM	DGM-D (1'')	1''-30''
GPS-Nivellementdaten	954 Punkte (Stand 2011)	-

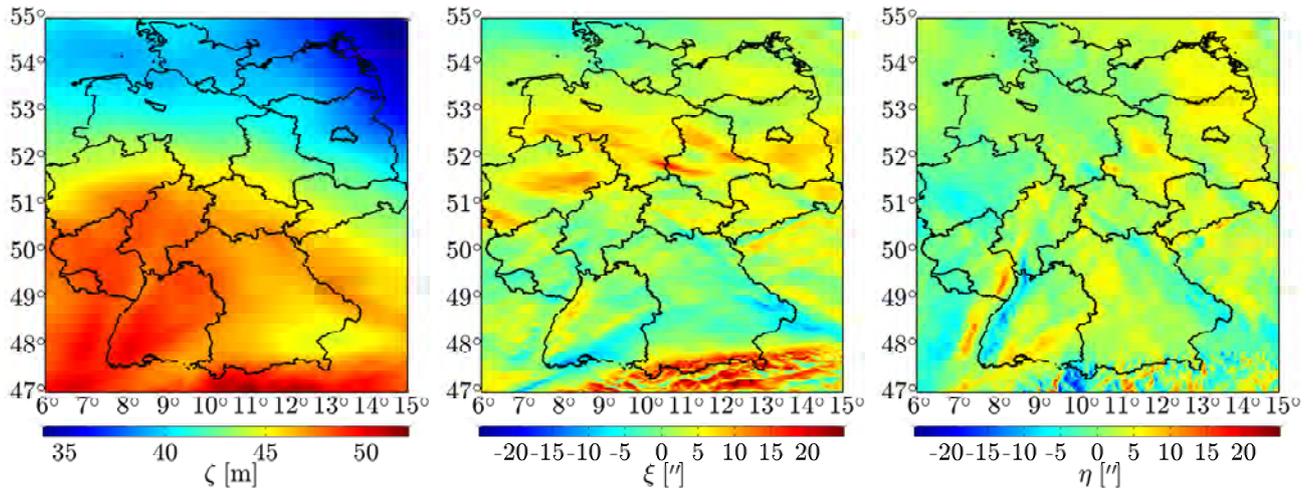


Abbildung 4.5. Höhenanomalien ζ (links) sowie Lotabweichungskomponenten ξ (Mitte) und η (rechts) aus EGG2008 in Deutschland

auf dem Gitter nach Heiskanen und Moritz (1967, S. 312) mit

$$\begin{aligned}\xi_{\text{EGG2008}} &= -\frac{1}{R} \frac{\Delta\zeta}{\Delta\varphi} \\ \eta_{\text{EGG2008}} &= -\frac{1}{R \cos \varphi} \frac{\Delta\zeta}{\Delta\lambda},\end{aligned}\tag{4.12}$$

wobei der Erdradius mit $R = 6371$ km verwendet wird, $\Delta\zeta$ die Differenzen der Höhenanomalien benachbarter Gitterwerte und $\Delta\varphi = 1,0'$ sowie $\Delta\lambda = 1,0'$ die Gitterweiten darstellen. In Abbildung 4.5 sind die Höhenanomalien ζ sowie die Lotabweichungskomponenten ξ und η aus dem EGG2008 auf dem $1,0' \times 1,0'$ -Gitter in Deutschland dargestellt. Die Höhenanomalien variieren in Deutschland zwischen 34 m im Ostseeraum und 50 m in den Alpen. Die Lotabweichungskomponenten liegen im Bereich von $\pm 25''$. Häufig werden diese auch als horizontale Quasigeoidgradienten mit entsprechenden Werten bis zu 12 cm/km angegeben. Während der Verlauf der Höhenanomalien relativ glatt ist, zeichnen sich in den Lotabweichungen als deren erste Ableitung wesentlich feinere Strukturen ab. Im Zusammenhang mit großen topographischen Massen, z.B. in den Alpen oder auch im Harz, sind die typischen Lotabweichungsstrukturen mit wechselnden Vorzeichen in Nord-Süd-Richtung bei ξ und in West-Ost-Richtung bei η deutlich zu erkennen. Weiterhin stehen aus der Datenbasis des EGG2008 Oberflächenschwerewerte zur Berechnung der Normalhöhenreduktion im Rahmen der astronomisch-topographischen Nivellements entlang der beobachteten Lotabweichungsprofile zur Verfügung (Abschnitt 5.2), deren Genauigkeit mit 0,1 bis 1,0 mGal angegeben wird (Denker, 2013).

Die Differenzen zwischen den GPS-Nivellementdaten 2011 und den Quasigeoidmodellen GCG2011 sowie EGG2008 sind in Tabelle 4.4 und Abbildung 4.6 dargestellt. Beim Vergleich der GPS-Nivellementdaten 2011 mit GCG2011 wird deutlich, dass deren Quasigeoidhöhen sich mit einer RMS-Differenz von 0,7 cm weitgehend entsprechen und lediglich in wenigen Einzelpunkten bis zu

Tabelle 4.4. Statistik der Differenzen der Höhenanomalien aus GPS-Nivellementdaten und aus den hochauflösenden Quasigeoidmodellen GCG2011 sowie EGG2008 in Deutschland

GPS-Nivellement 2011 –	Anzahl	Mittel [cm]	RMS [cm]	Min [cm]	Max [cm]
GCG2011	954	0,0	0,7	-4,5	3,7
EGG2008	954	-0,4	2,7	-7,3	7,4

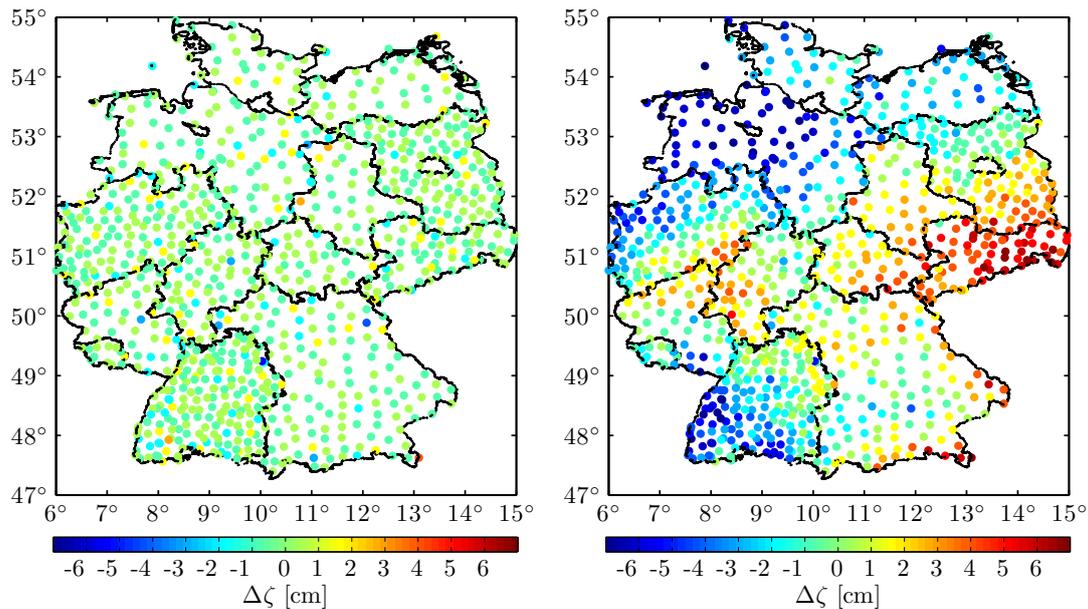


Abbildung 4.6. Differenzen der Höhenanomalien $\Delta\zeta$ [cm] aus GPS-Nivellementdaten 2011 und aus den hochauflösenden Quasigeoidmodellen GCG2011 (links) sowie EGG2008 (rechts) in Deutschland

4,5 cm voneinander abweichen. Der Vergleich der GPS-Nivellementdaten 2011 mit EGG2008 stellt hingegen einen vollständig unabhängigen Vergleich dar. Die RMS-Differenz beträgt 2,7 cm, wobei die Differenzen im Bereich von ± 7 cm liegen und eine systematische Struktur aufweisen. Zum einen sind in den Differenzen länderspezifische Strukturen zu erkennen. Zum anderen zeichnen sich langwellige Differenzen im Bereich von bis zu 10 cm über mehrere 100 km von Nord-West- in Süd-Ost-Richtung ab. Die Ursache für die Differenzen ist bislang nicht geklärt. Im Zusammenhang mit Inhomogenitäten an den Ländergrenzen kommen vorwiegend Unsicherheiten in den ellipsoidischen Höhen aus GPS-Beobachtungen in Betracht (vgl. Abschnitt 4.3). Hinsichtlich der langwelligen Differenzen ist zu klären, ob diese aus Unsicherheiten in den alten Nivellementlinien und/oder aus der gravimetrischen Quasigeoidlösung stammen. Im Rahmen dieser Arbeit werden die Differenzen anhand der unabhängigen astrogeodätischen Lotabweichungen bzw. der daraus berechneten astrogeodätischen Quasigeoidlösungen analysiert (Abschnitt 8.3). Die gravimetrischen Lotabweichungen aus dem EGG2008 werden zur Detektion grob fehlerhafter astrogeodätischer Beobachtungen verwendet sowie zur Beurteilung deren Genauigkeitsniveau (Abschnitt 7.1).

5 Astrogeodätische Schwerefeldmodellierung

In diesem Kapitel wird die regionale Schwerefeldmodellierung auf der Basis von astrogeodätischen Lotabweichungen beschrieben, deren Beobachtung im Rahmen von Messkampagnen in Kapitel 6 eingehend dargelegt wird. Die Reduktionen zeitlicher Variationen der astrogeodätischen Lotabweichungen werden in Abschnitt 5.1 erörtert. In Abschnitt 5.2 erfolgt der Übergang auf Höhenanomalien aus astrogeodätischen Lotabweichungen zum einen nach dem Verfahren des astronomisch-topographischen Nivellements und zum anderen mit der Kollokation nach kleinsten Quadraten.

Unter Beachtung der Zielgenauigkeit von 1 cm/100 km RMS werden in diesem Kapitel die Übergänge von astrogeodätischen Lotabweichungen auf Höhenanomalien ausführlich beschrieben. Zum einen spielen in diesem Zusammenhang systematische Abweichungen im Rahmen der Modellierung beispielsweise durch üblicherweise verwendete Approximationen eine Rolle, zum anderen stellt hinsichtlich der Planung der durchzuführenden Messkampagnen die Wahl des Abstandes zwischen den astrogeodätischen Beobachtungsstationen den kritischen Parameter dar und ist anhand einer geeigneten Genauigkeitsabschätzung a priori zu untersuchen. Hinsichtlich zeitlicher Variationen der astrogeodätischen Lotabweichungen bildeten in bisherigen Arbeiten im Wesentlichen Untersuchungen zu atmosphärischen Refraktionseffekten den Schwerpunkt (Hirt, 2006). Die gezeitenbedingten Variationen und die zugrunde liegenden Bezugssysteme der astronomischen und ellipsoidischen Koordinaten wurden jedoch nicht näher behandelt.

5.1 Zeitliche Variationen astrogeodätischer Lotabweichungen

Die Ausführungen in Kapitel 3 gelten für das statische Schwerefeld und unter der Voraussetzung, dass sich keine Massen außerhalb der Erdoberfläche befinden. In diesem Zusammenhang werden die astronomischen und ellipsoidischen Koordinaten, aus denen die astrogeodätischen Lotabweichungen gebildet werden, hinsichtlich zeitlicher Variationen sowie atmosphärischer Masseneffekte untersucht. Im Hinblick auf systematische Abweichungen bei der astrogeodätischen Schwerefeldbestimmung sind im Wesentlichen der permanente Anteil der Gezeiteneffekte und tektonische Bewegungen zu nennen, die durch die Reduktion auf eine einheitliche Referenzepoche sowie ein einheitliches Bezugssystem berücksichtigt werden. In Abbildung 5.1 sind die notwendigen Reduktionen zur konsistenten Bildung astrogeodätischer Lotabweichungen dargestellt.

5.1.1 Gezeiteneffekte

Die direkten Erdgezeiten (tidal force) stellen das Gravitationspotential hervorgerufen durch Mond, Sonne und Planeten dar (Wenzel, 1997; Agnew, 2009). Das Gezeitenpotential einer starren Erde kann mit Hilfe einer Kugelfunktionsentwicklung dargestellt werden. Die Koeffizienten werden üblicherweise mit Hilfe einer Spektralanalyse aus den numerischen Ephemeriden der Himmelskörper bestimmt und sind in Gezeitenpotentialkatalogen angegeben. Verschiedene Gezeitenpotentialkataloge sind beispielsweise bei Wenzel (1997, S. 21) genannt. Im Rahmen dieser Arbeit wird der Gezeitenpotentialkatalog nach Tamura (1987) verwendet. Dieser setzt sich aus $K = 1200$ Wellen für eine Kugelfunktionsentwicklung bis Grad und Ordnung $n = m = 4$ zusammen. Mit den horizontalen Ableitungen nach (3.62) ergeben sich die Gezeitenneigungen (tidal tilts) der aktuellen Lotlinie in Nord-Süd- und Ost-West-Richtung in sphärischer Approximation. Die Berechnung der Gezeitenneigungen $(\delta\Phi, \delta\Lambda)_{\text{Gez}}$ hinsichtlich einer

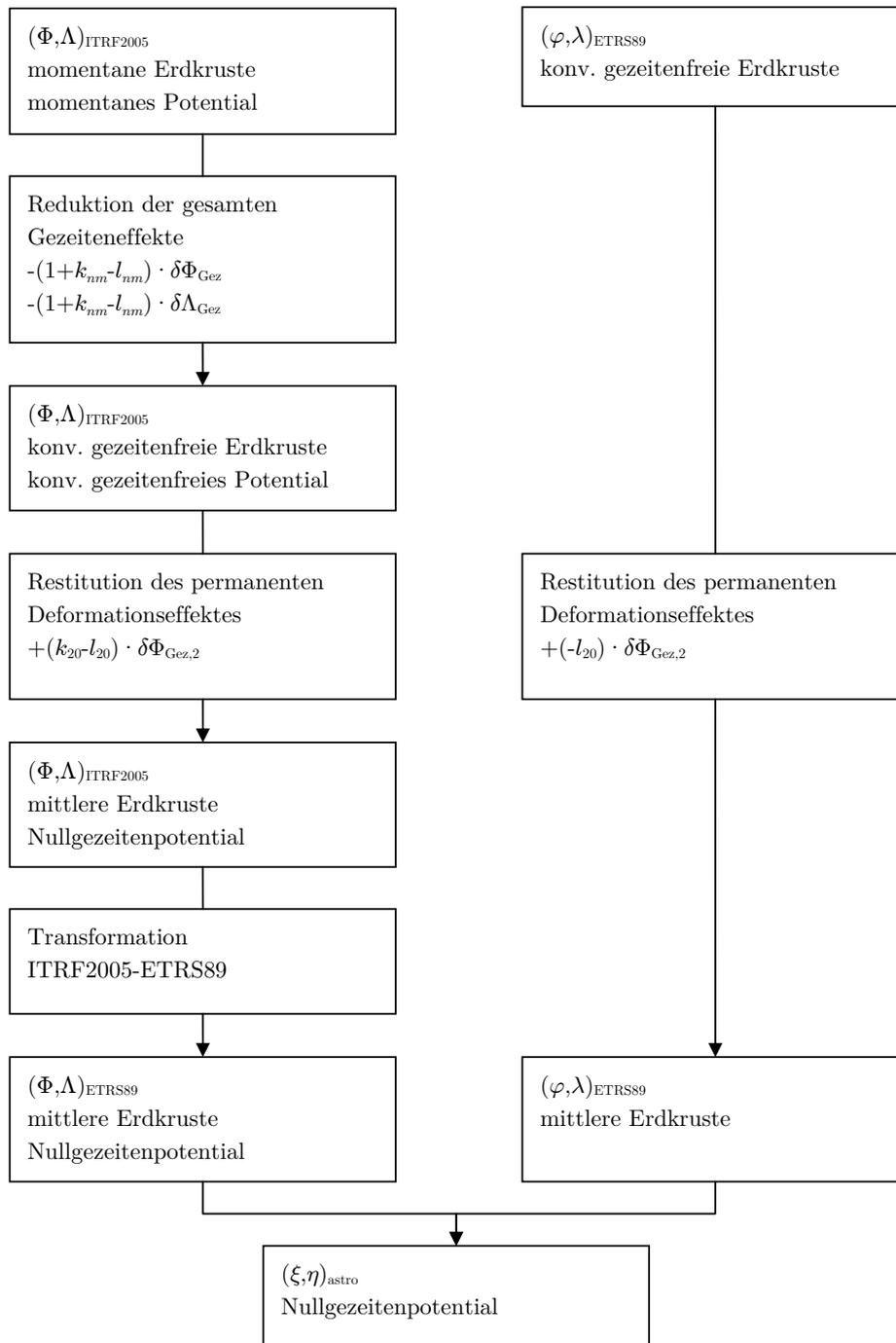


Abbildung 5.1. Reduktionsschema zur Bildung astrogeodätischer Lotabweichungen aus astronomischen und ellipsoidischen Koordinaten entsprechend der Abschnitte 5.1.1 und 5.1.2

starren Erde erfolgt nach der harmonischen Darstellung

$$\begin{pmatrix} \delta\Phi \\ \delta\Lambda \end{pmatrix}_{\text{Gez}}(t) = \sum_{n=2}^4 \sum_{m=0}^n \sum_{k=1}^K \begin{pmatrix} A_{knm} \cos(2\pi f_{knm}t + \phi_{knm}) \\ A_{knm} \cos(2\pi f_{knm}t + \phi_{knm}) \end{pmatrix} \quad (5.1)$$

mit den Amplituden $A_{knm} = A_{knm}(\varphi, \lambda, h, t, \alpha)$, den Phasen $\phi_{knm} = \phi_{knm}(t, \alpha)$ und den Frequenzen f_{knm} für jede einzelne Welle k aus dem Gezeitenpotentialkatalog; vgl. Wenzel (1976, S. 7-17), Wenzel (1996) und Agnew (2009, S. 168). Für die Nord-Süd-Komponente $\delta\Phi$ ergibt sich das Azimut $\alpha = 180^\circ$; für die Ost-West-Komponente $\delta\Lambda$ ist $\alpha = 270^\circ$.

Da die Erde jedoch ein elastischer Körper ist, entstehen durch die Gravitation der Himmelskörper indirekte Deformationseffekte (tidal response). Zunächst erfolgt eine Deformation der Erdkruste, woraus dann ein zusätzliches Deformationspotential entsteht. Diese indirekten Effekte sind mit dem direkten Effekt proportional verbunden und werden mit Hilfe der konventionellen Loveschen Zahlen h , k und der Shidaschen Zahl l modelliert (Torge, 2003, S. 333-334). Die Loveschen Zahlen werden aus seismischen Beobachtungen nach Wahr (1981a) und Dehant (1987) für eine elliptische, gleichförmig rotierende, ozeanlose Erde mit flüssigem äußeren Kern und inelastischem Mantel (Erdmodell PREM (Dziewonski und Anderson, 1981) mit inelastischem Mantel nach Zschau und Wang, 1987) für die Terme bis Grad und Ordnung $n = m = 4$ berechnet. Zur Modellierung des Einflusses der Elastizität der Erde werden die Loveschen Zahlen in Form von Neigungsfaktoren (tilt factors) an die Gezeitenneigungen (5.1) hinsichtlich der starren Erde angebracht. In diesem Zusammenhang sind zwei Neigungsfaktoren zu unterscheiden (Melchior, 1966; Lambert, 1940). Im Rahmen von Neigungsmessungen werden die Winkel zwischen der aktuellen Lotrichtung und der Normalen zur Erdoberfläche beobachtet. Die entsprechenden Neigungsfaktoren, die den elastischen Effekt aufgrund der Erdgezeiten wiedergeben, werden in diesem Zusammenhang als γ_{nm} bezeichnet und ergeben sich beispielsweise nach Torge (2003, S. 334), Agnew (2009, S. 175) oder Melchior (1966, S. 119 ff) mit

$$\gamma_{nm} = 1 + k_{nm} - h_{nm}. \quad (5.2)$$

Der erste Term auf der rechten Seite stellt das Gezeitenpotential dar, der zweite Term bildet den Anteil des Deformationspotentials und der dritte Term gibt die vertikale Verformung der Erdoberfläche wieder, die die Normale zur Erdoberfläche beeinflusst. In der aktuellen Literatur wird zumeist dieser Neigungsfaktor genannt, da der Einfluss der Erdgezeiten in den Beobachtungen heutiger hochgenauer Neigungsmesser deutlich zu erkennen ist. Bei der astronomischen Bestimmung von Lotrichtungen bezüglich eines geozentrischen globalen Bezugssystems hat die Veränderung der Normalen zur Erdoberfläche hingegen keinen Einfluss (vgl. auch Kapitel 6). Stattdessen schlägt sich die horizontale Verschiebung der Erdoberfläche in den Lotrichtungen nieder, die durch die Shidasche Zahl l ausgedrückt wird (Jekeli, 1999). Die in diesem Zusammenhang auftretenden Neigungsfaktoren werden mit Λ_{nm} bezeichnet und ergeben sich beispielsweise nach Melchior (1966, S. 214 ff) oder Jekeli (1999) mit

$$\Lambda_{nm} = 1 + k_{nm} - l_{nm}. \quad (5.3)$$

Aus (5.1) und (5.3) folgen die Gezeitenneigungen im Zusammenhang mit astronomisch bestimmten Lotrichtungen hinsichtlich einer elastischen Erde

$$\begin{pmatrix} \delta\Phi \\ \delta\Lambda \end{pmatrix}_{\text{el}}(t) = \sum_{n=2}^4 \sum_{m=0}^n \Lambda_{nm} \sum_{k=1}^K \begin{pmatrix} A_{knm} \cos(2\pi f_{knm}t + \phi_{knm}) \\ A_{knm} \cos(2\pi f_{knm}t + \phi_{knm}) \end{pmatrix}. \quad (5.4)$$

Die Lovesche Zahl k_{nm} nimmt Werte zwischen 0,30 ($n = 2$) und 0,04 ($n = 4$) an, während die Shidasche Zahl l_{nm} lediglich zwischen 0,08 ($n = 2$) und 0,01 ($n = 4$) variiert und somit einen deutlich geringeren Einfluss hat. Die Neigungsfaktoren Λ_{nm} variieren somit zwischen 1,22 ($n = 2$) und 1,03 ($n = 4$), wodurch sich die Beträge der Erdgezeiteneffekte hinsichtlich einer elastischen Erde gegenüber denen einer starren Erde vergrößern. Die Gezeitenneigungen (5.4) variieren im Bereich zwischen ± 30 mas

mit theoretischen Mittelwerten von etwa $+12$ mas für $\delta\Phi$ und 0 mas für $\delta\Lambda$ und werden von den astronomischen Koordinaten der Lotrichtungen subtrahiert; vgl. Jekeli (1999). Im Rahmen dieser Arbeit erfolgt die Berechnung der Gezeitenneigungen auf Basis des Programmes *ETGTAB* (Wenzel, 1993), das Teil des Programmes *ETERNA* ist und vom International Center for Earth Tides (ICET) zur Verfügung gestellt wird. Die darin implementierte Berechnung des Neigungsfaktors (5.2) wird hinsichtlich (5.3) modifiziert.

Im Rahmen der beschriebenen Erdgezeitenberechnungen wurde die Annahme einer ozeanlosen Erde getroffen. In der Realität produzieren die gravitativen Einflüsse von Mond, Sonne und Planeten die Ozeangezeiten. Durch die Umverteilung der Wassermassen ergeben sich überwiegend (halb)tägliche Variationen des Ozeangezeitenpotentials (Deformationspotential) und daraus wiederum Deformationen des Meeresbodens sowie der küstennahen Erdkruste. Die Kombination aus Deformationspotential der sich bewegenden Wassermassen und der horizontalen und vertikalen Deformation der Erdkruste wird als ozeanischer Auflasteffekt (ocean tidal loading) bezeichnet (Jentzsch, 1997). Die Berechnung der ozeanischen Auflasteffekte erfolgt zumeist mit Hilfe von Greenschen Funktionen auf Basis eines Ozeangezeitenmodells, z.B. CSR3.0 (Eanes und Bettadpur, 1995). Detaillierte Darstellungen sind beispielsweise bei Jentzsch (1997) oder Agnew (2009, S. 181 ff) zu finden. Nach Torge (2003, S. 335) können die ozeanischen Auflasteffekte hinsichtlich der Neigung (tidal loading tilt) 100% und mehr des Erdgezeitensignals betragen. Bei Baker (1980) sind Untersuchungen zu den Neigungen aufgrund der ozeanischen Auflasteffekte zu finden. Während die Amplituden in Küstennähe ein Mehrfaches des Erdgezeitenpotentials erreichen können, verringern sich diese schnell mit abnehmender Entfernung von der Küste, können aber im kontinentalen Bereich immer noch 20% des Erdgezeitensignals erreichen. Die Neigungen aufgrund der ozeanischen Auflasteffekte sind für Mitteleuropa graphisch dargestellt und liegen bei entsprechender Entfernung von der Küste in Deutschland unterhalb von 2 mas in Nord-Süd- und Ost-West-Richtung. In Agnew (2009, S. 186) sind die Auflasteffekte bezüglich verschiedener Funktionale für den Nordseeraum dargestellt. Die maximalen Neigungen liegen für Deutschland im Bereich von $10 \cdot 10^{-9}$ rad (2 mas) und stimmen gut mit denen von Baker (1980) überein. Die horizontalen Verschiebungen betragen etwa 2 mm (0,1 mas). Aufgrund der geringen Amplituden können die ozeanischen Auflasteffekte im Rahmen dieser Arbeit vernachlässigt werden. Weitere Potentialänderungen entstehen aus Polgezeiten aufgrund der Änderung der Erdrotation durch die Polbewegung. Diese spielen jedoch aufgrund der geringen Amplituden von wenigen Millimetern an der Erdoberfläche (IERS, 2010, S. 10) ebenfalls keine Rolle.

Mit der vollständigen Reduktion der Gezeiteneffekte aus den astronomischen Koordinaten nach (5.4) erfolgt nach Mäkinen und Ihde (2009) der Übergang vom momentanen Potential und von der momentanen Erdkruste (instantaneous potential and crust) auf das konventionelle gezeitenfreie Potential und die konventionelle gezeitenfreie Erdkruste (conventional tide free potential and crust); siehe Abbildung 5.1. Im Rahmen der Bestimmung der ellipsoidischen Koordinaten aus GNSS-Beobachtungen werden üblicherweise die gesamten Gezeiteneffekte (Erdgezeiten, Ozeanauflasten, Polgezeiten) berücksichtigt, sodass im Folgenden vorausgesetzt wird, dass die ellipsoidischen Koordinaten bezüglich einer konventionellen gezeitenfreien Erdkruste vorliegen (IERS, 2010, S. 16); vgl. Kapitel 6 und Abbildung 5.1. Nach einer IAG-Resolution von 1983 (IERS, 2010, S. 15) sind Schwerefeldgrößen bezüglich des Nullgezeitenpotentials (zero tide potential) anzugeben. Größen, die den Verschiebungen an der Erdoberfläche unterliegen, sind bezüglich der mittleren Erdkruste (mean crust) darzustellen. Dafür bleiben die permanenten Deformationseffekte in allen Beobachtungen enthalten. Detaillierte Darstellungen zu den Konzepten in Verbindung mit den permanenten Gezeiteneffekten sind beispielsweise bei IERS (2010, S. 15), Mäkinen und Ihde (2009) sowie Torge (2003, S. 69) zu finden. Für den Übergang vom konventionellen gezeitenfreien Potential und von der konventionellen gezeitenfreien Erdkruste müssen also die permanenten Deformationseffekte restituiert werden. Der permanente Anteil des Gezeitenpotentials in Abhängigkeit von der ellipsoidischen Breite φ folgt aus (4.8). Die Ableitung des Gezeitenpotentials in Nord-Süd-Richtung ergibt sich mit

$$\frac{\partial W_{\text{Gez},2}}{\partial \varphi} = \sin 2\varphi(-2,8841 - 0,039 \sin^2 \varphi), \quad (5.5)$$

woraus dann die Neigung in Nord-Süd-Richtung

$$\delta\Phi_{\text{Gez},2} = -\frac{1}{\gamma_0 M} \frac{\partial W_{\text{Gez},2}}{\partial \varphi} \quad (5.6)$$

folgt mit M als Meridiankrümmungshalbmesser und γ_0 als Normalschwere auf dem GRS80-Niveauellipsoid. Für die astronomische Breite Φ bezüglich des konventionellen gezeitenfreien Potentials und der konventionellen gezeitenfreien Erdkruste erfolgt der Übergang auf das Nullgezeitenystem und die mittlere Erdkruste aus der Restitution des permanenten Deformationspotentials und der permanenten horizontalen Deformation der Erdkruste nach Ihde *et al.* (2008) sowie Mäkinen und Ihde (2009) mit dem Term

$$+ (k_{20} - l_{20}) \cdot \delta\Phi_{\text{Gez},2}, \quad (5.7)$$

der eine Größenordnung von etwa +2 mas hat (Abbildung 5.1). An die ellipsoidische Breite φ bezüglich der konventionellen gezeitenfreien Erdkruste wird für den Übergang auf die mittlere Erdkruste nach Mäkinen und Ihde (2009) die permanente horizontale Deformation der Erdkruste mit dem Term

$$+ (-l_{20}) \cdot \delta\Phi_{\text{Gez},2} \quad (5.8)$$

angebracht (Abbildung 5.1). Dieser Effekt hat eine Größenordnung von etwa -0,8 mas; vgl. IERS (2010, S. 108). Um die Konsistenz mit dem Reduktionsschritt einzuhalten, werden als Lovesche Zahlen die Werte

$$\begin{aligned} k_{20} &= 0,305039 \\ l_{20} &= 0,085780 \end{aligned} \quad (5.9)$$

verwendet, die aus den *ETGTAB*-Berechnungen vorliegen. Der permanente Anteil des Gezeitenpotentials wird ebenfalls bei den Vergleichen der astrogeodätischen Quasigeoidlösungen mit den GPS- und Nivellementdaten sowie den regionalen Quasigeoidmodellen berücksichtigt (Abschnitte 4.3 und 4.4).

5.1.2 Bezugssysteme

Für die astronomischen Koordinaten der Lotrichtungen wird entsprechend Abschnitt 2.2.1 und Anhang A.4 vorausgesetzt, dass diese aus Sternörtern im ICRS in Verbindung mit Erdorientierungsparametern aus der mit dem ITRF2005 konsistenten Langzeitserie EOP 05 C04 (IAU 1980) bestimmt werden. Damit liegen diese bezüglich des ITRF2005 zur jeweiligen Beobachtungsepoche t vor. In Abschnitt 5.1.1 ist die Reduktion der hochfrequenten gezeitenbedingten Variationen analog zu den ITRF-Positionen in (2.2) beschrieben. Mit Hilfe der ITRF2005-Geschwindigkeiten (2.5) werden die gezeitenreduzierten astronomischen Koordinaten mit (2.2) auf die ITRF2005-Referenzepoche $t_0 = 2000,0$ bezogen. Zwischen dem Beobachtungszeitraum 2006 bis 2010 und der Referenzepoche ergeben sich damit systematische Abweichungen in den astronomischen Koordinaten bis zu 10 mas (etwa 30 cm an der Erdoberfläche).

Die ellipsoidischen Koordinaten aus GNSS-Beobachtungen liegen üblicherweise bezüglich des ETRS89 vor (Abschnitt 2.4.1). Die Unterscheidung verschiedener ETRS89-Realisierungen und Referenzepochen wird im Rahmen dieser Arbeit vernachlässigt, da die Differenzen von Stationspositionen lediglich 2-3 cm und die Stationsgeschwindigkeiten maximal 1 mm/Jahr in Deutschland betragen, so dass deren Einfluss im Hinblick auf die ellipsoidischen Koordinaten unterhalb von 1 mas verbleibt (vgl. Abschnitt 2.4.1). Zur konsistenten Bildung der astrogeodätischen Lotabweichungen aus der Differenz astronomischer und ellipsoidischer Koordinaten nach (3.43) werden die astronomischen Koordinaten vom ITRF2005 in das ETRS89 transformiert (Abbildung 5.1). Die Transformation der astronomischen Koordinaten erfolgt analog zu den Positionen nach Abschnitt 2.4.1. Insgesamt ergeben sich durch die

Transformation der astronomischen Koordinaten vom ITRF2005 zur jeweiligen Beobachtungsepoche in das ETRS89 mit der Referenzeпоche 1989,0 systematische Abweichungen von bis zu 20 mas.

Mit (3.43) gelingt die konsistente Bildung der astrogeodätischen Lotabweichungskomponenten $(\xi, \eta)_{\text{astro}}$ in den jeweiligen lokalen ellipsoidischen Bezugssystemen der Beobachtungsstationen an der Erdoberfläche (Abbildung 5.1). Diese entsprechen nach Abschnitt 3.2 der Lotabweichungsdefinition nach Helmert und werden aufgrund der Reduktion der zeitlichen Variationen als statisch angesehen.

5.1.3 Atmosphärische Effekte

Unter der Voraussetzung, dass keine Massen oberhalb der Erdoberfläche existieren, ist das Störpotential T harmonisch (Abschnitt 3.2). Da diese Bedingung aufgrund der Existenz atmosphärischer Massen zunächst nicht erfüllt ist, müssen von den beobachteten Störgrößen des Schwerefeldes im Rahmen der Schwerefeldbestimmung mit angestrebten Genauigkeiten von $\pm 25\text{-}30$ cm und besser die atmosphärischen Effekte entfernt werden (Anderson *et al.*, 1975; Rummel und Rapp, 1976). Da die atmosphärischen Massen mit $\leq 0,00123$ g/cm³ eine sehr geringe Dichte aufweisen, erfolgt die Modellierung in erster Näherung mit Hilfe eines einfachen ellipsoidischen (Ecker und Mittermayer, 1969) oder sphärischen (Moritz, 1980, S. 422) Schalenmodells in Abhängigkeit von der Höhe. Bei der Reduktion der Störgrößen des Schwerefeldes um die atmosphärischen Effekte ist zu beachten, dass die Gesamtmasse der Atmosphäre bereits in der Definition des Normalschwerepotentials GRS80 enthalten ist, deren Effekt als harmonischer Anteil bezeichnet wird und eine Größenordnung von etwa 550 cm auf Geoidhöhen hat. Da die Gesamtmasse der Atmosphäre damit in den Störgrößen reduziert ist, jedoch nur die unterhalb des betrachteten Punktes liegenden atmosphärischen Massen einen Einfluss haben, spiegeln die anzubringenden Korrekturen, die als nichtharmonischer Anteil bezeichnet werden, die Wirkung der oberhalb des Punktes liegenden atmosphärischen Massen wider. Basierend auf Ecker und Mittermayer (1969) sind die Korrekturen für Schwereanomalien von der IAG vertafelt (Moritz, 2000). Diese nehmen auf dem Meeresspiegel einen Maximalwert von 0,87 mGal an. Ab einer Höhe von 34 km betragen die Korrekturen 0,00 mGal. Die im Rahmen der astrogeodätischen Schwerefeldbestimmung zur Berechnung der Normalhöhenreduktion verwendeten Schwereanomalien werden mit der Approximationsformel nach Wenzel (1985)

$$\delta g_A[\text{mGal}] = 0,874 - 9,9 \cdot 10^{-5}h[\text{m}] + 3,5625 \cdot 10^{-9}h[\text{m}]^2 \quad (5.10)$$

mit hinreichender Genauigkeit im Bereich weniger Mikrogal atmosphärisch korrigiert. Die Korrekturen werden mit 0,874 mGal bei $h = 0$ m maximal und werden zu den Schwereanomalien hinzuaddiert. Im Hinblick auf Lotabweichungen haben die atmosphärischen Massen bei der Annahme eines radialen Dichtemodells keinen Einfluss. Bezüglich der Höhenanomalien nehmen die atmosphärischen Korrekturen bei $h = 0$ m mit -0,7 cm den größten Betrag an (Moritz, 1980, S. 425). Für maximale Höhen von $h = 8000$ m betragen die Korrekturen -0,3 cm (Christodoulidis, 1979). Die Variationen liegen bei maximalen Höhen von $h = 1000$ m bei weniger als 0,1 cm, sodass dieser Effekt bei der Annahme eines radialen Dichtemodells vernachlässigt wird.

Da die Annahme eines radialen Dichtemodells eine starke Vereinfachung darstellt, existieren zahlreiche Untersuchungen zur Gültigkeit des Modells unter Berücksichtigung aktueller Genauigkeitsanforderungen. Breitenabhängige und damit gekoppelte jahreszeitliche Korrekturen der atmosphärischen Effekte wurden bei Christodoulidis (1979) analysiert und liegen in der Größenordnung von maximal 0,04 mGal für Schwereanomalien und 0,7 cm für Höhenanomalien. Mehrfach wurden die atmosphärischen Effekte unter Berücksichtigung der globalen Topographie als Begrenzung der unteren atmosphärischen Schichten untersucht, wodurch sich der Anteil der atmosphärischen Massen bis zu Höhen von maximal etwa 8000 m verringert. Erstmals berechnete Anderson (1976) den Gesamteinfluss der Atmosphäre unter Berücksichtigung der Topographie auf verschiedene Störgrößen des Schwerefeldes. Bei Anderson *et al.* (1975) sind Differenzen zu den IAG-Schwerekorrekturen in der Größenordnung von 0,05 mGal angegeben, wobei diese insbesondere im Hochgebirge (Himalaya) auftreten. Bezüglich der Lotabweichungen entstehen Effekte, die global im Bereich von ± 10 mas variieren, wobei Maximalwerte im Hochgebirge bis 17 mas entstehen können. In Deutschland betragen die Effekte lediglich etwa 1 mas. Bezüglich der

Höhenanomalien entstehen globale Variationen von bis zu 20 cm, wobei diese in Deutschland unter 1 cm verbleiben. Diese Werte stimmen gut mit den Ergebnissen von Sjöberg und Nahavandchi (2000) überein, die dort als indirekter Geoideffekt bezeichnet werden. Bei Anderson *et al.* (1975) wurde zudem die Auswirkung der unterschiedlichen Schwerekorrekturen bei der gravimetrischen Schwerefeldbestimmung mit der Formel von Stokes (Heiskanen und Moritz, 1967, S. 94) untersucht. In beiden Fällen rufen die Schwerekorrekturen Geoidvariationen zwischen -40 cm im Himalaya und 10 cm über den Ozeanen hervor, die mit Hilfe der Terme vom Grad 2 bis 6 einer Kugelfunktionsentwicklung der atmosphärischen Effekte dargestellt sind. Damit wird deutlich, dass die atmosphärischen Schwerekorrekturen bei heutigen Genauigkeitsanforderungen in jedem Falle anzubringen sind. Die Differenzen liegen jedoch lediglich im Bereich von ± 5 cm mit globalen Maximalwerten von 10 cm im Himalaya. Bei Rummel und Rapp (1976) sowie Sjöberg und Nahavandchi (2000) wird die Topographie unter Verwendung wesentlich höher aufgelöster globaler Höheninformationen verwendet, wodurch Kugelfunktionsentwicklungen der atmosphärischen Schwerekorrekturen bis Grad und Ordnung 36 bzw. 360 gelingen. Die resultierenden Geoidvariationen, die nach Sjöberg und Nahavandchi (2000) als direkter Geoideffekt bezeichnet werden, stimmen wiederum gut mit denen aus Anderson *et al.* (1975) überein. Neben der Berücksichtigung globaler topographischer Informationen wurde bei Nahavandchi (2004) ein regionales Digitales Geländemodell mit einer räumlichen Auflösung von $1 \text{ km} \times 1 \text{ km}$ zur Berechnung hochauflösender atmosphärischer Effekte im Iran verwendet, dessen Topographie eine Hochgebirgsstruktur aufweist. Dabei ergaben sich signifikante Abweichungen gegenüber der Verwendung globaler Höheninformationen bei Sjöberg und Nahavandchi (2000) von bis zu 17 cm bei den Geoidhöhen. Im Hinblick auf zukünftige Schwerefeldbestimmungen mit angestrebten Genauigkeiten von wenigen Zentimetern beispielsweise im europäischen Alpenraum sollten daher vergleichbare Untersuchungen hinsichtlich regionaler Verfeinerungen durchgeführt werden.

Atmosphärische Massenumverteilungen haben zeitliche Variationen von Schwerefeldbeobachtungen zur Folge. Für gravimetrische Beobachtungen liegen Lösungsansätze zur Atmosphärenreduktion auf Basis von global verteilten Wetterdaten des ECMWF (European Centre for Medium-Range Weather Forecasts) vor (Gitlein, 2009). Hinsichtlich astrogeodätischer Lotabweichungen treten atmosphärische Refraktionseffekte auf (Torge, 2003, S. 106 ff). Dabei führen horizontale Luftdruck-, Temperatur- und Luftfeuchtgradienten in der Atmosphäre oberhalb der Beobachtungsstation zur Krümmung der von den Referenzsternen ausgesendeten Lichtstrahlen. Im Rahmen von Zenitkamerabeobachtungen sind die anomalen Refraktionseffekte als Abweichungen vom radialsymmetrischen Atmosphärenmodell mit Amplituden von etwa $0,05\text{-}0,2''$ (Hirt, 2006) als kritisch anzusehen und werden im Rahmen der Analyse des Unsicherheitshaushaltes in Abschnitt 6.3.4 diskutiert. Die Nutzung von Wetterdaten beispielsweise des ECMWF zur Berechnung atmosphärischer Refraktionseffekte auf die Lotabweichungsbeobachtungen ist denkbar, wurde jedoch bislang nicht durchgeführt. Eine ausführliche Auflistung von Untersuchungen zur anomalen Refraktion im Zusammenhang mit der Bestimmung astronomischer Koordinaten ist bei Hirt (2012) gegeben. ECMWF-Daten werden aktuell beispielsweise im Rahmen von VLBI-Beobachtungen zur Bestimmung troposphärischer Laufzeitverzögerungen der elektromagnetischen Wellen (Böhm und Schuh, 2007) sowie zur Berechnung atmosphärischer Massenvariationsmodelle für die GRACE-Datenprozessierung verwendet (Flechtner *et al.*, 2010).

5.2 Regionale astrogeodätische Quasigeoidbestimmung

Die Übergänge von astrogeodätischen Lotabweichungen auf Höhenanomalien werden nachfolgend beschrieben. Im Rahmen dieser Arbeit werden das astronomisch-topographische Nivellement und die Kollokation nach kleinsten Quadraten in Verbindung mit einer RCR-Prozedur angewendet. Anhand des rein astronomischen Nivellements werden zunächst die exakten Zusammenhänge dargestellt. Für alle Verfahren werden Genauigkeitsabschätzungen angegeben.

5.2.1 Astronomisches Nivellement

Die linienhafte Bestimmung von relativen Geoidhöhen mit Hilfe des astronomischen Nivellements aus astrogeodätischen Lotabweichungen wurde bereits von Helmert (1901) eingeführt. Molodenskii *et al.* (1962, S. 125) entwickelten das astronomische Nivellement zur Bestimmung von Quasigeoidhöhen, dessen funktionale Zusammenhänge in zahlreichen Arbeiten dargestellt sind (Campbell, 1971; Moritz, 1983; Torge, 2003). Aufbauend auf der Vektorschreibweise in Abschnitt 3.2 werden im Folgenden die exakten Zusammenhänge angegeben.

Das Differential des Störpotentials im Punkt P ergibt sich analog zu (3.2) mit

$$dT_P = \text{grad } T_P \mathbf{ds}. \quad (5.11)$$

Daraus folgt nach (3.53)

$$dT_P = \boldsymbol{\delta} \mathbf{g}_P \mathbf{ds}. \quad (5.12)$$

Mit den Komponenten des Schwerestörungsvektors nach (3.51) folgt die Darstellung im lokalen normalen ellipsoidischen Bezugssystem mit

$$dT_P = - \begin{pmatrix} g_P \xi_{PP}^N \\ g_P \eta_{PP}^N \\ g_P - \gamma_P \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} dx_N^N \\ dx_E^N \\ dx_H^N \end{pmatrix}. \quad (5.13)$$

Der Übergang auf einen Horizontal- und einen Vertikalterm ds bzw. dh erfolgt in Verbindung mit dem ellipsoidischen Azimut α gemäß

$$\mathbf{ds} = \begin{pmatrix} dx_N^N \\ dx_E^N \\ dx_H^N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \alpha ds \\ \sin \alpha ds \\ dh \end{pmatrix}. \quad (5.14)$$

Mit der dynamischen Lotabweichungskomponente in Azimutrichtung

$$\epsilon_{PP}^N = \xi_{PP}^N \cos \alpha + \eta_{PP}^N \sin \alpha \quad (5.15)$$

ergibt sich schließlich

$$dT_P = -g_P \epsilon_{PP}^N ds - (g_P - \gamma_P) dh \quad (5.16)$$

bzw.

$$\frac{dT_P}{g_P} = -\epsilon_{PP}^N ds - \frac{g_P - \gamma_P}{g_P} dh. \quad (5.17)$$

Der Übergang auf Höhenanomalien erfolgt analog zu (5.11) in Verbindung mit (3.36) nach

$$d\zeta_P = \frac{1}{\bar{\gamma}_{PQ}} (\text{grad } T_P + \gamma_P - \gamma_Q) \mathbf{ds} = \frac{1}{\bar{\gamma}_{PQ}} \boldsymbol{\Delta} \mathbf{g}_P \mathbf{ds}. \quad (5.18)$$

Mit den Komponenten des Schwereanomalievektors nach (3.52) im lokalen normalen ellipsoidischen Bezugssystem ergibt sich

$$d\zeta_P = -\frac{1}{\bar{\gamma}_{PQ}} \begin{pmatrix} g_P \xi_{PQ}^N \\ g_P \eta_{PQ}^N \\ g_P - \gamma_Q \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} dx_N^N \\ dx_E^N \\ dx_H^N \end{pmatrix}. \quad (5.19)$$

Unter Benutzung von (5.14) in Verbindung mit (5.15) folgt die exakte Gleichung für das astronomische Nivellement mit den Lotabweichungskomponenten nach Molodenskii in lokalen normalen ellipsoidischen Bezugssystemen mit

$$d\zeta_P = -\frac{g_P}{\bar{\gamma}_{PQ}} \epsilon_{PQ}^N ds - \frac{g_P - \gamma_Q}{\bar{\gamma}_{PQ}} dh. \quad (5.20)$$

Mit der Approximation $g_P \approx \bar{\gamma}_{PQ}$ ergibt sich schließlich die Grundformel

$$d\zeta_P = -\epsilon_{PQ}^N ds - \frac{g_P - \gamma_Q}{\bar{\gamma}_{PQ}} dh. \quad (5.21)$$

Die Approximation bewirkt eine Abweichung von 30 mas für Lotabweichungen von 100'' und $|g_P - \bar{\gamma}_{PQ}| = 300$ mGal (Wenzel, 1985, S. 26). Für Maximalwerte von 20'' und $|g_P - \bar{\gamma}_{PQ}| = 50$ mGal in Deutschland verbleibt die Abweichung bei 1 mas und ist damit vernachlässigbar. Die Berechnungsvorschrift (5.21) entspricht der üblichen Darstellung nach Molodenskii *et al.* (1962, S. 126), Campbell (1971, S. 8) und Torge (2003, S. 270). Dabei ist jedoch zu beachten, dass dort die Lotabweichungskomponenten nach Molodenskii in lokalen astronomischen Bezugssystemen zugrunde liegen. Diese können direkt mit (5.18) unter Benutzung der Komponenten des Schwereanomalievektors nach (3.56) im lokalen astronomischen Bezugssystem abgeleitet werden. Dabei ist lediglich die Approximation $\gamma_Q \approx \bar{\gamma}_{PQ}$ zu beachten, die mit maximalen Lotabweichungskomponenten von 100'' und $|\bar{\gamma}_{PQ} - \gamma_Q| < 15$ mGal nach Wenzel (1985, S. 21) eine maximale Abweichung von 1,5 mas hervorruft. Für die praktische Berechnung der astronomischen Nivellements im Zusammenhang mit den ellipsoidischen Bogenelementen (5.14) ist die Darstellung nach (5.21) jedoch vorzuziehen.

Aus (5.21) folgt die Lotabweichungskomponente nach Molodenskii in Azimutrichtung

$$\epsilon_{PQ}^N = -\frac{d\zeta_P}{ds} - \frac{g_P - \gamma_Q}{\bar{\gamma}_{PQ}} \frac{dh}{ds}, \quad (5.22)$$

wobei durch den zweiten Term berücksichtigt wird, dass die Erdoberfläche keine Niveaulfläche darstellt (Heiskanen und Moritz, 1967, S. 312). In Verbindung mit (5.14) und den ellipsoidischen Bogenelementen nach Torge (2003, S. 87) ergeben sich die Lotabweichungskomponenten in Nord-Süd- und Ost-West-Richtung nach Heiskanen und Moritz (1967, S. 313) zu

$$\begin{aligned} \xi_{PQ}^N &= -\frac{1}{M + h_P} \frac{\partial \zeta_P}{\partial \varphi} - \frac{g_P - \gamma_Q}{\bar{\gamma}_{PQ}} \tan \beta_1 \\ \eta_{PQ}^N &= -\frac{1}{(N + h_P) \cos \varphi} \frac{\partial \zeta_P}{\partial \lambda} - \frac{g_P - \gamma_Q}{\bar{\gamma}_{PQ}} \tan \beta_2 \end{aligned} \quad (5.23)$$

und den Geländeneigungen $\beta_{1,2}$ in Nord-Süd- bzw. Ost-Westrichtung

$$\begin{aligned} \tan \beta_1 &= \frac{1}{M + h_P} \frac{\partial h}{\partial \varphi} \\ \tan \beta_2 &= \frac{1}{(N + h_P) \cos \varphi} \frac{\partial h}{\partial \lambda}. \end{aligned} \quad (5.24)$$

Die interpolierten Lotabweichungskomponenten aus einem gravimetrischen Quasigeoidmodell nach (4.12) werden mit den Reduktionsformeln (5.23) in Lotabweichungskomponenten nach Molodenskii umgeformt, was im Rahmen der Vergleiche mit den astrogeodätischen Lotabweichungen in Abschnitt 7.1 erforderlich ist.

Das astronomische Nivellement mit Lotabweichungen nach Molodenskii ergibt sich mit der Integration von (5.20) nach Molodenskii *et al.* (1962, S. 127), Campbell (1971, S. 8) oder Torge (2003, S. 270). Die Differenz der Höhenanomalien zwischen zwei beliebigen Punkten P_1 und P_2 an der Erdoberfläche lautet

$$\zeta_{P_2} - \zeta_{P_1} = -\int_{P_1}^{P_2} \epsilon_{PQ}^N ds - \int_{P_1}^{P_2} \frac{g_P - \gamma_Q}{\bar{\gamma}_{PQ}} dh, \quad (5.25)$$

wobei der zweite Term auf der rechten Seite die Molodenskii-Korrektur darstellt. Liegen entlang des Weges zwischen P_1 und P_2 unendlich viele Lotabweichungen und Schwerewerte an der Erdoberfläche vor, so ist die Differenz der Höhenanomalien hypothesenfrei bestimmbar.

Der Übergang auf das astronomische Nivellement mit Lotabweichungen nach Helmert, das den Regelfall bei beobachteten astrogeodätischen Lotabweichungskomponenten darstellt, ergibt sich unter Berücksichtigung der Krümmung der normalen Lotlinie nach (3.50) mit

$$\xi_{PQ}^N = \xi_P + \Delta\varphi_Q^N. \quad (5.26)$$

Da die Ost-West-Komponenten gleich sind, ergeben sich die Lotabweichungen nach Helmert in Azimutrichtung mit

$$\Delta\epsilon_P = \Delta\varphi_Q^N \cos \alpha, \quad (5.27)$$

und das astronomische Nivellement mit Lotabweichungen nach Helmert aus

$$\zeta_{P_2} - \zeta_{P_1} = - \int_{P_1}^{P_2} \epsilon_P ds - \int_{P_1}^{P_2} \Delta\epsilon_P ds - \int_{P_1}^{P_2} \frac{g_P - \gamma_Q}{\bar{\gamma}_{PQ}} dh. \quad (5.28)$$

Der erste Term auf der rechten Seite bildet das Helmert-Integral. Mit dem zweiten Term wird die Krümmung der normalen Lotlinie angebracht, und mit dem dritten Term wird berücksichtigt, dass die Erdoberfläche keine Niveaulfläche ist. Welcher der beiden Korrekturterme des Helmert-Integrals den größeren Betrag annimmt, liegt im Wesentlichen an der Profilrichtung (zweiter Term) und an der Rauigkeit der Topographie (dritter Term). Die Summe aus dem zweiten und dritten Term wird als Normalhöhenreduktion $E_{1,2}^N$ bezeichnet. Damit wird (5.28) nach Torge (2003, S. 270) zu

$$\zeta_{P_2} - \zeta_{P_1} = - \int_{P_1}^{P_2} \epsilon_P ds - E_{1,2}^N. \quad (5.29)$$

Die Normalhöhenreduktion (normal correction) lässt sich unter Anwendung einer Gebrauchsformel nach Torge (2003, S. 228) mit

$$E_{1,2}^N = - \int_{P_1}^{P_2} \frac{g_P - \gamma_0^{45}}{\gamma_0^{45}} dn + \frac{\bar{\gamma}_1 - \gamma_0^{45}}{\gamma_0^{45}} H_1^N - \frac{\bar{\gamma}_2 - \gamma_0^{45}}{\gamma_0^{45}} H_2^N \quad (5.30)$$

berechnen. Der erste Term auf der rechten Seite stellt die dynamische Höhenreduktion als wegabhängiges Linienintegral dar, wobei dn das rohe Nivellementergebnis bildet; $\bar{\gamma}_1$ und $\bar{\gamma}_2$ sind die mittleren Normalschwerewerte zwischen dem Ellipsoid und den Punkten Q_1 und Q_2 ; γ_0^{45} ist die Normalschwere auf dem GRS80-Niveaue ellipsoid bei $\varphi = 45^\circ$. Die Herleitung der Gebrauchsformel für die orthometrische Höhenreduktion ist bei Heiskanen und Moritz (1967, S. 167) zu finden. Die Normalhöhenreduktion leitet sich daraus nach Substitution von \bar{g} durch $\bar{\gamma}$ und H durch H^N ab.

Am Geoid wird das astronomische Nivellement mit den Lotabweichungen nach Pizzetti gebildet. Als Spezialfall des astronomischen Nivellements nach Molodenskii ergibt sich für Punkte auf dem Geoid als Niveaulfläche aus (5.20) und nach Heiskanen und Moritz (1967, S. 197)

$$d\zeta_0 = -\epsilon_0 ds. \quad (5.31)$$

Somit können Lotabweichungen nach Pizzetti direkt aus einem Geoidmodell durch Interpolation benachbarter Gitterwerte in sphärischer Approximation nach Heiskanen und Moritz (1967, S. 312) berechnet werden mit

$$\begin{aligned} \xi_0 &= -\frac{1}{R} \frac{\partial \zeta_0}{\partial \varphi} \\ \eta_0 &= -\frac{1}{R \cos \varphi} \frac{\partial \zeta_0}{\partial \lambda}. \end{aligned} \quad (5.32)$$

Für die Geoiddifferenz zweier Punkte P_1 und P_2 folgt aus (5.31) sowie nach Heiskanen und Moritz (1967, S. 197)

$$\zeta_{0,P_2} - \zeta_{0,P_1} = - \int_{P_1}^{P_2} \epsilon_0 ds. \quad (5.33)$$

Die Lotabweichungen am Geoid ϵ_0 können jedoch nicht direkt gemessen werden, sondern machen Hypothesen erforderlich. Im Rahmen dieser Arbeit spielen diese Lotabweichungen keine Rolle.

In der Realität liegen die Lotabweichungen an der Erdoberfläche in (5.29) nicht kontinuierlich vor, sondern lediglich auf n Beobachtungsstationen, und der Weg zwischen den Punkten P_1 und P_n wird entsprechend in $n-1$ Abschnitte zerlegt. Unter Annahme eines linearen Lotabweichungsverlaufes ergibt sich

$$\zeta_{P_n} - \zeta_{P_1} = - \sum_{i=1}^{n-1} \frac{\epsilon_{P_i} + \epsilon_{P_{i+1}}}{2} \Delta s_i - E_{1,2}^N \quad (5.34)$$

mit dem ellipsoidischen Abstand Δs_i der Stützpunkte P_i und P_{i+1} . Die astrogeodätischen Lotabweichungen auf den Stützpunkten in Azimutrichtung ϵ_{P_i} und $\epsilon_{P_{i+1}}$ werden nach (5.15) gemäß

$$\begin{aligned} \epsilon_{P_i} &= \xi_{P_i} \cos \alpha_i + \eta_{P_i} \sin \alpha_i \\ \epsilon_{P_{i+1}} &= \xi_{P_{i+1}} \cos(\alpha_{i+1} \pm \pi) + \eta_{P_{i+1}} \sin(\alpha_{i+1} \pm \pi) \end{aligned} \quad (5.35)$$

aus den astrogeodätischen Lotabweichungskomponenten (ξ_{P_i}, η_{P_i}) bzw. $(\xi_{P_{i+1}}, \eta_{P_{i+1}})$ in lokalen ellipsoidischen Bezugssystemen nach (3.44) berechnet, wobei α_i und α_{i+1} die ellipsoidischen Azimute auf P_i in Richtung P_{i+1} bzw. auf P_{i+1} in Richtung P_i darstellen. Vor der Bildung der astrogeodätischen Lotabweichungskomponenten werden die zugrunde liegenden astronomischen und ellipsoidischen Koordinaten entsprechend Abschnitt 5.1 reduziert, sodass die Lotabweichungen und die daraus berechneten Höhenanomaliedifferenzen als statisch bezüglich des Nullzeitenpotentials angesehen werden können. Als Ergebnis des astronomischen Nivellements liegen Höhenanomaliedifferenzen bezüglich des Anfangspunktes P_1 vor. Die Festlegung des geodätischen Datums erfolgt mit der Zuweisung der Höhenanomalie einer vorhandenen Schwerefeldlösung im Anfangspunkt P_1 .

Zur Beurteilung der Genauigkeit des astronomischen Nivellements werden zunächst die Einflüsse systematischer Abweichungen in den beobachteten astrogeodätischen Lotabweichungen betrachtet. Entsprechend der Zielgenauigkeit des astronomischen Nivellements von 1 cm/100 km RMS sollten die systematischen Abweichungen, sofern nicht vollständig zu eliminieren, zumindest eine Größenordnung darunter liegen und somit 1 mm/100 km nicht überschreiten. Nach der Bogenformel in (5.34) ergibt sich ein linearer Zusammenhang zwischen den systematischen Abweichungen in den Lotabweichungen und den Höhenanomalien aus den astronomischen Nivellements, sodass eine Vorgabe von 2 mas einzuhalten ist. Mit dem Vergleich zwischen astrogeodätischen und gravimetrischen Lotabweichungen aus dem EGG2008 (Abschnitt 7.1) ergibt sich die Möglichkeit zur Detektion grob fehlerhafter Beobachtungen, sodass davon ausgegangen werden kann, dass die Beobachtungen lediglich zufällige Abweichungen mit $\sigma_\epsilon = \sigma_\xi = \sigma_\eta = 0,08''$ enthalten (Hirt und Seeber, 2008; Hirt *et al.*, 2010b) und die Genauigkeit des astronomischen Nivellements mit Hilfe des allgemeinen Varianzfortpflanzungsgesetzes abgeschätzt werden kann. Aus dem funktionalen Modell (5.28) in Verbindung mit (5.35) ergibt sich unter der Annahme unkorrelierter gleichgenauer Beobachtungen und eines durchschnittlichen Stationsabstandes $\Delta \bar{s}$ das vereinfachte stochastische Modell für die Abschätzung der Varianz der Höhenanomaliedifferenz zwischen den Punkten P_1 und P_n mit

$$\sigma_{\Delta \zeta_{1,n}}^2 = (n-1) \Delta \bar{s}^2 \sigma_\epsilon^2. \quad (5.36)$$

Die Genauigkeit ist bei gegebenem Anfangs- und Endpunkt sowie gegebener Beobachtungsgenauigkeit ausschließlich von der Wahl des Abstandes zwischen den Beobachtungsstationen abhängig. Nach (5.36) wird eine Standardabweichung von 1 cm für die Höhenanomaliedifferenz zwischen den Punkten P_1 und

P_n bei einer Entfernung von 100 km und einem durchschnittlichen Stationsabstand von $\Delta\bar{s} = 6,7$ km und $n = 16$ Beobachtungsstationen erreicht.

Neben der Eliminierung bzw. der weitgehenden Reduktion der systematischen Abweichungen besteht das wesentliche Problem des astronomischen Nivellements in der Vernachlässigung der Schwerefeldsignale zwischen den Beobachtungsstationen, wodurch die astrogeodätischen Lotabweichungen nicht repräsentativ für den Integrationsabschnitt sind. Mit dem Gradvarianzmodell nach Tscherning-Rapp ergibt sich für einen Stationsabstand von 6,7 km ($n_{\max} = 3000$) ein Vernachlässigungsfehler von $1,3''$ (vgl. Abschnitt 3.3.3). Zur Beurteilung des Effektes vernachlässigter Signale in Abhängigkeit vom Abstand zwischen den Beobachtungsstationen werden Simulationsberechnungen astronomischer Nivellements durchgeführt. Dabei werden die unbekanntesten astrogeodätischen Lotabweichungskomponenten durch EGM2008-Lotabweichungskomponenten ersetzt, die um hochfrequente RTM-Effekte bezüglich einer Referenztopographie mit einer Auflösung von $5' \times 5'$ ($n_{\max} = 2190$) erweitert werden, um den vollständigen Signalgehalt der Beobachtungen zu simulieren. Die EGM2008/RTM-Lotabweichungskomponenten werden mit zufälligen Abweichungen von $\sigma_{\xi,\eta} = 0,08''$ belegt. Die RMS-Differenzen der Höhenanomalien aus den astronomischen Nivellements werden unter Variation des Stationsabstandes mit den quasi-kontinuierlichen astronomischen Nivellements als Referenzlösung im Endpunkt aus jeweils 1000 Simulationen berechnet (Monte-Carlo-Simulation; Binder, 2005). Da die Signalvernachlässigung einerseits von der lokalen Topographie abhängig ist und andererseits von Variationen der Gesteinsdichte beeinflusst wird, werden für die Simulationen drei Nord-Süd-Profile mit einer Länge von jeweils 100 km in der Lüneburger Heide (Flachland) mit bekannten Salzstöcken (BGR, 2008), im Harz (Mittelgebirge) und in den Alpen (Hochgebirge) ausgewählt (Abbildung 5.2). In Abbildung 5.3 sind die RMS-Differenzen der Höhenanomalien zwischen den simulierten astronomischen Nivellements und der Referenzlösung in den Endpunkten der 100 km langen Profile in Abhängigkeit vom Stationsabstand für die drei Regionen dargestellt. Die Signalvernachlässigungen bewirken eine Zunahme der RMS-Differenzen in Abhängigkeit vom Stationsabstand. Während im Flachland ein Stationsabstand von etwa 3,5 km für eine Zielgenauigkeit von 1 cm/100 km ausreichend ist, lässt sich im Mittel- und Hochgebirge diese Zielgenauigkeit erst mit einem Abstand von 1,5 km bzw. 1,0 km erreichen. Für größere Stationsabstände ergeben sich insbesondere im Hochgebirge RMS-Differenzen von einigen Zentimetern. Die RMS-Differenzen im Mittelgebirge, z.B. 1,1 cm bei $\Delta\bar{s} = 5$ km, sind durch Unterabtastung offensichtlich von Alias-Effekten (Forsberg, 1992) beeinflusst. Aufgrund dieser Ergebnisse ergibt sich die Aufgabe, die Genauigkeit und

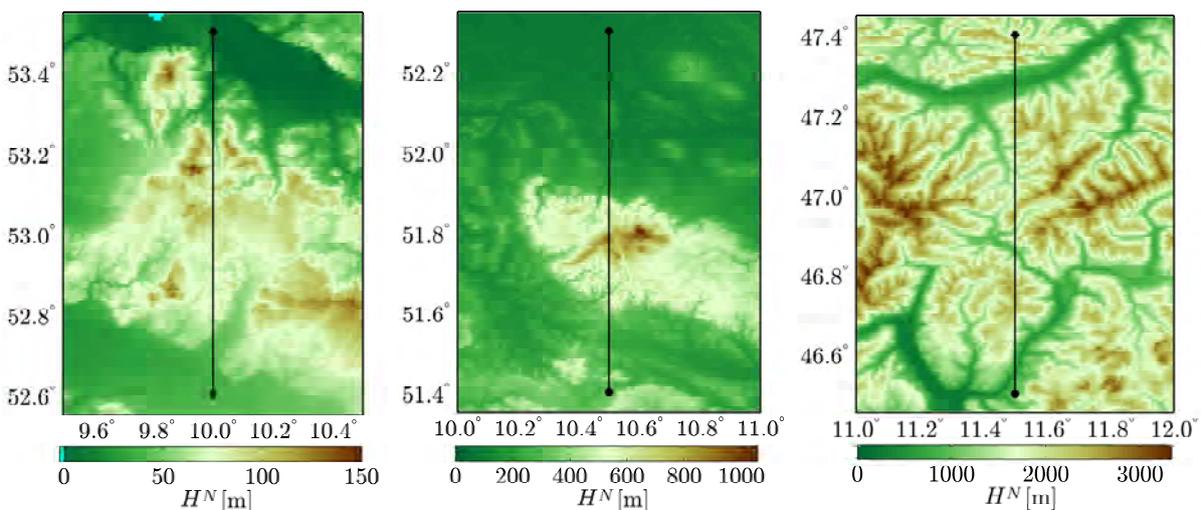


Abbildung 5.2. Topographische Normalhöhen im Bereich der simulierten astronomischen Nivellements (schwarze Linien) in unterschiedlicher Farbskalierung: Lüneburger Heide als Flachland (links), Harz als Mittelgebirge (Mitte), Alpen als Hochgebirge (rechts)

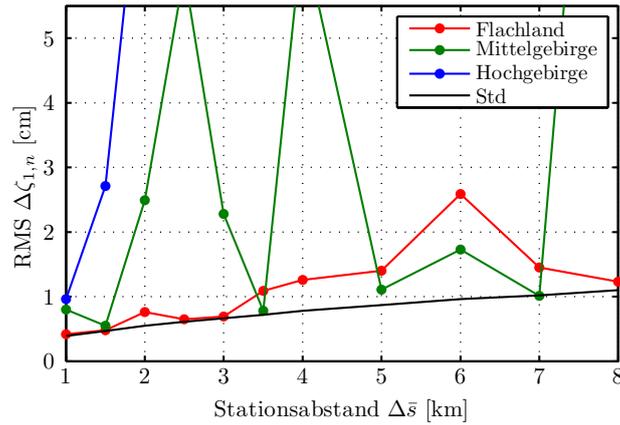


Abbildung 5.3. Gegenüberstellung der Standardabweichungen (Std) der Differenzen nach (5.36) und der RMS-Differenzen der Höhenanomalien $\Delta\zeta_{1,n}$ aus simulierten astronomischen Nivellements über 100 km für drei topographische Regionen in Abhängigkeit vom Stationsabstand $\Delta\bar{s}$

Effizienz des astronomischen Nivellements durch die Integration von Zusatzinformationen zu verbessern (Abschnitt 5.2.2).

Zur Abschätzung der Genauigkeit der Normalhöhenreduktion $E_{1,2}^N$ in (5.34) wird das allgemeine Varianzfortpflanzungsgesetz auf den dritten Term in (5.28) angewendet. Die Krümmung der normalen Lotlinie im zweiten Term lässt sich exakt berechnen. Die Varianz der Normalhöhenreduktion ergibt sich somit aus

$$\sigma_{E_{1,2}^N}^2 = (n-1) \cdot \left[\left(\frac{\Delta h}{\bar{\gamma}_{PQ}} \right)^2 \cdot \sigma_{g_P}^2 + \left(\frac{g_P - \gamma_Q}{\bar{\gamma}_{PQ}} \right)^2 \cdot 2\sigma_{H^N}^2 \right]. \quad (5.37)$$

Mit den Standardabweichung der Oberflächenschwerewerte von $\sigma_{g_P} = 0,1-1,0$ mGal (Abschnitt 4.4) und der Normalhöhen aus dem hochauflösenden DGM M745 von $\sigma_{H^N} = 1-8$ m (Abschnitt 4.2) ergeben sich in Verbindung mit $\Delta h < 100$ m und $|\bar{g}_P - \gamma_Q| < 300$ mGal sowie den $n = 16$ Beobachtungsstationen Standardabweichungen zwischen 1,7 mm und 13,4 mm für die Entfernung zwischen den beiden Punkten P_1 und P_n von 100 km, wobei die Genauigkeit der Schwerewerte lediglich einen Effekt von maximal 0,4 mm hat und der überwiegende Anteil des Effektes aus der Genauigkeit der DGM-Höhen stammt. Mit maximalen Schwereanomalien von 100 mGal in Deutschland verringern sich die Standardabweichungen auf 0,6-4,5 mm. Bei Hirt *et al.* (2007) wurden numerische Untersuchungen zur Genauigkeit der Normalhöhenreduktion im Estergebirge in Abhängigkeit von verschiedenen Schweredatensätzen durchgeführt, wobei sich Differenzen im Bereich von $\pm 0,2$ mm ergaben. Bei Hirt und Flury (2008) wird der Einfluss der Höhen aus verschiedenen DGM auf die Normalhöhenreduktion im Estergebirge mit weniger als 0,1 mm angegeben. Mittels hochauflösender Schwere- und Höhendaten sowie hoher Genauigkeiten insbesondere in der Nachbarschaft hat die Normalhöhenreduktion somit keinen signifikanten Einfluss auf die Genauigkeit des astronomischen Nivellements.

5.2.2 Astronomisch-topographisches Nivellement

Zur Verringerung des Vernachlässigungsfehlers im astronomischen Nivellement wurde bereits von Helmert (1901) die Interpolation topographischer Lotabweichungen empfohlen. Dabei wird die hohe Korrelation zwischen den astrogeodätischen Lotabweichungen und der lokalen Topographie insbesondere in gebirgigen Regionen ausgenutzt, um einen wesentlich glatteren Lotabweichungsverlauf zu erhalten und somit die Interpolationsgenauigkeit signifikant zu verbessern, ohne weitere Beobachtungen durchzuführen. Die topographischen Lotabweichungen $(\xi, \eta)_{\text{top}}$ aus (4.6) werden für die Beobachtungsstationen und für die Interpolationspunkte zwischen den Beobachtungsstationen berechnet. Die Interpolation erfolgt

innerhalb einer vereinfachten RCR-Prozedur. Im Remove-Schritt werden auf den Beobachtungsstationen P_i die residualen Lotabweichungen nach

$$\begin{pmatrix} \xi_{\text{res}} \\ \eta_{\text{res}} \end{pmatrix}_i = \begin{pmatrix} \xi_{\text{astro}} \\ \eta_{\text{astro}} \end{pmatrix}_i - \begin{pmatrix} \xi_{\text{top}} \\ \eta_{\text{top}} \end{pmatrix}_i \quad (5.38)$$

gebildet. Bei Projekten größerer Ausdehnung können auch topographisch-isostatische Lotabweichungen verwendet werden (Torge, 2003, S. 271). Auf die Verwendung von GPM-Lotabweichungen wird verzichtet, um die Unabhängigkeit des Verfahrens zu erhalten. Aus den residualen Lotabweichungskomponenten auf den Beobachtungsstationen werden im Compute-Schritt die residualen Lotabweichungskomponenten auf den Interpolationspunkten P_j berechnet. In diesem Zusammenhang sind grundsätzlich die Fragen nach dem Interpolationsverfahren (linear oder Prädiktion nach kleinsten Quadraten; Heitz, 1968; Torge, 2003, S. 271) und nach dem Abstand der Interpolationspunkte zu klären (Abschnitt 8.1). Im Rahmen dieser Arbeit wird ein lineares Interpolationsverfahren zwischen den Stationen angewendet, da die Verwendung von Polynomen höheren Grades oder die Prädiktion nach kleinsten Quadraten keine Verbesserungen hervorbringen. Topographisch-isostatische Lotabweichungen werden in Abhängigkeit von der Auflösung des DGM in Abständen von etwa 30 m interpoliert, um die gesamte Höheninformation aus dem DGM auszunutzen. Im Restore-Schritt werden schließlich die residualen und topographischen Lotabweichungskomponenten auf den Interpolationspunkten nach

$$\begin{pmatrix} \xi_{\text{astro-top}} \\ \eta_{\text{astro-top}} \end{pmatrix}_j = \begin{pmatrix} \xi_{\text{res}} \\ \eta_{\text{res}} \end{pmatrix}_j + \begin{pmatrix} \xi_{\text{top}} \\ \eta_{\text{top}} \end{pmatrix}_j \quad (5.39)$$

addiert, sodass als Ergebnis ein quasi-kontinuierlicher Verlauf von astrogeodätisch-topographischen Lotabweichungen zur Berechnung des astronomisch-topographischen Nivellements nach (5.34) und (5.35) vorliegt. Ein weiterer Ansatz zur Berechnung des astronomisch-topographischen Nivellements ist die Integration der residualen Lotabweichungen zu residualen Höhenanomaliedifferenzen und die Restitution der topographischen Höhenanomalien im Anfangs- und Endpunkt nach Denker *et al.* (1990) und Grote (1996, S. 16).

Die ersten Interpolationen von topographisch-isostatischen Lotabweichungen wurden für die klassischen regionalen Profile der Schweiz nach Niethammer (1939, S. 10-14) und Engi und Hunziker (1944, S. 40) durchgeführt, wobei sich ein deutlich geglätteter Verlauf für die residualen Lotabweichungen zeigte. Die computergestützte Berechnung topographisch-isostatischer Lotabweichungen aus einem DGM wurde von Heitz (1968) und Elmiger (1969) in Verbindung mit der Prädiktion nach kleinsten Quadraten als Interpolationsverfahren eingeführt. Ein Nachteil der topographischen Lotabweichungen besteht in der Vernachlässigung von Dichteunterschieden aufgrund der unbekanntenen Dichteverteilung im Erdinneren (vgl. Abschnitt 4.2). Dadurch wird das Maß der Glättung durch topographische Lotabweichungen verringert. Während sich entlang des Meridianprofils St. Gotthard und des Parallelprofils Zürich die Interpolationsgenauigkeiten von 4,6'' bzw. 2,6'' auf 0,7'' bzw. 0,4'' erhöhten (Bosch und Wolf, 1974, S. 26), wurden bei Heitz (1969, S. 9) für Westdeutschland lediglich Verbesserungen von 2,5'' auf 2,0'' erreicht; vgl. Boedecker (1976, S. 43). Dadurch wird die Limitierung des Verfahrens in flacheren Regionen mit unbekannter Dichteverteilung deutlich, wobei insbesondere Dichteanomalien beispielsweise durch Salzstöcke signifikanten Einfluss haben können. Die Verwendung gravimetrischer Lotabweichungen aus beobachteten Schwereanomalien zur Interpolation im astrogravimetrischen Nivellement nach Molodenskii *et al.* (1962, S. 125 ff) trägt signifikant zur Verbesserung der Interpolationsgenauigkeit bei (Campbell, 1971; Boedecker, 1976). Dabei sind jedoch einschränkend der erhebliche Mehraufwand durch flächenhafte gravimetrische Beobachtungen und das Aufgeben der vollständigen Unabhängigkeit der astrogeodätischen gegenüber der gravimetrischen Schwerefeldlösung zu beachten. Daher wird das Verfahren im Rahmen dieser Arbeit nicht verwendet.

Seit den 1980er Jahren verlor das astronomisch-topographische Nivellement zugunsten der effizienten gravimetrischen Beobachtungen zunehmend an Bedeutung. Mit der Entwicklung digitaler Zenitkamarasysteme und der damit verbundenen Genauigkeits- und Effizienzsteigerung erlangte das Verfahren

zu Beginn der 2000er Jahre neue Bedeutung. Betrogen die Stationsabstände in früheren Arbeiten zwischen mehreren 10 km und wenigen Kilometern entlang der klassischen regionalen Profile der Schweiz, so konnten lokale astronomisch-topographische Nivellements über 20 km im Estergebirge und über 60 km im Harz mit Stationsabständen von 200 m bzw. 500 m realisiert werden (Hirt und Flury, 2008; Hirt *et al.*, 2008). Mit Hilfe der geringen Stationsabstände wurden durch Ausdünnung der Beobachtungen umfangreiche Analysen zur erreichbaren Genauigkeit des astronomisch-topographischen Nivellements durchgeführt. Das Genauigkeitspotenzial des Verfahrens wird mit 0,5-1,0 mm/10 km angegeben. Mit einer aus den Beobachtungen entlang eines 20 km langen Profils im Estergebirge (Alpen) abgeleiteten empirischen Genauigkeitsabschätzung ergibt sich durch Extrapolation eine Genauigkeit von 0,5 cm bzw. 1,3 cm/100 km mit einem Stationsabstand von 2 km bzw. 3 km (Hirt und Flury, 2008).

Zur Genauigkeitsabschätzung des astronomisch-topographischen Nivellements mit Hilfe des allgemeinen Varianzfortpflanzungsgesetzes analog zum astronomischen Nivellement nach (5.36) steht die Standardabweichung der astrogeodätischen Lotabweichungen mit $\sigma_{\epsilon,\xi,\eta} = 0,08''$ zur Verfügung. Zur Abschätzung der Genauigkeit der topographischen Lotabweichungen in (4.6) liegt zum einen die Standardabweichung der DGM-Daten mit $\sigma_{x,y,z} = 1-8$ m vor. Des Weiteren sollten die unbekanntes Dichteveriationen modelliert werden, z.B. mit $\sigma_{\Delta\rho} = 0,1$ g/cm³ (Heitz, 1968, S. 13). Als problematisch erweist sich dabei die Komplexität des stochastischen Modells, in dem auch die Korrelationen der topographischen Lotabweichungen aufgrund der DGM-Daten und der Dichteveriationen zu berücksichtigen sind. Des Weiteren kann nicht bzw. nur unter erheblichem Aufwand nachgewiesen werden, ob die Annahmen über die Genauigkeit der DGM-Daten und die Dichteveriationen in der Nachbarschaft des Berechnungspunktes zutreffend sind. Genauigkeitsuntersuchungen zu topographisch-isostatischen Lotabweichungen sind bei Heitz (1968, S. 12-13) und Elmiger (1969, S. 42-61) zu finden.

