Veröffentlichungen der DGK

Ausschuss Geodäsie der Bayerischen Akademie der Wissenschaften

Reihe C | Dissertationen | Heft Nr. 868

Annette Scheider

Identifikation von Systemmodellen zur dreidimensionalen Zustandsschätzung eines Peilschiffs mit Propellerantrieb unter Verwendung eines Multi-Sensorsystems

München 2021

Verlag der Bayerischen Akademie der Wissenschaften

ISSN 0065-5325 | ISBN 978-3-7696-5280-2

Veröffentlichungen der DGK

Ausschuss Geodäsie der Bayerischen Akademie der Wissenschaften

Reihe C | Dissertationen | Heft Nr. 868

Identifikation von Systemmodellen zur dreidimensionalen Zustandsschätzung eines Peilschiffs mit Propellerantrieb unter Verwendung eines Multi-Sensorsystems

Von der Fakultät für Luft- und Raumfahrttechnik und Geodäsie

der Universität Stuttgart

zur Erlangung des Grades

Doktor-Ingenieur (Dr.-Ing.)

genehmigte Dissertation

Vorgelegt von

Dipl.-Ing. Annette Scheider

Geboren am 26.09.1984 in Backnang

München 2021

Verlag der Bayerischen Akademie der Wissenschaften

ISSN 0065-5325 ISBN 978-3-7696-5280-2

Adresse der DGK:



Ausschuss Geodäsie der Bayerischen Akademie der Wissenschaften (DGK)
Alfons-Goppel-Straße 11 ● D – 80 539 München
Telefon +49 – 331 – 288 1685 ● Telefax +49 – 331 – 288 1759
E-Mail post@dgk.badw.de ● http://www.dgk.badw.de

Prüfungskommission:

Vorsitzender: Prof. Dr. techn. Thomas Hobiger

Referent: Prof. Dr.-Ing. habil. Dr. h.c. Volker Schwieger

Korreferenten: Prof. Dr.-Ing. Harald Sternberg (HCU Hamburg)
Prof. Dr.-Ing. Andreas Eichhorn (TU Darmstadt)

Tag der mündlichen Prüfung: 20.05.2020

© 2021 Bayerische Akademie der Wissenschaften, München

Alle Rechte vorbehalten. Ohne Genehmigung der Herausgeber ist es auch nicht gestattet,
die Veröffentlichung oder Teile daraus auf photomechanischem Wege (Photokopie, Mikrokopie) zu vervielfältigen

ISSN 0065-5325 ISBN 978-3-7696-5280-2

Zusammenfassung

Um die Verkehrssicherheit auf deutschen Binnenwasserstraßen zu gewährleisten, wird in regelmäßigen Intervallen die Gewässersohle messtechnisch erfasst. Hierzu werden Peilschiffe eingesetzt, die mit Echoloten ausgerüstet sind. Je nach Bauform des Echolots liefert eine Messepoche entweder einen einzelnen Messpunkt am Gewässergrund oder ein zweidimensionales Profil. Um diese Messdaten georeferenzieren zu können, muss das Peilschiff mit geeigneter Sensorik zur Positionsbestimmung ausgerüstet werden. Gegenwärtig werden hierzu meist GNSS-Empfänger eingesetzt, die unter Einbeziehung von Referenzdaten eine RTK-Lösung bestimmen. Es zeigt sich jedoch, dass es immer wieder zu Lücken in der so erfassten Trajektorie des Schiffs kommt. Um auch im Falle von Abschattungen oder bei unterbrochenem Referenzdatenempfang eine präzise Positionslösung bereitstellen zu können, wird in dieser Arbeit ein auf dem Projekt HydrOs basierendes Auswertemodell weiterentwickelt, mit dem die Position und die räumliche Orientierung des System Schiff zu jedem Zeitpunkt bestimmt werden können. Die Erfassung der benötigten Daten erfolgt mithilfe eines Multi-Sensorsystems. Dieses ist für den Einsatz von ein oder mehreren GNSS-Empfängern, einer inertialen Messeinheit (IMU) und eines Kompasses ausgelegt. Als zusätzliche Sensoren werden ein Doppler Velocity Log (DVL) als Geschwindigkeitssensor und Erfassungseinheiten für Größen der Schiffssteuerung installiert.

Die Messdaten dieser Sensoren gehen als Beobachtungsgrößen in einen Filteralgorithmus (erweitertes Kalman Filter) ein, mit dessen Hilfe der wahre Zustand des Systems geschätzt wird. Dazu werden verschiedene Modellansätze gebildet, durch die sich der Systemzustand mathematisch approximieren bzw. prädizieren lässt. Um eine qualitätsgesicherte Position und Orientierung ausgeben zu können, benötigt ein solcher Algorithmus dazu ein geeignetes System- und ein Beobachtungsmodell. Für die Bildung eines geeigneten Systemmodells wiederum werden zunächst die bereits erfassten Messdaten (Zeitreihen) einzelner Beobachtungsgrößen analysiert. Dabei kommen u. a. Methoden der Korrelationsanalyse, der Wavelet-Transformation und die (schnelle) Fouriertransformation zum Einsatz. Auftretende systematische Effekte können so detektiert und bei der mathematischen Beschreibung des Bewegungsverhaltens berücksichtigt werden. Basierend auf den Ergebnissen dieser Analyse werden unterschiedliche Ansätze für die Modellierung der auftretenden Geschwindigkeits- und Drehratenänderungen im Systemmodell entwickelt. Neben der direkten Verwendung von messtechnisch bestimmten Beschleunigungen und Drehratenänderungen wird ein alternativer dynamischer Ansatz formuliert. Durch ihn werden die auftretenden Beschleunigungen und Drehratenänderungen modelliert. Hierbei wird zum einen der Einfluss von Schiffssteuerung und -antrieb aber auch der Einfluss der Strömungsgeschwindigkeit berücksichtigt. Ein weiterer Einflussfaktor, der Wind, wird theoretisch betrachtet. Sonstige Einflussfaktoren, wie beispielsweise Wellen, werden in einem zusätzlichen Erweiterungsmodul zusammengefasst.

Bei der Evaluierung der unterschiedlichen Systemmodelle im erweiterten Kalman Filter zeigt sich, dass eine Berücksichtigung der aus Messdaten bestimmten, dreidimensionalen Geschwindigkeits- und Drehratenänderungen deutlich die Prädiktionsgenauigkeit steigert. Eine dynamische Modellierung dieser Anteile ist ebenfalls möglich, wobei hier bei der Prädiktion der Zustandsgrößen größere Innovationen auftreten. Bei dieser Art der Systemmodellierung müssen zwingend alle dominierenden Einflüsse im Modell berücksichtigt werden. Neben dem Einfluss des Schiffsantriebs und der kumulierten externen Einflüsse sollte ebenfalls der Einfluss der Strömungsverhältnisse berücksichtigt werden. Durch die hier gewählten Methode zur Erfassung der Stellgrößen, mit deren Hilfe die dynamischen Aspekte modelliert werden können, kommt es aufgrund der vergleichsweise geringen Sensorgenauigkeit jedoch zu einer geringeren Verbesserung des Filterergebnisses als bei Integration eines kinematischen Systemmodells. Trotzdem kann bei der Integration aller hier betrachteten Systemmodelle am Ende einer maximal 20 s andauernden GNSS-Lücke eine Innovation von ca. 4 cm in der Höhenkomponente erreicht werden.

Abstract

In order to ensure traffic safety on German inland waterways, the river bed has to be surveyed at regular intervals. In most cases sounding vessels equipped with echo sounders are used for this purpose. Depending on the design of the echo sounder either a single measuring point on the bed of the water body or a two-dimensional profile of points is provided in each acquisition epoch. In order to georeference this acquired data, the sounding vessel has to be equipped with adequate sensor technology to determine its position. At present, GNSS receivers are mostly used for this purpose. They determine an RTK solution by using external reference information from a CORS network. However, there are gaps in the trajectory covered by the vessel from time to time. In order to provide a precise position solution even in the case of GNSS shadowing or interrupted reception of GNSS reference information, evaluation models based on the HydrOs project are further developed in this work. With these new models the position and spatial orientation angles of the system *surveying vessel* can be determined at any time. The acquisition of the required data is realized by installing a multi-sensor system on the vessel. It is designed to be used with one or multiple GNSS receivers, an inertial measurement unit (IMU) and a compass. Additionally, acquisition units for variables of the ship steering and the speed sensor Doppler Velocity Log (DVL) are mounted.

The measurements from the sensors are inserted as observation variables into a filter algorithm (extended Kalman filter), which is used to estimate the true state of the system. For this purpose, different model approaches are developed, by which the system state can be mathematically approximated or predicted. Such an algorithm requires specifically adapted system and observation models to compute a quality-assured position and orientation. In order to create an appropriate system model, the recorded measurements (time series) of individual observed variables are analysed. Methods of correlation analysis, wavelet transformation and (fast) Fourier transformation are used. Thus, occurring systematic effects can be detected and considered in the mathematical description of the motion behaviour. Based on the results of this analysis, different model approaches are developed in order to predict the occurring velocity and rotation rate changes in the system model. Besides the integration of accelerations and rotation rate changes determined by measurements, an alternative dynamic approach is developed. This approach models occuring accelerations and rotation rate changes. In this context the impact of the water current velocity and the impact of ship steering and propulsion is also considered. Wind as another influencing factor is only theoretically considered in this thesis. Additional influencing factors, such as waves, are combined in an add-on module.

The evaluation of the different system models in the extended Kalman filter shows that a consideration of the three-dimensional speed and rotation rate changes derived from measurements significantly increases the prediction accuracy. A dynamic modelling of these components is also possible, altough major innovations appear in the prediction of the state variables. With this type of system modelling, it is imperative that all dominant influences in the model are taken into account. Besides the impact of the ship propulsion and the cumulated external impacts, the impact of the current conditions should also be considered. However, the chosen method for the acquisition of the control variables leads to less improvements of the prediction results compared to a kinematic system model due to the comparatively low sensor accuracy. Nevertheless, with the integration of all considered system models, an innovation of approx. 4 cm in the height component can be achieved at the end of a GNSS-gap with a maximum duration of 20 s.

Inhalt

Zusammenfassung **I**

Abstract **III**

Tabellen **IX**

Abbildungen **XI**

1 Einleitung **1**
1.1 Umfeld und Motivation . . . 1
1.2 Zielsetzung und Aufbau . . . 3
1.3 Einordnung in die Systemtheorie . . . 4

2 Realisierung eines hydrografischen Positionierungssystems als Multi-Sensorsystem **7**
2.1 Koordinatensysteme . . . 8
2.1.1 Inertiales Koordinatensystem . . . 8
2.1.2 Sensor- und Plattformkoordinatensysteme . . . 8
2.1.3 Schiffskoordinatensystem . . . 9
2.1.4 Navigationskoordinatensystem . . . 11
2.1.5 Erdfestes Koordinatensystem . . . 12
2.2 Erfassung des Gewässerbetts mittels akustischer Signale . . . 13
2.3 Sensoren im Multi-Sensorsystem . . . 15
2.3.1 Zeitgeber . . . 15
2.3.2 Log . . . 16
2.3.3 Inertialmesssystem . . . 19
2.3.4 Globale Navigation Satellite Systems (GNSS) . . . 21
2.3.5 Kompass . . . 23
2.3.6 Abgriffeinheit für Steuergrößen . . . 24
2.3.7 Windsensor . . . 24
2.3.8 Messqualität der Sensoren . . . 25
2.4 Aufbau eines Multi-Sensorsystems auf dem Peilschiff *Mercator* . . . 25
2.4.1 Peilschiff *Mercator* . . . 26
2.4.2 Installation der Hardware . . . 27
2.4.3 Integration der Software . . . 27
2.5 Testfahrten . . . 28

3 Methoden zur Signalanalyse **31**
3.1 Grundlagen zur Analyse periodischer Signale . . . 31
3.1.1 Kovarianz- und Korrelationsfunktionen . . . 31
3.1.2 Fourier-Transformation . . . 33
3.1.2.1 Fourier-Transformation für zeitkontinuierliche Signale . . . 33
3.1.2.2 Diskrete Fourier-Transformation . . . 34
3.1.2.3 Kurzzeit-Fourier-Transformation . . . 35
3.1.3 Wavelet-Transformation . . . 40
3.1.3.1 Kontinuierliche Wavelet-Transformation . . . 42
3.1.3.2 Diskrete Wavelet-Transformation . . . 45
3.1.3.3 Wavelets . . . 51
3.1.4 Methodenvergleich . . . 54

3.2 Vorgehensweise bei der Datenanalyse . . . 56
3.2.1 Datenaufbereitung . . . 57
3.2.1.1 Ausreißereliminierung . . . 57
3.2.1.2 Interpolation äquidistanter Messdaten . . . 58
3.2.2 Modellierung und Abspaltung der deterministischen Signalanteile . . . 58
3.2.2.1 Regressionsfunktion . . . 60
3.2.2.2 Modellierung periodischer Signalanteile . . . 60
3.2.2.3 Verwendung eines Tiefpassfilters . . . 61
3.2.2.4 Wavelet-Transformation mit Rauschminderung . . . 62
3.2.3 Korrelationsanalyse . . . 65
3.2.4 Frequenzanalyse . . . 66
3.2.4.1 Frequenzbestimmung mit der Kurzzeit-Fourier-Transformation . . . 66
3.2.4.2 Frequenzbestimmung mit der Kontinuierlichen Wavelet-Transformation . . . 67
3.3 Eigenschaften der erfassten Messgrößen . . . 69
3.3.1 Ergebnis der Korrelationsanalyse . . . 69
3.3.1.1 Autokorrelationsanalyse für die Geschwindigkeitskomponenten . . . 69
3.3.1.2 Kreuzkorrelationsanalyse zur Identifikation von Stellgrößen . . . 71
3.3.2 Frequenzanalyse der Messsignale . . . 72

4 Ansätze zur Datenintegration in einem Multi-Sensorsystem 80
4.1 Filteralgorithmen . . . 80
4.1.1 Diskretes Kalman-Filter . . . 80
4.1.2 Einsatz eines Kalman-Filters bei nichtlinearen Modellen . . . 82
4.1.2.1 Erweitertes Kalman-Filter . . . 82
4.1.2.2 Linearisiertes Kalman-Filter . . . 84
4.1.2.3 Vergleich von Filteransätzen . . . 85
4.2 Behandlung von Abweichungen im Systemverhalten . . . 86
4.2.1 Ausreißertests . . . 86
4.2.2 Varianzkomponentenschätzung . . . 89
4.3 Modellierung des Bewegungsverhaltens eines Schiffs . . . 90
4.3.1 Dynamische Bewegungsmodelle . . . 91
4.3.1.1 Modell nach Nomoto . . . 91
4.3.1.2 Modell nach Davidson und Schiff . . . 92
4.3.1.3 Nichtlineare Modelle . . . 92
4.3.2 Systemmodell für Schiffe mit Propellerantrieb . . . 93
4.3.2.1 Prädiktion der Geschwindigkeitskomponenten . . . 95
4.3.2.2 Prädiktion der Position und Orientierung . . . 113
4.3.2.3 Prädiktion der Ablage der Wasserspiegellage . . . 115
4.3.3 Stochastisches Modell des Systemmodells . . . 115
4.4 Beobachtungsmodelle . . . 116

5 Evaluierung der gewählten Systemkonfigurationen 121
5.1 Bestimmung der system-spezifischen Parameter . . . 121
5.1.1 Drehzahl-Transferfunktion . . . 121
5.1.2 Parameter der Regelstrecke . . . 122
5.1.3 Parameter zur Definition des Squat-Kennfelds . . . 126
5.1.4 Gewichtsfunktion (VKS) . . . 127
5.2 Einfluss von Rotationen auf die Prädiktion der Geschwindigkeitskomponenten . . . 128
5.3 Evaluierung der Systemmodelle im EKF . . . 129
5.3.1 Systemmodell mit Grundmodell . . . 130
5.3.2 Systemmodell mit der Modellerweiterung KINEMATIK . . . 136

5.3.3 Systemmodell mit der Modellerweiterung DYNAMIK 139
5.3.3.1 Evaluierung des Moduls DYNAMIK/zyklische Effekte 140
5.3.3.2 Evaluierung des Moduls DYNAMIK/Antrieb 142
5.3.3.3 Evaluierung des Systemmodells mit der Erweiterung DYNAMIK . . . 143
5.4 Vergleich der eingesetzten Auswertealgorithmen 147

6 Fazit und Ausblick **151**

Literatur **XV**

A Analyse der gemessenen Geschwindigkeitskomponenten **XXIII**
A.1 Autokorrelationsanalyse XXIII
A.2 Frequenzanalyse für einzelne Fahrtabschnitte XXVI
A.3 Amplitudendiagramme für einzelne Fahrtabschnitte XXXII

B Herleitung der Beschleungigungskomponenten in der Modellerweiterung DYNAMIK/Antrieb **XXXVIII**

C Stochastisches Modell des erweiterten Systemmodells **XXXIX**
C.1 Transitionsmatrix XXXIX
C.2 Stellgrößenmatrix XL
C.3 Störgrößenmatrix XLII

D Genauigkeitsangaben (Evaluierung) **XLIII**

E Evaluierungsergebnisse für die untersuchten Modelle **XLIV**

Tabellen

2.1 Angaben zur geometrischen Qualität der auf dem Peilschiff *Mercator* installierten Sensoren 25
2.2 Durchgeführte Messfahrten 29

3.1 Methoden zur Untersuchung der periodischen Signaleigenschaften im Vergleich 54
3.2 Kreuzkorrelationskoeffizienten $\hat{R}_{v,Prp}$ zwischen den Geschwindigkeitskomponenten und Prp_x, Prp_y für die lokalen Extremwerte mit $\tau < 60\,\mathrm{s}$ 72
3.3 Zentralfrequenzen der auftretenden Frequenzbänder für die Fahrtszenarien Talfahrt, Bergfahrt und Wende (Messdatensatz Fahrt 3) sowie auf dem Hafenkanal (Messdatensatz Fahrt 2) . 77