Da die Wahl des Stationsabstandes wesentlichen Einfluss auf die Genauigkeit und Effizienz insbesondere bei Projekten größerer Ausdehnung hat, werden als Alternative zur analytischen Berechnung des stochastischen Modells analog zum vorigen Abschnitt Simulationsberechnungen anhand von EGM2008/RTM-Lotabweichungen mit einer Standardabweichung von $\sigma_{\xi,\eta} = 0,08''$ durchgeführt. Zusätzlich werden nun zunächst „fehlerfreie“ topographisch-isostatische Lotabweichungen auf Interpolationspunkten in Abständen von 1'' (DGM-Auflösung) entlang der drei Profile des vorigen Abschnittes eingebunden. In Abbildung 5.4 (links) sind die RMS-Differenzen der Höhenanomalien zwischen den simulierten astronomisch-topographischen Nivellements und den quasi-kontinuierlichen astronomischen Nivellements in den Endpunkten der Profile aus 1000 Simulationen in Abhängigkeit vom Abstand zwischen den Beobachtungsstationen dargestellt. Durch die Interpolation topographisch-isostatischer Lotabweichungen verringern sich die RMS-Differenzen signifikant. Die Zielgenauigkeit von 1 cm/100 km wird mit einem Stationsabstand von 6,7 km im Flachland und Mittelgebirge sowie mit 2,0-2,5 km im Hochgebirge erreicht. Dabei muss jedoch beachtet werden, dass in den RTM- und den topographisch-isostatischen Lotabweichungen die Dichteanomalie mit $\Delta\rho = 2,67$ g/cm³ als konstant angesetzt wird (vgl. Abschnitt 4.2), sodass eine optimale Glättung der hochfrequenten Schwerefeldvariationen in den Simulationsberechnungen erfolgt, woraus sich zu optimistische Ergebnisse ergeben können. Die RMS-Differenzen im Hochgebirge zeigen allerdings eine gute Übereinstimmung mit den empirischen Genauigkeitsuabschätzungen aus Hirt und Flury (2008), woraus resultiert, dass die lokale Dichteveriation entlang des 20 km langen Profils im Estergebirge sehr gering ist und die Extrapolation der Ergebnisse auf 100 km Länge und mehr vermutlich zu optimistische Werte für das Hochgebirge liefert.

Da die Glättung astrogeodätischer Lotabweichungen durch topographische Informationen neben der Genauigkeit der DGM-Daten in erster Linie von der lokalen Variation der Gesteinsdichte abhängig ist, wird diese in den folgenden Simulationsberechnungen berücksichtigt. Mit maximalen Dichteveriationen im Bereich zwischen 2,2 g/cm³ und 2,9 g/cm³ (Flury, 2002, S. 59) kann eine Standardabweichung von $\sigma_{\Delta\rho} = 0,1$ g/cm³ angenommen werden, woraus sich nach Varianzfortpflanzung von (4.6) die Standardabweichungen der topographisch-isostatischen Lotabweichungskomponenten mit

$$\begin{pmatrix} \sigma_{\xi_{\text{top}}} \\ \sigma_{\eta_{\text{top}}} \end{pmatrix} = \frac{0,1}{2,67} \cdot \begin{pmatrix} \xi_{\text{top}} \\ \eta_{\text{top}} \end{pmatrix} \quad (5.40)$$

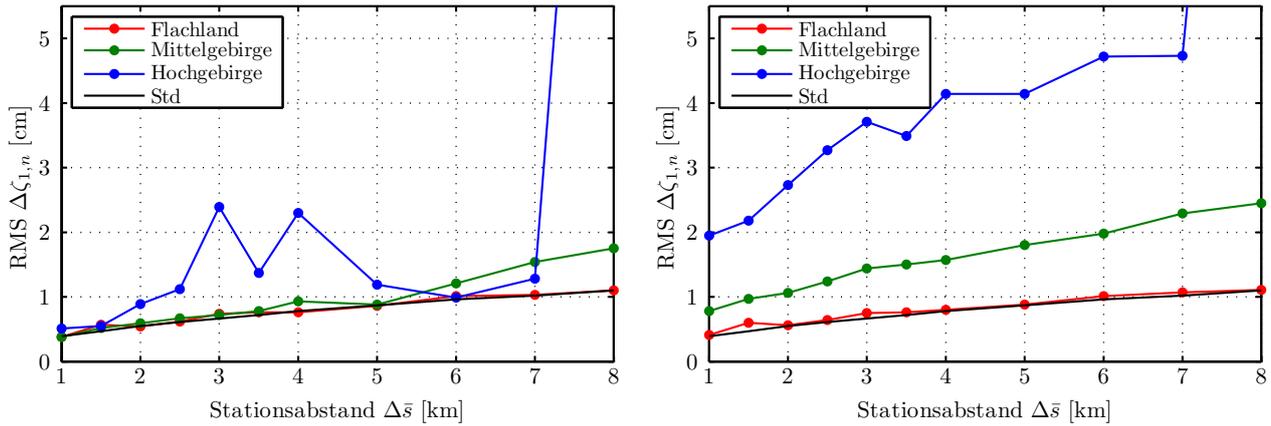


Abbildung 5.4. Gegenüberstellung der Standardabweichungen (Std) der Differenzen nach (5.36) und der RMS-Differenzen der Höhenanomalien $\Delta\zeta_{1,n}$ aus simulierten astronomisch-topographischen Nivellements ohne (links) und mit (rechts) Variation der Gesteinsdichte über 100 km für drei topographische Regionen in Abhängigkeit vom Stationsabstand $\Delta\bar{s}$

ergeben. Die Dichteveriationen haben entsprechend dem Betrag der topographisch-isostastischen Lotabweichungskomponenten Effekte im Bereich von $\pm 0,15''$ im Flachland, $\pm 1,1''$ im Mittelgebirge und $\pm 2,5''$ im Hochgebirge zur Folge. In Abbildung 5.4 (rechts) sind die daraus folgenden RMS-Differenzen der Höhenanomalien zwischen den simulierten astronomisch-topographischen Nivellements und den quasi-kontinuierlichen astronomischen Nivellements in den Endpunkten der Profile jeweils aus 1000 Simulationen in Abhängigkeit vom Stationsabstand dargestellt. Zunächst fällt auf, dass die Alias-Effekte des astronomischen Nivellements vollständig eliminiert werden. Im Flachland zeigt sich, dass ein Stationsabstand von 5,0 km hinsichtlich der Zielgenauigkeit von 1 cm/100 km ausreichend ist. Im Mittelgebirge sollte ein Stationsabstand von 2,0 km eingehalten werden, während im Hochgebirge eine Genauigkeit von 1 cm nicht mit einem Stationsabstand von 1 km erreicht werden kann. Aus dem Vergleich mit den RMS-Differenzen der simulierten astronomischen Nivellements in Abbildung 5.3 folgt, dass bei einem geringen Stationsabstand von 1 km insbesondere im Hochgebirge die Interpolation von topographisch-isostastischen Lotabweichungen das Ergebnis sogar verschlechtern kann und bei einem geringen Glättungseffekt unter Umständen darauf verzichtet werden sollte. Die Ergebnisse dieser Simulationsberechnungen werden zur Planung der Messkampagnen in Abschnitt 6.1 eingesetzt. Umfangreiche Genauigkeitsuntersuchungen zu den astronomisch-topographischen Nivellements werden in Abschnitt 8.1 und anhand der Vergleiche mit den GPS-Nivellementdaten sowie den gravimetrischen Quasigeoidmodellen durchgeführt (Abschnitt 8.3).

5.2.3 Kollokation nach kleinsten Quadraten

Neben den astronomisch-topographischen Nivellements werden im Rahmen dieser Arbeit weitere astrogeodätische Quasigeoidlösungen aus der Kombination der astrogeodätischen Lotabweichungen mit globalen Potentialmodellen (GPM) und topographischen Informationen aus hochauflösenden Digitalen Geländemodellen (DGM) berechnet. Diese Lösungen besitzen durch die Integration der GPM-Daten über mehrere 100 km bessere Eigenschaften als die astronomisch-topographischen Nivellements, sodass sie zur durchgreifenden Kontrolle des kritischen langwelligen Anteils des astronomisch-topographischen Nivellements eingesetzt werden können. Die Kombination erfolgt mit dem Verfahren der Kollokation nach kleinsten Quadraten innerhalb einer RCR-Prozedur.

Im Rahmen der lokalen und regionalen hochauflösenden Schwerefeldmodellierung stellt die Remove-Compute-Restore-Technik (RCR), z.B. Heck und Seitz (2007), oder auch kurz die Remove-Restore-Technik (RRT), z.B. Denker *et al.* (2009), heutzutage das Standardverfahren zur Glättung der Stör-

größen des Schwerefeldes dar (Forsberg und Tscherning, 1997; Denker, 1988; Wolf, 2007). Dabei liegen zunächst in einem lokal oder regional begrenzten Gebiet terrestrische Schwerefeldbeobachtungen auf diskreten Punkten vor. Auf den Kontinenten handelt es sich dabei zumeist um Schweremessungen aus terrestrischer oder Fluggravimetrie, astrogeodätische Lotabweichungen und/oder (Quasi-)Geoidhöhen aus GNSS- und Nivellementdaten. Aufgrund der Punktabstände und der begrenzten Ausdehnung des Gebietes kann das komplette Geoidspektrum (alle Wellenlängen) nicht aus den Beobachtungen allein bestimmt werden, obwohl das gesamte Schwerefeldsignal in den Beobachtungen enthalten ist. Daher erfolgt im Rahmen der RCR die Kombination mit anderen zur Verfügung stehenden Schwerefeld Datensätzen. Aus den Satellitenschwerefeldmissionen CHAMP, GRACE und GOCE stehen die langwelligen Anteile des Erdschwerefeldes mit hoher Genauigkeit zur Verfügung (Abschnitt 4.1). Die kurzwelligen Anteile des Schwerefeldes sind insbesondere im Gebirge hoch mit der lokalen Topographie korreliert. Mit Hilfe topographischer Daten aus einem hochauflösenden DGM (Abschnitt 4.2) gelingt also einerseits eine Glättung des Schwerefeldsignals, andererseits werden darüber hinaus hochfrequente Schwerefeldvariationen erfasst, wodurch das Problem der Unterabtastung des Signals mit dem Risiko von Alias-Effekten verringert wird. Im Rahmen des Remove-Schrittes dieser Arbeit werden von den astrogeodätischen Lotabweichungskomponenten auf den Beobachtungsstationen die Lotabweichungskomponenten aus der sphärisch-harmonischen Synthese eines globalen Potentialmodells (GPM) sowie die (ultra-)kurzwelligen Anteile aus der Topographie mit RTM-Lotabweichungskomponenten nach

$$\begin{pmatrix} \xi_{\text{res}} \\ \eta_{\text{res}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \xi_{\text{astro}} \\ \eta_{\text{astro}} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \xi_{\text{GPM}} \\ \eta_{\text{GPM}} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \xi_{\text{RTM}} \\ \eta_{\text{RTM}} \end{pmatrix} \quad (5.41)$$

entfernt. Damit entsteht ein geglättetes Residualfeld mit wesentlich geringeren Amplituden. In diesem Zusammenhang ist auf die exakte Berechnung der GPM-Lotabweichungskomponenten nach Abschnitt 4.1 zu achten. Die Bildung der residualen Lotabweichungskomponenten erfolgt auf Basis von Lotabweichungen nach der Definition von Molodenskii, um die Konsistenz mit den residualen Höhenanomalien einzuhalten, und in lokalen normalen ellipsoidischen Bezugssystemen. Die Auflösung der Referenztopographie, auf die sich die RTM-Effekte beziehen, ist in Abhängigkeit vom maximalen Entwicklungsgrad des GPM festzulegen. Die RTM-Effekte werden aus einem festen Integrationsgebiet berechnet, damit die Forderung nach einer harmonischen Funktion erfüllt ist (Denker, 1988, S. 17). Zusätzlich werden die terrestrischen Schwereanomalien, die entlang der astrogeodätischen Profile zur Berechnung der Normalhöhenreduktion nach (5.28) eingesetzt werden, analog nach

$$\Delta g_{\text{res}} = \Delta g - \Delta g_{\text{GPM}} - \Delta g_{\text{RTM}} \quad (5.42)$$

reduziert, wobei die Schwereanomalien bereits von atmosphärischen Effekten nach (5.10) befreit sind. Bei Nutzung eines GPM bis zu einem maximalen Entwicklungsgrad von $n_{\text{max}} = 360$ liegen die residualen Höhenanomalien nach dem Tscherning-Rapp-Gradvarianzmodell im Bereich von 23 cm (Quadratwurzel der akkumulierten Signalgradvarianzen). Die entsprechenden residualen Lotabweichungskomponenten liegen aufgrund ihres hohen Signalanteils im kurzwelligen Bereich bei $3,7''$; vgl. Voigt und Denker (2013b). Die Einführung sphärischer Approximationen nach Abschnitt 3.3.1 hat somit systematische Abweichungen im Bereich von 0,8 mm für die Höhenanomalien bzw. 12 mas für die Lotabweichungskomponenten zur Folge. Aufgrund der hohen Korrelation der Lotabweichungskomponenten mit der lokalen Topographie gelingt jedoch eine signifikante Glättung durch die Hinzunahme von RTM-Effekten, sodass die zu erwartenden Abweichungen aufgrund der sphärischen Approximation geringer sind. Globale Potentialmodelle mit maximalen Entwicklungsgraden von $n_{\text{max}} = 360$ und mehr enthalten neben Satellitendaten stets auch terrestrische und altimetrische Daten (vgl. Tabelle 4.1 und GFZ, 2012), sodass im Rahmen regionaler Kombinationslösungen eventuelle Korrelationen zu berücksichtigen sind. Aktuelle reine Satellitenmodelle basierend auf GOCE- und GRACE-Daten haben Entwicklungsgrade von bis zu $n_{\text{max}} = 250$ (Tabelle 4.1), sodass die residualen Störgrößen in diesem Zusammenhang etwas rauher sind, jedoch die Unabhängigkeit von Satelliten- und terrestrischen Beobachtungen gewährleistet ist.

Auf das Residualfeld wird das Verfahren der Kollokation nach kleinsten Quadraten (Krarup, 1969; Moritz, 1970) angewendet, das bei Moritz (1980) ausführlich dargestellt ist. Da das Verfahren einen

Standard in der lokalen und regionalen Schwerefeldbestimmung darstellt und in diesem Zusammenhang in zahlreichen Arbeiten ausführlich dokumentiert ist (Denker, 1988; Grote, 1996; Wolf, 2007; Sünkel *et al.*, 1987; Pail *et al.*, 2008; Marti, 1997), erfolgt im Rahmen dieser Arbeit lediglich eine komprimierte und spezielle Darstellung der Bildungsvorschriften für die astrogeodätische Quasigeoidbestimmung.

Die allgemeine Beobachtungsgleichung der Kollokation nach kleinsten Quadraten lautet nach Moritz (1980, S. 111 ff)

$$\mathbf{l} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{s} + \boldsymbol{\epsilon}. \quad (5.43)$$

Dabei bildet \mathbf{l} den Beobachtungsvektor, \mathbf{s} den Signalvektor und $\boldsymbol{\epsilon}$ die zufälligen Abweichungen der Beobachtungen (Messrauschen); $\mathbf{A}\mathbf{x}$ stellt den deterministischen Anteil dar, wobei \mathbf{x} der Parametervektor ist und mit \mathbf{A} der funktionale Zusammenhang zwischen den Parametern und den Beobachtungen beschrieben wird. Im Rahmen dieser Arbeit wird kein deterministischer Anteil verwendet. Das stochastische Modell setzt sich aus den Autokovarianzmatrizen des Signals \mathbf{C}_{ss} und des Rauschens $\mathbf{C}_{\epsilon\epsilon}$ mit den Varianzen der Beobachtungen auf der Hauptdiagonalen aus

$$\bar{\mathbf{C}}_{ss} = \mathbf{C}_{ss} + \mathbf{C}_{\epsilon\epsilon} \quad (5.44)$$

zusammen. Zur Lösung wird die Minimumsbedingung

$$\mathbf{s}^T \mathbf{C}_{ss}^{-1} \mathbf{s} + \boldsymbol{\epsilon}^T \mathbf{C}_{\epsilon\epsilon}^{-1} \boldsymbol{\epsilon} \rightarrow \min \quad (5.45)$$

angewendet. Die Prädiktion von Signalen in beliebigen Punkten erfolgt aus den Beobachtungen mit Hilfe der Kreuzkovarianzmatrix \mathbf{C}_{sPs} zwischen den Signalen \mathbf{s}_P in den Prädiktionpunkten und \mathbf{s} in den Beobachtungspunkten mit

$$\mathbf{s}_P = \mathbf{C}_{sPs} \bar{\mathbf{C}}_{ss}^{-1} \mathbf{l}. \quad (5.46)$$

Die Kovarianzmatrix $\mathbf{C}_{\epsilon_{sP}\epsilon_{sP}}$ des Rauschens der prädizierten Signale lautet

$$\mathbf{C}_{\epsilon_{sP}\epsilon_{sP}} = \mathbf{C}_{sPsP} - \mathbf{C}_{sPs} \bar{\mathbf{C}}_{ss}^{-1} \mathbf{C}_{ssP}. \quad (5.47)$$

Im Rahmen der astrogeodätischen Quasigeoidbestimmung innerhalb einer RCR werden aus den residualen Lotabweichungskomponenten auf den Beobachtungsstationen residuale Höhenanomalien auf beliebigen Punkten prädiziert. Die residualen Höhenanomalien ζ_{res} ergeben sich nach (5.46) mit

$$\zeta_{\text{res}} = \begin{pmatrix} \mathbf{C}_{\zeta_{\text{res}}\zeta_{\text{res}}} & \mathbf{C}_{\zeta_{\text{res}}\eta_{\text{res}}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{\mathbf{C}}_{\xi_{\text{res}}\xi_{\text{res}}} & \mathbf{C}_{\xi_{\text{res}}\eta_{\text{res}}} \\ \mathbf{C}_{\eta_{\text{res}}\xi_{\text{res}}} & \bar{\mathbf{C}}_{\eta_{\text{res}}\eta_{\text{res}}} \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} \xi_{\text{res}} \\ \eta_{\text{res}} \end{pmatrix} \quad (5.48)$$

und den zusammengesetzten Kovarianzmatrizen der Signale und des Rauschens der Lotabweichungskomponenten nach (5.44) mit

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{C}}_{\xi_{\text{res}}\xi_{\text{res}}} &= \mathbf{C}_{\xi_{\text{res}}\xi_{\text{res}}} + \mathbf{C}_{\epsilon_{\xi}\epsilon_{\xi}} \\ \bar{\mathbf{C}}_{\eta_{\text{res}}\eta_{\text{res}}} &= \mathbf{C}_{\eta_{\text{res}}\eta_{\text{res}}} + \mathbf{C}_{\epsilon_{\eta}\epsilon_{\eta}}. \end{aligned} \quad (5.49)$$

Die Kovarianzmatrix des Rauschens der residualen Höhenanomalien folgt nach (5.47) aus

$$\mathbf{C}_{\epsilon_{\zeta}\epsilon_{\zeta}} = \mathbf{C}_{\zeta_{\text{res}}\zeta_{\text{res}}} - \begin{pmatrix} \mathbf{C}_{\zeta_{\text{res}}\xi_{\text{res}}} & \mathbf{C}_{\zeta_{\text{res}}\eta_{\text{res}}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{\mathbf{C}}_{\xi_{\text{res}}\xi_{\text{res}}} & \mathbf{C}_{\xi_{\text{res}}\eta_{\text{res}}} \\ \mathbf{C}_{\eta_{\text{res}}\xi_{\text{res}}} & \bar{\mathbf{C}}_{\eta_{\text{res}}\eta_{\text{res}}} \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} \mathbf{C}_{\xi_{\text{res}}\zeta_{\text{res}}} \\ \mathbf{C}_{\eta_{\text{res}}\zeta_{\text{res}}} \end{pmatrix}. \quad (5.50)$$

Da die Lotabweichungskomponenten in Nord-Süd- und Ost-West-Richtung $(\xi, \eta)_{\text{res}}$ nur in Verbindung mit ausgewählten Azimuten α_{PQ} gelten, sind deren Kovarianzfunktionen nicht isotrop. Zur Aufstellung der Kovarianzmatrizen in (5.48) und (5.50) erfolgt daher zunächst der Übergang auf Längs- und Querkomponenten $(l, q)_{\text{res}}$ nach der Vorzeichenfestlegung aus Tscherning und Rapp (1974, S. 27) gemäß

$$\begin{pmatrix} l_{\text{res}} \\ q_{\text{res}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\cos \alpha_{PQ} & -\sin \alpha_{PQ} \\ -\sin \alpha_{PQ} & \cos \alpha_{PQ} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \xi_{\text{res}} \\ \eta_{\text{res}} \end{pmatrix}. \quad (5.51)$$

Den zu Beginn des Abschnittes 3.3.2 formulierten Voraussetzungen zur Bildung der Kovarianzfunktionen wurde näherungsweise durch die Reduktion der lang- und kurzwelligen Signalanteile entsprochen. Ausgehend von der räumlichen Kovarianzmatrix des Störpotentials als Basiskovarianzfunktion $K(P, Q)$ (3.89) werden mit Hilfe des Kovarianzfortpflanzungsgesetzes (3.90) die Auto- und Kreuzkovarianzfunktionen der Lotabweichungskomponenten $(l, q)_{\text{res}}$ in sphärischer Approximation nach (3.62) und der Höhenanomalien ζ_{res} gebildet. Eine Diskussion zur Verwendung der sphärischen Approximation im Rahmen der Kollokation nach kleinsten Quadraten ist bei Tscherning (2004) zu finden. Bei Tscherning und Rapp (1974, S. 25-28) sind die Bildungsvorschriften für die Kovarianzfunktionen $C_{l_{\text{res}}l_{\text{res}}}$, $C_{q_{\text{res}}q_{\text{res}}}$, $C_{\zeta_{\text{res}}\zeta_{\text{res}}}$ und $C_{l_{\text{res}}\zeta_{\text{res}}}$ in Abhängigkeit von der Basiskovarianzfunktion angegeben. Die Kovarianzfunktionen $C_{l_{\text{res}}q_{\text{res}}}$, $C_{q_{\text{res}}l_{\text{res}}}$, $C_{\zeta_{\text{res}}q_{\text{res}}}$ und $C_{q_{\text{res}}\zeta_{\text{res}}}$ sind Null. Zur Berechnung der Kovarianzfunktionen der Lotabweichungskomponenten $(\xi, \eta)_{\text{res}}$ wird die Rotation (5.51) rückgängig gemacht, und es ergeben sich die Kovarianzfunktionen

$$\begin{aligned}
C_{\xi_{\text{res}}\xi_{\text{res}}} &= -\cos \alpha_{PQ} \cos \alpha_{QP} C_{l_{\text{res}}l_{\text{res}}} - \sin \alpha_{PQ} \sin \alpha_{QP} C_{q_{\text{res}}q_{\text{res}}} \\
C_{\eta_{\text{res}}\eta_{\text{res}}} &= -\sin \alpha_{PQ} \sin \alpha_{QP} C_{l_{\text{res}}l_{\text{res}}} - \cos \alpha_{PQ} \cos \alpha_{QP} C_{q_{\text{res}}q_{\text{res}}} \\
C_{\eta_{\text{res}}\xi_{\text{res}}} &= -\sin \alpha_{PQ} \cos \alpha_{QP} C_{l_{\text{res}}l_{\text{res}}} + \cos \alpha_{PQ} \sin \alpha_{QP} C_{q_{\text{res}}q_{\text{res}}} \\
C_{\xi_{\text{res}}\eta_{\text{res}}} &= C_{\eta_{\text{res}}\xi_{\text{res}}} \\
C_{\xi_{\text{res}}\zeta_{\text{res}}} &= -\cos \alpha_{PQ} C_{l_{\text{res}}\zeta_{\text{res}}} \\
C_{\eta_{\text{res}}\zeta_{\text{res}}} &= -\sin \alpha_{PQ} C_{l_{\text{res}}\zeta_{\text{res}}} \\
C_{\zeta_{\text{res}}\xi_{\text{res}}} &= \cos \alpha_{QP} C_{\zeta_{\text{res}}l_{\text{res}}} \\
C_{\zeta_{\text{res}}\eta_{\text{res}}} &= \sin \alpha_{QP} C_{\zeta_{\text{res}}l_{\text{res}}}.
\end{aligned} \tag{5.52}$$

Durch Vernachlässigung der Korrelationen des Rauschens der Koeffizienten des GPM lassen sich die Kovarianzfunktionen der residualen Störgrößen analytisch berechnen (Denker, 1988, S. 43). Die Kovarianzfunktion des residualen Störpotentials ergibt sich aus der Kovarianzfunktion des Rauschens des Störpotentials (3.92) mit den Fehlergradvarianzen eines GPM und jenseits des maximalen Entwicklungsgrades aus einem Signalgradvarianzmodell nach Denker (1988, S. 43) mit

$$C_{T_{\text{res}}T_{\text{res}}}(\psi_{PQ}, r_P, r_Q) = \sum_{n=2}^{n_{\text{max}}} \left(\frac{R^2}{r_P r_Q} \right)^{n+1} \sigma_n^2(\epsilon_T) P_n(\cos \psi_{PQ}) + \sum_{n=n_{\text{max}}+1}^{\infty} \left(\frac{R_B^2}{r_P r_Q} \right)^{n+1} \sigma_n^2(T) P_n(\cos \psi_{PQ}). \tag{5.53}$$

Die Signalgradvarianzen werden aus dem Tscherning-Rapp-Gradvarianzmodell (3.87) in Verbindung mit (3.88) bestimmt, für das geschlossene Ausdrücke der Kovarianzfunktionen vorhanden sind, deren Herleitung ausführlich bei Tscherning und Rapp (1974, S. 31 ff) dargestellt ist. Im Rahmen der regionalen Schwerefeldmodellierung werden die globalen Parameter des Tscherning-Rapp-Modells A und R_B sowie ein Skalierungsfaktor a für die Fehlergradvarianzen aus dem GPM mit Hilfe regional vorhandener Schwerefeldbeobachtungen angepasst. Dazu wird im Rahmen dieser Arbeit aus den residualen Schwereanomalien (5.42), die zur Berechnung der Normalhöhenreduktion für die astronomischen Nivellements verwendet werden, eine empirische Kovarianzfunktion nach S. 37 bestimmt, da die Anzahl der astrogeodätischen Lotabweichungskomponenten (aus statistischer Sicht) zu gering ist. Die Bestimmung der empirischen Kovarianzfunktion wird mit dem Programm *EMPCOV* durchgeführt. Die Berechnung aller für die Kollokation notwendigen analytischen Kovarianzfunktionen erfolgt mit dem Programm *COVFIT*. Beide Programme sind Bestandteil des Programmpaketes *GRAVSOFT* (Tscherning *et al.*, 1992).

Im Restore-Schritt erfolgt schließlich die Restitution der GPM- und RTM-Höhenanomalien mit

$$\zeta = \zeta_{\text{res}} + \zeta_{\text{GPM}} + \zeta_{\text{RTM}}. \tag{5.54}$$

Die Konsistenz zwischen den GPM- und RTM-Funktionalen im Remove- und Restore-Schritt wird mit Hilfe der Bildungsvorschrift des astronomischen Nivellements (5.25) überprüft. Die Ergebnisse der

astrogeodätischen Quasigeoidlösungen aus der Kollokation nach kleinsten Quadraten und die Vergleiche mit den astronomisch-topographischen Nivellements sind in Abschnitt 8.1 dargestellt.

6 Messkampagnen und Prozessierung der Beobachtungen

Gegenstand dieses Kapitels ist die praktische Bestimmung der astrogeodätischen Lotabweichungen. In Abschnitt 6.1 ist die Planung und Durchführung der Messkampagnen erläutert, wobei der Wahl der Abstände zwischen den Beobachtungsstationen eine zentrale Bedeutung zukommt. Die sich daraus ergebenden a-priori Genauigkeitsabschätzungen für die astronomisch-topographischen Nivellements werden in Abschnitt 6.2 durchgeführt. Die Beobachtungen mit dem Zenitkameranystem TZK2-D und die Prozessierung der astronomischen Koordinaten sowie deren Unsicherheitshaushalt werden in Abschnitt 6.3 beschrieben. In Abschnitt 6.4 erfolgt die Erläuterung der Zusammenstellung der im Rahmen dieser Arbeit prozessierten Beobachtungen aus Anhang B. Die für die konsistente Bildung der astrogeodätischen Lotabweichungen notwendigen Reduktionen sind in Abschnitt 6.5 beschrieben.

Im Hinblick auf die hochauflösende Schwerefeldbestimmung in Deutschland ergeben sich zwei wesentliche aktuelle Aufgabenstellungen. Hinsichtlich des langwelligen Schwerefeldanteils ist die Qualität aktueller globaler Potentialmodelle insbesondere aus der Satellitenmission GOCE (Abschnitt 4.1) zu beurteilen und deren Einfluss auf die hochauflösende Quasigeoidbestimmung in Deutschland zu untersuchen. Hinsichtlich des mittel- und kurzwelligen Schwerefeldanteils ist die Qualität der nationalen GPS- und Nivellementdaten (Abschnitt 4.3) und der gravimetrischen Quasigeoidmodelle (Abschnitt 4.4) in Deutschland zu analysieren. Zur Bearbeitung dieser Aufgabenstellungen wurde im Rahmen dieser Arbeit unter erheblichem Aufwand ein in Bezug auf Genauigkeit, Ausdehnung und Auflösung bislang einzigartiger Datensatz von astrogeodätischen Lotabweichungen beobachtet. Der wesentliche Vorteil der astrogeodätischen Lotabweichungen liegt in der vollständigen Unabhängigkeit von allen anderen Schwerefelddaten. Zudem kann der bereitgestellte Datensatz auch zukünftig neben den bereits existierenden terrestrischen Schwerefelddatensätzen aus Gravimetrie sowie GPS- und Nivellement in Deutschland im Rahmen der Schwerefeldvalidierung eingesetzt werden.

6.1 Planung und Durchführung

Im Rahmen der Planung der Messkampagnen sind die Parameter Genauigkeit, Ausdehnung und Auflösung des astrogeodätischen Datensatzes festzulegen. Die Genauigkeit der mit dem Zenitkameranystem TZK2-D bestimmten astrogeodätischen Lotabweichungen wird nach Hirt und Seeber (2008) sowie Hirt *et al.* (2010b) mit $0,08''$ für den Mittelwert aus 50 Einzelbestimmungen über einen Beobachtungszeitraum von etwa 20 Minuten angegeben (vgl. Abschnitt 6.3.4). Aus den wesentlichen Aufgabenstellungen ergeben sich direkt die Mindestanforderungen hinsichtlich der Ausdehnung und der Genauigkeit der astrogeodätischen Quasigeoidlösungen. Zur Evaluierung von GOCE-GPM mit einer Zielgenauigkeit von 1-2 cm (ζ) bzw. $0,15''$ (ξ, η) bei einer räumlichen Auflösung von 100 km (Abschnitt 4.1) und zur Klärung auftretender langwelliger Differenzen von 10 cm über mehrere 100 km zwischen den GPS-Nivellementdaten und dem gravimetrischen Quasigeoidmodell EGG2008 in Deutschland (Abbildung 4.6, rechts) ist eine Ausdehnung von mehreren 100 km erforderlich. Zur Untersuchung der GPS-Nivellementdaten im Hinblick auf Inhomogenitäten an den Bundesländergrenzen (Abschnitt 4.3) sollte der Datensatz darüber hinaus mehrere Ländergrenzen überschreiten. Für eine Genauigkeit von 1 cm/100 km RMS sind Stationsabstände von wenigen Kilometern einzuhalten (Abschnitte 5.2.2 und 6.2). Für eine (wünschenswerte) übergeordnete Zielgenauigkeit der astronomisch-topographischen Nivellements von 1 mm/100 km RMS ist entsprechend den Simulationsberechnungen (Abbildung 5.4,

rechts) ein Stationsabstand von weit unter 1 km (0,5 km nach Hirt und Flury, 2008) erforderlich, der über mehrere 100 km nicht realisierbar ist.

Im Hinblick auf die Realisierbarkeit einer solchen Messkampagne ist zu beachten, dass die astrogeodätischen Beobachtungen nur bei Dunkelheit und klaren Sichtverhältnissen durchführbar sind, was die Effizienz des Verfahrens grundsätzlich stark einschränkt. Neben den reinen Beobachtungszeiten müssen die langen Anfahrtswege sowie die Umbau- und Fahrzeiten zwischen den Beobachtungsstationen berücksichtigt werden. Bei Stationen im Abstand von wenigen Kilometern betragen die Umbauzeiten etwa 20 Minuten, sodass im Regelfall Beobachtungen auf 5-10 Stationen pro Nacht durchgeführt werden können, unter optimalen Bedingungen auch mehr. In diesem Zusammenhang existiert für die gemäßigte Klimazone jedoch keine optimale Jahreszeit. Während im Herbst und Winter theoretisch längere Beobachtungszeiten zur Verfügung stehen, kommt es praktisch vermehrt zu Wolken- und Nebelbildung, wodurch brauchbare Beobachtungen nicht oder nur eingeschränkt durchgeführt werden können. Im Sommer stehen zwar wesentlich kürzere Beobachtungszeiten zur Verfügung, jedoch können diese häufiger vollständig ausgenutzt werden. Das Frühjahr (insbesondere April und Mai) ist als sternärmere Zeit bekannt, womit wesentlich weniger Referenzsterne zur Verfügung stehen (vgl. Abschnitt 6.3). Damit wird deutlich, dass die Effizienz des Verfahrens in Abhängigkeit von äußeren Einflüssen sehr stark variieren kann. Aufgrund der Mindestanforderungen ist eine flächenhafte Datenerhebung nicht realisierbar, und es kommt stattdessen nur die linienhafte astrogeodätische Schwerefeldbestimmung entlang regionaler Profile in Nord-Süd- und West-Ost-Richtung über mehrere 100 km in Frage. Als Ausgangssituation liegen astrogeodätische Lotabweichungen entlang zweier lokaler Profile aus vorangegangenen Projekten im Harz (Hirt *et al.*, 2008) und im Estergebirge (Hirt und Flury, 2008) vor, die über das regionale Nord-Süd-Profil verbunden werden. Der Entwurf des West-Ost-Profils verläuft durch den Harz mit bekannten hohen Lotabweichungsvariationen (Abbildung 4.5). Zur gegenseitigen Validierung mit dem nationalen GPS-Nivellementdatensatz (Abschnitt 4.3) durchlaufen die Profile nahe gelegene GPS-Nivellementpunkte, deren Festpunktbeschreibungen von den Vermessungsverwaltungen der Bundesländer zur Verfügung gestellt wurden.

In den Abbildungen 6.1 und 6.2 sind die realisierten Profilverläufe entlang verschiedener Varianten des Nord-Süd- und des West-Ost-Profils dargestellt. Das Nord-Süd-Profil beginnt nördlich des Harzes (bis 60 km), durchquert anschließend das Eichsfeld (bis 150 km), bevor es zwischen Rhön und Thüringer Wald hindurch (bis 250 km) über Main- und Mittelfranken (bis 400 km) die Schwäbische und Fränkische Alb durch das Nördlinger Ries kreuzt (bis 450 km). Durch das unterbayerische Hügelland und das oberbayerische Alpenvorland (bis 580 km) endet das Nord-Süd-Profil schließlich im Estergebirge der Bayerischen Alpen. Das West-Ost-Profil beginnt im Westen im Münsterland (bis 150 km), durchquert dann das Weserbergland (bis 220 km) und anschließend den Harz (bis 300 km). Durch die Magdeburger Börde und den Fläming (bis 500 km) endet das West-Ost-Profil in der Lausitz. In Abbildung 6.3 sind die Verläufe der topographischen Normalhöhen entlang der Profile dargestellt. Dabei weist das Nord-Süd-Profil sanfte bis typische Mittelgebirgsstrukturen auf, während entlang des West-Ost-Profils flache

Tabelle 6.1. Merkmale der regionalen astrogeodätischen Nord-Süd- und West-Ost-Profile in Deutschland

	Nord-Süd (ursprünglich)	Nord-Süd (verdichtet)	Nord-Süd (alternativ)	West-Ost (ursprünglich)	West-Ost (alternativ)
Bezeichnung	NS 1.0	NS 1.1	NS 2.0	WO 1.0	WO 2.0
Länge [km]	622	628	672	533	615
Stationsanzahl	161	208	216	133	154
Stationsabstand [km]	3,9	3,0	3,1	4,0	4,0
(Min-Max)	(0,5-5,8)	(0,5-5,8)	(0,5-7,1)	(1,9-7,8)	(1,9-8,7)
GPS-Nivellementpunkte	20+3	20+3	26+3	23	31
(davon GGP)	(0)	(0)	(9)	(0)	(9)

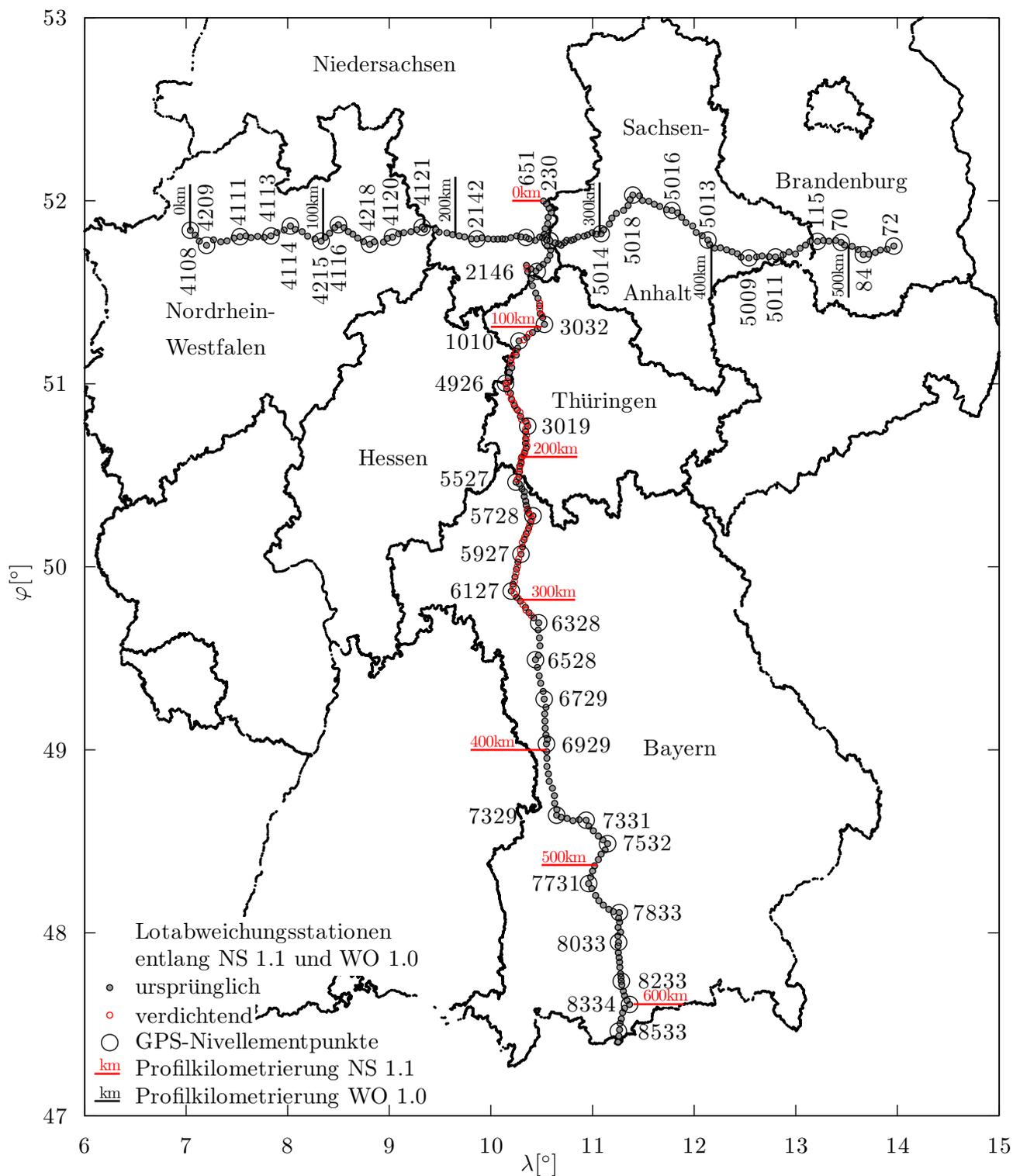


Abbildung 6.1. Astrogeodätische Lotabweichungsstationen und GPS-Nivellementpunkte entlang des verdichteten Nord-Süd-Profiles NS 1.1 und des ursprünglichen West-Ost-Profiles WO 1.0

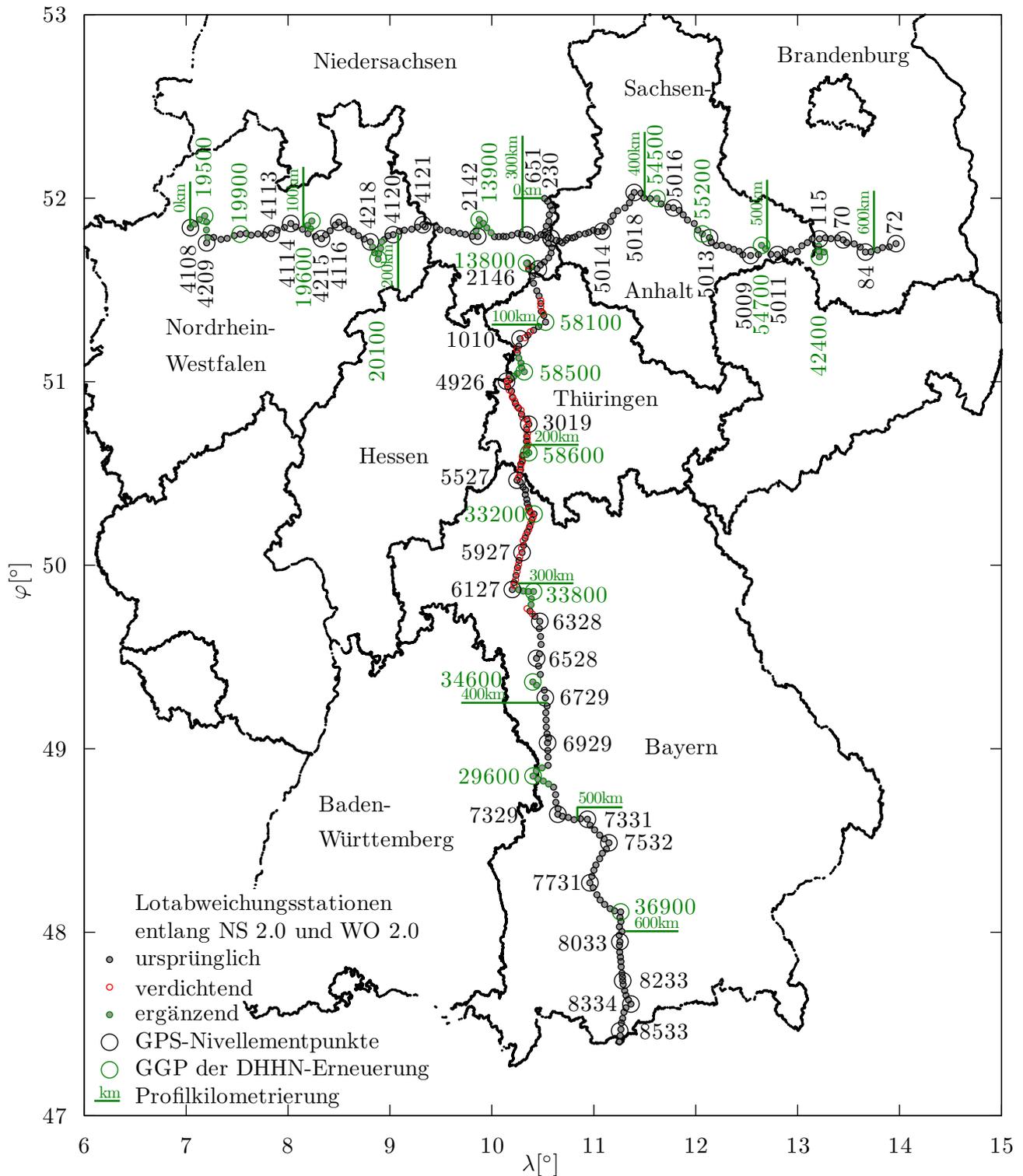


Abbildung 6.2. Astrogeodätische Lotabweichungsstationen und GPS-Nivellementpunkte (einschließlich GGP der DHHN-Erneuerung) entlang des alternativen Nord-Süd-Profiles NS 2.0 und des alternativen West-Ost-Profiles WO 2.0

Regionen mit Ausnahme von Weserbergland und Harz dominieren.

Die charakteristischen Merkmale der verschiedenen Varianten des Nord-Süd- und West-Ost-Profiles sind in Tabelle 6.1 zusammengefasst. Die Beobachtungen entlang des ursprünglichen Nord-Süd- und West-Ost-Profiles NS 1.0 bzw. WO 1.0 wurden in den Jahren 2006-2008 durchgeführt. Dabei wurden 20 bzw. 23 GPS-Nivellementpunkte eingebunden. Zusätzlich liegen in der Nähe der beiden lokalen Profile drei GPS-Nivellementpunkte (230, 2146, 8533) vor, die in der Tabelle mit +3 gekennzeichnet sind. Aufgrund systematischer langwelliger Differenzen von mehreren cm über wenige 100 km zwischen den Quasigeoidhöhen aus den astronomisch-topographischen Nivellements und den GPS-Nivellementpunkten in früheren Untersuchungen (Ihde *et al.*, 2010; Voigt *et al.*, 2009) erfolgten Verdichtungsmessungen im Profilabschnitt zwischen 60 km und 300 km entlang des Nord-Süd-Profiles bis zum Jahre 2009, aus denen das verdichtete Nord-Süd-Profil NS 1.1 hervorging. Zuletzt wurden die Profilverläufe mit Hilfe von Ergänzungsmessungen so modifiziert, dass insgesamt 18 Geodätische Grundnetzpunkte (GGP) aus der Kampagne zur DHHN-Erneuerung (Abschnitt 4.3) in die existierenden Profile eingebunden werden konnten, wodurch das alternative Nord-Süd- und West-Ost-Profil NS 2.0 bzw. WO 2.0 entstanden. In diesem Zusammenhang wurde darauf geachtet, dass alle vorigen GPS-Nivellementpunkte weiterhin in den Profilen eingebunden blieben, wobei entlang des Nord-Süd-Profiles drei identische Punkte (3032, 5728, 7833) und entlang des West-Ost-Profiles ein identischer Punkt (4111) existiert.

Auf Basis der Ergebnisse der Simulationsberechnungen werden für eine Zielgenauigkeit von 1 cm/100 km RMS Stationsabstände von etwa 5 km in homogenen Gebieten und 2 km in Gebieten mit stärkeren Schwerefeldvariationen (vgl. Abbildung 4.5) angestrebt. Im Rahmen der Vorplanung wurde unter Beachtung der örtlichen Gegebenheiten auf Grundlage Topographischer Übersichtskarten 1:200.000 eine Vorauswahl möglicher Beobachtungsstationen durchgeführt. Wegen des begrenzten Zeitraumes, der grundsätzlich für die astrogeodätischen Beobachtungen zur Verfügung steht (Dunkelheit, klare Sichtverhältnisse), erfolgt die endgültige Festlegung der Stationen unter Berücksichtigung verschiedener Kriterien in der Regel tagsüber vor Ort. Dabei sind freie Sichtbedingungen in Zenitrichtung sowie insbesondere nach Süden für die GPS-Beobachtungen erforderlich. Als Standort eignen sich insbesondere einheitlich befestigte, möglichst ebene und wenig befahrene Wege, z.B. Feldeinfahrten. Wenig geeignet sind dagegen aus praktischen Gründen Privatflächen und Parkplätze, da der nächtliche Zugang nicht gewährleistet ist. Da die GPS-Nivellementpunkte zur Vermeidung der Abschattung häufig auf freiem Feld liegen und somit für das Zenitkamasystem nicht oder nur schwer zu erreichen sind, mussten die Beobachtungen zum Teil auf exzentrischen Stationen mit Abständen bis zu 500 m zu den GPS-Nivellementpunkten durchgeführt werden. Zum schnellen Auffinden bei Dunkelheit erfolgt eine Markierung mit Signalfarbe. Zum späteren Auffinden der Stationen werden die Stationen

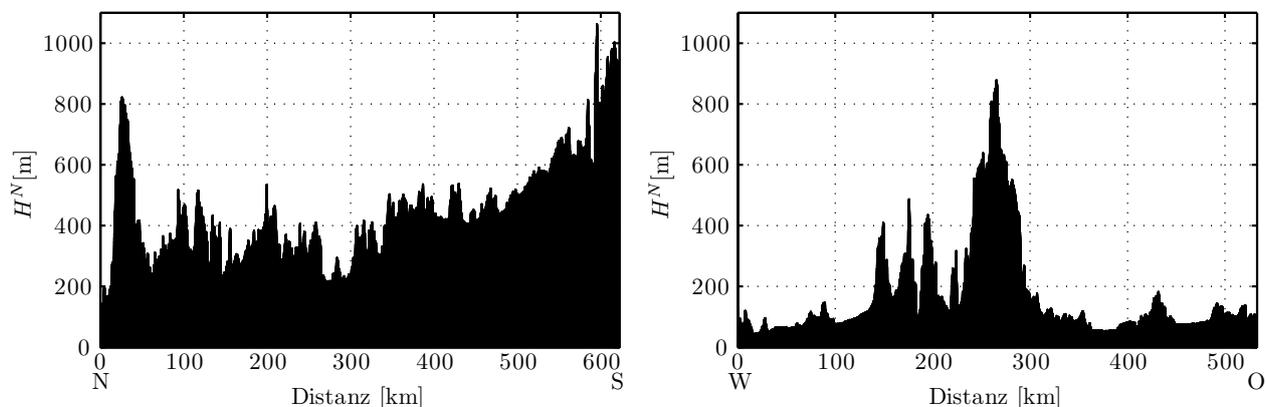


Abbildung 6.3. Topographische Normalhöhen entlang des ursprünglichen Nord-Süd-Profiles NS 1.0 (links) und des ursprünglichen West-Ost-Profiles WO 1.0 (rechts)

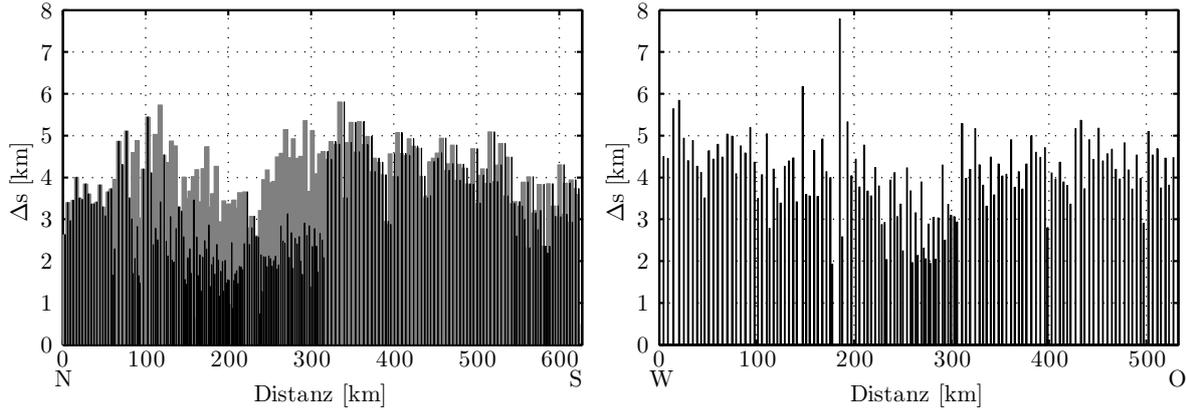


Abbildung 6.4. Individuelle Stationsabstände entlang des ursprünglichen Nord-Süd-Profiles NS 1.0 (grau) und des verdichteten Nord-Süd-Profiles NS 1.1 (schwarz; beide links) sowie des ursprünglichen West-Ost-Profiles WO 1.0 (rechts)

zusätzlich zumeist mit Bolzen vermarkt und Festlegungsskizzen angefertigt. Ebenfalls tagsüber wird die Bestimmung der ellipsoidischen Koordinaten durchgeführt (Abschnitt 6.3.1).

In 54 Nächten wurden 161 und 149 Beobachtungsstationen entlang des ursprünglichen Nord-Süd- bzw. West-Ost-Profiles besetzt, womit sich ein durchschnittlicher Stationsabstand von 3,9 km bzw. 4,0 km ergab. Entlang des verdichteten Nord-Süd-Profiles wurde in 10 weiteren Nächten der Abstand mit 47 zusätzlichen Stationen auf 3,0 km reduziert. In Abbildung 6.4 sind die individuellen Stationsabstände dargestellt. Die Verdichtung in der nördlichen Hälfte des Nord-Süd-Profiles ist deutlich zu erkennen. Jedoch treten auch einzelne maximale Stationsabstände von z.B. 7,8 km entlang des ursprünglichen West-Ost-Profiles auf. Diese sind bedingt durch ausgedehnte Naturschutzgebiete oder Waldgebiete, in denen keine Beobachtungen möglich waren. Entlang des alternativen Nord-Süd- und West-Ost-Profiles wurden Beobachtungen in 12 Nächten auf weiteren 24 bzw. 29 Stationen durchgeführt, wobei durch die Alternativverläufe mehrere existierende Stationen aufgegeben werden mussten. Damit ergaben sich durchschnittliche Stationsabstände von 3,1 km und 4,0 km.

6.2 A-priori Genauigkeitsabschätzung

Die in Abschnitt 5.2.2 beschriebenen Simulationsberechnungen zur a-priori Genauigkeitsabschätzung der astronomisch-topographischen Nivellements werden im Folgenden auf die geplanten Profile aus Tabelle 6.1 angewendet. Zur Simulation der astrogeodätischen Lotabweichungskomponenten auf den Beobachtungsstationen werden dabei Lotabweichungskomponenten aus dem EGM2008 mit RTM-Effekten bezüglich einer Referenztopographie mit einer Auflösung von $5' \times 5'$ kombiniert und mit zufälligen Abweichungen von $\sigma_{\xi, \eta} = 0,08''$ belegt. Die Standardabweichungen der topographisch-isostatischen Lotabweichungskomponenten zur Interpolation werden nach (5.40) modelliert. Das Rauschen der topographisch-isostatischen Lotabweichungskomponenten ist exemplarisch für eine Simulation in Abbildung 6.5 dargestellt. In der linken Abbildung ist das Rauschen der Lotabweichungskomponente ξ_{top} im Bereich von $\pm 1,5''$ entlang des ursprünglichen Nord-Süd-Profiles NS 1.0 veranschaulicht. In der rechten Abbildung zeigen sich für die Lotabweichungskomponente η_{top} entlang des ursprünglichen West-Ost-Profiles WO 1.0 Werte im Bereich von $\pm 0,7''$. Dabei ist die hohe Korrelation mit der lokalen Topographie in Abbildung 6.3 deutlich zu erkennen. Auf die Darstellung der anderen Lotabweichungskomponenten wird verzichtet, da aufgrund der Azimutrichtung die visualisierten Lotabweichungskomponenten nach (5.35) den wesentlichen Beitrag entlang der jeweiligen Profile liefern.

In Tabelle 6.2 sind die Ergebnisse der a-priori Genauigkeitsabschätzungen aus jeweils 1000 Simula-

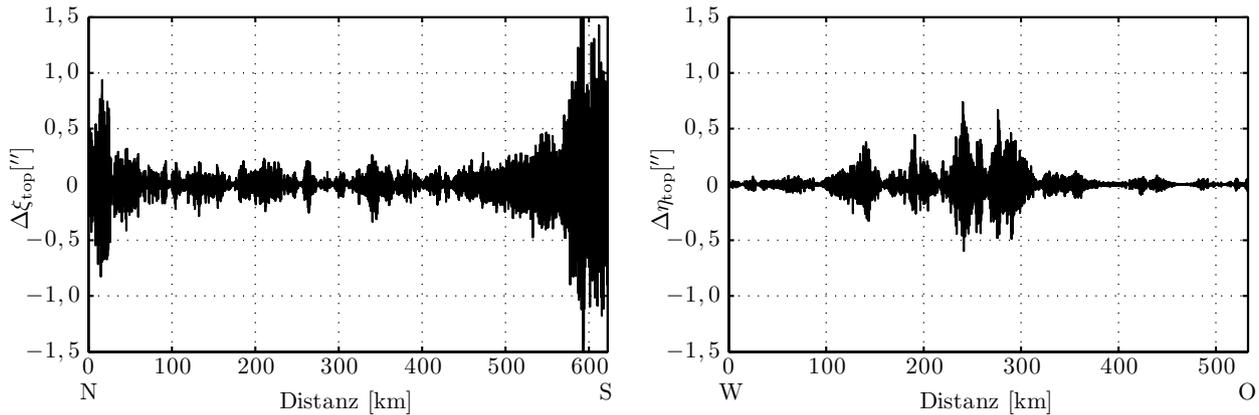


Abbildung 6.5. Exemplarisches Rauschen der topographisch-isostatischen Lotabweichungskomponenten ξ_{top} entlang des ursprünglichen Nord-Süd-Profiles NS 1.0 (links) und η_{top} entlang des ursprünglichen West-Ost-Profiles WO 1.0 (rechts) für eine Simulation

tionsberechnungen dargestellt. Über die gesamte Länge von NS 1.0 und WO 1.0 ergeben sich RMS-Differenzen von 3,7 cm bzw. 2,5 cm. Die Zielgenauigkeit von 1 cm/100 km RMS wird entlang des Nord-Süd-Profiles am Anfang (0-60 km) und am Ende (ab etwa 580 km) leicht überschritten. In diesen Bereichen wurden Beobachtungen entlang der lokalen Profile im Harz (0-60 km) und im Estergebirge (600-Ende) mit einem Stationsabstand von 3-4 km (vgl. Abbildung 6.4) entsprechend dem durchschnittlichen Stationsabstand der regionalen Profile extrahiert. Hier sind gegenüber den Untersuchungen in Hirt *et al.* (2008) sowie Hirt und Flury (2008) keine neuen Erkenntnisse zu erwarten. Bis zum Alpenrand verringert sich für den Abschnitt 500-580 km von NS 1.0 die RMS-Differenz auf 1,2 cm. Durch die Verdichtung entlang des Nord-Süd-Profiles zwischen 60-300 km (vgl. Abbildung 6.4) sinken die RMS-Differenzen bei NS 1.1 zum Teil deutlich. Für NS 2.0 ergeben sich überwiegend vergleichbare RMS-Differenzen. Zwischen 500-600 km ist die RMS-Differenz jedoch wesentlich geringer, da der Abschnitt bei diesem Profil vollständig außerhalb der Alpen liegt (vgl. Abbildung 6.2). Entlang WO 1.0 beträgt die maximale RMS-Differenz 1,2 cm in Abschnitt 200-300 km, sodass die Zielgenauigkeit nach den Simulationsberechnungen weitgehend erreicht wird. Bei WO 2.0 liegt der Abschnitt 300-400 km nahezu vollständig im Harz (vgl. Abbildung 6.2), wodurch sich die leichte Überschreitung der Zielgenauigkeit ergibt.

In einem nächsten Schritt werden im Hinblick auf die späteren a-posteriori Genauigkeitsuntersuchungen in Abschnitt 8.1 aus den Profilvarianten jeweils zwei Subprofile gebildet, in denen lediglich jede zweite Beobachtung enthalten ist, sodass diesen der doppelte durchschnittliche Stationsabstand aus

Tabelle 6.2. RMS-Differenzen der Höhenanomalien $\Delta\zeta_{1,n}$ in [cm] aus simulierten astronomisch-topographischen Nivellements für 100 km lange Abschnitte entlang der realisierten Profilvarianten

Profil	0 km- Ende	0- 100 km	100- 200 km	200- 300 km	300- 400 km	400- 500 km	500- 600 km	600 km- Ende
NS 1.0	3,7	1,4	1,2	0,9	1,0	0,9	1,8	1,8
NS 1.1	3,4	1,3	0,7	0,7	1,0	0,9	1,4	2,1
NS 2.0	3,5	1,4	0,8	0,6	0,9	0,8	1,0	2,5
WO 1.0	2,5	0,9	1,1	1,2	0,9	0,9	0,4 ⁴	
WO 2.0	2,7	0,8	0,9	1,2	1,4	0,8	0,7	0,4

⁴500 km-Ende

Tabelle 6.3. RMS-Differenzen der Höhenanomalien $\Delta\zeta$ aus simulierten astronomisch-topographischen Nivellements zweier Subprofile für 100 km lange Abschnitte entlang der realisierten Profilvarianten

Profil	0 km- Ende	0- 100 km	100- 200 km	200- 300 km	300- 400 km	400- 500 km	500- 600 km	600 km- Ende
NS 1.0	6,9	3,6	0,9	0,9	1,2	1,1	7,0	
NS 1.1	7,1	2,3	1,2	0,7	1,8	1,1	7,5	
NS 2.0	12,1	2,9	1,3	1,4	1,4	0,6	2,1	7,7
WO 1.0	5,0	2,1	1,2	3,0	2,5	0,6	0,9 ⁵	
WO 2.0	2,9	0,8	0,9	3,3	1,6	1,3	1,3	

Tabelle 6.1 zugrunde liegt. Lediglich die erste und letzte Beobachtung sind in beiden Subprofilen enthalten. Die Simulationsberechnungen werden für beide Subprofile durchgeführt und deren Differenzen für Abschnitte von jeweils 100 km Länge verglichen. Anhand der a-priori Genauigkeitsabschätzungen in Abbildung 5.4 sind Genauigkeiten von 1,0 cm bis 2,5 cm RMS über Längen von 100 km für die Subprofile zu erwarten, wobei diese für die Differenzen zwischen den Subprofilen um den Faktor $\sqrt{2}$ höher liegen sollten. In Tabelle 6.3 sind die RMS-Differenzen zwischen den Subprofilen aus jeweils 1000 Simulationsberechnungen dargestellt. Die RMS-Differenzen betragen zwischen 0,6 cm und 3,6 cm für flache Regionen bis typische Mittelgebirgsstrukturen für 100 km lange Abschnitte. Im jeweils letzten Abschnitt der Nord-Süd-Profile zeigen sich höhere RMS-Differenzen für den Alpenraum von bis zu 7,7 cm, die die Ergebnisse für das gesamte Profil stark beeinflussen. In Abschnitt 8.1 erfolgen die Genauigkeitsuntersuchungen der realisierten astrogeodätischen Profile, wobei die Differenzen der Höhenanomalien in Kreuzungspunkten von jeweils zwei Subprofilen der a-priori Genauigkeitsabschätzung aus den Simulationsberechnungen nach Tabelle 6.3 gegenübergestellt werden. Die internen Genauigkeitsabschätzungen aus Tabelle 6.2 werden in Abschnitt 8.3 bei der Analyse der auftretenden Differenzen zwischen den astronomisch-topographischen Nivellements und den GPS-Nivellementdaten sowie gravimetrischen Quasigeoidmodellen berücksichtigt.

6.3 Beobachtungen mit dem Zenitkamarasystem TZK2-D

Die Realisierbarkeit der in Abschnitt 6.1 beschriebenen Messkampagnen setzt die Verfügbarkeit eines transportablen Zenitkamarasystems mit entsprechender Genauigkeit und Effizienz voraus. Im Folgenden wird das Prinzip der astronomischen Ortbestimmung mit dem im Rahmen dieser Arbeit eingesetzten transportablen digitalen Zenitkamarasystem TZK2-D dargestellt. Dazu werden die wesentlichen Bestandteile des Zenitkamarasystems beschrieben. Das funktionale Modell der Datenprozessierung von den beobachteten Sternörterern im ICRS bis zu den astronomischen Koordinaten (Φ, Λ) im ITRS wird erläutert. Die Ergebnisse der durchgeführten Kalibrierungen werden analysiert. Anschließend wird das stochastische Modell in Form einer Zusammenstellung des Unsicherheitshaushaltes beschrieben. Insbesondere wird dabei auf die Identifikation und Reduktion von systematischen Abweichungen in den astronomischen Koordinaten eingegangen, wobei im Hinblick auf die Zielgenauigkeit des astronomisch-topographischen Nivellements eine maximale Größenordnung von 1 mm/100 km (2 mas) für die systematischen Abweichungen nicht überschritten werden sollte.

6.3.1 Aufbau

Die Bestimmung von astronomischen Koordinaten (Φ, Λ) zur Festlegung der aktuellen Lotrichtung im terrestrischen Bezugssystem ITRS mit einer Zenitkamera erfolgt grundsätzlich über die fotografische Abbildung zenitnaher Sterne, deren Positionen in Form von astronomischen Äquatorkoordinaten

⁵500 km-Ende

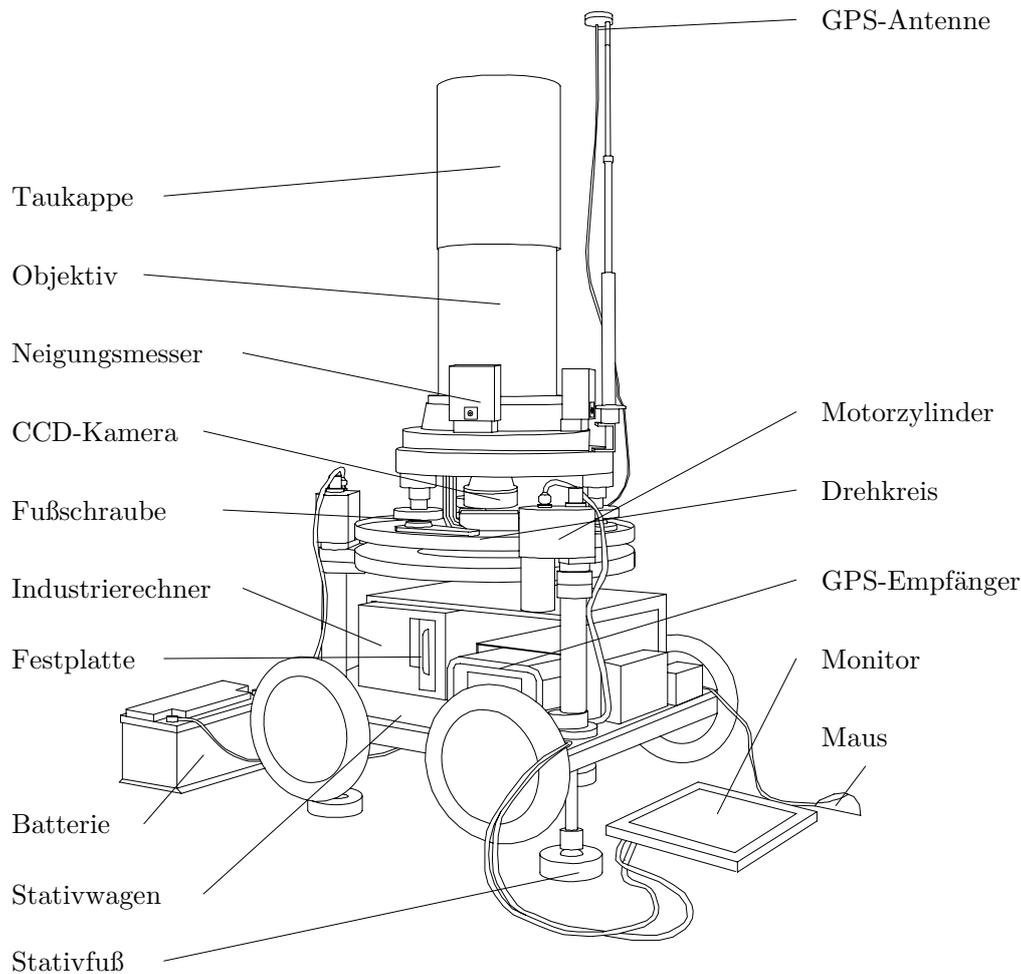


Abbildung 6.6. Zenitkamarasystem TZK2-D

(α , δ) im zälestischen Bezugssystem ICRS gegeben sind. Das transportable, digitale Zenitkamarasystem TZK2-D ist in Abbildung 6.6 mitsamt der wesentlichen baulichen Bestandteile dargestellt. Es wurde auf Basis der analogen Systeme TZK1 (Gessler, 1975) und TZK2 (Wissel, 1982) in den Jahren 2001-2004 entwickelt und ist in Hirt (2004) ausführlich beschrieben. Die bauliche Weiterentwicklung der TZK2 bis zum aktuellen vollautomatischen Beobachtungsablauf wurde Anfang des Jahres 2005 durchgeführt und ist in Hirt und Seeber (2008) dokumentiert. Eine komprimierte Darstellung zur Entwicklung der digitalen Zenitkamarasysteme und deren Datenprozessierung findet sich beispielsweise in Hirt *et al.* (2010b). Das weitgehend baugleiche digitale Zenitkamarasystem DIADEM der ETH Zürich entstand auf Grundlage der TZK3, einem zur TZK2 baugleichen System (Bürki *et al.*, 2005); ausführliche aktuelle Darstellungen sind bei Somieski (2008) zu finden. Das Zenitkamarasystem TZK2-D ist in den Jahren 2004-2006 im Rahmen verschiedener lokaler Messkampagnen erfolgreich eingesetzt worden. Da im Rahmen dieser Arbeit der praktische Einsatz des Systems in umfangreichen regionalen Messkampagnen im Vordergrund stand, wurden seit Mitte 2006 keinerlei bauliche Veränderungen mehr am System vorgenommen. Daher erfolgt lediglich eine komprimierte schematische Darstellung. Die ausführliche Beschreibung der instrumentellen Realisierung ist bei Hirt (2004, S. 32-52) zu finden.

Zur Beobachtung des zenitnahen Sternfeldes kommt das Objektiv Zeiss Mirotar mit einer Brennweite

von 1020 mm und einem Öffnungswinkel von $3,6^\circ$ zum Einsatz, das bereits in der TZK2 verbaut war. Der entscheidende Fortschritt in Bezug auf Automation, Effizienz und Genauigkeit der fotografischen Erfassung des Sternfeldes besteht im Einbau einer CCD-Kamera. In der TZK2-D wird die CCD-Kamera Apogee KX2E mit dem CCD-Bildsensor Kodak KAF1602E mit 1536×1024 Pixel (1,6 Megapixel) der Größe $9 \mu\text{m} \times 9 \mu\text{m}$ verwendet. Die Leistungsfähigkeit der Bildkoordinatenmessung ist abhängig von der Brennweite und der Auflösung des CCD-Sensors, die durch geeignete Algorithmen der digitalen Bildverarbeitung (Abschnitt 6.3.2) weiter gesteigert werden kann. Der CCD-Sensor nutzt lediglich den geringen Ausschnitt von $47,4' \times 31,6'$ des Gesichtsfeldes des Objektivs von $0,8^\circ \times 0,5^\circ$, wodurch die Aufnahmen praktisch frei von Verzeichnungen sind. Durch die hohe Lichtempfindlichkeit des CCD-Sensors können Sterne bis zu einer Magnitude von 13-14 abgebildet werden, sodass bei uneingeschränkten Sichtverhältnissen trotz des geringeren Gesichtsfeldes stets genügend Sterne abgebildet und in Verbindung mit einem geeigneten Sternkatalog (Abschnitt 6.3.2) auch identifiziert werden können. Im Hinblick auf das Signal-Rauschverhältnis der Bildkoordinatenmessung spielt die Belichtungszeit eine große Rolle. Da das Zenitkamarasystem keine Nachführung ermöglicht, wird die Erdrotation bereits bei Belichtungszeiten von über 0,5 s sichtbar, sodass längliche Sternspuren entstehen. Sterne mit Magnituden von 13-14 können jedoch bereits mit einer Belichtungszeit von 0,4 s aufgelöst werden. Die Exzentrizität des CCD-Sensors gegenüber dem optischen System wird durch Zweilagennmessung eliminiert.

Ein wesentlicher Nachteil des Objektivs ist die hohe Temperaturabhängigkeit, wodurch sich die Fokusslage (Brennpunkt) verschiebt und die Abbildungen unscharf werden. Zur Kompensation wird der CCD-Sensor mit Hilfe einer motorisierten Fokussiereinrichtung relativ zum Objektiv entlang der optischen Achse verschoben. Da die volle Fläche des CCD-Sensors genutzt werden soll, ist dieser in einer Full-Frame-Transfer-Architektur in Kombination mit einem elektromechanischen Verschluss verbaut, durch den die Belichtung gestartet und beendet wird. Das zeitliche Bewegungsverhalten des Verschlusses ist von großer Bedeutung für die Bestimmung der astronomischen Länge Λ und wird mit Hilfe einer Verschlussfunktion in Abhängigkeit von der Temperatur im Rahmen der Verschlusskalibrierung modelliert (Abschnitt 6.3.3). Hinsichtlich der Effizienz der Beobachtungen in Verbindung mit Stationswechseln ist zu beachten, dass die Innentemperatur des Fahrzeuges nicht signifikant von der Außentemperatur abweicht. Ansonsten entstehen durch die Temperaturabhängigkeit des Objektivs insbesondere in kalten Nächten lange Wartezeiten vor der folgenden Stationsbeobachtung.

Von größter Bedeutung für die astronomische Lotrichtungsbestimmung ist die Neigungsmessung. Im Zenitkamarasystem kommen die hochpräzisen elektronischen Pendelneigungssensoren Lippmann HRTM (High-Resolution Tiltmeters) zum Einsatz. Zwei HRTM-Sensoren sind genähert rechtwinklig zueinander fest mit dem Objektiv und dem CCD-Sensor verbunden. Der Arbeitsbereich der Neigungsmesser liegt bei etwa $\pm 600''$. Die Justierung der Neigungsmesser bezüglich des Zenitkamarasystems erfolgt mit drei Fußschrauben. Die Neigungsmesser stellen den Bezug zwischen der Drehachse des Zenitkamarasystems und der Lotrichtung her und dienen damit zum einen der Horizontierung des Instrumentes und zum anderen der Erfassung der Restneigung der Drehachse des Instrumentes gegenüber der Lotrichtung während der Belichtung.

Zum Erreichen der erforderlichen Genauigkeiten müssen die mit den Neigungsmessern durchgeführten Beobachtungen spektral betrachtet werden. Das gesamte Zenitkamarasystem unterliegt während der Messung gewissen Neigungsänderungen aufgrund von dynamischen Einflüssen, z.B. dem Einsinken der Stativfüße. Für die Frequenzen dieser Neigungsänderungen werden Größenordnungen unterhalb weniger 0,1 Hz angenommen. Die von den Neigungsmessern registrierten Werte sind jedoch von hochfrequenten Schwingungen überlagert, die durch die Mikroseismik hervorgerufen werden und als Störbeschleunigungen angesehen werden. Während sich die anthropogene Mikroseismik vor allem im städtischen Bereich mit mehreren Bogensekunden zumeist im Frequenzbereich > 1 Hz auswirkt, liegen die Einflüsse der natürlichen Mikroseismik, insbesondere der Meeresmikroseismik, hervorgerufen durch oszillierende Wasserwellen in den Ozeanen, im Frequenzbereich zwischen 0,1-0,5 Hz mit Amplituden von wenigen $0,1''$. Eine strenge Separation der Neigungsänderungen des Zenitkamarasystems und der Störbeschleunigungen ist daher nicht möglich. Eine Tiefpassfilterung der registrierten Neigungsmessungen mit einer Grenzfrequenz von 0,1 Hz wird als vernünftiger Kompromiss angesehen. Zudem erfolgt eine

Mittelbildung aller während der Belichtungszeit registrierten tiefpassgefilterten Neigungswerte, sodass jeder Aufnahme des Sternfeldes ein Neigungswert zugeordnet wird. Der Einfluss der Erdgezeiten liegt in einem wesentlich niedrigeren Frequenzbereich und bleibt dadurch in den Neigungswerten enthalten. Während die Änderung der Drehachse aufgrund der gezeitenbedingten Deformation der Erdkruste gleichermaßen auf das Zenitkamarasystem und auf die Neigungsmesser wirkt und damit herausfällt, bleibt der Einfluss der Erdgezeiten auf die astronomische Lotrichtung enthalten und wird im Rahmen der astrogeodätischen Schwerefeldmodellierung berücksichtigt (Abschnitt 5.1.1).

Zur Bestimmung des Belichtungszeitpunktes ist der GPS-Empfänger Ashtech Z12 mit einer Einfrequenzantenne im Zenitkamarasystem integriert. Die Steuereinheit der CCD-Kamera veranlasst die Öffnung des elektromechanischen Verschlusses mit einem logischen TTL-Signal und leitet dieses Ereignis an den GPS-Empfänger weiter, der das Ereignis auf der GPS-Zeitskala GPST (Anhang A.1) festhält. Während die Genauigkeit der GPS-Zeitmessung im Bereich von Mikro- bis Nanosekunden liegt und damit hier als fehlerfrei angesehen werden kann, ist das Verschlussverhalten der limitierende Faktor bei der Zeitmessung (Abschnitt 6.3.3).

Da die Navigationslösung des GPS-Empfängers mit einer Genauigkeit von mehreren Metern für die Bestimmung der ellipsoidischen Koordinaten zur Bildung der Lotabweichungen (Abschnitt 3.2) keine ausreichende Genauigkeit bietet ($10\text{ m} \approx 0,3''$ an der Erdoberfläche), erfolgt eine differentielle Positionsbestimmung mit Hilfe eines externen GPS-Empfängers. Dazu wird der GPS-Empfänger Trimble 4700 (RTK) mit einer Zweifrequenzantenne in Verbindung mit dem Hochpräzisen Echtzeit-Positionierungsservice SAPOS-HEPS der Vermessungsverwaltungen der Länder benutzt. Die Übertragung der Trägerphasenkorrekturen erfolgt dabei im Format RTCM 2.3 über Mobiltelefonie (GSM). Die Genauigkeit der ellipsoidischen Koordinaten wird mit wenigen Zentimetern angegeben (LGLN, 2012) und kann somit ebenfalls als fehlerfrei angesehen werden. Die Gezeiteneffekte (Erdgezeiten, Ozeanauflasten, Polgezeiten) werden im Rahmen der Echtzeitvernetzung berücksichtigt, sodass die Koordinaten im ETRS89 bezüglich eines konventionellen gezeitenfreien Systems vorliegen (vgl. Abschnitt 2.4.1).

Die Mechanik des Zenitkamarasystems ist vollständig automatisiert. Zur Realisierung der Zweilaugenmessung dient ein motorisierter Präzisionsdrehkreis. Die Grob- und Feinhorizontierung erfolgt in zwei Lagen über drei Motorzylinder, sodass die Restneigung der Drehachse gegenüber der Lotrichtung während der Messung lediglich wenige Bogensekunden beträgt. Ein Problem stellte bis zum Jahre 2004 die Azimutabhängigkeit der astronomischen Lotrichtungsbestimmung dar. Um diese Abweichungen zu eliminieren, musste das Zenitkamarasystem auf jedem Beobachtungspunkt in verschiedenen Azimuten ausgerichtet werden. Die so bestimmten Lotrichtungen beschrieben einen Kreis mit einem Radius von wenigen Bogensekunden. Die Radien wiesen zusätzlich zeitliche Variationen im Bereich mehrerer $0,1''$ auf. Eine ausführliche Dokumentation des Problems ist bei Hirt (2004, S. 117 ff) zu finden. Mit der festen Verbindung zwischen der motorisierten Drehkreisplattform und der Kameraoptik konnte das Problem vollständig überwunden werden, sodass das Zenitkamarasystem aktuell in nur einer beliebigen Azimutstellung aufgestellt wird. Eine Beschreibung der konstruktiven Überwindung ist bei Hirt und Seeber (2008) sowie Somieski (2008, S. 56-57) zu finden.

Die Steuerung der Zenitkamarasensoren, die Erfassung und Speicherung der Messdaten sowie die Datenprozessierung erfolgt über einen im Stativwagen integrierten Industrierechner. Die Speicherung der umfangreichen Messdaten wird mit Hilfe von IDE-Wechselfestplatten mit Speicherkapazitäten von 120 GB vorgenommen. Die Stromversorgung erfolgt über mehrere austauschbare 12 V Batterien. Zur Verbesserung der Transportabilität des Zenitkamarasystems wurde ein rollbarer Stativwagen konstruiert.

6.3.2 Datenprozessierung

Die Prozessierung der Beobachtungsdaten erfolgt mit der Steuerungs- und Auswertesoftware des Zenitkamarasystems *AURIGA-ZC* (Automatic Real-time Image Processing System for Geodetic Astronomy - Zenith Camera). Die umfassende Dokumentation findet sich bei Hirt (2004, S. 53-107) sowie in aktueller komprimierter Form in Hirt *et al.* (2010b). Einzelne Ergänzungen sind bei Hirt und Seeber (2008)

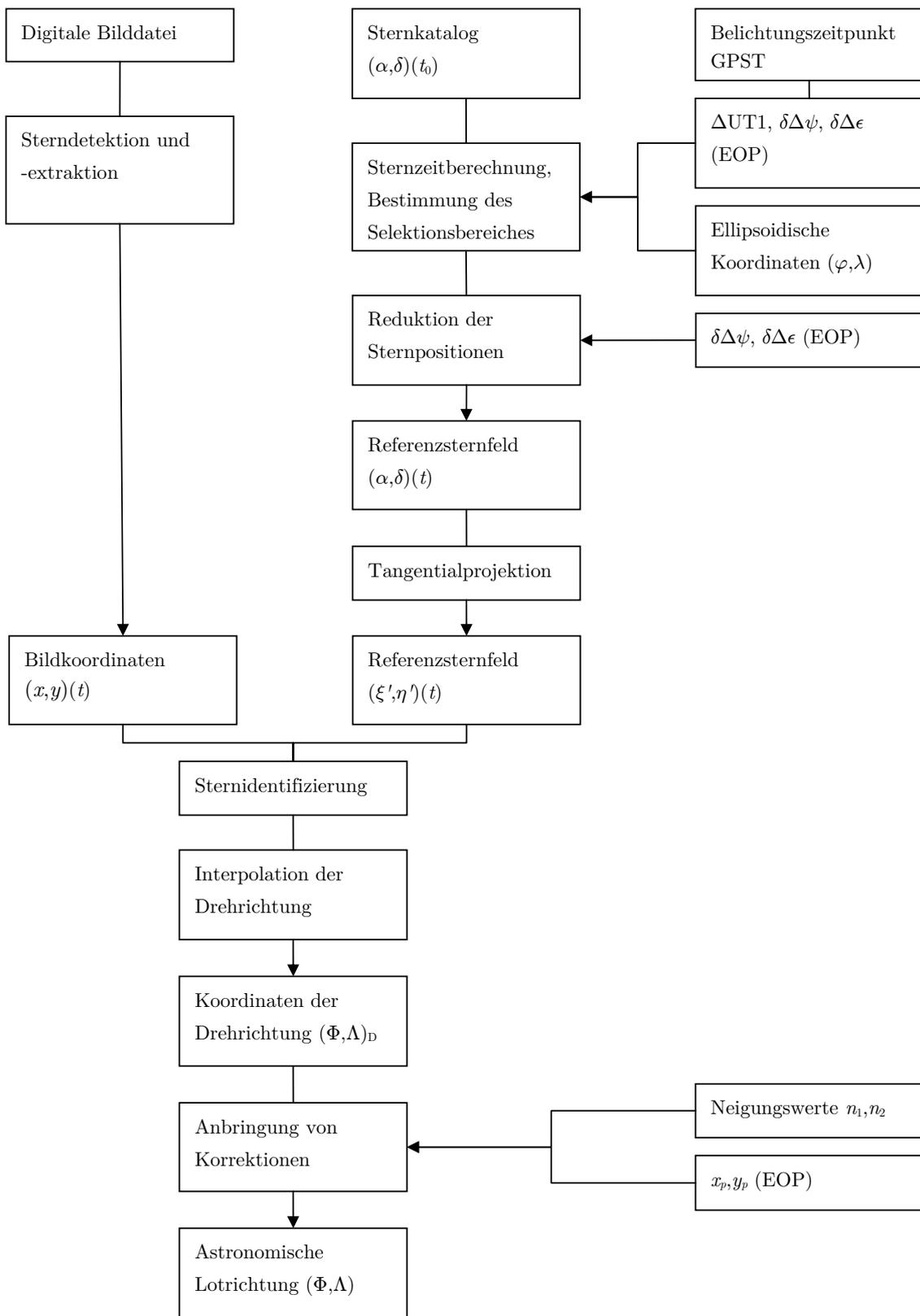


Abbildung 6.7. Schema zur Datenprozessierung mit dem Zenitkamerasystem TZK2-D

sowie Hirt (2008) zu finden. Da die Datenprozessierung seit dem Jahre 2006 nicht verändert wurde, erfolgt an dieser Stelle lediglich eine komprimierte Beschreibung, wobei auf die explizite Darstellung der funktionalen Zusammenhänge verzichtet wird. Die Schritte bei der Datenprozessierung von den Beobachtungen bis zu den astronomischen Koordinaten der Lotrichtung sind in Abbildung 6.7 schematisch zusammengestellt. Im Zuge der Aktualisierung der Datenprozessierung wurde im Rahmen dieser Arbeit zum einen ein neuer Sternkatalog integriert. Zum anderen wurde die in *AURIGA-ZC* implementierte Transformation nach IAU 1980 (Anhang A.2) vom zälestischen in das terrestrische Bezugssystem, die Gegenstand der Reduktion der Sternpositionen und der Sternzeitberechnung ist, anhand der Transformation nach IAU 2006/2000 (Anhang A.3) mit übergeordneter Genauigkeit auf mögliche systematische Abweichungen überprüft.

Die zenitnahen Referenzsterne werden in der digitalen Bilddatei als näherungsweise kreisförmige Regionen von mehreren hellen Pixel dargestellt. Das Signal-Rausch-Verhältnis stellt den entscheidenden Parameter im Hinblick auf die Sterndetektion und -extraktion dar, deren Grenzgröße bei Magnituden von 13-14 liegt, sodass bei ausreichend hoher Anzahl verfügbarer Sterne solche mit geringeren Magnituden vorzuziehen sind. Im ersten Schritt erfolgt die Bildsegmentierung über ein Bereichswachstumsverfahren (region growing), das ausgehend von einem hellen Startpixel die Grauwerte der Nachbarpixel untersucht und diese bei Überschreitung einer bestimmten Grauwertschwelle zu einem Segment hinzufügt. Als Sternsegmente werden diejenigen Segmente ausgewählt, die eine Größe von mindestens 4 Pixel sowie mindestens 1 Pixel Abstand zum Bildrand haben. Im zweiten Schritt erfolgt die Sternextraktion mit Hilfe einer Punktübertragungsfunktion (point spread function), wobei eine zweidimensionale Gaußfunktion an das Sternsegment angepasst wird. Im Rahmen einer Ausgleichung nach kleinsten Quadraten werden aus den Grauwerten der Pixel eines Segmentes die Formparameter der Gaußfunktion geschätzt. Das sind die Bildkoordinaten des Zentrums des Segmentes sowie dessen Grauwert, der Gaußradius und der Grauwert des Bildhintergrundes.

Zur Aufbereitung des zenitnahen Sternfeldes wird der effektive Belichtungszeitpunkt in GPST in Verbindung mit der Verschlussfunktion (Abschnitt 6.3.3) in GAST nach IAU 1980 transformiert (Anhang A.1). Zur Bestimmung des Selektionsbereiches des Sternfeldes werden als astronomische Näherungskordinaten zunächst aus GPS-Beobachtungen bestimmte ellipsoidische Koordinaten eingeführt. Der grundlegende Zusammenhang zwischen dem Zenitpunkt im zälestischen und im terrestrischen Bezugssystem ergibt sich unter Annahme eines unendlich großen Radius der Himmelskugel nach Seeber (1978) gemäß

$$\begin{aligned}\alpha &= \Lambda + \text{GAST} \\ \delta &= \Phi.\end{aligned}\tag{6.1}$$

Somit können Näherungswerte für den Zenitpunkt im zälestischen Bezugssystem nach

$$\begin{aligned}\alpha_0 &= \lambda + \text{GAST} \\ \delta_0 &= \varphi\end{aligned}\tag{6.2}$$

gebildet werden. Dieser Punkt bildet den Mittelpunkt des Selektionsbereiches. Mit dem vom CCD-Sensor genutzten Gesichtsfeld, der unbekanntem äußeren Orientierung des CCD-Sensors sowie den Unsicherheiten der Mittelpunktskordinaten wird ein Bereich von $\pm 30'$ in beide Richtungen α und δ selektiert.

Die zur astronomischen Ortsbestimmung notwendigen räumlichen und spektralen Verdichtungen der optischen Realisierung des zälestischen Bezugssystems HCRF (Abschnitt 2.1) bilden die Sternkataloge, die einen wesentlichen Beitrag zu den Fortschritten der Geodätischen Astronomie in den letzten Jahren geleistet haben. Sie geben die Positionen (α, δ) zu bestimmten Bezugsepochen t_0 und Eigenbewegungen (μ_α, μ_δ) sowie Magnituden von Referenzsternen im zälestischen System an. Bereits in Abschnitt 2.1 ist der im Zenitkamarasystem integrierte Sternkatalog Tycho-2 (Høg *et al.*, 2000) mit über 2,5 Millionen Positionen und Eigenbewegungen der hellsten Sterne bis zu maximalen Magnituden von 13 genannt.

Für die Positionen von Sternen mit Magnituden < 9 werden Standardabweichungen von 7 mas angegeben, für die Gesamtheit der im Katalog enthaltenen Sterne eine Standardabweichung von 60 mas. Die Standardabweichung der Eigenbewegungen beträgt 2,5 mas/Jahr für alle Sterne. Da diese Daten auf denselben Beobachtungen des Starmappers an Bord des Hipparcos Satelliten beruhen, beträgt die mittlere Beobachtungsepoche 1991,5. Mit den Eigenbewegungen wurden die Positionen auf die Basisepoche J2000,0 bezogen. Die Sterndichte variiert zwischen 25 und 400 Sternen/Grad². Damit stehen bezogen auf das Gesichtsfeld des Zenitkamarasystems (Abschnitt 6.3) zwischen 10 und 160 Sterne pro Bild zur Verfügung. Allerdings kommt es durch eingeschränkte Sichtverhältnisse insbesondere zu sternärmeren Zeiten wie im Frühjahr (April, Mai) in Mitteleuropa dazu, dass nicht genügend Sterne pro Bild sichtbar sind, wodurch sich wesentlich längere Beobachtungszeiten und herabgesetzte Genauigkeiten ergeben.

Der zweite im Zenitkamarasystem integrierte Sternkatalog ist UCAC (US Naval Observatory CCD Astrograph Catalog). Dieser stellt eine weitere Verdichtung von Tycho-2 dar, womit der Zusammenhang zum ICRS über den HCRF erhalten wird. Er basiert auf astrometrischen Beobachtungen mit einem CCD-Doppel-Astrographen von zwei Bodenstationen. Innerhalb des UCAC-Projektes wurden mehrere Versionen veröffentlicht. Die ersten beiden Kataloge UCAC1 (Zacharias *et al.*, 2000b) und UCAC2 (Zacharias *et al.*, 2004) aus den Jahren 1999 bzw. 2003 boten für Zenitkamerabeobachtungen keine ausreichende Himmelsabdeckung über Mitteleuropa. Daher wurde bis zum Jahre 2006 mit einer inoffiziellen Vorabversion des Kataloges UCAC3 gearbeitet (Hirt, 2004, S. 70), die aus Positionen zu einer aktuellen Bezugsepoche ohne Eigenbewegungen bestand. Für die Beobachtungen im Rahmen dieser Arbeit wurde der Katalog UCAC3 (Zacharias *et al.*, 2010) aus dem Jahre 2009 in das Zenitkamarasystem integriert, mit dem parallel zu Tycho-2 sämtliche Datenprozessierungen durchgeführt worden sind. Die in vorangegangenen Untersuchungen bis zum Jahre 2010 verwendete Vorabversion von UCAC3 hatte aufgrund der Vernachlässigung der Eigenbewegungen systematische Abweichungen von 20-30 mas zur Folge, die in Verbindung mit dem vollständigen UCAC3 und der Reprozessierung aller Beobachtungen beseitigt wurden. UCAC3 deckt den Himmel mit Positionen von insgesamt über 100 Millionen Sternen, davon 95% mit Eigenbewegungen, und Magnituden von 8-16 zur Basisepoche J2000,0 vollständig ab. Die Positionsgenauigkeiten werden mit 15-100 mas angegeben, die ab Magnituden > 13 zunehmend schlechter werden. Für die im Rahmen von Zenitkameramessungen relevanten Magnituden 10-14 werden die Positionsgenauigkeiten mit 15-20 mas angegeben und sind damit besser als die von Tycho-2. Die Genauigkeiten der Eigenbewegungen betragen zwischen 1-10 mas/Jahr und werden für größere Magnituden ebenfalls schlechter, weswegen die Benutzung von Eigenbewegungen zu Sternen mit Magnituden $\geq 13,5$ zu vermeiden ist. Die durchschnittliche Dichte beträgt über 2000 Sterne/Grad², die minimale Überdeckung beträgt 40 Sterne/Grad² und liefert damit auch bei nicht optimalen Sichtverhältnissen genügend Referenzsterne für eine Zenitaufnahme. Während bei Zacharias *et al.* (2010) die Einführung des Sternkataloges UCAC3 im Hinblick auf die Nutzung unter Beachtung auftretender Probleme und Beschränkungen beschrieben ist, sind technische Details zur astrometrischen Datenreduktion in separaten Arbeiten publiziert. Die Bildkoordinatenmessung und Sternextraktion sind bei Zacharias (2010) beschrieben, während die nachfolgende Prozessierungskette von den Bildkoordinaten der Sterne zu den Äquatorkoordinaten in ICRS bei Finch *et al.* (2010) dargestellt ist.

Die Positionen und Eigenbewegungen der entsprechend dem Beobachtungsort selektierten Sterne aus den Katalogen Tycho-2 und UCAC3 liegen zur Bezugsepoche J2000,0 im zälestischen Bezugssystem ICRS in der Realisierung HCRF vor. Damit die Referenzsterne den extrahierten Sternzentren auf den Bildern gegenübergestellt werden können, müssen deren Positionen auf die Beobachtungsepoche und den -ort reduziert werden. In der Auswertesoftware des Zenitkamarasystems sind die Algorithmen des Programmes *NOVAS-C 2.0* (Bangert und Kaplan, 1998) integriert, in denen die Transformation nach IAU 1980 (Anhang A.2) enthalten ist. Die verwendeten Funktionen `app_star` und `topo_star` zur Berechnung der scheinbaren bzw. topozentrischen Sternörter zur Beobachtungsepoche basieren auf einer strengen Vektor-Matrix-Formulierung, die ausführlich bei Kaplan *et al.* (1989) dokumentiert ist und eine Genauigkeit von 1 mas hat (Hirt, 2004, S. 72). Aus Platzgründen sind bereits bei Hirt (2004) die Reduktionen nur in vereinfachter Darstellung beschrieben. Die aktuelle Version ist *NOVAS-C 3.1* (Bangert *et al.*, 2011), wobei sich die wesentliche Änderung aus der Integration der Transformation

nach IAU 2006/2000 (Anhang A.3) ergibt. Aktuelle umfangreiche Darstellungen sind beispielsweise bei Seidelmann (2006) zu finden. Die Genauigkeit der Sternreduktionen wird mit 1 mas angegeben (Hirt, 2004, S. 72). Die Ergebnisse wurden mit anderen Implementierungen nach damaligem Stand verglichen, wobei sich Übereinstimmungen im Bereich von 1-2 mas ergaben (Hirt *et al.*, 2010b). Bei Hirt (2004, S. 135) werden Differenzen innerhalb von 5 mas genannt. Da sich Abweichungen in den Sternreduktionen direkt auf die astronomischen Koordinaten auswirken und die Differenzen von 5 mas außerhalb der Toleranz von 2 mas für systematische Abweichungen liegen, werden die Sternzeitberechnung und die Reduktion der Sternpositionen anhand der Transformation nach IAU 2006/2000 mit übergeordneter Genauigkeit im Rahmen dieser Arbeit verifiziert (Abschnitt 6.3.4).

Im Folgenden sind die Reduktionsschritte der Sternpositionen innerhalb der Auswertesoftware des Zenitkamarasystems dargestellt. Zunächst wird die Beobachtungsepoche t von der Zeitskala GPST in TT im Julianischen Datum berechnet (Anhang A.1). Da Parallaxen und Radialgeschwindigkeiten in den Sternkatalogen nicht verfügbar sind, müssen die Effekte der jährlichen Parallaxe im Rahmen der Sternreduktion vernachlässigt werden (Abschnitt 6.3.4). Die in den Sternkatalogen gegebenen Eigenbewegungen im Bereich weniger $0,1''$ /Jahr werden angebracht, sodass die Sterne nun zur Beobachtungsepoche vorliegen. Um die Positionen vom Baryzentrum in das Geozentrum zu transformieren, wird zum einen die relativistische Ablenkung des Lichtes aufgrund des gravitativen Einflusses der Sonne mit Amplituden von etwa 3 mas berücksichtigt, und zum anderen werden die Effekte der jährlichen Aberration in der Größenordnung von etwa $20''$ einbezogen. An die GCRS-Sternpositionen zur Beobachtungsepoche werden dann die Präzessions- und Nutationseffekte nach IAU 1980 einschließlich der EOP (Anhang A.2) angebracht. Diese besitzen die weitaus größten Amplituden mit mehreren $100''$ (Präzession) bzw. mehreren Bogensekunden (Nutation). Der Übergang vom Geozentrum zum Topozentrum erfolgt dann unter Anbringung der täglichen Aberration ($0,320''$ in Richtung der Rektaszension). Die Effekte der täglichen Parallaxe können im Rahmen von Sternbeobachtungen stets vernachlässigt werden (Torge, 2003, S. 24 und 151). Die radialsymmetrische Refraktion im Bereich von wenigen $0,1''$ wird durch den Maßstabsfaktor bei der Tangentialprojektion vollständig berücksichtigt (Hirt, 2004, S. 95 und 139). Somit erfolgt die Aufbereitung der Sternpositionen hinsichtlich der Beobachtungsepoche und des -ortes nach Abbildung 6.7 mit

$$(\alpha, \delta)(t_0) \rightarrow (\alpha, \delta)(t).$$

Zur Gegenüberstellung von planaren Bildkoordinaten und den topozentrischen Positionen der Referenzsterne werden die sphärischen Äquatorkoordinaten mit Hilfe einer Tangentialprojektion in ebene Koordinaten transformiert, die in der Astrometrie als Standardkoordinaten (ξ', η') ⁶ bezeichnet werden (Schödlbauer, 2000, S. 442). Im Rahmen von astrometrischen Aufgabenstellungen mit zentralperspektivischen Bildaufnahmen wird zumeist die Gnomonische Projektion verwendet, die weder winkel- noch flächentreu ist und Großkreise als Geraden abbildet. Die unvermeidlichen Verzerrungen verbleiben für die bei Zenitkameraaufnahmen kleinen Bildausschnitte im vernachlässigbaren Rahmen. Die Gleichungen für die Vorwärts- und Rückwärtstransformation der Koordinaten des Näherungswertes für den Zenitpunkt nach (6.2) als Berührungspunkt sowie ξ' und η' in Richtung der Rektaszension bzw. Deklination sind ursprünglich bei Seeber (1972) dargestellt. Nach Abbildung 6.7 gilt die symbolische Transformation

$$(\alpha, \delta) \leftrightarrow (\xi', \eta').$$

An dieser Stelle liegen einerseits die Bildkoordinaten (x, y) aus den CCD-Aufnahmen und andererseits die ebenen Standardkoordinaten des Referenzsternfeldes (ξ', η') vor. Im ersten Schritt besteht die Aufgabe darin, identische Punkte im Bild und im Referenzsternfeld zu finden. Dazu wird ein Ansatz über ähnliche Dreiecke benutzt, der ohne a-priori Informationen bzw. Bedingungen auskommt. Bei hinreichender Übereinstimmung der Seitenverhältnisse von jeweils 3 Sternen im Bild und im Referenzsternfeld gelten die Sterne als identifiziert. Da dieses Verfahren sehr rechenzeitintensiv ist, wird es nur für die hellsten Sterne durchgeführt. Alle weiteren Sterne werden über lineare Transformationen ausgehend von den bereits identifizierten Punkten zugeordnet. Als Kriterium für die Identifizierung wird das

⁶Um eine Verwechslung mit den Lotabweichungen (ξ, η) auszuschließen, wird den Standardkoordinaten hier ' zugefügt.

Dreifache der Bildkoordinatenmessgenauigkeit von etwa $0,3''$, also etwa $1,0''$ angesetzt. Eine detaillierte Darstellung ist bei Hirt (2004, S. 83-91) gegeben. Nach Abbildung 6.7 wird die Sternidentifizierung mit

$$(x, y) \leftrightarrow (\xi', \eta')$$

ausgedrückt.

Die Transformationsparameter zwischen Bild und Referenzsternfeld werden mit Hilfe aller identifizierten Sterne berechnet. Bei Untersuchungen zur Wahl des Transformationsansatzes stellte sich die ebene 4-Parametertransformation nach Helmert in Verbindung mit der präzisen Bildgeometrie des CCD-Sensors als ausreichend heraus. Ansätze mit mehr Parametern (affine oder projektive Transformation) ergaben keine signifikante Verringerung der Residuen (Hirt, 2004, S. 97). Neben den beiden Translationen zwischen Bild- und Standardkoordinatensystem wird eine Rotation zugelassen, die dem astronomischen Azimut des CCD-Sensors entspricht. Mit Hilfe des Maßstabsfaktors wird die radialsymmetrische Refraktion vollständig berücksichtigt, da sich deren Einfluss mit Größenordnungen von wenigen $1/10''$ bei Beobachtungen des zenitnahen Sternfeldes linear auf die Zenitdistanzen und daher auf die Bildkoordinaten auswirkt (Hirt, 2004, S. 95).

Mit den Transformationsparametern erfolgt die Interpolation der Drehrichtung iterativ. Als Startwert für die Bildkoordinaten der Drehrichtung wird in beiden Lagen $(x, y)_D^{I,II} = 0$ gewählt. Mit den vier Transformationsparametern für jede Lage ergeben sich aufgrund der Exzentrizität des CCD-Sensors abweichende Standardkoordinaten $(\xi', \eta')_D^{I,II}$ sowie mit der inversen Tangentialprojektion die sphärischen Äquatorkoordinaten $(\alpha, \delta)_D^{I,II}$ der Drehrichtung und mit (6.1) die astronomischen Koordinaten der Drehrichtung $(\Phi, \Lambda)_D^{I,II}$ im terrestrischen Bezugssystem ITRS. Mit dem Mittelwert der astronomischen Koordinaten aus beiden Lagen wird die Transformationsprozedur rückwärts durchlaufen, sodass für jede Lage unterschiedliche Bildkoordinaten der Drehrichtung $(x, y)_D^{I,II}$ vorliegen. Die Mittelwerte geben die Exzentrizität des CCD-Sensors wieder. Diese bilden die Startwerte für die folgende Iteration der Vorwärtstransformation. Diese Prozedur wird fortgeführt, bis die astronomischen Koordinaten der Drehrichtung $(\Phi, \Lambda)_D$ in beiden Lagen im Bereich von 1 mas übereinstimmen (zumeist nach 2 bis 3 Iterationen). Nach Abbildung 6.7 wird die Iteration der Interpolation der Drehrichtung vom Bildkoordinatensystem in das terrestrische Bezugssystem ITRS dargestellt mit

$$(x, y)_D^{I,II} \rightarrow (\xi', \eta')_D^{I,II} \rightarrow (\alpha, \delta)_D^{I,II} \rightarrow (\Phi, \Lambda)_D^{I,II} \rightarrow (\Phi, \Lambda)_D.$$

Für den Übergang von den astronomischen Koordinaten der Drehrichtung $(\Phi, \Lambda)_D$ auf die Zenitrichtung im terrestrischen Bezugssystem ITRS werden die tiefpassgefilterten Neigungswerte der HRTM-Sensoren benutzt. Das Verfahren ist beispielsweise in Hirt *et al.* (2010b) dokumentiert. Dabei müssen die in beiden Lagen (I,II) beobachteten Neigungswerte der beiden Sensoren $(1,2) (n_1, n_2)^{I,II}$ in Richtung der astronomischen Breite Φ orientiert werden. Die Orientierungen des Neigungssensors 1 in Lage (I,II) werden als Referenz angesetzt. Die Neigungswerte des zweiten Neigungssensors werden mit dem in der zälestischen Kalibrierung (Abschnitt 6.3.3) bestimmten Scherwinkel zwischen den beiden Neigungssensoren reduziert, der leicht von 90° abweicht. Die astronomischen Azimute in Lage I und II werden im Rahmen der Transformation zwischen Bild und Referenzsternfeld bestimmt. Die Differenz weicht zumeist von 180° ab. Die Berücksichtigung von Scherung und Umschlagwinkel innerhalb der Neigungskorrektur ist bei Hirt (2008) dargestellt. Mit diesen reduzierten Neigungswerten und Azimutdifferenzen werden die von der Lage unabhängigen Neigungswerte (n_1, n_2) bestimmt. Mit dem astronomischen Azimut der Lage I und der Orientierung des ersten Neigungssensors gegenüber dem CCD-Sensor, die ebenfalls im Rahmen der zälestischen Kalibrierung bestimmt wird, können die Neigungswerte als Korrekturen $(\delta\Phi, \delta\Lambda)_n$ bezüglich der astronomischen Koordinaten gebildet werden, und es ergibt sich nach Abbildung 6.7 der Übergang

$$(n_1, n_2)^{I,II} \rightarrow (\delta\Phi, \delta\Lambda)_n.$$

Zusätzlich muss berücksichtigt werden, dass sich die astronomischen Koordinaten der Drehrichtung $(\Phi, \Lambda)_D$ auf die Rotationsachse der Erde zur Beobachtungsepoche beziehen. Zum Übergang auf den

ITRS-Pol werden die als EOP bereitgestellten Polbewegungen (x_p, y_p) nach (2.3) angebracht. Dazu erfolgt die Multiplikation der Polbewegungsmatrix (A.15) mit dem Einheitsvektor der Lotrichtung (2.16). Nach Sigl (1978) ergibt der Vergleich mit der Taylorreihenentwicklung nach Abbruch des ersten Gliedes die bekannten Näherungsformeln, die beispielsweise bei Torge (2003, S. 151) gegeben sind. Ein Vergleich mit den exakten trigonometrischen Formeln ergibt Differenzen von weit unter 1 mas. Nach Abbildung 6.7 lautet der Übergang

$$(x_p, y_p) \rightarrow (\delta\Phi, \delta\Lambda)_p.$$

Mit Anbringung beider Korrekturen folgt aus der Drehrichtung schließlich die astronomische Lotrichtung zu

$$(\Phi, \Lambda)_D \rightarrow (\Phi, \Lambda).$$

6.3.3 Kalibrierungen

Im Rahmen von Kalibrierungen werden bekannte systematische Abweichungen des Messsystems bestimmt, durch deren Berücksichtigung die Abweichung zwischen Erwartungswert und wahren Wert minimiert wird. Im Hinblick auf das Zenitkamarasystem sind bei Hirt (2004, S. 108-129) drei Arten von Kalibrierungen ausführlich dargestellt. Die Azimutabhängigkeit der Lotrichtungsbestimmung, die im Rahmen der Azimutkalibrierung ermittelt wurde, konnte durch bauliche Weiterentwicklung vollständig überwunden werden (Abschnitt 6.3.1). Aktuell verbleiben damit die Verschlusskalibrierung und die zälestische Kalibrierung. Diese Verfahren sind ausführlich bei Hirt (2004, S. 108-129) und bei Somieski (2008, S. 51-71) dargestellt, sodass hier wiederum auf die detaillierte Beschreibung verzichtet wird und lediglich die Ergebnisse der durchgeführten Kalibrierungen im Beobachtungszeitraum 2006-2010 dargestellt werden.

Durch die Verschlusskalibrierung wird das Bewegungsverhalten des elektromechanischen Verschlusses modelliert, das zur Bestimmung des effektiven Belichtungszeitpunktes benötigt wird. Der Verschluss zeigt beim Öffnen und Schließen asymmetrische Verzögerungen in Abhängigkeit von der Temperatur, die mit Hilfe eines Laborversuches in einer Klimakammer bestimmt werden. Der Versuchsaufbau und die funktionalen Zusammenhänge sind bei Hirt (2004, S. 123-129) beschrieben. Als Ergebnis der Kalibrierung liegt die Verschlussverzögerung δt vor, um die die registrierte Zeit GPST in Abhängigkeit von der Temperatur korrigiert werden muss. Dabei ist zu berücksichtigen, dass sich eine Abweichung von 1 ms entsprechend der Erdrotation bezüglich der astronomischen Länge Λ mit 15 mas auswirkt.

Für den Beobachtungszeitraum von Oktober 2006 bis Oktober 2010 wurden vier Verschlusskalibrierungen durchgeführt. In Tabelle 6.4 und Abbildung 6.8 sind die Ergebnisse aller Kalibrierungen des im Juni 2005 eingebauten Verschlusses in Abhängigkeit von den Temperaturen 20°C, 10°C und 0°C zu finden. Zusätzlich sind in Abbildung 6.8 die Verschlussverzögerungen des alten Verschlusses dargestellt. Vereinzelt wurden auch Beobachtungen bei Minimaltemperaturen von bis zu -3°C durchgeführt,

Tabelle 6.4. Im Rahmen von Verschlusskalibrierungen bestimmte Verschlussverzögerungen in Abhängigkeit von der Temperatur

Datum	20°C	10°C	0°C
	[ms]	[ms]	[ms]
09.06.2005	15,86	15,98	16,09
08.11.2005	16,44	16,57	16,79
18.05.2006	17,88	18,95	19,33
23.08.2006	17,40	18,58	19,59
23.04.2007	17,98	18,56	20,30
28.02.2008	17,50	19,06	20,80
19.02.2011	18,00	18,83	-

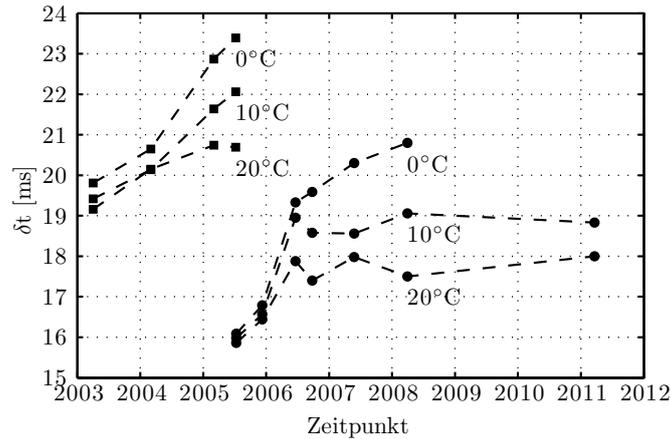


Abbildung 6.8. Verschlussverzögerungen des alten Verschlusses bis Juni 2005 und des aktuellen Verschlusses ab Juni 2005 in Abhängigkeit von der Temperatur

denen extrapolierte Verschlussverzögerungen zugeordnet wurden. Die Standardabweichungen der Verschlussverzögerungen betragen bei den durchgeführten Kalibrierungen 0,2-0,4 ms. Bei der Analyse der Ergebnisse ist zunächst festzustellen, dass die Verschlussverzögerung mit einer Größenordnung von etwa 20 ms in jedem Fall zu bestimmen ist. Beide Verschlüsse zeigen in den ersten beiden Jahren deutliche Anstiege der Verschlussverzögerungen um mehrere Millisekunden, wobei der Anstieg bei 0°C am stärksten ausgeprägt ist. Die Ursache für die Alterungserscheinungen liegt vermutlich in der mechanischen Abnutzung durch den stetigen Einsatz des Zenitkameranagements. Beim aktuellen Verschluss ist in den Folgejahren für die Temperaturen 20°C und 10°C kein signifikanter Anstieg der Verschlussverzögerungen festzustellen. Die maximalen Differenzen betragen 0,5-0,6 ms. Lediglich bei 0°C ist für den Zeitraum 2006-2008 ein weiterer leichter Anstieg von 1,5 ms zu erkennen. Bei der letzten Kalibrierung traten Probleme mit der Klimakammer auf, sodass für 0°C kein Wert bestimmt werden konnte. Hinsichtlich der durchgeführten Beobachtungen ist dieser Wert jedoch nur von untergeordneter Bedeutung, da in den Jahren 2009 und 2010 sämtliche Beobachtungen in den wärmeren Monaten zwischen April und Oktober durchgeführt wurden (Abschnitt 6.1). Zudem war die Anzahl der Beobachtungen in diesem Zeitraum wesentlich geringer als in den Vorjahren, sodass die Verschleißerscheinungen des Verschlusses nicht signifikant sein sollten, was die Werte für 10°C und 20°C auch bestätigen.

Im Rahmen der zälestischen Kalibrierung werden die Instrumenteneigenschaften der Neigungsmesser bezogen auf das Zenitkameranagements bestimmt. Neben den Maßstabsfaktoren der beiden Neigungsmesser m_1, m_2 werden deren Scherwinkel ϵ sowie der Orientierungswinkel β zwischen dem CCD-Sensor und dem ersten Neigungsmesser ermittelt, die zur Korrektur der Neigungswerte erforderlich sind (Abschnitt 6.3.2). Zur Bestimmung der Kalibrierungsparameter wird das Kameranagements bei der Messung um $\pm 100''$ aus der Lotrichtung abgelenkt, wodurch sich sowohl die astronomischen Koordinaten der Drehrichtung als auch die Neigungswerte verändern. Bei exakter Kalibrierung müssten diese Änderungen jeweils

Tabelle 6.5. Im Rahmen von zälestischen Kalibrierungen bestimmte Parameter der Neigungssensoren

Datum	m_1	m_2	ϵ [°]	β [°]
21.09.2006	1,0014	1,0166	89,3545	224,2812
12.08.2007	1,0039	1,0173	89,3133	222,2092
14.03.2008	0,9977	1,0163	89,3759	222,4332
10.03.2010	0,9971	1,0064	89,3013	222,2960
21.10.2010	0,9984	1,0148	89,4043	214,5752

identisch sein. Die Kalibrierparameter werden im Rahmen eines Gauß-Helmert-Modells (Niemeier, 2002, S. 152) bestimmt. Ausführliche Erläuterungen zur zälestischen Kalibrierung sind bei Hirt (2004, S. 108-117) zu finden. An dieser Stelle sind wiederum nur die Ergebnisse der durchgeführten zälestischen Kalibrierungen dargestellt.

Im Beobachtungszeitraum wurden zälestische Kalibrierungen an fünf Abenden durchgeführt. Die zälestische Kalibrierung wird spätestens immer dann notwendig, wenn die CCD-Kamera vom Zenitkamarasystem beispielsweise für die Verschlusskalibrierung abmontiert wurde, da sich beim erneuten Einbau die Orientierung zwischen dem CCD-Sensor und den Neigungsmessern signifikant verändert. Die Ergebnisse der zälestischen Kalibrierungen sind in Tabelle 6.5 dargestellt. Bei der Analyse der Parameter ist die Veränderung des Orientierungswinkels β deutlich festzustellen. Die Differenzen betragen bis zu 10° nach Aus- und Einbau der CCD-Kamera. Ohne Umbau vergleichbar sind lediglich die Orientierungswinkel der Kalibrierungen vom 14.03.2008 und 10.03.2010, deren Differenz $0,14^\circ$ beträgt und bei Standardabweichungen der Winkel von etwa $0,05^\circ$ nicht signifikant ist. Die Maßstabsfaktoren weichen bei Standardabweichungen von etwa $0,05\%$ signifikant von 1 ab. Die maximalen Differenzen betragen $1,1\%$ und unterliegen damit zeitlichen Veränderungen, die auf die starken Beanspruchungen im Außeneinsatz zurückzuführen sind. Die Scherwinkel weichen bei Standardabweichungen von etwa $0,04^\circ$ ebenfalls signifikant von der Orthogonalität ab. Die maximale Differenz von $0,10^\circ$ ist jedoch unter Beachtung der Standardabweichungen nicht signifikant.

6.3.4 Unsicherheitshaushalt

Aufgrund der Komplexität der Datenprozessierung kann für die astronomischen Koordinaten kein geschlossenes stochastisches Modell aufgestellt werden. Stattdessen werden die auftretenden systematischen und zufälligen Abweichungen in den einzelnen Prozessierungsschritten mit Größenangaben und entsprechenden Nachweisen benannt und schließlich als Unsicherheitshaushalt zusammengestellt. Nach Eliminierung bzw. weitgehender Reduktion der systematischen Abweichungen verbleiben zufällige Abweichungen in den Beobachtungen, die mit stochastischen Eigenschaften beschrieben werden können. Die wesentlichen Untersuchungen zum Unsicherheitshaushalt im Rahmen der Datenprozessierung des Zenitkamarasystems TZK2-D sind bei Hirt (2004, S. 130-148) sowie Hirt und Seeber (2008) zu finden. In diesem Zusammenhang sind als systematische Abweichungen bislang die anomale Refraktion und die Sternkataloge identifiziert worden. Im Rahmen dieser Arbeit wird die Identifikation und, wenn möglich, die Reduktion von systematischen Abweichungen in der Größenordnung von ≥ 2 mas angestrebt, die hinsichtlich der Zielgenauigkeit der astronomisch-topographischen Nivellements zu beachten ist.

Ein wesentliches Problem bei Zenitkamerabeobachtungen stellen systematische Abweichungen des gesamten Sternfeldes eines Bildes dar. Als systematische Abweichung bei der Bildkoordinatenbestimmung ist die Exzentrizität des CCD-Sensors bekannt, die jedoch durch Zweilagennmessung eliminiert wird. Die zentrale systematische Abweichung bilden die Refraktionseffekte. Während die radialsymmetrischen Refraktionseffekte vollständig durch den Maßstabsfaktor bei der Transformation vom Bildkoordinatensystem in das Referenzsternfeld berücksichtigt werden (Abschnitt 6.3.2), stellen die anomalen Refraktionseffekte (auch Zenitrefraktion oder asymmetrische Refraktion) Abweichungen von der Radialsymmetrie der Refraktion dar, die einen systematischen Richtungsversatz des gesamten Sternfeldes zur Folge haben und nicht eliminiert werden können. Empirische Untersuchungen zu den Refraktionsanomalien im Zusammenhang mit Zenitkamerabeobachtungen der TZK2-D sind bei Hirt (2006) zu finden. Dabei wurden die Effekte der anomalen Refraktion mit Hilfe von Dauerbeobachtungen in sechs aufeinander folgenden Nächten hinsichtlich Zeitskalen zwischen 20 Minuten und mehreren Stunden analysiert. Neben Variationen mit Amplituden von $0,05$ - $0,2''$ über mehrere Stunden in Form von Wellen sowie einzelnen Spitzen konnten zum Teil driftförmige Strukturen festgestellt werden. Zusätzlich trat ein Offset zwischen den jeweiligen Nachtmitteln der astronomischen Koordinaten und den über mehrere Jahre bestimmten Referenzkoordinaten von $0,042''$ in Nord-Süd-Richtung und $0,015''$ in Ost-West-Richtung auf, für die als Ursache saisonale, regionale Refraktionseffekte vermutet werden. Möglicherweise liegen diese Differenzen zum Teil jedoch auch in der Vernachlässigung der jährlichen

Parallaxe begründet (vgl. S. 95). Ein Zusammenhang mit Gezeiteneffekten (Abschnitt 5.1.1) konnte im Rahmen dieser Arbeit nicht festgestellt werden. Eine Reduktion der anomalen Refraktionseffekte kann durch Wiederholungsmessungen und Mittelbildung über mehrere Nächte, bestenfalls zu verschiedenen Jahreszeiten, erreicht werden, was allerdings auf die Effizienz des Beobachtungsverfahrens erhebliche negative Auswirkungen hat, insbesondere bei großen Stationsabständen. Da die astronomischen Koordinaten über die Refraktionseffekte zeitlich und räumlich miteinander korreliert sind, ist das Maß der Reduktion zudem beschränkt. Die Nutzung von Wetterdaten beispielsweise des ECMWF zur Berechnung atmosphärischer Refraktionseffekte auf die Lotabweichungsbeobachtungen ist denkbar, wurde bislang jedoch nicht durchgeführt (vgl. Abschnitt 5.1.3). Im Rahmen dieser Arbeit wird daher angenommen, dass diese systematische Abweichung durch den langen Beobachtungszeitraum von mehreren Jahren und die räumliche Distanz der Beobachtungsstationen von mehreren Kilometern keinen bzw. einen vernachlässigbaren systematischen Einfluss auf die astronomischen Koordinaten hinsichtlich des astronomischen Nivellements hat.

Die zufälligen Abweichungen bei der Bildkoordinatenmessung werden durch die verwendete Optik und den CCD-Sensor sowie durch die Methoden zur Extraktion der Sternzentren bestimmt. Die Präzision der Bildkoordinatenbestimmung eines einzelnen Sternzentrums lässt sich anhand von zwei Zenitaufnahmen mit identischen Sternen untersuchen. Bei Hirt (2004, S. 132-134) sind die Ergebnisse dieser Untersuchung dargestellt. Nach der Transformation einer Zenitaufnahme mit Hilfe identischer Sterne in beiden Aufnahmen liegen die Residuen der Sternzentren im Bereich von 0,1-0,2 Pixel, womit sich entsprechend dem Bildmaßstab von 1,86"/Pixel eine Richtungspräzision von $\sigma = 0,2-0,4''$ ergibt. Etwas größere Residuen treten bei Sternen mit Magnituden von $> 12-14$ auf. In den Residuen sind jedoch immer auch zusätzlich äußere Einflüsse durch die Atmosphäre enthalten. Dabei handelt es sich um hochfrequente Refraktionsanomalien, die als Szintillationseffekte bezeichnet werden. Die Bestimmung der Größenordnung dieser Effekte ist sehr schwierig. Anhand der Residuen werden sie mit 0,1-0,2" für Belichtungszeiten von 0,4 s abgeschätzt und haben im Hinblick auf die astronomischen Koordinaten zufällige Abweichungen zur Folge, da die Effekte auf einzelne Sterne untereinander nicht korreliert sind. Die Präzision von $\sigma = 0,2-0,4''$ für ein Sternzentrum wird daher durch die Benutzung vieler Sterne eines Bildes ($\gg 10$) und Mehrfachmessungen, typischerweise 2×50 Bilder, signifikant gesteigert.

Die Registrierung der Beobachtungsepoche mit dem GPS-Empfänger hat mit einer Genauigkeit von mindestens 1 μ s keinen Einfluss auf den Unsicherheitshaushalt der astronomischen Koordinaten. Die Bestimmung des effektiven Belichtungszeitpunktes unter Berücksichtigung des temperaturabhängigen Bewegungsverhaltens des elektromechanischen Verschlusses hat zufällige Abweichungen zur Folge. Die Präzision der bei der Verschlusskalibrierung bestimmten Verschlussverzögerung beträgt $\sigma = 0,2-0,4$ ms (Abschnitt 6.3.3). Neben der Präzision der Messreihe des Laborversuches (Abschnitt 6.3.3) müssen zusätzlich Unsicherheiten und Modellannahmen beim Versuchsaufbau berücksichtigt werden, womit bei Hirt (2004, S. 129) und Hirt *et al.* (2010b) insgesamt eine Standardabweichung von 0,8-1,0 ms für den effektiven Belichtungszeitpunkt abgeschätzt wird. Entsprechend der Erdrotation folgt daraus für die Präzision der astronomischen Länge eine Standardabweichung von 12-15 mas. Bei den Verschlussverzögerungen für die Temperaturen 20 und 10°C der letzten vier Kalibrierungen (Tabelle 6.4), die weitgehend unabhängig von verschiedenen Beobachtern durchgeführt wurden, zeigen sich maximale Differenzen von 0,6 bzw. 0,5 ms. Auf Grundlage dieser Ergebnisse wird davon ausgegangen, dass die damalige Abschätzung als pessimistisch eingestuft werden kann.

Im Rahmen dieser Arbeit wird die im Zenitkameranystem implementierte Transformation vom zälestischen in das terrestrische Bezugssystem nach IAU 1980 anhand des modernen Transformationsansatzes nach IAU 2006/2000 mit übergeordneter Genauigkeit evaluiert. In diesem Zusammenhang wird auch die Transformation des effektiven Belichtungszeitpunktes von GPST in die Sternzeit GAST getestet. Dabei fällt auf, dass beim Übergang von GMST auf GAST mit der Gleichung der Äquinoktien (Anhang A.1) eine verkürzte Nutationsreihenentwicklung mit einer Genauigkeit von 0,01", vermutlich zur Rechenzeiterparnis, in der Auswertesoftware integriert ist. Aufgrund der beschränkten Genauigkeit des Nutationsmodells kommt es dadurch zur gleichen systematischen Abweichung aller astronomischen Längen einer Messnacht sowie zu ähnlichen systematischen Abweichungen in zeitlich unmittelbar be-

nachbarten Messnächten. Mit den Algorithmen der *SOFA* Software (Bangert *et al.*, 2010) erfolgen die Berechnungen von GAST nach IAU 1980. Die Differenzen zwischen der im Zenitkamarasystem implementierten Berechnung von GAST und der *SOFA* Software werden nach (6.1) als Korrekturwerte an die astronomischen Längen angebracht und betragen für die Beobachtungen dieser Arbeit bis zu 6 mas (Abschnitt 6.4).

Die Genauigkeit der Positionen und Eigenbewegungen der Sterne in den Katalogen Tycho-2 und UCAC3 ist bereits in Abschnitt 6.3.2 dargestellt. Die zufälligen Abweichungen liegen in der Größenordnung von $\sigma = 7\text{-}60$ mas. Bei Zacharias *et al.* (2000a) sind Vergleiche der Sternpositionen zwischen UCAC1 und Tycho-2 in Abhängigkeit von den Magnituden dargestellt. Während die Differenzen einzelner Sternpositionen im Bereich zwischen 40 und 100 mas im Hinblick auf die astronomischen Koordinaten als relativ unkritisch anzusehen sind, schlagen sich die Differenzen von ganzen Sternfeldern in den Katalogen als systematische Abweichungen direkt in den astronomischen Koordinaten nieder. Während die Vergleiche zwischen UCAC1 und Tycho-2 systematische Abweichungen von ± 15 mas aufweisen (Zacharias *et al.*, 2000b), konnten diese bei UCAC2 auf etwa 5-10 mas verringert werden (Zacharias *et al.*, 2004) und betragen beim Vergleich von UCAC3 und Tycho-2 nunmehr etwa 5 mas in Abhängigkeit von den Magnituden, wobei möglicherweise Abweichungen von 1-2 mas/Magnitude in Tycho-2 selbst enthalten sind (Zacharias *et al.*, 2010). Der bislang nicht integrierte finale Sternkatalog UCAC4, der im August 2012 veröffentlicht wurde, soll unter anderem Aufschluss über die Ursachen für diese systematischen Abweichungen bringen. In Abschnitt 6.4 werden die Differenzen der mit UCAC3 und Tycho-2 prozessierten astronomischen Koordinaten analysiert.

Bei der Reduktion der Sternpositionen muss auf die Berücksichtigung des Effektes der jährlichen Parallaxe verzichtet werden, da in den Sternkatalogen Tycho-2 und UCAC3 aufgrund der geringen Genauigkeiten keine Parallaxen und Radialgeschwindigkeiten gegeben sind. Im Katalog Tycho-1 liegen jährliche Parallaxen für die Sterne vor. Auf dieser Datengrundlage sind bei Skorupa (2009) Analysen zur Berücksichtigung der jährlichen Parallaxe dargestellt, wobei die Effekte in Rektaszensions- und Deklinationsrichtung für 91% bzw. 98% aller Sterne unterhalb $0,1''$ verbleiben. Im Hinblick auf die aktuellen Zenitkamerabeobachtungen mit Sternen von Magnituden 10-14 sind diese Ergebnisse als pessimistisch anzusehen, da es sich bei den verwendeten Sternen mit einer maximalen Magnitude von 11 und Parallaxen ≥ 40 mas um Sterne aus dem Hipparcos-Katalog handelt. Bei Hirt (2004, S. 66 und 72) und Somieski (2008, S. 8) ist aufgeführt, dass aufgrund der großen Entfernungen der verwendeten Sterne die Effekte der jährlichen Parallaxe im Rahmen der aktuellen Zenitkamerabeobachtungen vernachlässigt werden können. Bei Hirt *et al.* (2010b) sind für die meisten Sterne von Magnituden 10-13, falls bekannt, Größenordnungen von ≤ 10 mas für die jährlichen Parallaxen genannt. Eine Referenz ist dafür jedoch nicht angegeben. Aufgrund der Bewegung der Erde um die Sonne mit der Periode eines siderischen Jahres haben die Effekte der jährlichen Parallaxe bei Nichtberücksichtigung systematische Abweichungen im Hinblick auf die astronomischen Koordinaten zur Folge. Bei Schmidt (2008) wurden die regelmäßig über mehrere Jahre durchgeführten Beobachtungen auf der astronomischen Referenzstation in Hannover (Hirt und Seeber, 2008) hinsichtlich möglicher Restsystematiken analysiert. Im Rahmen einer harmonischen Regressionsanalyse wurde eine signifikante Schwingung mit einer Periode von 362 Tagen und einer Amplitude von $0,021''$ in der astronomischen Länge aufgedeckt, für die keine Erklärung gefunden werden konnte. Möglicherweise könnten jedoch Effekte der jährlichen Parallaxe eine Ursache für diese Schwingung sein. Bei Hirt (2006) sind Abweichungen zwischen den Nachtmitteln und den astronomischen Referenzkoordinaten in der gleichen Größenordnung zu finden (vgl. S. 94). Mit der geplanten Satellitenmission Gaia werden die Parallaxen aller beobachteten Sterne bestimmt, sodass die Reprozessierung der Beobachtungen auf der Referenzstation mit den zukünftigen Sternkatalogen auf Grundlage der Gaia-Mission hierüber Aufschluss geben könnte.

Die in der Auswertesoftware des Zenitkamarasystems integrierten Algorithmen des Programmes *NOVAS-C 2.0* liefern die Reduktionen der Sternpositionen mit einer Genauigkeit von 1 mas (Hirt, 2004, S. 72). Darin ist die Transformation vom zälestischen in das terrestrische Bezugssystem nach IAU 1980 enthalten, für die eine Genauigkeit von 1 mas angegeben wird (McCarthy, 1996, S. 22). Bei Vergleichen mit zur damaligen Zeit verfügbaren Programmpaketen (*SOFA*, *SLALIB*, *Astro-Toolbox*)

traten Differenzen von bis zu 5 mas auf (Hirt, 2004, S. 135). Im Rahmen dieser Arbeit wurde daher die Transformation vom zälestischen in das terrestrische Bezugssystem anhand aktueller Algorithmen der *SOFA* Software überprüft, die den Ansatz nach IAU 2006/2000 enthalten. Bei Vergleichen der im Zenitkamasystem implementierten Berechnung und der *SOFA* Software treten Differenzen von maximal 6 mas in den astronomischen Koordinaten auf. Mit der Korrektur der Berechnung von GAST nach IAU 1980 mit Hilfe der *SOFA* Software (S. 95) ergibt sich eine deutliche Reduktion der Differenzen in den astronomischen Koordinaten, die nunmehr im Bereich weniger 1/10 mas liegen, sodass der Transformationsansatz bei korrekter Implementierung hinsichtlich der Zielgenauigkeit der astronomisch-topographischen Nivellements keine Rolle spielt und lediglich hinsichtlich der bereitgestellten EOP zu beachten ist (Anhang A.4).

Die Unsicherheit der Drehrichtung unterliegt allen bislang geschilderten systematischen und zufälligen Abweichungen. Die Präzision der astronomischen Koordinaten der Drehrichtung kann unter der Bedingung stabiler Neigungswerte bestimmt werden (Hirt, 2004, S. 137). Dabei ist eine Abhängigkeit von der Anzahl der benutzten Sterne festzustellen. Die Präzision beträgt für eine einzelne Bestimmung mit etwa 50 Sternen $\sigma = 0,15-0,30''$ (Hirt und Seeber, 2008). Durch die Beobachtung von zumeist 50 Bildpaaren kann eine entsprechende Steigerung der Präzision für den Mittelwert der Einzelbestimmungen erreicht werden. Aufgrund der genannten systematischen Abweichungen, insbesondere der anomalen Refraktionseffekte, lässt sich darüber hinaus jedoch nicht bzw. nur teilweise die Genauigkeit durch weitere Beobachtungen steigern.

Abweichungen von den im Rahmen der zälestischen Kalibrierung bestimmten Eigenschaften der HRTM-Sensoren wirken sich bezogen auf das Zenitkamasystem im Zusammenhang mit den Neigungskorrekturen systematisch aus. Dabei ist die Untersuchung des Einflusses der zeitlichen Variationen der im Rahmen der zälestischen Kalibrierung bestimmten Parameter (Tabelle 6.5) auf die Neigungswerte in Nord-Süd- und Ost-West-Richtung von entscheidender Bedeutung. Bei üblichen Neigungswerten von $5''$ haben die maximalen Variationen der Maßstabsfaktoren und des Scherwinkels Auswirkungen von 50 mas bzw. 10 mas auf die Neigungswerte in Abhängigkeit von der Azimutrichtung. Da das Zenitkamasystem auf jeder Station in beliebiger Azimutrichtung aufgestellt wird, kann davon ausgegangen werden, dass die Variationen der Parameter hinsichtlich der astronomischen Koordinaten für das astronomische Nivellement zufällige Abweichungen zur Folge haben. Der Nullpunktfehler der Neigungsmesser wird mit Hilfe der Zweilagennmessung eliminiert und eine mögliche Nullpunktdrift während der Messung mit der Messanordnung in den Lagen I-II-II-I reduziert. Weitere Unsicherheiten können zum einen durch die Mikroseismik hervorgerufen werden, die mit Hilfe einer Tiefpassfilterung und der Grenzfrequenz von 0,1 Hz reduziert wird. Zum anderen variieren die Lotrichtungen aufgrund von Erdzeiten, die in bisherigen Arbeiten zu aktuellen Zenitkamerabeobachtungen nicht berücksichtigt worden sind. Zwar sind diese mit Amplituden von $\pm 0,02-0,03''$ im Vergleich zu den anomalen Refraktionseffekten geringer, doch wirken sie sich, insbesondere in Nord-Süd-Richtung aufgrund des permanenten Anteils von etwa $0,01''$, systematisch im Hinblick auf die astronomisch-topographischen Nivellements aus. Die zufälligen Abweichungen sowie empirische Genauigkeitsnachweise der Neigungsmessung sind bei Hirt (2004, S. 141-143) dargestellt. Für die Neigungswerte wird eine Präzision von $\sigma = 0,04-0,05''$ angegeben (Hirt und Seeber, 2008). Die Genauigkeiten der als EOP bereitgestellten Parameter für die Polbewegungskorrektur liegen deutlich unter 1 mas und spielen im Unsicherheitshaushalt der astronomischen Koordinaten keine Rolle.

In Tabelle 6.6 sind die identifizierten systematischen Abweichungen aufgezählt, die sich bei Zenitkamerabeobachtungen mit einer Größenordnung von ≥ 2 mas auf die astronomische Koordinaten der Lotrichtung auswirken. Im Rahmen dieser Arbeit wird zum einen die systematische Abweichung bei der Berechnung der Sternzeit GAST durch die Beseitigung von Approximationen in der Auswertesoftware überwunden (Abschnitt 6.4). Zum anderen werden die Gezeiteneffekte mit hinreichender Genauigkeit berechnet (Abschnitt 5.1.1). Die systematischen Abweichungen zwischen den Sternkatalogen Tycho-2 und UCAC3 werden analysiert (Abschnitt 6.4). Eine endgültige Klärung der Ursache bzw. die Beseitigung soll mit dem finalen Sternkatalog UCAC4 erfolgen. Die wesentliche systematische Abweichung durch die anomalen Refraktionseffekte kann jedoch nicht eliminiert werden. Unter Berücksichtigung

Tabelle 6.6. Systematische Abweichungen im Rahmen der Bestimmung der astronomischen Koordinaten der Lotrichtung mit dem Zenitkamarasystem TZK2-D

Systematische Abweichungen	Größenordnung ["]
Anomale Refraktion	0,05-0,2
Sternzeitberechnung	< 0,01
Jährliche Parallaxe	\leq 0,01-0,02
Sternkataloge	0,005
Erdgezeiten	0,02-0,03

des großen Umfanges der Messkampagnen dieser Arbeit und der damit verbundenen notwendigen Effizienz des Beobachtungsverfahrens ist zudem die Reduktion dieses Effektes durch Mehrfachbesetzungen jeder Station zu verschiedenen Jahreszeiten nicht möglich. Somit verbleiben die während der Beobachtung auftretenden anomalen Refraktionseffekte in den astronomischen Koordinaten, doch kann davon ausgegangen werden, dass die Effekte aufgrund der Stationsabstände von mehreren Kilometern und des Beobachtungszeitraums über mehrere Jahre hinsichtlich der Zielgenauigkeit der astronomisch-topographischen Nivellements keinen signifikanten Einfluss haben. Die Effekte der jährlichen Parallaxe werden in den bisherigen Arbeiten als vernachlässigbar eingestuft. Aufgrund der momentanen Unkenntnis der Parallaxen der benutzten Sterne müssen diese Effekte auch weiterhin vernachlässigt werden und verbleiben ebenfalls in den astronomischen Koordinaten. Allerdings sind die zu erwartenden Amplituden von maximal 0,01-0,02" wesentlich geringer als die der anomalen Refraktionseffekte.

In Tabelle 6.7 sind die zufälligen Abweichungen im Rahmen der Zenitkamerabeobachtungen zusammengestellt. Den größten Beitrag der zufälligen Abweichungen hat die Bestimmung der astronomischen Koordinaten der Drehrichtung aus den extrahierten Sternzentren. Für eine höhere Präzision wäre aus instrumententechnischer Sicht ein CCD-Sensor mit höherer Auflösung denkbar. Hierzu sind bei Luhmann (2010) aktuelle Angaben zu finden. Aktuelle Sensoren haben ein Genauigkeitspotenzial bezüglich der Bildkoordinatenmessung von bis zu 0,2 μm . Allerdings muss in Verbindung mit der höheren Auflösung des CCD-Sensors ebenfalls gleichzeitig die Qualität der optischen Abbildung, also das Auflösungsvermögen des Objektivs, verbessert werden. Problematisch ist hierbei aus praktischer Sicht eine größere Brennweite (längeres Objektiv). Digitale Auswertelgorithmen zur Bildkoordinatenmessung haben ein aktuelles Genauigkeitspotenzial bis zu 1/100 Pixel. Ein wesentlicher Nachteil ist jedoch die fehlende Möglichkeit der Nachführung des Zenitkamarasystems, wodurch die Belichtungszeiten aufgrund der Erdrotation streng begrenzt sind. Es existieren jedoch, wie bei Hirt (2004, S. 166) beschrieben, CCD-Sensoren mit Drift-Scan-Imaging-Technik, die die Nachführung elektronisch realisieren, ohne dass das Zenitkamarasystem bewegt werden muss. Dadurch wären wesentlich längere Belichtungszeiten möglich, wodurch sich das Signal-Rausch-Verhältnis bei der Bildkoordinatenmessung wesentlich verbessern ließe.

Durch die Benutzung vieler Sterne ($\gg 10$) und Mehrfachmessungen lässt sich die Präzision des

Tabelle 6.7. Zufällige Abweichungen einer Einzelbestimmung der astronomischen Koordinaten der Lotrichtung mit dem Zenitkamarasystem TZK2-D

Zufällige Abweichungen	Standardabweichung ["]
Detektion und Extraktion eines Sternzentrums	0,2-0,4
Belichtungszeitpunkt	0,015
Sternkataloge	0,007-0,06
Reduktion der Sternpositionen	0,001
Neigungsmessung	0,04-0,05

Mittelwertes für die astronomischen Koordinaten erheblich steigern. Die Präzision ist anhand von regelmäßigen Beobachtungen über mehrere Jahre auf einer astronomischen Referenzstation in Hannover eingehend untersucht worden (Hirt und Seeber, 2008). Die Standardabweichung einer Einzelbestimmung beträgt $0,2''$. Für die Mittelwerte aus 50 bzw. 100 Bildpaaren ergeben sich Standardabweichungen von $0,06$ - $0,07''$ bzw. $0,05''$. Aufgrund der zeitlichen und räumlichen Korrelationen, im Wesentlichen durch Effekte der anomalen Refraktion, führen weitere Beobachtungen jedoch zu keiner weiteren Steigerung der Genauigkeit. Im Rahmen von Messkampagnen wurden Doppelmessungen auf mehreren Stationen analysiert, die in verschiedenen Nächten besetzt wurden. Die Standardabweichung der Differenzen beträgt hier $0,08$ - $0,09''$ auf 39 Stationen im Harz (Hirt *et al.*, 2008) und auf 138 Stationen am Mittellandkanal (Hirt, 2009).

Im Rahmen dieser Arbeit wurden zur Qualitätskontrolle und Überprüfung der Stabilität des Messsystems während des Beobachtungszeitraumes 2006-2010 weitere Beobachtungen auf der astronomischen Referenzstation in Hannover durchgeführt. Die Statistiken der 29 Beobachtungen (Mittelwerte aus 50 Bildpaaren) für die Lotabweichungskomponenten ξ und η in 16 verschiedenen Nächten sind in Tabelle 6.8 dargestellt. Für einen konsistenten Vergleich auf Basis statischer Lotabweichungskomponenten ξ_{statisch} und η_{statisch} werden die zeitlichen Variationen der astronomischen Koordinaten Φ und λ nach Abschnitt 5.1.2 berücksichtigt. In Abbildung 6.9 sind die zeitlichen Variationen während der Beobachtungszeitpunkte auf der Referenzstation veranschaulicht. Neben den hochfrequenten gezeitenbedingten Variationen (Abschnitt 5.1.1) werden die Differenzen aufgrund der Bezugssysteme (Abschnitt 5.1.2) durch Reduktion auf die Epoche der ersten Beobachtung (21.09.2006) berücksichtigt. Zusätzlich werden die Korrekturen der Sternzeitberechnung GAST angebracht (S. 95 und Tabelle 6.6). Die Statistiken der Lotabweichungskomponenten ξ_{statisch} und η_{statisch} sind ebenfalls in Tabelle 6.8 dargestellt, wobei der permanente Anteil der Gezeiteffekte in Nord-Süd-Richtung restituiert wurde. Die Standardabweichungen von $0,04''$ bzw. $0,06$ - $0,07''$ geben die hohe Präzision der Beobachtungen wieder und stimmen mit den Untersuchungen von Hirt und Seeber (2008) überein. Weiterhin ist jedoch zu erkennen, dass sich die Standardabweichungen der Lotabweichungskomponenten durch die Anbringung der zeitlichen Variationen nicht verringern, was im schlechten Signal-Rausch-Verhältnis zwischen den zeitlichen Variationen und den zufälligen Abweichungen begründet liegt. Beim Übergang auf Quasigeoidhöhen mit dem astronomisch-topographischen Nivellement sind die zeitlichen Variationen jedoch dringend zu berücksichtigen (Abschnitt 8.1). Die Differenzen zwischen den statischen Mittelwerten zur Epoche 21.09.2006 und dem Mittelwert der Lotabweichungskomponenten der astronomischen Referenzstation von $\xi = 6,502''$ und $\eta = 1,101''$ (Hirt und Seeber, 2008) betragen maximal $0,014''$ und sind nicht signifikant.

Entlang der Profile wurden im Rahmen dieser Arbeit insgesamt 51 Beobachtungsstationen doppelt besetzt. Auf 13 Beobachtungsstationen ergab die Analyse der Beobachtungsdaten die Notwendigkeit für eine erneute Beobachtung. Die herabgesetzte Qualität der Beobachtungsdaten offenbarte sich in unscharfen Bildern und bzw. oder in einer geringen Anzahl von identifizierten Referenzsternen aufgrund Veränderungen der äußeren Bedingungen (Temperatur, Wolken, Nebel) während des Beobachtungszeitraumes. Weiterhin traten insbesondere bei geringen Temperaturen gelegentlich technische Probleme an den Sensoren auf, die sich beispielsweise in sehr hohen Neigungswerten von $100''$ und mehr äußerten. Bei der Analyse der wiederholten Beobachtungen auf diesen 13 Stationen traten typische Differenzen von bis zu $0,5''$ auf, die als grob fehlerhafte Beobachtungen erkannt und eliminiert wurden. Weitere

Tabelle 6.8. Statistik der beobachteten Lotabweichungskomponenten auf der astronomischen Referenzstation in Hannover

Komponente	Anzahl	Mittel ["]	Std ["]	RMS ["]	Min ["]	Max ["]
ξ	29	6,489	0,043	6,489	6,401	6,590
ξ_{statisch}	29	6,488	0,042	6,488	6,390	6,578
η	29	1,100	0,063	1,101	0,991	1,228
η_{statisch}	29	1,100	0,066	1,102	0,984	1,230

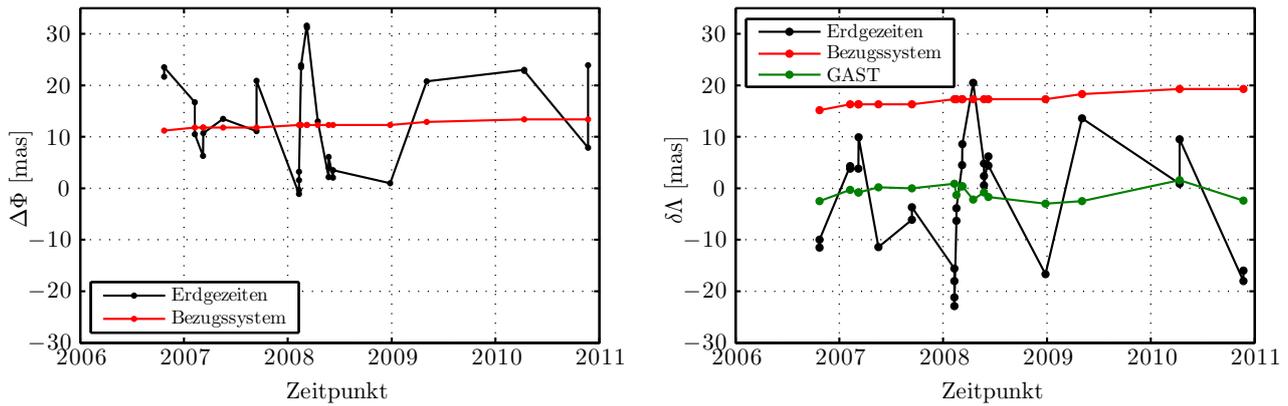


Abbildung 6.9. Reduktionen der zeitlichen Variationen der astronomischen Breiten (links) und Längen (rechts) für die Beobachtungen auf der astronomischen Referenzstation in Hannover

Tabelle 6.9. Statistik der Differenzen der Lotabweichungskomponenten aus Doppelbeobachtungen (1. – 2. Besetzung) in verschiedenen Nächten entlang der regionalen Profile

Komponente	Anzahl	Mittel ["]	Std ["]	RMS ["]	Min ["]	Max ["]
$\Delta\xi$	38	-0,009	0,100	0,099	-0,208	0,209
$\Delta\xi_{\text{statisch}}$	38	-0,007	0,101	0,100	-0,193	0,224
$\Delta\eta$	38	0,018	0,094	0,094	-0,246	0,254
$\Delta\eta_{\text{statisch}}$	38	0,010	0,098	0,098	-0,272	0,239

38 Stationen wurden doppelt besetzt, um die Qualität solcher Beobachtungen zu analysieren, deren Beobachtungsdaten keine Auffälligkeiten zeigten. In Tabelle 6.9 ist die Statistik der Differenzen der Lotabweichungskomponenten aus Doppelbeobachtungen in verschiedenen Nächten ohne und mit Berücksichtigung der zeitlichen Variationen dargestellt. Die RMS-Differenzen betragen in Übereinstimmung mit Hirt *et al.* (2008) und Hirt (2009) 0,09-0,10". Die maximalen Differenzen liegen innerhalb der dreifachen Standardabweichung und werden somit als zufällig eingestuft. Durch die Berücksichtigung der zeitlichen Variationen vergrößern sich die RMS-Differenzen der Lotabweichungskomponenten ξ und η leicht um 1 bzw. 4 mas. Die Mittelwerte liegen jedoch um 2 bzw. 8 mas näher an Null.

Während diese Untersuchungen hinsichtlich der Beurteilung der Präzision geeignet sind, lassen die Ergebnisse keine Rückschlüsse auf die Genauigkeit des Messsystems zu. Die Genauigkeit der astronomischen Koordinaten der Lotrichtung wird mit 0,08" für einen Mittelwert aus 50 Bildpaaren angegeben (Hirt und Seeber, 2008; Hirt *et al.*, 2010b). Zur Untersuchung der Genauigkeit der astronomischen Koordinaten wurden bislang einzelne Vergleichsmessungen mit externen Daten durchgeführt (Hirt, 2004, S. 149-154). Die Standardabweichungen lagen dabei im Bereich von etwa 0,10-0,15". Jedoch sind die wenigen Vergleichsdaten nicht von übergeordneter Qualität. Im Rahmen dieser Arbeit wird ein umfassender Vergleich zwischen astrogeodätischen und gravimetrischen Lotabweichungen aus dem EGG2008 auf allen Beobachtungsstationen durchgeführt (Abschnitt 7.1).

6.4 Zusammenstellung der prozessierten Beobachtungen

In Anhang B sind die im Rahmen dieser Arbeit prozessierten Beobachtungen auf den Stationen entlang der verschiedenen Varianten der Profile aufgelistet. Darüber hinaus erhalten die Beobachtungen einen DOI-Namen (Digital Object Identifier) und sind damit eigenständig zitierbar sowie langfristig digital verfügbar. Die astronomischen Koordinaten (Φ, Λ) wurden mit dem Zenitkameranystem TZK2-D

beobachtet und mit der Software *AURIGA-ZC* prozessiert.

In Abbildung 6.10 sind die astronomischen Längendifferenzen aufgrund der Korrektur der Sternzeitberechnung GAST in der Auswertesoftware (Abschnitt 6.3.4) exemplarisch entlang des ursprünglichen Nord-Süd-Profiles NS 1.0 und des ursprünglichen West-Ost-Profiles WO 1.0 illustriert. Durch die beschränkte Genauigkeit des in *AURIGA-ZC* implementierten Nutationsmodells ergeben sich systematische Differenzen der astronomischen Längen im Bereich von ± 6 mas. Die Mittelwerte der Korrekturen betragen über die gesamten Profillängen maximal 1 mas. Im Hinblick auf die Toleranz systematischer Abweichungen von 2 mas (1 mm/100 km) für die astronomisch-topographischen Nivellements sind jedoch signifikante Abweichungen beispielsweise im Profilschnitt zwischen 300 und 400 km entlang WO 1.0 (Abbildung 6.10, rechts) zu beachten. Daher wurden die Korrekturen in die im Anhang aufgelisteten astronomischen Längen integriert.

Die astronomischen Koordinaten wurden unter Verwendung der Sternkataloge UCAC3 und Tycho-2 prozessiert. In den Tabellen 6.10 und 6.11 sind die Differenzen $\delta\Phi$ bzw. $\delta\Lambda$ entlang der verschiedenen Profilvarianten dargestellt. Für den Vergleich wurden Beobachtungen auf einzelnen Stationen aus den sternärmeren Monaten April und Mai entfernt, da die Anzahl der identifizierten Sterne in Verbindung mit dem Katalog Tycho-2 für die Prozessierung nicht ausreichend war. Die RMS-Differenzen liegen zwischen $0,02''$ und $0,05''$. Die höheren Differenzen entlang des West-Ost-Profiles sind darauf zurückzuführen, dass ein wesentlicher Teil der Beobachtungen im sternärmeren Frühjahr durchgeführt wurde, wodurch die Prozessierungen mit dem Katalog Tycho-2 unter Nutzung wesentlich weniger Sterne durchgeführt wurden und von herabgesetzter Qualität sind. Die Mittelwerte der Differenzen der astronomischen Koordinaten Φ und Λ liegen absolut bei 3-4 mas bzw. 1-3 mas entlang der Nord-Süd-Profile sowie bei 8 mas bzw. 2 mas entlang der West-Ost-Profile. Während die Mittelwerte der astronomischen Längendifferenzen $\delta\Lambda$ allesamt nicht signifikant von Null abweichen, sind die Mittelwerte der astronomischen Breitendifferenzen $\delta\Phi$ mit Ausnahme von NS 2.0 anhand der Studentischen t -Verteilung (Bronstein *et al.*, 1996, S. 92) mit einer Sicherheitswahrscheinlichkeit von 95% als signifikant ungleich Null zu bewerten. Im Hinblick auf die astronomisch-topographischen Nivellements in Nord-Süd-Richtung ergeben sich damit maximale systematische Differenzen von 2 mm/100 km, die berücksichtigt werden sollten. Die Ergebnisse stimmen mit den Untersuchungen der systematischen Differenzen zwischen den Sternkatalogen bei Zacharias *et al.* (2010) überein (Abschnitt 6.3.4). Eine Klärung der systematischen Differenzen ist jedoch im Rahmen dieser Arbeit nicht möglich, sondern ist für den finalen Sternkatalog UCAC4 geplant (Zacharias *et al.*, 2010). Aufgrund des wesentlich größeren Sternvorrates werden im Rahmen dieser Arbeit ausschließlich die Prozessierungen mit dem Sternkatalog UCAC3 verwendet, die auch in Anhang B aufgelistet sind.

Die Bestimmung der astronomischen Koordinaten erfolgte aus Sternörterern im ICRS in Verbindung mit Erdorientierungsparametern aus der mit dem ITRF2005 konsistenten Langzeitserie EOP 05 C04 (IAU 1980) nach Anhang A.4. Damit liegen diese bezüglich des ITRF2005 zur jeweiligen Beobachtungsepoche vor (Abschnitt 5.1.2). Sämtliche zeitlichen Variationen sind in den gegebenen astronomischen Koordinaten enthalten. Zum Zwecke der Reduktion zeitlicher Variationen nach Abschnitt 5.1 sind daher zusätzlich die Beobachtungsepochen (Datum, Zeit [UT]) gegeben. Die Angabe von sieben Dezimalstellen entspricht einer Genauigkeit von $0,36$ mas und ist in Bezug auf die Genauigkeit der

Tabelle 6.10. Statistik der Differenzen der astronomischen Breiten Φ aus den Prozessierungen mit den Sternkatalogen UCAC3 und Tycho-2

$\Delta\Phi$	Anzahl	Mittel ["]	Std ["]	RMS ["]	Min ["]	Max ["]
NS 1.0	161/161	-0,004	0,022	0,022	-0,064	0,100
NS 1.1	204/208	-0,003	0,022	0,022	-0,064	0,100
NS 2.0	210/216	-0,003	0,023	0,023	-0,064	0,100
WO 1.0	127/133	-0,008	0,028	0,029	-0,090	0,106
WO 2.0	148/154	-0,008	0,027	0,028	-0,090	0,106

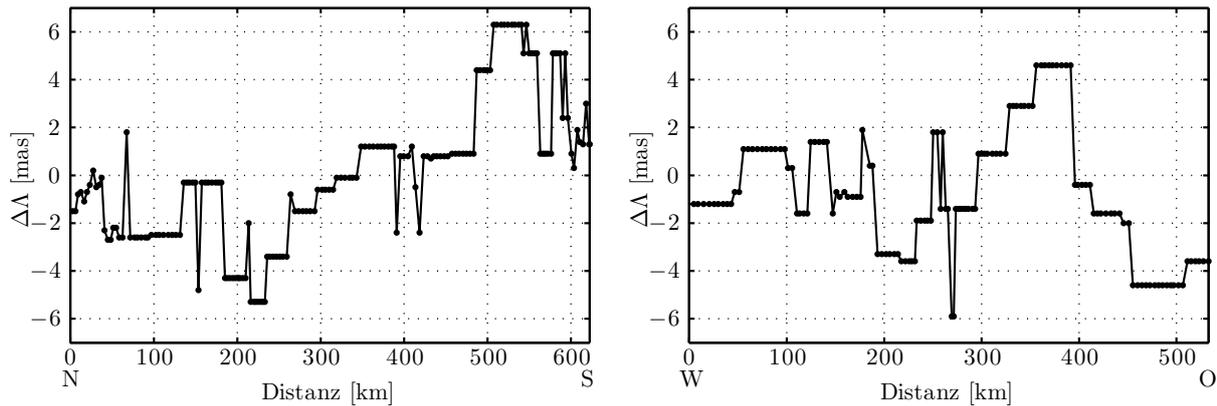


Abbildung 6.10. Astronomische Längendifferenzen $\delta\lambda$ aus der Korrektur der Sternzeitberechnung GAST entlang NS 1.0 (links) und WO 1.0 (rechts)

Tabelle 6.11. Statistik der Differenzen der astronomischen Längen λ aus den Prozessierungen mit den Sternkatalogen UCAC3 und Tycho-2

$\Delta\lambda$	Anzahl	Mittel ["]	Std ["]	RMS ["]	Min ["]	Max ["]
NS 1.0	161/161	-0,001	0,040	0,040	-0,146	0,093
NS 1.1	204/208	-0,003	0,039	0,039	-0,146	0,093
NS 2.0	210/216	-0,002	0,040	0,040	-0,146	0,100
WO 1.0	127/133	-0,002	0,047	0,047	-0,186	0,149
WO 2.0	148/154	-0,002	0,043	0,043	-0,137	0,149

Lotabweichungskomponenten nicht mehr signifikant. Jedoch ist damit gesichert, dass in die Quasi-geoidhöhen aus den astronomisch-topographischen Nivellements keine Rundungsfehler einfließen. Die ellipsoidischen Koordinaten entstammen dem Hochpräzisen Echtzeit-Positionierungs-Service SAPOS-HEPS der Vermessungsverwaltungen der Länder (Abschnitt 6.3.1). Die Gezeiteneffekte (Erdgezeiten, Ozeanauflasten, Polgezeiten) wurden im Rahmen der Echtzeitvernetzung berücksichtigt, sodass die Koordinaten im ETRS89 bezüglich eines konventionellen gezeitenfreien Systems vorliegen (Abschnitt 5.1.2). Die Einflüsse der verschiedenen Bezugsrahmen des ETRS89 und deren Stationsgeschwindigkeiten sind im Rahmen dieser Arbeit vernachlässigbar. Daher wird auf die Angabe der Beobachtungsepochen verzichtet (vgl. Abschnitt 2.4.1). Die Angabe von sieben Dezimalstellen entspricht der Genauigkeit von 1 cm an der Erdoberfläche und gibt die Genauigkeit der ellipsoidischen Koordinaten wieder.

In Tabelle B.1 sind die prozessierten Beobachtungen auf den Stationen entlang des verdichteten Nord-Süd-Profiles NS 1.1 aufgelistet. Die Beobachtungen der ersten 17 Stationen (101-197) und der letzten 7 Stationen (113-200) mit einem durchschnittlichen Stationsabstand von 3-4 km entstammen den umfangreichen Datensätzen der lokalen Profilbeobachtungen im Harz bzw. im Estergebirge (Hirt und Flury, 2008; Hirt *et al.*, 2008) und wurden unter Beachtung einheitlicher Parameter im Rahmen dieser Arbeit neu prozessiert. Die GPS-Nivellementpunkte 230, 2146 und 8533 wurden nachträglich eingefügt und im Rahmen der vorangegangenen Projekte nicht berücksichtigt. Die vierstelligen Nummern stellen die Exzentren der durchlaufenden GPS-Nivellementpunkte dar (vgl. Abbildung 6.1), während die fortlaufenden Nummern 499-615 neue Beobachtungsstationen entlang des ursprünglichen Nord-Süd-Profiles NS 1.0 anzeigen. Die Nummern 100-110, 200-217 und 300-317 bilden die 47 Stationen der Verdichtung. Dabei sind die Nummern 100-110 nicht mit den obigen Stationen am Anfang und Ende des Profils aus den vorangegangenen Projekten zu verwechseln. In Tabelle B.2 sind die Beobachtungen entlang des alternativen Nord-Süd-Profiles NS 2.0 verzeichnet. Den ursprünglich vierstelligen Nummern der zusätzlichen Geodätischen Grundnetzpunkte (GKP) aus der DHHN-Erneuerung wurde zur Unterscheidung von den

GPS-Nivellementpunkten eine zusätzliche Null hinzugefügt. Die neuen Stationen zum Anschluss des jeweiligen GGP an die bestehenden Profile wurden durch De- bzw. Inkrementierung der ersten Stelle nummeriert, z.B. GGP 58600 mit zusätzlichen Stationen 486 und 686. In den Tabellen B.3 und B.4 sind die Beobachtungen entlang der West-Ost-Profile WO 1.0 und WO 2.0 dargestellt. Die Exzentren der GPS-Nivellementpunkte tragen vierstellige Nummern sowie die Nummern 651, 230, 115, 70, 84 und 72 (vgl. Abbildung 6.1). Die neuen Beobachtungsstationen sind mit den fortlaufenden Nummern 500-609 versehen, während die GGP der DHHN-Erneuerung wiederum fünfstelligen Nummern haben und deren Anschlussstationen nach dem gleichen Schema wie entlang von NS 2.0 nummeriert sind.