4.1 Lokaler Ausreißertest: Testgrößen der einzelnen Beobachtungsgruppen nach Heunecke et al. (2013) 88
4.2 Ausgewählte Beiwerte für die Berechnung des Windeinflusses (Blendermann 1993) . . . 109

5.1 Unbekannte Parameter in den einzelnen (deterministischen) Modellen 121
5.2 Funktionsparameter zur Integration der Steuergrößen für das Vermessungsschiff *Mercator* (Breitenfeld et al. 2015) 122
5.3 Übertragungsparameter des PT_1-Glieds für die einzelnen Geschwindigkeitskomponenten für reale Messfahrten 124
5.4 RMS der Abweichungen zw. den aus Messdaten bestimmten Beschleunigungen und den modellierten Beschleunigungen 126
5.5 Parameter des Squat-Kennfelds für das Vermessungsschiff *Mercator* (HydrOs-Software nach Breitenfeld et al. 2015) 127
5.6 Dämpfungsparameter β_h der Gewichtsfunktion p (nach (4.53)) für $b = 1$ 127
5.7 RMS der Innovationen für verschiedene Fahrten - Geradenfahrt (Szen. 1), Kurvenfahrt (Szen. 2) und einer Fahrt mit GNSS-Lücken (Szen 3) bei Verwendung eines Systemmodells mit dem Grundmodell 132
5.8 RMS der Innovationen für verschiedene Fahrten - Geradenfahrt (Szen. 1), Kurvenfahrt (Szen. 2) und einer Fahrt mit GNSS-Lücken (Szen 3) bei Verwendung eines Systemmodells mit dem Grundmodell bei Anwendung der regionalen VKS für $\sigma_{w,\boldsymbol{\omega}}$ 133
5.9 RMS der Innovationen unter Verwendung unterschiedlicher Methoden zur adaptiven Schätzung der Störgrößenvarianzen (Szenario 3) 137
5.10 RMS der Innovationen für eine Geradenfahrt (Szen. 1) und eine Kurvenfahrt (Szen. 2) bei Verwendung der Modellerweiterung KINEMATIK mit regionaler VKS 138
5.11 RMS der Innovationen für verschiedene Fahrten - Geradenfahrt (Szenario 1), Kurvenfahrt (Szenario 2) und einer Fahrt mit GNSS-Lücken (Szenario 3) - Modellerweiterung DYNAMIK/zykl. Effekte 141
5.12 RMS der Innovationen für verschiedene Fahrten - Geradenfahrt (Szenario 1), Kurvenfahrt (Szenario 2) und eine komplette Fahrt (Szenario 3) - Modellerweiterung DYNAMIK/Antrieb 143
5.13 RMS der Innovationen für verschiedene Fahrten - Geradenfahrt (Szen. 1), Kurvenfahrt (Szen. 2) und eine natürliche Fahrt (Szen. 3) - dynamische Modellerweiterung 146
5.14 maximale Standardabweichung der geschätzten Zustandsgrößen max $\left(\hat{\sigma}_{\hat{\boldsymbol{x}},k+1}\right)$ 147

D.1 Verwendete Standardabweichungen XLIII

Abbildungen

1.1 Inland-ENC der WSV - Elektronische Navigationskarte entsprechend dem internationalen ECIDS-Standard, Rhein bei Bingen, WSV (2017) . . . 2
1.2 Dynamisches System (nach Bohn und Unbehauen 2016) . . . 5

2.1 Sensorkonfiguration - schematischer Überblick . . . 7
2.2 Sensor- bzw. Plattformkoordinatensystem $\mathbf{x}^{\text{Sens}}$ für einen einzelnen Sensor . . . 9
2.3 Schiffskoordinatensystem $\mathbf{x}^{B}$ und Sensorkoordinatensystem $\mathbf{x}^{\text{Sens}}$ (von einem Sensor) 10
2.4 Navigationskoordinatensystem $\mathbf{x}^{N}$, projiziertes Schiffskoordinatensystem $\mathbf{x}^{LO}$ und Schiffskoordinatensystem $\mathbf{x}^{B}$ . . . 11
2.5 Messprinzip - Fächerecholot (MBES) . . . 15
2.6 Janusanordnung beim DVL . . . 17
2.7 Workhorse Navigator DVL von Teledyne RDI, Quelle: Teledyne (2017) . . . 19
2.8 Peilschiff *Mercator* . . . 26
2.9 Messgebiet: Rhein bei Duisburg-Homberg und Hafenkanal (Karte: OpenStreetMap) . . 29

3.1 Fensterung eines Signals mit einem Rechteckfenster (MATLAB, Beispieldatensatz *noismima*) . . . 36
3.2 Verschiedene Fensterfunktionen im Zeit- und im Frequenzbereich: (a) Rechteckfenster (Rect), Gauß-Fenster (Gauss), (b) Hann-Fenster (Hn), Hamming-Fenster (Hm), Blackmann-Harris-Fenster (B-H) (MATLAB) . . . 37
3.3 Fensterung eines Signals mit der Fensterfunktion des Hamming-Fensters (rot), die dem Zeitpunkt $\tau^{\gamma} = 200$ s zugeordnet ist . . . 38
3.4 Darstellung des Ergebnisses einer STFT: Aufbau eines Spektrogramms aus Periodogrammen für die jeweilige Verschiebungsparameter $\boldsymbol{\tau}^{\gamma} = [\tau_1, \tau_2, \tau_3, \tau_4]$ (spektrale Leistungsdichte / PSD) . . . 39
3.5 Darstellung des STFT-Ergebnisses (Originalsignal aus Abb. 3.1) im Spektrogramm . . 40
3.6 Ein Wavelet (rot) mit unterschiedlichen Skalierungen wird über das Signal (blau) verschoben; Analyse des grün markierten Signalbereichs . . . 41
3.7 Zeitfrequenzfenster der Wavelet-Transformation bzgl. der Kreisfrequenz ω für $a_2 > a_1$, nach Heunecke et al. (2013) . . . 44
3.8 Skalogramm: Ergebnis einer CWT für das Originalsignal aus Abb. 3.1 . . . 45
3.9 Übertragung des Skalogramms in eine Zeit-Frequenzdarstellung . . . 46
3.10 Schnelle Wavelet-Transformation - Analyse und Synthese durch Filterung des Signals (nach Bäni 2005; Mallat 2009) . . . 50
3.11 Morlet-Wavelet nach (3.65) (MATLAB) . . . 52
3.12 Wavelets und Skalierungsfunktionen: Daubechies-Wavelets (a-c) und Symlet (d) der Ordnung N (MATLAB) . . . 53
3.13 Betrachtungsrichtung eines einzelnen Analyseschritts der Fourier-Transformation und der Wavelet-Analyse . . . 55
3.14 Zeitliche und spektrale Auflösung bei der Signalanalyse mit Fourier-Transformation und Wavelet-Analyse . . . 55
3.15 Normalverteilung mit den Vertrauensintervallen . . . 57
3.16 Verfahren zur Approximation der deterministischen Signalanteile $\boldsymbol{y}_{approx}$ und zu ihrer Abspaltung vom Signal (Bildung von $\boldsymbol{y}_{red}$). . . . 59
3.17 Rauschminderung bei der Diskreten Wavelet-Transformation . . . 63
3.18 Rauschminderung am Beispiel des (a) Signals $x(t)$ mit (b) *hard Thresholding* und (c) *soft Thresholding*, nach Misiti et al. (2007) . . . 63

3.19 Rauschminderung für ein exemplarisches Signal (*heavysin*, MATLAB R2018a) in MATLAB mit db4-Wavelet, $m = 5$ - Zerlegung des Signals S in einen geglätteten Signalanteil D_S und die Residuen 65
3.20 Exemplarische Ausschnitte der Autokorrelationsfunktionen 70
3.21 Beschleunigungen $\alpha^{B,N}_{x,MRU} = \Delta\omega^{B,N}_{x,MRU}/\Delta t$ für die Fahrtabschnitte Talfahrt, Wende und Bergfahrt 74
3.22 Zeit-Frequenzdarstellung der CWT (frequenzweise Skalierung) für $\Delta\omega^{B,N}_{x,MRU}$ 74
3.23 Zeit-Frequenzdarstellung der CWT (epochenweise Skalierung) für $\Delta\omega^{B,N}_{x,MRU}$ 75
3.24 Spektrogramm (Power Spectral Density) für $\Delta\omega^{B,N}_{x,MRU}$ 75
3.25 Zeit-Frequenzdarstellung der CWT (frequenzweise Skalierung) für $\Delta\omega^{B,N}_{x,MRU}$ im Frequenzbereich $0,1 - 1,1$ Hz 76
3.26 Detektierte dominierende Frequenzen für $\Delta\omega^{B,N}_{x,MRU}$ (0.1 Hz - 1 Hz) 76
3.27 Exemplarische Analyse des (a) verbleibenden Anteils von $\Delta\omega_{x,k}/\Delta t$ mittels (b) STFT (hier Darstellung als Amplitudendiagramm) und (c) Darstellung des variierenden Amplitudenverlaufs für $\nu = 0,32$ Hz (Rote Linie in (b)) 79
3.28 Vergleich: Verbleibender Signalanteil und geschätzte Amplitude für die dominierende Frequenz bei einem exemplarischen Wendemanöver auf dem Rhein (Abschnitt von Fahrt 3) . . . 79

4.1 Prädiktionsmodell mit fakultativen Erweiterungen 94
4.2 Zugrichtung δ des Ruderpropellers (Breitenfeld et al. 2015) 99
4.3 Einfluss eines am Massenschwerpunkt CG wirksamen Drehmoments $\boldsymbol{M}_{CG,contr}$, resultierend aus den Kraftvektoren $\boldsymbol{F}_{contr,SB}$ und $\boldsymbol{F}_{contr,BB}$ (zwei Propeller), auf das Bewegungsverhalten am Referenzpunkt RP 101
4.4 Übertragungsverhalten für eine Größe $y\,(t)$ aufgrund des $\mathrm{PT_1T}_t$-Übertragungsglieds . 104
4.5 Bestimmung der bei t_k wirksamen Beschleunigung a_k bei einer Regelstrecke der Länge r - hier exemplarisch für $a_4\,(k = 4)$ und $h = v_x$ dargestellt. 105
4.6 Zusammenhang von $SOG^N_{Sens}, COG^N_{Sens}$ und den verwendeten Koordinatensystemen (Breitenfeld et al. 2015) 118
4.7 Zusammenhang zwischen der Wasserspiegellage H_{WL} (hydrologisches Modell) und einem Bezugspunkt MP am Schiff (nach Breitenfeld et al. 2015) 119

5.1 Modellierung der Änderung der Giergeschwindigkeit $\Delta\omega^{B,N}_{contr,z}$ mit der Modellerweiterung DYNAMIK/Antrieb 124
5.2 Modellierung der Beschleunigungen $a^B_{contr,x}$ (schwarz) und $a^B_{contr,x} + a^B_{str,x}$ (grün) mit der Modellerweiterung DYNAMIK/Antrieb und Strömung 125
5.3 Modellierung der Beschleunigung $a^B_{contr,y}$ (schwarz) und $a^B_{contr,y} + a^B_{str,y}$ (grün) mit der Modellerweiterung DYNAMIK/Antrieb und Strömung 125
5.4 Einfluss von $\Delta\boldsymbol{v}^B_{Rot}$ auf $\overline{\boldsymbol{v}}^B_{k+1}$ für $\Delta\boldsymbol{p}^B_{CG} = [15,48\,\mathrm{m}\ \ 3,87\,\mathrm{m}\ \ 4,56\,\mathrm{m}]^{\mathrm{T}}$ im Vergleich zur Messgenauigkeit (grüne Linie) 128
5.5 Einfluss von $\Delta\boldsymbol{v}^B_{Rot}$ auf $\overline{\boldsymbol{v}}^B_{k+1}$ für $\Delta\boldsymbol{p}^B_{CG} = [15,48\,\mathrm{m}\ \ 3,87\,\mathrm{m}\ \ 1\,\mathrm{m}]^{\mathrm{T}}$ im Vergleich zur Messgenauigkeit (grüne Linie) 129
5.6 Einfluss der mittels regionale VKS bestimmten Varianzkomponenten auf die innovationenbasierten Längs- und Querabweichungen und $d_{U,GNSS}$ (Grundmodell, Szenario 3) . . 134
5.7 Innovationen bzgl. $\boldsymbol{l}_{v,MRU,k+1}$ und $\boldsymbol{l}_{v,DVL,k+1}$ mit auftauchendem Offset 134
5.8 Geschätzte regionale Varianzkomponenten für $\boldsymbol{l}_{v,MRU,k+1}$ und $\boldsymbol{l}_{v,DVL,k+1}$ bei einer Messfahrt mit zwei Wenden 135
5.9 Einfluss der geschätzten Varianzkomponenten auf die innovationen-basierten Längs- und Querabweichungen und $d_{U,GNSS,k+1}$ bei der Modellerweiterung KINEMATIK (Szenario 3) . 136
5.10 Innovationen-basierte Längs- und Querabweichungen und $d_{U,GNSS,k+1}$ bei Anwendung der regionalen VKS nur für $\sigma^2_{w,\boldsymbol{\omega}}$ (Modellerweiterung KINEMATIK, Szenario 3) 139

5.11 Modellierung der Drehratenänderung $\Delta\omega_x$ durch einen trigonometrischen Polynomterm (schwarz) und durch zwei überlagerte trigonometrische Polynomterme (blau) 140
5.12 Modellerweiterung DYNAMIK/Antrieb und zyklische Effekte: Innovationen der Drehraten $\left(d_{\omega,x,MRU,k+1}, d_{\omega_y,MRU,k+1}, d_{\omega_z MRU,,k+1}\right)$ in verschiedenen Fahrtabschnitten für Szenario 2 im Vergleich zu $\pm 3\sigma_d$ (rote Linien) 144
5.13 Modellerweiterung DYNAMIK/Antrieb und zyklische Effekte: Innovationen der Geschwindigkeiten $(d_{v,x,MRU,k+1}, d_{v,y,MRU,k+1}, d_{v,z,MRU,k+1})$ in verschiedenen Fahrtabschnitten für Szenario 2 (blau: MRU, schwarz: DVL) im Vergleich zu $\pm 3\sigma_d$ (rote bzw. braune Linien) . 144
5.14 Einfluss der geschätzten Varianzkomponenten auf die innovationen-basierten Längs- und Querabweichungen und $d_{U,GNSS,k+1}$ bei Verwendung der Modellerweiterung DYNAMIK (Szenario 3) 147
5.15 Abweichungen zwischen geschätzten und prädizierten Größen in Szenario 1 bei Verwendung der unterschiedlichen Systemmodellen 148
5.16 Abweichungen zwischen geschätzten und prädizierten Größen in Szenario 2 bei Verwendung der unterschiedlichen Systemmodellen 149
5.17 Abweichungen zwischen geschätzten und prädizierten Größen in Szenario 3 bei Verwendung der unterschiedlichen Systemmodellen 149

6.1 Unterschiede in den Innovationen von $d_{U,k+1}$ bei Anpassung verschiedener Varianzkomponenten durch die regionalen VKS 153

A.1 Autokorrelationsfunktion $\omega_{x,MRU}$ (ohne determ. Anteil) XXIII
A.2 Autokorrelationsfunktion $\omega_{y,MRU}$ (ohne determ. Anteil) XXIII
A.3 Autokorrelationsfunktion $\omega_{z,MRU}$ (ohne determ. Anteil) XXIII
A.4 Autokorrelationsfunktion $v_{x,MRU}$ (ohne determ. Anteil) XXIII
A.5 Autokorrelationsfunktion $v_{y,MRU}$ (ohne determ. Anteil) XXIV
A.6 Autokorrelationsfunktion $v_{z,MRU}$ (ohne determ. Anteil) XXIV
A.7 Autokorrelationsfunktion $v_{x,DVL}$ (ohne determ. Anteil) XXIV
A.8 Autokorrelationsfunktion $v_{y,DVL}$ (ohne determ. Anteil) XXIV
A.9 Autokorrelationsfunktion $v_{z,DVL}$ (ohne determ. Anteil) XXIV
A.10 Ausschnitt aus der Autokorrelationsfunktion $v_{x,DVL}$ (ohne determ. Anteil) XXV
A.11 Ausschnitt aus der Autokorrelationsfunktion $v_{y,DVL}$ (ohne determ. Anteil) XXV
A.12 Ausschnitt aus der Autokorrelationsfunktion $v_{z,DVL}$ (ohne determ. Anteil) XXV
A.13 Fahrt auf dem Hafenkanal (28.01.2015) XXVII
A.14 Wendemanöver auf dem Hafenkanal (28.01.2015) XXVIII
A.15 Talfahrt auf dem Rhein (23.11.2015) XXIX
A.16 Wendemanöver auf dem Rhein (23.11.2015) XXX
A.17 Bergfahrt auf dem Rhein (23.11.2015) XXXI
A.18 Fahrt auf dem Hafenkanal (28.01.2015) XXXIII
A.19 Wendemanöver auf dem Hafenkanal (28.01.2015) XXXIV
A.20 Talfahrt auf dem Rhein (23.11.2015) XXXV
A.21 Wendemanöver auf dem Rhein (23.11.2015) XXXVI
A.22 Bergfahrt auf dem Rhein (23.11.2015) XXXVII

E.1 Abweichungen bei Verwendung des Grundmodells XLIV
E.2 Abweichungen bei Verwendung des Grundmodells mit der Modellerweiterung KINEMATIK XLIV
E.3 Abweichungen bei Verwendung des Grundmodells mit der Modellerweiterung DYNAMIK ohne Berücksichtigung von $\boldsymbol{a}_{str,k}$ XLV
E.4 Abweichungen bei Verwendung des Grundmodells mit der Modellerweiterung DYNAMIK XLV
E.5 Abweichungen bei Verwendung des Grundmodells XLVI

E.6 Abweichungen bei Verwendung des Grundmodells mit der Modellerweiterung KINEMATIK XLVI
E.7 Abweichungen bei Verwendung des Grundmodells mit der Modellerweiterung DYNAMIK ohne Berücksichtigung von $\boldsymbol{a}_{str,k}$ XLVII
E.8 Abweichungen bei Verwendung des Grundmodells mit der Modellerweiterung DYNAMIK XLVII
E.9 Abweichungen bei Verwendung des Grundmodells XLVIII
E.10 Abweichungen bei Verwendung des Grundmodells mit der Modellerweiterung KINEMATIK XLVIII
E.11 Abweichungen bei Verwendung des Grundmodells mit der Modellerweiterung DYNAMIK ohne Berücksichtigung von $\boldsymbol{a}_{str,k}$ XLIX
E.12 Abweichungen bei Verwendung des Grundmodells mit der Modellerweiterung DYNAMIK XLIX

1 Einleitung

1.1 Umfeld und Motivation

Für den Gütertransport spielen Wasserstraßen als Transportweg eine wichtige Rolle. Schiffe können wesentlich umfangreichere und größere Mengen transportieren als Lastkraftwagen. Die genaue Masse an Gütern, die ein solches Schiff befördern kann, hängt nicht nur von der Größe seines Laderaums sondern auch vom Wasserstand und der Unterwassertopographie auf der zu befahrenden Strecke ab. Ein niedriger Wasserstand bedeutet, dass das Schiff weniger Ladung aufnehmen kann, damit es nicht zu tief im Wasser liegt. Ansonsten kann es an Untiefen aufsetzen, wodurch aufwendige Bergungsoperationen erforderlich werden, bei denen die Wasserstraßen teils für mehrere Tage gesperrt werden müssen. Bei solchen Unfällen kann es durch Beschädigungen des Schiffskörpers auch zum Ladungsverlust kommen. Im Falle von auslaufenden Chemikalien oder Öl kann dies nicht nur zu logistischen Behinderungen führen, sondern auch massive Umweltschädigungen auslösen.