In Abbildung 6.11 sind die aus den aufgelisteten astronomischen und ellipsoidischen Koordinaten gebildeten astrogeodätischen Lotabweichungskomponenten in linearer Approximation nach (3.49) entlang der verschiedenen Profile nach den Abbildungen 6.1 und 6.2 dargestellt. In Tabelle 6.12 sind die entsprechenden Statistiken der Lotabweichungskomponenten angegeben. Entlang der Nord-Süd-Profile NS 1.1 und NS 2.0 der Tabellen B.1 und B.2 liegen die Lotabweichungskomponenten ξ und η überwiegend im Bereich zwischen $\pm 5''$ (Abbildung 6.11, oben). Die Ausnahme bilden die Lotabweichungskomponenten ξ im Harz am Profilanfang und in den Alpen am Profilende mit Werten über $20''$ (vgl. Abbildung 4.5), wodurch die höheren Standardabweichungen in dieser Komponente zustande kommen. Durch die Anschlussbeobachtungen des alternativen Profils NS 2.0 ergibt sich gegenüber der Profildistanz ein Versatz der Lotabweichungsverläufe gegenüber des verdichteten Profils NS 1.1. Im Profilschnitt zwischen 450 km und 470 km treten Differenzen mehrerer Bogensekunden in den Lotabweichungsverläufen zwischen NS 1.1 und NS 2.0 auf, die bereits auf große Dichtevariationen im Untergrund hinweisen (vgl. Abschnitt 8.1). Entlang der West-Ost-Profile WO 1.0 und WO 2.0 der Tabellen B.3 und B.4 sind

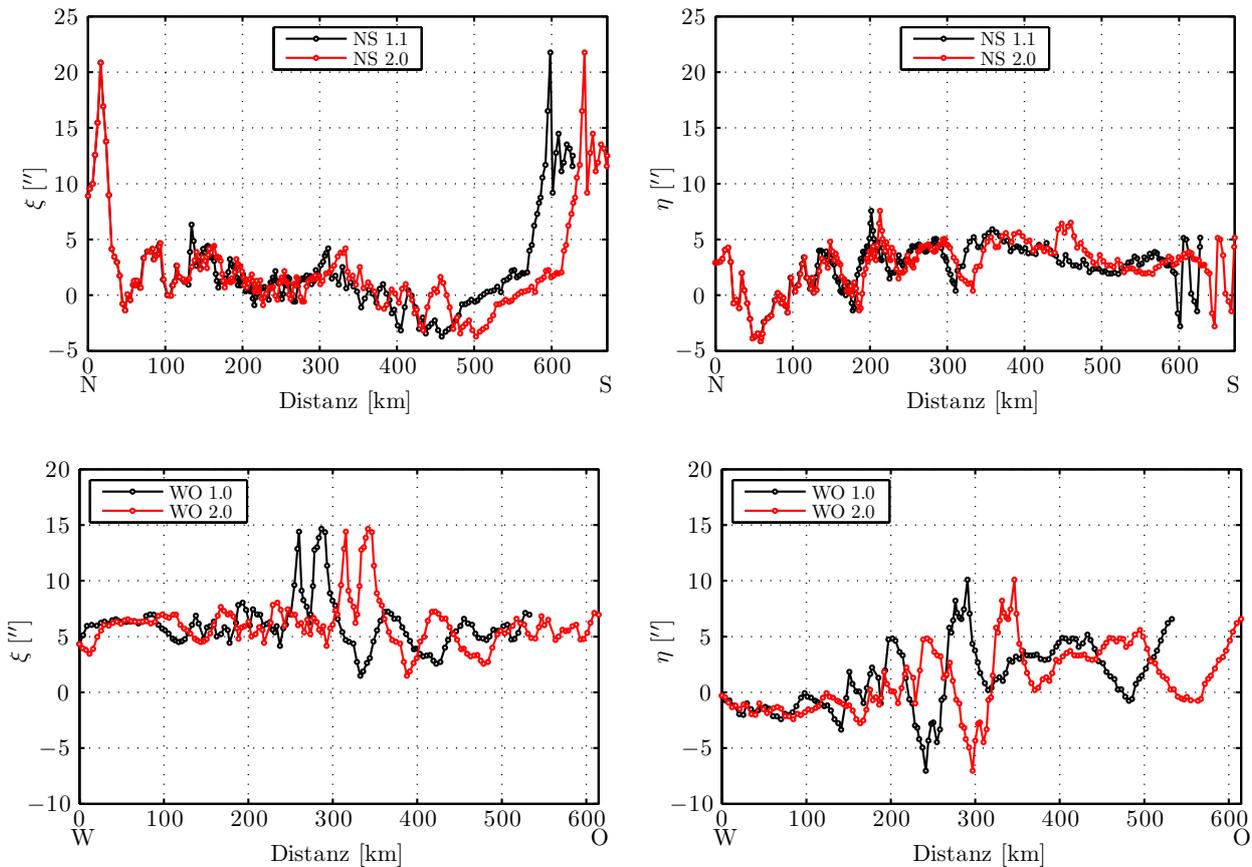


Abbildung 6.11. Astrogeodätische Lotabweichungskomponenten ξ (links) und η (rechts) entlang der Nord-Süd-Profile NS 1.1 und NS 2.0 (oben) sowie entlang der West-Ost-Profile WO 1.0 und WO 2.0 (unten)

Tabelle 6.12. Statistik der astrogeodätischen Lotabweichungskomponenten ξ und η entlang der verschiedenen Profilvarianten

Profil	Anzahl	Komponente	Mittel ["]	Std ["]	RMS ["]	Min ["]	Max ["]
NS 1.0	161	ξ	2,6	4,8	5,5	-3,7	21,8
		η	2,5	2,1	3,3	-4,1	6,4
NS 1.1	208	ξ	2,5	4,3	5,0	-3,7	21,8
		η	2,6	2,1	3,3	-4,1	7,6
NS 2.0	216	ξ	2,4	4,2	4,8	-3,7	21,8
		η	2,6	2,2	3,4	-4,1	7,6
WO 1.0	133	ξ	6,2	2,3	6,6	1,5	14,7
		η	1,3	3,1	3,4	-7,0	10,1
WO 2.0	154	ξ	6,1	2,2	6,5	1,5	14,7
		η	1,1	3,0	3,2	-7,0	10,1

die Lotabweichungskomponenten ξ allesamt positiv aufgrund des Nord-Süd-Gefälles der Quasigeoidhöhen (Abbildung 4.5, links) und variieren im Bereich zwischen $0''$ und $15''$ mit Maximalwerten im Harz in der Profilmitte. Die Lotabweichungskomponenten η liegen im Bereich von etwa $\pm 10''$. Dabei treten wiederum im Harz Extremwerte auf. Während am Profilanfang wie erwartet ein sehr glatter Verlauf zu erkennen ist, treten am Profilende Variationen zwischen $0''$ und $5''$ auf, die durch Effekte der lokalen Topographie nicht erklärt werden können (vgl. Abbildung 6.3, rechts), sondern ebenfalls auf Dichteveränderungen im Untergrund hindeuten.

6.5 Reduktionen zeitlicher Variationen

Zur konsistenten Bildung der astrogeodätischen Lotabweichungskomponenten werden die Reduktionen nach Abbildung 5.1 in Abschnitt 5.1 an die astronomischen und ellipsoidischen Breiten Φ bzw. φ sowie an die astronomischen Längen Λ angebracht und sind für die Stationen entlang NS 1.0 sowie WO 1.0 in Abbildung 6.12 visualisiert. Während die gesamten Gezeiteneffekte hochfrequente Variationen im Bereich von ± 35 mas darstellen, sind alle anderen Effekte nahezu konstant. Die Mittelwerte der Reduktionen sind in Tabelle 6.13 aufgelistet. Diese nehmen hinsichtlich der astronomisch-topographischen Nivellements eine zentrale Rolle ein, deren Nichtberücksichtigung signifikante systematische Abweichungen hervorruft. Die Mittelwerte der gesamten Gezeiteneffekte in den astronomischen Breiten Φ betragen zwischen 12 mas und 14 mas und stimmen gut mit dem theoretischen Mittelwert von 12 mas überein; vgl. Jekeli (1999). Die Mittelwerte der gesamten Gezeiteneffekte auf die astronomischen Längen Λ variieren aufgrund der begrenzten Anzahl zwischen -1 und -5 mas bei einem theoretischen Wert von Null. Die Differenzen aus der Transformation vom ITRF2005 zur jeweiligen Beobachtungsepoche in das ETRS89 zur Epoche 1989,0 haben Mittelwerte von 11-12 mas (Φ) bzw. 15-17 mas (Λ) zur Folge und nehmen aufgrund der Kontinentaldrift mit der Zeit zu. Die permanenten Deformationseffekte wirken

Tabelle 6.13. Mittelwerte der Reduktionen der astronomischen und ellipsoidischen Breiten sowie der astronomischen Längen auf Beobachtungsstationen entlang NS 1.0 und WO 1.0

Mittel [mas]	Gleichung	NS 1.0		WO 1.0	
		$\Delta\Phi$	$\Delta\Lambda$	$\Delta\Phi$	$\Delta\Lambda$
Gesamte Gezeiteneffekte	(5.4)	14	-5	14	-1
Transformation ITRF2005-ETRS89	(2.11)	11	15	12	17
Permanenter Deformationseffekt (Φ)	(5.7)	2	0	2	0
Permanenter Deformationseffekt (φ)	(5.8)	-1	0	-1	0

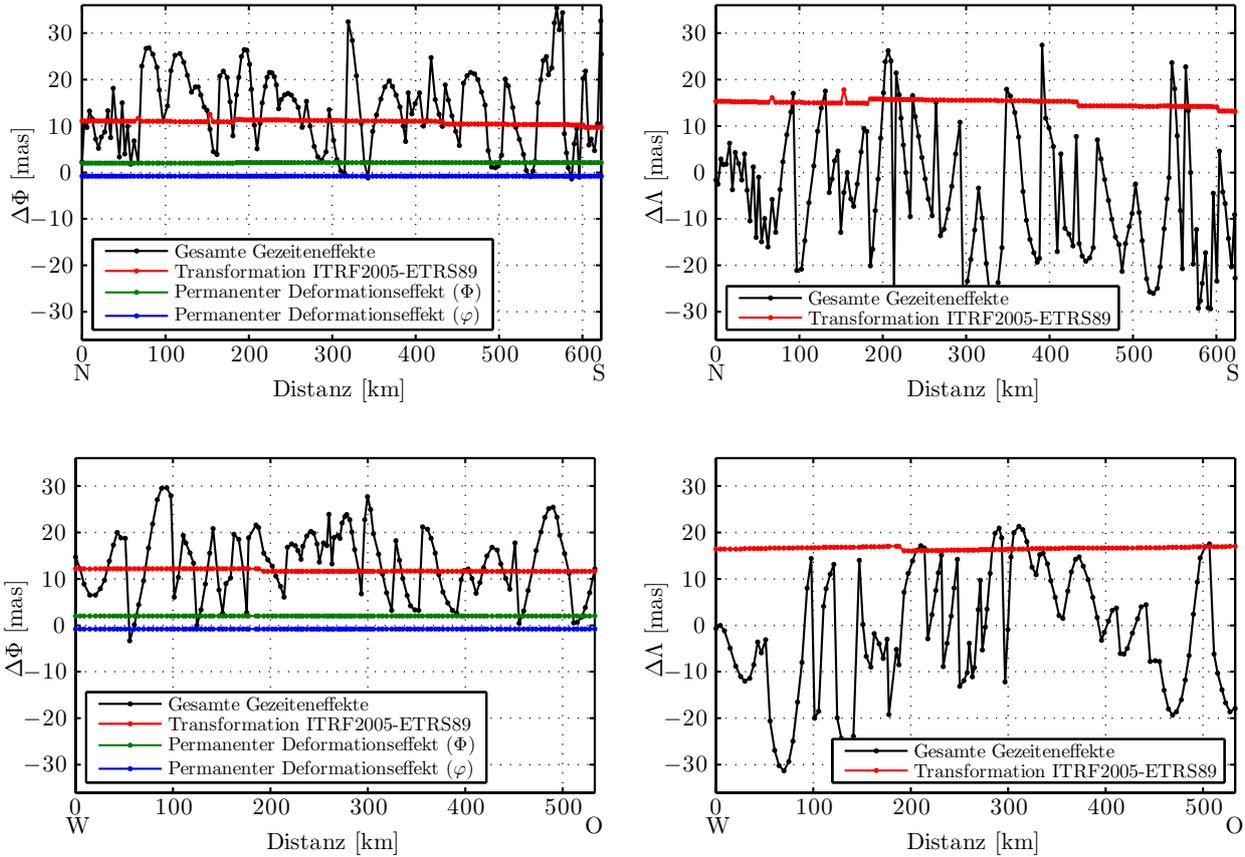


Abbildung 6.12. Reduktionen der astronomischen und ellipsoidischen Breiten (links) und astronomischen Längen (rechts) auf Beobachtungsstationen entlang von NS 1.0 (oben) und WO 1.0 (unten) nach dem Schema in Abbildung 5.1

sich lediglich in Nord-Süd-Richtung aus und betragen konstant 2,0 mas (Φ) bzw. -0,8 mas (φ). Von den prozessierten astronomischen Koordinaten werden die abgebildeten gesamten Gezeiteneffekte und die Differenzen aus der Transformation vom ITRF2005 zur jeweiligen Beobachtungsepoche in das ETRS89 subtrahiert. Die permanenten Deformationseffekte der astronomischen und ellipsoidischen Breiten werden addiert. Mit (3.43) ergeben sich die als statisch angesehenen Lotabweichungskomponenten ξ_P und η_P in den lokalen ellipsoidischen Bezugssystemen der Stationen nach der Definition von Helmert und bezüglich des Nullzeitensystems.

7 Numerische Untersuchungen zu den astrogeodätischen Lotabweichungen

In diesem Kapitel erfolgen die Analysen der vorhandenen Schwerefeld Datensätze anhand der im vorigen Kapitel prozessierten astrogeodätischen Lotabweichungen. Der Vergleich astrogeodätischer und gravimetrischer Lotabweichungen aus dem EGG2008 in Abschnitt 7.1 dient zur Detektion grob fehlerhafter Beobachtungen sowie zur Analyse der Genauigkeitsniveaus der beteiligten Datensätze. In Abschnitt 7.2 erfolgen die Vergleiche zwischen den astrogeodätischen und den EGM2008-Lotabweichungen. Zur Qualitätsbeurteilung des langwelligen Schwerefeldanteils werden in Abschnitt 7.3 Vergleiche mit den aktuellen globalen GOCE-Potentialmodellen (GOCE-GPM) durchgeführt. Das Kapitel endet mit einer Zusammenfassung der Ergebnisse (Abschnitt 7.4).

Nach der Reduktion systematischer Abweichungen werden Abschätzungen der Genauigkeitsniveaus der an den Vergleichen beteiligten Datensätze vorgenommen. Hinsichtlich der Vergleiche mit den EGG2008-Lotabweichungen stellt sich das Problem der Berücksichtigung der Geländeneigung, und bei den Vergleichen mit den GOCE-GPM-Lotabweichungen sind grundsätzlich deren spektrale Eigenschaften zu berücksichtigen. Nach geeigneter Reduktion der systematischen Abweichungen erfolgt zunächst die Identifizierung kritischer Bereiche zwischen astrogeodätischen und EGG2008-Lotabweichungen anhand des 3σ -Kriteriums. Durch den umfassenden Vergleich auf allen Beobachtungsstationen entlang der Profile wird ein Nachweis für die Genauigkeiten der beiden Datensätze abgeleitet. Mit dem entsprechenden Genauigkeitsnachweis eignet sich der astrogeodätische Datensatz zur externen Validierung von GPM-Lotabweichungen. Neben dem ultrahochauflösenden EGM2008 sind insbesondere auch die aktuellen GOCE-GPM mit Auflösungen bis 80 km ($n_{\max} = 240$) Gegenstand der Untersuchungen. Aus der angestrebten GOCE-Genauigkeit von $0,15''$ bei einer Auflösung von 100 km ergeben sich in diesem Zusammenhang hohe Anforderungen für eine durchgreifende externe Validierung mit terrestrischen Daten, die vom astrogeodätischen Datensatz neben der Genauigkeit auch im Hinblick auf Auflösung (durchschnittlicher Stationsabstand von 4 km) und Ausdehnung (500 km) erfüllt werden, womit Entwicklungsgrade zwischen $n = 80$ und 10.000 abgedeckt werden.

Die numerischen Untersuchungen dieses Kapitels werden jeweils nur für eine Variante des Nord-Süd- und des West-Ost-Profils dargestellt. Da die Vergleiche mit den EGG2008-Lotabweichungen direkt nach der Beobachtung der ursprünglichen Profile erfolgten, beziehen sich die Ergebnisse auf die Stationen entlang NS 1.0 und WO 1.0. Die Vergleiche mit den aktuellen GOCE-GPM-Lotabweichungen wurden dagegen laufend aktualisiert und um die Stationen entlang des verdichteten Nord-Süd-Profils NS 1.1 erweitert, sodass in diesen Untersuchungen die gesamte Anzahl von 208 bzw. 133 Stationen entlang NS 1.1 und WO 1.0 genutzt wurde. Die astrogeodätischen Lotabweichungen zwischen NS 1.0 und NS 1.1 haben vergleichbare Statistiken (Tabelle 6.12), sodass Querverweise zwischen den Abschnitten absolut zulässig sind. Im Hinblick auf die Analyse systematischer Abweichungen werden die statistischen Größen mit drei Dezimalstellen angegeben, während die Genauigkeitsabschätzungen für die Lotabweichungskomponenten mit zwei Dezimalstellen ausgewiesen werden.

7.1 Vergleich von astrogeodätischen und EGG2008-Lotabweichungen

Die astrogeodätischen Lotabweichungen werden mit gravimetrischen Lotabweichungen aus dem EGG2008 verglichen. Zum einen sollen damit Stationen identifiziert werden, die aus statistischer Sicht signifikante Differenzen aufweisen. Zum anderen werden mit den Ergebnissen des Vergleiches

Aussagen zu den Genauigkeitsniveaus der Lotabweichungen angestrebt. Die astrogeodätischen Lotabweichungskomponenten werden unter Berücksichtigung der Reduktionen nach Abschnitt 6.5 in lokalen ellipsoidischen Bezugssystemen entsprechend (3.43) in der Definition nach Helmert gebildet und unter Berücksichtigung der Krümmung der normalen Lotlinie (3.50) in Lotabweichungskomponenten nach Molodenskii transformiert. Die gravimetrischen Lotabweichungskomponenten werden nach (4.12) aus den Quasigeoidhöhen des EGG2008 interpoliert. Mit (5.23) werden die gravimetrischen Lotabweichungskomponenten der Definition nach Molodenskii zugeordnet. Die Korrektionssterme aufgrund der Geländeneigungen in Nord-Süd- und Ost-Westrichtung in (5.24) stellen ein zentrales Problem im Rahmen der Vergleiche dar, da die begrenzte Genauigkeit der Geländeneigungen insbesondere in Gebieten mit rauher Topographie zu signifikanten systematischen Abweichungen im Rahmen der Vergleiche führt. Zur Berechnung der Geländeneigungen wurden die Normalhöhen in verschiedenen Abständen zur jeweiligen Station in Nord-Süd- und Ost-West-Richtung aus einem hochauflösenden DGM extrahiert. Aus den Differenzen gegenüber der Stationshöhe wurden entsprechend dem jeweiligen Abstand die Geländeneigungen berechnet und alle Berechnungen im Anschluss gemittelt. Die Korrekturen ergeben sich dann mit den terrestrischen Schwereanomalien, die entlang der astrogeodätischen Profile zur Berechnung der Normalhöhenreduktion nach (5.28) eingesetzt werden.

In Abbildung 7.1 sind die Korrekturen aufgrund der Geländeneigungen dargestellt sowie die Differenzen der astrogeodätischen und gravimetrischen Lotabweichungskomponenten mit und ohne Berücksichtigung der Korrekturen. Die Größenordnung der Korrekturen liegt im Bereich von $\pm 3,0''$. Überwiegend ist eine deutliche Glättung der Differenzen zwischen den astrogeodätischen und gravimetrischen

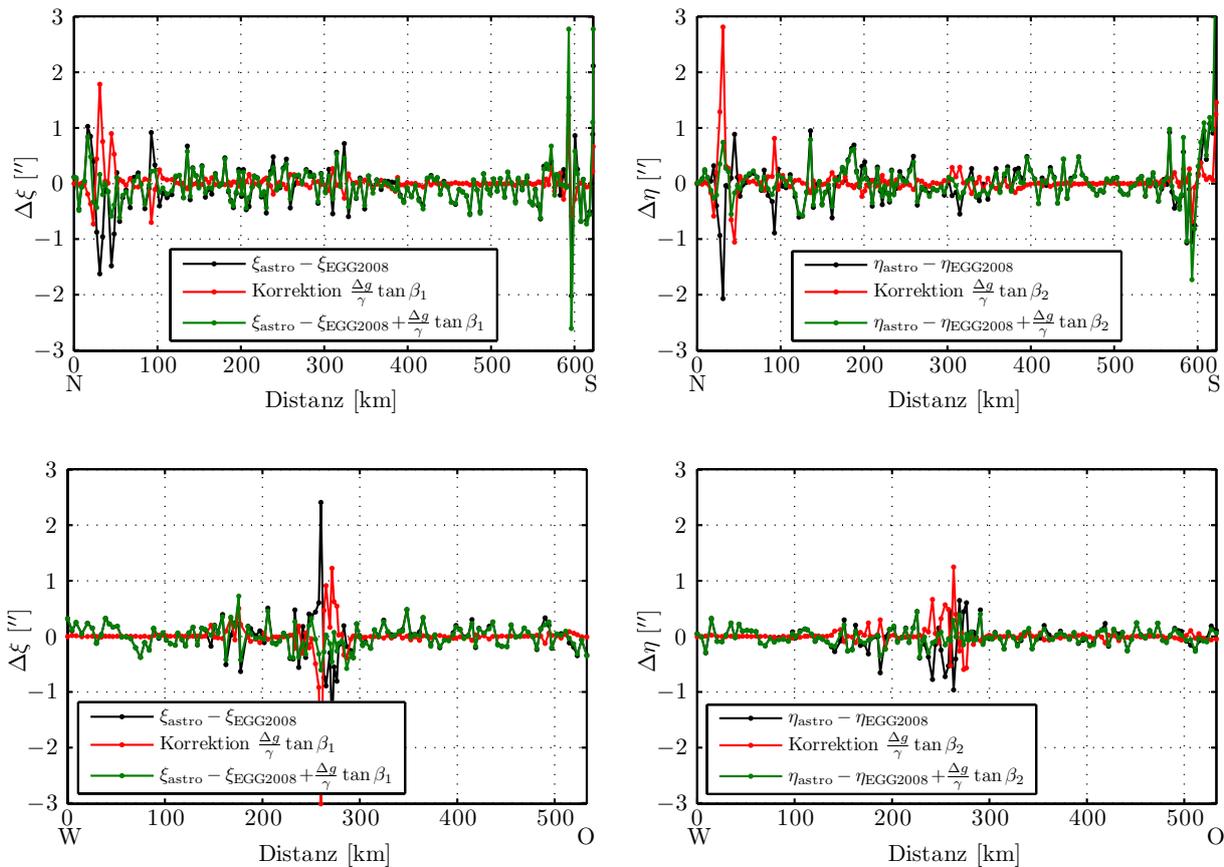


Abbildung 7.1. Korrekturen aufgrund der Geländeneigungen sowie Differenzen zwischen den astrogeodätischen und den gravimetrischen Lotabweichungskomponenten ξ (links) bzw. η (rechts) entlang NS 1.0 (oben) und WO 1.0 (unten) ohne und mit Berücksichtigung der Korrekturen

Lotabweichungskomponenten mit Berücksichtigung der Korrekturen zu erkennen. Im Alpenraum (NS 1.0 ab 580 km) treten Differenzen bis zu maximal $3,8''$ auf, die mit Berücksichtigung der Korrekturen nicht geringer werden. Die Differenzen liegen begründet in der hohen Variation der Geländeneigungen und bzw. oder in der verminderten Genauigkeit der gravimetrischen Lotabweichungen in den Alpen. Beides führt zu der Schlussfolgerung, dass gravimetrische Lotabweichungen beispielsweise im Rahmen von ingenieurgeodätischen Präzisionsnetzen mit entsprechenden Genauigkeitsvorgaben im Hochgebirge mit Vorsicht zu behandeln sind. Eine Lotabweichungsdifferenz von $2''$ entspricht 1 cm/1000 m in Bezug auf die Quasigeoidhöhen. Da die astrogeodätischen Lotabweichungen im Alpenraum bei Hirt und Flury (2008) eingehend untersucht worden sind, werden bei den folgenden Untersuchungen dieses Abschnittes die Beobachtungen auf den 13 südlichen Stationen des Nord-Süd-Profiles NS 1.0 nicht berücksichtigt.

In Tabelle 7.1 befinden sich die Erläuterungen zu den Statistiken A-D der Differenzen zwischen den astrogeodätischen und gravimetrischen Lotabweichungskomponenten entlang NS 1.0 und WO 1.0 in Tabelle 7.2. Statistik A beinhaltet die Differenzen ohne Berücksichtigung der Korrekturen aufgrund der Geländeneigungen entlang NS 1.0 und WO 1.0. Die RMS-Differenzen betragen zwischen $0,23''$ und $0,37''$. Der Bereich der dreifachen Standardabweichungen (3σ -Bereich) wird mit Maximalwerten von bis zu $2,4''$ (Harz) zum Teil weit überschritten. Statistik B basiert auf den Differenzen mit Berücksichtigung der Korrekturen. Die RMS-Differenzen sinken um 40% bzw. 30% und betragen nunmehr $0,14''$ bis $0,26''$. Zudem werden die Extremwerte deutlich geringer und liegen vollständig im Bereich von $\pm 1,0''$.

Tabelle 7.1. Erläuterungen zu den Statistiken der Differenzen zwischen den astrogeodätischen und den gravimetrischen Lotabweichungskomponenten in den Tabellen 7.2 und 7.3

Nr.	Erläuterung
A	$(\xi, \eta)_{\text{astro}} - (\xi, \eta)_{\text{EGG2008}}$
B	$(\xi, \eta)_{\text{astro}} - (\xi, \eta)_{\text{EGG2008}} + \frac{\Delta g_{(\text{res})}}{\gamma} \tan \beta_{(1,2)}$
C	wie B ohne Stationen mit Differenzen außerhalb des 3σ -Bereiches
D	wie B ohne Stationen mit $\left \frac{\Delta g_{(\text{res})}}{\gamma} \tan \beta_{(1,2)} \right > 8$ mas und Differenzen außerhalb des 3σ -Bereiches

Tabelle 7.2. Statistiken A-D der Differenzen zwischen den astrogeodätischen und den gravimetrischen Lotabweichungskomponenten ξ und η entlang NS 1.0 und WO 1.0 entsprechend den Erläuterungen in Tabelle 7.1

Nr.	Profil	Anzahl	Komponente	Mittel ["]	Std ["]	RMS ["]	Min ["]	Max ["]
A	NS 1.0	148/161	$\Delta\xi$	-0,068	0,366	0,371	-1,624	1,028
			$\Delta\eta$	-0,023	0,338	0,338	-2,072	0,951
	WO 1.0	133/133	$\Delta\xi$	-0,001	0,361	0,360	-1,683	2,409
			$\Delta\eta$	-0,023	0,227	0,227	-0,961	0,648
B	NS 1.0	148/161	$\Delta\xi$	-0,046	0,259	0,262	-0,618	0,838
			$\Delta\eta$	0,003	0,246	0,245	-0,577	0,976
	WO 1.0	133/133	$\Delta\xi$	-0,008	0,216	0,216	-0,603	0,722
			$\Delta\eta$	-0,011	0,142	0,142	-0,371	0,440
C	NS 1.0	144/161	$\Delta\xi$	-0,061	0,243	0,250	-0,618	0,675
			$\Delta\eta$	-0,013	0,217	0,216	-0,577	0,616
	WO 1.0	131/133	$\Delta\xi$	-0,014	0,208	0,208	-0,603	0,483
			$\Delta\eta$	-0,014	0,138	0,138	-0,371	0,401
D	NS 1.0	41/161	$\Delta\xi$	-0,075	0,191	0,203	-0,563	0,203
			$\Delta\eta$	-0,002	0,167	0,165	-0,357	0,439
	WO 1.0	63/133	$\Delta\xi$	0,023	0,168	0,168	-0,418	0,483
			$\Delta\eta$	0,003	0,125	0,124	-0,263	0,330

Außerhalb des 3σ -Bereiches liegen Differenzen auf vier Stationen entlang NS 1.0 (Stationen 125, 155, 514, 606) und auf zwei Stationen entlang WO 1.0 (Stationen 4121, 541). Nach Eliminierung der Beobachtungen auf diesen sechs Stationen ergibt sich Statistik C mit leicht geringeren RMS-Differenzen zwischen $0,14''$ und $0,25''$ und unter Einhaltung des 3σ -Bereiches. Bei entsprechender Qualität der gravimetrischen Daten im Quasigeoidmodell EGG2008 gelingt also in Verbindung mit Höheninformationen aus einem hochauflösenden DGM die Interpolation gravimetrischer Lotabweichungen mit einer Genauigkeit von etwa $0,1''$ bis $0,3''$ im Flachland und im Mittelgebirge.

Die Voraussetzung für eine durchgreifende Analyse der Genauigkeitsniveaus ist die Eliminierung signifikanter systematischer Abweichungen durch Inkonsistenzen in den Vergleichen. Durch die Berücksichtigung der Korrekturen aufgrund der Geländeneigungen gelingt zwar die Reduktion der RMS-Differenzen um 30-40%, doch sind in Abbildung 7.1 Korrelationen zwischen der Größenordnung der Differenzen und der Topographie zu erkennen (vgl. Abbildung 6.3), die in der begrenzten Genauigkeit der Geländeneigungen begründet liegen. Um systematische Resteffekte in den Vergleichen zu eliminieren, werden in Statistik D der Tabelle 7.2 die Differenzen lediglich für diejenigen Stationen berücksichtigt, auf denen die Geländekorrekturen im Bereich von ± 8 mas liegen. Das entspricht 1/10 der bei Hirt und Seeber (2008) sowie Hirt *et al.* (2010b) angegebenen Genauigkeit der astrogeodätischen Lotabweichungen. Nach Eliminierung der Differenzen außerhalb des 3σ -Bereiches auf einer Station entlang NS 1.0 (Station 118) sowie auf zwei Stationen entlang WO 1.0 (Stationen 4121, 541) verbleiben lediglich 41 bzw. 63 Stationen mit RMS-Differenzen zwischen $0,12''$ und $0,20''$. Aus der Differenz der quadrierten RMS-Werte der Statistiken C und D lässt sich die Genauigkeit der Korrekturen mit $0,15''$ für sanfte bis typische Mittelgebirgsstrukturen abschätzen. Die identifizierten Differenzen außerhalb des 3σ -Bereiches werden im Rahmen der Untersuchungen in Abschnitt 8.3 berücksichtigt.

Zur Steigerung der Genauigkeit der Vergleiche und zur Verringerung der systematischen Abweichungen aufgrund der Geländeneigungen wird ein weiterer Datensatz verbesserter gravimetrischer Lotabweichungen aus dem EGG2008 entlang NS 1.0 und WO 1.0 berechnet. Innerhalb einer RCR-Prozedur (vgl. Abschnitt 5.2.3) werden von den Quasigeoidhöhen aus dem EGG2008 die GPM- und RTM-Anteile reduziert. Mit den residualen Quasigeoidhöhen erfolgt die Interpolation residualer Lotabweichungskomponenten nach (4.12), wobei in (5.23) lediglich die wesentlich geringeren residualen Geländekorrekturen berücksichtigt werden müssen. Im letzten Schritt werden die GPM- und RTM-Anteile der Lotabweichungskomponenten restituiert. In Abbildung 7.2 sind die residualen Korrekturen aufgrund der Geländeneigungen dargestellt sowie die Differenzen der astrogeodätischen und verbesserten gravimetrischen Lotabweichungskomponenten mit und ohne Berücksichtigung der residualen Korrekturen. Die residualen Korrekturen sind im Vergleich zu Abbildung 7.1 wesentlich geringer und liegen im Bereich von $\pm 1,3''$. Die Differenzen liegen ohne Berücksichtigung der residualen Korrekturen bereits weitgehend im Bereich von $\pm 1,0''$ (in den Alpen bis $2,7''$). In Tabelle 7.3 werden die Statistiken der Differenzen entsprechend den Erläuterungen in Tabelle 7.1 wiederum ohne 13 Stationen in den Alpen gezeigt. Die RMS-Differenzen betragen in Statistik A ohne Berücksichtigung der residualen Korrekturen $0,18''$ bis $0,19''$, wobei der 3σ -Bereich zum Teil deutlich überschritten wird. Mit Berücksichtigung der residualen Korrekturen ergeben sich in Statistik B verringerte RMS-Differenzen von $0,15''$ bis $0,16''$ entlang WO 1.0 (Verbesserung um bis zu 20%). Entlang NS 1.0 ist dagegen ein leichter Anstieg zu identifizieren. Hier zeigt sich die begrenzte Genauigkeit der Geländeneigungen, deren Berücksichtigung bei den Vergleichen auf einem geringeren Genauigkeitsniveau noch überall zu Verbesserungen führte (Statistiken A und B in Tabelle 7.2). In Abbildung 7.2 ist deutlich zu erkennen, dass die kritischen Stationen entlang NS 1.0 überwiegend im Harz liegen (0-60 km). Nach der Eliminierung von acht Stationen entlang NS 1.0 (Stationen 125, 142, 155, 161, 173, 180, 525, 606) sowie von sieben Stationen entlang WO 1.0 (Stationen 541, 542, 546, 551, 553, 561, 574) mit Differenzen außerhalb des 3σ -Bereiches ergeben sich in Statistik C RMS-Differenzen von $0,12''$ bis $0,16''$ mit den Extremwerten innerhalb der 3σ -Bereiche.

Zur Eliminierung der systematischen Resteffekte in den Vergleichen bei der Beurteilung der Genauigkeitsniveaus werden erneut die Stationen mit signifikanten residualen Korrekturen (> 8 mas) entfernt. Die entsprechende Statistik D der Differenzen folgt unter Ausschluss von Differenzen außerhalb des 3σ -Bereiches auf einer Station entlang NS 1.0 (Station 104) sowie auf drei Stationen entlang WO 1.0

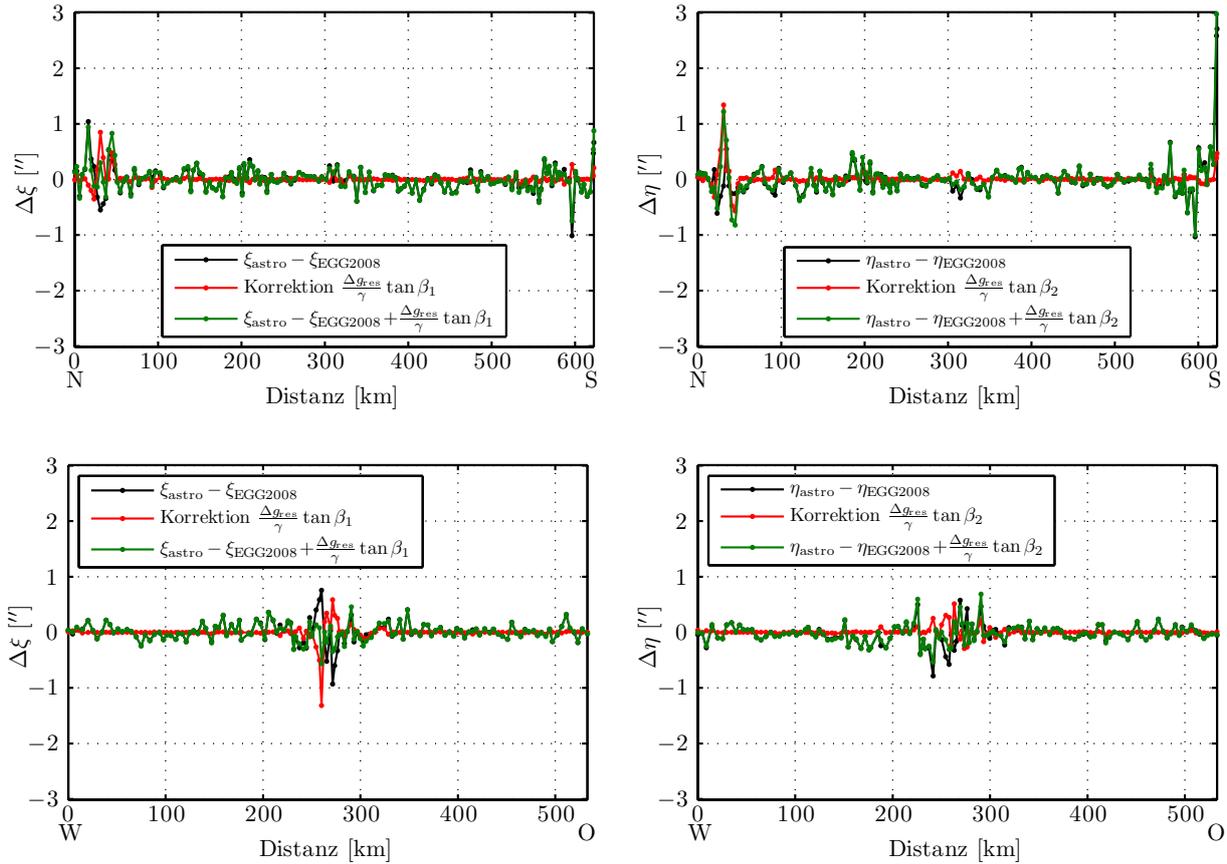


Abbildung 7.2. Korrekturen aufgrund der Geländeneigungen sowie Differenzen zwischen den astrogeodätischen und den verbesserten gravimetrischen Lotabweichungskomponenten ξ (links) bzw. η (rechts) entlang NS 1.0 (oben) und WO 1.0 (unten) ohne und mit Berücksichtigung der Korrekturen

(Stationen 527, 537, 574). Die identifizierten Differenzen außerhalb des 3σ -Bereiches werden bei den Untersuchungen mit den astrogeodätischen Quasigeoidlösungen in Abschnitt 8.3 berücksichtigt. Aufgrund der geringeren residualen Korrekturen ergibt sich eine wesentlich größere Anzahl verbleibender Stationen mit 74 bzw. 88 Differenzen und RMS-Werten zwischen $0,11''$ und $0,14''$. Aus der Differenz der quadrierten RMS-Werte der Statistiken C und D lässt sich die Genauigkeit der residualen Korrekturen mit $0,08''$ für sanfte bis typische Mittelgebirgsstrukturen abschätzen. Im Hinblick auf die astronomisch-topographischen Nivellements sind die Mittelwerte der Differenzen von zentraler Bedeutung. Die Mittelwerte in der entlang NS 1.0 dominierenden Komponente ξ betragen -13 mas bzw. -8 mas (Statistiken C und D), sind anhand der Studentischen t -Verteilung mit einer Sicherheitswahrscheinlichkeit von $S = 95\%$ jedoch als nicht signifikant von Null verschieden einzustufen. Der Mittelwert der entlang WO 1.0 dominierenden Komponente liegt bei η bei -28 mas und ist signifikant ungleich Null, womit langwellige Differenzen von $1,4$ cm/100 km bzw. 7 cm über die gesamte Profillänge von 533 km zu erwarten sind (Abschnitt 8.3), die im Bereich der bei Denker (2013) angegebenen Relativgenauigkeiten für die Quasigeoidhöhen aus dem EGG2008 von $0,1$ ppm und weniger (< 1 cm/100 km) liegen.

Zur Beurteilung der Genauigkeitsniveaus der astrogeodätischen und EGG2008-Lotabweichungen aus deren Differenzen ist zunächst zu beachten, dass die Genauigkeit der astrogeodätischen Lotabweichungen auf allen Stationen konstant ist, während die Genauigkeit der gravimetrischen Lotabweichungen in Abhängigkeit von der lokalen Schwerefeldvariation sowie von der Genauigkeit und Dichte der terrestrischen Schwerebeobachtungen in unmittelbarer Nähe der Stationen variiert. Damit stellt sich zunächst die Aufgabe, Gebiete zu identifizieren, in denen die höchste Genauigkeit der gravimetrischen

Tabelle 7.3. Statistiken A-D der Differenzen zwischen den astrogeodätischen und den verbesserten gravimetrischen Lotabweichungskomponenten ξ und η entlang NS 1.0 und WO 1.0 entsprechend den Erläuterungen in Tabelle 7.1

Nr.	Profil	Anzahl	Komponente	Mittel ["]	Std ["]	RMS ["]	Min ["]	Max ["]
A	NS 1.0	148/161	$\Delta\xi$	-0,004	0,194	0,194	-0,547	1,043
			$\Delta\eta$	-0,025	0,165	0,166	-0,609	0,668
	WO 1.0	133/133	$\Delta\xi$	0,006	0,192	0,191	-0,931	0,757
			$\Delta\eta$	-0,030	0,174	0,176	-0,782	0,578
B	NS 1.0	148/161	$\Delta\xi$	0,005	0,197	0,196	-0,417	0,940
			$\Delta\eta$	-0,013	0,216	0,215	-0,821	1,220
	WO 1.0	133/133	$\Delta\xi$	0,002	0,150	0,149	-0,562	0,458
			$\Delta\eta$	-0,022	0,161	0,162	-0,532	0,686
C	NS 1.0	140/161	$\Delta\xi$	-0,013	0,163	0,163	-0,417	0,435
			$\Delta\eta$	-0,020	0,138	0,139	-0,384	0,399
	WO 1.0	126/133	$\Delta\xi$	-0,002	0,130	0,129	-0,345	0,360
			$\Delta\eta$	-0,028	0,121	0,124	-0,315	0,237
D	NS 1.0	74/161	$\Delta\xi$	-0,008	0,135	0,135	-0,386	0,292
			$\Delta\eta$	-0,028	0,115	0,118	-0,315	0,225
	WO 1.0	88/133	$\Delta\xi$	0,010	0,111	0,111	-0,311	0,310
			$\Delta\eta$	-0,028	0,117	0,119	-0,315	0,237

Lotabweichungen vorliegt. Dazu werden die RMS-Differenzen zwischen den astrogeodätischen und den verbesserten gravimetrischen Lotabweichungen für Stationen in Profilabschnitten von jeweils 100 km Länge gebildet. In Tabelle 7.4 sind die RMS-Differenzen unter Ausschluss von Differenzen außerhalb des 3σ -Bereiches sowie zusätzlich ohne signifikante residuale Korrektur aufgrund der Geländeneigungen (Statistiken C und D nach Tabelle 7.1) gegenübergestellt. Dabei ist für Statistik C festzustellen, dass durch die Bildung lokaler RMS-Differenzen nahezu alle Stationen enthalten bleiben und lediglich vier Stationen entlang NS 1.0 sowie eine Station entlang WO 1.0 Differenzen außerhalb des 3σ -Bereiches hervorbringen. Die RMS-Differenzen variieren zwischen $0,08''$ und $0,26''$.

Aus der maximalen Genauigkeit der Schwereanomalien im EGG2008 von $0,1$ mGal (Denker, 2013) ergibt sich mit dem linearen Umrechnungsfaktor von $6,7$ mGal/'' zwischen Lotabweichungskomponenten und Schwereanomalien für höhere Entwicklungsgrade (Tscherning-Rapp-Gradvarianzmodell; Abschnitt 3.3.2) eine maximale Genauigkeit der gravimetrischen Lotabweichungen von $0,015''$. Unter der Annahme, dass diese im Profilabschnitt zwischen 400 km bis Profilende entlang WO 1.0 (Flachland) erreicht wird, kann die entsprechende RMS-Differenz von $0,08''$ (Tabelle 7.4, fett) vollständig den astrogeodätischen Lotabweichungen auf 30 Stationen zugewiesen werden. Die maximalen RMS-Differenzen von $0,26''$ in den Abschnitten zwischen 0 km und 100 km entlang NS 1.0 sowie zwischen 200 km und 300 km entlang WO 1.0 jeweils im Harz entsprechen damit einer minimalen Genauigkeit der gravimetrischen Lotabweichungen von $0,25''$ bzw. $1,7$ mGal für die Schwereanomalien. In den Differenzen sind jedoch auch Unsicherheiten aus der Punktdichte und der Schwerefeldvariation enthalten sowie systematische Abweichungen auf Stationen mit signifikanten residualen Korrekturen aufgrund der Geländeneigung.

Daher werden im letzten Schritt wiederum die Differenzen unter Ausschluss von Stationen mit signifikanter Korrektur gebildet (Statistik D in Tabelle 7.4). Die RMS-Differenzen liegen nunmehr im Bereich von $0,06''$ bis $0,28''$. Insgesamt können RMS-Differenzen von $0,086''$ oder besser in drei Abschnitten und jeweils zweimal für beide Komponenten auf 40 bzw. 38 Stationen festgestellt werden (Tabelle 7.4, fett). Dabei handelt es sich um Regionen mit flacher Topographie und geringen Lotabweichungsvariationen (vgl. Abbildungen 6.3 und 6.11). Mit Hilfe dieser Untersuchungen gelingt erstmalig ein Nachweis der auf Grundlage weniger Vergleichsmessungen bei Hirt und Seeber (2008) sowie Hirt *et al.* (2010b) angegebenen Genauigkeit der astrogeodätischen Lotabweichungen von $0,08''$ RMS mit Hilfe einer repräsentativen Anzahl von vollständig unabhängigen Lotabweichungskomponenten aus dem

Tabelle 7.4. RMS-Differenzen der Statistiken C und D aus dem Vergleich zwischen den astrogeodätischen und den verbesserten gravimetrischen Lotabweichungskomponenten ξ sowie η für 100 km lange Profilschnitte entlang NS 1.0 und WO 1.0 entsprechend Tabelle 7.1

Nr.	Profil	Abschnitt	Anzahl	RMS($\Delta\xi$) ["]	RMS($\Delta\eta$) ["]
C	NS 1.0	0-100 km	25/28	0,213	0,262
		100-200 km	25/25	0,164	0,212
		200-300 km	27/27	0,118	0,116
		300-400 km	22/22	0,164	0,130
		400-500 km	24/24	0,147	0,098
	WO 1.0	500-580 km	21/22	0,188	0,141
		0-100 km	23/23	0,106	0,098
		100-200 km	24/24	0,133	0,159
		200-300 km	31/31	0,220	0,263
		300-400 km	24/24	0,142	0,089
		400 km-Ende	30/31	0,078	0,103
D	NS 1.0	0-100 km	8/28	0,214	0,282
		100-200 km	11/25	0,158	0,153
		200-300 km	17/27	0,062	0,086
		300-400 km	13/22	0,168	0,138
		400-500 km	16/24	0,130	0,098
	WO 1.0	500-580 km	9/22	0,162	0,116
		0-100 km	21/23	0,109	0,082
		100-200 km	20/24	0,138	0,164
		200-300 km	8/31	0,190	0,147
		300-400 km	17/24	0,099	0,100
		400 km-Ende	23/31	0,072	0,102

EGG2008. Darüber hinaus zeigen die Ergebnisse aber auch das enorme Genauigkeitspotenzial der gravimetrischen Lotabweichungen aus dem EGG2008, die astrogeodätische Beobachtungen in homogenen Regionen adäquat ersetzen können.

7.2 Vergleich von astrogeodätischen und EGM2008-Lotabweichungen

In den folgenden Untersuchungen erfolgt die externe Validierung von Lotabweichungen aus dem ultra-hochauflösenden EGM2008, um deren Genauigkeit beispielsweise im Hinblick auf die Prädiktion von Lotabweichungen für ingenieurgeodätische Präzisionsnetze in Deutschland zu beurteilen. Zahlreiche Untersuchungen zur Qualitätsbewertung des EGM2008 anhand verschiedener externer Datensätze sind im Newton's Bulletin (2009) zusammengestellt. Zumeist werden in diesem Zusammenhang regionale GPS- und Nivellementdaten verwendet, z.B. bei Gruber (2009). Untersuchungen unter anderem mit 939 astrogeodätischen Lotabweichungen in Kanada sind bei Huang und Véronneau (2009) mit RMS-Differenzen von 1,8" bzw. 2,1" für die Nord-Süd-Komponente ξ und die Ost-West-Komponente η zu finden. Claessens *et al.* (2009) führten Vergleiche zwischen historischen astrogeodätischen Lotabweichungen auf 1.080 Stationen in Australien durch, wobei sich Standardabweichungen der Differenzen von 1,2" für ξ bzw. 1,3" für η ergaben. Bei Pavlis *et al.* (2012) sind RMS-Differenzen von 1,1" für ξ und 1,3" für η auf 3.561 Stationen in den USA angegeben.

Beim Vergleich terrestrischer Schwerefeldbeobachtungen und entsprechender Funktionale aus globalen Potentialmodellen (GPM) sind die unterschiedlichen spektralen Eigenschaften der Datensätze zu berücksichtigen. Während terrestrische Beobachtungen das gesamte Spektrum des Schwerefeldsignals enthalten, sind GPM-Funktionale durch den jeweiligen maximalen Entwicklungsgrad n_{\max} spektral

begrenzt. In Verbindung mit GPM aus Satellitenbeobachtungen liegt die Ursache in der starken Dämpfung des Schwerefeldsignals in Satellitenhöhe. Im Zusammenhang mit globalen Kombinationsmodellen aus Satellitendaten und terrestrischen Schwerefeldbeobachtungen kommt die spektrale Begrenzung durch die begrenzte Auflösung der terrestrischen Datensätze zustande. Die im GPM nicht enthaltenen Signale jenseits des maximalen Entwicklungsgrades n_{\max} werden als Vernachlässigungsfehler bezeichnet (vgl. Abschnitt 3.3.3). Hinsichtlich der Lotabweichungen ergibt sich aus dem Gradvarianzmodell nach Tscherning-Rapp (3.87) für einen maximalen Entwicklungsgrad von $n_{\max} = 2190$ ein Vernachlässigungsfehler von $1,65''$, was einem Signalanteil von 6% entspricht (Voigt und Denker, 2013b). In allen genannten Untersuchungen wird die Problematik des Vernachlässigungsfehlers in den EGM2008-Lotabweichungen als Ursache für die Differenzen genannt, jedoch nicht näher betrachtet. Im Rahmen von Untersuchungen zur Genauigkeit der EGM2008-Lotabweichungen mit Standardabweichungen zwischen $0,3''$ bis $0,7''$ in Deutschland (vgl. Abbildung 4.2) ist der spektrale Unterschied gegenüber den astrogeodätischen Lotabweichungen jedoch unbedingt zu berücksichtigen.

Zur Modellierung des Vernachlässigungsfehlers von $n_{\max} > 2190$ wird im Rahmen dieser Arbeit ein zweistufiger Ansatz gewählt. Zunächst werden die Differenzen aus astrogeodätischen und EGM2008-Lotabweichungen um RTM-Effekte bezüglich der mit EGM2008 konsistenten Referenztopographie DTM2006.0 (Pavlis *et al.*, 2012) mit einer Auflösung von $5' \times 5'$ reduziert (Abschnitt 4.2). Bei Hirt (2010) und Hirt *et al.* (2010a) wurde nachgewiesen, dass dieses Verfahren zur signifikanten Reduktion des Vernachlässigungsfehlers geeignet ist. Für einen astrogeodätischen Datensatz mit insgesamt 1.056 Stationen in Europa konnten die RMS-Differenzen von $3,0''$ auf $1,0''$ um 65% reduziert werden. Das Verfahren eignet sich insbesondere in Regionen mit hochfrequenten Schwerefeldvariationen, die durch die lokale Topographie hervorgerufen werden. Im Flachland mit lokalen Dichteveriationen im Untergrund, beispielsweise in Verbindung mit Salzstöcken, gelingt mit diesem Verfahren keine Reduktion der hochfrequenten Schwerefeldvariationen. Aufgrund des geringen Stationsabstandes des im Rahmen dieser Arbeit beobachteten Datensatzes werden in einem zweiten Schritt die Differenzen unter Benutzung eines räumlichen Tiefpassfilters in Abhängigkeit von der Distanz zwischen der zentralen Station und den benachbarten Stationen geglättet, um unerwünschte hochfrequente Rauscheffekte in den Vergleichen abzumildern. Aufgrund der isotropen Eigenschaften wird dazu ein Gaußfilter mit einer Breite von 9 km bzw. $5'$ entsprechend $n_{\max} = 2190$ nach Abbildung 7.3 verwendet.

Die Vergleiche dieses Abschnittes werden anhand der astrogeodätischen Lotabweichungskomponenten entlang der Profile NS 1.1 und WO 1.0 auf 208 bzw. 133 Stationen durchgeführt (Tabellen B.1 und B.3). Bei allen Untersuchungen wird die Konsistenz der beteiligten Datensätze zur Reduktion systematischer Abweichungen in den Statistiken mit größter Sorgfalt behandelt. Die nach Abschnitt 6.5 reduzierten astrogeodätischen Lotabweichungskomponenten in der Definition nach Helmert werden mit Hilfe der normalen ellipsoidischen Breiten nach S. 30 in dynamische Lotabweichungskomponenten

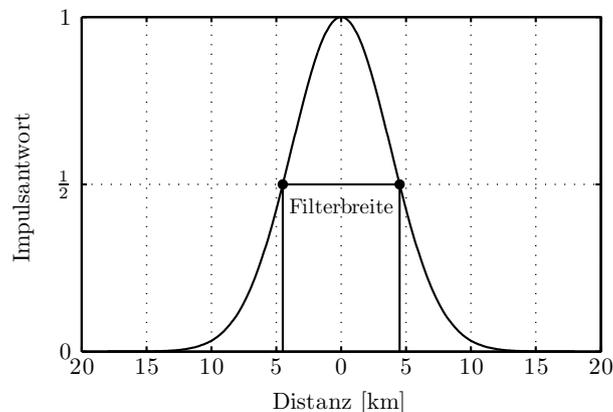


Abbildung 7.3. 1D Gaußfilter der Breite 9 km nach der Definition der halben Impulsantwort

transformiert, die in lokalen normalen ellipsoidischen Bezugssystemen in den Stationen an der Erdoberfläche vorliegen. Die Berechnung der dynamischen EGM2008-Lotabweichungskomponenten erfolgt exakt nach Abschnitt 4.1 unter Bildung des vollständigen Gradienten des Störpotentials und anschließender Rotation in die entsprechenden lokalen normalen ellipsoidischen Bezugssysteme. In Abbildung 7.4 sind die Differenzen in der Nord-Süd-Komponente ξ der EGM2008-Lotabweichungen zwischen der exakten Berechnung und der sphärischen Approximation nach (3.62) für die Stationen entlang NS 1.1 und WO 1.0 gezeigt. Die Differenzen variieren zwischen -80 mas und 20 mas und zeigen Korrelationen mit den Lotabweichungsvariationen (Abbildung 6.11). Die Mittelwerte der Differenzen betragen -22 mas entlang NS 1.0 und -25 mas entlang WO 1.0. Im Hinblick auf die Konsistenz der RCR-Prozedur im Rahmen der astrogeodätischen Kombinationslösung (Abschnitt 8.2) sind daher unbedingt die exakten Lotabweichungskomponenten zu verwenden; andererseits müssten langwellige Abweichungen von 7 cm über die gesamte Profillänge von 628 km entlang NS 1.0 in Kauf genommen werden. Die Ost-West-Komponente η ist aufgrund der Rotationssymmetrie von der sphärischen Approximation nicht betroffen. Die Differenzen im Bereich von $\pm 0,6$ mas entstehen lediglich durch die Benutzung von g_P anstelle von γ_P in der exakten Berechnung der dynamischen Lotabweichungskomponenten in lokalen normalen ellipsoidischen Bezugssystemen nach (3.54).

In Abbildung 7.5 sind die Differenzen zwischen den astrogeodätischen und den EGM2008-Lotabweichungskomponenten entlang NS 1.1 und WO 1.0 in Verbindung mit dem zweistufigen Verfahren zur Berücksichtigung des Vernachlässigungsfehlers von $n_{\max} > 2190$ dargestellt. In Tabelle 7.6 sind die entsprechenden Statistiken A-C mit den Erläuterungen aus Tabelle 7.5 gegeben. Werden die astrogeodätischen und EGM2008-Lotabweichungen direkt verglichen (Statistik A), so ergeben sich RMS-Differenzen zwischen $0,56''$ und $1,15''$ mit Extremwerten zwischen $-8,9''$ und $6,2''$, die im Wesentlichen den Einfluss des Vernachlässigungsfehlers insbesondere im Gebirge widerspiegeln. Durch die Anbringung von RTM-Effekten zur Glättung der hochfrequenten Variationen (Statistik B) gelingt im ersten Schritt eine deutliche Verringerung der RMS-Differenzen um 50-60% auf $0,28''$ bis $0,52''$ mit Extremwerten von $-2,6''$ und $2,2''$ im Harz und in den Alpen. Die begrenzte Wirkung des Verfahrens ist beispielsweise in den Differenzen $\Delta\xi$ im Profilschnitt zwischen 300 km und 500 km entlang WO 1.0 (Abbildung 7.5, links unten) zu erkennen, in dem die Lotabweichungsvariationen nicht durch die Topographie begründet sind (vgl. Abbildung 6.3, rechts). Durch Anwendung des Gaußfilters im zweiten Schritt (Statistik C) sinken die RMS-Differenzen um weitere 10% bis 30% auf $0,20''$ bis $0,41''$. Dabei liegen die Extremwerte entlang WO 1.0 weitgehend innerhalb des 3σ -Bereiches. Entlang NS 1.1 ergeben sich weiterhin Extremwerte von bis zu $-2,1''$ im Alpenraum für den Profilschnitt > 580 km. Außerhalb der Alpen liegen auch die Differenzen entlang NS 1.1 weitgehend im 3σ -Bereich

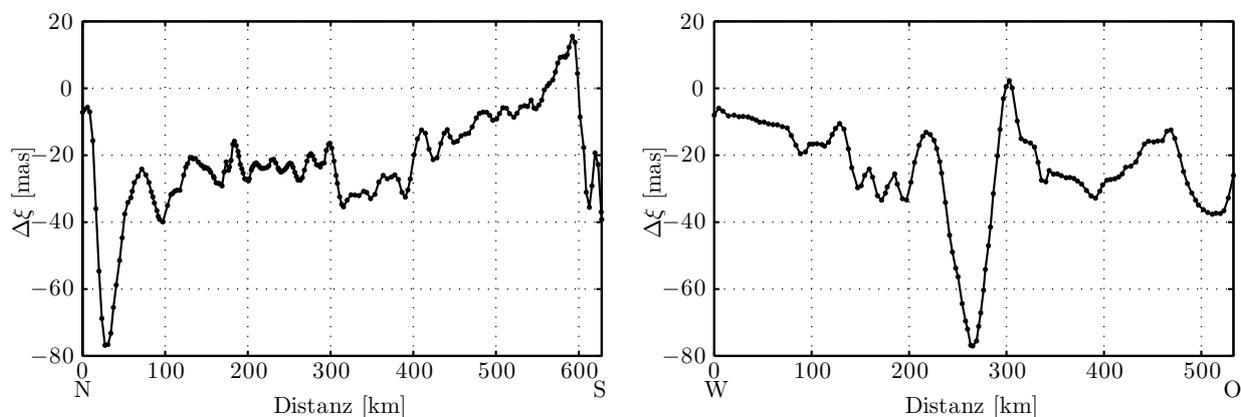


Abbildung 7.4. Differenzen der EGM2008-Lotabweichungskomponenten ξ aus exakter Berechnung und sphärischer Approximation entlang NS 1.1 (links) sowie WO 1.0 (rechts)

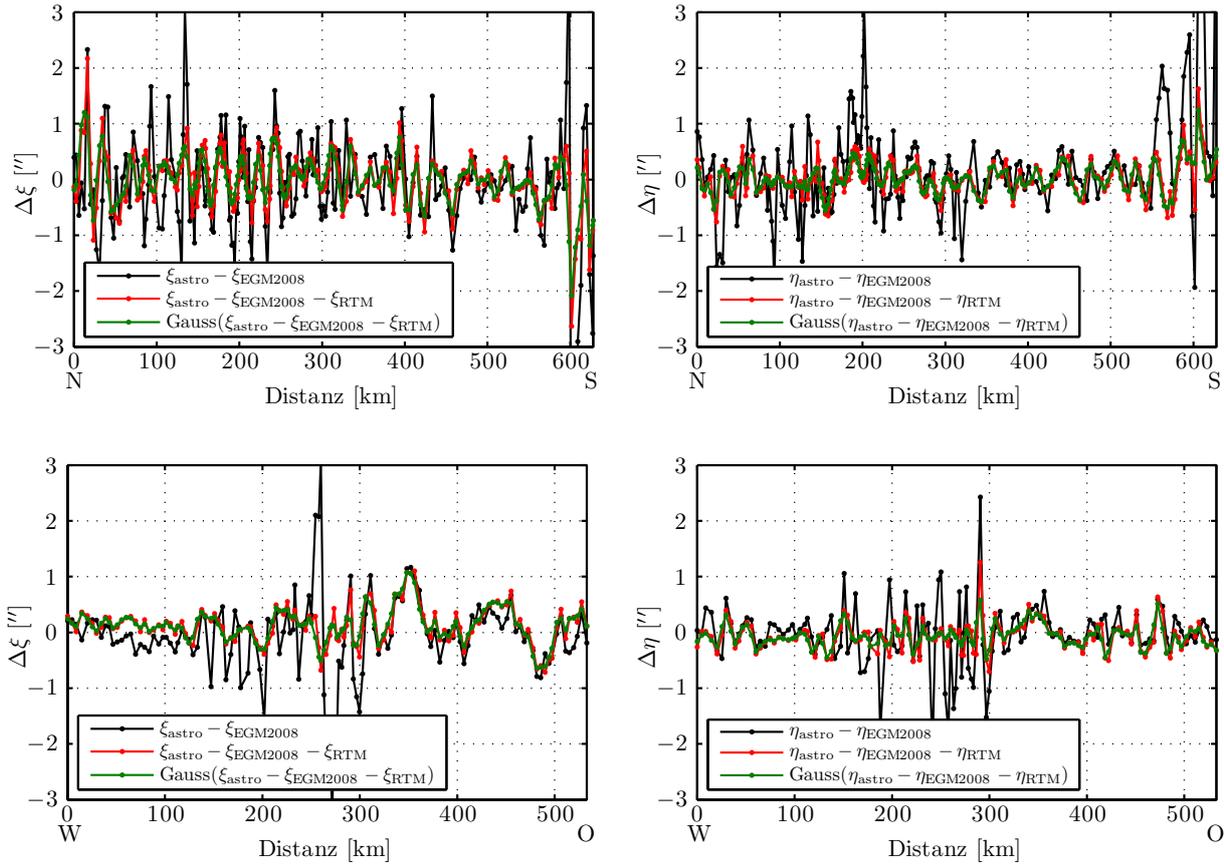


Abbildung 7.5. Differenzen zwischen den astrogeodätischen und den EGM2008-Lotabweichungskomponenten ξ (links) bzw. η (rechts) entlang NS 1.1 (oben) und WO 1.0 (unten) nach dem zweistufigen Ansatz zur Berücksichtigung des Vernachlässigungsfehlers von $n_{\max} > 2190$

mit RMS-Werten von $0,23''$ bis $0,35''$ (Statistik D), sodass die Abweichungen nach dem zweistufigen Verfahren als zufällig eingestuft werden können und das Verfahren als erfolgreich angesehen werden kann. Vergleichbare Untersuchungen auf 175 Einzelstationen in Norddeutschland einschließlich Harz und Niederlande (Hirt *et al.*, 2010a) ergaben RMS-Differenzen von $0,4''$ und mehr. Gegenüber dem Vergleich zwischen astrogeodätischen und EGM2008-Lotabweichungen (Statistik C in Tabelle 7.3) sind die RMS-Differenzen aus Statistik D in Tabelle 7.6 (jeweils ohne 13 Stationen in den Alpen) um den Faktor 1,6 bis 2,5 höher.

Die Mittelwerte der Differenzen in Statistik D sind für beide Komponenten entlang WO 1.0 anhand der Studentischen t -Verteilung ($S = 95\%$) als signifikant ungleich Null zu bewerten. Der Mittelwert von -68 mas für $\Delta\eta$ liegt über dem entsprechenden Wert der Vergleiche mit den EGM2008-Lotabweichungen

Tabelle 7.5. Erläuterungen zu den Statistiken der Differenzen zwischen den astrogeodätischen und den EGM2008-Lotabweichungskomponenten in Tabelle 7.6

Nr.	Erläuterung
A	$(\xi, \eta)_{\text{astro}} - (\xi, \eta)_{\text{EGM2008}}$
B	$(\xi, \eta)_{\text{astro}} - (\xi, \eta)_{\text{EGM2008}} - (\xi, \eta)_{\text{RTM}}$
C	$\text{Gauss}[(\xi, \eta)_{\text{astro}} - (\xi, \eta)_{\text{EGM2008}} - (\xi, \eta)_{\text{RTM}}]$
D	wie C ohne 13 Stationen in den Alpen

Tabelle 7.6. Statistiken A-D der Differenzen zwischen den astrogeodätischen und den EGM2008-Lotabweichungskomponenten ξ und η entlang NS 1.1 und WO 1.0 entsprechend den Erläuterungen in Tabelle 7.5

Nr.	Profil	Anzahl	Komponente	Mittel ["]	Std ["]	RMS ["]	Min ["]	Max ["]
A	NS 1.1	208	$\Delta\xi$	-0,113	1,150	1,152	-8,920	4,335
			$\Delta\eta$	0,241	1,007	1,033	-1,935	6,166
	WO 1.0	133	$\Delta\xi$	-0,073	0,750	0,751	-3,247	3,197
			$\Delta\eta$	-0,051	0,561	0,561	-2,113	2,425
B	NS 1.1	208	$\Delta\xi$	0,004	0,522	0,520	-2,633	2,167
			$\Delta\eta$	0,029	0,321	0,321	-0,761	1,624
	WO 1.0	133	$\Delta\xi$	0,127	0,332	0,354	-0,717	1,103
			$\Delta\eta$	-0,067	0,271	0,278	-0,705	1,254
C	NS 1.1	208	$\Delta\xi$	0,008	0,412	0,411	-2,081	1,203
			$\Delta\eta$	0,030	0,255	0,257	-0,559	1,248
	WO 1.0	133	$\Delta\xi$	0,128	0,294	0,319	-0,638	1,072
			$\Delta\eta$	-0,068	0,189	0,200	-0,472	0,581
D	NS 1.1	195	$\Delta\xi$	0,051	0,348	0,351	-0,734	1,203
			$\Delta\eta$	0,004	0,228	0,227	-0,559	0,700
	WO 1.0	133	$\Delta\xi$	0,128	0,294	0,319	-0,638	1,072
			$\Delta\eta$	-0,068	0,189	0,200	-0,472	0,581

im vorigen Abschnitt von -28 mas (Statistik C in Tabelle 7.3). Im Rahmen der Vergleiche mit den astronomisch-topographischen Nivellements in Abschnitt 8.3 erfolgen bezüglich möglicher langweiliger Differenzen weitere Untersuchungen.

Als Genauigkeitsabschätzungen für die EGM2008-Lotabweichungskomponenten liegen zum einen die Quadratwurzeln der akkumulierten Fehlergradvarianzen bis $n_{\max} = 2190$ von $0,63''$ vor. Zum anderen stehen geographische Gitter für die Standardabweichungen der Lotabweichungskomponenten $\sigma(\epsilon_{(\xi,\eta)})$ nach Abbildung 4.2 zur Verfügung, die entlang der Profile NS 1.1 und WO 1.0 interpoliert werden (Abbildung 7.6, schwarz). Die Standardabweichungen variieren im Bereich zwischen $0,3''$ im Flachland und $0,9''$ in den Alpen. Zur Beurteilung dieser Genauigkeitsabschätzungen anhand der Differenzen zwischen astrogeodätischen und EGM2008-Lotabweichungskomponenten werden aus den EGM2008-Standardabweichungen $\sigma(\epsilon_{(\xi_i,\eta_i)})$ auf i Stationen die mittleren Standardabweichungen $\bar{\sigma}(\epsilon_{(\xi,\eta)})$ für jeweils k Stationen in Profilabschnitten von 100 km Länge nach

$$\bar{\sigma}(\epsilon_{(\xi,\eta)}) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k \sigma^2(\epsilon_{(\xi_i,\eta_i)})}{k}} \quad (7.1)$$

gebildet, sodass stückweise konstante Standardabweichungen vorliegen (Abbildung 7.6, rot). Aus den RMS-Differenzen $\text{RMS}(\Delta\xi, \Delta\eta)$ der Vergleiche zwischen den astrogeodätischen und den EGM2008-Lotabweichungen in den gleichen Profilabschnitten werden unter Berücksichtigung der Genauigkeit der astrogeodätischen Lotabweichungen von $\sigma_{\text{astro}} = 0,08''$ empirische Schätzwerte $\hat{\sigma}(\epsilon_{(\xi,\eta)})$ für die Genauigkeit der EGM2008-Lotabweichungen aus

$$\hat{\sigma}(\epsilon_{(\xi,\eta)}) = \sqrt{\text{RMS}^2(\Delta\xi, \Delta\eta) - \sigma_{\text{astro}}^2} \quad (7.2)$$

abgeleitet (Abbildung 7.6, grün), wobei darin auch nicht modellierte hochfrequente Lotabweichungsvariationen enthalten sind. Die numerischen Ergebnisse sind in Tabelle 7.7 gegenübergestellt. Während in vergleichbaren Untersuchungen bei Hirt *et al.* (2010a) die EGM2008-Standardabweichungen zumeist oberhalb der empirischen Schätzwerte lagen, zeigen sich entlang der Profile NS 1.1 und WO 1.0 nahezu

Tabelle 7.7. Gegenüberstellung der mittleren Standardabweichungen der Lotabweichungskomponenten (ξ, η) aus dem EGM2008 $\bar{\sigma}(\epsilon_{(\xi, \eta)}^{\text{EGM2008}})$ und der empirischen Schätzwerte $\hat{\sigma}(\epsilon_{(\xi, \eta)}^{\text{EGM2008}})$ aus den Differenzen zwischen astrogeodätischen und EGM2008-Lotabweichungen nach Tabelle 7.6 für Profilschnitte von jeweils 100 km Länge entlang NS 1.1 und WO 1.0

Profil Abschnitte	Anzahl k	$\bar{\sigma}(\epsilon_{\xi}^{\text{EGM2008}})$ ["]	$\bar{\sigma}(\epsilon_{\eta}^{\text{EGM2008}})$ ["]	$\hat{\sigma}(\epsilon_{\xi}^{\text{EGM2008}})$ ["]	$\hat{\sigma}(\epsilon_{\eta}^{\text{EGM2008}})$ ["]	$\frac{\bar{\sigma}(\epsilon_{\xi}^{\text{EGM2008}})}{\hat{\sigma}(\epsilon_{\xi}^{\text{EGM2008}})}$	$\frac{\bar{\sigma}(\epsilon_{\eta}^{\text{EGM2008}})}{\hat{\sigma}(\epsilon_{\eta}^{\text{EGM2008}})}$
NS 1.1							
0-100 km	32	0,49	0,48	0,48	0,17	1,0	2,8
100-200 km	43	0,42	0,42	0,31	0,23	1,4	1,9
200-300 km	47	0,38	0,38	0,31	0,19	1,2	2,0
300-400 km	26	0,37	0,37	0,34	0,16	1,1	2,4
400-500 km	23	0,40	0,40	0,28	0,18	1,4	2,2
500 km-Ende	37	0,63	0,62	0,59	0,41	1,1	1,5
0 km-Ende	208	0,46	0,46	0,40	0,24	1,1	1,9
WO 1.0							
0-100 km	23	0,33	0,33	0,16	0,14	2,0	2,3
100-200 km	24	0,35	0,36	0,16	0,19	2,2	1,9
200-300 km	31	0,50	0,51	0,24	0,19	2,1	2,8
300-400 km	24	0,45	0,45	0,49	0,17	0,9	2,6
400 km-Ende	31	0,39	0,39	0,36	0,21	1,1	1,9
0 km-Ende	133	0,41	0,42	0,31	0,18	1,3	2,3

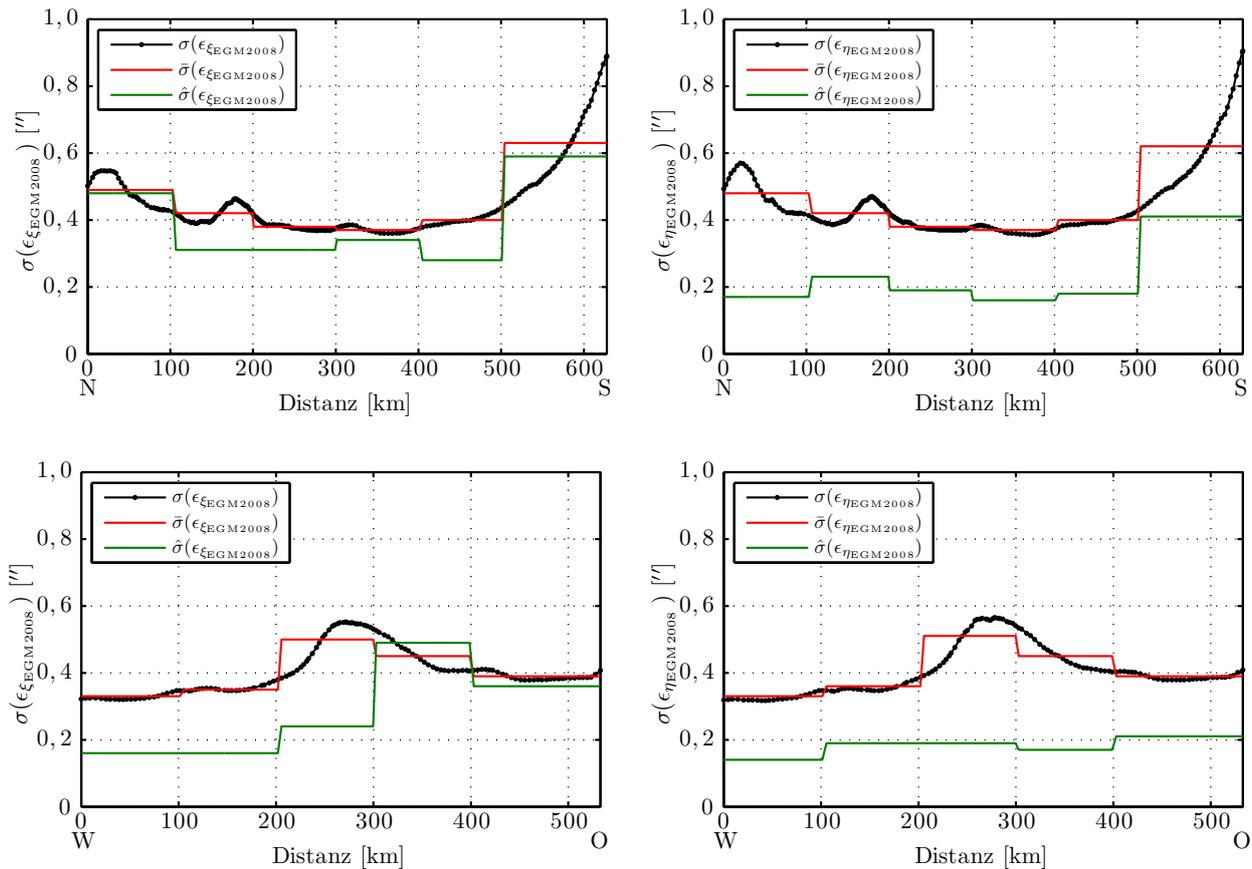


Abbildung 7.6. Standardabweichungen $\sigma(\epsilon_{(\xi,\eta)})$ der Lotabweichungskomponenten aus dem EGM2008 entlang NS 1.1 (links) und WO 1.0 (rechts) nach Abbildung 4.2 sowie mittlere Standardabweichungen $\bar{\sigma}(\epsilon_{(\xi,\eta)})$ für Profilabschnitte von jeweils 100 km nach (7.1) und empirische Schätzwerte $\hat{\sigma}(\epsilon_{(\xi,\eta)})$ nach (7.2)

ausschließlich geringere Schätzwerte mit Faktoren von 0,9 bis 2,2 für die Nord-Süd-Komponente ξ und 1,5 bis 2,8 für die Ost-West-Komponente η . Insgesamt lässt sich für die erzielten Ergebnisse aus dem vollständig unabhängigen Vergleich von astrogeodätischen und EGM2008-Lotabweichungen ein bislang nicht erreichtes Genauigkeitsniveau feststellen, das neben der bereits im vorigen Abschnitt nachgewiesenen Genauigkeit der astrogeodätischen Lotabweichungen die hohe Qualität der im EGM2008 enthaltenen terrestrischen Schwerebeobachtungen in Deutschland widerspiegelt.

7.3 Vergleich von astrogeodätischen und aktuellen GOCE-GPM-Lotabweichungen

Die Validierung der globalen Potentialmodelle (GPM) auf Basis von GOCE-Daten ist aktueller Gegenstand der Forschung. Die hohen Anforderungen bezüglich Genauigkeit und Auflösung der GOCE-Mission erfüllen jedoch nur wenige terrestrische Datensätze weltweit. Die erste Generation von GOCE-Modellen wurde bei Gruber *et al.* (2011) unter anderem anhand verschiedener GPS-Nivellementdatensätze in Deutschland, Europa, Nordamerika, Australien und Japan validiert. Weitere Untersuchungen zu den GPM der ersten GOCE-Generation anhand terrestrischer Schweredaten und astrogeodätischer Lotabweichungen in der Schweiz und in Australien sind bei Hirt *et al.* (2011a) zu finden. Erste eigene Analysen der ersten GOCE-Generation anhand terrestrischer Schweredaten in Europa sowie gravimetrischer Quasigeoidmodelle und astrogeodätischer Lotabweichungen entlang der

Profile sind bei Voigt *et al.* (2010) zu finden. Nach der Veröffentlichung der zweiten Generation wurden die Untersuchungen mit den astrogeodätischen Lotabweichungen in Voigt und Denker (2011) sowie Voigt und Denker (2013b) fortgesetzt. Die aktuellen Ergebnisse zur dritten Generation anhand von terrestrischen Schwereanomalien in Europa sowie anhand des nationalen GPS-Nivellementdatensatzes 2011 (Abschnitt 4.3) und der astrogeodätischen Lotabweichungen sind bei Voigt und Denker (2013a) zu finden. Im Rahmen dieser Arbeit erfolgt die ausführliche Darstellung des verwendeten Verfahrens sowie die Untersuchung der akkumulierten Fehlergradvarianzen der GOCE-GPM anhand der astrogeodätischen Lotabweichungen.