Damit ein Schiffsführer stets genau bestimmen kann, wie viel Ladung er aufnehmen kann, ohne eine Havarie zu riskieren, benötigt er bei der Fahrtenplanung und während der Fahrt genaue Angaben über

- den Wasserstand und
- die genaue Topographie des Gewässerbetts.

Während die Angaben zum Wasserstand stets durch Pegelmessungen und geeignete Prädiktionsmodelle verfügbar sind, müssen für die Erfassung des Gewässerbetts regelmäßige Messungen durchgeführt werden. Im Gegensatz zu Straßen an Land ist bei Wasserstraßen mit deutlichen Änderungen der Topographie zu rechnen. Diese Deformationen umfassen neben dem Gewässerbett selbst auch seine seitliche Begrenzung, die Uferlinie. Gründe hierfür sind Materialtransporte bei Hochwasser, Sedimentablagerungen, Baumaßnahmen etc.. Veränderungen am Gewässerbett können zusätzlich auch für veränderte Strömungsverhältnisse sorgen. Aus diesem Grund spricht man auch von der Morphologie eines Gewässers. Um einen sicheren Schiffsverkehr zu gewährleisten, ist insbesondere die Lokalisierung von Untiefen erforderlich.

Dafür werden unter anderem Messfahrten mit Messschiffen ausgeführt. Zweck dieser Messungen ist die Detektion von Veränderungen in der Topographie, die durch neu hinzugekommene Hindernisse und Untiefen am Gewässergrund entstehen, aber auch von Änderungen im Uferbereich, was einer Änderung der Gewässergrenze entspricht. Diese Aufgabenstellung repräsentiert nach Schiller (2012) ein Teilgebiet der Hydrographie.

Die erfassten Geodaten stellen die Basisdaten für Gewässerkarten dar, z. B. die Bundeswasserstraßenkarte oder die in Abb. 1.1 dargestellte elektronische Navigationskarte für Binnenschifffahrtsstraßen (*Inland Electronic Navigational Charts*, Inland-ENC). Ebenso dienen sie auch der Planung von Baumaßnahmen oder stellen die Grundlage für morphologische Modelle dar.

Die Erfassung dieser Basisdaten fällt in der Bundesrepublik Deutschland in den Verantwortungsbereich der Wasserstraßen- und Schifffahrtsverwaltung des Bundes (WSV). Die Erfassung der Messdaten erfolgt teils mit den Vermessungsschiffen der Wasser- und Schiffahrtsämter (WSA) und teils durch externe Anbieter. Der Vorgang, bei dem eine zeitlich referenzierte und synchronisierte Positionsbestimmung, sowie eine Bestimmung der Wasserspiegellage und eine Bestimmung der Wassertiefe (Lotung oder Bathymetrie) erfolgt, wird als Peilung bezeichnet (siehe WSA Verden 2009). Aus diesem Grund wird bei den ausführenden Schiffen auch von Peilschiffen gesprochen. Eine weitere Bezeichnung lautet Vermessungsschiff.

Die Bestimmung der Topographie des Gewässergrunds erfolgt mithilfe von Echoloten, welche auf Peilschiffen fest installiert und im Schiffskoordinatensystem (siehe Kap. 2.1.3) eingemessen sind. Die aus Laufzeitmessungen des Schalls zu einem Zeitpunkt bestimmten Wassertiefen können damit, je nach Bautyp des Echolots (siehe Kap. 2.2), in ein- oder zweidimensionale Informationen umgewandelt werden. Dabei handelt es sich zunächst um eine Position des aufgenommenen Punkts am Gewässerbett im Koordinatensystem des Echolots ($\boldsymbol{x}_P^{Echo}$), also um eine relative Positionsinformation. Durch die bekannten Einbauparameter können diese direkt

ins Schiffskoordinatensystem ($\mathbf{x}^B$) transformiert werden. Um dreidimensionale Geodaten zu erzeugen, ist es erforderlich, eine Georeferenzierung der Daten durchzuführen. Hierzu müssen sowohl die Position als auch die räumliche Orientierung des erfassenden Echolots bekannt sein.

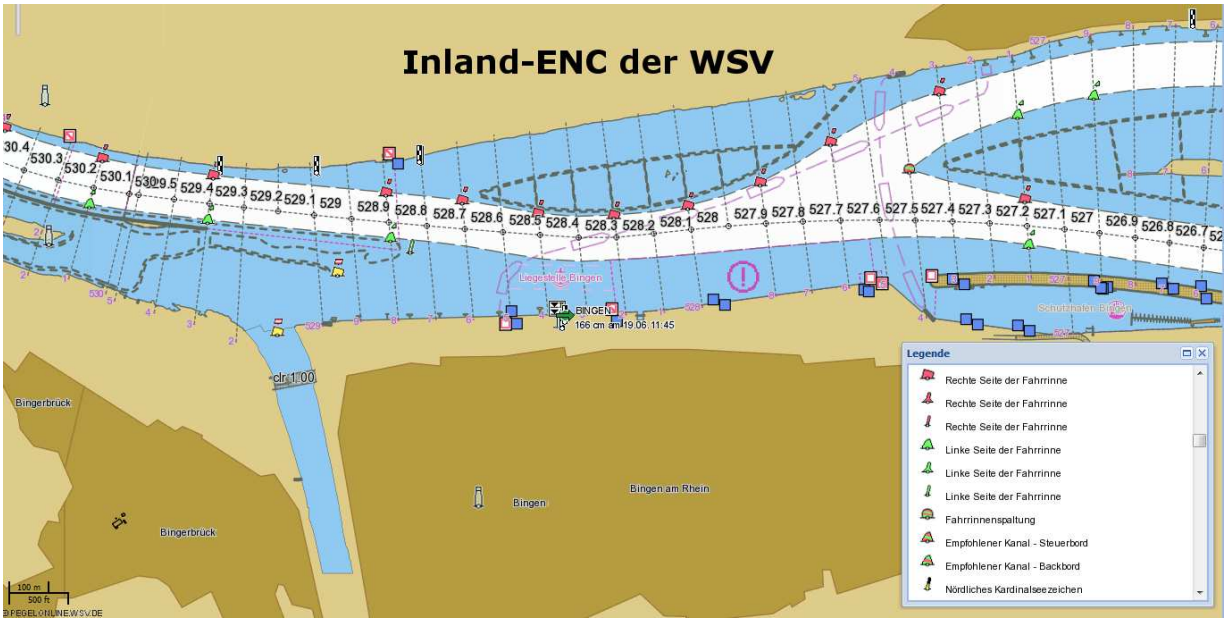


Abb. 1.1: Inland-ENC der WSV - Elektronische Navigationskarte entsprechend dem internationalen ECIDS-Standard, Rhein bei Bingen, WSV (2017)

Um dies zu erreichen, werden auf dem Vermessungsschiff zusätzlich Sensoren zur Positionsbestimmung angebracht. Gegenwärtig werden vor allem GNSS-RTK Lösungen und Kompassmessungen eingesetzt, die teilweise zu einem GNSS-INS gekoppelten System erweitert werden. Da alle Sensoren hochgenau in einem schiffsfesten Koordinatensystem eingemessen sind (Brüggemann 2013), liegen alle erforderlichen Transformationsparameter vor. Die Position und Ausrichtung des Echolots kann im gewählten Koordinatensystem berechnet werden.

In §1 des Bundeswasserstraßengesetz (WaStrG) werden Wasserstraßen in Binnen- und Seewasserstraßen unterteilt. Da in dieser Arbeit lediglich Messfahrten auf den Binnenschifffahrtsstraßen betrachtet werden, kann davon ausgegangen werden, dass sich das Messschiff stets im Arbeitsbereich eines Referenzdatenservices zur Berechnung einer präzisen differentiellen GNSS-Lösung (PDGNSS) aufhält. Die von solch einem Dienst bereitgestellten Messdaten der kontinuierlich operierenden GNSS-Stationen werden verwendet, um die Position des Vermessungsschiffs in Echtzeit (*Real-Time Kinematic*-Modus, RTK) zu bestimmen. Bei den in dieser Arbeit betrachteten Messungen werden die dafür erforderlichen Korrekturdaten vom Referenzdienst der deutschen Landesvermessungen SA*POS* bezogen. Prinzipiell können Daten von jedem Referenzdienst bezogen werden, der hochpräzise Echtzeitdaten zur Verfügung stellt. Wie von Hentschinski und Wirth (2012) angegeben, soll so in Gebieten ohne Sichthindernisse eine bessere Positionsgenauigkeit als 7 cm für die Lagekoordinaten und als 10 cm in der Höhe erreicht werden.

Bei der Bestimmung der Position eines Vermessungsschiffs mittels GNSS-RTK kommt es jedoch immer wieder zu Lücken in der erfassten RTK-Trajektorie. Die Ursachen hierfür sind zum einen schlechte Empfangsbedingungen für Mobilfunk. Sie führen dazu, dass keine SA*POS*-Referenzdaten empfangen werden können. Im allgemeinen handelt es sich dabei um kurzzeitige Positionslücken, die nur wenige Sekunden andauern. Zum anderen kann es aufgrund von Sichthindernissen im Messgebiet zu Abschattungen kommen, so dass die GNSS-Empfänger selbst keine oder zu wenige Satellitensignale empfangen können. Komplette Abschattungen treten lediglich unter breiten und tiefen Brücken sowie bei weit über das Gewässer reichendem Bewuchs auf. Ein viel größeres Problem stellen Teilabschattungen dar. Sie sorgen dafür, dass nur noch wenige Satelliten empfangen werden können, die oft eine für die Positionsbestimmung ungünstige Konstellation aufweisen. Somit erfüllen die in diesem Fall bestimmten Positionen nicht mehr die Genauigkeitsanforderungen, auch wenn diese für solche kritischen Gebiete auf 30 cm in der Lagekomponente erhöht werden. Zudem verursachen solche Hin-

dernisse Mehrwege-Effekte und Signalbeugungen, was zu einer zusätzlichen Verschlechterung der bestimmten Position führt.

Auf den Schiffen der WSAs wurde dieser Problematik bisher teilweise durch Verwendung von zwei GNSS-Empfängern vorgebeugt. Einer der Empfänger befindet sich am Bug des Schiffs, ein zweiter am Heck, wobei einer der beiden stets als Master-Empfänger definiert ist. Bei eingeschränkter Funktionalität dieses Empfängers wird die Positionslösung des zweiten Empfängers verwendet. Dieser Schritt erfordert jedoch einen manuellen Eingriff während der Datenprozessierung.

Durch die Verwendung zusätzlicher Beobachtungsgrößen verbessert die Koppelung der RTK-Lösung mit einer inertialen Messeinheit die Positionslösung, da sich mit den gemessenen Drehraten, Geschwindigkeiten und Orientierungswinkel kurzzeitige Ortungslücken in den GNSS-Lücken bereits überbrücken lassen. Hierzu wird ein *Strap-Down* Algorithmus eingesetzt, der beispielsweise von Wendel (2011) beschrieben wird. Hentschinski und Wirth (2012) führen jedoch aus, dass es bei GNSS-Lücken von > 10 s zu deutlichen Abweichungen von der SOLL-Position kommt. Dies zeigt sich am Ende einer solchen Ortungslücke. Die vom System prädizierte Lösung und die reale Lösung weichen teilweise um mehrere Dezimeter voneinander ab. Insbesondere bei den bestimmten Höhen kommt es immer wieder zu deutlichen Sprüngen, was sich negativ auf die Bathymetrie auswirkt. Dies liegt zum einen daran, dass die verwendeten GNSS-Positionen am Ende eines Abschattungsbereichs noch nicht die erforderliche Positionsgenauigkeit aufweisen. Zum anderen sind inertiale Messeinheiten mit zahlreichen Fehlereinflüssen behaftet (z. B. Nullpunktfehler, Drift, etc.). Solche Sensoren weisen zwar eine hohe Kurzzeitstabilität auf, über längere Zeiträume bewirken sie einen deutlich wahrnehmbaren Positionsfehler. Da Sprünge in einer solchen Größenordnung bei der Erstellung eines dreidimensionalen Modells der Gewässersohle nicht akzeptabel sind, soll das bisher eingesetzte System zur Positionsbestimmung weiterentwickelt werden.

Bisher gibt es wenig Alternativen zum Einsatz von Vermessungsschiffen, denn auch ein weiteres Verfahren zur Erfassung des Gewässergrunds, die luftgestützte Laserbathymetrie, stellt bisher nicht in allen Fällen flächendeckende Daten zu Verfügung. Guenther et al. (2000), Weiß (2015) und Mandlburger (2017) stellen die Grundlagen dieser Technik vor, die eng mit dem Airborne Laser Scanning verbunden ist. Dabei kommen Laserstrahlen mit unterschiedlichen Wellenlängen zum Einsatz. Während ein Teil der ausgesendeten Signale an der Wasseroberfläche reflektiert werden, dringen andere in das Wasser ein und können unter optimalen Wasserbedingungen auch in einer Wassertiefe von 10 m zurückgeworfen werden. Für diesen Zweck optimierte Instrumente sind zum Zeitpunkt der Erstellung dieser Arbeit der Riegl VQ-880-G und der VQ-820-G. Weiß (2015) zeigt jedoch auch die Grenzen auf, die diese Methode im Bereich der Binnengewässer momentan aufweist. So lässt sich der Gewässergrund bei trüben Gewässern nur schlecht erfassen. Außerdem können mittels Laserbathymetrie unterhalb von Brücken oder unter überhängenden Bäumen überhaupt keine Messdaten erfassen. Hier kann nur eine verbesserte Positionsbestimmung für Vermessungsschiffe helfen, um Messungen in solchen Bereichen durchführen zu können. Somit kann weiterhin nicht auf Messfahrten mit Peilschiffen verzichtet werden.

1.2 Zielsetzung und Aufbau

Im Zuge einer Kooperation zwischen der Bundesanstalt für Gewässerkunde (BfG) und dem Institut für Ingenieurgeodäsie (IIGS) der Universität Stuttgart wurde ein Multi-Sensorsystems aufgebaut, das mit dem in Breitenfeld et al. (2015) und Scheider et al. (2016) vorgestellten Auswertemodell qualitätsgesicherte Positionen ohne Lücken in der Trajektorie bereitstellt.
Neben GNSS-Empfängern und einem GNSS-INS gekoppelten System werden die Möglichkeiten zur Integration eines *Doppler Velocity Logs* (DVL) und von Abgriffeinheiten für Propellerdrehzahl und -ausrichtung als weitere Bestandteile des Multi-Sensorsystems untersucht. Mithilfe der Messdaten dieser Sensoren werden Lücken in der GNSS-Positionierung von bis zu einer Minute überbrückt. Hierfür wurde mit MATLAB eine Auswertesoftware implementiert, welche die Messdaten erfassen und prozessieren kann. Dabei kann zwischen einer reinen Datenaufzeichnung, einer Auswertung der aufgezeichneten Daten im Postprocessing und einer

Echtzeitauswertung mit gleichzeitiger Datenaufzeichnung gewählt werden. Dies geschieht mittels eines Erweiterten Kalman-Filter (EKF), das mit unterschiedlichen Prädiktionsmodellen operieren kann. Dieser Prototyp trägt den Namen *HydrOs* (Hydrographisches Ortungssystem).

In dieser Arbeit soll das im Zuge des Projekts *HydrOs* entstandene Auswertemodell weiterentwickelt werden, um eine verbesserte Prädiktion der räumlichen Orientierung und der Positionskoordinaten des Schiffs zu ermöglichen. Hierdurch soll insbesondere die Bestimmung der Position innerhalb von Bereichen ohne oder mit eingeschränktem GNSS-Empfang verbessert werden. Der Schwerpunkt liegt dabei auf einer Weiterentwicklung des Prädiktionsmodells im EKF. Dazu werden für ein bestehendes Modell zwei Modellerweiterungen adaptiert und evaluiert. Zum einen handelt es sich um eine kinematische Erweiterung, bei der die wirksamen Beschleunigungen und Drehratenänderungen messtechnisch erfasst und angebracht werden. Zum anderen sollen in einer dynamischen Modellerweiterung die anliegenden Beschleunigungskomponenten anhand der auf das System *Vermessungsschiff* wirkenden Kräfte beschrieben werden.

Um ein geeignetes Modell zur Beschreibung des Bewegungsverhaltens eines Schiffs definieren zu können, wird eine experimentelle Systemanalyse durchgeführt. Dabei wird dessen Bewegungsverhalten anhand von aufgezeichneten Messdaten untersucht. Hierzu kommen verschiedene Methoden der Signalanalyse zum Einsatz, die in Kap. 3.1 beschrieben werden. Da davon auszugehen ist, dass in den einzelnen Messgrößen zyklische Effekte auftreten, wird besonders auf deren Analyse eingegangen (Fourier-Transformation und Wavelet-Transformation). In diesem Zusammenhang wird das allgemeine Vorgehen bei der Analyse der erfassten Daten beschrieben.

Noch bevor die verschiedenen Verfahren zur Datenanalyse betrachtet werden, wird in Kap. 2 auf die verwendeten Messdaten selbst eingegangen. Dazu werden die zugehörigen Sensoren betrachtet, die in das Multi-Sensorsystem integriert werden.

Auf Basis der detektierten Eigenschaften kann ein geeignetes Modell zur Auswertung der Messdaten und damit auch zur Positionsbestimmung des hydrografischen Ortungssystems bestimmt werden. Hierzu wird in Kap. 4 ein geeigneter Filteralgorithmus vorgestellt, das erweiterte Kalman-Filter. Innerhalb dieses Filters kommen ein geeignetes Prädiktions- und ein Beobachtungsmodell zum Einsatz. Beide Modelle werden im weiteren Verlauf des Kapitels hergeleitet und dargestellt.

Abschließend werden die entwickelten Modelle in Kap. 5 evaluiert und verglichen. Hierzu müssen zunächst einige systemspezifische Modellparameter bestimmt werden. Da diese Modellparameter für jedes System individuell bestimmt werden müssen, werden spezifische Hinweise zur Parameterbestimmung gegeben.

1.3 Einordnung in die Systemtheorie

Das Ziel dieser Arbeit ist die Definition eines geeigneten mathematischen Modells mit dem das Bewegungsverhalten eines Vermessungsschiffs auf einem Binnengewässer beschrieben werden kann. In diesem Zusammenhang wird das Schiff als bewegliches System im Sinne der Systemtheorie aufgefasst.

Isermann (1992) und Heunecke et al. (2013) interpretieren ein System in Anlehnung an DIN IEC 60050-351 (DIN 2014) „als eine abgegrenzte Anordnung von aufeinander einwirkende Gebilden“. Kann solch ein Gebilde als (Gesamt-)Prozess angesehen werden, so setzt sich ein System aus mehreren Prozessen zusammen (Isermann 1992). Nach DIN IEC 60050-351 (DIN 2014) ist ein Prozess die „Gesamtheit von aufeinander einwirkenden Vorgängen in einem System durch die Materie, Energie oder Informationen umgeformt oder gespeichert wird.“

Für jedes System (bzw. für die einzelnen enthaltenen Prozesse) müssen die jeweiligen Eingangs- und Ausgangsgrößen identifiziert werden. Erstere beeinflussen das Systemverhalten, wobei Heunecke et al. (2013) zwischen den für die Modellierung bedeutsamen Eingangssignalen $\boldsymbol{u}\,(t)$ und den oft kumulativ betrachteten Störsignalen $\boldsymbol{w}\,(t)$ unterscheiden (siehe Abb. 1.2). Die Ausgangsgrößen $\boldsymbol{y}\,(t)$ geben die Reaktion des Systems auf die Summe aller Eingangsgrößen wieder. Dabei handelt es sich beim hier betrachteten System um ein dynamisches

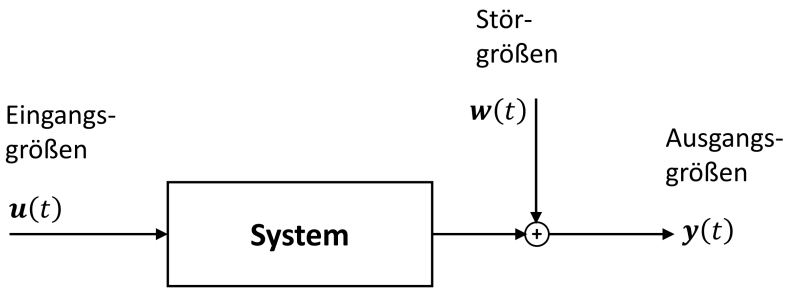


Abb. 1.2: Dynamisches System (nach Bohn und Unbehauen 2016)

System, bei dem $\boldsymbol{y}\,(t_k)$ zum Zeitpunkt t_k maßgeblich vom zeitlich zurückliegenden Verlauf der Eingangsgrößen $\boldsymbol{u}\,(t_{k-i})$ (mit $i = 1, 2, \ldots, n$) abhängt (Bohn und Unbehauen 2016). Somit liegt einem dynamischen System das Prinzip der Kausalität zugrunde. Da sich der Einfluss der Eingangsgrößen auf $\boldsymbol{y}\,(t_k)$ über mehrere Epochen strecken kann, handelt es sich um ein System mit Gedächtnis (Bohn und Unbehauen 2016). Heunecke et al. (2013) grenzen ein dynamisches System gegenüber einem statischen System ab, welches zwar ebenfalls kausal ist, jedoch kein Gedächtnis besitzt.

Sowohl bei den Eingangsgrößen $\boldsymbol{u}\,(t)$ als auch bei den Ausgangsgrößen $\boldsymbol{y}\,(t)$ kann es sich prinzipiell um einzelne Größen oder auch um einen mehrdimensionalen Vektor handeln. Das System Schiff wird von mehreren auf das Schiff einwirkenden Kräften beeinflusst (siehe Kap. 4.3.1) und weist mit den benötigten Positionskoordinaten und seiner räumlichen Orientierung (in Form der Rotationswinkel) mehrere Ausgangsgrößen auf. Somit handelt es sich um ein Mehrgrößensystem (*Multiple Input - Multiple Output*, (Heunecke et al. 2013)). In den unterschiedlichen Modellansätzen (siehe Kap. 4.3.2.1) werden vereinfachend jedoch nicht alle real wirkenden Eingangsgrößen berücksichtigt, so dass sich für die Modelle der Vektor $\boldsymbol{u}\,(t)$ verkürzt.

Um die mathematische Beziehung zwischen Eingangs- und Ausgangsggrößen im System modellieren zu können, stehen verschiedene Methoden zur Verfügung. Kann das Übertragungsverhalten von $\boldsymbol{u}\,(t)$ auf $\boldsymbol{y}\,(t)$ durch physikalisch bekannte Zusammenhänge präzise modelliert werden, so wird eine theoretische Modellbildung angewendet. Da hierbei die Vorgänge im System genau bekannt sind, sprechen Bohn und Unbehauen (2016) hier von einem *White Box*-Modell. Diese Art der Modellbildung stellt den Idealfall dar, da solche Modelle die physikalischen Vorgänge präzise beschreiben. Heunecke et al. (2013) bezeichnen solche Modelle als Strukturmodelle. Der Nachteil dieser Modelle ist ihre oft hohe Komplexität. Sind die in ihnen enthaltenen (physikalischen) Parameter nicht ausreichend genau bestimmt, so kann es auch bei theoretisch begründeten Modellen zu Abweichungen vom realen Systemverhalten kommen.

Als Gegensatz zu den *White Box*-Modellen nennen Bohn und Unbehauen (2016) die sogenannten *Black Box*-Modelle zur Beschreibung eines Systemverhaltens. Bei diesen Modellen wird das Übertragungsverhalten im System experimentell bestimmt, wozu sowohl die Eingangs- als auch die Ausgangsgrößen messtechnisch erfasst werden müssen (Isermann 1992). Der dem Übertragungsverhalten zugrundeliegende physikalische Zusammenhang zwischen $\boldsymbol{u}\,(t)$ und $\boldsymbol{y}\,(t)$ wird nicht explizit modelliert. Somit handelt es sich um sogenannte Verhaltensmodelle (Heunecke et al. 2013).

Als Zwischenform zwischen den beiden Arten der Modellbildung führen Bohn und Unbehauen (2016) noch die sogenannten *Grey Box*-Modelle ein. Um ein solches Modell des Systems bilden zu können, wird zunächst ein theoretisches Modell aufgestellt. Die darin enthaltenen physikalischen Parameter werden jedoch als Unbekannte betrachtet, die durch eine experimentelle Identifikation des Übertragungsverhaltens zwischen $\boldsymbol{u}\,(t)$ und $\boldsymbol{y}\,(t)$ dem realen Systemverhalten angepasst werden (Bohn und Unbehauen 2016). Hierfür werden, wie bei *Black Box* Modellen, messtechnisch erfasste Informationen für alle verwendeten Größen benötigt.

In Kap. 4.3 werden verschiedene Ansätze für Verhaltensmodelle zur Beschreibung des Systemverhaltens vorgestellt, die sich aus einzelnen *Grey Box* oder *Black Box* Modellbestandteilen zusammensetzen. Aus diesem Grund ist eine messtechnische Erfassung von $\boldsymbol{u}\,(t)$ und $\boldsymbol{y}\,(t)$ erforderlich. Diese wird in Form einer diskreten

Abtastung der relevanten Größen realisiert, so dass für die diskreten Zeitpunkte t_k Messwerte vorliegen. Allgemein handelt es sich dabei um eine Folge von reellwertigen quantitativen Größen (siehe Kreiß und Neuhaus 2006). Da die für die jeweilige Beobachtungsgrößen i bzw. j abgetasteten Werte allgemein in einer zeitlich geordneten Reihe vorgehalten werden, spricht man nach Niemeier (2008) von einer Zeitreihe ($\boldsymbol{u}_i\,(\boldsymbol{t})$ bzw. $\boldsymbol{y}_j\,(\boldsymbol{t})$ mit $\boldsymbol{t} = [t_1, t_2, \ldots, t_n]$). Diese können im Sinne der Signalanalyse auch als diskrete Signale interpretiert werden (Puente León et al. 2011), da es sich hier bei den in diesem Zusammenhang erfassten Zeitreihen stets um physikalische Größen handelt. Für die messtechnische Erfassung ist ein bereits erwähnter Bestandteil des Gesamtsystems *Schiff* zuständig, das darauf installierte Multi-Sensorsystem.

Die erfassten Zeitreihen $\boldsymbol{y}_j\,(\boldsymbol{t})$ bilden die im System ablaufenden Prozesse ab. Da ein zum Zeitpunkt t_k erfasstes Zeitreihenelement sowohl von $\boldsymbol{u}\,(\boldsymbol{t})$ als auch von $\boldsymbol{w}\,(t_k)$ abhängt, wird dieses als Realisierung eines stochastischen Prozesses angesehen. Heunecke et al. (2013) führen aus, dass dieser aus einem deterministisch bestimmbaren Anteil besteht, der von einem rein stochastischen Anteil überlagert ist. Daraus folgt, dass der Prozess bzw. die einzelnen Elemente der Zeitreihe nicht vollständig prädizierbar sind (Heunecke et al. 2013).

Mithilfe der zu einer Epoche t_k erfassten Eingangsgrößen des Systems lässt sich dessen aktueller Zustand durch Zustandsgrößen beschreiben. Diese lassen sich prinzipiell wieder als Vektor der Ausgangsgrößen $\boldsymbol{y}\,(t_k)$ auffassen. Zur quantitativen Beschreibung von $\boldsymbol{y}\,(t_k)$ wird im Allgemeinen neben $\boldsymbol{u}\,(\boldsymbol{t_k})$ jedoch auch die Systemausgangsgrößen der zurückliegenden Epoche t_{k-1} benötigt. Um diesen Zusammenhang hervorzueben, werden die Zustandsgrößen im Folgenden als $\boldsymbol{x}\,(t_k)$ bezeichnet. Prinzipiell sollten die modellierten Zustandsgrößen so gewählt werden, dass durch sie alle interessierenden Komponenten des Bewegungsverhaltens beschrieben werden können. Für eine gute Interpretierbarkeit werden die Zustandsgrößen für einen vorab definierten Referenzpunkt auf dem Schiff ausgegeben. Nach Isermann (1992) kann diese Art der Modellbildung als Systemmodell mit konzentrierten Parametern bezeichnet werden.

Eine optimale Beschreibung der Zustandgrößen kann durch Verwendung eines geeigneten Filter-Algorithmus erreicht werden. In dieser Arbeit wurde hierzu das Erweiterte Kalman-Filter (EKF) ausgewählt. Generell eignen sich hierfür auch andere Filter, beispielsweise das (linearisierte) Kalman-Filter (siehe Gelb 1974), das Unscented Kalman Filter (siehe Julier und Uhlmann 1997; Julier und Uhlmann 2004) oder das Partikelfilter (siehe Del Moral 1996).

Das System *Vermessungsschiff* bewegt sich auf einem Gewässer, weshalb ein Systemzustand $\boldsymbol{x}\,(t_k)$ stets von zahlreichen externen Einflüssen bestimmt wird. Da diese sich zumeist überlagern, können nicht alle zum jeweiligen Zeitpunkt wirkenden Einflussfaktoren anhand der Zeitreihe individuell identifiziert werden. Es besteht damit nicht zwingend eine gemeinsame Grundgesamtheit. Zudem muss davon ausgegangen werden, dass weder ein konstanter Erwartungswert noch eine zeitliche Invarianz der Autokovarianzfunktion bestehen. Deshalb wird von instationären Prozessen ausgegangen. Übertragen auf das gesamte System, lässt sich von einem instationären System sprechen.

Um die erfassten Daten dennoch mit Methoden der Zeitreihenanalyse untersuchen zu können, müssen geeignete Schritte unternommen werden, um die einzelnen erfassten Prozesse in ergodische und (schwach) stationäre Prozesse überführen zu können (siehe Kap. 3.2.2). Die mittels Analysen im Zeit- und im Frequenzraum bestimmten Eigenschaften der einzelnen Prozesse bzw. des Systemverhaltens an sich führen zu detaillierteren Erkenntnissen über das Bewegungsverhalten und tragen damit zu einer präziseren Modellierung dieses Verhaltens bei.

2 Realisierung eines hydrografischen Positionierungssystems als Multi-Sensorsystem

Um aktuelle, dreidimensionale Geodaten zur Beschaffenheit des Gewässerbetts von deutschen Binnenwasserstraßen und von Hafenbecken bereitstellen zu können, müssen diese in regelmäßigen Abständen messtechnisch erfasst werden. Diese Aufgabe wird hauptsächlich von Peilschiffen übernommen, die dazu mit geeigneten Echoloten ausgerüstet sind. Die dabei erfassten Daten weisen zunächst keinen Raumbezug auf und müssen deshalb georeferenziert werden. Bisher werden dazu geodätische GNSS-Empfänger eingesetzt, so dass Positionskoordinaten als kinematische Echtzeitlösung (*Real Time Kinematic*, RTK) bereitgestellt werden können. Um die Positionsgenauigkeit zu steigern und auch zur Überbrückung von kurzzeitigen Lücken beim Empfang von GNSS-Signalen werden die GNSS-Empfänger um eine Inertiale Messeinheit (*Inertial Measurement Unit*, IMU) bzw. eine *Motion Reference Unit* (MRU) innerhalb eines Inertialnavigationssystems (INS) ergänzt, so dass eine gekoppelte Positionslösung berechnet werden kann. Solch ein GNSS-gekoppeltes System ist insbesondere dann erforderlich, wenn auf dem Schiff ein Fächerecholot installiert ist (siehe Kap. 2.2), das den Gewässergrund in Form von zweidimensionalen Profilen erfasst. Aufgrund des breiten Erfassungsbereichs eines solchen Fächerecholots müssen die Messdaten nicht nur georeferenziert werden, sondern es muss zusätzlich die vom Schiff ausgeführten Roll- und Nickbewegungen korrigiert werden. Erst nach Anbringen der Reduktion kann der Gewässergrund korrekt abgebildet werden.

Ist die Umgebung frei von Hindernissen, die den Empfang von GNSS-Signalen beeinträchtigen, kann bei guter Mobilfunkabdeckung eine hochpräzise RTK-Lösung bestimmt werden. Bei einer adäquaten Satellitenkonstellation wird damit eine Unsicherheit von mehreren Zentimetern erreicht. In Hentschinski und Wirth (2012) wird jedoch gezeigt, dass mit einem GNSS-INS-System nicht für alle Fahrtszenarien eine ausreichend genaue Positionslösung bestimmt werden kann.