Zunächst werden analog zum vorigen Abschnitt die Lotabweichungskomponenten aus EIGEN-6C, dem ersten ultrahochoauflösenden GPM aus Satellitendaten (GOCE, GRACE, SLR) sowie terrestrischen Schwerewerten und altimetrischen Beobachtungen, bis $n_{\max} = 1420$ untersucht. Dazu werden zunächst RTM-Effekte aus einem hochauflösenden DGM bezüglich der Referenztopographie DTM2006.0 bis $n_{\max} = 1420$ entsprechend einer Auflösung von $8' \times 8'$ reduziert. Anschließend wird eine räumliche Tiefpassfilterung mit einem Gaußfilter der Breite 14 km bzw. $8'$ durchgeführt. In Tabelle 7.8 sind die Statistiken der Vergleiche zwischen den astrogeodätischen Lotabweichungskomponenten und den EIGEN-6C- sowie EGM2008-Lotabweichungskomponenten bis $n_{\max} = 1420$ dargestellt. Beim Vergleich mit Statistik C der Tabelle 7.6 sind für die EGM2008-Lotabweichungen aufgrund des geringen Entwicklungsgrades Verschlechterungen in der Ost-West-Komponente η um Faktor 1,3 bis 1,9 festzustellen, während die RMS-Differenzen in der Nord-Süd-Komponente ξ nahezu unverändert sind. Für die Lotabweichungen aus dem EIGEN-6C ergeben sich trotz der Integration von GOCE-Daten keine Verbesserungen. Die Quadratwurzeln der akkumulierten Fehlergradvarianzen für die Lotabweichungen liegen mit $0,54''$ für EIGEN-6C bzw. $0,48''$ für EGM2008 aufgrund der hohen Qualität der enthaltenen terrestrischen Datensätze in Deutschland oberhalb der RMS-Differenzen entlang der Profile.

Die Validierung von GPM aus Satellitendaten anhand terrestrischer Datensätze erschwert sich zunehmend mit geringeren maximalen Entwicklungsgraden. In Bezug auf Lotabweichungen sind nach Tscherning-Rapp für die im Rahmen dieser Arbeit relevanten maximalen Entwicklungsgrade um $n_{\max} = 200$ in Verbindung mit der angestrebten GOCE-Auflösung von 100 km Vernachlässigungsfehler von $4,3''$ bzw. 41% des gesamten Spektralgehaltes enthalten (Voigt und Denker, 2013b). Die Anwendung des in den vorangegangenen Untersuchungen verwendeten zweistufigen Verfahrens zur Berücksichtigung der spektralen Unterschiede stellt sich in Verbindung mit GPM bis $n_{\max} = 200$ und entsprechenden RTM-Effekten bezüglich einer Referenztopographie mit einer Auflösung von $50' \times 50'$ sowie einer Gaußfilterung der Breite 100 km als nicht erfolgreich heraus; die erzielten RMS-Differenzen liegen weit über den Zielgenauigkeiten von wenigen $0,1''$. Zur Erhaltung des vollständigen Signalgehaltes in den astrogeodätischen Lotabweichungen wird in den folgenden Untersuchungen ein dreistufiges Verfahren zur Berücksichtigung des Vernachlässigungsfehlers angewendet. Zunächst werden dabei die Lotabweichungskomponenten der verschiedenen GPM bis zu maximalen Entwicklungsgraden von $n_{\max} = 150, 180, 200$ und 240 berechnet, was räumlichen Auflösungen zwischen 130 und 80 km entspricht. Zur

Tabelle 7.8. Statistik C der Differenzen nach Tabelle 7.5 zwischen den astrogeodätischen und den EIGEN-6C- sowie EGM2008-Lotabweichungskomponenten ξ und η entlang NS 1.1 und WO 1.0 bis $n_{\max} = 1420$

GPM	Profil	Anzahl	Komponente	Mittel ["]	Std ["]	RMS ["]	Min ["]	Max ["]
EIGEN-6C	NS 1.1	208	$\Delta\xi$	0,045	0,424	0,425	-1,562	1,405
			$\Delta\eta$	0,177	0,518	0,546	-0,978	1,392
	WO 1.0	133	$\Delta\xi$	0,122	0,293	0,316	-0,514	0,894
			$\Delta\eta$	-0,019	0,293	0,293	-0,711	0,724
EGM2008	NS 1.1	208	$\Delta\xi$	0,008	0,407	0,406	-1,562	1,382
			$\Delta\eta$	0,112	0,471	0,483	-0,874	1,459
	WO 1.0	133	$\Delta\xi$	0,115	0,303	0,323	-0,500	1,027
			$\Delta\eta$	-0,021	0,261	0,260	-0,544	0,768

Berücksichtigung des Vernachlässigungsfehlers werden den GPM-Lotabweichungen im ersten Schritt die EGM2008-Lotabweichungen zwischen $n_{\max} + 1$ und 2190 hinzugefügt. Die Schritte 2 und 3 erfolgen dann mit den analogen RTM-Effekten und der Gaußfilterung nach Abschnitt 7.2. Das Verfahren der GPM-Signalerweiterung um EGM2008-Effekte wurde beispielsweise von Gruber *et al.* (2011) im Rahmen der Validierung von GOCE-GPM anhand von GPS-Nivellementdaten eingesetzt und von Hirt *et al.* (2011a) auf die Validierung mit astrogeodätischen Lotabweichungen angewendet sowie um die Berücksichtigung von RTM-Effekten erweitert. Dabei ist allerdings ein spektraler Bruch bei n_{\max} in Kauf zu nehmen, der zu schlechteren Ergebnissen in den Vergleichen führen kann (Rülke *et al.*, 2013).

In Abbildung 7.7 sind die im Zusammenhang mit dem mehrstufigen Verfahren auftretenden Differenzen exemplarisch für TIM3 bis $n_{\max} = 200$ entlang NS 1.1 und WO 1.0 dargestellt. Die entsprechenden Statistiken sind mit den Erläuterungen aus Tabelle 7.9 in Tabelle 7.10 angegeben. In den Differenzen zwischen den astrogeodätischen und TIM3-Lotabweichungen (Statistik A) mit RMS-Werten zwischen $2,04''$ und $2,67''$ zeigt sich der Vernachlässigungsfehler von $n_{\max} > 200$. Dabei treten maximale Differenzen von bis zu $14,4''$ auf. Durch die Hinzunahme von EGM2008-Lotabweichungen zwischen $n = 201$ und 2190 (Statistik B) wird der entsprechende Anteil des Vernachlässigungsfehlers berücksichtigt, und die RMS-Differenzen verringern sich um 47% bis 79% auf $0,57''$ bis $1,17''$ (Statistik B). Durch die Berücksichtigung von RTM-Effekten (Statistik C) und Gaußfilterung der hochfrequenten Variationen (Statistik D) gelingt die Reduktion der RMS-Differenzen analog zu den Statistiken B und C in Tabelle 7.6. Beim Vergleich der Statistik D in Tabelle 7.10 mit der Statistik C in Tabelle 7.6 zeigen sich leicht höhere Differenzen bei den Vergleichen mit TIM3 bis $n_{\max} = 200$ gegenüber den vollständigen

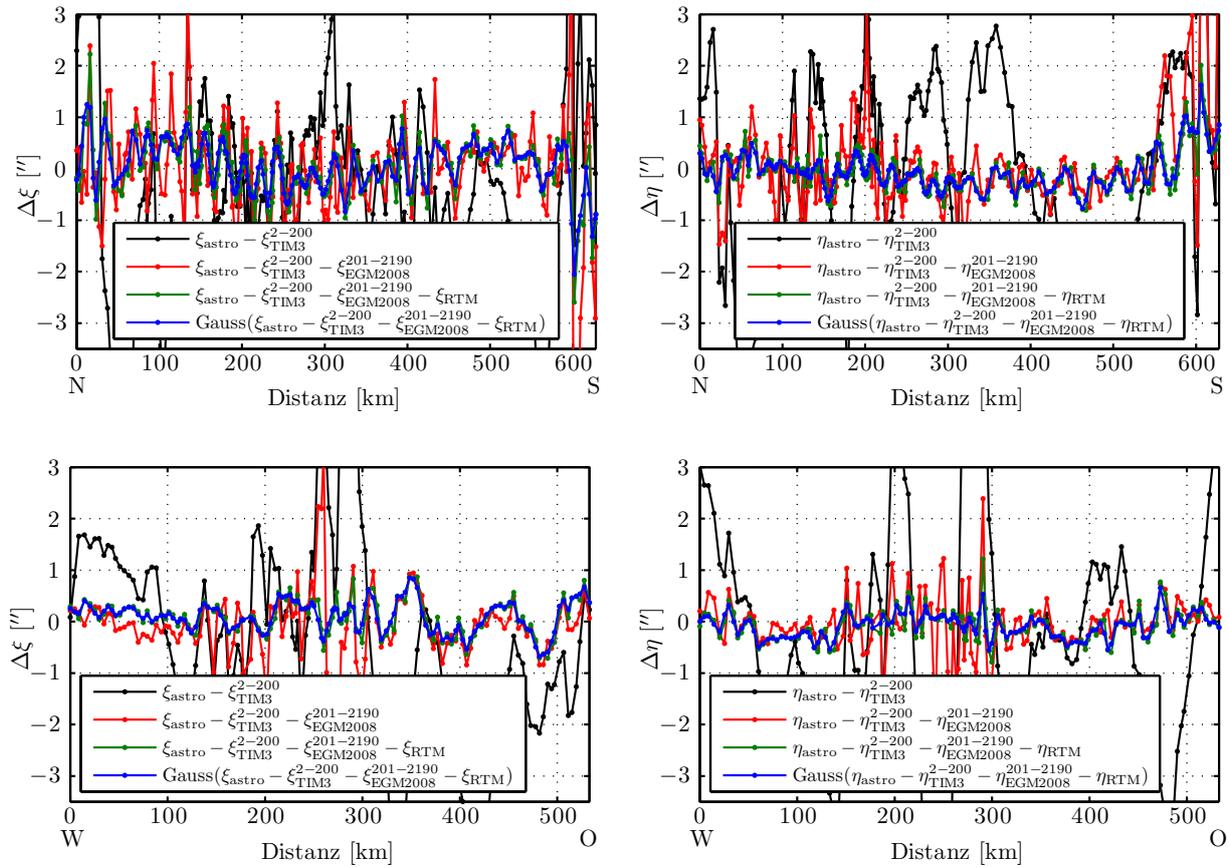


Abbildung 7.7. Differenzen zwischen den astrogeodätischen und den TIM3-Lotabweichungskomponenten ξ (links) bzw. η (rechts) entlang NS 1.1 (oben) und WO 1.0 (unten) nach dem dreistufigen Ansatz zur Berücksichtigung des Vernachlässigungsfehlers von $n_{\max} > 200$

Tabelle 7.9. Erläuterungen zu den Statistiken der Differenzen zwischen den astrogeodätischen und den TIM3-Lotabweichungskomponenten in Tabelle 7.10

Nr.	Erläuterung
A	$(\xi, \eta)_{\text{astro}} - (\xi, \eta)_{\text{TIM3}}^{2-200}$
B	$(\xi, \eta)_{\text{astro}} - (\xi, \eta)_{\text{TIM3}}^{2-200} - (\xi, \eta)_{\text{EGM2008}}^{201-2190}$
C	$(\xi, \eta)_{\text{astro}} - (\xi, \eta)_{\text{TIM3}}^{2-200} - (\xi, \eta)_{\text{EGM2008}}^{201-2190} - (\xi, \eta)_{\text{RTM}}$
D	$\text{Gauss}[(\xi, \eta)_{\text{astro}} - (\xi, \eta)_{\text{TIM3}}^{2-200} - (\xi, \eta)_{\text{EGM2008}}^{201-2190} - (\xi, \eta)_{\text{RTM}}]$

Tabelle 7.10. Statistiken A-D der Differenzen zwischen den astrogeodätischen und den TIM3-Lotabweichungskomponenten ξ und η entlang NS 1.1 und WO 1.0 entsprechend den Erläuterungen in Tabelle 7.9

Nr.	Profil	Anzahl	Komponente	Mittel ["]	Std ["]	RMS ["]	Min ["]	Max ["]
A	NS 1.1	208	$\Delta\xi$	-0,207	2,560	2,562	-6,642	14,543
			$\Delta\eta$	-0,019	2,044	2,040	-5,298	5,998
	WO 1.0	133	$\Delta\xi$	-0,082	2,570	2,562	-5,381	8,459
			$\Delta\eta$	-0,317	2,663	2,672	-8,120	7,905
B	NS 1.1	208	$\Delta\xi$	-0,072	1,174	1,174	-8,884	4,395
			$\Delta\eta$	0,160	1,079	1,088	-1,790	6,482
	WO 1.0	133	$\Delta\xi$	-0,100	0,737	0,741	-3,108	3,318
			$\Delta\eta$	-0,063	0,567	0,568	-1,939	2,387
C	NS 1.1	208	$\Delta\xi$	0,046	0,568	0,569	-2,597	2,224
			$\Delta\eta$	-0,052	0,395	0,397	-0,808	2,012
	WO 1.0	133	$\Delta\xi$	0,099	0,335	0,349	-0,713	0,868
			$\Delta\eta$	-0,080	0,301	0,310	-0,789	1,216
D	NS 1.1	208	$\Delta\xi$	0,046	0,468	0,469	-2,052	1,246
			$\Delta\eta$	-0,051	0,350	0,353	-0,769	1,623
	WO 1.0	133	$\Delta\xi$	0,101	0,297	0,313	-0,678	0,851
			$\Delta\eta$	-0,081	0,230	0,243	-0,555	0,657

EGM2008-Lotabweichungen. Zum einen lässt sich daraus schlussfolgern, dass das EGM2008 in diesem Spektralbereich aufgrund der hohen Qualität der enthaltenen terrestrischen Daten leicht überlegen ist, zum anderen muss aber auch der spektrale Bruch berücksichtigt werden, wodurch eine etwas geringere Genauigkeit im Zusammenhang mit den kombinierten TIM3-EGM2008-Lotabweichungen zu erwarten ist.

Die Mittelwerte der Differenzen in Statistik D sind mit Ausnahme von $\Delta\xi$ entlang NS 1.1 nach der Studentischen t -Verteilung ($S = 95\%$) signifikant ungleich Null. Bei den Vergleichen zwischen den astrogeodätischen und den verschiedenen GPM in Tabelle 7.11 treten weitere signifikant von Null verschiedene Mittelwerte auf, die für alle GOCE-Modelle der dritten Generation (TIM3, DIR3, GOCO03S) in der Nord-Süd-Komponente entlang WO 1.0 bei $n_{\text{max}} = 240$ Maximalwerte von $0,6''$ annehmen. Bei den Vergleichen mit ITG-Grace2010s wird der Mittelwert ebenfalls in der Nord-Süd-Komponente entlang WO 1.0 bei $n_{\text{max}} = 180$ maximal und beträgt $1,0''$. Damit ist ein deutlicher Zusammenhang zwischen dem geringen Signalgehalt bei den maximalen Entwicklungsgraden in den GPM-Lotabweichungen und den Mittelwerten in den Vergleichen mit den astrogeodätischen Lotabweichungen zu erkennen.

In Tabelle 7.11 sind die RMS-Differenzen zwischen den astrogeodätischen Lotabweichungskomponenten entlang der Profile NS 1.1 sowie WO 1.0 und den entsprechenden Komponenten aus aktuellen GPM entsprechend Statistik C gegenübergestellt. Die GPM-Lotabweichungskomponenten sind darin

Tabelle 7.11. RMS-Differenzen aus dem Vergleich zwischen den astrogeodätischen und ausgewählten GPM-Lotabweichungskomponenten ξ und η entlang NS 1.1 und WO 1.0 nach Statistik C in Tabelle 7.9 bis $n_{\max} = 150, 180, 200$ und 240

GPM	n_{\max}	NS 1.1		WO 1.0	
		RMS $\Delta\xi$ ["]	RMS $\Delta\eta$ ["]	RMS $\Delta\xi$ ["]	RMS $\Delta\eta$ ["]
ITG-Grace2010s	150	0,411	0,254	0,318	0,196
TIM1		0,417	0,273	0,337	0,202
TIM2		0,425	0,261	0,326	0,195
TIM3		0,425	0,256	0,321	0,193
DIR3		0,425	0,235	0,311	0,197
GOCO03S		0,421	0,261	0,317	0,187
EIGEN-6C		0,425	0,266	0,319	0,197
ITG-Grace2010s	180	0,884	0,784	1,242	0,585
TIM1		0,470	0,388	0,345	0,343
TIM2		0,422	0,304	0,330	0,201
TIM3		0,427	0,282	0,316	0,194
DIR3		0,431	0,265	0,312	0,209
GOCO03S		0,427	0,293	0,321	0,205
EIGEN-6C		0,417	0,294	0,332	0,204
TIM1	200	0,827	0,606	0,577	0,491
TIM2		0,463	0,365	0,383	0,285
TIM3		0,469	0,353	0,313	0,243
DIR3		0,489	0,330	0,338	0,236
GOCO03S		0,468	0,359	0,313	0,254
EIGEN-6C		0,428	0,302	0,330	0,226
TIM2	240	0,745	1,096	0,697	0,788
TIM3		0,947	0,673	1,085	1,040
DIR3		0,791	0,787	0,942	0,968
GOCO03S		0,850	0,606	1,013	0,946
EIGEN-6C		0,433	0,326	0,345	0,250

für maximale Entwicklungsgrade bis $n_{\max} = 150, 180, 200$ und 240 berechnet und mit den EGM2008-Anteilen zwischen $n_{\max} + 1$ und 2190 erweitert. Die Unterschiede gegenüber den Ergebnissen in Voigt *et al.* (2010) sowie Voigt und Denker (2011, 2013a,b) ergeben sich zum einen durch die Verwendung von DTM2006.0 als Referenztopographie für die RTM-Effekte, wodurch ein wesentlich höherer Grad an Glättung erreicht wurde, und zum anderen durch die Anbringung der Reduktionen nach Abschnitt 6.5.

In den RMS-Differenzen bis $n_{\max} = 150$ zeigt sich, dass ITG-Grace2010s vollständig den EGM2008-Lotabweichungen der Statistik C in Tabelle 7.6 entspricht, woraus geschlossen werden kann, dass in diesem Spektralbereich die GRACE-Beobachtungen gegenüber den terrestrischen Daten in EGM2008 stark dominieren. Beim Vergleich von TIM3 mit den Kombinationsmodellen DIR3 und GOCO03S aus Satellitendaten ist der Einfluss der GRACE-Daten gegenüber dem reinen GOCE-GPM zu erkennen. Im starken Anstieg der RMS-Differenzen gegenüber ITG-Grace2010s bis $n_{\max} = 180$ wird die begrenzte räumliche Auflösung der GRACE-Beobachtungen im Spektralbereich zwischen $n = 150$ und 180 deutlich, während die GOCE-GPM grundsätzlich auf dem gleichen Genauigkeitsniveau verbleiben. Darin wird bereits an dieser Stelle der Einfluss der GOCE-Beobachtungen offensichtlich. Die Verbesserungen zwischen der zweiten und der ersten GOCE-Generation (TIM2 gegenüber TIM1) liegen im Bereich von 4-41%. Zwischen der dritten und der zweiten GOCE-Generation (TIM3 gegenüber TIM2) sind

die Verbesserungen mit maximal 7% deutlich geringer. Da die Differenzen in diesem Spektralbereich von den GOCE-Beobachtungen dominiert werden, liegen die kombinierten Satellitenmodelle DIR3 und GOCO03S auf Basis der gleichen GOCE-Beobachtungen auf dem gleichen Niveau. Beim Vergleich der Differenzen von EIGEN-6C und EGM2008 gegenüber den GOCE-GPM aus Satellitenbeobachtungen sind ebenfalls keine signifikanten Unterschiede festzustellen, sodass die GOCE-Beobachtungen in der Lage sind, die in den ultrahochoauflösenden GPM enthaltenen terrestrischen Daten in Deutschland in diesem Spektralbereich adäquat zu ersetzen. In den Differenzen der GPM-Lotabweichungen bis $n_{\max} = 200$ werden die Unterschiede zwischen TIM1 und TIM2 noch deutlicher und betragen 34-44% in allen Komponenten. Zwischen TIM3 und TIM2 sind entlang WO 1.0 Verbesserungen von 15% bzw. 18% zu erkennen. Aufgrund des höheren Rauschniveaus insbesondere in den Alpen sind entlang NS 1.1 keine bzw. nur geringe Verbesserungen zu identifizieren. Bei allen GOCE-Satellitenmodellen der dritten Generation (TIM3, DIR3, GOCO03S) ist ein leichter Anstieg der RMS-Werte gegenüber den Differenzen bis $n_{\max} = 180$ zu erkennen, wohingegen EIGEN-6C nahezu auf dem gleichen Niveau verbleibt. Bis $n_{\max} = 240$ nehmen die RMS-Differenzen von EIGEN-6C aufgrund der enthaltenen terrestrischen Daten nur leicht zu, während die Differenzen bei allen Satellitenmodellen aufgrund der begrenzten räumlichen Auflösung stark ansteigen. Insgesamt wird in diesen Untersuchungen der Beitrag der GOCE-Beobachtungen im Spektralbereich zwischen $n = 150$ bis 200 deutlich. Während GOCE gegenüber terrestrischen Daten mit hoher Qualität vergleichbare Ergebnisse liefert, sind in Regionen mit bekannter geringerer Qualität der terrestrischen Daten wie beispielsweise in Grönland, der Türkei und in Nordafrika (Voigt und Denker, 2013a) sowie in weiten Teilen Südamerikas und in Asien (Hirt *et al.*, 2011a) deutliche Verbesserungen durch die GOCE-Beobachtungen festzustellen.

Zur Untersuchung der akkumulierten Fehlergradvarianzen für die Lotabweichungen aus GOCE-GPM nach Abbildung 4.1 anhand der RMS-Differenzen $\text{RMS}(\Delta\xi, \Delta\eta)$ entlang der Profile aus Tabelle 7.11 müssen alle enthaltenen Unsicherheiten berücksichtigt werden, womit sich die empirischen Schätzwerte $\hat{\sigma}(\epsilon_{(\xi,\eta)}^{\text{GPM}^{2-200}})$ für die Genauigkeiten der GPM-Lotabweichungskomponenten bis $n_{\max} = 200$ nach

$$\hat{\sigma}(\epsilon_{(\xi,\eta)}^{\text{GPM}^{2-200}}) = \sqrt{\text{RMS}^2(\Delta\xi, \Delta\eta) - \hat{\sigma}^2(\epsilon_{(\xi,\eta)}^{\text{EGM2008}^{201-2190}}) - \sigma_{\text{astro}}^2} \quad (7.3)$$

ergeben. Zur Abschätzung von $\hat{\sigma}(\epsilon_{(\xi,\eta)}^{\text{EGM2008}^{201-2190}})$ als Genauigkeit der EGM2008-Lotabweichungskomponenten zwischen $n = 201$ und 2190 werden die empirischen Schätzwerte $\hat{\sigma}(\epsilon_{(\xi,\eta)}^{\text{EGM2008}}) = \hat{\sigma}(\epsilon_{(\xi,\eta)}^{\text{EGM2008}^{2-2190}})$ für die Genauigkeit der gesamten EGM2008-Lotabweichungskomponenten entlang der Profile (0 km-Ende) aus Tabelle 7.7 herangezogen. Mit den entsprechenden Quadratwurzeln der akkumulierten Fehlergradvarianzen $\bar{\sigma}(\epsilon_{(\xi,\eta)}^{\text{EGM2008}^{2-2190}})$ sowie $\bar{\sigma}(\epsilon_{(\xi,\eta)}^{\text{EGM2008}^{201-2190}})$ werden die empirischen Schätzwerte für die Genauigkeiten der EGM2008-Lotabweichungskomponenten zwischen $n = 201$ und 2190 mit

$$\hat{\sigma}(\epsilon_{(\xi,\eta)}^{\text{EGM2008}^{201-2190}}) = \frac{\bar{\sigma}(\epsilon_{(\xi,\eta)}^{\text{EGM2008}^{201-2190}})}{\bar{\sigma}(\epsilon_{(\xi,\eta)}^{\text{EGM2008}^{2-2190}})} \cdot \hat{\sigma}(\epsilon_{(\xi,\eta)}^{\text{EGM2008}^{2-2190}}) \quad (7.4)$$

abgeleitet. Daraus ergeben sich für $\hat{\sigma}(\epsilon_{(\xi,\eta)}^{\text{EGM2008}^{201-2190}})$ Werte zwischen 0,17" und 0,38". In Tabelle 7.12 sind die RMS-Differenzen aus Tabelle 7.11 bis $n_{\max} = 200$ den empirischen Schätzwerten $\hat{\sigma}(\epsilon_{(\xi,\eta)}^{\text{EGM2008}^{201-2190}})$ sowie der Genauigkeit der astrogeodätischen Lotabweichungskomponenten σ_{astro} gegenübergestellt. Dabei ist zu berücksichtigen, dass unmodellerte hochfrequente Lotabweichungsvariationen in den empirisch geschätzten EGM2008-Genauigkeiten enthalten sind. Nach (7.3) ergeben sich die empirischen Schätzwerte $\hat{\sigma}(\epsilon_{(\xi,\eta)}^{\text{GPM}^{2-200}})$ für die Genauigkeiten der GPM-Lotabweichungskomponenten bis $n_{\max} = 200$. Die größten Streuungen sind bei TIM1 mit Werten zwischen 0,45" und 0,73" zu identifizieren, während sich die geringsten Streuungen bei TIM2 und EIGEN-6C mit 0,21-0,27" bzw. 0,12-0,18" ergeben. Daraus

Tabelle 7.12. Empirische Schätzwerte $\hat{\sigma} \left(\epsilon_{(\xi,\eta)_{\text{GPM}}}^{2-200} \right)$ für die Genauigkeiten der GPM-Lotabweichungskomponenten ξ und η entlang NS 1.1 und WO 1.0 bis $n_{\text{max}} = 200$ aus den RMS-Differenzen (RMS) zwischen den astrogeodätischen und den GPM-Lotabweichungskomponenten ξ und η entlang NS 1.1 und WO 1.0, den Schätzwerten $\hat{\sigma} \left(\epsilon_{(\xi,\eta)_{\text{EGM2008}}}^{201-2190} \right)$ für die Genauigkeiten der EGM2008-Lotabweichungskomponenten zwischen $n = 201$ und 2190 und der Genauigkeit σ_{astro} der astrogeodätischen Lotabweichungskomponenten nach (7.3)

GPM	Profil	Anzahl	Komponente	RMS ["]	$\hat{\sigma} \left(\epsilon_{(\xi,\eta)_{\text{EGM2008}}}^{201-2190} \right)$ ["]	σ_{astro} ["]	$\hat{\sigma} \left(\epsilon_{(\xi,\eta)_{\text{GPM}}}^{2-200} \right)$ ["]
TIM1	NS 1.1	208	$\Delta\xi$	0,827	0,38	0,08	0,73
			$\Delta\eta$	0,606	0,23	0,08	0,56
	WO 1.0	133	$\Delta\xi$	0,577	0,29	0,08	0,49
			$\Delta\eta$	0,491	0,17	0,08	0,45
TIM2	NS 1.1	208	$\Delta\xi$	0,463	0,38	0,08	0,25
			$\Delta\eta$	0,365	0,23	0,08	0,27
	WO 1.0	133	$\Delta\xi$	0,383	0,29	0,08	0,24
			$\Delta\eta$	0,285	0,17	0,08	0,21
TIM3	NS 1.1	208	$\Delta\xi$	0,469	0,38	0,08	0,26
			$\Delta\eta$	0,353	0,23	0,08	0,26
	WO 1.0	133	$\Delta\xi$	0,313	0,29	0,08	0,08
			$\Delta\eta$	0,243	0,17	0,08	0,15
DIR3	NS 1.1	208	$\Delta\xi$	0,489	0,38	0,08	0,30
			$\Delta\eta$	0,330	0,23	0,08	0,22
	WO 1.0	133	$\Delta\xi$	0,338	0,29	0,08	0,15
			$\Delta\eta$	0,236	0,17	0,08	0,14
GOCO03S	NS 1.1	208	$\Delta\xi$	0,468	0,38	0,08	0,26
			$\Delta\eta$	0,359	0,23	0,08	0,26
	WO 1.0	133	$\Delta\xi$	0,313	0,29	0,08	0,08
			$\Delta\eta$	0,254	0,17	0,08	0,17
EIGEN-6C	NS 1.1	208	$\Delta\xi$	0,428	0,38	0,08	0,18
			$\Delta\eta$	0,302	0,23	0,08	0,18
	WO 1.0	133	$\Delta\xi$	0,330	0,29	0,08	0,13
			$\Delta\eta$	0,226	0,17	0,08	0,12

kann gefolgert werden, dass mit zunehmender Qualität der GOCE-Modelle geringere Streuungen der Schätzwerte auftreten.

In Tabelle 7.13 sind den Quadratwurzeln der akkumulierten Fehlergradvarianzen $\bar{\sigma} \left(\epsilon_{(\xi,\eta)_{\text{GPM}}}^{2-200} \right)$ nach Abbildung 4.1 die Mittelwerte der jeweils vier empirischen Schätzwerte $\hat{\sigma} \left(\epsilon_{(\xi,\eta)_{\text{GPM}}}^{2-200} \right)$ aus Tabelle 7.12 gegenübergestellt. Die Standardabweichungen der Mittelwerte betragen zwischen 8 mas für TIM1 und 0,5 mas für TIM2 sowie EIGEN-6C. Mit Faktoren zwischen 0,6 und 1,1 ergeben sich gute Übereinstimmungen zwischen den Fehlergradvarianzen und den regionalen empirischen Schätzwerten. Damit ergeben sich vollständige Übereinstimmungen mit den Ergebnissen aus dem umfangreichen terrestrischen Schweredatensatz in Europa und dem nationalen GPS-Nivellementdatensatz in Deutschland (Voigt und Denker, 2013a). Insgesamt ist festzustellen, dass das Genauigkeitsniveau der GOCE-GPM der dritten Generation etwa um den Faktor 1,5 oberhalb der Zielgenauigkeit von 0,15'' liegt. Die GPM der vierten GOCE-Generation werden sämtliche reprozessierten Beobachtungen der Mission bis Ende 2012 enthalten. Zudem wird in den letzten Monaten die Flughöhe von GOCE um mehrere Kilometer abgesenkt, um eine höhere Genauigkeit und räumliche Auflösung zu erzielen.

Tabelle 7.13. Gegenüberstellung der Quadratwurzeln der akkumulierten Fehlergradvarianzen der GOCE-GPM-Lotabweichungskomponenten $\bar{\sigma} \left(\epsilon_{(\xi,\eta)_{\text{GPM}}}^{2-200} \right)$ und der Mittelwerte $\bar{\delta} \left(\epsilon_{(\xi,\eta)_{\text{GPM}}}^{2-200} \right)$ der empirischen Schätzwerte für die Genauigkeiten aus Tabelle 7.12

GPM	$\bar{\sigma} \left(\epsilon_{(\xi,\eta)_{\text{GPM}}}^{2-200} \right)$ ["]	$\bar{\delta} \left(\epsilon_{(\xi,\eta)_{\text{GPM}}}^{2-200} \right)$ ["]	$\frac{\bar{\sigma} \left(\epsilon_{(\xi,\eta)_{\text{GPM}}}^{2-200} \right)}{\bar{\delta} \left(\epsilon_{(\xi,\eta)_{\text{GPM}}}^{2-200} \right)}$
TIM1	0,44	0,57	0,8
TIM2	0,28	0,24	1,1
TIM3	0,22	0,20	1,1
DIR3	0,12	0,21	0,6
GOCO03S	0,22	0,21	1,1
EIGEN-6C	0,11	0,16	0,7

7.4 Zusammenfassung der Ergebnisse

Die Ergebnisse der Vergleiche zwischen den astrogeodätischen Lotabweichungen und den vorhandenen Schwerefeld Datensätzen werden im Folgenden zusammengefasst. Die Vergleiche mit den gravimetrischen Lotabweichungen aus dem EGG2008 erfolgen auf Basis von Lotabweichungen in der Definition nach Molodenskii. Dabei wird das grundlegende Problem der Korrektur der gravimetrischen Lotabweichungen um die Geländeneigung identifiziert und in geeigneter Weise modelliert. Die RMS-Differenzen betragen zwischen 0,14" und 0,25" (Statistik C in Tabelle 7.2). In einem weiteren Schritt werden Vergleiche mit verbesserten gravimetrischen Lotabweichungen aus dem EGG2008 durchgeführt, bei denen sich die RMS-Differenzen auf 0,12" bis 0,16" verringern (Statistik C in Tabelle 7.3). Bei Bildung der Differenzen auf Stationen in Profilabschnitten von jeweils 100 km Länge variieren die RMS-Differenzen zwischen 0,08" und 0,26" (Statistik C in Tabelle 7.4). Damit gelingt der Nachweis über die Genauigkeit der astrogeodätischen Lotabweichungen von 0,08". Zudem zeigen die Vergleiche aber auch das hohe Genauigkeitspotenzial der gravimetrischen Lotabweichungen von mindestens 0,25".

Die Vergleiche mit den Lotabweichungen aus globalen Potentialmodellen werden auf Basis von dynamischen Lotabweichungen mit Hilfe von mehrstufigen Verfahren zur Berücksichtigung der unterschiedlichen spektralen Eigenschaften durchgeführt. Bei den Vergleichen zwischen den astrogeodätischen und den EGM2008-Lotabweichungen treten RMS-Differenzen zwischen 0,20" und 0,41" auf (Statistik C in Tabelle 7.6). Zur Validierung der räumlichen Genauigkeitsabschätzung der EGM2008-Lotabweichungen von 0,37" bis 0,63" entlang der Profile werden wiederum die Differenzen auf Stationen in Profilabschnitten von jeweils 100 km Länge untersucht. Dabei zeigen sich nahezu ausschließlich geringere empirische Schätzwerte für die Genauigkeiten mit Faktoren zwischen 0,9 und 2,2 für die Nord-Süd-Komponente ξ sowie 1,5 bis 2,8 für die Ost-West-Komponente η (Tabelle 7.7). Mit diesen Vergleichen gelingt der Nachweis eines in bisherigen Untersuchungen nicht erreichten Genauigkeitsniveaus, das neben der Genauigkeit der astrogeodätischen Lotabweichungen insbesondere die hohe Qualität der in Deutschland im EGM2008 enthaltenen gravimetrischen Daten widerspiegelt.

In den Vergleichen mit den GOCE-GPM-Lotabweichungen können die Einflüsse der GOCE- gegenüber den GRACE-Beobachtungen deutlich nachgewiesen werden. Bis zu einem maximalen Entwicklungsgrad von $n_{\text{max}} = 180$ betragen die RMS-Differenzen gegenüber dem GRACE-GPM ITG-Grace2010s zwischen 0,58" bis 1,24", während beispielsweise für das GOCE-GPM TIM3 die RMS-Differenzen zwischen 0,19" und 0,43" liegen. Zudem sind Verbesserungen von 40-50% zwischen TIM1 und TIM3 im Spektralbereich bis $n_{\text{max}} = 200$ zu erkennen (Tabelle 7.11). Die Quadratwurzeln der akkumulierten Fehlergradvarianzen für die GOCE-GPM-Lotabweichungen zwischen 0,11" (EIGEN-6C) und 0,44" (TIM1) bis $n_{\text{max}} = 200$ werden anhand der Vergleiche mit den astrogeodätischen Lotabweichungen unter Berücksichtigung aller enthaltenen Unsicherheiten analysiert. Die empirischen Schätzwerte für die Genauigkeiten der GOCE-GPM-Lotabweichungen betragen zwischen 0,16" (EIGEN-6C) und

0,57'' (TIM1) und zeigen mit Faktoren zwischen 0,6 und 1,1 insgesamt gute Übereinstimmungen (Tabelle 7.13). Das Genauigkeitsniveau der Lotabweichungen aus den GPM der dritten GOCE-Generation liegt mit 0,20'' (TIM3) bis $n_{\max} = 200$ um den Faktor 1,3 oberhalb der Zielgenauigkeit von 0,15'' .

8 Numerische Untersuchungen zu den astrogeodätischen Quasigeoidlösungen

In diesem Kapitel erfolgt der Übergang von den astrogeodätischen Lotabweichungen auf Quasigeoidhöhen entlang der Profile. In Abschnitt 8.1 werden die Ergebnisse der astronomisch-topographischen Nivellements dargestellt. Gegenstand des Abschnittes 8.2 sind die astrogeodätischen Kombinationslösungen auf Basis aktueller GPM, die zur Kontrolle des kritischen langwelligen Anteils der astronomisch-topographischen Nivellements dienen. In Abschnitt 8.3 erfolgen die Vergleiche zwischen den astrogeodätischen Quasigeoidlösungen und den in Deutschland vorhandenen Schwerefeldlösungen. Das Kapitel endet mit einer Zusammenfassung der Ergebnisse (Abschnitt 8.4).

Die Reduktion der in vorangegangenen Untersuchungen enthaltenen systematischen Abweichungen im Rahmen der astrogeodätischen Schwerefeldbestimmung ist die Voraussetzung für eine sinnvolle Interpretation der Differenzen zwischen den in Deutschland vorhandenen Schwerefelddatensätzen mit angegebenen Genauigkeiten von wenigen Zentimetern. Die wesentlichen Schritte, die zur Verbesserung der astrogeodätischen Quasigeoidlösungen beigetragen haben, werden zusammenfassend einschließlich ihrer Größenordnungen benannt. Die Ergebnisse der astrogeodätischen Kombinationslösungen und die Vergleiche der astrogeodätischen Quasigeoidlösungen mit den vorhandenen Schwerefeldlösungen werden exemplarisch entlang der alternativen Profilvarianten NS 2.0 und WO 2.0 dargestellt, um gegenseitige Vergleiche mit den aktuellen Geodätischen Grundnetzpunkten GGP 2012 aus der DHHN-Erneuerung 2006-2012 zu ermöglichen.

8.1 Astronomisch-topographische Nivellements

Die Berechnung der astronomisch-topographischen Nivellements erfolgt nach Abschnitt 5.2.2. Dabei werden die nach Abschnitt 6.5 reduzierten astrogeodätischen Lotabweichungskomponenten in der Definition nach Helmert in lokalen ellipsoidischen Bezugssystemen nach (3.43) gebildet. Die Differenzen gegenüber den entsprechenden Lotabweichungskomponenten in lokalen astronomischen Bezugssystemen nach (3.44) verbleiben entlang der Profile innerhalb von ± 1 mas und haben damit im Rahmen dieser Berechnungen keine praktische Bedeutung. Im Remove-Schritt werden die residualen Lotabweichungskomponenten nach (5.38) gebildet. Dazu werden topographisch-isostatische Lotabweichungen

Tabelle 8.1. Statistik der residualen Lotabweichungskomponenten ξ und η entlang der verschiedenen Profilvarianten

Profil	Anzahl	Komponente	Mittel ["]	Std ["]	RMS ["]	Min ["]	Max ["]
NS 1.0	161	ξ	0,7	2,9	3,0	-5,0	11,2
		η	2,7	1,5	3,0	-1,2	5,9
NS 1.1	208	ξ	0,9	2,6	2,8	-5,0	11,2
		η	2,8	1,5	3,1	-1,2	5,9
NS 2.0	216	ξ	0,9	2,6	2,7	-5,0	11,2
		η	2,8	1,5	3,2	-1,2	5,9
WO 1.0	133	ξ	4,9	1,5	5,1	0,9	9,1
		η	1,4	1,9	2,3	-1,6	6,0
WO 2.0	154	ξ	4,9	1,5	5,1	0,9	9,1
		η	1,2	1,9	2,3	-1,6	6,0

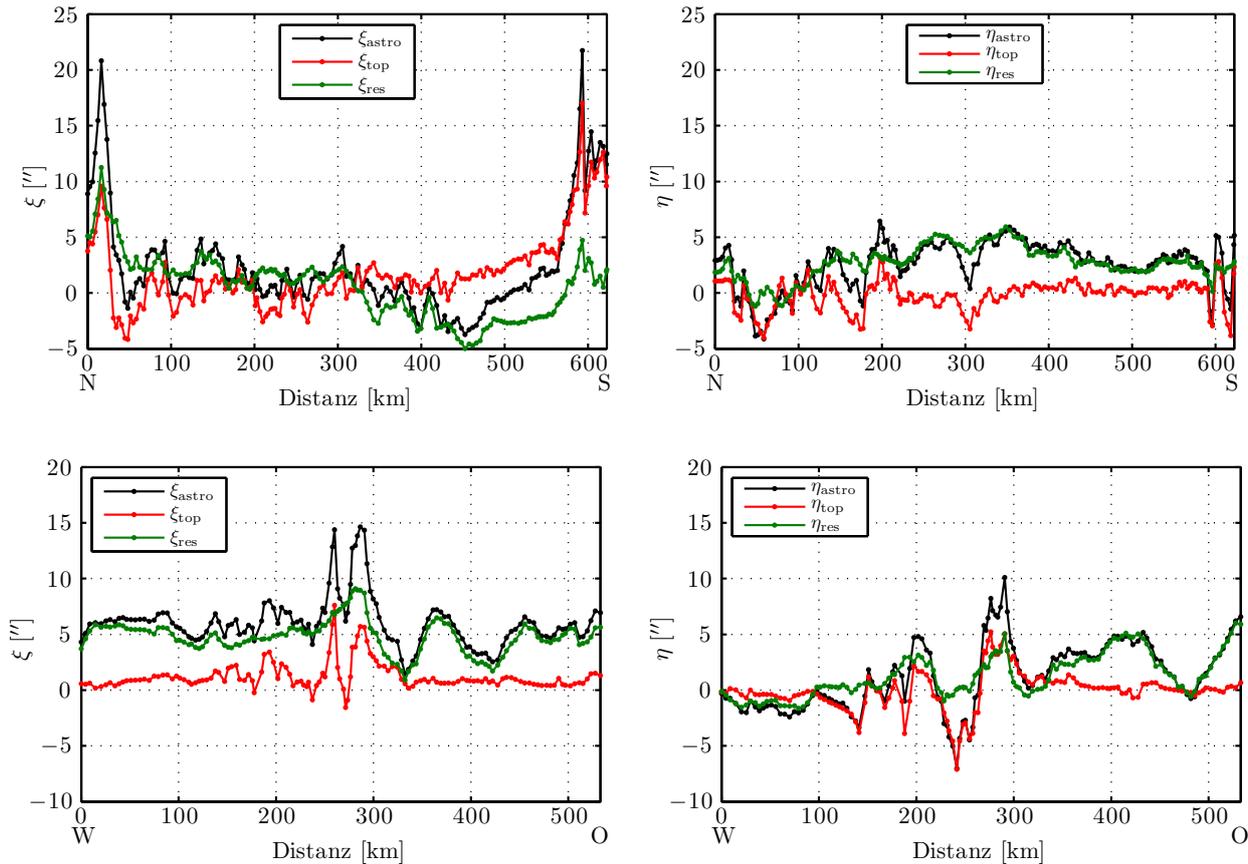


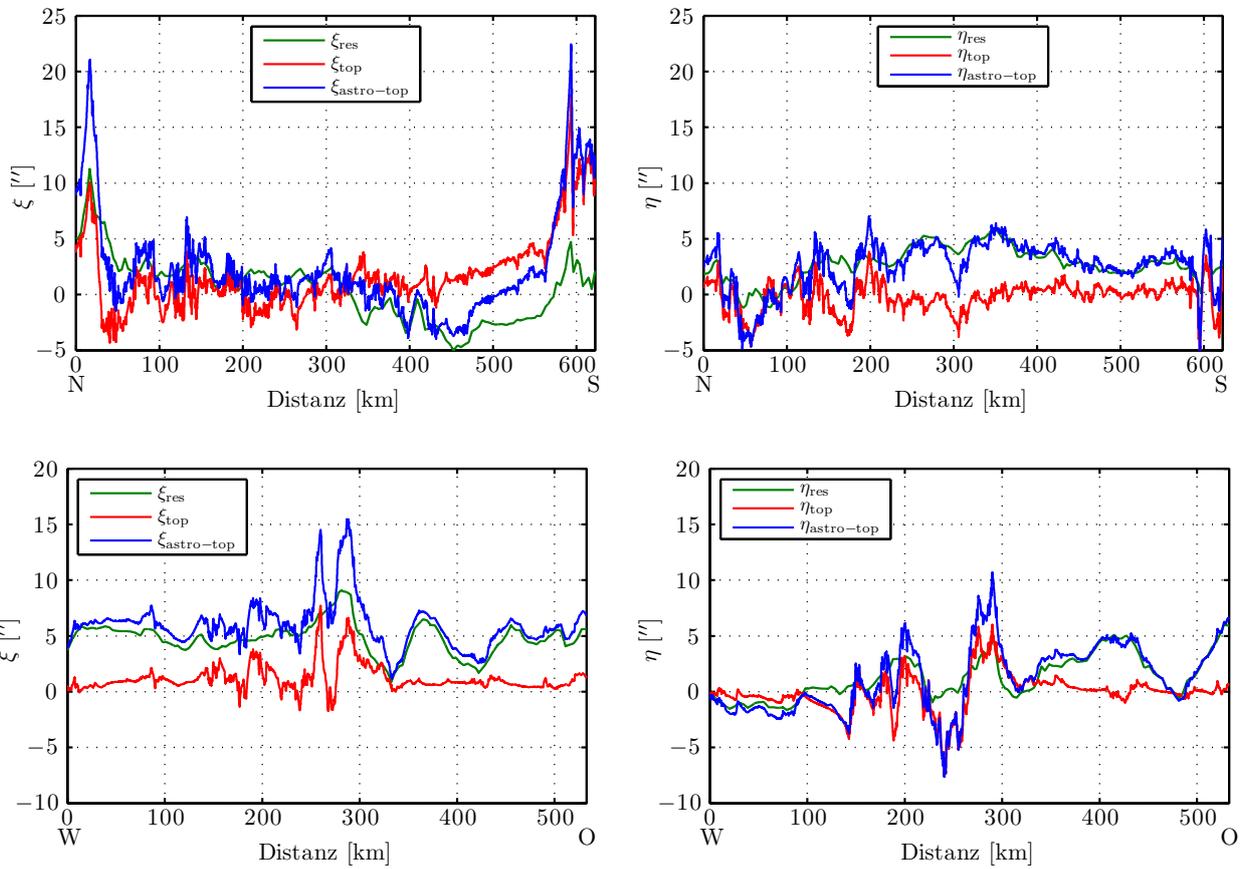
Abbildung 8.1. Astrogeodätische, topographisch-isostatische und residuale Lotabweichungskomponenten ξ (links) und η (rechts) entlang NS 1.0 (oben) sowie entlang WO 1.0 (unten) auf den Beobachtungsstationen

aus einem hochauflösenden DGM für Europa mit einer räumlichen Auflösung von $3'' \times 3''$ berechnet (Abschnitt 4.2), die entlang der Profile die besten Glättungseigenschaften aufweisen. Die residuellen Lotabweichungskomponenten sind den astrogeodätischen und den topographisch-isostatischen Lotabweichungskomponenten exemplarisch entlang NS 1.0 und WO 1.0 in Abbildung 8.1 gegenübergestellt. Die Statistiken der residuellen Lotabweichungskomponenten entlang aller Profilvarianten sind in Tabelle 8.1 zusammengestellt. Der Vergleich mit den entsprechenden Statistiken der astrogeodätischen Lotabweichungskomponenten in Tabelle 6.12 ergibt eine Verringerung der Standardabweichungen um 30-40% für alle Komponenten. Insbesondere ist eine deutliche Glättung der Extremwerte in gebirgigen Regionen festzustellen. Jedoch zeigt sich auch die begrenzte Wirkung der topographischen Reduktionen im Flachland mit Dichteveränderungen im Untergrund beispielsweise im Profilabschnitt zwischen 300-500 km entlang WO 1.0.

Anhand der residuellen Lotabweichungskomponenten lässt sich die Qualität der Abtastung in Abhängigkeit von den Stationsabständen abschätzen. Dazu werden die Differenzen zwischen den residuellen Lotabweichungskomponenten auf benachbarten Stationen untersucht. In Tabelle 8.2 sind die entsprechenden Standardabweichungen der residuellen Lotabweichungskomponenten ξ_{res} und η_{res} für Abschnitte von 100 km Länge entlang der Profilvarianten dargestellt. Während bei quasi-kontinuierlicher Abtastung die Differenzen lediglich zufällige Abweichungen entsprechend $\sqrt{2} \cdot \sigma_{astro} = 0,11''$ widerspiegeln sollten, betragen die Standardabweichungen aufgrund der realisierten Stationsabstände zwischen $0,18''$ (Abschnitt 200-300 km entlang NS 1.1) und $1,09''$ (Abschnitt 0-100 km und 600 km-Ende) und zeigen damit starke regionale Unterschiede. Die Wirkung der Verdichtung zwischen 60-300 km ist beim Vergleich von NS 1.0 gegenüber NS 1.1 deutlich sichtbar (vgl. Stationsabstände in Abbildung 6.4).

Tabelle 8.2. Standardabweichungen der Differenzen benachbarter residualer Lotabweichungskomponenten in ["] für Abschnitte von 100 km Länge entlang der Profilvarianten

Profil	Komponente	0 km- Ende	0- 100 km	100- 200 km	200- 300 km	300- 400 km	400- 500 km	500- 600 km	600 km- Ende
NS 1.0	$\Delta\xi$	0,71	1,04	0,51	0,30	0,69	0,61	0,73	1,09
	$\Delta\eta$	0,44	0,57	0,49	0,25	0,38	0,30	0,58	0,23
NS 1.1	$\Delta\xi$	0,61	0,96	0,32	0,23	0,55	0,70	0,72	1,01
	$\Delta\eta$	0,38	0,52	0,38	0,18	0,35	0,30	0,56	0,27
NS 2.0	$\Delta\xi$	0,60	0,94	0,37	0,24	0,46	0,67	0,25	1,00
	$\Delta\eta$	0,40	0,51	0,39	0,20	0,30	0,52	0,19	0,64
WO 1.0	$\Delta\xi$	0,48	0,36	0,28	0,51	0,67	0,42	0,70 ⁷	
	$\Delta\eta$	0,52	0,32	0,35	0,75	0,41	0,57	0,38 ⁷	
WO 2.0	$\Delta\xi$	0,50	0,29	0,31	0,27	0,66	0,61	0,69	0,47
	$\Delta\eta$	0,50	0,25	0,32	0,50	0,73	0,46	0,56	0,56

**Abbildung 8.2.** Residuale, topographisch-isostatische und astrogeodätisch-topographische Lotabweichungskomponenten ξ (links) und η (rechts) entlang NS 1.0 (oben) sowie entlang WO 1.0 (unten) auf den Interpolationenpunkten

Insgesamt kann festgestellt werden, dass das Genauigkeitspotenzial der astrogeodätischen Lotabweichungen aus Gründen der Realisierbarkeit erwartungsgemäß nicht vollständig ausgeschöpft wird.

Nach der Interpolation der topographisch-isostatischen Lotabweichungen werden die astrogeodätisch-

⁷500 km-Ende

topographischen Lotabweichungen aus dem Restore-Schritt nach (5.39) zur Berechnung der astronomisch-topographischen Nivellements nach (5.28) bzw. (5.29) benutzt (Abbildung 8.2). Die beiden Korrekturterme des Helmert-Integrals (5.28) sind neben der Normalhöhenreduktion $E_{1,2}^N$ aus der Gebrauchsformel (5.30) exemplarisch entlang NS 1.0 und WO 1.0 in Abbildung 8.3 dargestellt. Während die Krümmung der normalen Lotlinie (rot) entlang des Nord-Süd-Profiles einen Einfluss von 18 cm über die gesamte Profillänge hat, zeigen sich in West-Ost-Richtung keine signifikanten Effekte. Der Korrekturterm für die Integration an der Erdoberfläche (grün) nimmt eine Größenordnung von maximal etwa 5 cm im Harz an. Die Gegenüberstellung der Normalhöhenreduktion $E_{1,2}^N$ aus der Gebrauchsformel und der Summe der beiden Korrekturterme des Helmert-Integrals als Rechenkontrolle ergibt vernachlässigbare Differenzen innerhalb von ± 1 mm über die gesamten Profillängen.

In Abbildung 8.4 sind die Höhenanomalien aus den astronomisch-topographischen Nivellements relativ zur ersten Station des jeweiligen Profils entlang NS 1.0 und WO 1.0 dargestellt. Die Variationen der Höhenanomalien betragen zwischen 4 und 5 m über die gesamten Profillängen. Für die Vergleiche mit vorhandenen Schwerefeldlösungen wird das Datum in der jeweils ersten Station angepasst, sodass die Analysen sich auf relative Quasigeoidhöhen entlang der Profile beschränken. Von weiteren Möglichkeiten der Datumsfestlegung über zusätzliche Punkte und bzw. oder die Einführung von Zwangsbedingungen wird abgesehen, um die vollständige Unabhängigkeit der astrogeodätischen Quasigeoidlösungen beizu-

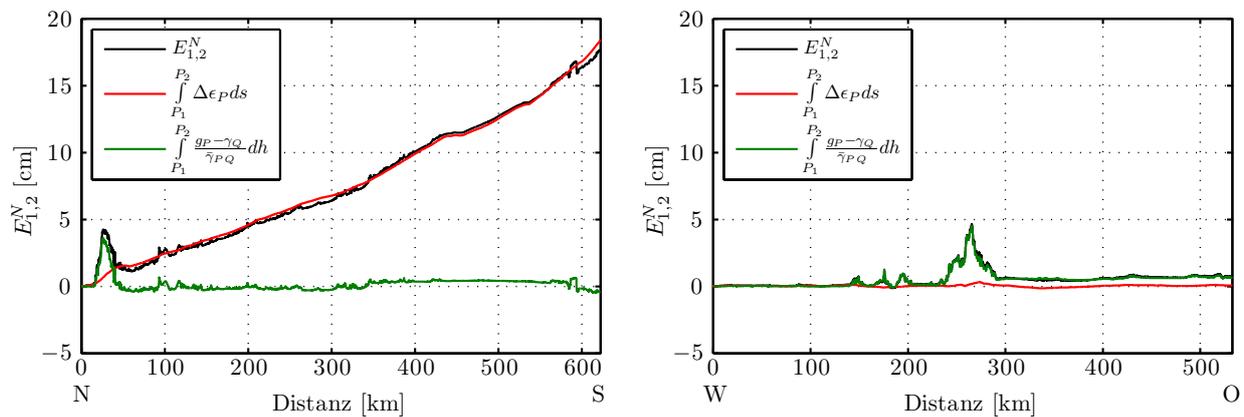


Abbildung 8.3. Normalhöhenreduktion $E_{1,2}^N$ nach (5.30) und Korrekturterme des Helmert-Integrals nach (5.28) entlang NS 1.0 (links) sowie entlang des WO 1.0 (rechts)

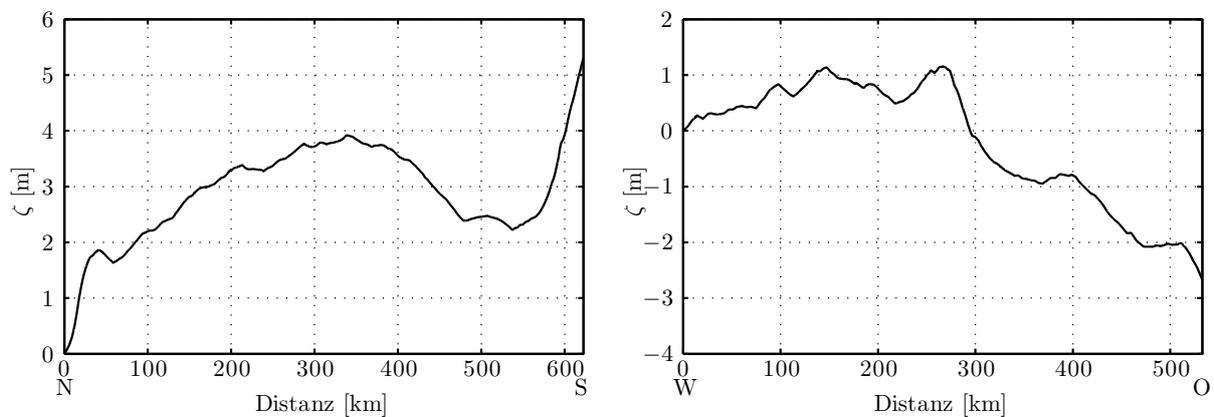


Abbildung 8.4. Höhenanomalien ζ aus den astronomisch-topographischen Nivellements entlang NS 1.0 (links) sowie WO 1.0 (rechts)

behalten. Der daraus resultierende schwach bestimmte langwellige Anteil wird in Abschnitt 8.2 anhand der astrogeodätischen Kombinationslösungen mit globalen Potentialmodellen untersucht.

In vorangegangenen eigenen Untersuchungen von Voigt *et al.* (2009) und Ihde *et al.* (2010) wurden die astronomisch-topographischen Nivellements nach dem damaligen Stand der Forschung berechnet wie auch bei vergleichbaren lokalen Projekten im Harz und im Estergebirge (Hirt *et al.*, 2008; Hirt und Flury, 2008). In Voigt *et al.* (2009) sind entlang des ursprünglichen Nord-Süd-Profiles NS 1.0 Vergleiche mit den GPS-Nivellementdatensätzen 2003 und 2005 sowie GCG05 und EGG07 dargestellt. Dabei ergaben sich neben sprunghaften Differenzen an der Ländergrenze zwischen Thüringen und Bayern von 5-6 cm insbesondere langwellige Differenzen von bis zu 14 cm zwischen dem astronomisch-topographischen Nivellement und EGG07 im Profilabschnitt zwischen 0 km und 300 km. Bei Ihde *et al.* (2010) wurden entsprechende Vergleiche entlang NS 1.0 einschließlich der Stationen 100-110 der ersten Verdichtung sowie entlang WO 1.0 mit den GPS-Nivellementdaten 2005, GCG05 und EGG2008 durchgeführt. Dabei traten maximale Differenzen von bis zu 12 cm zwischen den astronomisch-topographischen Nivellements und EGG2008 bzw. 10 cm gegenüber den GPS-Nivellementdaten sowie GCG05 in Nord-Süd-Richtung auf. Entlang des West-Ost-Profiles betragen die Differenzen zwischen -7 cm und 2 cm. Die Standardabweichungen der Differenzen lagen insgesamt zwischen 1,4 cm und 4,3 cm. Die entsprechenden RMS-Differenzen waren aufgrund der langwelligen Differenzen deutlich größer und betragen zwischen 2,0 cm und 7,7 cm. Im Rahmen dieser Arbeit erfolgten daraufhin die umfangreichen Analysen der zugrunde liegenden systematischen Abweichungen in der astrogeodätischen Schwerefeldbestimmung.

In Tabelle 8.3 sind die identifizierten systematischen Abweichungen und deren maximale Größenordnung in den astrogeodätischen Lotabweichungskomponenten ξ und η aufgezählt sowie deren Auswirkung auf die Höhenanomalien ζ des jeweiligen Endpunktes des astronomisch-topographischen Nivellements in Nord-Süd- bzw. West-Ost-Richtung angegeben. In den genannten Untersuchungen basierten die Prozessierungen der astronomischen Koordinaten auf einer inoffiziellen Vorabversion des Sternkataloges UCAC3 ohne Eigenbewegungen, da aufgrund des geringen Sternvorrates aus dem Katalog Tycho-2 auf einigen Stationen Prozessierungen nicht möglich waren bzw. nur mit verminderter Qualität durchgeführt werden konnten. Durch die Vernachlässigung der Eigenbewegungen ergaben sich mit zunehmender zeitlicher Entfernung zur Bezugsepoche des Sternkataloges systematische Abweichungen von bis zu 30 mas in den astronomischen Koordinaten, die über die gesamten Profile Effekte von 7 cm entlang der Nord-Süd- bzw. 3 cm entlang der West-Ost-Profile hatten. Durch die Integration der endgültigen Version von UCAC3 und eine einheitliche Reprozessierung aller Beobachtungen liegen die systematischen Abweichungen aus den Differenzen der Sternkataloge UCAC3 und Tycho-2 im Bereich von etwa 5 mas und haben einen Einfluss von nunmehr maximal 1 cm entlang beider Profile (vgl. Tabelle 6.11).

Für die konsistente astrogeodätische Schwerefeldmodellierung werden die Reduktionen der astronomischen und ellipsoidischen Koordinaten nach Abschnitt 5.1 angebracht, die in Abbildung 6.5 dargestellt

Tabelle 8.3. Größenordnungen und Auswirkung der identifizierten und berücksichtigten systematischen Abweichungen im Rahmen der astrogeodätischen Schwerefeldbestimmung entlang der Nord-Süd- und West-Ost-Profile

Systematische Abweichungen	Abschnitte	$\Delta\xi/\Delta\eta$ [mas]	$\Delta\zeta$ NS/WO [cm]
Integration des Sternkataloges UCAC3, Reprozessierung	6.3.2	20-30	7,0/3,0
Korrektur der Sternzeitberechnung GAST	6.3.4, 6.4	0/ \pm 6	0/0,2
Transformation ICRS-ITRS nach IAU 2006/2000	6.3.4	< 1, 0	-
Gesamte Gezeiteneffekte	5.1.1, 6.5, 8.1	0-35/ \pm 30	3,8/0,9
Permanente Deformationseffekte	5.1.1, 6.5, 8.1	3/0	0,7/0
Transformation ITRF2005-ETRS89, Bezugsepoche	5.1.2, 8.1	12/17	2,3/3,8
Exakte Lotabweichungskomponenten	3.2, 8.1	< 1, 0	-
Exaktes astronomisches Nivellement	5.2.1	< 1, 0	-
Permanente Gezeiteneffekte GPS-Nivellement, GCG2011	5.1.1	-	0,9/0

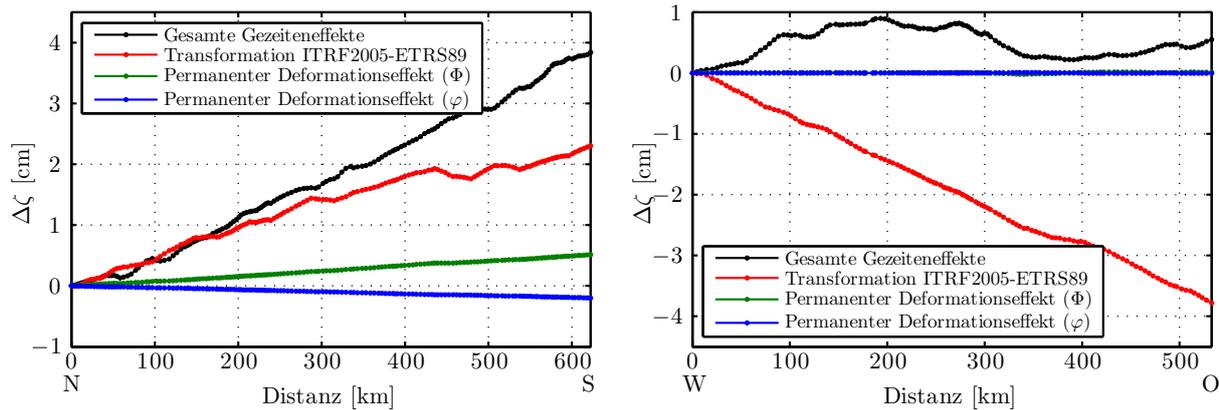


Abbildung 8.5. Differenzen der Höhenanomalien ζ entlang NS 1.0 (links) und WO 1.0 (rechts) durch die Reduktionen der astronomischen und ellipsoidischen Breiten sowie der astronomischen Längen nach Abbildung 6.12

sind. Deren Auswirkung auf die Höhenanomalien aus den astronomischen Nivellements sind in Abbildung 8.5 visualisiert und betragen in ihrer Summe bis zu 6 cm/600 km (0,1 ppm). Weiterhin wird im Rahmen der Vergleiche der konsistente Umgang mit den permanenten Gezeiteneffekten nach dem Schema der Abbildung 4.4 berücksichtigt. An dieser Stelle sei betont, dass die identifizierten systematischen Abweichungen in der Größenordnung von 0,1 ppm nicht nur bei den dieser Arbeit zugrunde liegenden Profilkonfigurationen zu berücksichtigen sind, sondern auch in lokalen Profilkonfigurationen zu Abweichungen von 1 mm/10 km führen und damit eine direkte praktische Relevanz im Hinblick auf das angegebene Genauigkeitspotenzial lokaler astrogeodätischer Profile im Submillimeterbereich beispielsweise für die Vermessung von Teilchenbeschleunigern haben (Hirt, 2009).

Weiterhin führen die Verdichtungen entlang des Nord-Süd-Profils und die alternativen Profilvarianten sowie neue Vergleichsdatensätze in Deutschland zu Veränderungen der Ergebnisse im Bereich weniger Zentimeter. Keine signifikanten Differenzen in den astrogeodätischen Lösungen ergeben die Untersuchungen zur Transformation vom zälestischen in das terrestrische Bezugssystem nach IAU2006/2000. Dieses Verfahren ist jedoch in Verbindung mit den publizierten Erdorientierungsparametern zu beachten. Die Benutzung der exakten Bildungsvorschriften für die Lotabweichungskomponenten und die astronomischen Nivellements hat entlang der Profile keine praktische Relevanz, da die Lotabweichungen zumeist im Bereich von $\pm 5''$ verbleiben; vgl. Abbildung 6.11. Jedoch dienen die exakten Bildungsvorschriften unter Berücksichtigung der zugrunde liegenden lokalen Bezugssysteme zum besseren Verständnis der üblichen Approximationen, sodass garantiert werden kann, dass in diesem Zusammenhang systematische Abweichungen auszuschließen sind. Die praktische Relevanz ergibt sich bei entsprechenden Zielgenauigkeiten im Hochgebirge. Weiterhin sind in den prozessierten astronomischen Koordinaten die anomalen Refraktionseffekte sowie in deutlich geringerer Größenordnung Effekte der jährliche Parallaxe enthalten (vgl. Abschnitt 6.3.4).

Im Folgenden werden die Differenzen zwischen den verschiedenen Profilvarianten untersucht. In Abbildung 8.6 sind die Differenzen der Höhenanomalien in identischen Stationen zwischen NS 1.0 und NS 1.1 (links), zwischen NS 2.0 und NS 1.1 (Mitte) sowie zwischen WO 2.0 und WO 1.0 (rechts) dargestellt. Infolge der Verdichtung der Stationsabstände durch Integration von 47 zusätzlichen Stationen zwischen 60 km und 300 km entlang NS 1.1 ergeben sich zwischen NS 1.0 und NS 1.1 Differenzen von -1,2 cm bis 0,3 cm mit einem RMS-Wert von 0,8 cm. Im Hinblick auf die Zielgenauigkeit von 1 cm/100 km RMS kann festgestellt werden, dass zumindest in diesem Profilabschnitt der ursprüngliche Stationsabstand von etwa 4 km bereits ausreichend war. Aufgrund dieses Ergebnisses wurde entschieden, die begrenzten zeitlichen und finanziellen Kapazitäten für die Messkampagnen zu nutzen, um die GGP der DHHN-Erneuerung an die bestehenden Profile anzuschließen und Vergleiche mit der vorhandenen

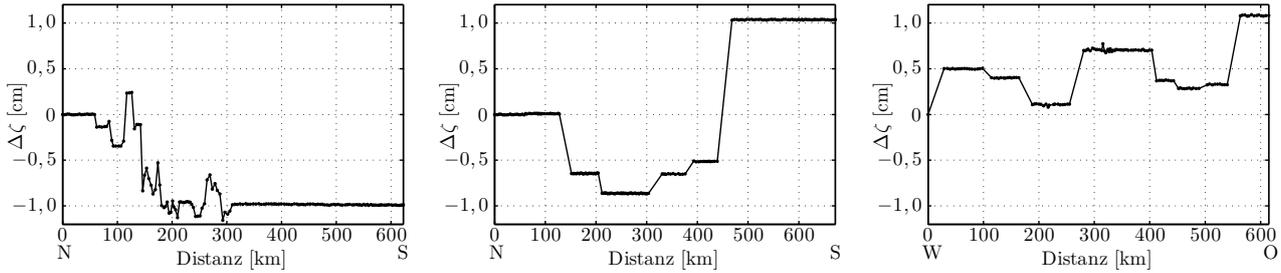


Abbildung 8.6. Differenzen der Höhenanomalien ζ aus astronomisch-topographischen Nivellements in identischen Stationen zwischen NS 1.0 und NS 1.1 (links), zwischen NS 2.0 und NS 1.1 (Mitte) sowie zwischen WO 2.0 und WO 1.0 (rechts)

Schwerefeldlösung höchster Genauigkeit zu ermöglichen statt weitere Verdichtungsmessungen durchzuführen (Abschnitt 8.3). Zwischen NS 2.0 und NS 1.1 betragen die Differenzen der Höhenanomalien in identischen Stationen zwischen -0,8 cm und 1,0 cm. Auffällig sind die Differenzen zwischen 450 km und 470 km von 1,5 cm. In diesem Bereich wird auf verschiedenen Wegen das Nördlinger Ries durchquert (vgl. Abbildungen 6.2 und 6.11, rechts oben), das sich durch einen Meteoritenkrater mit einem Durchmesser von etwa 25 km auszeichnet, wodurch komplexe geologische Strukturen entstanden sind; einführende Beschreibungen sind beispielsweise bei Landkreis Donau-Ries (2012) zu finden. Entlang der West-Ost-Profile betragen die Differenzen bis zu 1,1 cm. Maximale Differenzen treten mit 0,6 cm zum einen am Harzrand bei 270-280 km auf. Zum anderen ergeben sich zwischen 540 km und 560 km Differenzen von 0,7 cm infolge des maximalen Stationsabstandes von 8,7 km; im Rahmen von Anschlussmessungen des GGP 42400 wurde eine der nachfolgenden Stationen zum Profilende aufgrund technischer Probleme mit dem Zenitkamerasystem ausgelassen (vgl. Abbildung 6.2).

Eine zuverlässige Genauigkeitsabschätzung der Höhenanomalien entlang der realisierten Profile gestaltet sich äußerst schwierig, da keine Referenzlösung mit übergeordneter Genauigkeit vorliegt und Verdichtungsmessungen entlang aller Profile praktisch nicht bzw. nur unter erheblichem Mehraufwand zu realisieren sind. Nach den umfassenden Untersuchungen der systematischen Abweichungen kann davon ausgegangen werden, dass keine signifikanten systematischen Abweichungen in den astrogeodätischen Lotabweichungen enthalten sind. Ein weit verbreitetes Verfahren zur Genauigkeitsabschätzung ist die Betrachtung der Differenzen in Kreuzungspunkten zweier Subprofile, die jeweils nur die Hälfte aller astrogeodätischen Beobachtungen enthalten. Bei entsprechend geringen Stationsabständen von wenigen 100 m ergeben sich RMS-Differenzen von 0,9 mm und 1,8 mm über Profillängen von 20 km bzw. 60 km (Hirt und Flury, 2008; Hirt *et al.*, 2008). Im Rahmen dieser Arbeit wurden die Stationsabstände hinsichtlich der Zielgenauigkeit von 1 cm/100 km RMS anhand der a-priori Genauigkeitsabschätzung

Tabelle 8.4. RMS-Differenzen zwischen den Höhenanomalien $\Delta\zeta$ in [cm] aus astronomisch-topographischen Nivellements zweier Subprofile entlang der Profilvarianten

Profil	Anzahl	0 km- Ende	0- 100 km	100- 200 km	200- 300 km	300- 400 km	400- 500 km	500- 600 km	600 km- Ende
NS 1.0	53	3,0	2,3	1,4	1,5	0,6	4,0	3,8	
NS 1.1	70	2,4	2,1	2,4	0,7	0,6	3,9	3,7	
NS 2.0	76	2,3	1,9	0,8	0,7	0,6	2,3	1,3	4,0
WO 1.0	43	4,4	0,7	0,8	3,8	1,3	0,9	0,7 ⁸	
WO 2.0	60	5,3	1,4	0,3	1,0	2,8	1,9	0,6	

⁸500 km-Ende

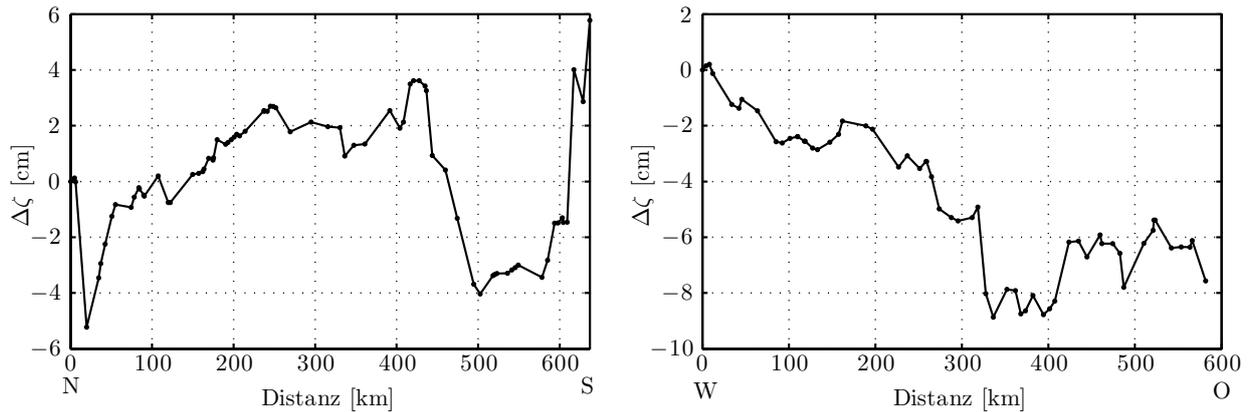


Abbildung 8.7. Differenzen zwischen den Höhenanomalien ζ aus astronomisch-topographischen Nivellements in Kreuzungspunkten zweier Subprofile entlang NS 2.0 (links) und WO 2.0 (rechts)

optimal gewählt (Tabelle 6.2), um die Effizienz des Verfahrens auszunutzen, sodass von den Differenzen aus Subprofilen deutlich schlechtere Ergebnisse zu erwarten sind. In Tabelle 6.3 sind die RMS-Differenzen der Höhenanomalien entlang zweier Subprofile aus jeweils 1000 Simulationsberechnungen für Abschnitte von jeweils 100 km Länge aufgelistet, die für die Vergleiche mit den realen Differenzen herangezogen werden können. In Abbildung 8.7 sind die Differenzen zwischen den Höhenanomalien in Kreuzungspunkten exemplarisch entlang NS 2.0 und WO 2.0 dargestellt. In Tabelle 8.4 sind die entsprechenden RMS-Differenzen der Höhenanomalien in den Kreuzungspunkten für Abschnitte von jeweils 100 km Länge entlang aller Profilvarianten aufgelistet. Die RMS-Differenzen betragen zwischen 0,3 cm für flache Regionen und sanfte Mittelgebirgsstrukturen bis zu 4,0 cm für typische Mittelgebirgsstrukturen und den Alpenraum und liegen damit in der gleichen Größenordnung wie die a-priori Genauigkeitsabschätzungen in Tabelle 6.3. RMS-Differenzen von maximal 1,5 cm werden bereits in 18 von 31 Abschnitten erreicht. Höhere RMS-Differenzen bis zu 4,0 cm treten erwartungsgemäß in den Abschnitten auf, die Teile des Harzes und der Alpen enthalten (vgl. Abbildung 8.7). Aufgrund der vergleichbaren Größenordnungen der realen Differenzen und der Differenzen aus den Simulationsberechnungen für die Subprofile kann davon ausgegangen werden, dass die Genauigkeiten der vollständigen astrogeodätischen Quasigeoidlösungen ebenfalls den zugehörigen Simulationsberechnungen in Tabelle 6.2 entsprechen und die Zielgenauigkeit von 1,0 cm/100 km RMS weitgehend erreicht wird. Die größte Abweichung zwischen den Simulationsberechnungen und den realen Differenzen der Subprofile tritt entlang der Nord-Süd-Profile im Abschnitt zwischen 400 km und 500 km auf, in dem die RMS-Differenzen mit bis zu 4,0 cm etwa um den Faktor 4 größer sind als aus den Simulationsberechnungen. In Abbildung 8.7 zeigen sich zwischen 450 km und 500 km entlang NS 2.0 (links) Differenzen von 8 cm/50 km (0,33''). In diesem Bereich liegt das geologisch komplexe Gebiet des Nördlinger Ries. Im Zusammenhang mit den lokalen Differenzen zwischen den Höhenanomalien entlang NS 2.0 und NS 1.1 von 1,5 cm/20 km (0,15'') in Abbildung 8.6 (Mitte) ist dieser Bereich als kritisch einzustufen. Die Ergebnisse weisen deutlich auf große Dichtevariationen im Untergrund hin, die mit den zugrunde liegenden Stationsabständen und den Modellannahmen für die topographisch-isostatischen Lotabweichungen (konstante Dichte, lokaler isostatischer Ausgleich) nicht vollständig erfasst werden.

8.2 Kollokation nach kleinsten Quadraten

Ein wesentlicher Nachteil des einseitig angeschlossenen astronomisch-topographischen Nivellements liegt in dem kritischen langwelligen Anteil, wodurch insbesondere im Zusammenhang mit Profilkonfigurationen von mehreren 100 km und Stationsabständen von mehreren Kilometern signifikante Differen-

zen aufgrund der Akkumulation zufälliger Abweichungen entstehen können. In Abbildung 8.7 (rechts) zeichnen sich entlang WO 2.0 Differenzen zwischen den Subprofilen von etwa 8 cm/600 km (0,03'') ab. Zur Kontrolle des langwelligen Anteils werden die astrogeodätischen Lotabweichungen mit globalen Potentialmodellen kombiniert, die über mehrere 100 km bessere Eigenschaften aufweisen sollten. In diesem Zusammenhang wird zum einen das EGM2008 bis zu einem maximalen Entwicklungsgrad von $n_{\max} = 360$ und zum anderen das aktuelle Kombinationsmodell aus Satellitendaten GOCO03S bis $n_{\max} = 250$ verwendet (Abschnitt 4.1). Alle nachfolgenden Untersuchungen werden anhand der alternativen Profilvarianten NS 2.0 und WO 2.0 dargestellt, um den Vergleich mit den GGP aus der DHHN-Erneuerung zu ermöglichen (Abschnitt 8.3).

Die Berechnung der astrogeodätischen Kombinationslösungen erfolgt mit Hilfe der Kollokation nach kleinsten Quadraten innerhalb einer RCR-Prozedur nach Abschnitt 5.2.3. Dazu werden die astrogeodätischen Lotabweichungskomponenten in der Definition nach Molodenskii nach S. 30 unter Verwendung der normalen ellipsoidischen Breiten φ_Q^N in lokalen normalen ellipsoidischen Bezugssystemen gebildet. Die Berechnung der Lotabweichungskomponenten nach Molodenskii, der Schwereanomalien und der Höhenanomalien aus den GPM erfolgt streng nach Abschnitt 4.1. Eine Konsistenzprüfung für die GPM-Funktionale erfolgt anhand der Berechnungsvorschrift des astronomischen Nivellements nach (5.25) und bringt Differenzen innerhalb von lediglich $\pm 0,1$ mm über die gesamten Profillängen hervor.