Sind Hindernisse (z. B. Brücken, steile Hänge, Bewuchs, etc.) vorhanden, kommt es zu (Teil-)Abschattungen. Somit können wenige oder keine GNSS-Signale empfangen werden. Im Fall von Teilabschattungen muss davon ausgegangen werden, dass die Hindernisse, wie in Breitenfeld et al. (2014) und Breitenfeld et al. (2015) beschrieben, zu einer geometrisch ungünstigen Konfiguration der empfangbaren Satelliten führen. Außerdem kommt es zu Signalbeugungen, wenn die Kante eines Hindernisses genau in der Sichtlinie zwischen Satellit und GNSS-Empfänger liegt. Als problematisch erweisen sich auch große flächenförmige Hindernisse, die sich in der Nähe des Empfängers befinden. Auch wenn sie keine Signalabschattungen bewirken, wird das Signal doch an ihnen reflektiert und unter Umständen zum Empfänger gelenkt. Dieser Mehrwegeeffekt (*multipath*

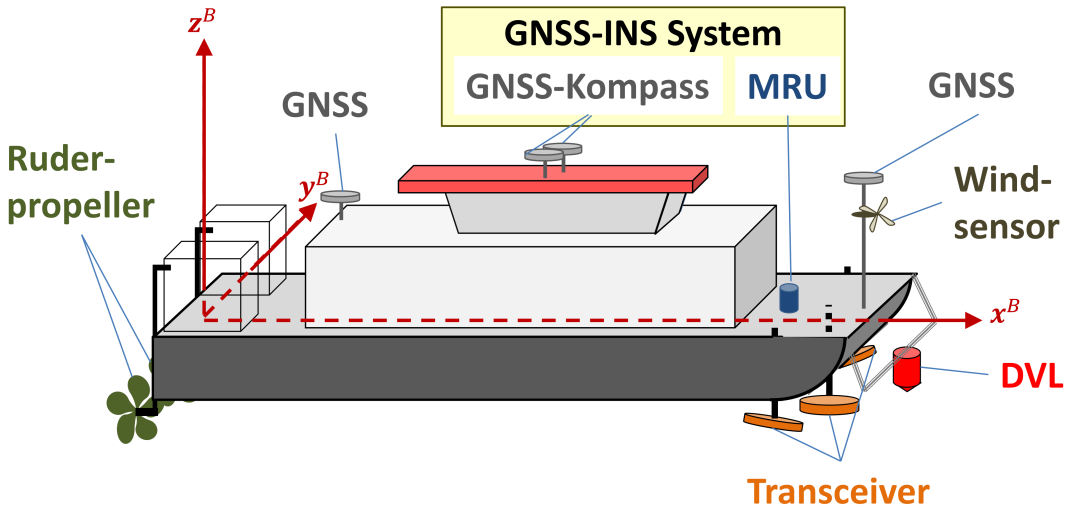


Abb. 2.1: Sensorkonfiguration - schematischer Überblick

effect) stellt eine weitere wichtige Fehlerquelle bei der Positionsbestimmung mittels GNSS dar. Hentschinski und Wirth (2012) zeigen, dass es insbesondere im Bereich von Brücken zu großen Sprüngen in der mittels GNSS bestimmten Trajektorie des Schiffs kommt. Aufgrund der variierenden Umgebungsbedingungen bei einer kinematischen GNSS-Messung kann es zu einer fehlerhaften Schätzung der Anzahl der ganzzahligen Trägerphasenwellen kommen, die bei der Berechnung der differentiellen GNSS-Lösung eine entscheidende Rolle spielen. Eine solche sprunghafte Änderung der Mehrdeutigkeitslösung wird als *cycle slip* bezeichnet (Hofmann-Wellenhof et al. 2008). Es ist davon auszugehen, dass diese Sprünge auf die genannten Fehlerquellen zurückzuführen sind.

Um diese Lücken bei der Positionsbestimmung schließen zu können, wurde im Zuge des Kooperationsprojekts *HydrOs* ein hydrographisches Ortungssystem entwickelt. Durch Aufbau eines Multi-Sensorsystems aus verschiedenartigen Sensoren liegen auch in den GNSS-Lücken Beobachtungen vor, mit deren Hilfe zu jeder vorgegebenen Epoche eine Positionslösung bestimmt werden kann. Dies geschieht mittels einer eigens implementierten Software, die auf den in Kap. 4 präsentierten Algorithmen und Modellen basiert.

Im *HydrOs*-Projekt wurde in Breitenfeld et al. (2015) für den Aufbau des Multi-Sensorsystems die Integration verschiedener Sensoren untersucht. Hier wird im folgenden eine Sensorkonfiguration betrachtet, die in Breitenfeld et al. (2015) als Maximalkonfiguration bezeichnet wird. Im einzelnen besteht diese aus einem GNSS-basierten Zeitgeber, einem *Doppler Velocity Log* (DVL), einem GNSS-INS gekoppelten System, zwei GNSS-Antennen (Trimble SPS 588) sowie aus Abgriffeinheiten für relevante Größen der Schiffssteuerung, die an den eingebauten Ruderpropellern abgegriffen werden (Abb. 2.1). Das GNSS-INS gekoppelte System selbst besteht aus zwei weiteren GNSS-Antennen (Novatel GPS-702-GG), die hier nicht nur als Positionssensor sondern auch als GNSS-Kompass fungieren, und einer *Motion Reference Unit* (MRU). Zusätzlich besteht die Möglichkeit, einen Windsensor einzubinden. Dies wurde hier aufgrund eines Sensordefekts nicht realisiert. Die einzelnen Sensoren werden in Kap. 2.3 vorgestellt. Die von ihnen erfassten Beobachtungen beziehen sich auf verschiedene Koordinatensysteme, die in Kap. 2.1 beschrieben werden.

2.1 Koordinatensysteme

Bei der Verwendung eines Multisensorsystems muss beachtet werden, dass sich die Messdaten auf eine Vielzahl von unterschiedlichen Koordinatensysteme beziehen. Diese Messdaten und Informationen werden in ein Navigationskoordinatensystem überführt und anschließend georeferenziert.

2.1.1 Inertiales Koordinatensystem

Beim Inertialkoordinatensystem $\mathbf{x}^I$ handelt es sich um ein nicht-beschleunigtes, raumfestes Koordinatensystem, dessen Ursprung im Zentrum des Erdellipsoids liegt. Die z^I-Achse verläuft entlang der Erdrotationsachse in Richtung Norden. Die x^I- und die y^I-Achse liegen beide in der Äquatorebene und werden relativ zu Fixsternen ausgerichtet. So zeigt die x^I-Achse zum Frühlingsäquinoktium. Messgrößen, die von Inertialeinheiten (IMU) erfasst werden, beziehen sich stets auf Bewegungen relativ zum $\mathbf{x}^I$-Koordinatensystem (Wendel 2011). Um die von einer IMU erfassten Beschleunigungen und Drehraten im Rahmen einer Strapdown-Rechnung in die Berechnung einer Navigationslösung integrieren zu können, muss die Erdrehrate und die Transportrate kompensiert werden (Wendel 2011). Mit dem in Wendel (2011) beschriebenen Ansatz können die Messgrößen bezüglich des nachfolgend beschriebenen erdfesten Koordinatensystems $\mathbf{x}^E$ angegeben werden.

2.1.2 Sensor- und Plattformkoordinatensysteme

Prinzipiell liegt für jeden Messsensor ein eigenes Koordinatensystem $\mathbf{x}^{\text{Sens}}$ vor, wobei die sensitive Achse bzw. die sensitiven Achsen des Sensors zur Definition dieses Koordinatensystems genutzt werden. In den meisten Fällen ist dieses vom Hersteller für das jeweilige Sensorgehäuse eines Produkttyps definiert, wobei auch der

Ursprung des Koordinatensystems bzgl. des Gehäuses angegeben wird. Es handelt sich im Allgemeinen um orthogonale Rechtshandsysteme. Da im weiteren Verlauf dieser Arbeit stets der dreidimensionale Fall betrachtet wird, ist für jeden Sensor ein dreidimensionales Koordinatensystem zu definieren (siehe Abb. 2.2).

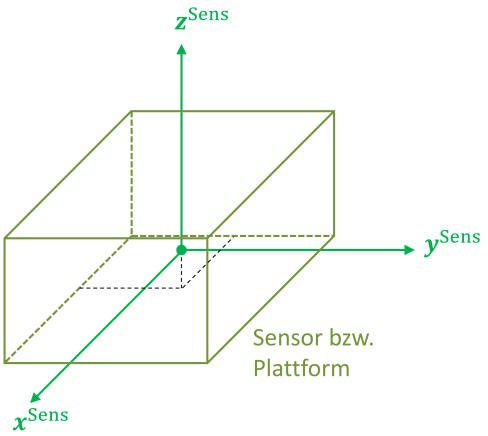


Abb. 2.2: Sensor- bzw. Plattformkoordinatensystem $\mathbf{x}^{\text{Sens}}$ für einen einzelnen Sensor

In vielen Fällen besteht ein Instrument aus mehreren Sensoren, so dass es sich hierbei genau genommen um eine Sensorplattform handelt (z. B. IMU mit drei Beschleunigungs- und drei Drehratensensoren). In diesen Fällen wird für jedes Instrument ein Plattform-Koordinatensystem $\mathbf{x}^{\text{Pf}}$ definiert. Um die Messdaten der einzelnen Sensoren in dieses Koordinatensystem zu überführen, ist eine Kalibrierung des Instruments erforderlich. Mithilfe der dabei bestimmten Kalibrierungs- bzw. Transformationsparameter werden die Messdaten meist direkt in das Plattformkoordinatensystem transformiert und in diesem ausgegeben.

Sensor- und Plattformkoordinatensysteme werden hier als gleichrangig betrachtet, da es sich bei den in Kap. 2 beschriebenen Instrumenten meist um Black-Box-Systeme handelt, über deren interne Sensoranordnung wenig bekannt ist. Im Folgenden werden sie mit $\mathbf{x}^{\text{Sens}}$ bezeichnet. Die im Sensorkoordinatensystem der IMU ausgegebenen Messgrößen $\boldsymbol{a}^{\text{Sens},i}$ (Beschleunigungen) und $\boldsymbol{\omega}_{i,\text{Sens}}^{B,I}$ (Drehraten) werden dabei bezüglich des intertialen Koordinatensystems $\mathbf{x}^{I}$ bestimmt (siehe Kap. 2.1.1).

2.1.3 Schiffskoordinatensystem

Die in Abb. 2.1 dargestellten Instrumente mit ihren jeweiligen individuellen Koordinatensystemen $\mathbf{x}^{\text{Sens},i}$ sind auf dem Peilschiff angebracht. Um die in den jeweiligen Koordinatensystemen erfassten Messdaten gemeinsam prozessieren zu können, muss ein Zusammenhang zwischen allen $\mathbf{x}^{\text{Sens},i}$-Koordinatensystemen hergestellt werden. Damit können alle erfassten Messdaten in einem einheitliche Koordinatensystem zusammengeführt werden. Zu diesem Zweck wird ein körperfestes Schiffskoordinatensystem $\mathbf{x}^{B}$ (*Body*-Koordinatensystem) definiert, dessen Lage relativ zum Schiffskörper durch eindeutige, am Schiff markierte Festpunkte hergestellt werden kann. Die Lagerung jedes $\mathbf{x}^{\text{Sens},i}$-Koordinatensystems wird eindeutig bezüglich des $\mathbf{x}^{B}$-Koordinatensystems festgelegt.

Zur Festlegung eines Schiffskoordinatensystems liegt keine allgemeingültige Vorschrift vor. Allgemein üblich ist die Verwendung eines Rechtshandsystems. Bei den Schiffen der Wasser- und Schifffahrtsämter (WSA) in Deutschland werden die Koordinatensysteme nach Brüggemann (2013) definiert. Die x^{B}-Achse verläuft entlang der Schiffslängsachse von der geometrische Heck-Mitte zur geometrischen Mitte des Bugs und die y^{B}-Achse zeigt nach Backbord. Wie in Abb. 2.3 dargestellt wird, ist die x^{B}, y^{B}-Ebene durch die Ebene, die von der mittleren Wasserlinie definiert wird, repräsentiert. Da die Wasserlinienebene stark vom Beladungszustand des Schiffs abhängt, wird die mittlere Ebene für einen vorab definierten Beladungszustand bestimmt. Im allgemeinen wird dieser Zustand durch die am Schiff angebrachten Wasserlinienmarken gekennzeichnet. Die z^{B}-Achse ergänzt das Orthogonalsystem, so dass der Ursprung des Koordinatensystems in der Mitte des Hecks liegt. Sie

verläuft entlang des Normalenvektors der x^B, y^B-Ebenen und mit positiver Richtung nach oben. Eine alternative Option zur Definition eines Schiffskoordinatensystems findet sich in Lekkerkerk und Theijs (2012a).

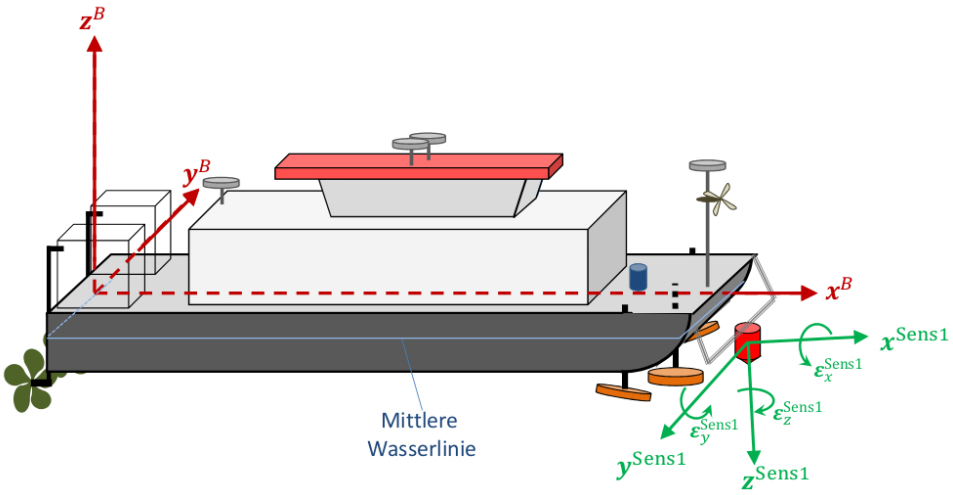


Abb. 2.3: Schiffskoordinatensystem $\mathbf{x}^B$ und Sensorkoordinatensystem $\mathbf{x}^{\text{Sens}}$ (von einem Sensor)

Um die Messdaten der einzelnen Instrumente und Sensoren vom jeweiligen Koordinatensystem $\mathbf{x}^{\text{Sens},i}$ ins Koordinatensystem $\mathbf{x}^B$ transformieren zu können, müssen zunächst die zugehörigen Transformationsparameter durch eine Schiffseinmessung bestimmt werden. Zu diesem Zweck sollte sich das Vermessungsschiff an Land befinden. Der Vorgang der Schiffseinmessung selbst wird in Brüggemann (2013) beschrieben. Die bestimmten Koordinaten der Sensor- und Instrumentenbezugspunkte im $\mathbf{x}^B$-System stellen jeweils die Translationsvektoren $\boldsymbol{x}_{0,i}^B$ dar. Ebenfalls werden die Rotationswinkel $\epsilon_{x,i}, \epsilon_{y,i}$ und $\epsilon_{z,i}$ messtechnisch bestimmt. Diese als Einbauwinkel aufzufassenden Größen repräsentieren eine Abweichung in der Ausrichtung von $\mathbf{x}^{\text{Sens},i}$ zu $\mathbf{x}^B$. Allgemein kann der Übergang von einem Koordinatensystem $\mathbf{x}^{\text{Sens},i}$ ins Schiffskoordinatensystem $\mathbf{x}^B$ durch eine dreidimensionale Ähnlichkeitstransformation,

$$\boldsymbol{x}_{\text{Sens},i}^B = \boldsymbol{x}_{0,i}^B + \mathbf{R}^{Sens,i,B}\left(\epsilon_{z,i}, \epsilon_{y,i}, \epsilon_{x,i}\right) \cdot \boldsymbol{x}^{\text{Sens},i}, \tag{2.1}$$

beschrieben werden, wobei ein Maßstabsfaktor $m = 1$ gilt.

Bei den erfassten Messgrößen, die entlang einer Sensorachse im jeweiligen $\mathbf{x}^{\text{Sens},i}$-Koordinatensystem gemessen werden, handelt es sich nicht nur um zurückgelegte Distanzen, sondern auch um Geschwindigkeiten $\boldsymbol{v}_0^{\text{Sens}}$, Beschleunigungen $\boldsymbol{a}_0^{\text{Sens}}$ und um Drehraten $\boldsymbol{\omega}_0^{I,\text{Sens},i}$. Auch diese Größen sollen mit direktem Bezug zum $\mathbf{x}^B$-System ausgegeben werden. Da das Schiff als starrer Körper angesehen werden kann und die Einbauwinkel $\boldsymbol{\epsilon}$ konstant sind, können die Messgrößen auf die Achsen des $\mathbf{x}^B$-Koordinatensystems projiziert werden. Für die am Punkt $\boldsymbol{x}_{\text{Sens},i}^B$ bestimmten Größen gilt somit

$$\boldsymbol{v}_{\text{Sens},i}^B = \boldsymbol{v}_0^B = \mathbf{R}_{Sens,i}^B\left(\epsilon_{z,i}, \epsilon_{y,i}, \epsilon_{x,i}\right) \cdot \boldsymbol{v}_0^{\text{Sens},i} \tag{2.2}$$

bzw.

$$\boldsymbol{a}_{\text{Sens},i}^B = \boldsymbol{a}_0^B = \mathbf{R}_{Sens,i}^B\left(\epsilon_{z,i}, \epsilon_{y,i}, \epsilon_{x,i}\right) \cdot \boldsymbol{a}_{\text{Sens},i}^{\text{Sens},i}, \tag{2.3}$$

welche gleichzeitig auch die vektoriellen Geschwindigkeits- bzw. die Beschleunigungskomponenten ($\boldsymbol{v}_0^B$ bzw. $\boldsymbol{a}_0^B$) für den gesamten Starrkörper beschreiben. Sie werden hier bezüglich des Ursprungs des $\mathbf{x}^B$-Koordinatensystems ausgedrückt. Die gemessenen Winkelgeschwindigkeiten $\boldsymbol{\omega}$ müssen ebenso wie die bestimmten Winkel mit Bezug zum Navigationskoordinatensystem $\mathbf{x}^N$ (Kap. 2.1.4) um die Missweisungswinkel ϵ korrigiert werden.