Im Remove-Schritt werden die residualen Lotabweichungskomponenten auf den Stationen nach (5.41) und die residualen Schwereanomalien auf den Interpolationspunkten nach (5.42) gebildet. Im Zusammenhang mit den EGM2008-Funktionalen werden die RTM-Effekte aus dem hochauflösenden DGM für Europa bezüglich einer DTM2006.0-Referenztopographie mit einer Auflösung von $30' \times 30'$ berechnet (vgl. Abschnitt 7.2). Die RTM-Effekte im Zusammenhang mit den GOCO03S-Funktionalen werden bezüglich einer Referenztopographie aus gleitender Mittelwertbildung und Tiefpassfilterung mit einer dem Entwicklungsgrad entsprechenden geringeren Auflösung von $45' \times 45'$ bestimmt (vgl. Abschnitt 4.2). In Abbildung 8.8 sind die residualen Lotabweichungskomponenten ξ_{res} (links) und η_{res} (rechts) den zugrunde liegenden Komponenten exemplarisch im Zusammenhang mit EGM2008 entlang NS 2.0 (oben) sowie WO 2.0 (unten) gegenübergestellt. In Tabelle 8.5 sind die vollständigen Statistiken der residualen Funktionale zusammengestellt. Dabei ergeben sich für die residualen Lotabweichungskomponenten Standardabweichungen zwischen $0,9''$ und $2,1''$. Beim Vergleich mit den residualen Lotabweichungskomponenten aus Tabelle 8.1 (ohne Reduktion um GPM-Anteile) zeigen sich entlang NS 2.0 deutlich glattere Verläufe um bis zu 55%, während entlang von WO 2.0 keine signifikanten Verbesserungen durch Hinzunahme der GPM-Funktionale auftreten, was im Wesentlichen den Variationen zwischen 400 km und 600 km zuzuschreiben ist, die sich weder im GPM noch in den RTM-Effekten wiederfinden. Die

Tabelle 8.5. Statistik der residualen Lotabweichungskomponenten ξ und η entlang NS 2.0 und WO 2.0 für die RCR-Prozeduren mit EGM2008 bis $n_{\max} = 360$ sowie GOCO03S bis $n_{\max} = 250$

GPM	Profil	Anzahl	Komponente	Mittel	Std	RMS	Min	Max
EGM2008	NS 2.0	216	ξ ["]	0,0	1,1	1,1	-2,3	5,9
		216	η ["]	0,0	0,9	0,9	-2,1	3,0
		21716	Δg [mGal]	0,5	6,9	6,9	-19,7	21,4
	WO 2.0	154	ξ	0,0	1,6	1,6	-5,1	4,1
		154	η	0,0	1,3	1,3	-2,5	5,4
		15454	Δg	-1,0	9,9	9,9	-33,9	18,7
GOCO03S	NS 2.0	216	ξ	0,1	1,5	1,5	-2,4	7,7
		216	η	0,5	1,3	1,4	-2,2	3,2
		21716	Δg	-5,0	9,0	10,3	-35,3	17,8
	WO 2.0	154	ξ	0,5	2,1	2,1	-3,9	5,7
		154	η	-0,2	1,8	1,8	-3,8	3,2
		15454	Δg	-2,2	12,1	12,3	-34,7	21,7

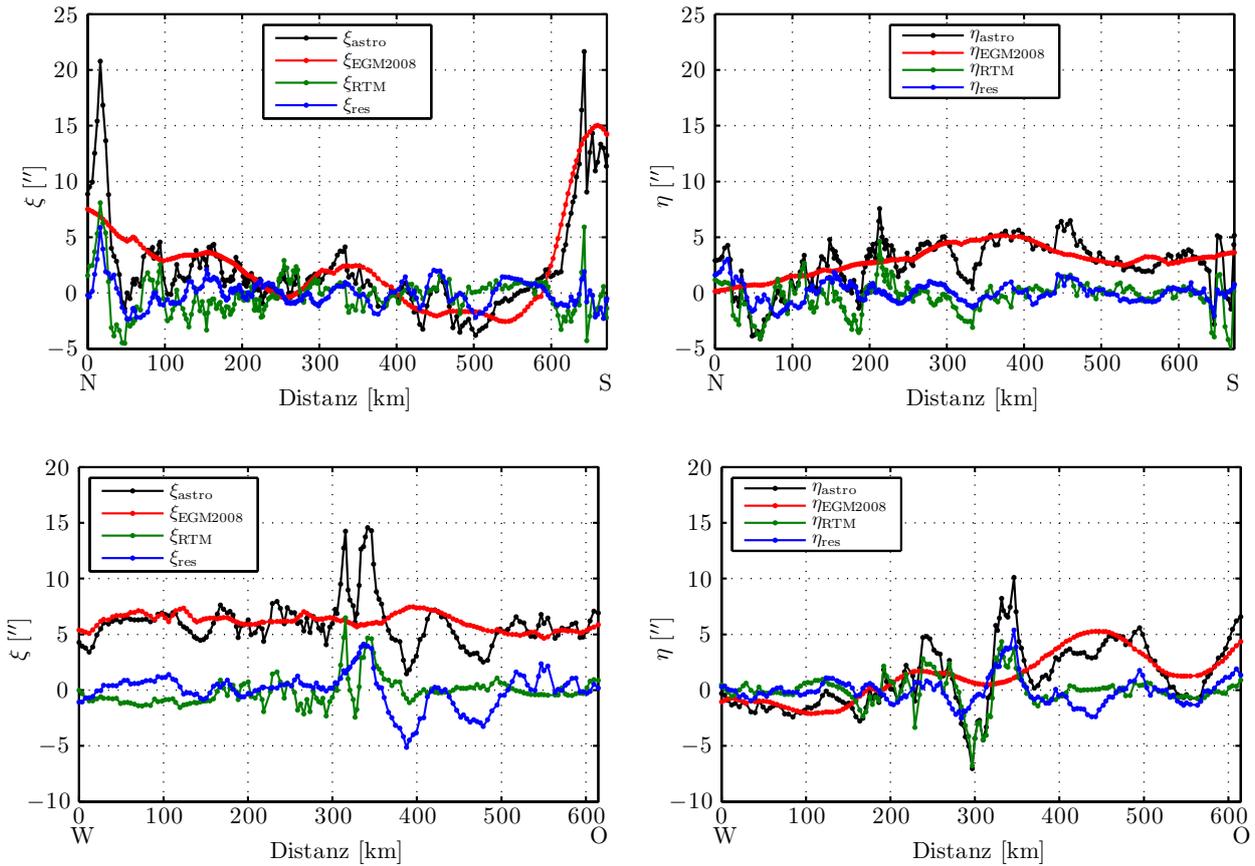


Abbildung 8.8. Astrogeodätische, EGM2008 ($n_{\max} = 360$)-, RTM- und residuale Lotabweichungskomponenten ξ (links) und η (rechts) entlang NS 2.0 (oben) sowie entlang WO 2.0 (unten)

residualen Funktionale sind im Zusammenhang mit EGM2008 insgesamt kleiner als mit GOCO03S. Verglichen mit den Signalabschätzungen für $n_{\max} > 360$ von $3,7''$ aus dem Tscherning-Rapp-Modell in Abschnitt 5.2.3 sind die auftretenden Variationen deutlich geringer, sodass die Abweichungen durch die sphärische Approximation in der Kollokation nach kleinsten Quadraten im Bereich weniger Millibogen Sekunden liegen und ohne Genauigkeitsverlust in Kauf genommen werden können, da der langwellige Anteil von den GPM-Funktionalen abgedeckt wird.

Aus den residualen Schwereanomalien, die zur Berechnung der Normalhöhenreduktion für die astronomischen Nivellements auf den quasi-kontinuierlichen Interpolationspunkten in Abständen von etwa 30 m vorliegen, erfolgt die Berechnung einer empirischen Kovarianzfunktion nach S. 37. Zur Bestimmung der analytischen Basiskovarianzfunktion werden die empirischen Klassenmittelwerte bis zur ersten Nullstelle verwendet. Unter Beibehaltung der Skalierungsfaktoren der Fehlergradvarianzen mit $a = 1,0$ werden die globalen Parameter A und R_B des Tscherning-Rapp-Modells nach (3.87) anhand der empirischen Kovarianzfunktionen nach (5.53) regional angepasst und sind gemeinsam mit den Varianzen

Tabelle 8.6. Regionale Parameter des Tscherning-Rapp-Modells

GPM	$R - R_B$ [m]	A [mGal ²]	$\sigma_{\Delta g_{\text{res}}}^2$ [mGal ²]
EGM2008	6.662,86	193,41	66,00
GOCO03S	2.582,63	70,39	70,39

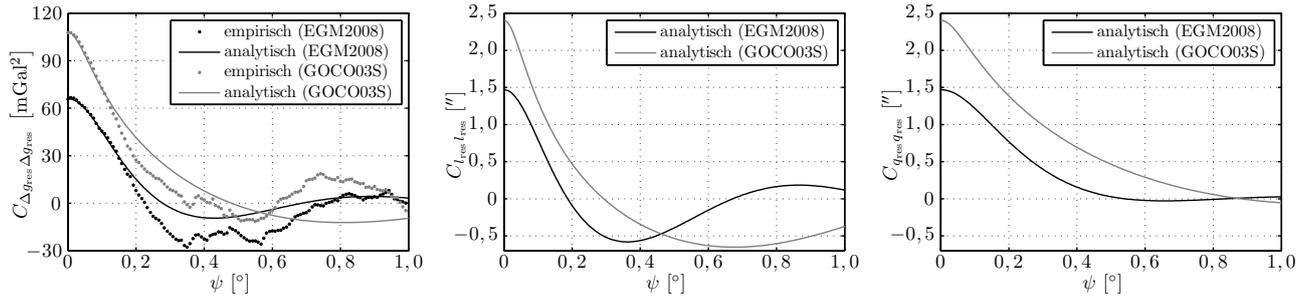


Abbildung 8.9. Empirische und analytische Kovarianzfunktionen der residualen Schwereanomalien Δg_{res} (links) sowie analytische Kovarianzfunktionen der residualen Lotabweichungskomponenten l_{res} (Mitte) und q_{res} (rechts) im Zusammenhang mit EGM2008 und GOCO03S

der residualen Schwereanomalien im Zusammenhang mit EGM2008 sowie GOCO03S in Tabelle 8.6 zusammengefasst. Die Kovarianzfunktionen der residualen Schwereanomalien sind in Abbildung 8.9 (links) bis zu einer sphärischen Distanz von $\psi = 1,0^\circ$ gegenübergestellt. Dabei zeigt sich insbesondere in Verbindung mit GOCO03S eine relativ schlechte Anpassung, die auf die begrenzt repräsentative Verteilung der Beobachtungen entlang der Profile zurückzuführen ist. Allerdings beeinflusst die Form der Kovarianzfunktion nicht wesentlich die Prädiktion der Signale, sondern hauptsächlich deren Genauigkeitsabschätzung (Moritz, 1980, S. 142; Tscherning, 1975). In den Abbildungen 8.9 (Mitte und rechts) sind die mit Hilfe der regional angepassten Parameter des Tscherning-Rapp-Modells bestimmten analytischen Autokovarianzfunktionen der residualen Lotabweichungskomponenten l_{res} bzw. q_{res} abgebildet. Die Quadratwurzeln der Varianzen der residualen Lotabweichungskomponenten betragen zwischen $1,2''$ und $1,6''$.

Zur Aufstellung der Kovarianzmatrix des Rauschens der Beobachtungen werden für die residualen Lotabweichungskomponenten unkorreliertes Rauschen mit $\sigma = 0,08''$ angenommen. Mit den bereitgestellten Kovarianzfunktionen erfolgen mit Hilfe der Kollokation nach kleinsten Quadraten die Berechnung der residualen Höhenanomalien entsprechend (5.48) und deren Standardabweichungen aus der Kovarianzmatrix des Rauschens nach (5.50), die in Abbildung 8.10 im Zusammenhang mit EGM2008 sowie GOCO03S entlang NS 2.0 (links) und WO 2.0 (rechts) gegenübergestellt sind. Die Variationen der residualen Höhenanomalien liegen im Bereich von etwa 0,6 m (EGM2008) bzw. 1,0 m (GOCO03S) und enthalten die kurz- bis mittelwelligen Anteile des Gesamtsignals aus Abbildung 8.4. Die Standardabweichungen der residualen Höhenanomalien von 2,3 cm bis 3,5 cm sind im Wesentlichen abhängig von den Fehlergradvarianzen des benutzten GPM sowie von den Abständen und der räumlichen Verteilung der Beobachtungsstationen. Da die Kollokation gemeinsam für alle Beobachtungen entlang NS 2.0 und WO 2.0 erfolgt, treten die geringsten Standardabweichungen im Harz auf, wo sich beide Profile kreuzen und somit zur Prädiktion mehr Beobachtungen zur Verfügung stehen. Die höchsten Werte tauchen demzufolge an den Profilenden und am Anfang des West-Ost-Profiles auf (vgl. Abbildung 6.2).

Zur Kontrolle des langwelligen Anteils der Höhenanomalien aus den astronomisch-topographischen Nivellements nach Abbildung 8.4 werden die Differenzen mit den beiden astrogeodätischen Kombinationslösungen auf Basis von EGM2008 und GOCO03S entlang NS 2.0 sowie WO 2.0 gebildet (Abbildung 8.11). Die entsprechenden Statistiken sind in Tabelle 8.7 angegeben. In Nord-Süd-Richtung ergeben sich langwellige Differenzen von bis zu 4,4 cm (EGM2008) bzw. 5,7 cm (GOCO03S) über die gesamte Profillänge; ohne den Alpenraum sinken die Differenzen auf 2,5 cm bzw. 3,5 cm. Entlang WO 2.0 sind keine signifikanten langwelligen Differenzen zu erkennen. Stattdessen treten zwischen dem astronomischen Nivellement und der GOCO03S-Kombinationslösung wellenförmige Strukturen mit Amplituden von 1 cm und Wellenlängen von 150 km bis 200 km auf, die auf die abnehmende Qualität der GOCE-Beobachtungen im Spektralbereich zwischen $n = 200$ und 250 hindeuten (vgl. Tabelle 7.11). Hinsichtlich der astronomisch-topographischen Nivellements ist festzustellen, dass die langwelligen Abweichungen

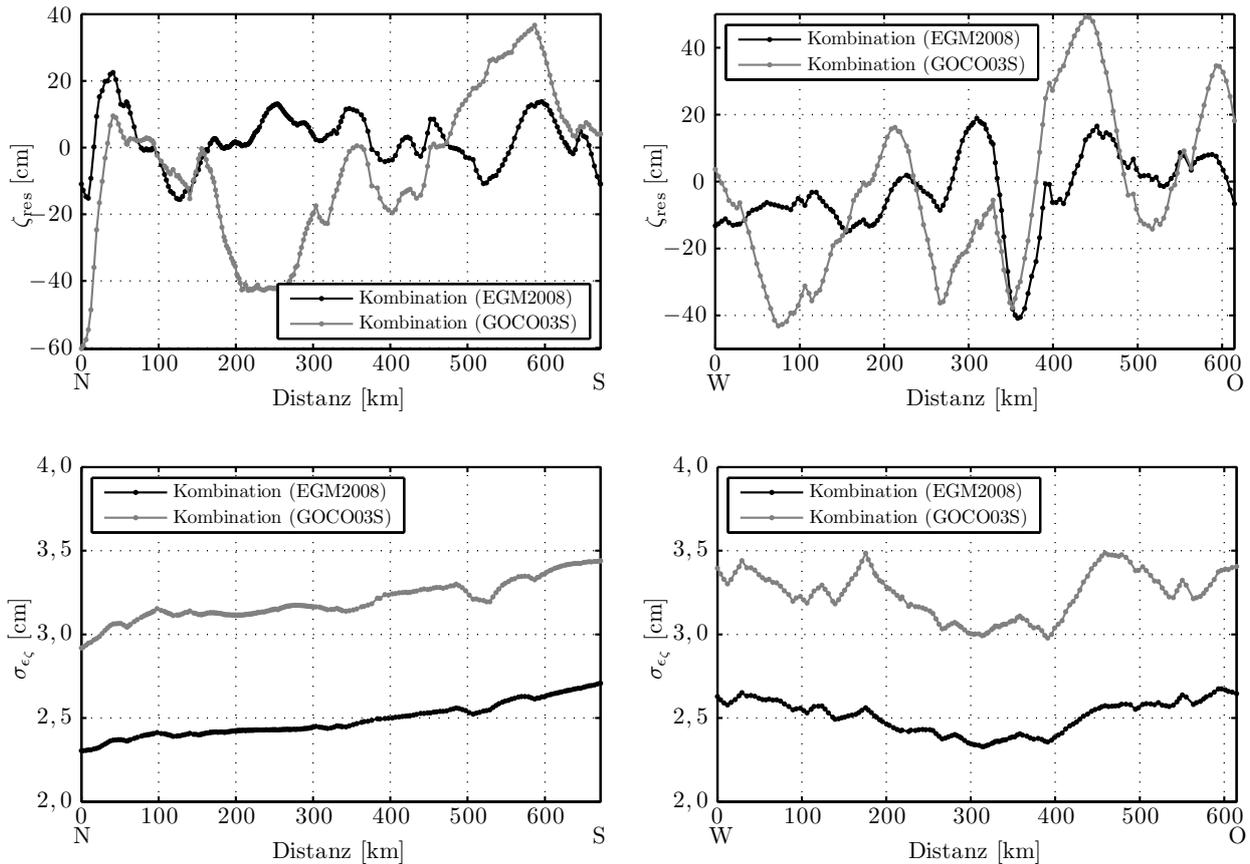


Abbildung 8.10. Residuale Höhenanomalien ζ_{res} (oben) und Standardabweichungen σ_{ϵ_ζ} aus der Kollokation nach kleinsten Quadraten auf Basis von EGM2008 (schwarz) und GOCO03S (grau) entlang NS 2.0 (links) sowie WO 2.0 (rechts)

innerhalb von 1 cm/100 km (0,1 ppm) verbleiben und somit die Zielgenauigkeit erreicht wird. Die langwelligen Differenzen von 8 cm/600 km zwischen den Subprofilen entlang WO 2.0 in Abbildung 8.7 sind also ausschließlich der Akkumulation zufälliger Abweichungen infolge des doppelten Stationsab-

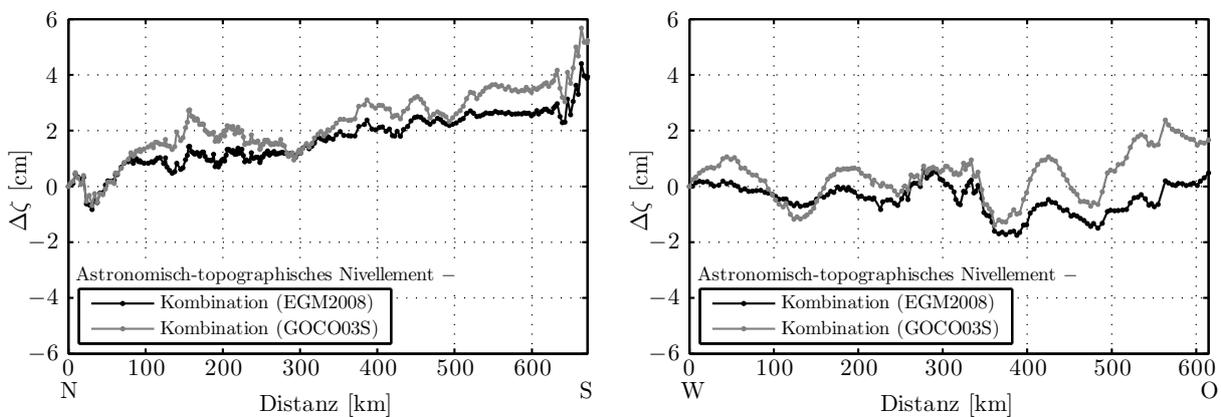


Abbildung 8.11. Differenzen der Höhenanomalien ζ zwischen den astronomisch-topographischen Nivellements und den astrogeodätischen Kombinationslösungen auf Basis von EGM2008 (schwarz) und GOCO03S (grau) entlang NS 2.0 (links) sowie WO 2.0 (rechts)

Tabelle 8.7. Statistik der Differenzen der Höhenanomalien ζ zwischen den astronomisch-topographischen Nivellements und den astrogeodätischen Kombinationslösungen auf Basis von EGM2008 und GOCO03S entlang NS 2.0 sowie WO 2.0

Astronomisch-topographische Nivellements –	Profil	Anzahl	Mittel [cm]	Std [cm]	RMS [cm]	Min [cm]	Max [cm]
Kombination (EGM2008)	NS 2.0	216	1,5	0,9	1,8	-0,8	4,4
	WO 2.0	154	-0,4	0,5	0,7	-1,8	0,6
Kombination (GOCO03S)	NS 2.0	216	2,1	1,2	2,4	-0,7	5,7
	WO 2.0	154	0,4	0,8	0,9	-1,4	2,4

standes zuzuschreiben. Hinsichtlich des Beitrages der aktuellen GOCE-GPM im Rahmen der regionalen Schwerefeldmodellierung zeigt sich in der guten Übereinstimmungen der beiden astrogeodätischen Kombinationslösungen mit Differenzen von maximal 2 cm, dass die GOCE-Beobachtungen der dritten Generation in der Lage sind, die im EGM2008 enthaltenen qualitativ hochwertigen terrestrischen Schweredaten nahezu adäquat zu ersetzen. Somit besteht für zukünftige regionale Schwerefeldmodelle die Möglichkeit, das Problem des korrelierten Rauschens zwischen den Koeffizienten hochauflösender GPM und den terrestrischen Schweredaten zu umgehen, das aufgrund mangelnder Informationen üblicherweise vernachlässigt wird.

8.3 Vergleiche mit vorhandenen Schwerefeldlösungen

Die Vergleiche zwischen den Höhenanomalien aus den astronomisch-topographischen Nivellements und den vorhandenen Schwerefeldlösungen in Deutschland werden nach Abbildung 4.4 auf Basis des Nullzeitenpotentials durchgeführt. In diesem Zusammenhang sind insbesondere länderspezifische und langwellige Differenzen zwischen den GPS-Nivellementdaten 2011 und EGM2008 zu untersuchen (vgl. Abschnitt 4.4). GPS-Nivellementdatensätze werden zur unabhängigen Validierung von gravimetrischen Quasigeoidmodellen und von globalen Potentialmodellen verwendet. In diesem Zusammenhang stellt sich die wesentliche Frage nach der Qualität der GPS-Nivellementdatensätze, um eine durchgreifende Beurteilung der externen Daten sicherzustellen. Zusätzlich werden die entsprechenden Vergleiche mit der astrogeodätischen Kombinationslösung auf Basis von GOCO03S aus dem vorigen Abschnitt durchgeführt, um Aussagen über den Einfluss der GOCE-GPM der dritten Generation im Rahmen der regionalen hochauflösenden Schwerefeldbestimmung in Deutschland zu ermöglichen. Alle Vergleiche mit den astrogeodätischen Quasigeoidlösungen sind als vollständig unabhängig anzusehen, da weder die astrogeodätischen Lotabweichungen noch die GOCE-GPM in den vorhandenen Schwerefeldlösungen enthalten sind.

In Abbildung 8.12 sind die Differenzen zwischen den Höhenanomalien ζ aus den astronomisch-topographischen Nivellements und den vorhandenen Schwerefeldlösungen in Deutschland entlang NS 2.0 sowie WO 2.0 unter Berücksichtigung der identifizierten systematischen Abweichungen dargestellt. Zur Interpretation der Differenzen gegenüber den GPS-Nivellementdaten 2011 sind zusätzlich die Grenzen der Bundesländer skizziert. Zunächst erfolgt die Analyse der Differenzen entlang des Nord-Süd-Profiles NS 2.0. Zwischen dem astronomisch-topographischen Nivellement und den GPS-Nivellementdaten 2011 ergeben sich innerhalb der Bundesländer kurzweilige Differenzen von bis zu 2 cm beispielsweise zwischen den Punkten 230 und 2146 in Niedersachsen (NI) sowie zwischen 3032 und 1010 in Thüringen (TH), die auf die beschränkte Genauigkeit der ellipsoidischen Höhenbestimmung hindeuten. An der Ländergrenze zwischen Thüringen und Hessen (HE) tritt zwischen 1010 und 4926 eine Differenz von 2,5 cm auf. An der Ländergrenze zwischen Thüringen und Bayern (BY) ergibt sich eine Differenz von knapp 3 cm, die im Wesentlichen auf die länderspezifischen Anpassungen der ellipsoidischen Höhen zurückzuführen sind. Die deutliche Verringerung der Differenz von 5-6 cm gegenüber den GPS-Nivellementdaten 2005 in Voigt *et al.* (2009) ist auf die zwischenzeitliche SAPOS-Anpassung der ellipsoidischen Höhen in Thüringen zurückzuführen, die im Datensatz von 2011 enthalten sind (vgl. Abbildung 4.3, rechts). In

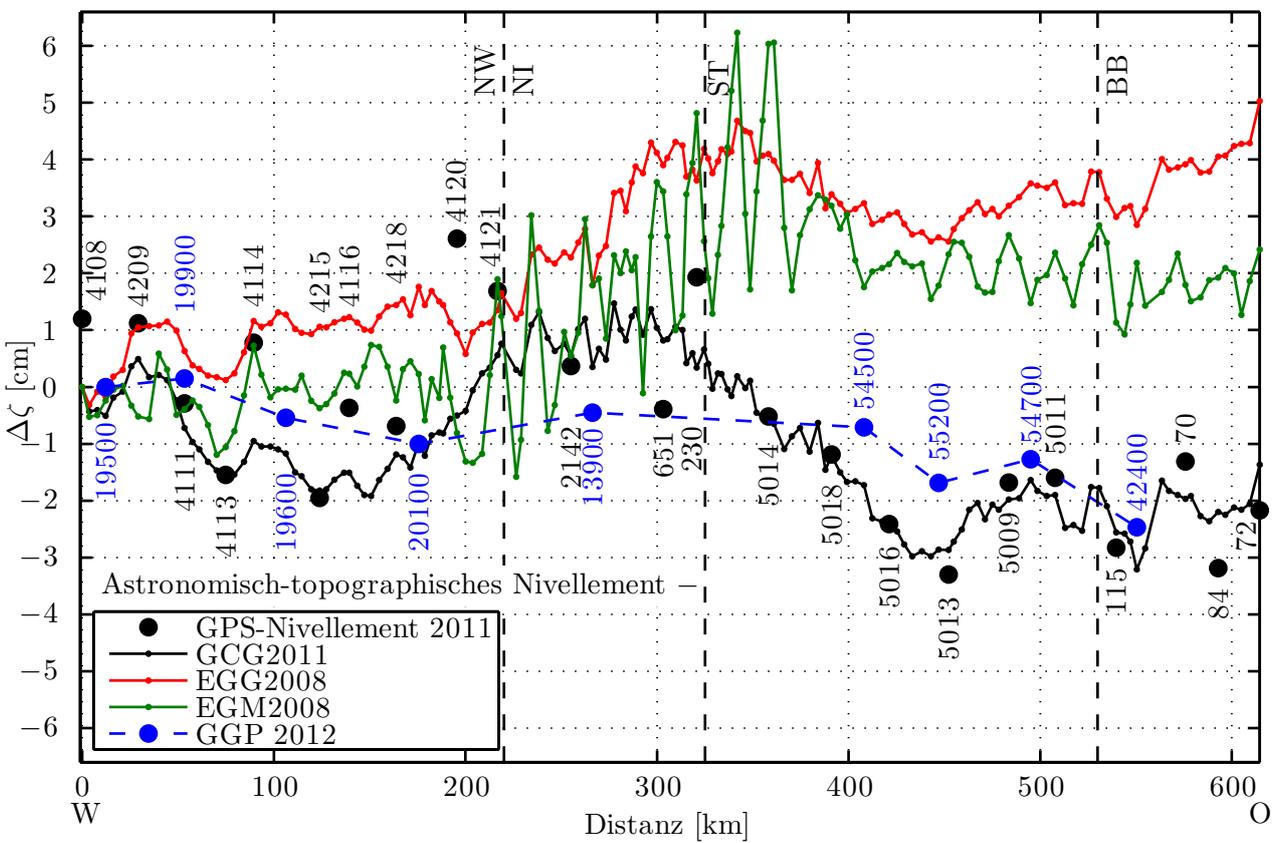
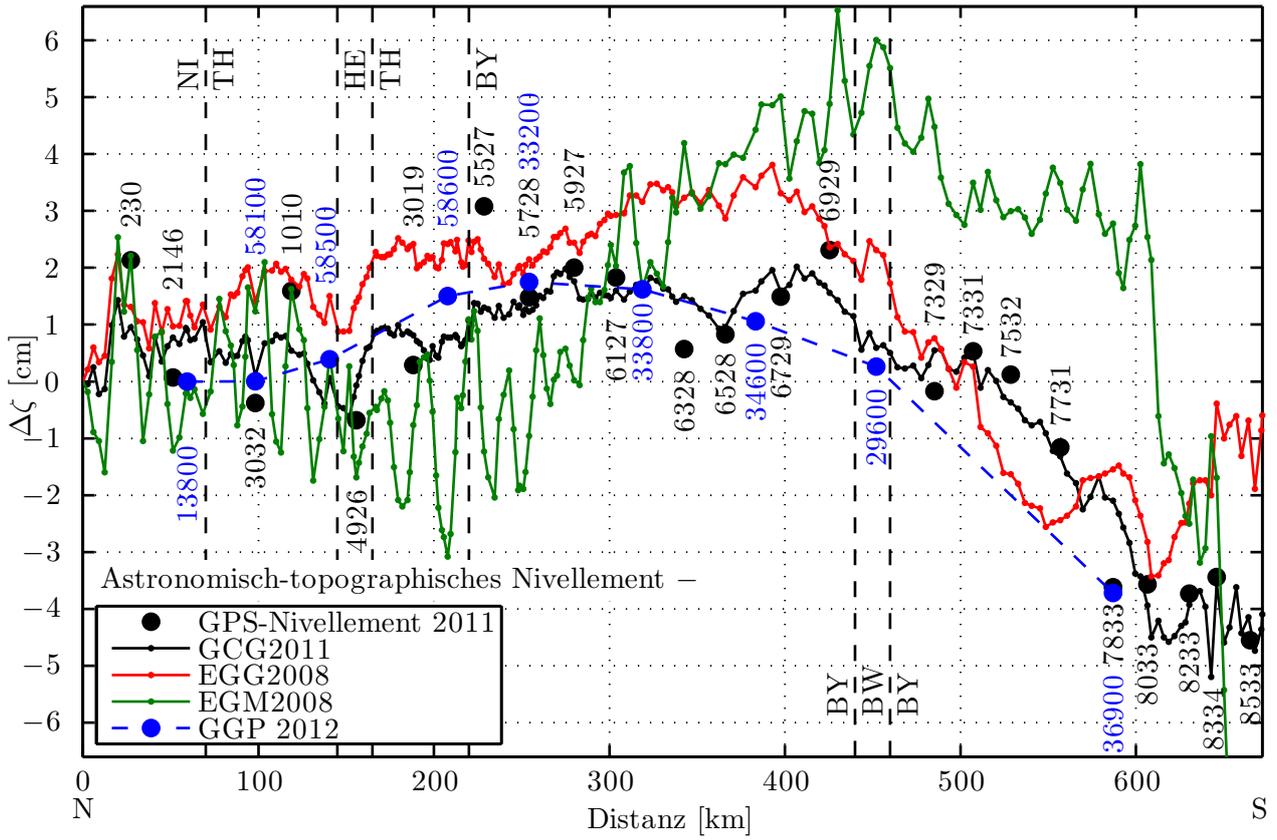


Abbildung 8.12. Differenzen der Höhenanomalien ζ zwischen den astronomisch-topographischen Nivellements und den vorhandenen Schwerefeldlösungen in Deutschland entlang NS 2.0 (oben) sowie WO 2.0 (unten)

Bayern sind die kurzwelligen Differenzen von bis zu 2,5 cm überlagert von langwelligen Strukturen, die zwischen den Punkten 5527 und 8533 etwa 7 cm über 300 km (0,05'') betragen. Da das GCG2011 auf den GPS-Nivellementdaten 2011 gelagert ist (Abschnitt 4.4), ergeben sich gegenüber dem astronomisch-topographischen Nivellement die gleichen Differenzmuster.

Aufgrund der angegebenen Genauigkeit für die ellipsoidischen Höhen der Geodätischen Grundnetzpunkte GGP 2012 von 2,6 mm (Feldmann-Westendorff, 2012) können diese im Rahmen der Vergleiche praktisch als fehlerfrei angesehen werden. Die sehr gute Übereinstimmung mit dem astronomisch-topographischen Nivellement im kurzwelligen Bereich kann als Indikator für die erreichte hohe Genauigkeit der astrogeodätischen Lösung angesehen werden. Im langwelligen Bereich treten Differenzen von maximal 5,5 cm über 300 km auf (Punkte 33800 und 36900), wobei insbesondere der Abschnitt zwischen den Punkten 29600 und 36900 mit Differenzen von 4 cm über 150 km hervorsticht. In diesem Bereich liegt das geologisch komplexe Gebiet des Nördlinger Ries (450-470 km), wodurch Differenzen von wenigen Zentimetern in der astrogeodätischen Lösung nicht auszuschließen sind (Abbildungen 8.6 (Mitte) und 8.7 (links) sowie Tabelle 8.4). Im Profilabschnitt zwischen 500 km und 600 km sind bei den Genauigkeitsuntersuchungen zum astronomisch-topographischen Nivellement jedoch keine Anzeichen für eine Überschreitung der Zielgenauigkeit von 1 cm/100 km RMS festzustellen. Die Differenzen zwischen den Subprofilen auf Basis des doppelten Stationsabstandes in Abbildung 8.7 (links) zeigen bereits Übereinstimmungen von 1 cm und besser zwischen 500 km und 580 km. Zudem muss berücksichtigt werden, dass die vorläufigen Normalhöhen der GGP 2012 aus Einrechnungen in das DHHN92 entstanden sind und somit nicht als spannungsfrei anzusehen sind (Abschnitt 4.3). Endgültigen Aufschluss über die Differenzen in diesem Bereich sind mit Hilfe der endgültigen Normalhöhen aus der DHHN-Erneuerung zu erwarten.

Die Höhenanomalien aus dem EGG2008 sind auf Basis des EGM2008 bis zum Entwicklungsgrad $n_{\max} = 360$ berechnet und somit nicht unabhängig voneinander zu betrachten (Abschnitt 4.4). Die Differenzen zwischen dem astronomisch-topographischen Nivellement und EGG2008 verbleiben über die gesamte Profillänge im Bereich von ± 4 cm. Dabei überwiegen langwellige Differenzen von knapp 4 cm zwischen 0 km bis 400 km sowie insbesondere von 7 cm im Profilabschnitt zwischen 400 km und 600 km, die beim Vergleich zwischen dem astronomisch-topographischen Nivellement und dem EGM2008 in diesem Abschnitt nicht auftreten, was in den Differenzen zwischen dem astronomisch-topographischen Nivellement und der astrogeodätischen Kombinationslösung auf Basis von EGM2008 in Abbildung 8.11 (links) bestätigt wird. In diesem Abschnitt sind jedoch deutliche Differenzen zwischen EGG2008 und EGM2008 von bis zu 5 cm festzustellen, für die im Rahmen dieser Arbeit keine Ursache gefunden werden kann. Die Analyse der Stationen mit Differenzen außerhalb des 3σ -Bereiches zwischen den astrogeodätischen und EGG2008-Lotabweichungen aus Abschnitt 7.1 bringt in diesem Zusammenhang keine

Tabelle 8.8. Statistik der Differenzen der Höhenanomalien ζ aus den astronomisch-topographischen Nivellements und den vorhandenen Schwerefeldlösungen in Deutschland entlang NS 2.0 sowie WO 2.0

Astronomisch-topographische Nivellements –	Profil	Anzahl	Mittel [cm]	Std [cm]	RMS [cm]	Min [cm]	Max [cm]
GPS-Nivellement 2011	NS 2.0	23	-0,1	2,2	2,2	-4,5	3,1
GCG2011		216	0,1	1,8	1,8	-5,2	2,0
EGG2008		216	1,2	1,8	2,1	-3,4	3,8
EGM2008		216	0,6	3,0	3,1	-13,3	6,5
GGP 2012		9	0,3	1,7	1,6	-3,7	1,8
GPS-Nivellement 2011	WO 2.0	23	-0,7	1,7	1,8	-3,3	2,6
GCG2011		154	-0,9	1,2	1,5	-3,2	1,5
EGG2008		154	2,5	1,3	2,9	-0,3	5,0
EGM2008		154	1,4	1,6	2,1	-1,6	6,2
GGP 2012		9	-0,9	0,8	1,2	-2,5	0,2

Klärung. Die entsprechenden Statistiken der Differenzen zwischen dem astronomisch-topographischen Nivellement und den verschiedenen Datensätzen entlang NS 2.0 sind in Tabelle 8.8 angegeben. Die RMS-Differenzen stimmen nahezu mit den Standardabweichungen überein und betragen zwischen 1,6 cm (GGP 2012) und 3,1 cm (EGM2008), wobei bezüglich des EGM2008 der Vernachlässigungsfehler jenseits von $n_{\max} = 2190$ zu berücksichtigen ist, wodurch sich die Oszillationen im Bereich von etwa ± 2 cm in Mittelgebirgsregionen deutlich verringern lassen (Hirt, 2011).

Die Differenzen zwischen dem astronomisch-topographischen Nivellement und den verschiedenen Schwerefeldlösungen sind entlang des West-Ost-Profiles WO 2.0 insgesamt deutlich geringer und werden im Folgenden detailliert untersucht. Gegenüber den GPS-Nivellementdaten ergeben sich innerhalb der Bundesländer maximale Differenzen von 3 cm in Nordrhein-Westfalen (NW) zwischen den Punkten 4218 und 4120, 2 cm in NI zwischen 651 und 230, 1,5 cm in Sachsen-Anhalt (ST) zwischen 5013 und 5009 sowie 2 cm zwischen 70 und 84 in Brandenburg (BB). An den Ländergrenzen sind keine signifikanten Inhomogenitäten festzustellen mit Ausnahme des Überganges zwischen NI und ST im Harz. Zwischen den entsprechenden Punkten 230 und 5014 beträgt die Differenz 2,5 cm. Die langwelligeren Differenzmuster sind wesentlich geringer als entlang NS 2.0. Maximal betragen die Differenzen zwischen 5 cm über 150 km im Profilabschnitt zwischen 300 km und 450 km. Die Differenzen gegenüber GCG2011 sind in diesem Abschnitt um etwa 1 cm geringer. Der Vergleich mit den GGP 2012 zeigt eine deutliche Glättung der Differenzen. Im kurzwelligen Bereich treten keine signifikanten Differenzen gegenüber dem astronomisch-topographischen Nivellement auf, während die langwelligeren Differenzen lediglich 2,5 cm über 550 km betragen, wobei wiederum berücksichtigt werden muss, dass die vorläufigen Normalhöhen DHHN92-Spannungen enthalten. Daraus lässt sich schließen, dass die Differenzen im Abschnitt zwischen 300 und 450 km zu einem wesentlichen Teil den Inhomogenitäten der ellipsoidischen Höhen an der Ländergrenze NI-ST zuzuschreiben sind. Anhand dieses Vergleiches lässt sich erneut die hohe Genauigkeit des astronomisch-topographischen Nivellements ableiten.

Gegenüber EGG2008 sowie EGM2008 zeigen sich entlang WO 2.0 deutliche langwellige Differenzen mit anderem Vorzeichen ab, die bis zu 5 cm über die gesamte Profillänge beim EGG2008 betragen und bereits in den numerischen Vergleichen zwischen den astrogeodätischen und den EGG2008-Lotabweichungen zu sehen waren (Tabelle 7.3). Die Differenzen zwischen EGG2008 und GCG2011 betragen am Profildende 6 cm. Beim Vergleich zwischen dem astronomisch-topographischen Nivellement und der astrogeodätischen Kombinationslösung auf Basis von EGM2008 in Abbildung 8.11 (rechts) sind keine Anzeichen für die Existenz eines solchen langwelligen Effektes zu erkennen, sodass die Ursachen im EGG2008 zu vermuten sind. Die zugehörigen Statistiken der Differenzen zwischen dem astronomisch-topographischen Nivellement und den verschiedenen Datensätzen entlang WO 2.0 sind in Tabelle 8.8 gegenübergestellt. Die RMS-Differenzen betragen zwischen 1,2 cm (GGP 2012) und 2,9 cm (EGG2008). Insgesamt kann festgestellt werden, dass der im Rahmen dieser Arbeit erstellte vollständig unabhängige astrogeodätische Datensatz neben den existierenden Verfahren sehr gut geeignet ist, zur Klärung der in Deutschland auftretenden Differenzen im Bereich weniger Zentimeter beizutragen. Die Ergebnisse der Vergleiche mit den vorläufigen Geodätischen Grundnetzpunkten der DHHN-Erneuerung zeigen, dass das Ziel der Quasigeoidbestimmung mit einer Genauigkeit von 1 cm (RMS) in Deutschland zumindest entlang der Profile nahezu erreicht wird.

Um den Beitrag der aktuellen GOCE-GPM der dritten Generation hinsichtlich der hochauflösenden regionalen Quasigeoidbestimmung in Deutschland zu beurteilen, werden die Höhenanomalien aus der astrogeodätischen Kombinationslösung auf Basis von GOCO03S (Abschnitt 8.2) den vorhandenen Schwerefeldlösungen entlang NS 2.0 sowie WO 2.0 gegenübergestellt. Die Differenzen sind in Abbildung 8.13 mit den entsprechenden Statistiken in Tabelle 8.9 dargestellt. Die langwelligeren Differenzen zwischen dem astronomisch-topographischen Nivellement und der astrogeodätischen Kombinationslösung (GOCO03S) entlang NS 2.0 in Abbildung 8.11 (links) von 5 cm über die gesamte Profillänge haben zur Folge, dass die Differenzen gegenüber allen Vergleichsdatsätzen ansteigen und damit vermutlich den GOCE-Beobachtungen zuzuschreiben ist. Entlang WO 2.0 ist bei der astrogeodätischen Kombinationslösung eine leichte Verringerung der langwelligen Differenzen gegenüber EGG2008 und EGM2008 festzustellen. Allerdings treten wiederum wellenförmige Strukturen auf, die auf die begrenzte

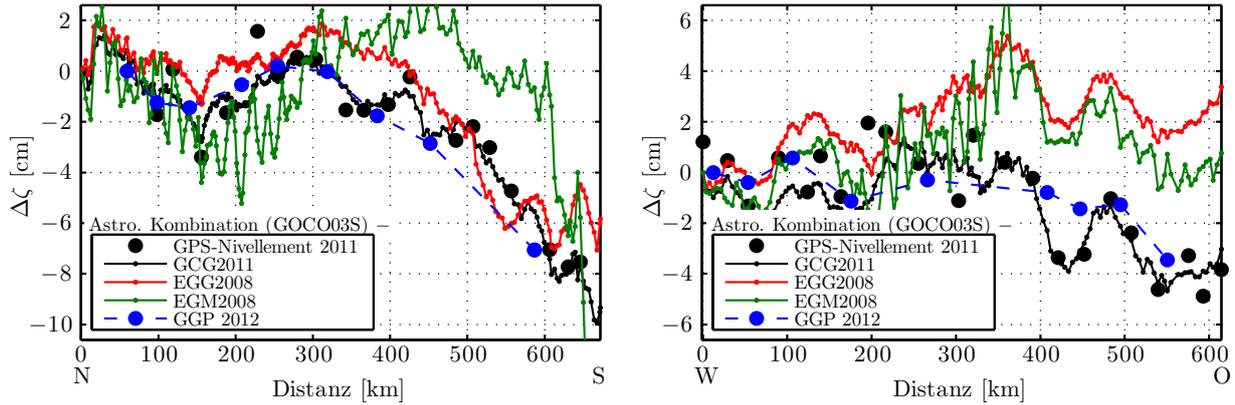


Abbildung 8.13. Differenzen der Höhenanomalien ζ zwischen der astrogeodätischen Kombinationslösung auf Basis von GOCO03S und den vorhandenen Schwerefeldlösungen in Deutschland entlang NS 2.0 (links) sowie WO 2.0 (rechts)

Tabelle 8.9. Statistik der Differenzen der Höhenanomalien aus der astrogeodätischen Kombinationslösung auf Basis von GOCO03S und den vorhandenen Schwerefeldlösungen in Deutschland entlang NS 2.0 sowie WO 2.0

Astrogeodätische Kombination (GOCO03) –	Profil	Anzahl	Mittel [cm]	Std [cm]	RMS [cm]	Min [cm]	Max [cm]
GPS-Nivellement 2011	NS 2.0	23	-2,5	2,9	3,8	-7,7	1,6
GCG2011		216	-2,0	2,7	3,3	-9,9	1,4
EGG2008		216	-0,9	2,6	2,7	-7,1	1,9
EGM2008		216	-1,5	3,4	3,7	-18,5	4,1
GGP 2012		9	-1,6	2,3	2,7	-7,1	0,2
GPS-Nivellement 2011	WO 2.0	23	-1,1	2,0	2,3	-4,9	2,0
GCG2011		154	-1,3	1,6	2,0	-4,7	1,3
EGG2008		154	2,2	1,4	2,6	-0,6	5,4
EGM2008		154	1,0	1,8	2,0	-1,9	7,4
GGP 2012		9	-0,9	1,1	1,4	-3,4	0,6

Genauigkeit der GOCE-Beobachtungen im Spektralbereich zwischen $n = 200$ bis 250 hindeuten (vgl. Abbildung 8.11, rechts). Bei Voigt und Denker (2013a) ergeben sich bei Vergleichen zwischen dem GPS-Nivellementdatensatz 2011 und den GOCE-Modellen der dritten Generation RMS-Differenzen im Bereich von 5-6 cm bis zu einer Auflösung von 100 km ($n_{\max} = 200$) in Übereinstimmung mit den Quadratwurzeln der akkumulierten Fehlergradvarianzen in Abbildung 4.1 (unten links). Zudem werden EGG2008-Quasigeoidlösungen auf der Basis von EGM2008 bis $n_{\max} = 360$ und auf Basis von TIM3 verglichen. Dabei zeichnen sich ebenfalls Differenzen im Bereich von über 10 cm insbesondere in Nord-Süd-Richtung in Deutschland ab. Damit stimmen die hier durchgeführten Untersuchungen auf Basis von astrogeodätischen Daten überein. Aufgrund der hohen Qualität der terrestrischen Schwerefelddaten in Deutschland tritt entsprechend der begrenzten Genauigkeit und Auflösung der GOCE-Modelle der dritten Generation keine Verbesserung auf. Weitere Fortschritte können jedoch von der vierten Generation erwartet werden (Abschnitt 4.1).

8.4 Zusammenfassung der Ergebnisse

Die Ergebnisse der Übergänge von astrogeodätischen Lotabweichungen auf Quasigeoidhöhen werden im Folgenden zusammengefasst. Zunächst erfolgt der Übergang auf Quasigeoidhöhen mit astronomisch-topographischen Nivellements. In diesem Zusammenhang werden die Auswirkungen der identifizierten und berücksichtigten systematischen Abweichungen in den astrogeodätischen Lotabweichungen auf die Quasigeoidhöhen dargestellt. Die wesentlichen systematischen Abweichungen entlang des Nord-Süd- und des West-Ost-Profiles stellen die gesamten Gezeiteneffekte mit Auswirkungen von 3,8 cm bzw. 0,9 cm sowie die Transformation der astronomischen Koordinaten in das ETRS89 zur Epoche 1989,0 mit 2,3 cm bzw. 3,8 cm dar (Tabelle 8.3). Zur Untersuchung der Genauigkeit der Höhenanomalien aus den astronomisch-topographischen Nivellements werden zum einen die Differenzen von Höhenanomalien auf identischen Stationen entlang verschiedener Profilvarianten untersucht und zum anderen die Differenzen von Höhenanomalien auf Kreuzungspunkten entlang zweier Subprofile mit jeweils der Hälfte aller Stationen analysiert. Die RMS-Differenzen der Höhenanomalien zwischen den Subprofilen liegen im Bereich zwischen 0,3 cm und 4,0 cm für Profilabschnitte von jeweils 100 km Länge (Tabelle 8.4) und zeigen vergleichbare Größenordnungen wie die a-priori Genauigkeitsabschätzungen für doppelte Stationsabstände. Damit kann davon ausgegangen werden, dass die Simulationsberechnungen realistisch sind und die Zielgenauigkeit von 1 cm/100 km RMS für astronomisch-topographische Nivellements auf Basis des einfachen Stationsabstandes weitestgehend erreicht wird. Eine Ausnahme bildet das Nördlinger Ries im Profilabschnitt zwischen 450 km und 500 km entlang des Nord-Süd-Profiles, in dem Differenzen von 8 cm/50 km (Abbildung 8.7) zwischen den Höhenanomalien der beiden Subprofile auftreten und die RMS-Differenzen um den Faktor 4 größer sind als in den a-priori Genauigkeitsabschätzungen.

In einem zweiten Schritt erfolgt der Übergang auf Quasigeoidhöhen mit astrogeodätischen Kombinationslösungen auf Basis von EGM2008 und GOCO03S mit der Kollokation nach kleinsten Quadraten innerhalb einer Remove-Compute-Restore-Prozedur, um den kritischen langwelligen Anteil der astronomisch-topographischen Nivellements zu analysieren. Die langwelligen Differenzen der Höhenanomalien zwischen den astronomisch-topographischen Nivellements und den Kombinationslösungen betragen 2,5 cm (EGM2008) bzw. 3,5 cm (GOCO03S) über die gesamte Länge des Nord-Süd-Profiles, während entlang des West-Ost-Profiles keine signifikanten langwelligen Differenzen auftreten (Abbildung 8.10). Die beiden Kombinationslösungen weichen um maximal 2 cm voneinander ab, sodass festgestellt werden kann, dass die GOCE-Beobachtungen in der Lage sind, die im EGM2008 enthaltenen terrestrischen Schweredaten nahezu adäquat zu ersetzen.

Die Vergleiche zwischen den Höhenanomalien aus den astronomisch-topographischen Nivellements und den in Deutschland vorhandenen Schwerefeldlösungen ergeben folgende Ergebnisse. Zwischen den astronomisch-topographischen Nivellements und den GPS-Nivellementdaten 2011 zeigen sich kurzwellige Differenzen im Bereich von 2-3 cm, insbesondere auch an Bundesländergrenzen. Beim Vergleich zwischen den astronomisch-topographischen Nivellements und den Geodätischen Grundnetzpunkten aus der DHHN-Erneuerung GGP2012 fallen diese deutlich geringer aus, so dass die kurzwelligen Differenzen zu einem wesentlichen Teil der beschränkten Genauigkeit der ellipsoidischen Höhenbestimmungen und den länderspezifischen SAPOS-Anpassungen zugeschrieben werden können. Die langwelligen Differenzen zwischen dem astronomisch-topographischen Nivellement und allen anderen Schwerefeldlösungen bis zu 7 cm/200 km gegenüber dem EGM2008 im Profilabschnitt zwischen 400 km und 600 km entlang des Nord-Süd-Profiles fallen zu einem Teil in den Bereich des Nördlinger Ries, in dem Unsicherheiten in der astrogeodätischen Lösung von wenigen Zentimetern nicht auszuschließen sind. Entlang des West-Ost-Profiles zeigen die Höhenanomalien aus dem EGM2008 gegenüber allen anderen Schwerefeldlösungen langwellige Differenzen 5-6 cm über die gesamte Profillänge von 600 km. Insgesamt liegen die RMS-Differenzen in den Vergleichen zwischen den astronomisch-topographischen Nivellements und den GPS-Nivellementdaten 2011 und GGP2012 sowie den gravimetrischen Quasigeoidmodellen GCG2011 und EGM2008 im Bereich von 1,6 cm (GGP2012) bis 2,2 cm (GPS-Nivellement 2011) entlang des Nord-Süd-Profiles sowie zwischen 1,2 cm (GGP2012) und 2,9 cm (EGM2008) entlang des West-Ost-Profiles. Entlang beider Profile weisen also die Vergleiche zwischen den astronomisch-topographischen Nivelle-

ments und den GGP2012 die größte Konsistenz auf, und es kann gezeigt werden, dass das Ziel der Quasigeoidbestimmung mit einer Genauigkeit von 1 cm RMS in Deutschland zumindest entlang der Profile nahezu erreicht wird.

9 Zusammenfassung und Ausblick

Im Rahmen der Validierung von Schwerefeldmodellen sind unabhängige Datensätze von zentraler Bedeutung. Während hochauflösende gravimetrische Quasigeoidmodelle üblicherweise mit unabhängigen GNSS-Nivellementdatensätzen verglichen werden, entfällt diese Möglichkeit für Höhenbezugsflächen, in denen die GNSS-Nivellementdaten bereits enthalten sind. In diesem Zusammenhang stellt sich die Frage nach der Qualität der GNSS-Nivellementdaten, auf denen die gravimetrische Quasigeoidlösung gelagert wird. In Deutschland existieren diesbezüglich keine unabhängigen Aussagen über mehrere 100 km. Hinsichtlich der hochauflösenden Schwerefeldbestimmung ergeben sich zwei wesentliche Aufgaben, die im Rahmen der vorliegenden Arbeit untersucht werden. Zum einen soll die Qualität aktueller globaler Potentialmodelle auf der Basis von GOCE-Daten beurteilt werden. Zum anderen ist die Qualität der GNSS- und Nivellementdaten und der gravimetrischen Quasigeoidmodelle in Deutschland zu analysieren. Anhand dieser Untersuchungen sollen Genauigkeitsaussagen zur aktuellen Höhenbezugsfläche in Deutschland ermöglicht werden.

Zur Bearbeitung der Fragestellungen wurde im Rahmen dieser Arbeit ein in Bezug auf Genauigkeit, Ausdehnung und Auflösung bislang einzigartiger Datensatz astrogeodätischer Lotabweichungen mit dem digitalen transportablen Zenitkamarasystem TZK2-D beobachtet, dessen wesentlicher Vorteil in der vollständigen Unabhängigkeit gegenüber allen vorhandenen Schwerefelddaten besteht. Das Zenitkamarasystem wurde bereits bei verschiedenen lokalen Projekten zur Bestimmung astronomisch-topographischer Nivellements erfolgreich eingesetzt, wobei ein Genauigkeitspotenzial von 0,05-0,1 ppm angegeben wurde ($\leq 1 \text{ mm}/10 \text{ km}$). Zum Erreichen einer Genauigkeit von 1 cm/100 km RMS im regionalen Bereich sind insbesondere systematische Abweichungen bei der Bildung der astrogeodätischen Lotabweichungen dringend zu berücksichtigen, die bereits bei einer Größenordnung von 2 mas einen Effekt von 1 mm/100 km auf die Höhenanomalien aus dem astronomisch-topographischen Nivellement haben. Einen wesentlichen Teil dieser Arbeit macht daher die umfassende Untersuchung systematischer Abweichungen bei der astrogeodätischen Schwerefeldmodellierung aus.

Im theoretischen Teil der Arbeit wird zunächst die im Rahmen der astrogeodätischen Schwerefeldbestimmung erforderlichen Bezugssysteme eingeführt. Ausgehend von den zälestischen Bezugssystemen, die den Positionen der Referenzsterne zugrunde liegen, werden die Transformationen in die terrestrischen Bezugssysteme nach den IAU Resolutionen von 1980 und 2006/2000 beschrieben. In Verbindung mit einer entsprechenden Zeitreihe von Erdorientierungsparametern können die prozessierten astronomischen Koordinaten dem ITRF2005 zur jeweiligen Beobachtungsepoche zugeordnet werden, während die beobachteten ellipsoidischen Koordinaten bezüglich ETRS89 zur Epoche 1989,0 vorliegen. Die eingeführten lokalen Bezugssysteme sind für die Zusammenhänge der Physikalischen Geodäsie von elementarer Bedeutung.

Die Grundlagen der Physikalischen Geodäsie werden ausgehend von einer exakten Vektor-Matrix-Formulierung dargestellt, auf deren Grundlage die gebräuchlichen Approximationen leicht nachvollziehbar sind. Insbesondere werden die Lotabweichungskomponenten in exakter Winkeldefinition entwickelt und verschiedene Approximationsstufen zur Bildung der Lotabweichungskomponenten unter Berücksichtigung der zugrunde liegenden lokalen Bezugssysteme gegenübergestellt. Dabei ergeben sich für globale Maximalwerte Abweichungen bis zu 34 mas, die bei Projekten im Hochgebirge einen Einfluss auf die angegebenen Genauigkeitspotenziale der astrogeodätischen Schwerefeldbestimmung von 0,1 mm/1 km bzw. 1 mm/10 km haben können. Die Vektorkomponenten des Schwerestörungs- und des Schwereanomalievektors werden für den exakten Übergang auf Höhenanomalien mit dem astronomischen Nivellement in lokalen astronomischen sowie in lokalen normalen ellipsoidischen Bezugssystemen bereitgestellt. Zur Abschätzung der Signaleigenschaften und des Rauschens der Lotabweichungen aus

globalen Potentialmodellen wird die statistische Schwerefeldbeschreibung auf Grundlage sphärischer Approximationen erläutert.

Die zur Validierung und Kombination mit den astrogeodätischen Lotabweichungen vorhandenen Schwerefelddaten werden eingeführt. Für den langwelligen Spektralbereich stehen aktuelle globale Potentialmodelle zur Verfügung, wobei insbesondere das ultrahochoflösende EGM2008 sowie die Modelle auf Basis aktueller GOCE-Daten zu nennen sind, beispielsweise das Satellitenkombinationsmodell GO-CO03S. Die Berechnung der GPM-Funktionale wird mit größtmöglicher Sorgfalt durchgeführt. Für die Berechnung der kurzwelligen Spektralanteile liegen topographische Informationen aus hochauflösenden digitalen Geländemodellen mit räumlichen Auflösungen bis zu $1'' \times 1''$ vor. Für die Vergleiche mit den astrogeodätischen Quasigeoidlösungen in Deutschland werden die GPS-Nivellementdatensätze sowie die hochauflösenden gravimetrischen Quasigeoidmodelle EGG2008 und GCG2011 eingeführt, wobei Letzteres die aktuelle Höhenbezugsfläche in Deutschland darstellt.

Hinsichtlich der astrogeodätischen Schwerefeldmodellierung erfolgt zunächst die Reduktion der astronomischen und ellipsoidischen Koordinaten zur konsistenten Bildung der astrogeodätischen Lotabweichungskomponenten. In diesem Zusammenhang sind insbesondere die Berechnung der gesamten Gezeiteneffekte sowie die Transformation der astronomischen Koordinaten vom ITRF2005 zur jeweiligen Beobachtungsepoche in das ETRS89 zur Epoche 1989,0 von Bedeutung. Mit Hilfe der im Rahmen der theoretischen Grundlagen entwickelten Zusammenhänge erfolgt der Übergang auf Quasigeoidhöhen mit dem astronomischen Nivellement und unter Hinzunahme topographisch-isostatischer Lotabweichungen auf das astronomisch-topographische Nivellement. Zur Abschätzung der a-priori Genauigkeit von Profilkonfigurationen in Abhängigkeit vom Stationsabstand und der damit verbundenen Signalvernachlässigung in Abhängigkeit von der Topographie einschließlich Gesteinsdichteveriationen werden Simulationsberechnungen durchgeführt, womit ein Zusammenhang zwischen der Festlegung der Stationsabstände und der angestrebten Zielgenauigkeit hergestellt wird. Mit den Berechnungsvorschriften für den Übergang auf Quasigeoidhöhen mit Hilfe der Kollokation nach kleinsten Quadraten wird der theoretische Teil der Arbeit abgeschlossen.

Die Planung der umfangreichen Messkampagnen erfolgte unter Berücksichtigung der zu bearbeitenden Fragestellungen. Zur Evaluierung der GOCE-Modelle, zur Klärung langwelliger Differenzen zwischen den GPS-Nivellementdaten und gravimetrischen Quasigeoidmodellen in Deutschland sowie zur Untersuchung von Inhomogenitäten an den Bundesländergrenzen wurden zwei Profile von jeweils etwa 600 km Länge in Nord-Süd- und West-Ost-Richtung geplant, deren Verläufe von den zu durchlaufenden GPS-Nivellementpunkten bestimmt wurden. Die Stationsabstände wurden unter Berücksichtigung einer Zielgenauigkeit von 1 cm/100 km RMS mit Hilfe von a-priori Genauigkeitsabschätzungen festgelegt und betragen durchschnittlich 3-4 km. Die Beobachtungen erfolgten im Zeitraum zwischen 2006 und 2010 mit dem Zenitkmerasystem TZK2-D auf insgesamt 394 Stationen entlang verschiedener Profilvarianten in Nord-Süd- und West-Ost-Richtung. In diesem Zusammenhang wird der Aufbau und die Datenprozessierung des Zenitkmerasystems dargestellt, sofern sie für das Verständnis der durchgeführten Kalibrierungen und insbesondere des Unsicherheitshaushaltes der prozessierten astronomischen Koordinaten notwendig sind. Als signifikante systematische Abweichungen in den astronomischen Koordinaten ergeben sich Gezeiteneffekte mit Größenordnungen von ± 30 mas und systematische Abweichungen zwischen den Sternkatalogen UCAC3 und Tycho-2 von 5 mas. Die systematische Abweichung aus den anomalen Refraktionseffekten kann im Rahmen dieser Arbeit nicht eliminiert werden und verbleibt damit in den prozessierten astronomischen Koordinaten sowie auch die vernachlässigten Effekte der jährlichen Parallaxe. Anhand von Beobachtungen auf der astronomischen Referenzstation konnte die Stabilität des Messsystems während der laufenden Messkampagnen nachgewiesen werden. Zusätzlich wurden Stationen entlang der Profile in verschiedenen Nächten doppelt besetzt, wobei sich RMS-Differenzen von 0,09-0,10'' ergaben, die Aussagen über die hohe Präzision des Messsystems zulassen. Die mit dem Zenitkmerasystem prozessierten astronomischen Koordinaten und die mit Hilfe von SAPOS-HEPS bestimmten ellipsoidischen Koordinaten werden zusammengestellt und im Rahmen dieser Arbeit veröffentlicht. Die konsistente Bildung der astrogeodätischen Lotabweichungen erfolgt unter Berücksichtigung zeitlicher Variationen der astronomischen Koordinaten. In diesem Zusammenhang

werden zunächst die gesamten Gezeiteneffekte berücksichtigt. Die Transformation der astronomischen Koordinaten vom ITRF2005 zur jeweiligen Beobachtungsepoche in das ETRS89 zur Epoche 1989,0 ergibt Differenzen in der Größenordnung von 11-17 mas. Zur Bildung der astrogeodätischen Lotabweichungen bezüglich des Nullzeitenpotentials werden die permanenten Deformationseffekte in den astronomischen und ellipsoidischen Koordinaten restituiert.

Anhand der numerischen Vergleiche zwischen den astrogeodätischen und den gravimetrischen Lotabweichungen aus dem EGG2008 kann ein Nachweis für die Genauigkeit der astrogeodätischen Lotabweichungen von $0,08''$ RMS erbracht werden. Dabei wird das Problem der Korrektur der aus dem EGG2008 interpolierten gravimetrischen Lotabweichungen um die Geländeneigung identifiziert und in geeigneter Weise modelliert. Im Zusammenhang mit den Vergleichen von Lotabweichungen aus globalen Potentialmodellen werden die unterschiedlichen spektralen Eigenschaften unter Verwendung von mehrstufigen Verfahren mit RTM-Effekten und räumlichen Gaußfilterungen berücksichtigt. Der Vergleich mit EGM2008-Lotabweichungen ergibt gute Übereinstimmungen im Bereich von $0,2''$ bis $0,4''$, die die hohe Qualität der im EGM2008 enthaltenen terrestrischen Datensätze in Deutschland widerspiegeln. Zusätzlich werden die räumlichen Genauigkeitsabschätzungen aus dem EGM2008 entlang der Profile validiert. In den Vergleichen mit Lotabweichungen aus aktuellen Potentialmodellen auf Basis von GOCE-Beobachtungen können die Einflüsse der GOCE-Beobachtungen gegenüber dem GRACE-Modell ITG-Grace2010s gezeigt werden. Zudem sind Verbesserungen im Bereich von 40% von der ersten bis zur dritten Generation von GOCE-Modellen deutlich zu sehen. Zur Untersuchung der akkumulierten Fehlergradvarianzen werden die in den Vergleichen enthaltenen Unsicherheiten abgeschätzt. Dabei ergeben sich für die regionalen empirischen Schätzwerte der Genauigkeiten mit $0,20$ - $0,21''$ (TIM3, DIR3, GOCO03S) bei einer räumlichen Auflösung von 100 km ($n_{\max} = 200$) gute Übereinstimmungen mit den akkumulierten Fehlergradvarianzen der GOCE-Modelle.

Die numerischen Ergebnisse der Übergänge auf astrogeodätische Quasigeoidhöhen mit dem astronomisch-topographischen Nivellement und der Kollokation nach kleinsten Quadraten werden dargestellt. In diesem Zusammenhang werden die systematischen Abweichungen zusammengestellt, deren Berücksichtigung signifikanten Einfluss auf die Höhenanomalien aus den astronomisch-topographischen Nivellements hat. Im Hinblick auf die späteren Vergleiche mit den vorhandenen Schwerefeld Datensätzen ist die Abschätzung der erreichten Genauigkeit der astronomisch-topographischen Nivellements von zentraler Bedeutung. Zum einen werden die Höhenanomalien auf identischen Stationen entlang der verschiedenen Profilvarianten analysiert. Zum anderen werden die Differenzen auf Kreuzungspunkten zweier Subprofile mit jeweils der Hälfte aller Stationen gebildet. Dabei ergeben sich für die Profilkonfigurationen mit doppeltem Stationsabstand überwiegend gute Übereinstimmungen mit den entsprechenden a-priori Genauigkeitsabschätzungen, sodass davon ausgegangen werden kann, dass die Zielgenauigkeit von 1 cm/100 km RMS entlang der realisierten Profile weitgehend erreicht wird; eine Ausnahme bildet das Nördlinger Ries, in dem die Genauigkeit des astronomisch-topographischen Nivellements als kritisch einzustufen ist. Die astrogeodätischen Kombinationslösungen werden auf Basis von EGM2008 und GOCO03S mit der Kollokation nach kleinsten Quadraten innerhalb einer Remove-Compute-Restore-Prozedur berechnet und dienen zur Kontrolle des schwach bestimmten langwelligen Anteils aus den astronomisch-topographischen Nivellements. Der gegenseitige Vergleich bringt in Verbindung mit der EGM2008-Kombinationslösung langwellige Differenzen von lediglich etwa 3 cm über die gesamte Profillänge entlang des Nord-Süd-Profiles hervor, womit die Zielgenauigkeit von 1 cm/100 km ebenfalls bestätigt wird. Entlang des West-Ost-Profiles treten keine langwelligen Differenzen auf. Entsprechende Vergleiche mit der GOCO03S-Kombinationslösung ergeben Abweichungen von maximal 2 cm mit leichten wellenförmigen Strukturen in West-Ost-Richtung, die die Schlussfolgerung zulassen, dass die GOCE-Beobachtungen der dritten Generation die qualitativ hochwertigen terrestrischen Daten in Deutschland nahezu ersetzen können, die im EGM2008 enthalten sind.

Die Vergleiche der astronomisch-topographischen Nivellements mit den GPS-Nivellementdaten 2011 und GGP 2012 sowie den hochauflösenden gravimetrischen Quasigeoidmodellen GCG2011 und EGG2008 ergeben RMS-Differenzen von 1,6 cm bis 2,2 cm entlang des Nord-Süd-Profiles und 1,2 cm

bis 2,9 cm entlang des West-Ost-Profiles. Entlang beider Profile weisen die Vergleiche zwischen den astronomisch-topographischen Nivellements und den Geodätischen Grundnetzpunkten aus der DHHN-Erneuerung GGP2012 die größte Konsistenz auf, und es kann gezeigt werden, dass das generelle Ziel der Quasigeoidbestimmung mit einer Genauigkeit von 1 cm RMS in Deutschland zumindest entlang der Profile nahezu erreicht wird. Beim Vergleich der astronomisch-topographischen Nivellements und der GPS-Nivellementdaten 2011 treten kurzweilige Differenzen bis zu 3 cm auf, die in den Vergleichen mit den GGP 2012 aus der DHHN-Erneuerung nahezu vollständig verschwinden und somit der beschränkten Genauigkeit sowie den Inhomogenitäten der ellipsoidischen Höhen insbesondere an den Bundesländergrenzen zugeschrieben werden können. Zwischen den astronomisch-topographischen Nivellements und den GGP 2012 betragen die langwelligen Differenzen lediglich 2,5 cm über die gesamte Profillänge entlang des West-Ost-Profiles. Entlang des Nord-Süd-Profiles sind wiederum im Teilabschnitt des Nördlinger Ries Differenzen von bis zu 4 cm über 150 km festzustellen, wobei berücksichtigt werden muss, dass die zur Verfügung gestellten vorläufigen Normalhöhen der GGP2012 Spannungen aus dem DHHN92 enthalten. Zudem treten in diesem Profilschnitt größere Differenzen zwischen EGG2008 und EGM2008 von etwa 5 cm auf, deren Ursache im Rahmen dieser Arbeit nicht endgültig geklärt werden kann. In den Vergleichen zwischen der astrogeodätischen Kombinationslösung auf Basis von GOCO03S und den vorhandenen Schwerefeld Datensätzen ergeben sich insgesamt etwas größere RMS-Differenzen, die somit vermutlich den GOCE-Modellen zuzuschreiben sind, deren Genauigkeit mit 5-6 cm bei einer räumlichen Auflösung von 100 km für die dritte Generation angegeben wird.

Zur Verbesserung der Genauigkeiten der prozessierten astronomischen Koordinaten sind im Hinblick auf zukünftige Arbeiten die Modellierung der enthaltenen anomalen Refraktionseffekte beispielsweise unter Nutzung von Wetterdaten des ECMWF sowie die Reprozessierung der Beobachtungen mit Referenzsternen auf Basis verbesserter Sternkataloge aus der Satellitenmission Gaia sinnvoll. Hinsichtlich der Verbesserung der astrogeodätischen Quasigeoidlösungen sind verschiedene Ansätze denkbar. Eine Verlängerung des Nord-Süd-Profiles bis zur dänischen Grenze wäre wünschenswert, um das gesamte Bundesgebiet abzudecken. Im Zusammenhang mit der endgültigen Klärung der Differenzen zwischen den vorhandenen Schwerefeld Datensätzen sollten zum einen astrogeodätische Verdichtungsmessungen im Bereich des Nördlinger Ries erfolgen. Zum anderen besteht aber auch die Möglichkeit, die dort vorhandenen gravimetrischen Beobachtungen im Rahmen eines astrogravimetrisch-topographischen Nivellements einzubeziehen, womit allerdings die vollständige Unabhängigkeit aufgegeben würde. Hinsichtlich der Vergleichsdaten sind wesentliche Erkenntnisse von den endgültigen Normalhöhen aus der Gesamtnetzausgleichung der DHHN-Erneuerung zu erwarten, die voraussichtlich im Jahre 2013 zur Verfügung stehen. Darüber hinaus werden von den globalen Potentialmodellen auf Basis von GOCE-Beobachtungen der vierten Generation unter Einbeziehung der Beobachtungen über die gesamte Missionsdauer weitere Verbesserungen hinsichtlich des langwelligen Schwerefeldanteils erwartet, die entsprechend der Zielgenauigkeit von 1-2 cm bei einer räumlichen Auflösung von 100 km wertvolle Beiträge auch in Gebieten mit qualitativ hochwertigen terrestrischen Datensätzen wie in Deutschland leisten würden.

Die im Rahmen dieser Arbeit identifizierten systematischen Abweichungen bei der astrogeodätischen Schwerefeldmodellierung haben eine direkte praktische Relevanz für aktuelle Projekte beispielsweise im Rahmen der hochgenauen Schwerefeldbestimmung für den Teilchenbeschleuniger CLIC (CERN) sowie für die astrogeodätische Geoidbestimmung mit einer angestrebten Genauigkeit von 1 cm/325 km mit dem Zenitkamarasystem DIADEM der ETH-Zürich. Die auf Grundlage von Simulationsberechnungen erstellten a-priori Genauigkeitsabschätzungen für astronomisch-topographische Nivellements können im Rahmen zu planender Messkampagnen erheblich zur Effizienzsteigerung des astrogeodätischen Verfahrens beitragen. Mit der Veröffentlichung der prozessierten astronomischen und ellipsoidischen Koordinaten im Rahmen dieser Arbeit sowie zusätzlich unter einem DOI-Namen steht der astrogeodätische Datensatz frei zur Verfügung, sodass dieser sicherlich auch zukünftig in vielfältiger Weise verwendet werden kann. Hinsichtlich der Validierung der Höhenbezugsfläche in Deutschland mit angestrebter 1 cm-Genauigkeit können die astrogeodätischen Beobachtungen auch über diese Arbeit hinausreichend wertvolle zusätzliche Erkenntnisse liefern.

Literaturverzeichnis

- AdV (1995). Deutsches Haupthöhennetz 1992 (DHHN92). Technischer Report, Arbeitsgemeinschaft der Vermessungsverwaltungen der Länder der Bundesrepublik Deutschland.
- AdV (2006). Richtlinien für den einheitlichen Raumbezug des amtlichen Vermessungswesens in der Bundesrepublik Deutschland. Technischer Report, Arbeitsgemeinschaft der Vermessungsverwaltungen der Länder der Bundesrepublik Deutschland.
- AdV (2012). Geodätische Grundlagen. <http://www.adv-online.de> (20. November 2012).
- Agnew, D. C. (2009). Earth Tides. In T. Herring (Hrsg.), *Geodesy, Volume 3, Treatise on Geophysics*, Seiten 163–195. Elsevier.
- Altamimi, Z. (2012). European Terrestrial System 89 (ETRS89). <http://etrs89.ensg.ign.fr/> (20. November 2012).
- Altamimi, Z., Collilieux, X., Legrand, J., Garayt, B., Boucher, C. (2007). ITRF2005: A new release of the International Terrestrial Reference Frame based on time series of station positions and Earth Orientation Parameters. *Journal of Geophysical Research*, 112(B09401).
- Altamimi, Z., Collilieux, X., Métivier, L. (2011). ITRF2008: an improved solution of the international terrestrial reference frame. *Journal of Geodesy*, 85, Seiten 457–473.
- Amos, M. J., Featherstone, W. E. (2003). Comparisons of Recent Global Geopotential Models with Terrestrial Gravity Field Data over New Zealand and Australia. *Geomatics Research Australasia*, 78, Seiten 67–84.
- Andersen, O. B. (2010). The DTU10 Gravity field and Mean sea surface. *Second international symposium of the gravity field of the Earth (IGFS2), Fairbanks, Alaska (Vortrag)*.
- Anderson, E. G. (1976). The Effect of Topography on Solutions of Stokes' Problem. UNISURV, Reports from the School of Surveying S-14, University of New South Wales, Kensington, N.S.W. Australia.
- Anderson, E. G., Rizos, C., Mather, R. S. (1975). Atmospheric Effects in Physical Geodesy. *Unisurv G*, 23, Seiten 23–41.
- Baker, T. F. (1980). Tidal tilt at Llanrwst, North Wales: tidal loading and Earth structure. *Geophysical Journal of the Royal Astronomical Society*, 62, Seiten 269–290.
- Balmino, G., Vales, N., Bonvalot, S., Briais, A. (2012). Spherical harmonic modelling to ultra-high degree of Bouguer and isostatic anomalies. *Journal of Geodesy*, 86, Seiten 499–520.
- Bangert, J., Kaplan, G. (1998). *NOVAS-C, Naval Observatory Vector Astrometry Subroutines, C Language Version 2.0*. U. S. Naval Observatory.
- Bangert, J., Brouw, W., Calabretta, M., Gontier, A.-M., Hohenkerk, C., Jin, W.-J., Malkin, Z., McCarthy, D., Percival, J., Wallace, P. (2010). *Standards Of Fundamental Astronomy - SOFA Tools for Earth Attitude*. International Astronomical Union.

- Bangert, J., Puatua, W., Kaplan, G., Bartlett, J., Harris, W., Fredericks, A., Monet, A. (2011). *User's Guide to NOVAS Version C3.1, Naval Observatory Vector Astrometry Software, C Edition*. U.S. Naval Observatory.
- Baur, O., Cai, J., Sneeuw, N. (2010). Spectral Approaches to Solving the Polar Gap Problem. In F. Flechtner, T. Gruber, A. Güntner, M. Manda, M. Rothacher, T. Schöne, J. Wickert (Hrsg.), *System Earth via Geodetic-Geophysical Space Techniques*, Advanced Technologies in Earth Sciences, Seiten 243–253. Springer-Verlag Berlin Heidelberg.
- Beckers, H., Behnke, K., Derenbach, H., Faulhaber, U., Ihde, J., Irsen, W., Lotze, J., Strerath, M. (2005). Diagnoseausgleichung SAPOS[®] - Homogenisierung des Raumbezugs im System ETRS89 in Deutschland. *Zeitschrift für Geodäsie, Geoinformation und Landmanagement (zfv)*, 4, Seiten 203–208.
- BGR (2008). Bundesanstalt für Geowissenschaften und Rohstoffe. Salzstrukturen Norddeutschlands Geologische Karte 1:500000.
- Böhm, J., Schuh, H. (2007). Troposphere gradients from the ECMWF in VLBI analysis. *Journal of Geodesy*, 81, Seiten 403–408.
- Binder, K. (2005). Monte-Carlo Methods. In G. L. Trigg (Hrsg.), *Mathematical Tools for Physicists*, Seiten 249–280. Wiley-VCH.
- BIPM (2008). Evaluation of measurement data - Guide to the expression of uncertainty in measurement. Technischer Report, Working Group 1 of the Joint Committee for Guides in Metrology (JCGM).
- BIPM (2011). BIPM Annual Report on Time Activities. Technischer Report, Bureau International des Poids et Mesures.
- Bizouard, C., Gambis, D. (2009). The combined solution C04 for Earth Orientation Parameters consistent with International Reference Frame 2005. In *Geodetic Reference Frames, International Association of Geodesy Symposia*, Volume 134, Seiten 265–270. Springer-Verlag Berlin Heidelberg.
- Bizouard, C., Gambis, D. (2011). The combined solution C04 for Earth Orientation Parameters consistent with International Reference Frame 2008. <ftp://hpiers.obspm.fr/iers/eop/eopc04/C04.guide.pdf> (20. November 2012).
- BKG (2011). Digitales Geländemodell Gitterweite 50 m (DGM50). <http://www.bkg.bund.de/> (20. November 2012).
- BKG (2012). GCG2011 - Quasigeoid der Bundesrepublik Deutschland. Broschüre.
- BKG (2012). Height Datum Relations. <http://www.bkg.bund.de/> (20. November 2012).
- Boedecker, G. (1976). Astrogravimetrisch-topographisches Nivellement. Wissenschaftliche Arbeiten der Fachrichtung Vermessungswesen der Universität Hannover 64.
- Bosch, W., Wolf, H. (1974). Über die Wirkung von topographischen Lokal-Effekten bei profilweisen Lotabweichungs-Prädiktionen. Mitteilungen aus dem Institut für Theoretische Geodäsie der Universität Bonn 28.
- Boucher, C., Altamimi, Z. (2011). Memo: Specifications for reference frame fixing in the analysis of a EUREF GPS campaign. <http://etrs89.ensg.ign.fr/memo-V8.pdf> (20. November 2012).
- Bowring, B. R. (1985). The Accuracy of Geodetic Latitude and Height Equations. *Survey Review*, 28, Seiten 202–206.