2.1.4 Navigationskoordinatensystem

Für die Navigation in einem lokalen (topozentrischen) Horizontsystem wird ein Navigationskoordinatensystem $\mathbf{x}^N$ verwendet. Der Ursprung dieses Koordinatensystems liegt im selben Punkt wie der des körperfesten Koordinatensystems (siehe Kap. 2.1.3). Die x^N- und die y^N-Achse liegen in einer Tangentialebene, die ein definiertes Erdellipsoid am jeweiligen Betrachtungspunkt berührt. Die x^N-Achse zeigt dabei nach der allgemeinen Definition nach Norden und die y^N-Achse nach Osten. Die z^N-Achse vervollständigt das Koordinatensystem und zeigt entlang der Lotlinie in Richtung des Erdmittelpunkts (Abb. 2.4). Aus diesem Grund wird ein solches Koordiantensystem auch oft als *North-East-Down* (NED)-Koordinatensystem bezeichnet (Fossen 2011).

Da hier jedoch gewünscht ist, dass eine vertikale Bewegung entgegen der Lotrichtung zu einer positiven Änderung der Höhenkomponente führt, wird im Zuge dieser Arbeit die in Breitenfeld et al. (2015) vorgestellte, alternative Formulierung verwendet. Dieses System wird als *East-North-Up* (ENU)-Koordinatensystem bezeichnet. Eine Transformation vom NED- ins ENU-Koordinatensystem lässt sich mithilfe einer Rotation um $90°$ um die x^N-Achse und einer Rotation um $90°$ um die z'^N-Achse ausdrücken.

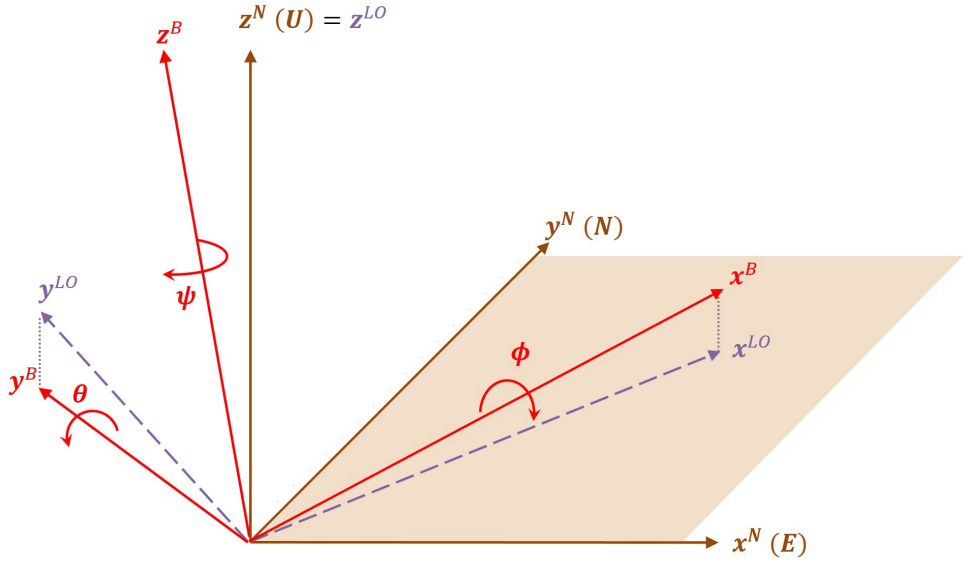


Abb. 2.4: Navigationskoordinatensystem $\mathbf{x}^N$, projiziertes Schiffskoordinatensystem $\mathbf{x}^{LO}$ und Schiffskoordinatensystem $\mathbf{x}^B$

Für eine Transformation zwischen Schiffskoordinatensystem und Navigationskoordinatensystem sind Informationen zur räumlichen Orientierung des Fahrzeugs erforderlich. Dies ist hier durch den Rollwinkel (*Roll*) ϕ, den Nickwinkel (*Pitch*) θ und den Gierwinkel (= Azimuth, *Yaw*) ψ gegeben. Wirth (2011) definiert diese Orientierungswinkel folgendermaßen:

- ϕ: Eine positive Drehung um die x^N-Achse verläuft im Gegenuhrzeigersinn, so dass die y^B-Achse in Richtung der z^N-Achse bewegt wird.
- θ: Eine positive Drehung um die y^N-Achse verläuft im Uhrzeigersinn, so dass die x^B-Achse in Richtung der z^N-Achse bewegt wird.
- ψ: Eine positive Drehung um die z^N-Achse verläuft im Uhrzeigersinn, wobei die x^B-Achse in Richtung der y^N-Achse (= Osten) bewegt wird. Diese Abweichung von der allgemeinen Norm erklärt sich dadurch, dass an dieser Stelle ein Übergang aus einem mathematischen Rechtssystem in ein geodätisches Linkssystem erzeugt werden muss. Gemessen wird der Gierwinkel abgehend von der x^N-Achse zur x^B-Achse.

Zur Transformation der Schiffskoordinaten $\boldsymbol{x}_k^B$ ins Navigations-Koordinatensystem $\mathbf{x}_k^N$ zur Epoche k werden die Standardrotationsmatrizen an die Definition dieser Koordinatensysteme angepasst. Somit gilt nach Wirth (2011) und Breitenfeld et al. (2015)

$$\mathbf{R}_x^{B,N}(\phi_k) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\phi_k & -\sin\phi_k \\ 0 & \sin\phi_k & \cos\phi_k \end{bmatrix}, \qquad \mathbf{R}_y^{B,N}(\theta_k) = \begin{bmatrix} \cos\theta_k & 0 & -\sin\theta_k \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\theta_k & 0 & \cos\theta_k \end{bmatrix},$$
$$\mathbf{R}_z^{B,N}(\psi_k) = \begin{bmatrix} \sin\psi_k & -\cos\psi_k & 0 \\ \cos\psi_k & \sin\psi_k & 0 \\ o & 0 & 1 \end{bmatrix}. \tag{2.4}$$

Diese Rotationsmatrizen können durch Matrizenmultiplikation zu einer Rotationsmatrix zusammengefasst werden. Für die Rotation vom Schiffs- ins Navigationskoordinatensystem gilt dementsprechend

$$\mathbf{R}^{B,N} = \mathbf{R}_z^{B,N}(\psi_k) \cdot \mathbf{R}_y^{B,N}(\theta_k) \cdot \mathbf{R}_x^{B,N}(\phi_k). \tag{2.5}$$

Umgekehrt gilt für die Transformation vom Navigationskoordinatensystem ins Schiffskoordinatensystem

$$\left(\mathbf{R}^{B,N}\right)^{-1} = \mathbf{R}^{N,B} = \mathbf{R}_x^{B,N}(\phi_k) \cdot \mathbf{R}_y^{B,N}(\theta_k) \cdot \mathbf{R}_z^{B,N}(\psi_k). \tag{2.6}$$

Das in Abb. 2.4 dargestellte Koordinatensystem $\mathbf{x}^{LO}$ stellt dabei eine Zwischenstufe dar, bei der die in (2.5) enthaltene Rotation $\mathbf{R}_z^{B,N}(\psi_k)$ noch nicht ausgeführt wurde. Auf diese Zwischenstufe wird in Kap. 4.4 erneut eingegangen.

Neben den Koordinaten sollen auch die Orientierungswinkel selbst bezüglich des Navigationskoordinatensystems ausgegeben werden. Hierfür ist es erforderlich, dass die Drehraten $\boldsymbol{\omega}_k^{B,I}$, die bezüglich des $\mathbf{x}^I$-Koordinatensystems bestimmt sind, zunächst um die Erdrehrate und die Transportrate korrigiert werden. Wendel (2011) beschreibt die Vorgehensweise, mit der die Drehraten $\boldsymbol{\omega}_k^{B,N}$ bezüglich des Navigationskoordinatensystems berechnet werden. Mit $\boldsymbol{\omega}_k^{B,N}$ kann eine Änderung der Orientierungswinkel ϕ_k, θ_k, ψ_k für das $\mathbf{x}^N$-Koordinatensystem berechnet werden, wofür die Transformationsmatrix $\boldsymbol{\Omega}^{B,N}$,

$$\boldsymbol{\Omega}^{B,N} = \begin{bmatrix} 1 & \sin\phi_k \tan\theta_k & \cos\phi_k \tan\theta_k \\ 0 & \cos\phi_k & -\sin\phi_k \\ 0 & \frac{\sin\phi_k}{\cos\theta_k} & \frac{\cos\phi_k}{\cos\theta_k} \end{bmatrix}, \tag{2.7}$$

angewendet wird. Ihre Herleitung wird beispielsweise in Fossen (2011) dargestellt.

Für die umgekehrte Transformation gilt wiederum

$$\left(\boldsymbol{\Omega}^{B,N}\right)^{-1} = \boldsymbol{\Omega}^{N,B} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\sin\phi_k \\ 0 & \cos\phi_k & \cos\theta_k \sin\phi_k \\ 0 & -\sin\phi_k & \cos\theta_k \cos\phi_k \end{bmatrix}. \tag{2.8}$$

Da sich das $\mathbf{x}^N$-Koordinatensystem stets auf die x^N, y^N-Ebene als Referenzebene bezieht, muss bei einer Integration eines zum Zeitpunkt t_k gemessenen Headings ψ_k beachtet werden, dass dieses zunächst reduziert werden muss. Hierfür ist die Meridiankonvergenz c_k zu berechnen (Schödlbauer 1982). Somit muss bei einer Rotation um die z^B-Achse stets der Rotationswinkel $(\psi_k - c_k)$ in $\mathbf{R}_z^{B,N}$ eingesetzt werden.

2.1.5 Erdfestes Koordinatensystem

Um die hydrographischen Messdaten eindeutig referenzieren zu können, sollen sie in einem erdfesten Koordinatensystem ausgegeben werden. Generell wird hierzu ein erdfestes Koordinatensystem mit Ursprung im Zentrum der Erde, $\mathbf{x}^E$ (*Earth-Centered Earth-Fixed coordinate system*, ECEF), gewählt. Das $\mathbf{x}^E$-Koordinatensystem rotiert mit der Erde mit einer Geschwindigkeit von $\omega^e = 7,2921 \cdot 10^5\,\mathrm{rad/s}$ gegenüber

dem Initial-Koordinatensystem (siehe Kap. 2.1.1), wobei die Erdrotationsachse im Allgemeinen durch die z^E-Achse repräsentiert wird. Der Nullpunkt des Koordinatensystems liegt im Erdzentrum. Die x^E-Achse verläuft durch den Nullmeridian und die y^E-Achse vervollständigt das rechtshändige Orthogonalsystem.

In der Regel wird ein Rotationsellipsoid als Referenzfläche definiert. Eine mögliche Realisierung dieses Referenzrahmens stellt das World Geodetic System 1984 (*WGS84*) dar, auf das sich GPS-Koordinaten beziehen. Werden die GNSS-Daten mithilfe von SA*POS*-Korrekturdaten als DGNSS- bzw. PDGNSS-Lösung ausgewertet, bezieht sich diese Lösung auf ein anderes Referenzsystem, das Europäische Terrestrische Referenzsystem ETRS89.

Im ECEF-System können für einen Punkt P kartesische Koordinaten $\left(x_P^E, y_P^E, z_P^E\right)$ ausgegeben werden, wobei eher die Verwendung von ellipsoidischen Koordinaten Länge, Breite und Höhe $\left(L_P^E, B_P^E, h_P^E\right)$ üblich ist. Die Umrechnung zwischen den beiden Koordinatenangaben im $\mathbf{x}^E$-System wird unter anderem in Wendel (2011) aufgeführt. Wird die Höhenkomponente als ellipsoidische Höhe relativ zum definierten Erdellipsoid angegeben, so kann damit eine Trennung zwischen der Darstellung der Lage- und der Höhenkomponente erfolgen.

Eine Transformation vom $\mathbf{x}^N$ ins geozentrische $\mathbf{x}^E$-Koordinatensystem kann mithilfe der Rotationsmatrix

$$\mathbf{R}^{N,E} = \mathbf{R}_z\left(-L^E\right) \cdot \mathbf{R}_y\left(\frac{\pi}{2} + B^E\right) = \begin{bmatrix} -\sin B^E \cos L^E & -\sin L^E & -\cos B^E \cos L^E \\ -\sin B^E \sin L^E & \cos L^E & -\cos B^E \sin L^E \\ \cos B^E & 0 & -\sin B^E \end{bmatrix} \tag{2.9}$$

ausgeführt werden. Ein von Aussems (1999) dargestellter Ansatz ermöglicht bereits direkt die Transformation einer Positionsänderung vom $\mathbf{x}^N$- ins $\mathbf{x}^E$-Koordinatensystem.

Alternativ kann für eine getrennte Betrachtung von Lage- und Höhenkomponenten ein erdfestes topozentrisches Koordinatensystem gewählt werden. Hierbei bietet sich in einer lokalen Umgebung eine Projektion auf eine ebene Referenzfläche an. Aus der großen Menge der möglichen Kartenprojektionen wird hier die Darstellung im *Universal Transversal Mercator* (UTM) Koordinatensystem gewählt. Für die Höhen werden weiterhin ellipsoidische Höhen verwendet. Für eine Umrechnung in Normalhöhen (z. B. im DHHN2016) werden genaue Quasigeoidhöhen benötigt, wie sie beispielsweise mit dem GCG2016-Quasi-Geoidmodell vom Bundesamt für Kartographie und Geodäsie (BKG) bereitgestellt werden.

Eine Transformation aus dem ECEF-Koordinatensystem $\left(L^E, B^E\right)$ ins UTM-Koordinatensystem wird mithilfe einer Reihenentwicklung nach Schödlbauer (1982) vollzogen. Dazu wird die Bestimmung der Meridianbogenlänge nach Hofmann-Wellenhof et al. (1997) vorgenommen.

2.2 Erfassung des Gewässerbetts mittels akustischer Signale

Bevor die Sensoren, die zur Positionsbestimmung eingesetzt werden, näher betrachtet werden, wird das ebenfalls an Bord befindliche hydrographische Messsystem kurz beschrieben. Dieses besteht aus einem Einzelstrahl-Echolot, einem Fächerecholot und einem Sidescan-Sonar. Echolote und Sonare können durch hydro-akustische Messungen Unterwasserobjekte detektieren. Ist ein solches Instrument vertikal ausgerichtet, um den Gewässergrund, und damit auch die Gewässertiefe, zu erfassen, handelt es sich um ein Echolot. Durch die Georeferenzierung und die Prozessierung der Messdaten können Informationen über die Topographie des Gewässerbetts gewonnen werden. Der in diesem Zusammenhang gebräuchliche Begriff *Bathymetrie* kann sowohl für die Messung der Wassertiefe selbst als auch für das Messergebnis der Gewässervermessung verwendet werden (DIN 2012; Schiller 2018).

Das von Echoloten ausgesendete hydro-akustische Signal wird am Gewässergrund reflektiert, gestreut und teilweise zurück zur Sende-/Empfangseinheit gestrahlt. Diese wird als Schwinger, *Transducer* oder auch als *Transceiver* (Kombination aus *transmitter* und *receiver*) bezeichnet. Zur Signalgenerierung erzeugt ein im Echolot integrierter Oszillator eine Sinusschwingung. Diese wird im Schwinger in pulsförmige Schallsignale umgewandelt und ins Wasser ausgesendet. Von der ebenfalls integrierten Empfangseinheit wird das reflektierte und

zurückgesendete akustische Signal wiederum in ein digitales Signal umgewandelt und an eine meistens kombinierte Steuerungs- und Prozessierungseinheit weitergeleitet. Dabei werden mithilfe einer systeminternen Uhr die Erfassungszeitpunkte bestimmt. Aus den einzelnen Zeitpunkten kann die Laufzeit und damit die Wassertiefe bestimmt werden. Eine detaillierte Beschreibung der Arbeitsweise von Echoloten sowie der die Messung beeinflussenden Faktoren, findet sich beispielsweise in Lurton (2002), IHO (2005) und Jong et al. (2010). Da die Wassertiefe aus den bestimmten Signallaufzeiten abgeleitet wird, muss die Wasserschallgeschwindigkeit bekannt sein. Diese ist nicht konstant, sondern hängt von der Wassertemperatur, dem Druck bzw. der Tiefe und - im Meer - von dem Salzgehalt des Wassers ab. Sie wird im allgemeinen vor Beginn der Echolot-Messung durch eine Messung mit einer Wasserschallprofilsonde (*Sound Velocity Profiler*, SVP) bestimmt und über eine Schnittstelle in die Prozessierungseineit des Echolots eingegeben.

Es existieren unterschiedliche Bauformen von Echoloten, Einzelstrahl-Echolote (engl. *Single Beam Echo-Sounder*, SBES) und mehrstrahlige Echolote (engl. *Multi Beam Echo-Sounder*, MBES). SBES werden meist unterhalb des Schiffsrumpfs befestigt und senden in einem einzigen Schallkegel Impulse in Vertikalrichtung aus, so dass zu jedem Messzeitpunkt jeweils eine einzelne Tiefeninformation gewonnen werden kann. Ein einzelnes Echolot kann während einer Messfahrt somit ein Längsprofil der Gewässersohle in Fahrtrichtung erfassen. SBES werden nach Jong et al. (2010) außerdem bei der Schiffsnavigation zur Tiefenmessung eingesetzt. Im Meer dienen sie zudem dem Aufspüren von Fischschwärmen.

MBES erfassen zu jedem Messzeitpunkt ein Profil des Gewässergrunds quer zur Schiffslängsachse. Allgemein wird ein Schallsignal ausgesendet, das sich quer zur Fahrtrichtung fächerförmig ausbreitet. Die in Richtung des Schwingers gestreuten und zurückgestrahlten Schallwellen werden von mehreren, im Schwinger verbauten, Empfangseinheiten empfangen, wodurch das reflektierte Signal in eine Vielzahl von einzelnen Messstrahlen (*beams*) unterteilt ist (Jong et al. 2010; Lurton 2002). Diese Bauform wird als Fächerecholot bezeichnet. Aus den einzelnen Messstrahlen wird die individuelle Wassertiefe und die Rückstreuung (Intensität) abgeleitet. Abb. 2.5 zeigt das so entstehende Querprofil des Gewässergrunds, das in einer Messepoche aufgenommen wird. Da während einer Messfahrt andauernd aufeinanderfolgende Querprofile erfasst werden, kann nach der Georeferenzierung der einzelnen Profile eine flächenhafte Information bereitgestellt werden (siehe Jong et al. 2010). Um ein möglichst breites Profil erfassen zu können und damit eine hohe Abdeckung zu erreichen, werden teilweise mehrere Schwinger zu sogenannten *Multihead*-Echoloten kombiniert. Oft werden diese in Form von *Dualhead*-Echoloten (zwei Schwinger) oder gar von *Triplehead*-Echoloten (drei Schwinger) realisiert. Der Öffnungswinkel eines MBES liegt heutzutage in vielen Fällen bei maximal $160°$-$170°$, wobei jeder einzelne Beam eine Öffnung zwischen $0.5°$-$2°$ hat (Kongsberg 2019; Teledyne RESON 2018).