- Bronstein, I. N., Semendjajew, K., Hackbusch, W., Schwarz, H. R., Zeidler, E. (1996). *Teubner-Taschenbuch der Mathematik*. Teubner Verlagsgesellschaft, Leipzig.
- Bürki, B., Guillaume, S. (2010). Astrogeodätische Lotabweichungs- und Azimutmessungen für Alp-Transit. *Geomatik Schweiz*, 12, Seiten 620–627.
- Bürki, B., Müller, A., Kahle, H.-G. (2005). DIADEM: The New Digital Astronomical Deflection Measuring System for High-precision Measurements of Deflections of the Vertical at ETH Zurich. In C. Jekeli, L. Bastos, J. Fernandes (Hrsg.), *Gravity, Geoid and Space Missions, Proceedings of the 2004 IAG International Symposium, Porto, Portugal*, Volume 129, *International Association of Geodesy Symposia (CD-ROM)*.
- Bürki, B., Guillaume, S., Sorber, P., Oesch, H.-P. (2010). DAEDALUS: A Versatile Usable Digital Clip-On Measuring System for Total Stations. In R. Mautz, M. Kunz, H. Ingensand (Hrsg.), *Proceedings of the 2010 International Conference on Indoor Positioning and Indoor Navigation (IPIN)*, Seiten 32–41.
- Campbell, J. (1971). Eine Erweiterung der Theorie des astronomischen Nivellements bei Einbeziehung von Schweremessungen. *Wissenschaftliche Arbeiten der Fachrichtung Vermessungswesen der Universität Hannover* 49.
- Capitaine, N., Wallace, P. T. (2006). High precision methods for locating the celestial intermediate pole and origin. *Astronomy & Astrophysics*, 450, Seiten 855–872.
- Capitaine, N., Wallace, P. T., Chapront, J. (2003a). Expressions for IAU 2000 precession quantities. *Astronomy & Astrophysics*, 412, Seiten 567–586.
- Capitaine, N., Chapront, J., Lambert, S., Wallace, P. T. (2003b). Expressions for the Celestial Intermediate Pole and Celestial Ephemeris Origin consistent with the IAU 2000A precession-nutation model. *Astronomy & Astrophysics*, 400, Seiten 1145–1154.
- Christodoulidis, D. C. (1979). Influence of the Atmospheric Masses on the Gravitational Field of the Earth. *Bulletin Géodésique*, 53, Seiten 61–77.
- Claessens, S., Featherstone, W., Anjasmara, I., Filmer, M. (2009). Is Australian data really validating EGM2008, or is EGM2008 just in/validating Australian data? *Newtons's Bulletin*, 4, Seiten 207–251.
- Dehant, V. (1987). Tidal parameters for an inelastic earth. *Physics of the Earth and Planetary Interiors*, 49, Seiten 97–116.
- Denker, H. (1988). Hochauflösende regionale Schwerefeldbestimmung aus gravimetrischen und topographischen Daten. *Wissenschaftliche Arbeiten der Fachrichtung Vermessungswesen der Universität Hannover* 156.
- Denker, H. (2006). Das Europäische Schwere- und Geoidprojekt (EGGP) der Internationalen Assoziation für Geodäsie. *Zeitschrift für Geodäsie, Geoinformation und Landmanagement (zfv)*, 6, Seiten 335–344.
- Denker, H. (2013). Regional Gravity Field Modelling: Theory and Practical Results. In G. Xu (Hrsg.), *Sciences of Geodesy II*, Seiten 185–291. Springer-Verlag Berlin Heidelberg.
- Denker, H., Grote, T., Torge, W. (1990). High Resolution Quasigeoid Determination by Different Methods - Some Results in Northwestern Germany. In *Workshop on Precise Vertical Positioning, October 8-12, 1990, Hannover, Federal Republic of Germany*.

- Denker, H., Barriot, J.-P., Barzaghi, R., Fairhead, D., Forsberg, R., Ihde, J., Kenyeres, A., Marti, U., Sarrailh, M., Tziavos, I. N. (2009). The development of the European gravimetric geoid model EGG07. In M. Sideris (Hrsg.), *Observing Our Changing Earth, Proceedings of the 2007 IAG General Assembly, Perugia, Italy*, Volume 133, *International Association of Geodesy Symposia*, Seiten 177–186. Springer-Verlag Berlin Heidelberg.
- Dziewonski, A. M., Anderson, D. L. (1981). Preliminary reference Earth model. *Physics of the Earth and Planetary Interiors*, 25, Seiten 297–356.
- Eanes, R. J., Bettadpur, S. (1995). The CSR 3.0 Global Ocean Tide Model: Diurnal and Semi-Diurnal Ocean Tides from TOPEX/POSEIDON Altimetry. Technischer Report CRS-TM-95-06, Center for Space Research (CSR).
- Ecker, E., Mittermayer, M. (1969). Gravity Corrections for the Influence of the Atmosphere. *Bollettino di Geofisica teorica ed applicata*, XI, Seiten 70–80.
- Elmiger, A. (1969). Studien über Berechnung von Lotabweichungen aus Massen, Interpolation von Lotabweichungen und Geoidbestimmung in der Schweiz. Mitteilungen aus dem Institut für Geodäsie und Photogrammetrie an der Eidgenössischen Technischen Hochschule Zürich 12.
- Engi, P., Hunziker, E. (1944). I. Das Geoidprofil im Parallelkreis der Eidgenössischen Sternwarte zu Zürich. *Astronomisch-geodätische Arbeiten in der Schweiz* 22, Schweizerische geodätische Kommission.
- Engi, P., Hunziker, E. (1951). II. Die Geoidprofile im Parallelkreis von Locarno und im Meridian von Lugano. *Astronomisch-geodätische Arbeiten in der Schweiz* 24, Schweizerische geodätische Kommission.
- ESA (2011). Gaia overview. <http://www.esa.int/science/gaia> (20. November 2012).
- Feldmann-Westendorff, U. (2012). Forschungsverbundvorhaben REAL-GOCE: Bereitstellung von vorläufigen Ergebnissen aus dem Projekt DHHN2006-2012. Persönliche Mitteilung.
- Finch, C. T., Zacharias, N., Wycoff, G. L. (2010). UCAC3: Astrometric Reductions. *The Astronomical Journal*, 139, Seiten 2200–2207.
- Flechtner, F., Thomas, M., Dobslaw, H. (2010). Improved Non-Tidal Atmospheric and Oceanic Dealiasing for GRACE and SLR Satellites. In F. Flechtner, T. Gruber, A. Güntner, M. Manda, M. Rothacher, T. Schöne, J. Wickert (Hrsg.), *System Earth via Geodetic-Geophysical Space Techniques*, *Advanced Technologies in Earth Sciences*, Seiten 131–142. Springer-Verlag Berlin Heidelberg.
- Flury, J. (2002). Schwerefeldfunktionale im Gebirge. Reihe C: Dissertationen 557, Deutsche Geodätische Kommission bei der Bayerischen Akademie der Wissenschaften.
- Forsberg, R. (1984). A Study of Terrain Reductions, Density Anomalies and Geophysical Inversion Methods in Gravity Field Modelling. Reports of the Department of Geodetic Science and Surveying 355, The Ohio State University, Columbus, Ohio.
- Forsberg, R. (1992). Modelling the Fine-Structure of the Geoid: Methods, Data Requirements and Some Results. *Surveys in Geophysics*, 14, Seiten 403–418.
- Forsberg, R. (2010). Geoid determination in the mountains using ultra-high resolution spherical harmonic models. In M. Contadakis, C. Kaltsikis, S. Spatalas, K. Tokmakidis, I. Tziavos (Hrsg.), *The Apple of the Knowledge, Honorary Volume to Emeritus Professor Demetrius Arabelos*, Seiten 101–111. Ziti Editions.

- Forsberg, R., Tscherning, C. C. (1981). The Use of Height Data in Gravity Field Approximation by Collocation. *Journal of Geophysical Research*, 86, Seiten 7843–7854.
- Forsberg, R., Tscherning, C. C. (1997). Topographic Effects in Gravity Field Modelling for BVP. In F. Sansò, R. Rummel (Hrsg.), *Geodetic boundary value problems in view of the one centimetre geoid, Lecture Notes in Earth Sciences*, Volume 65, Seiten 241–272. Springer-Verlag Berlin Heidelberg.
- Förste, C., Bruinsma, S., Shako, R., Marty, J.-C., Flechtner, F., Abrikosov, O., Dahle, C., Lemoine, J.-M., Neumayer, H., Biancale, R., Barthelmes, F., König, R., Balmino, G. (2011). EIGEN-6. *European Geosciences Union General Assembly, Wien (Vortrag)*.
- Gerstbach, G., Pichler, H. (2003). A Small CCD Zenith Camera (ZC-G1)- Developed for Rapid Geoid Monitoring in Difficult Projects. In J. Milogradov-Turin, G. Popovic (Hrsg.), *Proceedings of XIII National Conference of Yugoslav Astronomers, October 17-20, 2002, Belgrade, Yugoslavia*, Volume 75, Seiten 221–228.
- Gessler, J. (1975). Entwicklung und Erprobung einer transportablen Zenitkamera für astronomisch-geodätische Ortsbestimmungen. Wissenschaftliche Arbeiten der Lehrstühle für Geodäsie, Photogrammetrie und Kartographie an der Technischen Universität Hannover 60.
- GFZ (2012). ICGEM - Table of Global Gravity Field Models. <http://icgem.gfz-potsdam.de/ICGEM/ICGEM.html> (20. November 2012).
- Gitlein, O. (2009). Absolutgravimetrische Bestimmung der Fennoskandischen Landhebung mit dem FG5-220. Wissenschaftliche Arbeiten der Fachrichtung Geodäsie und Geoinformatik der Leibniz Universität Hannover 281.
- GOCE HPF (2010). GOCE Level 2 Product Data Handbook. Technischer Report, The European GOCE Gravity Consortium EGG-C.
- GOCE HPF (2012). Product Acceptance Review (PAR)- Level 2 Product Report. Technischer Report, The European GOCE Gravity Consortium EGG-C.
- Goiginger, H., Rieser, D., Mayer-Gürr, T., Pail, R., Schuh, W.-D., Jäggi, A., Maier, A. (2011). The combined satellite-only global gravity field model GOCO02S. *European Geosciences Union General Assembly, Wien (Vortrag)*.
- Grote, T. (1996). Regionale Quasigeoidmodellierung aus heterogenen Daten mit “-cm“-Genauigkeit. Wissenschaftliche Arbeiten der Fachrichtung Vermessungswesen der Universität Hannover 212.
- Görres, B., Nothnagel, A. (2012). Übergeordnete geodätische Koordinaten in Deutschland heute - Teil 2: Bezugssysteme für Europa. *Allgemeine Vermessungsnachrichten (AVN)*, 7, Seiten 259–267.
- Gruber, T. (2000). Hochauflösende Schwerefeldbestimmung aus Kombination von terrestrischen Messungen und Satellitendaten über Kugelfunktionen. Scientific Technical Report STR00/16, GeoForschungsZentrum Potsdam.
- Gruber, T. (2009). Evaluation of the EGM08 gravity field by means of GPS-leveling and sea-surface topography solutions. *Newtons’s Bulletin*, 4, Seiten 3–17.
- Gruber, T. (2010). Zur Validierung globaler Erdschwerefeldmodelle. *GOCE Summer School, 31.5.-4.6.2010, Herrsching am Ammersee (Vortrag)*.
- Gruber, T., Visser, P. N. A. M., Ackermann, C., Hosse, M. (2011). Validation of GOCE gravity field models by means of orbit residuals and geoid comparisons. *Journal of Geodesy*, 85, Seiten 845–860.

- Guillaume, S., Jones, M., Bürki, B. (2011). Determination of High Precision Underground Equipotential Profiles for the Alignment of a Future Linear Collider. *IUGG General Assembly 2011, Melbourne, Australien (Poster)*.
- Halicioglu, K., Ozener, H., Deniz, R. (2011). Astro-geodetic Measurements using Digital Zenith Camera System in Istanbul-Turkey. *EGU General Assembly (Abstract)*, Volume 13, *Geophysical Research Letters 2011*.
- Heck, B. (1979). Zur lokalen Geoidbestimmung aus terrestrischen Messungen vertikaler Schweregradienten. Reihe C: Dissertationen 259, Deutsche Geodätische Kommission bei der Bayerischen Akademie der Wissenschaften.
- Heck, B. (1986). A Numerical Comparison of some Telluroid Mappings. In *I Hotine Marussi Symposium on Mathematical Geodesy*, Seiten 19–38.
- Heck, B. (1997). Formulation and Linearization of Boundary Value Problems: From Observables to a Mathematical Model. In F. Sansò, R. Rummel (Hrsg.), *Geodetic Boundary Value Problems in View of the One Centimeter Geoid. Lecture Notes in Earth Sciences*, Volume 65, *Lecture Notes in Earth Sciences*, Seiten 121–160. Springer-Verlag Berlin Heidelberg.
- Heck, B. (2003). *Rechenverfahren und Auswertemodelle der Landesvermessung*. Herbert Wichmann Verlag Heidelberg, 3. Auflage.
- Heck, B., Seitz, K. (2007). A comparison of the tesseroid, prism and point-mass approaches for mass reductions in gravity field modelling. *Journal of Geodesy*, 81, Seiten 121–136.
- Heiskanen, W. A., Moritz, H. (1967). *Physical Geodesy*. W.H. Freeman and Company, San Francisco.
- Heitz, S. (1968). Geoidbestimmung durch Interpolation nach kleinsten Quadraten aufgrund gemessener und interpolierter Lotabweichungen. Reihe C: Dissertationen 124, Deutsche Geodätische Kommission bei der Bayerischen Akademie der Wissenschaften.
- Heitz, S. (1969). Eine astronomisch-geodätische Geoidbestimmung für Westdeutschland. Reihe B: Angewandte Geodäsie 167, Deutsche Geodätische Kommission bei der Bayerischen Akademie der Wissenschaften.
- Helmert, F. R. (1901). Zur Bestimmung kleiner Flächenstücke des Geoids aus Lothabweichungen mit Rücksicht auf Lothkrümmung. *Sitzungsberichte Königl. Preuß. Akad. der Wissenschaften zu Berlin*, 2. Mitteilung, Seiten 958–975.
- Hirt, C. (2004). Entwicklung und Erprobung eines digitalen Zenitkamarasystems für die hochpräzise Lotabweichungsbestimmung. *Wissenschaftliche Arbeiten der Fachrichtung Vermessungswesen der Universität Hannover* 253.
- Hirt, C. (2006). Monitoring and Analysis Refraction using a Digital Zenith Camera System. *Astronomy & Astrophysics*, 459, Seiten 283–290.
- Hirt, C. (2008). Zur Berücksichtigung von Scherung und Umschlagwinkel bei der Neigungsmessung mit zweiachsigen Neigungssensoren. *Zeitschrift für Geodäsie, Geoinformation und Landmanagement (zfv)*, 133, Seiten 266–273.
- Hirt, C. (2009). Hochauflösende astrogeodätische Bestimmung von Geoid- und Äquipotentialprofilen mit Submillimetergenauigkeit für die Vermessung von Teilchenbeschleunigern. *Allgemeine Vermessungsnachrichten (AVN)*, 2/2009, Seiten 48–63.
- Hirt, C. (2010). Prediction of vertical deflections from high-degree spherical harmonic synthesis and residual terrain model data. *Journal of Geodesy*, 84, Seiten 179–190.

- Hirt, C. (2011). Assessment of EGM2008 over Germany Using Accurate Quasigeoid Heights from Vertical Deflections, GCG05 and GPS/levelling. *Zeitschrift für Geodäsie, Geoinformation und Landmanagement (zfv)*, 3, Seiten 138–149.
- Hirt, C. (2012). Anomalous atmospheric refraction and comments on "fast and accurate determination of astronomical coordinates ..." (Balodimos et al. 2003, Survey Review 37,290:269-275). *Survey Review*.
- Hirt, C., Bürki, B. (2006). Status of Geodetic Astronomy at the Beginning of the 21st Century. In *Univ.-Prof. Dr.-Ing. Prof. h.c. Günter Seeber anlässlich seines 65. Geburtstages und der Verabschiedung in den Ruhestand*, Nr. 258 in Wissenschaftliche Arbeiten der Fachrichtung Geodäsie und Geoinformatik der Universität Hannover.
- Hirt, C., Flury, J. (2008). Astronomical-topographic levelling using high-precision astrogeodetic vertical deflections and digital terrain model data. *Journal of Geodesy*, 82, Seiten 231–248.
- Hirt, C., Seeber, G. (2008). Accuracy analysis of vertical deflection data observed with the Hannover Digital Zenith Camera System TZK2-D. *Journal of Geodesy*, 82, Seiten 347–356.
- Hirt, C., Denker, H., Flury, J., Lindau, A., Seeber, G. (2007). Astrogeodetic Validation of Gravimetric Quasigeoid Models in the German Alps - First Results. In *Proceedings of the 1st International Symposium of the International Gravity Field Service, Gravity Field of the Earth, Harita Dergisi, Special Issue 18, Ankara, Turkey*, Seiten 84–89.
- Hirt, C., Feldmann-Westendorff, U., Denker, H., Flury, J., Jahn, C.-H., Lindau, A., Seeber, G., Voigt, C. (2008). Hochpräzise Bestimmung eines astrogeodätischen Quasigeoidprofils im Harz für die Validierung des Quasigeoidmodells GCG05. *Zeitschrift für Geodäsie, Geoinformation und Landmanagement (zfv)*, 133, Seiten 108–119.
- Hirt, C., Marti, U., Bürki, B., Featherstone, W. E. (2010a). Assessment of EGM2008 in Europe using accurate astrogeodetic vertical deflections and omission error estimates from SRTM/DTM2006.0 residual terrain model data. *Journal of Geophysical Research*, 115, B10404.
- Hirt, C., Bürki, B., Somieski, A., Seeber, G. (2010b). Modern Determination of Vertical Deflections Using Digital Zenith Cameras. *Journal of Surveying Engineering*, 136, Seiten 1–12.
- Hirt, C., Gruber, T., Featherstone, W. E. (2011a). Evaluation of the first GOCE static gravity field models using terrestrial gravity, vertical deflections and EGM2008 quasigeoid heights. *Journal of Geodesy*, 85, Seiten 723–740.
- Hirt, C., Schmitz, M., Feldmann-Westendorff, U., Wübbena, G., Jahn, C.-H., Seeber, G. (2011b). Mutual validation of GNSS height measurements from high-precision geometric-astronomical levelling. *GPS Solutions*, 15, Seiten 149–159.
- Hofmann-Wellenhof, B., Moritz, H. (2005). *Physical Geodesy*. SpringerWienNewYork.
- Høg, E., Fabricius, C., Makarov, V. V., Urban, S., Corbin, T., Wycoff, G., Bastian, U., Schwekendiek, P., Wicenc, A. (2000). The Tycho-2 Catalogue of the 2.5 Million Brightest Stars. *Astronomy & Astrophysics*, 355, Seiten L27–L30.
- Holmes, S. A., Pavlis, N. K. (2008). HARMONIC SYNTH. A FORTRAN 77 program for very-high-degree harmonic synthesis. http://earth-info.nga.mil/GandG/wgs84/gravitymod/new_egm/new_egm.html (20. November 2012).
- Huang, J., Véronneau, M. (2009). Evaluation of the GRACE-Based Global Gravity Models in Canada. *Newtons's Bulletin*, 4, Seiten 66–72.

- Hugentobler, U., Angermann, D., Drewes, H., Gerstl, M., Seitz, M., Steigenberger, P. (2010). Standards and conventions relevant for the ITRF. *Reference Frames for Applications in Geosciences (REFAG 2010)*, IAG Commission 1 Symposium, Paris, France (Vortrag).
- Hunziker, E. (1932). Das astronomische Nivellement im Meridian des St. Gotthard. I. Die beobachteten Lotabweichungen. *Astronomisch-geodätische Arbeiten in der Schweiz* 19, Schweizerische geodätische Kommission.
- IERS (2004). IERS Conventions (2003). IERS Technical Note 32, International Earth Rotation and Reference Systems Service (IERS).
- IERS (2009a). Explanatory Supplement to IERS Bulletin B. ftp://hpiers.obspm.fr/iers/bul/bulb_new/bulletinb.pdf (20. November 2012).
- IERS (2009b). IERS Annual Report 2007. Technischer Report, International Earth Rotation and Reference Systems Service (IERS).
- IERS (2010). IERS Conventions (2010). IERS Technical Note 36, International Earth Rotation and Reference Systems Service (IERS).
- IERS (2011). IERS Annual Report 2008-2009. Technischer Report, International Earth Rotation and Reference Systems Service (IERS).
- Ilde, J., Mäkinen, J., Sacher, M. (2008). Conventions for the Definition and Realization of a European Vertical Reference System (EVRS) - EVRS Conventions 2007. Technischer Report, IAG Sub-commission 1.3a EUREF.
- Ilde, J., Wilmes, H., Müller, J., H. Denker, H., Voigt, C., Hosse, M. (2010). Validation of Satellite Gravity Field Models by Regional Terrestrial Data Sets. In F. Flechtner, T. Gruber, A. Güntner, M. Manda, M. Rothacher, T. Schöne, J. Wickert (Hrsg.), *System Earth via Geodetic-Geophysical Space Techniques*, Advanced Technologies in Earth Sciences, Seiten 277–296. Springer-Verlag Berlin Heidelberg.
- Jekeli, C. (1999). An analysis of vertical deflections derived from high-degree spherical harmonic models. *Journal of Geodesy*, 73, Seiten 10–22.
- Jekeli, C., Lee, J. K., Kwon, J. H. (2007). On the computation and approximation of ultra-high-degree spherical harmonic series. *Journal of Geodesy*, 81, Seiten 603–615.
- Jentzsch, G. (1997). Earth Tides and Ocean Tidal Loading. In H. Wilhelm, W. Zürn, H.-G. Wenzel (Hrsg.), *Tidal Phenomena*, Lecture Notes in Earth Sciences, Seiten 145–171. Springer-Verlag Berlin Heidelberg.
- Kaplan, G. H., Hughes, J. A., Seidelmann, P. K., Smith, C. A., Yallop, B. D. (1989). Mean and Apparent Place Computations in the New IAU System. III. Apparent, Topocentric and Astrometric Places of Planets and Stars. *The Astronomical Journal*, 97, Seiten 1197–1210.
- Kleusberg, A. (1980). The Similarity Transformation of the Gravitational Potential Close to the Identity. *Manuscripta Geodaetica*, 5, Seiten 241–256.
- Knudsen, P. (1987). Estimation and Modelling of the Local Empirical Covariance Function Using Gravity and Satellite Altimeter Data. *Bulletin Géodésique*, 61(2), Seiten 145–160.
- Kobold, F. (1957). Die astronomischen Nivellemente in der Schweiz. *Zeitschrift für Vermessungswesen (zfv)*, 4 und 5, Seiten 97–103 und 152–160.

- Kotsakis, C. (2009). A study on the reference frame consistency in recent Earth gravitational models. *Journal of Geodesy*, 83, Seiten 31–50.
- Kotsakis, C., Sideris, M. G. (1999). Study of the gravity field spectrum in Canada in view of the cm-geoid determination. *Bollettino di Geofisica teorica ed applicata*, 40, Seiten 179–188.
- Krarup, T. (1969). A Contribution to the Mathematical Foundation of Physical Geodesy. Technischer Report 44, Geodaetisk Institut, Kopenhagen, Danmark.
- Kudrys, J. (2009). Automatic Determination of the Deflections of the Vertical - First Scientific Results. *Acta Geodynamica et Geomaterialia*, 6, Seiten 233–238.
- Lambert, W. D. (1940). Report on Earth Tides. Special Publication 223, U. S. Department of Commerce, Coast and Geodetic Survey.
- Landkreis Donau-Ries (2012). Geopark Ries. <http://www.geopark-ries.de> (20. November 2012).
- Lemoine, F. G., Kenyon, S. C., Factor, J. K., Trimmer, R. G., Pavlis, N. K., Chinn, D. S., Cox, C. M., Klosko, S. M., Luthcke, S. B., Torrence, M. H., Wang, Y. M., Williamson, R. G., Pavlis, E. C., Rapp, R. H., Olson, T. R. (1998). The NASA GSFC and NIMA Joint Geopotential Model EGM96. Technischer Report, NASA Goddard Space Flight Center, Greenbelt, Maryland, 20771 USA.
- LGLN (2012). SAPOS[®]. <http://www.lgln.niedersachsen.de> (20. November 2012).
- Liebsch, G., Ihde, J., Schirmer, U. (2004). Bestimmung eines Geoidmodells für das Gebiet Deutschlands. *FGS Workshop Wettzell (Vortrag)*.
- Liebsch, G., Schirmer, U., Ihde, J., Denker, H., Müller, J. (2006). Quasigeoidbestimmung für Deutschland. In *GPS und GALILEO - Methoden, Lösungen und neueste Entwicklungen*, Volume 49, *Schriftenreihe des DVW*, Seiten 127–145.
- Lieske, J. H., Lederle, T., Fricke, W., Morando, B. (1977). Expressions for the Precession Quantities based upon the IAU (1976) System of Astronomical Constants. *Astronomy & Astrophysics*, 58, Seiten 1–16.
- Luhmann, T. (2010). *Nahbereichsphotogrammetrie*. Wichmann, 3. Auflage.
- Machotka, R., Kuruc, M., Volařík, T. (2013). Local Quasigeoid Model Creation from Astrogeodetic Measurements. *Studia Geophysica et Geodaetica*, 57, Seiten 27–46.
- MacMillan, W. D. (1958). *Theoretical Mechanics Vol. 2, The Theory of the Potential*. Dover Publications, Inc., New York.
- Mäkinen, J., Ihde, J. (2009). The Permanent Tide in Height Systems. In M. Sideris (Hrsg.), *Observing Our Changing Earth, Proceedings of the 2007 IAG General Assembly, Perugia, Italy*, Volume 133, *International Association of Geodesy Symposia*, Seiten 81–87. Springer-Verlag Berlin Heidelberg.
- Marti, U. (1997). Geoid der Schweiz 1997. *Geodätisch-geophysikalische Arbeiten in der Schweiz* 56, Schweizerische Geodätische Kommission.
- Marti, U., Schlatter, A. (2005). Festlegung des Höhenbezugsrahmens LHN95 und Berechnung des Geoidmodells CHGeo2004. *Geomatik Schweiz*, 8, Seiten 445–449.
- Mathews, P. M., Herring, T. A., Buffett, B. A. (2002). Modeling of nutation and precession: New nutation series for nonrigid Earth and insights into the Earth's interior. *Journal of Geophysical Research*, 107, B4, Seite 2068.

- Mayer-Gürr, T. (2006). Gravitationsfeldbestimmung aus der Analyse kurzer Bahnbögen am Beispiel der Satellitenmissionen CHAMP und GRACE. Dissertation D 98, Universität Bonn.
- Mayer-Gürr, T. (2007). ITG-Grace03. <http://www.igg.uni-bonn.de/apmg/index.php?id=itg-grace03> (20. November 2012).
- Mayer-Gürr, T., Rieser, D., Höck, E., Brockmann, J. M., Schuh, W.-D., Krasbutter, I., Kusche, J., Maier, A., Krauss, S., Hausleitner, W., Baur, O., Jäggi, A., Meyer, U., Prange, L., Pail, R., Fecher, T., Gruber, T. (2012). The new combined satellite only model GOCO03S. *International Symposium on Gravity, Geoid and Height Systems GGHS (Poster)*.
- McCarthy, D. D. (1996). IERS Conventions (1992). IERS Technical Note 21, International Earth Rotation and Reference Systems Service (IERS).
- McCarthy, D. D., Luzum, B. J. (2003). An Abridged Model of the Precession-Nutation of the Celestial Pole. *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*, 85, Seiten 37–49.
- Melchior, P. (1966). *The Earth Tides*. Pergamon Press.
- Molodenskii, M. S., Eremeev, V. F., Yurkina, M. I. (1962). *Methods for study of the External Gravitational Field and Figure of the Earth*. Israel Program for Scientific Translations, Jerusalem.
- Moritz, H. (1970). Least-Squares Estimation in Physical Geodesy. Reports of the Department of Geodetic Science 130, The Ohio State University, Columbus, Ohio.
- Moritz, H. (1978). Statistical Foundations of Collocation. Reports of the Department of Geodetic Science 272, The Ohio State University, Columbus, Ohio.
- Moritz, H. (1980). *Advanced Physical Geodesy*. Herbert Wichmann Verlag, Karlsruhe.
- Moritz, H. (1983). Local Geoid Determination in Mountain Regions. Reports of the Department of Geodetic Science and Surveying 352, The Ohio State University, Columbus, Ohio.
- Moritz, H. (2000). Geodetic Reference System 1980. *Journal of Geodesy*, 74, Seiten 128–133.
- Müller, J. (1999). Zeitskalen. *Mitteilungen des Bundesamtes für Kartographie und Geodäsie*, 5, Seiten 77–83.
- Nagy, D., Papp, G., Benedek, J. (2000). The gravitational potential and its derivatives for the prism. *Journal of Geodesy*, 74, Seiten 552–560.
- Nagy, D., Papp, G., Benedek, J. (2002). Corrections to "The gravitational potential and its derivatives for the prism". *Journal of Geodesy*, 76, Seite 475.
- Nahavandchi, H. (2004). A new strategy for the atmospheric gravity effect in gravimetric geoid determination. *Journal of Geodesy*, 77, Seiten 823–828.
- NASA (2012). LAGEOS 1&2. <http://science.nasa.gov/missions/lageos-1-2/> (20. November 2012).
- Neumann, I. (2009). Zur Modellierung eines erweiterten Unsicherheitshaushaltes in Parameterschätzung und Hypothesentests. Wissenschaftliche Arbeiten der Fachrichtung Geodäsie und Geoinformatik der Leibniz Universität Hannover 277.
- Neumann, I. (2012). Messunsicherheit bei elektrooptisch bestimmten Strecken. *Allgemeine Vermessungsnachrichten (AVN)*, 11, Seiten 369–379.

- Newton's Bulletin (2009). External Quality Evaluation Reports of EGM08. BGI and IGeS Joint Bulletin 4.
- Niemeier, W. (2002). *Ausgleichsrechnung*. Walter de Gruyter.
- Niethammer, T. (1939). Das astronomische Nivellement im Meridian des St. Gotthard. II. Die berechneten Geoiderhebungen und der Verlauf des Geoidschnittes. *Astronomisch-geodätische Arbeiten in der Schweiz* 20, Schweizerische geodätische Kommission.
- NIMA (2000). World Geodetic System 1984. NIMA Technical Report 8350.2 Third Edition, National Imagery and Mapping Agency.
- Pail, R., Kühtreiber, N., Wiesenhofer, B., Hofmann-Wellenhof, B., Of, G., Steinbach, O., Höggerl, N., Imrek, E., Ruess, D., Ullrich, C. (2008). The Austrian Geoid 2007. *Österreichische Zeitschrift für Vermessung & Geoinformation*, 1, Seiten 3–14.
- Pail, R., Kühtreiber, N., Wiesenhofer, B., Hofmann-Wellenhof, B., Ullrich, C., Höggerl, N., Ruess, D., Imrek, E. (2009). The Official Austrian Geoid Solution 2008. *EGU General Assembly 2009 (Poster)*.
- Pail, R., Goiginger, H., Schuh, W.-D., Höck, E., Brockmann, J. M., Fecher, T., Gruber, T., Mayer-Gürr, T., Kusche, J., Jäggi, A., Rieser, D. (2010a). Combined satellite gravity field model GOCO01S derived from GOCE and GRACE. *Geophysical Research Letters*, 37, L20314.
- Pail, R., Reguzzoni, M., Sansò, F., Kühtreiber, N. (2010b). On the Combination of Global and Local Data in Collocation Theory. *Studia Geophysica et Geodaetica*, 54, Seiten 195–218.
- Pail, R., Bruinsma, S., Migliaccio, F., Förste, C., Goiginger, H., Schuh, W.-D., Höck, E., Reguzzoni, M., Brockmann, J. M., Abrikosov, O., Veicherts, M., Fecher, T., Mayrhofer, R., Krasbuter, I., Sansò, F., Tscherning, C. C. (2011). First GOCE gravity field models derived by three different approaches. *Journal of Geodesy*, 85, Seiten 819–843. Special issue: "GOCE - The Gravity and Steady-state Ocean Circulation Explorer".
- Pavlis, E. C. (1998). On the Reference Frames Inherent in the Recent Geopotential Models. In M. Vermeer, J. Ádám (Hrsg.), *Second Continental Workshop on the Geoid in Europe*, Volume 98:4, *Reports of the Finnish Geodetic Institute*, Seiten 29–39.
- Pavlis, N. K., Saleh, J. (2005). Error propagation with geographic specificity for very high degree geopotential models. In C. Jekeli, L. Bastos, J. Fernandes (Hrsg.), *Gravity, Geoid and Space Missions*, Volume 129, *International Association of Geodesy Symposia*, Seiten 149–154. Springer-Verlag Berlin Heidelberg.
- Pavlis, N. K., Holmes, S. A., Kenyon, S. C., Factor, J. K. (2012). The Development and Evaluation of the Earth Gravitational Model 2008 (EGM2008). *Journal of Geophysical Research*, 117, B04406.
- Petrović, S. (1996). Determination of the potential of homogeneous polyhedral bodies using line integrals. *Journal of Geodesy*, 71, Seiten 44–52.
- Pick, M., Picha, J., Vyskocil, V. (1973). *Theory of the Earth's Gravity Field*. Elsevier Scientific Publishing Company.
- Reigber, C., Balmino, G., Schwintzer, P., Biancale, R., Bode, A., Lemoine, J.-M., König, R., Loyer, S., Neumayer, H., Marty, J.-C., Barthelmes, F., Perosanz, F., Zhu, S. Y. (2002). A high-quality global gravity field model from CHAMP GPS tracking data and accelerometry (EIGEN-1S). *Geophysical Research Letters*, 29.

- Roland, M. (2005). Untersuchungen zur Kombination terrestrischer Schweredaten und aktueller globaler Schwerefeldmodelle. Wissenschaftliche Arbeiten der Fachrichtung Vermessungswesen der Universität Hannover 254.
- Rülke, A., Liebsch, G., Schäfer, U., Schirmer, U., Ihde, J. (2013). Height System Unification Based on GOCE Gravity Field Models - Benefits and Challenges. In F. Flechtner, N. Sneeuw, W.-D. Schuh (Hrsg.), *Observation of the System Earth from Space - CHAMP, GRACE, GOCE and Future Missions, GEOTECHNOLOGIEN Science Report No. 20*, Advanced Technologies in Earth Sciences, Seiten 147–153. Springer-Verlag Berlin Heidelberg.
- Rummel, R. (1997). Spherical spectral properties of the Earth's gravitational potential and its first and second derivatives. In F. Sansò, R. Rummel (Hrsg.), *Geodetic Boundary Value Problems in View of the One Centimetre Geoid, Lecture Notes in Earth Sciences*, Volume 65, Seiten 359–404. Springer-Verlag Berlin Heidelberg.
- Rummel, R. (2011). Special Issue: GOCE - The Gravity Field and Steady-state Ocean Circulation Explorer. *Journal of Geodesy*, 85.
- Rummel, R., Rapp, R. H. (1976). The Influence of the Atmosphere on Geoid and Potential Coefficient Determinations from Gravity Data. *Journal of Geophysical Research*, 81, Seiten 5639–5642.
- Rummel, R., van Gelderen, M. (1995). Meissl scheme - spectral characteristics of physical geodesy. *Manuscripta Geodaetica*, 20, Seiten 379–385.
- Sacher, M., Ihde, J., Liebsch, G., Mäkinen, J. (2008). EVRF2007 as Realization of the European Vertical Reference System. In *Report on the Symposium of the IAG Sub-commission 1.3a Europe (EUREF) held in Brussels, June 18-21, 2008*.
- Sansò, F., Rummel, R. (1997). *Geodetic Boundary Value Problems in View of the One Centimetre Geoid*, Volume 65, *Lecture Notes in Earth Sciences*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg.
- Schmidt, A. (2008). Analyse systematischer Effekte des Zenitkameranystems TZK2-D mit Hilfe von Referenzmessungen. Technischer Report, Bachelorarbeit am Institut für Erdmessung, Leibniz Universität Hannover (unveröffentlicht).
- Schödlbauer, A. (2000). *Geodätische Astronomie*. Walter de Gruyter Berlin New York.
- Seeber, G. (1972). Über das stochastische Verhalten von photographisch bestimmten Stern- und Satellitenkoordinaten. Reihe C: Dissertationen 178, Deutsche Geodätische Kommission bei der Bayerischen Akademie der Wissenschaften.
- Seeber, G. (1978). Die transportable Zenitkamera - ein modernes Instrument zur geographischen Ortsbestimmung. *Sterne und Weltraum*, 2/78, Seiten 45–50.
- Seidelmann, P. K. (1982). 1980 IAU Theory of Nutation: The Final Report of the IAU Working Group on Nutation. *Celestial Mechanics*, 27, Seiten 79–106.
- Seidelmann, P. K. (2006). *Explanatory Supplement to the Astronomical Almanac*. University Science Books, Sausalito, California.
- Seitz, K., Heck, B. (2001). Tesseroids for the calculation of topographic reductions. Abstracts "Vistas for Geodesy in the New Millennium", IAG Scientific Assembly 2-7 September 2001, Budapest, Hungary.
- Seitz, M., Steigenberger, P., Artz, T. (2012a). Consistent computation of ITRF and ICRF from homogeneously processed observation data. *7th IVS General Meeting, Madrid, Spain (Vortrag)*.

- Seitz, M., Angermann, D., Bloßfeld, M., Drewes, H., Gerstl, M. (2012b). The 2008 DGFI realization of the ITRS: DTRF2008. *Journal of Geodesy*, 86, Seiten 1097–1123.
- Sigl, R. (1978). *Geodätische Astronomie*. Herbert Wichmann Verlag Karlsruhe.
- Sjöberg, L. E., Nahavandchi, H. (2000). The atmospheric geoid effects in Stokes' formula. *Geophysical Journal International*, 140, Seiten 95–100.
- Skorupa, B. (2009). Some Remarks about the Calculation of Apparent Places of Stars for Automatic Determination of Vertical Deflection Components. *Acta Geodynamica et Geomaterialia*, 6, Seiten 225–231.
- Smith, D., Holmes, S., Li, X., Wang, Y., Archer-Shee, M., Singh, A., Middleton, C., Winester, D., Roman, D., Bürki, B., Guillaume, S. (2011). Initial Results of the Geoid Slope Validation Survey of 2011. *AGU Fall Meeting 2011 (Vortrag)*.
- Sneeuw, N., van Gelderen, M. (1997). The Polar Gap. In F. Sansò, R. Rummel (Hrsg.), *Geodetic Boundary Value Problems in View of the One Centimetre Geoid, Lecture Notes in Earth Sciences*, Volume 65, Seiten 559–568. Springer-Verlag Berlin Heidelberg.
- Somieski, A. E. (2008). Astrogeodetic Geoid and Isostatic Considerations in the North Aegean Sea. Technischer Report 17790, ETH Zürich.
- Sünkel, H. (2000). From Eötvös to Milligal. Final Report ESA/ESTEC Contract No. 13392/98/NL/GD.
- Sünkel, H., Bartelme, N., Fuchs, H., Hanafy, M., Schuh, W.-D., Wieser, M. (1987). The Gravity Field in Austria. In H. Sünkel (Hrsg.), *The Gravity Field in Austria*, Geodätische Arbeiten Österreichs für die Internationale Erdmessung, Neue Folge, Band IV, Seiten 47–75.
- Tamura, Y. (1987). A harmonic development of the tide-generating potential. *Bulletin d'Informations Marées Terrestres*, 99, Seiten 6813–6855.
- Tapley, B. D., Bettadpur, S., Watkins, M., Reigber, C. (2004). The Gravity Recovery and Climate Experiment: Mission Overview and Early Results. *Geophysical Research Letters*, 31.
- Torge, W. (2003). *Geodäsie*. Walter de Gruyter, 2. Auflage.
- Torge, W., Müller, J. (2012). *Geodesy*. De Gruyter, 4. Auflage.
- Tscherning, C. C. (1975). Application of Collocation for the Planning of Gravity Surveys. *Bulletin Géodésique*, 116, Seiten 183–198.
- Tscherning, C. C. (2004). A discussion of the use of spherical approximation or no approximation in gravity field modeling with emphasis on unsolved problems in Least-Squares Collocation. In F. Sansò (Hrsg.), *V Hotine-Marussi Symposium on Mathematical Geodesy*, Volume 127, *International Association of Geodesy Symposia*, Seiten 184–188. Springer-Verlag Berlin Heidelberg.
- Tscherning, C. C., Rapp, R. (1974). Closed Covariance Expressions for Gravity Anomalies, Geoid Undulations, and Deflections of the Vertical implied by Anomaly Degree Variance Models. Reports of the Department of Geodetic Science 208, The Ohio State University, Columbus, Ohio.
- Tscherning, C. C., Forsberg, R., Knudsen, P. (1992). The GRAVSOFIT package for geoid determination. <http://www.gfy.ku.dk/~cct/geoid92.tx/> (20. November 2012).
- Tsouliis, D., Wziontek, H., Petrović, S. (2003). A bilinear approximation of the surface relief in terrain correction computations. *Journal of Geodesy*, 77, Seiten 338–344.

- Urban, S. E. (2003). Densification of the ICRF/HCRF in Visible Wavelengths. In R. Gaume, D. McCarthy, J. Souchay (Hrsg.), *Proceedings of IAU General Assembly XXV, Joint Discussion 16*.
- Vassiliou, A. A., Schwarz, K. P. (1987). Study of the High Frequency Spectrum of the Anomalous Gravity Potential. *Journal of Geophysical Research*, 92, Seiten 609–617.
- Voigt, C., Denker, H. (2007). A Study of High Frequency Terrain Effects in Gravity Field Modelling. In *Proceedings of the 1st International Symposium of the International Gravity Field Service, Gravity Field of the Earth, Harita Dergisi, Special Issue 18, Ankara, Turkey*, Seiten 342–347.
- Voigt, C., Denker, H. (2011). Validation of GOCE Gravity Field Models by Astrogeodetic Vertical Deflections in Germany. In *Proceedings of the 4th International GOCE User Workshop, ESA SP-696*. CD-ROM.
- Voigt, C., Denker, H. (2013a). Regional Validation and Combination of GOCE Gravity Field Models and Terrestrial Data. In F. Flechtner, N. Sneeuw, W.-D. Schuh (Hrsg.), *Observation of the System Earth from Space - CHAMP, GRACE, GOCE and Future Missions, GEOTECHNOLOGIEN Science Report No. 20*, Advanced Technologies in Earth Sciences, Seiten 139–145. Springer-Verlag Berlin Heidelberg.
- Voigt, C., Denker, H. (2013b). Validation of Second-Generation GOCE Gravity Field Models by Astrogeodetic Vertical Deflections. In C. Rizos, P. Willis (Hrsg.), *Earth on the Edge: Science for a Sustainable Planet, Proceedings of the 2011 IAG General Assembly, Melbourne, Australia*, Volume 139, *International Association of Geodesy Symposia*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg (im Druck).
- Voigt, C., Denker, H., Hirt, C. (2009). Regional Astrogeodetic Validation of GPS/Levelling and Quasigeoid Models. In M. Sideris (Hrsg.), *Observing Our Changing Earth, Proceedings of the 2007 IAG General Assembly, Perugia, Italy*, Volume 133, *International Association of Geodesy Symposia*, Seiten 413–420. Springer-Verlag Berlin, Heidelberg.
- Voigt, C., Rülke, A., Denker, H., Ihde, J., Liebsch, G. (2010). Validation of GOCE products by terrestrial data sets in Germany. In *Geotechnologien Science Report*, Nr. 17, Seiten 106–111.
- Wahr, J. M. (1981a). Body tides on an elliptical, rotating, elastic and oceanless earth. *Journal of the Royal Astronomical Society*, 64, Seiten 677–703.
- Wahr, J. M. (1981b). The forced nutations of an elliptical, rotating, elastic and oceanless earth. *Geophysical Journal of the Royal Astronomical Society*, 64, Seiten 705–727.
- Wallace, P. T., Capitaine, N. (2006). Precession-nutation procedures consistent with IAU 2006 resolutions. *Astronomy & Astrophysics*, 459, Seiten 981–985.
- Wenzel, H.-G. (1976). Zur Genauigkeit von gravimetrischen Erdzeitenbeobachtungen. Wissenschaftliche Arbeiten der Lehrstühle für Geodäsie, Photogrammetrie und Kartographie an der Technischen Universität Hannover 67.
- Wenzel, H.-G. (1985). Hochauflösende Kugelfunktionsmodelle für das Gravitationspotential der Erde. Wissenschaftliche Arbeiten der Fachrichtung Vermessungswesen der Universität Hannover 137.
- Wenzel, H.-G. (1993). ETGTAB. <http://www.upf.pf/ICET/soft/index.html> (20. November 2012).
- Wenzel, H.-G. (1996). Zum Stand der Erdzeitenanalyse. *Zeitschrift für Vermessungswesen (zfv)*, 6, Seiten 242–255.
- Wenzel, H.-G. (1997). Tide-Generating Potential for the Earth. In H. Wilhelm, W. Zürn, H.-G. Wenzel (Hrsg.), *Tidal Phenomena, Lecture Notes in Earth Sciences*, Seiten 9–26. Springer-Verlag Berlin Heidelberg.

- Wenzel, H.-G. (1999). Schwerefeldmodellierung durch ultra-hochauflösende Kugelfunktionsmodelle. *Zeitschrift für Vermessungswesen (zfv)*, 5, Seiten 144–154.
- Wild-Pfeiffer, F. (2007). Auswirkungen topographisch-isostatischer Massen auf die Satellitengradiometrie. Reihe C: Dissertationen 604, Deutsche Geodätische Kommission bei der Bayerischen Akademie der Wissenschaften.
- Wissel, H. (1982). Zur Leistungsfähigkeit von transportablen Zenitkameras bei der Lotabweichungsbestimmung. Wissenschaftliche Arbeiten der Fachrichtung Vermessungswesen der Universität Hannover 107.
- Wittwer, T., Klees, R., Seitz, K., Heck, B. (2008). Ultra-high degree spherical harmonic analysis and synthesis using extended-range arithmetic. *Journal of Geodesy*, 82, Seiten 223–229.
- Wolf, K. I. (2007). Kombination globaler Potentialmodelle mit terrestrischen Schweredaten für die Berechnung der zweiten Ableitungen des Gravitationspotentials in Satellitenhöhe. Wissenschaftliche Arbeiten der Fachrichtung Geodäsie und Geoinformatik der Leibniz Universität Hannover 264.
- Zacharias, N. (2010). UCAC3 Pixel Processing. *The Astronomical Journal*, 139, Seiten 2208–2217.
- Zacharias, N., Zacharias, M. I., Urban, S. E., Høg, E. (2000a). Comparing Tycho-2 Astrometry with UCAC1. *The Astronomical Journal*, 120, Seiten 1148–1152.
- Zacharias, N., Urban, S. E., Hall, D. M., Wycoff, G. L., Rafferty, T. J., Germain, M. E., Holdenried, E. R., Pohlman, J. W., Gauss, F. S., Monet, D. G., Winter, L. (2000b). The First US Naval Observatory CCD Astrograph Catalog. *The Astronomical Journal*, 120, Seiten 2131–2147.
- Zacharias, N., Urban, S. E., Zacharias, M. I., Wycoff, G. L., Hall, D. M., Monet, D. G., Rafferty, T. J. (2004). The Second US Naval Observatory CCD Astrograph Catalog (UCAC2). *The Astronomical Journal*, 127, Seiten 3043–3059.
- Zacharias, N., Finch, C., Girard, T., Hambly, N., Wycoff, G., Zacharias, M. I., Castillo, D., Corbin, T., ans S. Dutta, M. D., Gaume, R., Gauss, S., Germain, M., Hall, D., Hartkopf, W., Hsu, D., Holdenried, E., Makarov, V., Martines, M., Mason, B., Monet, D., Rafferty, T., Rhodes, A., Simers, T., Smith, D., Tilleman, T., Urban, S., Wieder, G., Winter, L., Young, A. (2010). The Third US Naval Observatory CCD Astrograph Catalog (UCAC3). *The Astronomical Journal*, 139, Seiten 2184–2199.
- Zschau, J., Wang, R. (1987). Imperfect elasticity in the Earth's mantle: implications for the Earth's tides and long period deformations. In J. T. Kuo (Hrsg.), *Proceedings of the 9th International Symposium on Earth Tides*, Seiten 605–629. Schweizerbartsche Verlagsbuchhandlung.

Anhangsverzeichnis

A	Transformation zwischen zälestischen und terrestrischen Bezugssystemen	165
A.1	Zeitsysteme	165
A.2	Transformation nach IAU 1980	167
A.3	Transformation nach IAU 2006/2000	168
A.4	Erdorientierungsparameter	170
B	Zusammenstellung der prozessierten Beobachtungen	172

A Transformation zwischen zälestischen und terrestrischen Bezugssystemen

Die folgenden Darstellungen beziehen sich auf Abschnitt 2.3 und stellen weiterführende Erläuterungen zu den verschiedenen Ansätzen bei der Transformation zwischen zälestischen und terrestrischen Bezugssystemen dar.

A.1 Zeitsysteme

Bei der Transformation vom zälestischen in das terrestrische Bezugssystem (Abschnitt 2.3) werden verschiedene Zeitskalen verwendet, deren Zusammenhänge im Folgenden kurz erläutert werden. Detaillierte allgemeine Darstellungen von Zeitsystemen und deren Transformationen sind beispielsweise bei Seidelmann (2006), Torge (2003) oder Müller (1999) zu finden. Speziellere Darstellungen im Hinblick auf die Datenprozessierung bei Zenitkamerabeobachtungen sind bei Hirt (2004) und Somieski (2008) gegeben.

Jeweils ausgehend von der über GPS mit einer Genauigkeit von besser als 1 μs (0,015 mas entsprechend der Erdrotation) zugänglichen Atomzeit GPST wird zunächst die Transformation hin zu den Modellzeitskalen bis zur Terrestrischen Zeit TT (Terrestrial Time) beschrieben. Anschließend erfolgt die Darstellung der Transformation zu den Erdrotationszeitskalen bis zur scheinbaren Sternzeit in Greenwich GAST (Greenwich Apparent Sidereal Time). In Abbildung A.1 sind die Zeitskalen zusammengestellt. Die Transformation zwischen GPST und der internationalen Atomzeit TAI (Temps Atomique International) erfolgt unter Vernachlässigung von Differenzen im Bereich von Nanosekunden (BIPM, 2011, S. 49) mit einer ganzzahligen Anzahl von Sekunden nach

$$\text{TAI} = \text{GPST} + 19 \text{ s}, \quad (\text{A.1})$$

die durch die Anpassungen an die Weltzeiten zu verschiedenen Zeitpunkten begründet ist. Die Transformation von TAI in TT erfolgt per Konvention exakt nach IERS (2010, S. 151) mit

$$\text{TT} = \text{TAI} + 32,184 \text{ s}. \quad (\text{A.2})$$

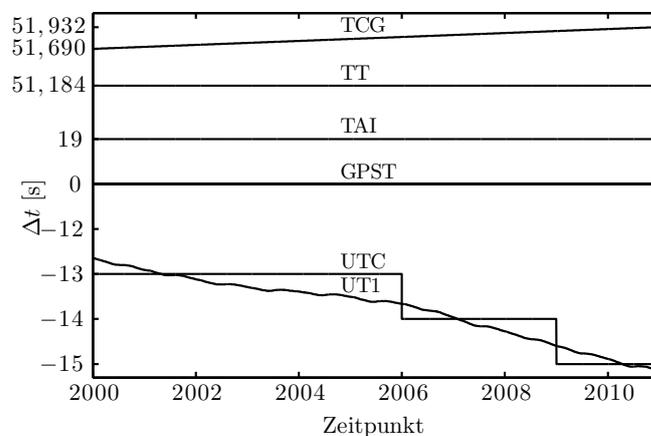


Abbildung A.1. Zeitsysteme

TT ist für die Verwendung als Zeitvariable in fortlaufender Tageszählung im Julianischen Datum JD_{TT} (Julian Date) anzugeben. Der für das Nutations- und Präzessionsmodell bei der Transformation vom zälestischen in das terrestrische Bezugssystem benötigte Parameter t_{TT} berechnet sich dann nach IERS (2010, S. 45) mit

$$t_{TT} = \frac{JD_{TT} - T_0}{36525}, \quad (\text{A.3})$$

wobei $T_0 = 2451545,0$ TT das Julianische Datum zum 1. Januar 2000 um 12 Uhr (Epoche J2000,0) nach TT angibt. Die Zahl 36525 entspricht der Anzahl der TAI-Tage eines Julianischen Jahrhunderts. Damit ist t_{TT} in Julianischen Jahrhunderten gegeben. Nach ITRS-Definition ist der Maßstab der räumlichen Koordinaten konsistent mit der geozentrischen Koordinatenzeit bzw. Zeitkoordinate TCG (vgl. Abschnitt 2.2.1). Jedoch benutzen alle Berechnungszentren einen zu TT konsistenten Maßstab, sodass die Koordinaten der aktuellen ITRS-Realisierungen sich ebenfalls auf TT beziehen. Falls zu TCG konsistente Positionen benötigt werden, muss die Umrechnung nach IERS (2010, S. 151) mit

$$TCG = TT + \frac{L_G}{1 - L_G} \cdot (JD_{TT} - T_0) \cdot 86400 \text{ s} \quad (\text{A.4})$$

erfolgen, wobei $T_0 = 2443144,5003725$ und $L_G = 6,969290134 \cdot 10^{-10}$ sind. Damit ergeben sich aufgrund der Inkonsistenz von Definition und Realisierung Höhendifferenzen von 4,5 mm für ITRF-Positionen an der Erdoberfläche (Hugentobler *et al.*, 2010).

Die Transformation zwischen GPST und den Rotationszeitskalen gelingt mit der koordinierten Weltzeit UTC (Universal Time Coordinated). Zum einen unterscheiden sich UTC und GPST unter Vernachlässigung von Differenzen im Bereich von Nanosekunden wie in (A.1) um eine ganzzahlige Anzahl von Sekunden. Zum anderen wird UTC dicht an der um die Polbewegung korrigierte Weltzeit UT1 gehalten, sodass mit Hilfe von Schaltsekunden beide Bedingungen eingehalten werden. Während des Beobachtungszeitraumes dieser Arbeit wurde eine Schaltsekunde eingeführt:

$$\begin{aligned} \text{UTC} &= \text{GPST} - 14 \text{ s} && \text{ab 1. Januar 2006} \\ \text{UTC} &= \text{GPST} - 15 \text{ s} && \text{ab 1. Januar 2009.} \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

Eine weitere Schaltsekunde wurde am 1. Juli 2012 eingeführt. Die den vom IERS bereitgestellten Erdorientierungsparametern (Anhang A.4) zugrunde liegende Zeitskala ist UTC. Diese wird im modifizierten Julianischen Datum MJD (Modified Julian Date) angegeben, wobei der Zusammenhang zum Julianischen Datum JD_{UTC} mit

$$MJD_{UTC} = JD_{UTC} - 2400000,5. \quad (\text{A.6})$$

gegeben ist. Der Tagesbeginn ist um 0 Uhr UT statt um 12 Uhr UT wie bei JD. Begründet liegt die zunehmende Anzahl von Schaltsekunden in der Abbremsung der Erdrotation (Müller, 1999). UT1 und UTC unterscheiden sich um die Differenz

$$\Delta \text{UT1} = \text{UT1} - \text{UTC}, \quad (\text{A.7})$$

die mit geodätischen Raumverfahren bestimmt wird und einen vom IERS veröffentlichten Erdorientierungsparameter darstellt. Bei Überschreitung des Betrages der Differenz von 0,9 s wird eine Schaltsekunde eingeführt. Auch UT1 wird in das Julianische Datum JD_{UT1} umgerechnet, um daraus nach (A.3) den Parameter t_{UT1} zu erhalten. Mit diesem erfolgt dann die Berechnung der mittleren Sternzeit in Greenwich GMST (Greenwich Mean Sidereal Time) mit einer Reihenentwicklung nach McCarthy (1996, S. 21)

$$\text{GMST} = 6 \text{ h } 41 \text{ min } 50,54841 \text{ s} + 8640184,812866 \text{ s} \cdot t_{UT1} + 0,093104 \text{ s} \cdot t_{UT1}^2 - 6,2 \cdot 10^{-6} \text{ s} \cdot t_{UT1}^3, \quad (\text{A.8})$$

aus der in einem weiteren Schritt GAST über die Gleichung der Äquinoktien (Equation of the Equinoxes) und t_{TT} berechnet wird. GAST wird dann als Stundenwinkel bei der klassischen Transformation vom zälestischen in das terrestrische Bezugssystem verwendet (Anhang A.2). Im Rahmen der modernen Transformation wird der Erdrotationswinkel ERA (Earth Rotation Angle) verwendet, der sich direkt aus dem linearen Zusammenhang zu JD_{UT1} ergibt (Anhang A.3).

A.2 Transformation nach IAU 1980

Der klassische Transformationsansatz nach den IAU-Resolutionen von 1980 auf Basis des Äquinoktiums sowie unter Benutzung des Präzessions-Nutationsmodells von 1980 ist ausführlich bei McCarthy (1996, S. 20 ff) beschrieben. Dabei ist zu beachten, dass in dieser Arbeit die Transformation vom zälestischen in das terrestrische Bezugssystem vorgenommen wird, sodass die Rotationsmatrizen aus McCarthy (1996) transponiert werden. Die Transformation von sphärischen in kartesische Koordinaten wird nach (2.1) durchgeführt. Im ersten Schritt von (2.10) erfolgt mit \mathbf{Q} der Übergang von GCRS in ein zälestisches Zwischensystem mit dem wahren Himmelspol und Frühlingspunkt zur Beobachtungsepoche t_{TT} als \mathbf{e}_z - bzw. \mathbf{e}_X -Achse. \mathbf{Q} beinhaltet die Effekte von Präzession und Nutation nach

$$\mathbf{Q}^T(t) = \mathbf{N}(t)\mathbf{P}(t), \quad (\text{A.9})$$

wobei die Präzessionsmatrix nach

$$\mathbf{P}(t) = \mathbf{R}_3(-z_A)\mathbf{R}_2(\theta_A)\mathbf{R}_3(-\zeta_A) \quad (\text{A.10})$$

aufgestellt wird. Die Berechnung der Präzessionswinkel ζ_A , θ_A , z_A und ϵ_A nach dem IAU-Präzessionsmodell von 1976 (Lieske *et al.*, 1977) ist bei McCarthy (1996, S. 22) für den Zeitpunkt t_{TT} angegeben. Nach der IAU-Nutationstheorie von 1980 (Wahr, 1981b; Seidelmann, 1982) lautet die Nutationsmatrix

$$\mathbf{N}(t) = \mathbf{R}_1(-(\epsilon_A + \Delta\epsilon))\mathbf{R}_3(-\Delta\psi)\mathbf{R}_1(\epsilon_A). \quad (\text{A.11})$$

Die Nutationswinkel setzen sich aus zwei Termen zusammen nach

$$\begin{aligned} \Delta\psi &= \Delta\psi(\text{IAU 1980}) + \delta\Delta\psi(\text{IAU 1980}) \\ \Delta\epsilon &= \Delta\epsilon(\text{IAU 1980}) + \delta\Delta\epsilon(\text{IAU 1980}). \end{aligned} \quad (\text{A.12})$$

Dabei werden die Modellgrößen für die Nutationseffekte auf die Länge $\Delta\psi(\text{IAU 1980})$ und auf die Schiefe $\Delta\epsilon(\text{IAU 1980})$ aus Reihenentwicklungen in Abhängigkeit von den fünf lunisolaren Fundamentalargumenten der Nutationstheorie mit 106 Termen und Amplituden von 0,1 mas und größer berechnet, die detailliert bei McCarthy (1996) angegeben sind. Die Korrekturterme $\delta\Delta\psi(\text{IAU 1980})$ und $\delta\Delta\epsilon(\text{IAU 1980})$ stellen die klassischen zälestischen Pol-Offsets (Celestial Pole Offsets) dar. Diese sind vom IERS bereitgestellte Erdorientierungsparameter und werden bezüglich der Zeitskala MJD_{UTC} (A.6) veröffentlicht.

Mit dem zweiten Schritt in (2.10) wird der Übergang in ein terrestrisches Zwischensystem realisiert nach

$$\mathbf{R}^T(t) = \mathbf{R}_3(\text{GAST}). \quad (\text{A.13})$$

Der Erdrotationswinkel GAST wird nach McCarthy (1996, S. 21) aus GMST (A.8) und der Gleichung der Äquinoktien berechnet mit

$$\text{GAST} = \text{GMST} + \Delta\psi \cos \epsilon_A + 0,00264'' \sin \Omega + 0,000063'' \sin 2\Omega, \quad (\text{A.14})$$

wobei Ω als ein Fundamentalargument der Nutationstheorie die mittlere Länge des Mondbahnknotens beschreibt (McCarthy, 1996, S. 23). Bei Verwendung der neuen Präzessions- und Nutationsmodelle ist zu beachten, dass sich damit auch GAST ändert (Anhang A.3).

Im dritten Schritt von (2.10) erfolgt der Übergang in das ITRS mit

$$\mathbf{W}^T(t) = \mathbf{R}_2(-x_p)\mathbf{R}_1(-y_p). \quad (\text{A.15})$$

Unter Beachtung der zugrunde liegenden Genauigkeiten stellen die Polkoordinaten x_p und y_p die vom IERS bereitgestellten EOP x und y dar, die ebenfalls vom IERS bereitgestellte Erdorientierungsparameter sind.

A.3 Transformation nach IAU 2006/2000

Der moderne Transformationsansatz nach den IAU Resolutionen von 2000 (IAU 2000) auf CIO-Basis unter Benutzung des Präzessions-Nutationsmodells von 2000 ist in IERS (2004, S. 33 ff) mit den Ergänzungen zu den IAU Resolutionen von 2006 (IAU 2006/2000) in IERS (2010, S. 43 ff) dargestellt. Dabei ist wie in Anhang A.2 zu beachten, dass hier die transponierten Rotationsmatrizen gebildet werden. Die wesentlichen Neuerungen dieses Ansatzes sind zum einen die gemeinsame Berechnung der Effekte von Präzession und Nutation mit verbesserten Modellen und zum anderen die strikte Trennung dieser Effekte vom Erdrotationswinkel mit CIO als nicht-rotierendem Ursprung der Rektaszension (Non-Rotating Origin).

Im ersten Schritt von (2.10) erfolgt der Übergang vom GCRS in das zälestische Zwischensystem CIRS zur Beobachtungsepoche $t = t_{\text{TT}}$ mit CIP und CIO als e_Z - bzw. e_X -Achse. Diesem Schritt liegt die Harmonisierung der Begriffe CIO und TIO (Celestial and Terrestrial Intermediate Origin) und CIP der IAU-Resolutionen von 2006 zugrunde, die seit dem 1. Januar 2009 gelten. In den IAU-Resolutionen von 2000, die seit dem 1. Januar 2003 galten, wurden dafür noch die Bezeichnungen CEO und TEO (Celestial and Terrestrial Ephemeris Origin) verwendet. Der Übergang erfolgt mit den Effekten von Präzession und Nutation sowie der Fixierung des CIO nach IERS (2010, S. 48) mit

$$\mathbf{Q}_{\text{CIO}}^T(t) = \mathbf{R}_3(-s)\mathbf{R}_3(-E)\mathbf{R}_2(d)\mathbf{R}_3(E), \quad (\text{A.16})$$

wobei sich die sphärischen Koordinaten E und d aus den kartesischen Komponenten X und Y von CIP im GCRS gemäß

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sin d \cos E \\ \sin d \sin E \\ \cos d \end{pmatrix} \quad (\text{A.17})$$

ergeben; der Parameter s wird als CIO Locator bezeichnet. Nach der kinematischen Definition als nicht-rotierender Ursprung nimmt der CIO lediglich an der Nord-Süd-Bewegung des CIP-Äquators bezüglich des festen GCRS-Äquators teil. Nach IERS (2010, S. 49) kann (A.16) explizit angegeben werden mit

$$\mathbf{Q}_{\text{CIO}}^T(t) = \mathbf{R}_3(-s) \begin{pmatrix} 1 - aX^2 & -aXY & -X \\ -aXY & 1 - aY^2 & -Y \\ X & Y & 1 - a(X^2 + Y^2) \end{pmatrix}, \quad (\text{A.18})$$

wobei a beispielsweise mit $a = 1/2 + 1/8(X^2 + Y^2)$ und einer Genauigkeit von 1 μas berechnet wird. Die Berechnung von X , Y und $s + XY/2$ erfolgt mit Hilfe von Reihenentwicklungen kompatibel zu IAU 2006/2000 nach Capitaine und Wallace (2006) sowie IERS (2010, S. 54 und 59) oder kompatibel zu IAU 2000 nach Capitaine *et al.* (2003b) und IERS (2004, S. 39). Mit dem IAU 2000A Präzessions-Nutationsmodell entsprechend den IAU-Resolutionen von 2000 wurden das IAU 1976 Präzessionsmodell und die IAU 1980 Nutationstheorie (Anhang A.2) ersetzt. Nach den IAU Resolutionen von 2006 wurde die Präzessionskomponente des IAU 2000A Modells, das ein reines Korrekturmodell des Modells von 1976 darstellt, durch die P03 Präzessionstheorie (Capitaine *et al.*, 2003a) ersetzt und damit zum IAU 2006/2000 Präzessions-Nutationsmodell erweitert. Für die höchste Modellgenauigkeit im Bereich von 0,2 mas wird das Nutationsmodell IAU 2000A (Mathews *et al.*, 2002) in Abhängigkeit von den fünf lunisolaren und neun planetaren Nutationsargumenten mit 1365 Termen und minimalen Amplituden von 0,1 μas verwendet. Für eine Genauigkeit von 1 mas wird das verkürzte Nutationsmodell IAU 2000B (McCarthy und Luzum, 2003) mit weniger als 80 Termen zur Verfügung gestellt. Das IAU 2006/2000 Präzessions-Nutationsmodell enthält alle Terme der Bewegung vom CIP im GCRS mit Perioden größer als 2 Tagen und hat eine Genauigkeit von etwa 0,2 mas . Zusätzlich existieren nicht präzifizierbare und damit nicht im Modell enthaltene Variationen, beispielsweise aus der Wechselwirkung zwischen Erdmantel und Erdkern bei der täglichen Erdrotation, der freien Kern-Nutation FCN (Free Core Nutation; IERS, 2010, S. 57). Auch wenn die Größenordnung dieser Effekte im hier relevanten Genauigkeitsbereich keine Rolle spielt, so sei der Vollständigkeit halber genannt, dass diese Effekte in den mit VLBI

beobachteten und vom IERS veröffentlichten EOP als zälestische Pol-Offsets $\delta X(\text{IAU 2006/2000})$ und $\delta Y(\text{IAU 2006/2000})$ (Anhang A.4) enthalten sind und als Korrekturen an die Modellwerte $X(\text{IAU 2006/2000})$ und $Y(\text{IAU 2006/2000})$ angebracht werden mit

$$\begin{aligned} X &= X(\text{IAU 2006/2000}) + \delta X(\text{IAU 2006/2000}) \\ Y &= Y(\text{IAU 2006/2000}) + \delta Y(\text{IAU 2006/2000}). \end{aligned} \quad (\text{A.19})$$

Analog können die Koordinaten vom CIP im GCRS nach IAU 2000 berechnet werden.

Die Aufstellung von \mathbf{Q} kann alternativ auch mit den klassischen Präzessions- und Nutationswinkeln nach Anhang A.2 bezüglich der neuen IAU Modelle erfolgen mit

$$\mathbf{Q}_{\text{klass}}^T(t) = \mathbf{N}(t)\mathbf{P}(t)\mathbf{B}(t). \quad (\text{A.20})$$

Dabei erfolgt der Übergang vom GCRS in ein mittleres zälestisches Zwischensystem zur Basisepoche J2000,0 mit Hilfe einer Frame Bias Matrix (IERS, 2010, S. 62). Mit der Präzessions- und Nutationsmatrix \mathbf{P} bzw. \mathbf{N} wird der Übergang in ein zälestisches Zwischensystem mit CIP und dem wahren Äquinoktium zur Beobachtungsepoche $t = t_{\text{TT}}$ als \mathbf{e}_Z - bzw. \mathbf{e}_X -Achse realisiert. Die Berechnung der klassischen Präzessions- und Nutationswinkel kompatibel zu IAU 2006/2000 bzw. IAU 2000 ist bei IERS (2010, S. 65) bzw. IERS (2004, S. 45) angegeben. Die Frame Bias Matrix lautet nach Wallace und Capitaine (2006)

$$\mathbf{B}(t) = \mathbf{R}_1(\epsilon_0 - \eta_0)\mathbf{R}_2(\xi_0)\mathbf{R}_3(d\alpha_0). \quad (\text{A.21})$$

Die Parameter ξ_0 und η_0 stellen die Koordinaten vom CIP, $d\alpha_0$ die Rektaszension des mittleren Äquinoktiums und ϵ_0 die Schiefe der Ekliptik jeweils zur Basisepoche J2000,0 in Bezug auf GCRS dar (Capitaine *et al.*, 2003a). Numerische Werte in Konsistenz mit IAU 2006/2000 sind bei IERS (2010, S. 56, 62 und 64) angegeben mit

$$\begin{aligned} \xi_0 &= -0,0166170'' \\ \eta_0 &= -0,0068192'' \\ d\alpha_0 &= -0,01460'' \\ \epsilon_0 &= 84381,406''. \end{aligned} \quad (\text{A.22})$$

Während die numerischen Werte für ξ_0 , η_0 und $d\alpha_0$ nach IAU 2000 übereinstimmen, beträgt $\epsilon_0 = 84381,448''$ (IERS, 2004, S. 45). Die numerischen Werte werden bei der Transformation der EOP in Anhang A.4 benötigt.

Im zweiten Schritt von (2.10) erfolgt in Verbindung mit dem CIO-basierten Ansatz nach (A.16) der Übergang in das terrestrische Zwischensystem TIRS mit CIP und TIO als \mathbf{e}_Z - bzw. \mathbf{e}_X -Achse mit Hilfe des Erdrotationswinkels ERA nach

$$\mathbf{R}^T(t) = \mathbf{R}_3(\text{ERA}). \quad (\text{A.23})$$

ERA wird mit Hilfe des linearen Zusammenhanges zu UT1 (Anhang A.1) nach IERS (2010, S. 52) mit

$$\text{ERA} = 2\pi(0,7790572732640 + 1,00273781191135448 t_{\text{UT1}}), \quad (\text{A.24})$$

$t_{\text{UT1}} = (\text{JD}_{\text{UT1}} - 2451545,0)$ berechnet. Hier wird der Vorteil der strikten Trennung des Erdrotationswinkels von Präzession und Nutation deutlich. In Verbindung mit dem klassischen Ansatz auf Basis des Äquinoktiums nach (A.20) wird die Erdrotation mit GAST berücksichtigt. Liegt ERA bereits vor, so kann GAST beispielsweise über eine Reihenentwicklung der Gleichung der Ursprünge EO (Equation of the Origins) nach IERS (2010, S. 60) gemäß

$$\text{GAST} = \text{ERA} - \text{EO} \quad (\text{A.25})$$

berechnet werden. Dabei muss beachtet werden, dass GAST abhängig vom verwendeten Präzessions-Nutationsmodell ist.

Der Übergang vom terrestrischen Zwischensystem TIRS (Terrestrial Intermediate Reference System) in das ITRS im dritten Schritt erfolgt analog zu Anhang A.2 mit den Polkoordinaten x_p und y_p nach IERS (2010, S. 48)

$$\mathbf{W}^T(t) = \mathbf{R}_1(-y_p)\mathbf{R}_2(-x_p)\mathbf{R}_3(s'), \quad (\text{A.26})$$

die die Bewegung vom CIP im ITRS beschreiben. Entsprechend den IERS-Konventionen enthalten die vom IERS veröffentlichten EOP nicht die hochfrequenten Variationen mit Perioden kleiner als 2 Tage auf die Polbewegung x_p , y_p und auf UT1. Diese sind hervorgerufen durch Ozeangezeiten und Librationseffekte, also den täglichen und halbtäglichen Nutationseffekten. An die vom IERS bereitgestellten EOP x und y müssen also die hochfrequenten Variationen nach IERS (2010, S. 49 und 52) mit

$$\begin{aligned} (x_p, y_p) &= (x, y) + (\Delta x, \Delta y)_{\text{Ozeangezeiten}} + (\Delta x, \Delta y)_{\text{Libration}} \\ \text{UT1} - \text{UTC} &= \Delta\text{UT1} + \Delta\text{UT1}_{\text{Ozeangezeiten}} + \Delta\text{UT1}_{\text{Libration}} \end{aligned} \quad (\text{A.27})$$

angebracht werden, sodass sich unter Beachtung der höheren Genauigkeit gegenüber (A.15) erweiterte Zusammenhänge ergeben, die aus gegebenen Reihenentwicklungen in Abhängigkeit von den lunisolareren Fundamentalargumenten folgen. Für die Berechnung der durch Ozeangezeiten hervorgerufenen Effekte auf Polbewegung und UT1 hat BIPM Funktionen bereitgestellt (IERS, 2010, S. 52). Die Größenordnung der Effekte liegt bei wenigen 1/10 mas bzw. 1/100 ms. Die Librationseffekte sind etwa eine Größenordnung geringer. Zusätzlich taucht hier der Vollständigkeit halber ein zum Parameter s analoger Parameter s' auf, der als TIO Locator bezeichnet wird. Dieser verbleibt unter 0,4 mas im nächsten Jahrhundert und kann nach IERS (2010, S. 52) mit $s' = -47 \mu\text{s } t$ berechnet werden.

A.4 Erdorientierungsparameter

In den Anhängen A.1, A.2 und A.3 wurden die zur Transformation vom zälestischen in das terrestrische Bezugssystem notwendigen EOP eingeführt, die als Korrekturwerte in den dargestellten Formalismen verwendet werden. Entsprechend den verschiedenen Transformationsansätzen liegen verschiedene Reihen von EOP vor. Für die Transformation nach IAU 1980 sind das die klassischen zälestischen Pol-Offsets als Korrekturen der Nutationswinkel in Länge $\delta\Delta\psi$ (IAU 1980) und Schiefe $\delta\Delta\epsilon$ (IAU 1980) aus (A.12), die Differenz zwischen UT1 und UTC aus (A.7) sowie die Polkoordinaten x und y aus (A.15). Diese wurden jeweils für den Zeitraum eines Monats bezüglich UTC in MJD im IERS Bulletin B (IAU 1980) als $d\text{Psi}$, $d\text{Epsilon}$, UT1-UTC , x und y veröffentlicht. Dieses Format wurde zum 31. Dezember 2009 eingestellt.

Seit dem 1. Januar 2010 existiert ein neues Format für das Bulletin B (IERS, 2011). Für die Transformation sind die zälestischen Pol-Offsets als Korrekturen der Koordinaten von CIP in GCRS δX (IAU 2000A) und δY (IAU 2000A) aus (A.19) bezüglich des Nutationsmodells IAU 2000A gegeben. Aufgrund des stark verbesserten Modells verbleiben die Amplituden der Korrekturen im Bereich von etwa $\pm 0,3$ mas. Die übrigen drei EOP haben sich gegenüber dem alten Format nicht geändert. Im neuen Bulletin B (IAU 2000) erfolgt die Darstellung als dX , dY , UT1-UTC , x und y bezüglich UTC in MJD. Zusätzlich sind die Standardabweichungen der EOP angegeben. Die Genauigkeiten werden mit etwa 0,1 mas für δX (IAU 2000A) und δY (IAU 2000A), 0,04 ms für UT1-UTC und 0,02 mas für x und y angegeben. Zusätzlich werden in diesem Format die Korrekturen der Nutationswinkel nach IAU 1980 als $d\text{Psi}_{1980}$ und $d\text{Eps}_{1980}$ veröffentlicht. Die Bereitstellung der Korrekturen nach IAU 1980 wird jedoch nur noch über einen begrenzten Zeitraum fortgeführt (IERS, 2009a), sodass eine Transformation der gegebenen Korrekturwerte erforderlich wird.

Zunächst ergibt sich der Zusammenhang zwischen den zälestischen Pol-Offsets als Korrekturen der CIP-Koordinaten im GCRS und der Nutationswinkel bezüglich eines gleichen Präzessions-Nutationsmodells nach IERS (2010, S. 57) mit

$$\begin{aligned} \delta X &= \delta\Delta\psi \sin \epsilon_A + (\psi_A \cos \epsilon_0 - \chi_A)\delta\Delta\epsilon \\ \delta Y &= \delta\Delta\epsilon - (\psi_A \cos \epsilon_0 - \chi_A)\delta\Delta\psi \sin \epsilon_A \end{aligned} \quad (\text{A.28})$$

für Korrekturwerte innerhalb 1 mas. Nach Umformung folgt

$$\begin{aligned}\delta\Delta\psi &= \frac{\delta X - \delta Y(\psi_A \cos \epsilon_0 - \chi_A)}{\sin \epsilon_A + \sin \epsilon_A(\psi_A \cos \epsilon_0 - \chi_A)^2} \\ \delta\Delta\epsilon &= \frac{\delta Y + \delta X(\psi_A \cos \epsilon_0 - \chi_A)}{1 + (\psi_A \cos \epsilon_0 - \chi_A)^2}.\end{aligned}\tag{A.29}$$

Die Präzessionswinkel ψ_A , χ_A und ϵ_A werden mit Hilfe von Reihenentwicklungen in Abhängigkeit von ϵ_0 aus (A.22) berechnet, die zum IAU 2000A Modell kompatibel und in IERS (2004, S. 45) gegeben sind. Mit den EOP aus dem aktuellen Bulletin B werden diese Werte als $(\delta\Delta\psi, \delta\Delta\epsilon)$ (IAU 2000A) bezeichnet und für den Transformationsansatz auf Basis des Äquinoktiums (Anhang A.3) benutzt.

Für den Übergang auf Korrekturwerte nach IAU 1980 werden aus den Nutationsmodellen IAU 1980 und IAU 2000A die Nutationswinkel $\Delta\psi$ und $\Delta\epsilon$ berechnet und die Differenzen zu den Korrekturen für das IAU 2000 Modell aus (A.29) addiert mit

$$\begin{aligned}\delta\Delta\psi &= \delta\Delta\psi(\text{IAU 2000A}) + \Delta\psi(\text{IAU 2000A}) - \Delta\psi(\text{IAU 1980}) \\ \delta\Delta\epsilon &= \delta\Delta\epsilon(\text{IAU 2000A}) + \Delta\epsilon(\text{IAU 2000A}) - \Delta\epsilon(\text{IAU 1980}).\end{aligned}\tag{A.30}$$

Das IAU 2000A Nutationsmodell ist mit verbesserten Präzessionsraten für den Äquator in Länge und Schiefe nach Capitaine *et al.* (2003a) und IERS (2004, S. 43) gegenüber dem IAU 1976 Präzessionsmodell mit

$$\begin{aligned}\delta\Delta\psi_A(\text{IAU 2000A}) &= -0,29965'' \cdot t_{\text{TT}} \\ \delta\Delta\epsilon_A(\text{IAU 2000A}) &= -0,02524'' \cdot t_{\text{TT}}\end{aligned}\tag{A.31}$$

und t_{TT} aus (A.3) verbunden. Im letzten Schritt ist der Frame Bias aus den CIP-Koordinaten zur Basisepoche J2000,0 im GCRS hinsichtlich der Nutationswinkel mit den Korrekturwerten aus Capitaine *et al.* (2003a)

$$\begin{aligned}\delta\Delta\psi_0 &= -0,0417750'' \\ \delta\Delta\epsilon_0 &= -0,0068192''\end{aligned}\tag{A.32}$$

anzubringen. Mit (A.12) und (A.30)-(A.32) lauten die EOP-Korrekturwinkel in Konsistenz zum Transformationsansatz nach IAU 1980

$$\begin{aligned}\delta\Delta\psi(\text{IAU 1980}) &= \delta\Delta\psi_A(\text{IAU 2000A}) + \delta\Delta\psi_0 + \delta\Delta\psi \\ \delta\Delta\epsilon(\text{IAU 1980}) &= \delta\Delta\epsilon_A(\text{IAU 2000A}) + \delta\Delta\epsilon_0 + \delta\Delta\epsilon.\end{aligned}\tag{A.33}$$

Zur Transformation der zälestischen Pol-Offsets in Verbindung mit den Transformationen nach IAU 2006/2000, IAU 2000 und IAU 1980 stellt das IERS-EOP-Produktzentrum (Product Center) entsprechende Funktionen auf Basis von Algorithmen der *SOFA* Software (Bangert *et al.*, 2010) zur Verfügung.