Neben den Fächerloten nennen Jong et al. (2010) sogenannte *sweep systems* als weitere Bauform eines MBES. Lekkerkerk und Theijs (2012b) bezeichnen diesen Vorläufer des Fächerecholots als *multi-channel echo sounder*. Dabei handelt es sich um ein aus mehreren SBES bestehendes Array, das oft an einem Ausleger befestigt ist. Um zu verhindern, dass die einzelnen akustischen Signale interferieren, muss bei dieser Bauform zwingend eine Form des Schallmanagements erfolgen. Dies kann durch unterschiedliche Sendefrequenzen realisiert werden. Da diese Bauform recht selten ist, wird die Bezeichnung MBES im allgemeinen synonym mit der Bezeichnung Fächerecholot verwendet.

Die Messungen des Echolots werden zunächst auf ein im Schwinger gelagertes Koordinatensystem, dem entsprechenden Sensorkoordinatensystem, bezogen (siehe Kap. 2.1.2). Um die von den einzelnen Schwingern eines *Multihead*-Echolots erfassten Messungen bzw. Profile georeferenzieren zu können, muss zum jeweiligen Messzeitpunkt die Position und die räumliche Ausrichtung der individuellen Schwinger bekannt sein. Diese kann aus den erfassten Beobachtungen aus des gekoppelten GNSS-/Inertialsystem bzw. aus dem hier entwickelten Messsystem abgeleitet werden, indem eine dreidimensionale Koordinatentransformation (3D Helmert-Transformation) berechnet wird. Voraussetzung hierfür ist, dass die erfassten Echolot-Daten zuerst ins Schiffskoordinatensystem $\mathbf{x}^B$ transformiert werden. Deshalb müssen für das MBES, ebenso wie für alle anderen auf dem Schiff installierten Sensoren, hochgenaue Koordinaten im Schiffskoordinatensystem $\mathbf{x}^B$ bestimmt werden (siehe Abb. 2.1). Auch müssen die Einbauwinkel eines jeden Sensorkoordinatensystems bezüglich der Achsen des Schiffskoordinatensystems bekannt sein.

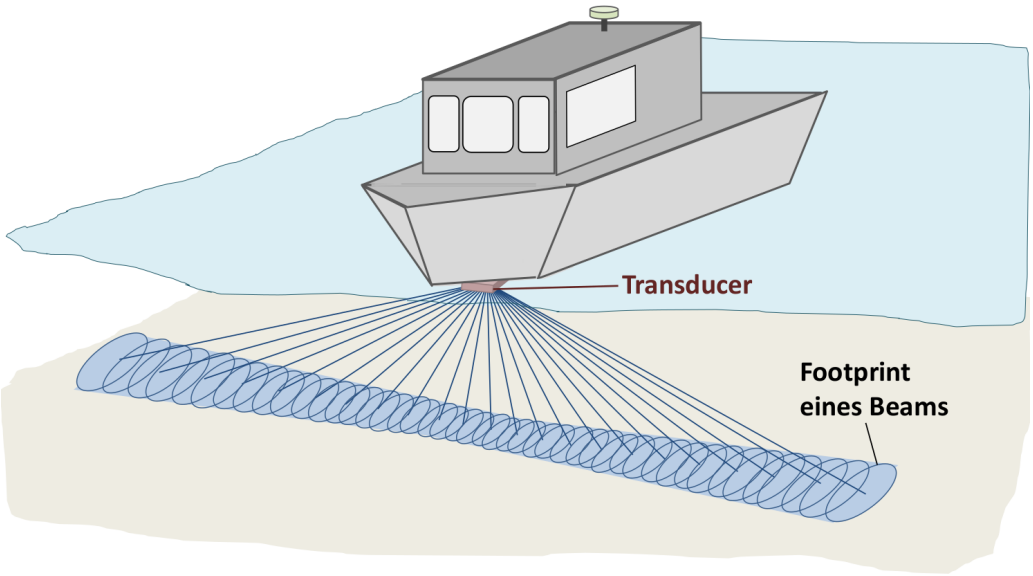


Abb. 2.5: Messprinzip - Fächerecholot (MBES)

Mithilfe einiger in Kap. 2.3 genannten Sensoren (INS, Kompass und ggf. GNSS-Empfänger) werden die zum jeweiligen Zeitpunkt aktuellen Transformationsparameter für eine Transformation vom Schiffskoordinatensystem $\mathbf{x}^B$ ins erdfeste Koordinatensystem $\mathbf{x}^E$ bestimmt, wodurch auch die Koordinaten des Schwinger-Zentrums und somit der mittels Echolot erfassten Daten im $\mathbf{x}^E$-Koordinatensystem vorliegen.

Um während der hydrographischen Messung eine hohe Informationsdichte zu erhalten, kommen zusätzlich zum Echolot oft noch weitere Sonare zum Einsatz, z. B. ein *Sidescan Sonar* (SSS). Einige Ansätze zur Positionsbestimmung ziehen die vom Sonar bereitgestellten Beobachtungen direkt im Auswerteprozess mit ein. Nygren (2005) verwendet als Bestandteil für die Navigation eines autonom operierenden Unterwasserfahrzeugs (engl. *Autonomous Underwater Vehicle*, AUV) ein Sonar mit flächenhaft erfassender Messanordnung. Durch die hohe Überlappung des erfassten Gebiets zwischen zwei Messepochen kann damit über einen Korrelationsansatz eine relative Position berechnet werden. In bisher nicht erfassten Gebieten kann dabei ein SLAM (*Simultaneous Localization and Mapping*)-Algorithmus angewendet werden. Da ein solches Sonar in dem System, das in dieser Arbeit betrachtet wird, nicht zur Verfügung steht, wird auf die Verwendung des Sonars und des Echolots bei der Positionsbestimmung verzichtet.

2.3 Sensoren im Multi-Sensorsystem

2.3.1 Zeitgeber

Um innerhalb eines Multi-Sensorsystems die Messdaten der verschiedenen Sensoren kombinieren zu können, ist es zwingend erforderlich, dass sich alle erfassten Daten auf eine einheitliche Referenzzeit beziehen. Da alle eingehenden Messsignale von einem Rechner gesammelt werden, können sie mit einem auf der internen Rechneruhr basierenden Zeitstempel versehen werden.

Eine solche Rechneruhr besteht im allgemeinen aus einem Quartz-Oszillator (Hardware-Uhr), die, falls der Rechner mit einem serverbasierten Netzwerk verbunden ist, beim Start durch den Abgleich mit einem Referenzgeber synchronisiert wird (Software-Uhr). Da ein auf einem Vermessungsschiff befindlicher Rechner nicht Bestandteil eines solchen Netzwerks ist, muss davon ausgegangen werden, dass es zu einem zeitlichen Driftverhalten kommt. Gründe hierfür sind zum einen Schwankungen in den Umgebungsbedingungen und zum anderen die Alterung der Batterie, die diesen Sensor kontinuierlich mit Strom versorgt. Ghosh (2015) geht

hierbei von einer Langzeitstabilität von $0,2$ s/Tag aus. Um die dadurch auftretenden Zeitfehler zu minimieren, ist es erforderlich, dass die interne Rechneruhr regelmäßig korrigiert wird. Innerhalb des hier realisierten Multi-Sensorsystems kann ein beliebiger Zeitsensor als Referenz-Zeitgeber angeschlossen werden. Im allgemeinen wird das Zeitsignal eines installierten GNSS-Empfängers abgegriffen und als Referenzzeit definiert. Hierfür wird das Zeitsignal aus den NMEA-Nachrichten extrahiert. Dieses wird in regelmäßigen Abständen mit der Zeit der internen Rechneruhr verglichen. Überschreitet die zeitliche Differenz einen vorab eingestellten Schwellwert, wird die Rechneruhr neu synchronisiert. Eine Alternative hierzu stellt die Nutzung des im GPS-Signal enthaltenen PPS-Signals dar.

Neben einer Langzeitdrift muss ebenfalls die Genauigkeit eines einzelnen Zeitstempels beachtet werden. Im Rahmen des Projekts *HydrOs* erfolgte Untersuchungen weisen für die Differenz eines erzeugten Zeitstempels zur jeweiligen UTC-Zeit nach Breitenfeld et al. (2015) eine Standardabweichung von ca. 3 ms auf. Für die hier betrachtete Anwendung ist dies ausreichend genau. Wird von einer maximalen Fahrtgeschwindigkeit von ungefähr $3,8$ m/s und einer Erfassungsfrequenz von 10 Hz ausgegangen, kann die Uhrenabweichung zu einer Positionsabweichung von maximal ca. $0,1$ cm führen, was für hydrographische Messungen keine Beeinträchtigung darstellt.

2.3.2 Log

Im Bereich der Schifffahrt wird unter einem *Log* ein Geschwindigkeitssensor verstanden, mit dem die Fahrt des Schiffs, d. h. die Geschwindigkeit relativ zum umgebenden Wasser, bestimmt wird. Auf Schiffen kommen unterschiedliche Log-Typen zum Einsatz. Hier seien exemplarisch einige dieser Typen genannt, die eine elektronische Auslesung der Messdaten ermöglichen. Terheyden (1983a) unterscheidet folgende Bauformen, die teilweise nur auf bestimmten Schiffstypen zum Einsatz kommen:

- Staudrucklog,
- Elektrolog (EM-Log) und
- Dopplerlog.

Die ersten beiden Sensoren eignen sich lediglich dazu, die Geschwindigkeit relativ zum Wasser zu bestimmen, wobei das Elektrolog bereits zwischen einer vorwärts und einer rückwärts gerichteten Bewegung unterscheiden kann. Um auch die Geschwindigkeit in Querrichtung bestimmen zu können, muss ein zweiter Log-Sensor orthogonal zum ersten angebracht werden. Ein Doppler(geschwindigkeits)log hingegen kann auch die Geschwindigkeit über Grund und damit bezüglich eines erdfesten Koordinatensystems angeben. Beim Dopplergeschwindigkeitslog (*Doppler Velocity Log* - DVL) handelt es sich um ein elektro-akustisches Fahrtmesssystem. Da ein DVL in das Multi-Sensorsystem integriert wird, soll die Funktionsweise dieses Bautyps hier detaillierter betrachtet werden. Eine ausführlichere Beschreibung findet sich beispielsweise in Terheyden (1983a) und Jong et al. (2010).

Um wie beim Elektrolog die Fahrtrichtung bestimmen zu können, werden in einem DVL prinzipiell zwei Dopplerlogs gegenüberliegend und in einer gespiegelten Anordnung montiert (*Janusanordnung*). Jeder der Schwinger ist dabei jeweils um den Winkel α gegenüber der z-Achse des Sensorkoordinatensystems z^{DVL} nach außen geneigt (Abb. 2.6a). Für eine Information über die Quergeschwindigkeiten muss eine zweite Janusanordnung orthogonal zur ersten installiert werden.

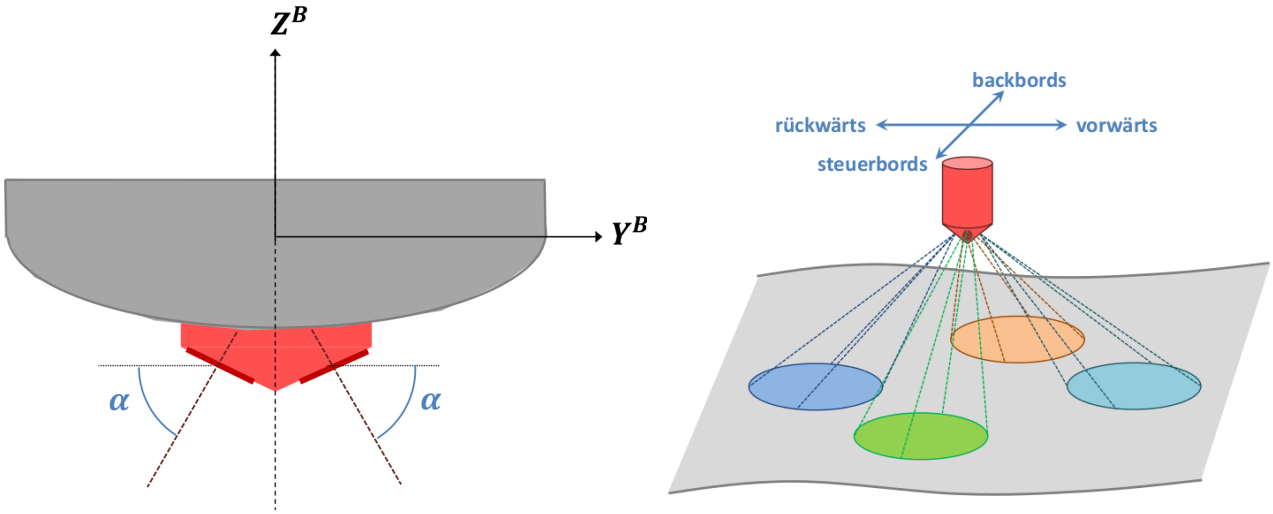
Soll zur Epoche t_k ein dreidimensionaler Geschwindigkeitsvektor $\mathbf{v}^{DVL} = \begin{bmatrix} v_{x,k}^{DVL} & v_{y,k}^{DVL} & v_{z,k}^{DVL} \end{bmatrix}^T$ bestimmt werden, müssen vier in dieser Form gekoppelte Sende-/Empfangseinheiten (Schwinger) angebracht werden. Wie in Abb. 2.6b dargestellt ist, werden die Schwinger jeweils um $90°$ versetzt angebracht. Von jedem Schwinger werden Schallwellen mit einer konstanten Frequenz ausgesendet. Diese werden entweder am Gewässergrund oder an Schwebeteilchen im Wasser gestreut und reflektiert und partiell vom Sensor empfangen. Somit liegt der große Vorteil des Dopplerlogs darin, dass sowohl die Relativgeschwindigkeit als auch die Geschwindigkeit über Grund gemessen wird.

Durch die Bewegung des Schiffs kommt es zu einer durch den Doppler-Effekt (Doppler 1903) verursachten Frequenzverschiebung zwischen ausgesendeter und empfangener Schallfrequenz (Jong et al. 2010).

$$\nu_D = \nu_t - \nu_r = 2 \cdot \nu_t \cdot \frac{v}{c_{sw}}, \tag{2.10}$$

mit ν_D - Doppler-Frequenzverschiebung,
ν_t - ausgesendete Schallfrequenz,
ν_r - empfangene Schallfrequenz,
v - Geschwindigkeit des bewegten Beobachters,
c_{sw} - Ausbreitungsgeschwindigkeit der Schallwellen im Ausbreitungsmedium

Zur Bestimmung der Wasserschallgeschwindigkeit c_{sw} im jeweiligen Messgebiet sollte vor Systemstart eine Messung mit einer Wasserschallsonde (engl. *sound velocity probe*, SVP) durchgeführt werden. Die entstandene Frequenzverschiebung wird für die Geschwindigkeitsbestimmung genutzt.



(a) 2D - Schnitt (b) 3D - Ansicht

Abb. 2.6: Janusanordnung beim DVL

Da die einzelnen Schwinger um den Winkel α geneigt sind, bewirkt sowohl die Bewegung des Schiffs in der Horizontalebenen des $\mathbf{x}^N$-Koordinatensystems als auch die Bewegung in Vertikalrichtung eine Frequenzverschiebung.

Bei einer Messung im ruhigem Wasser wird angenommen, dass die z^{DVL}-Achse parallel zur z^N-Achse ist. In diesem Fall kann nach Terheyden (1983a) die Horizontalgeschwindigkeit innerhalb einer Janusanordnung (zwischen gegenüberliegenden Schwinger) berechnet werden, indem die Differenz der Frequenzverschiebung $\Delta\nu_D$ gebildet wird. Werden, wie in Jong et al. (2010) beschrieben, der vorwärts- und der rückwärtsgerichtete Schwinger betrachtet, so folgt aus

$$\Delta\nu_D = \nu_D\,(for) - \nu_D\,(back) \tag{2.11}$$

die Horizontalgeschwindigkeit

$$v_x^{DVL} = \frac{\Delta\nu_D \cdot c_{sw}}{4 \cdot \nu_t \cdot \cos(\alpha)}. \tag{2.12}$$

Da davon ausgegangen werden kann, dass sich die Orientierung des Sensors aufgrund von Schiffsbewegungen während einer Fahrt ändert, muss die Vertrimmung um die Roll- und um die Nickachse (Winkel β_r, β_p)

ebenfalls bestimmt und berücksichtigt werden. Aus (2.12) bestimmen Jong et al. (2010) die korrigierte Horizontalgeschwindigkeit entlang einer Sensorachse,

$$v_{x,korr}^{DVL} = \frac{\Delta\nu_D \cdot c_{sw}}{4 \cdot \nu_t \cdot \cos(\alpha) \cdot \cos(\beta_p)}. \tag{2.13}$$

Analog dazu kann $v_{y,korr}^{DVL}$ in Abhhängigkeit von β_r bestimmt werden. Auch bei der Vertikalkomponente $v_{z,korr}^{DVL}$ muss die Vertrimmung β_r, β_p berücksichtigt werden. Neben dem Geschwindigkeitsvektor $\mathbf{v}^{DVL}$ selbst kann durch Verwendung des vierten Schwingers mit der sogenannten *error velocity* eine Konsistenzüberprüfung durchgeführt werden (Teledyne RD Instruments 2008).