Neben den monatlichen finalen Lösungen und Prädiktionen für die EOP in Bulletin B spielen im Rahmen dieser Arbeit die vom IERS veröffentlichten Langzeitreihen eine Rolle, die zweimal wöchentlich aktualisiert werden. Seit August 2007 liegt die mit dem ITRF2005 konsistente Serie EOP 05 C04 (IAU1980) vor (Bizouard und Gambis, 2009), deren Werte ab diesem Zeitpunkt mit den Werten der Bulletins B vollständig übereinstimmen. Für den Zeitraum vor August 2007 treten gegenüber Bulletin B Widersprüche bis 0,3 mas auf, die aber hier keine Rolle spielen. Die Serie endete im Dezember 2011, ist jedoch als alte EOP-Reihe weiterhin via IERS verfügbar. Die aktuelle Langzeitserie ist seit Januar 2011 (IERS, 2011) die mit dem ITRF2008 konsistente Serie EOP 08 C04 (Bizouard und Gambis, 2011) und liegt bezüglich der Transformationsansätze nach IAU 1980 und IAU 2006/2000 vor.

B Zusammenstellung der prozessierten Beobachtungen

Tabelle B.1. Ellipsoidische Koordinaten (φ, λ, h) bezüglich ETRS89 und astronomische Koordinaten (Φ, Λ) bezüglich ITRF2005 zur jeweiligen Beobachtungsepoche auf den Stationen entlang des verdichteten Nord-Süd-Profiles NS 1.1; Erläuterungen zu den prozessierten Beobachtungen siehe Abschnitt 6.4

Nr.	φ [°]	λ [°]	h [m]	Datum	Zeit [UT]	Φ [°]	Λ [°]
101	51,9986203	10,5177764	155,20	11.06.2006	20.33	52,0010911	10,5190902
104	51,9823686	10,5455639	176,07	11.06.2006	22.28	51,9850194	10,5468925
108	51,9571472	10,5734731	176,01	12.06.2006	00.42	51,9599189	10,5748316
112	51,9337067	10,5940519	194,96	22.06.2006	22.04	51,9371992	10,5955154
118	51,9089921	10,5636252	233,23	23.06.2006	23.04	51,9132899	10,5654476
125	51,8731224	10,5590788	333,13	03.07.2006	21.07	51,8789099	10,5610016
133	51,8457771	10,5337517	538,33	01.07.2006	23.08	51,8504774	10,5350972
142	51,8151195	10,5242538	724,87	04.07.2006	21.35	51,8189489	10,5239268
149	51,7844140	10,5497929	862,72	08.07.2006	23.28	51,7869090	10,5496006
155	51,7521704	10,5548899	810,50	10.07.2006	22.59	51,7533235	10,5543641
161	51,7303778	10,5885783	716,21	11.07.2006	01.39	51,7313311	10,5894678
167	51,7003846	10,5817867	631,90	13.07.2006	00.02	51,7012068	10,5819875
173	51,6741470	10,5562601	429,91	14.07.2006	23.11	51,6746309	10,5559337
180	51,6521442	10,5139126	431,38	15.07.2006	21.26	51,6519289	10,5129602
186	51,6338249	10,4765597	345,02	16.07.2006	00.36	51,6334499	10,4748330
192	51,6153483	10,4433701	389,54	16.07.2006	21.58	51,6153708	10,4416981
197	51,6255545	10,3932356	291,96	16.07.2006	00.28	51,6254337	10,3917005
499	51,6455759	10,3500659	304,79	22.09.2006	18.30	51,6458337	10,3482214
200	51,6309245	10,3548823	274,16	19.04.2009	21.28	51,6311665	10,3533370
500	51,6108563	10,3623442	268,27	22.09.2006	19.23	51,6112180	10,3612736
501	51,5738152	10,3996630	281,03	02.04.2007	18.45	51,5739991	10,3987387
502	51,5356563	10,4099045	266,38	22.09.2006	21.55	51,5365816	10,4090889
503	51,4943662	10,4420329	346,19	22.09.2006	23.01	51,4954542	10,4418355
504	51,4659773	10,4641047	359,81	22.09.2006	23.43	51,4670592	10,4641892
201	51,4410394	10,4807220	349,05	19.04.2009	23.43	51,4421913	10,4807037
505	51,4257791	10,4793679	382,11	23.09.2006	00.25	51,4266708	10,4790563
202	51,4073161	10,4812085	314,18	20.04.2009	01.24	51,4082889	10,4810993
506	51,3820615	10,4849605	336,55	23.09.2006	01.10	51,3830779	10,4845615
203	51,3723294	10,5029236	366,76	20.04.2009	02.25	51,3735427	10,5024813
507	51,3600664	10,5106892	454,17	23.09.2006	01.52	51,3613569	10,5100031
3032	51,3238012	10,5274425	452,21	24.09.2006	20.58	51,3241904	10,5281401
508	51,2998279	10,4593689	478,77	24.09.2006	21.27	51,2998298	10,4595166
509	51,2798265	10,4099005	348,18	24.09.2006	22.42	51,2798148	10,4103000
204	51,2717349	10,3782050	371,70	20.04.2009	23.55	51,2719760	10,3790474
510	51,2529673	10,3519035	341,34	24.09.2006	23.42	51,2533135	10,3531451
205	51,2388294	10,3239465	440,38	20.04.2009	22.54	51,2395614	10,3254495

Tabelle B.1. (Fortsetzung)

Nr.	φ [°]	λ [°]	h [m]	Datum	Zeit [UT]	Φ [°]	Λ [°]
1010	51,2338954	10,2756326	562,18	25.09.2006	00.35	51,2343499	10,2763267
511	51,1936661	10,2653467	376,60	25.09.2006	01.26	51,1940608	10,2656001
206	51,1749835	10,2464847	453,95	20.04.2009	21.41	51,1753151	10,2471663
512	51,1559523	10,2484788	325,24	25.09.2006	02.05	51,1563223	10,2485831
207	51,1446563	10,2085354	257,07	20.04.2009	20.18	51,1449177	10,2092511
513	51,1291849	10,1934404	227,79	25.09.2006	02.50	51,1302585	10,1946176
208	51,1117785	10,1992442	384,56	07.04.2009	21.08	51,1135380	10,2010102
514	51,0872312	10,2062061	328,99	16.10.2006	20.33	51,0885832	10,2079751
515	51,0611588	10,1838306	280,58	16.10.2006	21.14	51,0618927	10,1852093
516	51,0337584	10,1704984	366,20	16.10.2006	22.11	51,0346120	10,1722331
209	51,0115611	10,1599493	264,48	28.05.2009	21.36	51,0122370	10,1613342
4926	51,0018846	10,1438997	247,09	16.10.2006	23.08	51,0028876	10,1455397
210	50,9899597	10,1520927	256,91	28.05.2009	22.30	50,9911127	10,1535573
517	50,9715359	10,1568595	263,95	17.10.2006	18.38	50,9726004	10,1581411
211	50,9529669	10,1710110	280,18	28.05.2009	23.29	50,9541657	10,1722267
518	50,9484362	10,1941787	287,73	29.05.2009	00.15	50,9496628	10,1949089
212	50,9174972	10,1992492	299,96	29.05.2009	01.00	50,9184411	10,1998761
519	50,9129915	10,2053032	293,07	17.10.2006	01.55	50,9139512	10,2058263
213	50,8939682	10,2261059	314,57	17.07.2009	00.32	50,8949043	10,2262783
520	50,8798243	10,2333755	323,53	17.10.2006	03.00	50,8806788	10,2334910
214	50,8637342	10,2501516	341,18	17.07.2009	00.07	50,8642603	10,2503142
521	50,8554318	10,2628880	336,99	17.10.2006	20.25	50,8557890	10,2632427
215	50,8443513	10,2869205	329,37	16.07.2009	23.01	50,8445455	10,2869238
522	50,8221708	10,2914033	311,13	17.10.2006	21.20	50,8225022	10,2919046
216	50,8034320	10,3046922	304,97	16.07.2009	22.18	50,8037734	10,3049504
523	50,7948733	10,3429376	351,02	17.10.2006	22.25	50,7951916	10,3426288
217	50,7842515	10,3534288	342,60	16.07.2009	21.13	50,7846754	10,3528302
3019	50,7679032	10,3619296	401,51	17.10.2006	23.50	50,7682579	10,3614194
100	50,7532894	10,3432819	295,92	23.08.2007	20.52	50,7538608	10,3433403
524	50,7381314	10,3415940	304,81	18.10.2006	01.15	50,7390322	10,3424013
101	50,7173113	10,3503386	310,15	23.08.2007	21.45	50,7180816	10,3513793
525	50,6998150	10,3423825	312,87	15.03.2007	18.56	50,7005253	10,3438069
102	50,6897464	10,3465264	311,04	23.08.2007	22.30	50,6904653	10,3478558
526	50,6746718	10,3393858	319,02	15.03.2007	19.35	50,6752665	10,3410925
103	50,6597504	10,3548435	340,08	23.08.2007	23.26	50,6601837	10,3563070
527	50,6489039	10,3488181	338,07	15.03.2007	20.31	50,6491553	10,3505221
104	50,6332797	10,3344888	355,57	24.08.2007	00.12	50,6336753	10,3364017
528	50,6202237	10,3306466	387,81	15.03.2007	21.18	50,6204679	10,3325536
105	50,6077306	10,3207958	428,26	24.08.2007	00.53	50,6081040	10,3230268
529	50,5991383	10,3037310	458,94	15.03.2007	22.03	50,5996533	10,3065496
106	50,5909246	10,2992960	495,65	24.08.2007	01.33	50,5912876	10,3026043
530	50,5689769	10,2996813	420,20	15.03.2007	23.03	50,5690717	10,3022117
107	50,5613921	10,2966413	438,47	24.08.2007	19.55	50,5615143	10,2988418
531	50,5497999	10,2848531	414,36	16.03.2007	00.04	50,5501576	10,2868535
108	50,5346416	10,2824050	474,50	24.08.2007	20.36	50,5347599	10,2841376
532	50,5187840	10,2807429	428,60	16.03.2007	01.12	50,5188796	10,2828140

Tabelle B.1. (Fortsetzung)

Nr.	φ [°]	λ [°]	h [m]	Datum	Zeit [UT]	Φ [°]	Λ [°]
109	50,5064121	10,2737291	510,78	24.08.2007	21.20	50,5067849	10,2756048
533	50,4895898	10,2753474	436,64	16.03.2007	02.07	50,4895053	10,2767623
110	50,4765689	10,2588551	370,94	24.08.2007	22.04	50,4763230	10,2602237
5527	50,4621423	10,2475662	338,83	16.03.2007	18.23	50,4620870	10,2494178
534	50,4522004	10,2778429	320,21	14.03.2007	23.23	50,4522365	10,2795310
535	50,4249143	10,3065361	317,94	14.03.2007	22.34	50,4251088	10,3075587
536	50,4093085	10,3298134	405,43	14.03.2007	21.57	50,4094746	10,3304605
537	50,3842138	10,3273958	329,17	14.03.2007	21.19	50,3844163	10,3282664
538	50,3581975	10,3416560	336,02	14.03.2007	20.40	50,3581778	10,3425366
539	50,3351397	10,3466316	325,16	14.03.2007	20.00	50,3350267	10,3475875
540	50,3140935	10,3614085	300,37	14.03.2007	19.21	50,3144135	10,3627550
300	50,3080200	10,3570098	305,59	28.07.2009	20.57	50,3083258	10,3585654
541	50,2921524	10,3742268	311,40	13.03.2007	22.14	50,2925943	10,3755151
301	50,2831191	10,3850881	321,50	28.07.2009	21.34	50,2834933	10,3863812
5728	50,2781060	10,4135577	369,54	13.03.2007	21.29	50,2787032	10,4147127
302	50,2602458	10,4042177	344,42	28.07.2009	22.10	50,2605919	10,4052899
542	50,2453500	10,3922871	387,20	13.03.2007	20.48	50,2456469	10,3936784
303	50,2274886	10,3818831	423,07	28.07.2009	22.47	50,2275017	10,3832715
543	50,2099843	10,3725734	356,43	13.03.2007	20.09	50,2098893	10,3742752
304	50,1945299	10,3620411	342,25	28.07.2009	23.31	50,1945540	10,3637596
544	50,1788958	10,3480647	330,28	13.03.2007	19.28	50,1791774	10,3499707
305	50,1623737	10,3334513	390,98	29.07.2009	00.10	50,1626140	10,3353365
545	50,1471284	10,3247016	393,45	13.03.2007	18.48	50,1475771	10,3265812
306	50,1332638	10,3089177	412,32	29.07.2009	00.56	50,1336746	10,3108364
546	50,1077877	10,3103620	426,69	13.03.2007	18.06	50,1077377	10,3123358
307	50,0893455	10,2909117	361,32	29.07.2009	20.50	50,0891897	10,2928223
5927	50,0677608	10,2956072	382,73	12.03.2007	21.57	50,0676050	10,2973783
308	50,0436676	10,2729675	269,89	29.07.2009	02.42	50,0438859	10,2746497
547	50,0252773	10,2672190	266,45	20.02.2007	22.38	50,0256298	10,2689324
309	50,0014920	10,2614733	260,53	29.07.2009	21.46	50,0018892	10,2633367
548	49,9862481	10,2521183	263,89	20.02.2007	21.45	49,9866714	10,2540555
310	49,9635598	10,2476783	259,18	29.07.2009	22.40	49,9639545	10,2496617
549	49,9432112	10,2361365	273,25	20.02.2007	20.59	49,9437006	10,2383042
311	49,9200327	10,2332464	276,93	30.07.2009	20.50	49,9204589	10,2354250
550	49,9048671	10,2182617	311,84	20.02.2007	20.18	49,9053479	10,2202335
312	49,8897578	10,2171743	323,38	30.07.2009	21.33	49,8900319	10,2191143
6127	49,8662938	10,1992778	293,20	20.02.2007	19.30	49,8666452	10,2011020
313	49,8533658	10,2295973	247,23	30.07.2009	22.27	49,8539914	10,2311193
551	49,8324654	10,2523718	278,00	20.02.2007	18.37	49,8329212	10,2538006
314	49,8267971	10,2694549	276,35	30.07.2009	23.27	49,8272879	10,2707806
552	49,8109898	10,2910366	263,73	18.02.2007	20.58	49,8117362	10,2920346
315	49,7919690	10,3160554	279,74	31.07.2009	00.12	49,7928046	10,3168569
553	49,7778855	10,3404164	298,59	18.02.2007	20.08	49,7788666	10,3409667
316	49,7624544	10,3443298	310,69	31.07.2009	01.08	49,7635022	10,3447928
554	49,7483247	10,3740835	348,28	18.02.2007	19.25	49,7494870	10,3742479
317	49,7321884	10,3982822	394,46	31.07.2009	01.54	49,7327765	10,3992328

Tabelle B.1. (Fortsetzung)

Nr.	φ [°]	λ [°]	h [m]	Datum	Zeit [UT]	Φ [°]	Λ [°]
555	49,7211583	10,4216023	381,99	18.02.2007	18.43	49,7215741	10,4226921
6328	49,6938676	10,4699202	418,69	18.02.2007	17.58	49,6943490	10,4710425
556	49,6541044	10,4665382	349,06	17.02.2007	23.01	49,6543667	10,4682695
557	49,6110121	10,4775202	376,50	17.02.2007	22.16	49,6117102	10,4795710
558	49,5680993	10,4830369	399,51	17.02.2007	21.16	49,5682752	10,4852632
559	49,5168327	10,4680781	348,28	17.02.2007	20.09	49,5171536	10,4699209
6528	49,4920234	10,4382066	370,82	17.02.2007	18.59	49,4922426	10,4400596
560	49,4505302	10,4579230	422,16	17.02.2007	18.10	49,4506202	10,4601871
561	49,4042758	10,4763329	471,69	16.12.2006	00.12	49,4039697	10,4787069
562	49,3636887	10,4891522	462,14	15.12.2006	23.23	49,3636093	10,4916752
563	49,3185486	10,5138790	520,37	15.12.2006	22.37	49,3186911	10,5162838
6729	49,2760980	10,5243680	547,60	15.12.2006	21.45	49,2761361	10,5266183
564	49,2326559	10,5409002	474,65	15.12.2006	20.14	49,2324675	10,5429448
565	49,1961877	10,5296421	501,18	15.12.2006	19.28	49,1963483	10,5317225
566	49,1561376	10,5330130	476,17	15.12.2006	18.42	49,1564140	10,5346887
567	49,1169112	10,5345834	514,74	15.12.2006	18.00	49,1169531	10,5363970
568	49,0807747	10,5429553	509,23	15.12.2006	17.06	49,0806524	10,5448133
569	49,0560679	10,5574560	491,89	15.12.2006	16.19	49,0556149	10,5592721
6929	49,0311758	10,5469604	477,72	16.02.2007	01.10	49,0308131	10,5486354
570	48,9901370	10,5487187	500,86	14.12.2006	22.50	48,9893829	10,5505053
571	48,9539909	10,5509961	478,05	14.12.2006	22.00	48,9531157	10,5525864
572	48,9083919	10,5508888	472,86	14.12.2006	21.13	48,9080936	10,5524942
573	48,8684221	10,5655971	469,73	13.01.2007	16.45	48,8685421	10,5671516
574	48,8280470	10,5727254	463,98	10.01.2007	19.35	48,8280342	10,5746352
575	48,7893443	10,6052479	468,25	15.02.2007	21.38	48,7890399	10,6070498
576	48,7487529	10,6253891	530,22	14.12.2006	17.52	48,7479157	10,6273601
577	48,7064881	10,6273374	472,88	14.12.2006	16.55	48,7059278	10,6290390
578	48,6737951	10,6509581	471,33	13.12.2006	22.51	48,6728432	10,6525081
7329	48,6423643	10,6464275	462,02	16.11.2006	19.20	48,6415779	10,6479084
579	48,6310396	10,6915349	454,85	16.11.2006	18.32	48,6303276	10,6927725
580	48,6250303	10,7501696	458,08	16.11.2006	17.55	48,6243995	10,7513230
581	48,6123996	10,8076030	484,96	16.11.2006	17.17	48,6115291	10,8091128
582	48,6173101	10,8693385	463,81	16.11.2006	16.34	48,6162793	10,8706181
7331	48,6152360	10,9362403	516,87	15.11.2006	22.05	48,6143287	10,9373607
583	48,5825665	10,9639369	484,53	15.11.2006	21.25	48,5817187	10,9650667
584	48,5571689	11,0083189	517,39	15.11.2006	20.46	48,5563728	11,0093768
585	48,5284181	11,0562549	524,95	15.11.2006	20.08	48,5277945	11,0575797
586	48,5087615	11,1004797	507,29	15.11.2006	19.24	48,5082585	11,1016300
7532	48,4865480	11,1483810	483,09	15.11.2006	18.39	48,4863202	11,1492433
587	48,4525058	11,1231387	490,33	15.11.2006	17.57	48,4522816	11,1241143
588	48,4292518	11,0847163	507,22	11.10.2006	22.07	48,4290665	11,0857211
589	48,4001159	11,0568402	512,38	11.10.2006	20.27	48,4000028	11,0578273
590	48,3656593	11,0203441	555,12	11.10.2006	19.49	48,3654923	11,0212205
591	48,3378077	11,0018623	542,53	11.10.2006	19.13	48,3376771	11,0027658
592	48,3041443	10,9809317	544,73	11.10.2006	18.02	48,3041065	10,9817452
7731	48,2687357	10,9609516	557,12	11.10.2006	01.00	48,2687624	10,9617612

Tabelle B.1. (Fortsetzung)

Nr.	φ [°]	λ [°]	h [m]	Datum	Zeit [UT]	Φ [°]	Λ [°]
593	48,2419362	10,9939380	576,77	11.10.2006	00.21	48,2420221	10,9947751
594	48,2029880	11,0298801	594,58	10.10.2006	23.20	48,2030824	11,0306715
595	48,1749533	11,0613170	624,76	10.10.2006	22.29	48,1750783	11,0623296
596	48,1504167	11,1059048	621,45	10.10.2006	21.58	48,1506300	11,1069827
597	48,1276395	11,1608457	603,38	10.10.2006	21.17	48,1277170	11,1620679
598	48,1154246	11,2049715	618,23	10.10.2006	20.16	48,1157837	11,2062093
7833	48,1101265	11,2646824	609,67	10.10.2006	19.09	48,1105170	11,2661181
599	48,0803276	11,2560333	646,25	10.10.2006	18.19	48,0807726	11,2574062
600	48,0580980	11,2668901	651,52	10.10.2006	17.39	48,0587019	11,2680132
601	48,0288987	11,2523936	696,31	10.10.2006	03.40	48,0295223	11,2535648
602	48,0035772	11,2758679	720,12	10.10.2006	02.43	48,0040250	11,2772772
603	47,9828814	11,2502010	728,97	10.10.2006	01.50	47,9833658	11,2515359
8033	47,9482382	11,2570460	707,41	10.10.2006	00.30	47,9487946	11,2585844
604	47,9277656	11,2512027	742,79	09.10.2006	23.13	47,9283047	11,2526166
605	47,8916652	11,2526751	685,12	06.10.2006	00.53	47,8922343	11,2542830
606	47,8640080	11,2615728	663,89	05.10.2006	23.36	47,8651130	11,2631256
607	47,8394244	11,2659288	675,17	05.10.2006	22.28	47,8406711	11,2672781
608	47,8105966	11,2682568	677,06	06.10.2006	21.24	47,8123269	11,2695801
609	47,7765764	11,2761998	702,71	06.10.2006	22.08	47,7786025	11,2774847
610	47,7556543	11,2808426	683,33	09.10.2006	21.20	47,7579546	11,2819501
8233	47,7360334	11,2837401	706,64	09.10.2006	20.31	47,7384654	11,2848448
611	47,7149714	11,2872941	726,77	09.10.2006	19.59	47,7178983	11,2884231
612	47,6819065	11,3025257	660,75	09.10.2006	19.05	47,6851490	11,3034093
613	47,6559269	11,3164355	649,08	08.10.2006	20.02	47,6605167	11,3172431
614	47,6304112	11,3393065	656,64	09.10.2006	18.13	47,6364565	11,3386337
8334	47,6086685	11,3641470	851,73	08.10.2006	17.25	47,6112210	11,3629926
615	47,5885064	11,3153508	850,83	05.10.2006	19.35	47,5920497	11,3174655
113	47,5642560	11,2945643	857,93	07.10.2005	01.33	47,5682765	11,2966229
129	47,5302606	11,2839828	941,95	09.10.2005	18.53	47,5333478	11,2854551
141	47,5052569	11,2718236	926,31	10.10.2005	21.09	47,5085610	11,2718853
161	47,4700673	11,2652083	1008,72	12.10.2005	02.17	47,4738184	11,2649877
180	47,4366940	11,2597938	964,54	21.10.2005	23.03	47,4403496	11,2592025
198	47,4049784	11,2505647	989,04	16.10.2005	22.00	47,4081920	11,2523459
200	47,4006215	11,2509774	989,86	16.10.2005	20.49	47,4040984	11,2530934

Tabelle B.2. Ellipsoidische Koordinaten (φ, λ, h) bezüglich ETRS89 und astronomische Koordinaten (Φ, Λ) bezüglich ITRF2005 zur jeweiligen Beobachtungsepoche entlang des alternativen Nord-Süd-Profiles NS 2.0; Erläuterungen zu den prozessierten Beobachtungen siehe Abschnitt 6.4

Nr.	φ [°]	λ [°]	h [m]	Datum	Zeit [UT]	Φ [°]	Λ [°]
101	51,9986203	10,5177764	155,20	11.06.2006	20.33	52,0010911	10,5190902
104	51,9823686	10,5455639	176,07	11.06.2006	22.28	51,9850194	10,5468925
108	51,9571472	10,5734731	176,01	12.06.2006	00.42	51,9599189	10,5748316
112	51,9337067	10,5940519	194,96	22.06.2006	22.04	51,9371992	10,5955154

Tabelle B.2. (Fortsetzung)

Nr.	φ [°]	λ [°]	h [m]	Datum	Zeit [UT]	Φ [°]	Λ [°]
118	51,9089921	10,5636252	233,23	23.06.2006	23.04	51,9132899	10,5654476
125	51,8731224	10,5590788	333,13	03.07.2006	21.07	51,8789099	10,5610016
133	51,8457771	10,5337517	538,33	01.07.2006	23.08	51,8504774	10,5350972
142	51,8151195	10,5242538	724,87	04.07.2006	21.35	51,8189489	10,5239268
149	51,7844140	10,5497929	862,72	08.07.2006	23.28	51,7869090	10,5496006
155	51,7521704	10,5548899	810,50	10.07.2006	22.59	51,7533235	10,5543641
161	51,7303778	10,5885783	716,21	11.07.2006	01.39	51,7313311	10,5894678
167	51,7003846	10,5817867	631,90	13.07.2006	00.02	51,7012068	10,5819875
173	51,6741470	10,5562601	429,91	14.07.2006	23.11	51,6746309	10,5559337
180	51,6521442	10,5139126	431,38	15.07.2006	21.26	51,6519289	10,5129602
186	51,6338249	10,4765597	345,02	16.07.2006	00.36	51,6334499	10,4748330
192	51,6153483	10,4433701	389,54	16.07.2006	21.58	51,6153708	10,4416981
197	51,6255545	10,3932356	291,96	16.07.2006	00.28	51,6254337	10,3917005
499	51,6455759	10,3500659	304,79	22.09.2006	18.30	51,6458337	10,3482214
13800	51,6441280	10,3396358	298,80	04.05.2010	20.35	51,6444841	10,3379167
200	51,6309245	10,3548823	274,16	19.04.2009	21.28	51,6311665	10,3533370
500	51,6108563	10,3623442	268,27	22.09.2006	19.23	51,6112180	10,3612736
501	51,5738152	10,3996630	281,03	02.04.2007	18.45	51,5739991	10,3987387
502	51,5356563	10,4099045	266,38	22.09.2006	21.55	51,5365816	10,4090889
503	51,4943662	10,4420329	346,19	22.09.2006	23.01	51,4954542	10,4418355
504	51,4659773	10,4641047	359,81	22.09.2006	23.43	51,4670592	10,4641892
201	51,4410394	10,4807220	349,05	19.04.2009	23.43	51,4421913	10,4807037
505	51,4257791	10,4793679	382,11	23.09.2006	00.25	51,4266708	10,4790563
202	51,4073161	10,4812085	314,18	20.04.2009	01.24	51,4082889	10,4810993
506	51,3820615	10,4849605	336,55	23.09.2006	01.10	51,3830779	10,4845615
203	51,3723294	10,5029236	366,76	20.04.2009	02.25	51,3735427	10,5024813
507	51,3600664	10,5106892	454,17	23.09.2006	01.52	51,3613569	10,5100031
58100	51,3238012	10,5274425	452,21	24.09.2006	20.58	51,3241904	10,5281401
508	51,2998279	10,4593689	478,77	24.09.2006	21.27	51,2998298	10,4595166
509	51,2798265	10,4099005	348,18	24.09.2006	22.42	51,2798148	10,4103000
204	51,2717349	10,3782050	371,70	20.04.2009	23.55	51,2719760	10,3790474
510	51,2529673	10,3519035	341,34	24.09.2006	23.42	51,2533135	10,3531451
205	51,2388294	10,3239465	440,38	20.04.2009	22.54	51,2395614	10,3254495
1010	51,2338954	10,2756326	562,18	25.09.2006	00.35	51,2343499	10,2763267
511	51,1936661	10,2653467	376,60	25.09.2006	01.26	51,1940608	10,2656001
206	51,1749835	10,2464847	453,95	20.04.2009	21.41	51,1753151	10,2471663
512	51,1559523	10,2484788	325,24	25.09.2006	02.05	51,1563223	10,2485831
285	51,1277889	10,2634573	273,27	07.04.2010	20.24	51,1281975	10,2636631
385	51,1006303	10,2853816	227,62	07.04.2010	21.40	51,1013356	10,2863322
485	51,0736035	10,2927363	235,93	08.04.2010	00.14	51,0744708	10,2941837
58500	51,0531479	10,3181967	375,68	07.04.2010	22.53	51,0542248	10,3195458
685	51,0440767	10,2501713	244,44	08.04.2010	01.10	51,0447211	10,2512541
785	51,0280124	10,2160781	265,59	08.04.2010	02.24	51,0289566	10,2181968
516	51,0337584	10,1704984	366,20	16.10.2006	22.11	51,0346120	10,1722331
209	51,0115611	10,1599493	264,48	28.05.2009	21.36	51,0122370	10,1613342
4926	51,0018846	10,1438997	247,09	16.10.2006	23.08	51,0028876	10,1455397

Tabelle B.2. (Fortsetzung)

Nr.	φ [°]	λ [°]	h [m]	Datum	Zeit [UT]	Φ [°]	Λ [°]
210	50,9899597	10,1520927	256,91	28.05.2009	22.30	50,9911127	10,1535573
517	50,9715359	10,1568595	263,95	17.10.2006	18.38	50,9726004	10,1581411
211	50,9529669	10,1710110	280,18	28.05.2009	23.29	50,9541657	10,1722267
518	50,9484362	10,1941787	287,73	29.05.2009	00.15	50,9496628	10,1949089
212	50,9174972	10,1992492	299,96	29.05.2009	01.00	50,9184411	10,1998761
519	50,9129915	10,2053032	293,07	17.10.2006	01.55	50,9139512	10,2058263
213	50,8939682	10,2261059	314,57	17.07.2009	00.32	50,8949043	10,2262783
520	50,8798243	10,2333755	323,53	17.10.2006	03.00	50,8806788	10,2334910
214	50,8637342	10,2501516	341,18	17.07.2009	00.07	50,8642603	10,2503142
521	50,8554318	10,2628880	336,99	17.10.2006	20.25	50,8557890	10,2632427
215	50,8443513	10,2869205	329,37	16.07.2009	23.01	50,8445455	10,2869238
522	50,8221708	10,2914033	311,13	17.10.2006	21.20	50,8225022	10,2919046
216	50,8034320	10,3046922	304,97	16.07.2009	22.18	50,8037734	10,3049504
523	50,7948733	10,3429376	351,02	17.10.2006	22.25	50,7951916	10,3426288
217	50,7842515	10,3534288	342,60	16.07.2009	21.13	50,7846754	10,3528302
3019	50,7679032	10,3619296	401,51	17.10.2006	23.50	50,7682579	10,3614194
100	50,7532894	10,3432819	295,92	23.08.2007	20.52	50,7538608	10,3433403
524	50,7381314	10,3415940	304,81	18.10.2006	01.15	50,7390322	10,3424013
101	50,7173113	10,3503386	310,15	23.08.2007	21.45	50,7180816	10,3513793
525	50,6998150	10,3423825	312,87	15.03.2007	18.56	50,7005253	10,3438069
102	50,6897464	10,3465264	311,04	23.08.2007	22.30	50,6904653	10,3478558
526	50,6746718	10,3393858	319,02	15.03.2007	19.35	50,6752665	10,3410925
103	50,6597504	10,3548435	340,08	23.08.2007	23.26	50,6601837	10,3563070
527	50,6489039	10,3488181	338,07	15.03.2007	20.31	50,6491553	10,3505221
104	50,6332797	10,3344888	355,57	24.08.2007	00.12	50,6336753	10,3364017
486	50,6235718	10,3383668	410,36	27.04.2010	20.23	50,6237626	10,3400186
58600	50,6118666	10,3618605	409,12	27.04.2010	21.15	50,6121616	10,3632335
686	50,6031603	10,3404217	433,32	27.04.2010	21.59	50,6035600	10,3423761
529	50,5991383	10,3037310	458,94	15.03.2007	22.03	50,5996533	10,3065496
106	50,5909246	10,2992960	495,65	24.08.2007	01.33	50,5912876	10,3026043
530	50,5689769	10,2996813	420,20	15.03.2007	23.03	50,5690717	10,3022117
107	50,5613921	10,2966413	438,47	24.08.2007	19.55	50,5615143	10,2988418
531	50,5497999	10,2848531	414,36	16.03.2007	00.04	50,5501576	10,2868535
108	50,5346416	10,2824050	474,50	24.08.2007	20.36	50,5347599	10,2841376
532	50,5187840	10,2807429	428,60	16.03.2007	01.12	50,5188796	10,2828140
109	50,5064121	10,2737291	510,78	24.08.2007	21.20	50,5067849	10,2756048
533	50,4895898	10,2753474	436,64	16.03.2007	02.07	50,4895053	10,2767623
110	50,4765689	10,2588551	370,94	24.08.2007	22.04	50,4763230	10,2602237
5527	50,4621423	10,2475662	338,83	16.03.2007	18.23	50,4620870	10,2494178
534	50,4522004	10,2778429	320,21	14.03.2007	23.23	50,4522365	10,2795310
535	50,4249143	10,3065361	317,94	14.03.2007	22.34	50,4251088	10,3075587
536	50,4093085	10,3298134	405,43	14.03.2007	21.57	50,4094746	10,3304605
537	50,3842138	10,3273958	329,17	14.03.2007	21.19	50,3844163	10,3282664
538	50,3581975	10,3416560	336,02	14.03.2007	20.40	50,3581778	10,3425366
539	50,3351397	10,3466316	325,16	14.03.2007	20.00	50,3350267	10,3475875
540	50,3140935	10,3614085	300,37	14.03.2007	19.21	50,3144135	10,3627550

Tabelle B.2. (Fortsetzung)

Nr.	φ [°]	λ [°]	h [m]	Datum	Zeit [UT]	Φ [°]	Λ [°]
300	50,3080200	10,3570098	305,59	28.07.2009	20.57	50,3083258	10,3585654
541	50,2921524	10,3742268	311,40	13.03.2007	22.14	50,2925943	10,3755151
301	50,2831191	10,3850881	321,50	28.07.2009	21.34	50,2834933	10,3863812
33200	50,2781060	10,4135577	369,54	13.03.2007	21.29	50,2787032	10,4147127
302	50,2602458	10,4042177	344,42	28.07.2009	22.10	50,2605919	10,4052899
542	50,2453500	10,3922871	387,20	13.03.2007	20.48	50,2456469	10,3936784
303	50,2274886	10,3818831	423,07	28.07.2009	22.47	50,2275017	10,3832715
543	50,2099843	10,3725734	356,43	13.03.2007	20.09	50,2098893	10,3742752
304	50,1945299	10,3620411	342,25	28.07.2009	23.31	50,1945540	10,3637596
544	50,1788958	10,3480647	330,28	13.03.2007	19.28	50,1791774	10,3499707
305	50,1623737	10,3334513	390,98	29.07.2009	00.10	50,1626140	10,3353365
545	50,1471284	10,3247016	393,45	13.03.2007	18.48	50,1475771	10,3265812
306	50,1332638	10,3089177	412,32	29.07.2009	00.56	50,1336746	10,3108364
546	50,1077877	10,3103620	426,69	13.03.2007	18.06	50,1077377	10,3123358
307	50,0893455	10,2909117	361,32	29.07.2009	20.50	50,0891897	10,2928223
5927	50,0677608	10,2956072	382,73	12.03.2007	21.57	50,0676050	10,2973783
308	50,0436676	10,2729675	269,89	29.07.2009	02.42	50,0438859	10,2746497
547	50,0252773	10,2672190	266,45	20.02.2007	22.38	50,0256298	10,2689324
309	50,0014920	10,2614733	260,53	29.07.2009	21.46	50,0018892	10,2633367
548	49,9862481	10,2521183	263,89	20.02.2007	21.45	49,9866714	10,2540555
310	49,9635598	10,2476783	259,18	29.07.2009	22.40	49,9639545	10,2496617
549	49,9432112	10,2361365	273,25	20.02.2007	20.59	49,9437006	10,2383042
311	49,9200327	10,2332464	276,93	30.07.2009	20.50	49,9204589	10,2354250
550	49,9048671	10,2182617	311,84	20.02.2007	20.18	49,9053479	10,2202335
312	49,8897578	10,2171743	323,38	30.07.2009	21.33	49,8900319	10,2191143
6127	49,8662938	10,1992778	293,20	20.02.2007	19.30	49,8666452	10,2011020
38	49,8657094	10,2647591	292,82	26.04.2010	22.14	49,8662491	10,2662107
138	49,8590040	10,3079527	319,79	26.04.2010	23.56	49,8595574	10,3092628
238	49,8555939	10,3602783	318,66	27.04.2010	00.48	49,8562355	10,3610557
33800	49,8552893	10,4087039	330,80	27.04.2010	01.35	49,8560279	10,4093607
438	49,8171256	10,3877787	331,89	27.04.2010	02.17	49,8180876	10,3883308
538	49,7848356	10,3841904	338,23	27.04.2010	03.07	49,7858951	10,3846243
316	49,7624544	10,3443298	310,69	31.07.2009	01.08	49,7635022	10,3447928
554	49,7483247	10,3740835	348,28	18.02.2007	19.25	49,7494870	10,3742479
317	49,7321884	10,3982822	394,46	31.07.2009	01.54	49,7327765	10,3992328
555	49,7211583	10,4216023	381,99	18.02.2007	18.43	49,7215741	10,4226921
6328	49,6938676	10,4699202	418,69	18.02.2007	17.58	49,6943490	10,4710425
556	49,6541044	10,4665382	349,06	17.02.2007	23.01	49,6543667	10,4682695
557	49,6110121	10,4775202	376,50	17.02.2007	22.16	49,6117102	10,4795710
558	49,5680993	10,4830369	399,51	17.02.2007	21.16	49,5682752	10,4852632
559	49,5168327	10,4680781	348,28	17.02.2007	20.09	49,5171536	10,4699209
6528	49,4920234	10,4382066	370,82	17.02.2007	18.59	49,4922426	10,4400596
560	49,4505302	10,4579230	422,16	17.02.2007	18.10	49,4506202	10,4601871
561	49,4042758	10,4763329	471,69	16.12.2006	00.12	49,4039697	10,4787069
34600	49,3635271	10,4010101	497,47	21.07.2010	23.40	49,3631891	10,4030398
446	49,3460511	10,4381757	506,09	22.07.2010	00.57	49,3458114	10,4405163

Tabelle B.2. (Fortsetzung)

Nr.	φ [°]	λ [°]	h [m]	Datum	Zeit [UT]	Φ [°]	Λ [°]
563	49,3185486	10,5138790	520,37	15.12.2006	22.37	49,3186911	10,5162838
6729	49,2760980	10,5243680	547,60	15.12.2006	21.45	49,2761361	10,5266183
564	49,2326559	10,5409002	474,65	15.12.2006	20.14	49,2324675	10,5429448
565	49,1961877	10,5296421	501,18	15.12.2006	19.28	49,1963483	10,5317225
566	49,1561376	10,5330130	476,17	15.12.2006	18.42	49,1564140	10,5346887
567	49,1169112	10,5345834	514,74	15.12.2006	18.00	49,1169531	10,5363970
568	49,0807747	10,5429553	509,23	15.12.2006	17.06	49,0806524	10,5448133
569	49,0560679	10,5574560	491,89	15.12.2006	16.19	49,0556149	10,5592721
6929	49,0311758	10,5469604	477,72	16.02.2007	01.10	49,0308131	10,5486354
570	48,9901370	10,5487187	500,86	14.12.2006	22.50	48,9893829	10,5505053
571	48,9539909	10,5509961	478,05	14.12.2006	22.00	48,9531157	10,5525864
572	48,9083919	10,5508888	472,86	14.12.2006	21.13	48,9080936	10,5524942
96	48,8952582	10,4925910	478,01	21.07.2010	02.40	48,8952643	10,4950877
196	48,8783973	10,4351662	501,88	21.07.2010	01.27	48,8785490	10,4378822
29600	48,8503173	10,4053115	539,20	21.07.2010	00.35	48,8504003	10,4076765
396	48,8332225	10,4545375	483,63	20.07.2010	23.45	48,8336778	10,4571371
496	48,8239989	10,5048324	502,17	20.07.2010	23.03	48,8243067	10,5075754
596	48,8076925	10,5563893	471,38	20.07.2010	22.02	48,8076936	10,5586248
575	48,7893443	10,6052479	468,25	15.02.2007	21.38	48,7890399	10,6070498
576	48,7487529	10,6253891	530,22	14.12.2006	17.52	48,7479157	10,6273601
577	48,7064881	10,6273374	472,88	14.12.2006	16.55	48,7059278	10,6290390
578	48,6737951	10,6509581	471,33	13.12.2006	22.51	48,6728432	10,6525081
7329	48,6423643	10,6464275	462,02	16.11.2006	19.20	48,6415779	10,6479084
579	48,6310396	10,6915349	454,85	16.11.2006	18.32	48,6303276	10,6927725
580	48,6250303	10,7501696	458,08	16.11.2006	17.55	48,6243995	10,7513230
581	48,6123996	10,8076030	484,96	16.11.2006	17.17	48,6115291	10,8091128
582	48,6173101	10,8693385	463,81	16.11.2006	16.34	48,6162793	10,8706181
7331	48,6152360	10,9362403	516,87	15.11.2006	22.05	48,6143287	10,9373607
583	48,5825665	10,9639369	484,53	15.11.2006	21.25	48,5817187	10,9650667
584	48,5571689	11,0083189	517,39	15.11.2006	20.46	48,5563728	11,0093768
585	48,5284181	11,0562549	524,95	15.11.2006	20.08	48,5277945	11,0575797
586	48,5087615	11,1004797	507,29	15.11.2006	19.24	48,5082585	11,1016300
7532	48,4865480	11,1483810	483,09	15.11.2006	18.39	48,4863202	11,1492433
587	48,4525058	11,1231387	490,33	15.11.2006	17.57	48,4522816	11,1241143
588	48,4292518	11,0847163	507,22	11.10.2006	22.07	48,4290665	11,0857211
589	48,4001159	11,0568402	512,38	11.10.2006	20.27	48,4000028	11,0578273
590	48,3656593	11,0203441	555,12	11.10.2006	19.49	48,3654923	11,0212205
591	48,3378077	11,0018623	542,53	11.10.2006	19.13	48,3376771	11,0027658
592	48,3041443	10,9809317	544,73	11.10.2006	18.02	48,3041065	10,9817452
7731	48,2687357	10,9609516	557,12	11.10.2006	01.00	48,2687624	10,9617612
593	48,2419362	10,9939380	576,77	11.10.2006	00.21	48,2420221	10,9947751
594	48,2029880	11,0298801	594,58	10.10.2006	23.20	48,2030824	11,0306715
595	48,1749533	11,0613170	624,76	10.10.2006	22.29	48,1750783	11,0623296
596	48,1504167	11,1059048	621,45	10.10.2006	21.58	48,1506300	11,1069827
597	48,1276395	11,1608457	603,38	10.10.2006	21.17	48,1277170	11,1620679
598	48,1154246	11,2049715	618,23	10.10.2006	20.16	48,1157837	11,2062093

Tabelle B.2. (Fortsetzung)

Nr.	φ [°]	λ [°]	h [m]	Datum	Zeit [UT]	Φ [°]	Λ [°]
36900	48,1101265	11,2646824	609,67	10.10.2006	19.09	48,1105170	11,2661181
599	48,0803276	11,2560333	646,25	10.10.2006	18.19	48,0807726	11,2574062
600	48,0580980	11,2668901	651,52	10.10.2006	17.39	48,0587019	11,2680132
601	48,0288987	11,2523936	696,31	10.10.2006	03.40	48,0295223	11,2535648
602	48,0035772	11,2758679	720,12	10.10.2006	02.43	48,0040250	11,2772772
603	47,9828814	11,2502010	728,97	10.10.2006	01.50	47,9833658	11,2515359
8033	47,9482382	11,2570460	707,41	10.10.2006	00.30	47,9487946	11,2585844
604	47,9277656	11,2512027	742,79	09.10.2006	23.13	47,9283047	11,2526166
605	47,8916652	11,2526751	685,12	06.10.2006	00.53	47,8922343	11,2542830
606	47,8640080	11,2615728	663,89	05.10.2006	23.36	47,8651130	11,2631256
607	47,8394244	11,2659288	675,17	05.10.2006	22.28	47,8406711	11,2672781
608	47,8105966	11,2682568	677,06	06.10.2006	21.24	47,8123269	11,2695801
609	47,7765764	11,2761998	702,71	06.10.2006	22.08	47,7786025	11,2774847
610	47,7556543	11,2808426	683,33	09.10.2006	21.20	47,7579546	11,2819501
8233	47,7360334	11,2837401	706,64	09.10.2006	20.31	47,7384654	11,2848448
611	47,7149714	11,2872941	726,77	09.10.2006	19.59	47,7178983	11,2884231
612	47,6819065	11,3025257	660,75	09.10.2006	19.05	47,6851490	11,3034093
613	47,6559269	11,3164355	649,08	08.10.2006	20.02	47,6605167	11,3172431
614	47,6304112	11,3393065	656,64	09.10.2006	18.13	47,6364565	11,3386337
8334	47,6086685	11,3641470	851,73	08.10.2006	17.25	47,6112210	11,3629926
615	47,5885064	11,3153508	850,83	05.10.2006	19.35	47,5920497	11,3174655
113	47,5642560	11,2945643	857,93	07.10.2005	01.33	47,5682765	11,2966229
129	47,5302606	11,2839828	941,95	09.10.2005	18.53	47,5333478	11,2854551
141	47,5052569	11,2718236	926,31	10.10.2005	21.09	47,5085610	11,2718853
161	47,4700673	11,2652083	1008,72	12.10.2005	02.17	47,4738184	11,2649877
180	47,4366940	11,2597938	964,54	21.10.2005	23.03	47,4403496	11,2592025
198	47,4049784	11,2505647	989,04	16.10.2005	22.00	47,4081920	11,2523459
200	47,4006215	11,2509774	989,86	16.10.2005	20.49	47,4040984	11,2530934

Tabelle B.3. Ellipsoidische Koordinaten (φ, λ, h) bezüglich ETRS89 und astronomische Koordinaten (Φ, Λ) bezüglich ITRF2005 zur jeweiligen Beobachtungsepoche entlang des ursprünglichen West-Ost-Profiles WO 1.0; Erläuterungen zu den prozessierten Beobachtungen siehe Abschnitt 6.4

Nr.	φ [°]	λ [°]	h [m]	Datum	Zeit [UT]	Φ [°]	Λ [°]
4108	51,8379233	7,0423456	170,79	15.12.2007	17.14	51,8391228	7,0422142
500	51,8108476	7,0907408	108,15	15.12.2007	18.15	51,8122740	7,0904176
501	51,7792616	7,1304963	128,74	15.12.2007	19.25	51,7809130	7,1301639
4209	51,7557421	7,2028176	95,09	15.12.2007	20.48	51,7574218	7,2022817
502	51,7859809	7,2719829	89,61	15.12.2007	21.54	51,7876370	7,2711049
503	51,7743429	7,3410595	114,19	15.12.2007	22.42	51,7760704	7,3401516
504	51,7805725	7,4039752	105,28	15.12.2007	23.28	51,7823333	7,4035292
505	51,7946237	7,4709611	98,95	16.12.2007	00.37	51,7963326	7,4702823
4111	51,8031279	7,5312841	109,88	16.12.2007	01.38	51,8049237	7,5304484
506	51,8069816	7,5907038	107,76	16.12.2007	02.36	51,8087974	7,5899822

Tabelle B.3. (Fortsetzung)

Nr.	φ [°]	λ [°]	h [m]	Datum	Zeit [UT]	Φ [°]	Λ [°]
507	51,7971879	7,6390373	108,34	16.12.2007	16.35	51,7989587	7,6384010
508	51,8051279	7,7050565	106,56	16.12.2007	17.28	51,8068877	7,7044655
509	51,7990671	7,7686302	107,25	22.01.2008	18.18	51,8008199	7,7679701
4113	51,8074871	7,8367311	123,10	22.01.2008	19.01	51,8092493	7,8357717
510	51,8255234	7,8948910	111,90	22.01.2008	19.47	51,8272971	7,8939190
511	51,8390990	7,9645768	126,11	22.01.2008	20.29	51,8408126	7,9634939
4114	51,8619465	8,0268112	161,80	22.01.2008	21.16	51,8636984	8,0259446
512	51,8418402	8,0765288	145,76	22.01.2008	21.59	51,8437408	8,0756077
513	51,8299177	8,1427964	138,95	22.01.2008	22.45	51,8318549	8,1419866
514	51,8063426	8,1972607	190,38	22.01.2008	23.26	51,8082731	8,1967024
515	51,7910471	8,2684088	130,48	23.01.2008	00.36	51,7927279	8,2681947
4215	51,7787495	8,3284689	137,14	23.01.2008	01.01	51,7803378	8,3284318
516	51,7984827	8,3679376	121,56	02.02.2008	17.30	51,8000244	8,3677583
517	51,8220269	8,4130059	123,47	02.02.2008	18.24	51,8234902	8,4127910
518	51,8536639	8,4653403	128,06	13.02.2008	17.42	51,8549984	8,4650008
4116	51,8675661	8,4988825	134,29	13.02.2008	18.25	51,8688642	8,4984857
519	51,8513784	8,5539672	137,09	13.02.2008	19.04	51,8526307	8,5534909
520	51,8301808	8,5960672	140,16	13.02.2008	19.46	51,8314489	8,5955143
521	51,8168354	8,6401710	147,05	19.02.2008	17.47	51,8181582	8,6396431
522	51,7950268	8,6909867	155,35	19.02.2008	18.28	51,7964941	8,6902578
523	51,7761922	8,7469933	162,31	19.02.2008	19.16	51,7778705	8,7459163
4218	51,7618204	8,8074583	182,84	19.02.2008	20.01	51,7637254	8,8062120
524	51,7742344	8,8527390	234,84	19.02.2008	20.43	51,7759444	8,8512320
525	51,7729642	8,9421075	404,86	13.02.2008	21.43	51,7742978	8,9418749
526	51,7940752	8,9815120	296,21	24.02.2008	19.51	51,7956896	8,9823355
4120	51,8002918	9,0320638	255,57	05.05.2008	20.52	51,8019362	9,0324027
527	51,8190639	9,0922293	198,17	24.02.2008	22.04	51,8208228	9,0922654
528	51,8244298	9,1428907	223,60	05.05.2008	23.16	51,8258226	9,1429175
529	51,8308163	9,2135130	284,52	05.05.2008	22.47	51,8322668	9,2130822
530	51,8416379	9,2709370	352,94	05.05.2008	21.28	51,8432584	9,2711067
4121	51,8551777	9,3246941	539,80	05.05.2008	19.58	51,8567310	9,3254373
531	51,8443020	9,3465012	302,93	18.03.2008	19.33	51,8455381	9,3475002
532	51,8412129	9,4593915	131,83	17.12.2007	17.57	51,8429416	9,4599731
533	51,8278341	9,4899318	204,66	17.12.2007	17.16	51,8300086	9,4894899
534	51,8239290	9,5669889	441,37	25.03.2007	18.45	51,8261604	9,5678689
535	51,8143800	9,6234888	300,14	25.03.2007	19.33	51,8164331	9,6256163
536	51,8069903	9,6866698	215,76	25.03.2007	20.12	51,8086559	9,6888356
537	51,8014370	9,7406353	198,56	25.03.2007	21.06	51,8035011	9,7427101
538	51,7903150	9,8074373	192,99	25.03.2007	21.59	51,7922533	9,8090603
2142	51,7907966	9,8606590	179,07	25.03.2007	22.52	51,7927325	9,8621526
539	51,7964968	9,9113800	150,99	26.03.2007	18.28	51,7981602	9,9119559
540	51,7914734	9,9722028	225,72	26.03.2007	19.14	51,7931787	9,9719294
541	51,7901094	10,0271459	177,98	26.03.2007	20.02	51,7918605	10,0266969
542	51,7889727	10,0687752	178,94	26.03.2007	20.42	51,7905311	10,0674334
543	51,7910948	10,1109677	197,16	26.03.2007	21.36	51,7925884	10,1095406
544	51,7896328	10,1403567	304,11	27.03.2007	18.33	51,7912817	10,1384742

Tabelle B.3. (Fortsetzung)

Nr.	φ [°]	λ [°]	h [m]	Datum	Zeit [UT]	Φ [°]	Λ [°]
545	51,7975661	10,1959557	263,77	27.03.2007	19.25	51,7987146	10,1937082
546	51,8068672	10,2536208	421,18	27.03.2007	20.14	51,8084628	10,2504658
547	51,8020377	10,2973009	511,30	27.03.2007	21.07	51,8037255	10,2953573
651	51,7994699	10,3458176	634,24	27.03.2007	22.03	51,8015160	10,3445546
548	51,7903164	10,3747623	652,92	02.04.2007	20.46	51,7922578	10,3735461
549	51,7834248	10,4350231	614,69	02.04.2007	21.24	51,7860986	10,4330172
550	51,8000332	10,4811706	644,40	13.08.2007	22.03	51,8036057	10,4796797
551	51,7975548	10,5093171	829,88	02.04.2007	22.52	51,8015554	10,5090062
552	51,7844141	10,5497924	862,80	13.08.2007	21.30	51,7869477	10,5495872
230	51,7814831	10,5803658	921,50	13.08.2007	22.23	51,7837790	10,5810442
553	51,7698254	10,6335244	690,79	11.04.2007	19.18	51,7719585	10,6361255
554	51,7644406	10,6658420	653,00	11.04.2007	20.19	51,7661678	10,6682470
555	51,7553935	10,6918045	639,86	12.04.2007	19.06	51,7573308	10,6947011
556	51,7701990	10,7261081	587,80	12.04.2007	19.43	51,7728426	10,7297979
557	51,7831603	10,7449941	553,13	12.04.2007	20.18	51,7867065	10,7481937
558	51,7831895	10,7890825	595,34	12.04.2007	21.13	51,7867990	10,7921092
559	51,7883255	10,8175018	560,81	12.04.2007	22.02	51,7921730	10,8204516
560	51,8012122	10,8562126	426,40	12.04.2007	22.51	51,8052844	10,8595564
561	51,8064679	10,9178765	285,98	12.04.2007	23.48	51,8104532	10,9224138
562	51,8123555	10,9529150	269,15	13.04.2007	00.42	51,8155078	10,9560816
563	51,8247870	10,9972528	219,17	13.04.2007	19.06	51,8272545	10,9992036
564	51,8162144	11,0399539	210,82	13.04.2007	20.34	51,8184950	11,0416432
5014	51,8186889	11,0841679	189,72	13.04.2007	22.27	51,8208503	11,0853649
565	51,8399430	11,1093874	188,43	13.04.2007	23.27	51,8417649	11,1101695
566	51,8721839	11,1657260	156,87	14.04.2007	00.09	51,8736845	11,1660956
567	51,9045218	11,1903614	150,75	14.04.2007	00.50	51,9058220	11,1904521
568	51,9307328	11,2341946	144,57	14.04.2007	01.28	51,9319901	11,2343800
569	51,9460971	11,3051432	135,37	14.04.2007	02.13	51,9473129	11,3056721
570	51,9735074	11,3492681	142,17	25.04.2007	20.58	51,9742616	11,3498733
571	52,0057274	11,3681709	120,94	25.04.2007	22.18	52,0061416	11,3686313
5018	52,0298384	11,3964629	153,77	25.04.2007	23.15	52,0303573	11,3972396
572	52,0265665	11,4616335	146,89	26.04.2007	00.17	52,0272973	11,4629455
573	52,0003490	11,4918598	132,61	26.04.2007	01.02	52,0012032	11,4930944
574	51,9967298	11,5545214	130,48	26.04.2007	01.42	51,9979946	11,5559670
575	51,9806909	11,6071407	149,24	26.04.2007	02.22	51,9822331	11,6084952
576	51,9677103	11,6626133	127,69	26.04.2007	20.06	51,9694931	11,6642788
577	51,9505880	11,7282565	120,54	26.04.2007	21.05	51,9525913	11,7297551
5016	51,9459967	11,7825470	98,03	26.04.2007	21.53	51,9480048	11,7840292
578	51,9326715	11,8386687	97,27	26.04.2007	22.41	51,9346246	11,8401635
579	51,9090321	11,8769833	97,67	26.04.2007	23.46	51,9108652	11,8785075
580	51,8803599	11,9192713	96,17	27.04.2007	00.37	51,8821993	11,9206186
581	51,8615779	11,9852259	97,74	27.04.2007	01.15	51,8632010	11,9865286
582	51,8263158	12,0201575	98,66	27.04.2007	01.53	51,8277644	12,0214901
583	51,8082413	12,0781924	106,47	27.04.2007	02.36	51,8095210	12,0798017
5013	51,7842548	12,1344795	121,28	31.05.2007	21.45	51,7853292	12,1363166
584	51,7615551	12,1519963	123,38	31.05.2007	22.31	51,7626440	12,1539918

Tabelle B.3. (Fortsetzung)

Nr.	φ [°]	λ [°]	h [m]	Datum	Zeit [UT]	Φ [°]	Λ [°]
585	51,7415064	12,2019234	128,69	31.05.2007	23.28	51,7424664	12,2041064
586	51,7419248	12,2592812	124,57	01.06.2007	00.28	51,7428201	12,2614503
587	51,7314848	12,3202021	113,45	01.06.2007	01.16	51,7323981	12,3222447
588	51,7205763	12,3737406	130,21	25.08.2007	19.21	51,7215043	12,3759049
589	51,7100885	12,4261855	139,06	25.08.2007	20.05	51,7108747	12,4283297
590	51,6902360	12,4628056	144,87	25.08.2007	20.47	51,6909452	12,4646315
5009	51,6865283	12,5372786	204,13	25.08.2007	21.44	51,6872842	12,5392460
591	51,6919328	12,6143573	189,45	25.08.2007	22.32	51,6930464	12,6166740
592	51,6976582	12,6674706	169,65	25.08.2007	23.37	51,6989643	12,6695707
593	51,6933436	12,7380269	133,69	26.08.2007	00.18	51,6948119	12,7397732
5011	51,6920854	12,8020403	136,41	26.08.2007	19.15	51,6936043	12,8032938
594	51,7037334	12,8745029	116,73	26.08.2007	20.54	51,7053850	12,8756698
595	51,7190438	12,9330535	117,02	13.09.2007	18.37	51,7208732	12,9338749
596	51,7079653	12,9966238	118,32	13.09.2007	19.26	51,7096789	12,9972697
597	51,7395686	13,0411780	118,28	13.09.2007	20.12	51,7412506	13,0417087
598	51,7571375	13,0949099	118,97	13.09.2007	20.55	51,7586014	13,0950238
599	51,7767760	13,1427459	119,83	13.09.2007	21.36	51,7781296	13,1428639
115	51,7771812	13,2127292	122,38	13.09.2007	22.17	51,7785215	13,2125541
600	51,7828445	13,2725857	128,41	13.09.2007	22.56	51,7841475	13,2722440
601	51,7790840	13,3261774	133,79	13.09.2007	23.37	51,7804682	13,3259112
602	51,7831512	13,3915681	146,21	14.09.2007	00.31	51,7847092	13,3919106
70	51,7713480	13,4459441	166,90	14.09.2007	01.22	51,7728710	13,4464917
603	51,7574138	13,4815094	177,55	14.09.2007	02.11	51,7589497	13,4821767
604	51,7503867	13,5544020	149,34	14.09.2007	02.52	51,7520356	13,5553563
605	51,7334048	13,6141103	148,09	14.09.2007	03.35	51,7350879	13,6154051
84	51,7056339	13,6650619	143,30	16.09.2007	18.52	51,7069492	13,6664744
606	51,7073427	13,7192352	154,82	16.09.2007	19.31	51,7086738	13,7209118
607	51,7161520	13,7822081	176,21	16.09.2007	20.18	51,7176304	13,7842899
608	51,7295693	13,8330058	129,67	16.09.2007	20.59	51,7313012	13,8354442
609	51,7336951	13,8974478	141,54	16.09.2007	21.45	51,7356718	13,9002346
72	51,7514115	13,9647795	125,80	16.09.2007	22.52	51,7533420	13,9677311

Tabelle B.4. Ellipsoidische Koordinaten (φ, λ, h) bezüglich ETRS89 und astronomische Koordinaten (Φ, Λ) bezüglich ITRF2005 zur jeweiligen Beobachtungsepoche entlang des alternativen West-Ost-Profiles WO 2.0; Erläuterungen zu den prozessierten Beobachtungen siehe Abschnitt 6.4

Nr.	φ [°]	λ [°]	h [m]	Datum	Zeit [UT]	Φ [°]	Λ [°]
4108	51,8379233	7,0423456	170,79	15.12.2007	17.14	51,8391228	7,0422142
995	51,8592000	7,0835589	103,72	13.10.2010	23.09	51,8602983	7,0833648
95	51,8824699	7,1305296	112,90	13.10.2010	22.20	51,8835266	7,1301172
19500	51,9039117	7,1826693	129,62	13.10.2010	21.23	51,9048701	7,1820707
295	51,8697327	7,2008748	111,44	13.10.2010	20.34	51,8708114	7,2003424
395	51,8259657	7,1993744	95,03	13.10.2010	19.20	51,8273479	7,1987085
495	51,7853004	7,2149670	95,79	13.10.2010	18.28	51,7868367	7,2144845

Tabelle B.4. (Fortsetzung)

Nr.	φ [°]	λ [°]	h [m]	Datum	Zeit [UT]	Φ [°]	Λ [°]
4209	51,7557421	7,2028176	95,09	15.12.2007	20.48	51,7574218	7,2022817
502	51,7859809	7,2719829	89,61	15.12.2007	21.54	51,7876370	7,2711049
503	51,7743429	7,3410595	114,19	15.12.2007	22.42	51,7760704	7,3401516
504	51,7805725	7,4039752	105,28	15.12.2007	23.28	51,7823333	7,4035292
505	51,7946237	7,4709611	98,95	16.12.2007	00.37	51,7963326	7,4702823
19900	51,8031279	7,5312841	109,88	16.12.2007	01.38	51,8049237	7,5304484
506	51,8069816	7,5907038	107,76	16.12.2007	02.36	51,8087974	7,5899822
507	51,7971879	7,6390373	108,34	16.12.2007	16.35	51,7989587	7,6384010
508	51,8051279	7,7050565	106,56	16.12.2007	17.28	51,8068877	7,7044655
509	51,7990671	7,7686302	107,25	22.01.2008	18.18	51,8008199	7,7679701
4113	51,8074871	7,8367311	123,10	22.01.2008	19.01	51,8092493	7,8357717
510	51,8255234	7,8948910	111,90	22.01.2008	19.47	51,8272971	7,8939190
511	51,8390990	7,9645768	126,11	22.01.2008	20.29	51,8408126	7,9634939
4114	51,8619465	8,0268112	161,80	22.01.2008	21.16	51,8636984	8,0259446
512	51,8418402	8,0765288	145,76	22.01.2008	21.59	51,8437408	8,0756077
513	51,8299177	8,1427964	138,95	22.01.2008	22.45	51,8318549	8,1419866
96	51,8501477	8,1907067	122,20	12.10.2010	19.29	51,8520358	8,1900107
19600	51,8746959	8,2338620	117,27	12.10.2010	20.15	51,8765543	8,2331431
296	51,8323526	8,2200809	137,38	12.10.2010	18.48	51,8342859	8,2194539
514	51,8063426	8,1972607	190,38	22.01.2008	23.26	51,8082731	8,1967024
515	51,7910471	8,2684088	130,48	23.01.2008	00.36	51,7927279	8,2681947
4215	51,7787495	8,3284689	137,14	23.01.2008	01.01	51,7803378	8,3284318
516	51,7984827	8,3679376	121,56	02.02.2008	17.30	51,8000244	8,3677583
517	51,8220269	8,4130059	123,47	02.02.2008	18.24	51,8234902	8,4127910
518	51,8536639	8,4653403	128,06	13.02.2008	17.42	51,8549984	8,4650008
4116	51,8675661	8,4988825	134,29	13.02.2008	18.25	51,8688642	8,4984857
519	51,8513784	8,5539672	137,09	13.02.2008	19.04	51,8526307	8,5534909
520	51,8301808	8,5960672	140,16	13.02.2008	19.46	51,8314489	8,5955143
521	51,8168354	8,6401710	147,05	19.02.2008	17.47	51,8181582	8,6396431
522	51,7950268	8,6909867	155,35	19.02.2008	18.28	51,7964941	8,6902578
523	51,7761922	8,7469933	162,31	19.02.2008	19.16	51,7778705	8,7459163
4218	51,7618204	8,8074583	182,84	19.02.2008	20.01	51,7637254	8,8062120
1	51,7327861	8,8294028	233,56	11.10.2010	18.37	51,7349127	8,8282710
101	51,7009950	8,8507974	304,65	11.10.2010	19.25	51,7030247	8,8500930
20100	51,6672842	8,8829719	406,07	11.10.2010	20.17	51,6692211	8,8830702
301	51,6956861	8,8898308	281,39	11.10.2010	21.09	51,6976580	8,8895107
401	51,7257044	8,9077001	383,63	11.10.2010	21.56	51,7275930	8,9075022
501	51,7610572	8,9190473	265,13	11.10.2010	22.44	51,7626544	8,9185543
525	51,7729642	8,9421075	404,86	13.02.2008	21.43	51,7742978	8,9418749
526	51,7940752	8,9815120	296,21	24.02.2008	19.51	51,7956896	8,9823355
4120	51,8002918	9,0320638	255,57	05.05.2008	20.52	51,8019362	9,0324027
527	51,8190639	9,0922293	198,17	24.02.2008	22.04	51,8208228	9,0922654
528	51,8244298	9,1428907	223,60	05.05.2008	23.16	51,8258226	9,1429175
529	51,8308163	9,2135130	284,52	05.05.2008	22.47	51,8322668	9,2130822
530	51,8416379	9,2709370	352,94	05.05.2008	21.28	51,8432584	9,2711067
4121	51,8551777	9,3246941	539,80	05.05.2008	19.58	51,8567310	9,3254373

Tabelle B.4. (Fortsetzung)

Nr.	φ [°]	λ [°]	h [m]	Datum	Zeit [UT]	Φ [°]	Λ [°]
531	51,8443020	9,3465012	302,93	18.03.2008	19.33	51,8455381	9,3475002
532	51,8412129	9,4593915	131,83	17.12.2007	17.57	51,8429416	9,4599731
533	51,8278341	9,4899318	204,66	17.12.2007	17.16	51,8300086	9,4894899
534	51,8239290	9,5669889	441,37	25.03.2007	18.45	51,8261604	9,5678689
535	51,8143800	9,6234888	300,14	25.03.2007	19.33	51,8164331	9,6256163
536	51,8069903	9,6866698	215,76	25.03.2007	20.12	51,8086559	9,6888356
537	51,8014370	9,7406353	198,56	25.03.2007	21.06	51,8035011	9,7427101
538	51,7903150	9,8074373	192,99	25.03.2007	21.59	51,7922533	9,8090603
2142	51,7907966	9,8606590	179,07	25.03.2007	22.52	51,7927325	9,8621526
939	51,8240675	9,8454150	167,14	30.07.2010	22.08	51,8257386	9,8468626
39	51,8486318	9,8744942	357,84	30.07.2010	22.56	51,8503562	9,8750697
13900	51,8833456	9,8761614	262,54	30.07.2010	23.33	51,8848395	9,8768805
239	51,8630321	9,9144632	241,17	31.07.2010	00.29	51,8648396	9,9156584
339	51,8380869	9,9488727	160,12	31.07.2010	01.23	51,8395367	9,9493362
439	51,8117215	9,9914282	279,99	31.07.2010	02.12	51,8135698	9,9911321
541	51,7901094	10,0271459	177,98	26.03.2007	20.02	51,7918605	10,0266969
542	51,7889727	10,0687752	178,94	26.03.2007	20.42	51,7905311	10,0674334
543	51,7910948	10,1109677	197,16	26.03.2007	21.36	51,7925884	10,1095406
544	51,7896328	10,1403567	304,11	27.03.2007	18.33	51,7912817	10,1384742
545	51,7975661	10,1959557	263,77	27.03.2007	19.25	51,7987146	10,1937082
546	51,8068672	10,2536208	421,18	27.03.2007	20.14	51,8084628	10,2504658
547	51,8020377	10,2973009	511,30	27.03.2007	21.07	51,8037255	10,2953573
651	51,7994699	10,3458176	634,24	27.03.2007	22.03	51,8015160	10,3445546
548	51,7903164	10,3747623	652,92	02.04.2007	20.46	51,7922578	10,3735461
549	51,7834248	10,4350231	614,69	02.04.2007	21.24	51,7860986	10,4330172
550	51,8000332	10,4811706	644,40	13.08.2007	22.03	51,8036057	10,4796797
551	51,7975548	10,5093171	829,88	02.04.2007	22.52	51,8015554	10,5090062
552	51,7844141	10,5497924	862,80	13.08.2007	21.30	51,7869477	10,5495872
230	51,7814831	10,5803658	921,50	13.08.2007	22.23	51,7837790	10,5810442
553	51,7698254	10,6335244	690,79	11.04.2007	19.18	51,7719585	10,6361255
554	51,7644406	10,6658420	653,00	11.04.2007	20.19	51,7661678	10,6682470
555	51,7553935	10,6918045	639,86	12.04.2007	19.06	51,7573308	10,6947011
556	51,7701990	10,7261081	587,80	12.04.2007	19.43	51,7728426	10,7297979
557	51,7831603	10,7449941	553,13	12.04.2007	20.18	51,7867065	10,7481937
558	51,7831895	10,7890825	595,34	12.04.2007	21.13	51,7867990	10,7921092
559	51,7883255	10,8175018	560,81	12.04.2007	22.02	51,7921730	10,8204516
560	51,8012122	10,8562126	426,40	12.04.2007	22.51	51,8052844	10,8595564
561	51,8064679	10,9178765	285,98	12.04.2007	23.48	51,8104532	10,9224138
562	51,8123555	10,9529150	269,15	13.04.2007	00.42	51,8155078	10,9560816
563	51,8247870	10,9972528	219,17	13.04.2007	19.06	51,8272545	10,9992036
564	51,8162144	11,0399539	210,82	13.04.2007	20.34	51,8184950	11,0416432
5014	51,8186889	11,0841679	189,72	13.04.2007	22.27	51,8208503	11,0853649
565	51,8399430	11,1093874	188,43	13.04.2007	23.27	51,8417649	11,1101695
566	51,8721839	11,1657260	156,87	14.04.2007	00.09	51,8736845	11,1660956
567	51,9045218	11,1903614	150,75	14.04.2007	00.50	51,9058220	11,1904521
568	51,9307328	11,2341946	144,57	14.04.2007	01.28	51,9319901	11,2343800

Tabelle B.4. (Fortsetzung)

Nr.	φ [°]	λ [°]	h [m]	Datum	Zeit [UT]	Φ [°]	Λ [°]
569	51,9460971	11,3051432	135,37	14.04.2007	02.13	51,9473129	11,3056721
570	51,9735074	11,3492681	142,17	25.04.2007	20.58	51,9742616	11,3498733
571	52,0057274	11,3681709	120,94	25.04.2007	22.18	52,0061416	11,3686313
5018	52,0298384	11,3964629	153,77	25.04.2007	23.15	52,0303573	11,3972396
572	52,0265665	11,4616335	146,89	26.04.2007	00.17	52,0272973	11,4629455
573	52,0003490	11,4918598	132,61	26.04.2007	01.02	52,0012032	11,4930944
574	51,9967298	11,5545214	130,48	26.04.2007	01.42	51,9979946	11,5559670
54500	51,9979040	11,6191067	144,76	03.08.2010	22.10	51,9992824	11,6206947
576	51,9677103	11,6626133	127,69	26.04.2007	20.06	51,9694931	11,6642788
577	51,9505880	11,7282565	120,54	26.04.2007	21.05	51,9525913	11,7297551
5016	51,9459967	11,7825470	98,03	26.04.2007	21.53	51,9480048	11,7840292
578	51,9326715	11,8386687	97,27	26.04.2007	22.41	51,9346246	11,8401635
579	51,9090321	11,8769833	97,67	26.04.2007	23.46	51,9108652	11,8785075
580	51,8803599	11,9192713	96,17	27.04.2007	00.37	51,8821993	11,9206186
581	51,8615779	11,9852259	97,74	27.04.2007	01.15	51,8632010	11,9865286
582	51,8263158	12,0201575	98,66	27.04.2007	01.53	51,8277644	12,0214901
55200	51,8040351	12,0676610	116,28	03.08.2010	23.48	51,8053437	12,0692750
5013	51,7842548	12,1344795	121,28	31.05.2007	21.45	51,7853292	12,1363166
584	51,7615551	12,1519963	123,38	31.05.2007	22.31	51,7626440	12,1539918
585	51,7415064	12,2019234	128,69	31.05.2007	23.28	51,7424664	12,2041064
586	51,7419248	12,2592812	124,57	01.06.2007	00.28	51,7428201	12,2614503
587	51,7314848	12,3202021	113,45	01.06.2007	01.16	51,7323981	12,3222447
588	51,7205763	12,3737406	130,21	25.08.2007	19.21	51,7215043	12,3759049
589	51,7100885	12,4261855	139,06	25.08.2007	20.05	51,7108747	12,4283297
590	51,6902360	12,4628056	144,87	25.08.2007	20.47	51,6909452	12,4646315
5009	51,6865283	12,5372786	204,13	25.08.2007	21.44	51,6872842	12,5392460
591	51,6919328	12,6143573	189,45	25.08.2007	22.32	51,6930464	12,6166740
54700	51,7426680	12,6460640	159,75	04.08.2010	01.44	51,7441141	12,6485717
647	51,7235220	12,6859847	162,69	04.08.2010	02.45	51,7250511	12,6882272
593	51,6933436	12,7380269	133,69	26.08.2007	00.18	51,6948119	12,7397732
5011	51,6920854	12,8020403	136,41	26.08.2007	19.15	51,6936043	12,8032938
594	51,7037334	12,8745029	116,73	26.08.2007	20.54	51,7053850	12,8756698
595	51,7190438	12,9330535	117,02	13.09.2007	18.37	51,7208732	12,9338749
596	51,7079653	12,9966238	118,32	13.09.2007	19.26	51,7096789	12,9972697
597	51,7395686	13,0411780	118,28	13.09.2007	20.12	51,7412506	13,0417087
598	51,7571375	13,0949099	118,97	13.09.2007	20.55	51,7586014	13,0950238
599	51,7767760	13,1427459	119,83	13.09.2007	21.36	51,7781296	13,1428639
115	51,7771812	13,2127292	122,38	13.09.2007	22.17	51,7785215	13,2125541
224	51,7380896	13,2056600	121,49	08.08.2010	21.16	51,7397124	13,2054145
324	51,7098306	13,2079002	121,83	08.08.2010	22.33	51,7117248	13,2076069
42400	51,6797551	13,2141096	123,59	08.08.2010	23.19	51,6814288	13,2139267
524	51,7050968	13,2608549	122,77	09.08.2010	00.07	51,7069041	13,2605401
600	51,7828445	13,2725857	128,41	13.09.2007	22.56	51,7841475	13,2722440
601	51,7790840	13,3261774	133,79	13.09.2007	23.37	51,7804682	13,3259112
602	51,7831512	13,3915681	146,21	14.09.2007	00.31	51,7847092	13,3919106
70	51,7713480	13,4459441	166,90	14.09.2007	01.22	51,7728710	13,4464917

Tabelle B.4. (Fortsetzung)

Nr.	φ [°]	λ [°]	h [m]	Datum	Zeit [UT]	Φ [°]	Λ [°]
603	51,7574138	13,4815094	177,55	14.09.2007	02.11	51,7589497	13,4821767
604	51,7503867	13,5544020	149,34	14.09.2007	02.52	51,7520356	13,5553563
605	51,7334048	13,6141103	148,09	14.09.2007	03.35	51,7350879	13,6154051
84	51,7056339	13,6650619	143,30	16.09.2007	18.52	51,7069492	13,6664744
606	51,7073427	13,7192352	154,82	16.09.2007	19.31	51,7086738	13,7209118
607	51,7161520	13,7822081	176,21	16.09.2007	20.18	51,7176304	13,7842899
608	51,7295693	13,8330058	129,67	16.09.2007	20.59	51,7313012	13,8354442
609	51,7336951	13,8974478	141,54	16.09.2007	21.45	51,7356718	13,9002346
72	51,7514115	13,9647795	125,80	16.09.2007	22.52	51,7533420	13,9677311

Danksagung

Die vorliegende Arbeit ist während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Erdmessung der Leibniz Universität Hannover im Rahmen der Verbundprojekte „GOCE Gravitationsfeldanalyse Deutschland II (GOCE-GRAND II)“ und „Realdatenanalyse GOCE (REAL GOCE)“ des GEOTECHNOLOGIEN-Programms im Forschungsschwerpunkt „Erfassung des Systems Erde aus dem Weltraum“ der Deutschen Forschungsgemeinschaft (DFG) und des Bundesministeriums für Bildung und Forschung (BMBF) entstanden. Darüber hinaus wurde die Arbeit aus Mitteln des Exzellenzclusters QUEST (Centre for Quantum Engineering and Space-Time Research) finanziert.

Mein großer Dank gilt Prof. Dr. Müller für die enorme Unterstützung über die gesamte Dauer der Arbeit und die Übernahme des Hauptreferates. Prof. Dr. Bernhard Heck danke ich für die Übernahme des Korreferates und für die hilfreichen Anregungen und Kommentare. Prof. Dr. Ingo Neumann danke ich ebenfalls für die Übernahme des Korreferates und die nützlichen Beiträge. Mein besonderer Dank gilt Dr. Heiner Denker für die unzähligen Diskussionen, für die vielen kritischen und fordernden Kommentare sowie für die überaus gute Zusammenarbeit.

Weiterhin bedanke ich mich bei Dr. Christian Hirt für die Unterstützung und Hilfsbereitschaft während der Einarbeitung in das Zenitkameranystem, insbesondere auch zu nächtlichen Zeiten. Für die Unterstützung bei der Durchführung der Messkampagnen bedanke ich mich bei meinen ehemaligen studentischen Hilfskräften Tobias Krömer, Eiko Münstedt, Jonathan Reusse, Nico Klehn und Tobias Klinger. Den BKG-Kollegen Dr. Axel Rülke, Dr. Gunter Liebsch und Dr. Johannes Ihde danke ich für die fruchtbare Kooperation im Rahmen der oben genannten Projekte. Den LGLN-Kollegen Uwe Feldmann-Westendorff und Dr. Cord-Hinrich Jahn gilt mein Dank für die Bereitstellung der GPS-Ausrüstung und der Vergleichsdaten aus der DHHN-Erneuerung. Zuletzt bedanke ich mich bei meinen aktuellen und ehemaligen IfE-Kollegen für das positive Arbeitsklima.

Lebenslauf

- seit 2006 Wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Erdmessung, Leibniz Universität Hannover
- 2002-2006 Studentische Hilfskraft im Fachgebiet Astronomische und Physikalische Geodäsie am Institut für Geodäsie und Geoinformationstechnik, Technische Universität Berlin
- 1999-2005 Studium des Vermessungswesens an der Technischen Universität Berlin, Abschluss Diplom-Ingenieur
- 1996-1999 Ausbildung zum Vermessungstechniker am Katasteramt Itzehoe
- 1995-1996 Grundwehrdienst in Kellinghusen, Richtkreiskanonier
- 1986-1995 Kaiser-Karl-Schule, Städtisches Gymnasium Itzehoe, Abitur
- 1982-1986 Grundschule St. Margarethen (Holstein)
- 26.12.1975 geboren in Cuxhaven