Nach Terheyden (1983a) beeinflussen insbesondere folgende Faktoren die erreichbare Messgenauigkeit:

- Die Konstanz der ausgesendeten Schallfrequenz (Anlagenfrequenz),
- die Genauigkeit, mit der die Ausbreitungsgeschwindigkeit c_{ws} bekannt ist, und
- die Genauigkeit des bestimmten Ablagewinkels.

Die erwähnte Schwingeranordnung mit zwei orthogonalen Janusanordnungen (Zweikomponenten-Dopplerlog) wird oft als *Piston Array* bezeichnet. Sie kommt neben dem *Doppler Velocity Log* auch bei *Acoustic Doppler Current Profilern* (ADCP) zum Einsatz. Traditionell wird mit einem DVL die Geschwindigkeit über Grund bestimmt, während mit ADCPs Geschwindigkeitsprofile für die Wasserströmung erstellt werden. Heutzutage bieten DVLs meist zusätzlich ADCP-Funktionalitäten mit an, so dass sowohl die Geschwindigkeit über Grund $\mathbf{v}^{DVL}$ als auch die Geschwindigkeit relativ zu einer definierten Wasserschicht $\mathbf{v}_{rel}^{DVL}$ bestimmt wird (Lurton 2002; Choi und Yuh 2016).

Einige neu entwickelte *Doppler Velocity Logs* verwenden jedoch nicht mehr die klassische Anordnung eines Piston Arrays. Sie besitzen nur noch einen Schwinger, ein sogenanntes *phased array*. Auf eine Beschreibung ihrer Funktionsweise wird hier verzichtet, da diese Bauform im Zuge dieser Arbeit nicht zum Einsatz kommt. Stattdessen wird auf Young et al. (1998) and Burdyny (2012) verwiesen.

Im Multi-Sensorsystem wird ein Workhorse Navigator DVL der Firma Teledyne RDI integriert. Bei diesem Instrument kommt ein Piston-Array zum Einsatz, wodurch drei Geschwindigkeitskomponenten bestimmt werden können, die Längs-, die Quer- und die Vertikalrichtung. Dazu ist für dieses Instrument ein Plattformkoordinatensystem definiert (siehe Kap. 2.1.2). Die einzelnen Schwinger sind hierbei, wie in Abb. 2.6a und Abb. 2.7 gezeigt wird, jeweils um 30° gegenüber der Horizontalebene geneigt, d. h. $(1 - \alpha) = 30°$ (Teledyne 2013). Für Messungen müssen sich alle vier Einheiten unter Wasser befinden.

Da das DVL akustische Signale aussendet, ist bei der Installation eines DVLs auf einem Peilschiff darauf zu achten, dass es nicht zu Interferenzen mit den Signalen anderer akustisch-arbeitenden Sensoren kommt (z. B. Echolot). Teledyne (2013) betont für diesen Fall die Notwendigkeit eines Akustik-Management-Systems. Um Überlagerungen zu vermeiden, müssen deshalb folgende Eigenschaften der einzelnen Sensoren sorgfältig abgestimmt werden:

- Primärfrequenz,
- Ober- und Unterschwingungen der Primärfrequenz,
- Bandbreite der ausgesendeten Signale,
- Übertragungsdauer,
- Wiederholungsrate.

Nach Teledyne (2013) müssen die einzelnen Signale entsprechend dieser Eigenschaften getriggert werden. Durch abwechselnde Aussendung der Schallwellen durch die einzelnen akustisch messenden Instrumente wird die Wahrscheinlichkeit von Signalüberlagerungen, und damit von Interferenzen, reduziert.



Abb. 2.7: Workhorse Navigator DVL von Teledyne RDI, Quelle: Teledyne (2017)

Der für die Experimente eingesetzte Bautyp des Workhorse Navigator DVL (Bautyp: *WHN 1200*) misst mit einer Primärefrequenz von 1200 kHz und ist laut Hersteller damit besonders gut für den Einsatz in Süßwasser geeignet. Die Geschwindigkeit über Grund kann für Wassertiefen bis zu 30 m bestimmt werden (Teledyne 2006), wobei die maximal messbare Geschwindigkeit für die in Abb. 2.6b dargestellte Anordnung 10 m/s beträgt. Die Rotation des Schwingerkopfs um $45°$ um die z^{DVL}-Achse bewirkt eine Steigerung der maximal messbaren Geschwindigkeit auf 14 m/s. Die Genauigkeit einer Einzelmessung hängt dabei stets von der Fahrtgeschwindigkeit des Schiffs ab (siehe Kap. 2.3.8).

Mit dem DVL werden die dreidimensionalen Geschwindigkeitskomponenten v_x^{DVL}, v_y^{DVL} und v_z^{DVL}, sowie $v_{x,rel}^{DVL}, v_{y,rel}^{DVL}$ und $v_{z,rel}^{DVL}$ bestimmt. Die relativen Geschwindigkeiten in $\mathbf{v}_{rel}^{DVL}$ beziehen sich auf eine in den Instrumenteneinstellungen zu definierende Schicht im Wasser. Im hier betrachteten Fall wird dazu die oberste Wasserschicht gewählt, die durch die darin auftretende Strömung das Bewegungsverhalten des Schiffs mit beeinflusst. Aus den beiden Geschwindigkeitsvektoren $\mathbf{v}_{rel}^{DVL}$ und $\mathbf{v}^{DVL}$ lässt sich für jede der drei Komponenten ebenfalls der Strömungsanteil zur Messepoche k bestimmen:

$$v_{i,str,k}^{DVL} = v_{i,k}^{DVL} - v_{i,rel,k}^{DVL} \qquad \text{mit} \quad i = x, y, z. \tag{2.14}$$

Das Workhorse Navigator DVL bietet eine Auswahl zwischen unterschiedlichen Ausgabeformaten. Um sowohl $\mathbf{v}^{DVL}$ als auch $\mathbf{v}_{rel}^{DVL}$ erfassen zu können, wird hier das binäre Ausgabeformat *PD0* gewählt (Teledyne RD Instruments 2005). In diesem Format wird außerdem die Wassertiefe mit ausgegeben, die für die Squatbestimmung in Kap. 4.4 benötigt wird. Mithilfe einer nativen MATLAB-Funktion werden die benötigten Informationen selektiv extrahiert und in ASCII-Code umgewandelt (MathWorks 2017).

2.3.3 Inertialmesssystem

Inertiale Navigation bietet die Möglichkeit, die Änderung der Ausgangsposition mithilfe der zurückgelegten Wegstrecke und der Bewegungsrichtung zu bestimmen, auch wenn keine absolute Positionierung möglich ist (Wendel 2011). Um diese Form der Koppelortung (*dead reckoning*) realisieren zu können, werden Beschleunigungen und Drehraten messtechnisch erfasst und integriert.

Zu diesem Zweck kommt eine Inertiale Messeinheit (*Inertial Measurement Unit*, IMU) zum Einsatz. In ihr werden Drehraten- und Beschleunigungssensoren kombiniert und die erfassten Messdaten bereitgestellt. Um eine Bewegung im dreidimensionalen Raum, d. h. Rotationen um drei Achsen und Beschleunigungen in drei Richtungen (sechs Freiheitsgrade), erfassen zu können, ist eine Messeinheit mit jeweils drei Sensoreinheiten erforderlich. Diese sind entlang der drei orthogonal angeordneten Achsen der Messeinheit installiert ($\mathbf{x}^{IMU}$-Koordinatensystem). Dies impliziert, dass immer jeweils die sensitive Achse eines Beschleunigungssensor und die Rotationsachse eines Drehratensensors parallel ausgerichtet sind.

Werden die Messdaten prozessiert, so kann durch Integration der gemessenen Beschleunigungen und Drehraten zunächst nur die zurückgelegte Strecke sowie der Roll- und der Nickwinkel bestimmt werden. Da für die

Navigation auf Schiffen weitere Beobachtungsgrößen erforderlich sind, wird die IMU durch eine Prozessierungseinheit und weitere Sensorelemente ergänzt. Durch Hinzunahme eines Magnetometers kann von einem *Attitude and Heading Reference System* (AHRS) neben Roll- und Nickwinkel auch das Heading bestimmt werden (Groves 2013). Eine *Motion Reference Unit* (MRU) bestimmt neben den Orientierungswinkeln und den Geschwindigkeitskomponenten auch die Translationen in Längs-, Quer- und in Vertikalrichtung (*sway, surge* und *heave*). Als Nullpunkt für den Hub (*heave*) wird dabei eine mittlere Höhenlage angenommen, die durch den vom Wellengang bereinigten Wasserspiegel repräsentiert wird (Breitenfeld et al. 2015; Kongsberg 2010b). Wird bei der Datenprozessierung neben den einzelnen Geschwindigkeitskomponenten und den absoluten Orientierungswinkeln auch die Position bestimmt, spricht man allgemein von einem Inertialen Navigationssystem (INS) (Groves 2013). Anstelle von Magnetometern werden INS in vielen Fällen in Kombination mit GNSS-Empfängern eingesetzt, so dass ein GNSS-INS-System gebildet wird (siehe Kap. 2.3.5). Da in der Hydrographie die Beobachtungsgröße *heave* für die rechnerische Kompensation der Schiffsbewegung von besonderer Bedeutung ist, wird hierbei oft eine MRU integriert.

Bei einem INS oder einer MRU werden die erfassten Rohdaten in einem Strapdown-Algoßrithmus ausgewertet. Durch Integration der Messwerte können so die Änderungen der räumlichen Orientierungswinkel $\Delta\phi, \Delta\theta, \Delta\psi$ und die Geschwindigkeitskomponenten $\Delta\boldsymbol{v}$ bzw. der Roll- und Nickwinkel (ϕ, θ) und die Positionsänderung des $\mathbf{x}^{System}$-Systems bezüglich des $\mathbf{x}^{N}$-Systems ausgegeben werden. Es ist zu beachten, dass die Beobachtungen aufgrund der oben genannten Abweichungen der Sensoren bei längeren Messzeiträumen mit einem Driftverhalten behaftet sind. Dies wirkt sich besonders bei einer reinen Strapdown-Rechnung ohne Koppelung mit einem weiteren (Positions-)Sensor störend aus. Die Koppelung mit GNSS-Empfängern beugt dieser Langzeitdrift vor. Kommt es jedoch zu einem Ausfall des GNSS-Signals, so beeinflusst das Driftverhalten die bestimmte Lösung wieder.

Um eine hohe Genauigkeit der Messdaten zu erhalten, muss eine sorgfältige Kalibrierung des eingesetzten Inertialmesssystems durchgeführt werden. Hierzu muss insbesondere ihr Kernstück, die IMU, sorgfältig untersucht werden. Eventuell auftretende Nichtorthogonalitäten zwischen den sensitiven Achsen müssen rechnerisch korrigiert werden. Dazu muss die Stellung der Achsen zueinander durch erfasst und Korrekturparameter bestimmt werden. Sowohl die enthaltenen Beschleunigungs- als auch die Drehratensensoren weisen zudem sowohl Nullpunkts- als auch einen Skalierungsfehler auf (siehe Wendel 2011; Gäb 2016). Wendel (2011) beschreibt, dass für beide Fehler bei beiden Sensortypen sowohl ein konstanter als auch ein veränderlicher Anteil vorliegt. Ersterer kann unter kontrollierten Laborbedingungen durch eine Kalibrierung mithilfe eines Kipp- und eines Drehtischs bestimmt werden (Seifert und Kleusberg 2004). Das komplette Modell zur Bestimmung der Abweichungen wird beispielsweise in Wendel (2011) dargestellt.

Nach einer Kalibrierung können die bestimmten Parameter bei AHRS, INS und MRUs angebracht werden, wodurch die Beobachtungsdaten verbessert werden. Sie beinhalten jedoch als verbleibende Fehler noch die veränderlichen Anteile des Nullpunktsfehlers, die durch Variation der Umgebungsbedingungen verursacht werden. Dabei handelt es sich beispielsweise um Temperaturschwankungen oder Änderungen im Vibrationsverhalten. Letztere können auf Schiffen beispielsweise durch eine plötzliche Änderung der Antriebsleistung verursacht werden. Wie Wendel (2011) betont, kann sich dieser Anteil bei abrupten Änderungen der Bedingungen als problematisch erweisen, da vorangehende Schätzungen der Abweichungen in diesem Fall ihre Gültigkeit verlieren.

Um die Beobachtungsdaten, die von einem INS ausgegeben werden, gemeinsam mit weiteren Messdaten im Multi-Sensorsystem auswerten zu können, müssen die Einbauwinkel des Plattformkoordinatensystems $\mathbf{x}^{INS}$ bzw. $\mathbf{x}^{MRU}$ relativ zum $\mathbf{x}^{B}$-System bestimmt werden. Auch die Position der Messeinheit im $\mathbf{x}^{B}$-System ist erforderlich. Damit liegen die Transformationsparameter für eine 3D-Ähnlichkeitstransformation (6-Parameter-Transformation) der Beobachtungen ins $\mathbf{x}^{B}$-Koordinatensystem vor.

Allgemein können in Inertialnavigationssystemen verschiedene Arten von Beschleunigungs- und Drehratensensoren eingesetzt werden. Beschleunigungssensoren werden heutzutage oft in Form von *micro electro mechanical systems* (MEMS) umgesetzt. Wendel (2011) und Groves (2013) unterscheiden hierbei zwischen den Realisierungen durch Pendel-Beschleunigungsmesser und Vibrating-Beam-Beschleunigungsmessern (VBA).

Auch zur Erfassung der Drehraten können MEMS eingesetzt werden, z. B. in Form von Vibrationskreisel (Groves 2013; Gäb 2016). Werden zwei Probemassen, die entlang einer Achse des $\mathbf{x}^{INS}$-Koordinatensystems in solch einem Sensor schwingen, um eine dazu orthogonale Achse mit der Drehrate ω rotiert, so bewirkt die Coriolis-Kraft eine Beschleunigung in orthogonaler Richtung zu diesen beiden Achsen. Aus dieser Beschleunigung lässt sich die Drehrate $\omega^{I,INS}$ ableiten. Alternativ können Drehraten durch optische Kreisel erfasst werden. Hier werden Ringlaserkreisel (RLG) und Faser-optische Kreisel (FOG) unterschieden. Diese Systeme leiten die Drehrate unter Betrachtung des Sagnac-Effekts ab. Dieser Effekt bewirkt, dass zwei Laserstrahlen, die in einem nahezu ringförmigen geschlossenen System gegenläufig ausgesendet werden, bei Rotation des Kreisels unterschiedlich lange Strecken zurücklegen (Lefèvre 2014). Für nähere Informationen zu dieser Bauform wird auf Lefèvre (2014) verwiesen.

Im Multi-Sensorsystem kommt eine MRU5+ von Kongesberg zum Einsatz. Zusammen mit zwei GNSS-Antennen ist sie Bestandteil eines Koppelsystems, dem Seapath 330+ (Kongsberg 2011). Als Drehratensensoren sind in diesem Instrument MEMS-Kreisel eingebaut (Kongsberg 2010a). Aufgrund der Bauform wird das zugehörige Koordinatensystem im folgenden mit $\mathbf{x}^{MRU}$ bezeichnet. Dieses Sensorsystem gibt folgende Informationen aus, die auf den Messungen der MRU5+ basieren:

- **Drehraten bzw. Winkelgeschwindigkeiten**
  Rollrate $\omega^{B,I}_{x,MRU}$,
  Nickrate $\omega^{B,I}_{y,MRU}$,
  Gierrate $\omega^{B,I}_{z,MRU}$,
- **Geschwindigkeiten entlang der drei Achsen des Sensorkoordinatensystems**
  Längsgeschwindigkeit $v^{B}_{x,MRU}$,
  Quergeschwindigkeit $v^{B}_{y,MRU}$,
  Vertikalgeschwindigkeit $v^{B}_{z,MRU}$,
- **Rotationswinkel**
  Rollwinkel ϕ_{MRU} und
  Nickwinkel θ_{MRU},
- **Hub** (engl. *heave*): hv_{MRU},

wobei der aus Einbauwinkel resultiertende Abweichung bzgl. des $\mathbf{x}^{B}$-Koordinatensystems bereits beseitigt ist.

Da die MRU5+ bereits vor Beginn dieser Untersuchung ins Schiff eingebaut wurde, konnte keine eigene Kalibrierung der Beschleunigungs- und Drehratensensoren durchgeführt werden. Aus diesem Grund werden auf die in der Auswertesoftware des Seapath 330+ abgespeicherten Werte zurückgegriffen.

2.3.4 Globale Navigation Satellite Systems (GNSS)

Zur Bestimmung der Position des Schiffs werden heutzutage GNSS-Empfänger eingesetzt. Das Messprinzip dieser Positionssensoren wird an anderer Stelle bereits ausführlich beschrieben (z. B. Hofmann-Wellenhof et al. 2008; Bauer 2011). Hier sollen lediglich spezifischen Eigenschaften und Messkonfigurationen, die für das hier betrachtete Szenario relevant sind, betrachtet werden.

Die Datenerfassung erfolgt in einem kinematischen Messmodus in vorab definierten Messintervallen. Um eine Positionslösung mit einer Genauigkeit von wenigen Zentimetern bestimmen zu können, muss eine Precise Differential GNSS-Lösung (PDGNSS) unter Verwendung der Trägerphaseninformationen berechnet werden. Deshalb ist das Multi-Sensorsystem mit geodätischen Mehrfrequenz-GNSS-Empfängern konzipiert, welche als *Rover* fungieren. Neben dem US-amerikanischen *Global Positioning System* (GPS) und dem russischen *Globalnaja nawigazionnaja sputnikowaja sistema* (GLONASS) werden diese Empfänger zukünftig die Signale des europäischen Satellitennavigationssystems Galileo und des chinesischen Systems *Beidou* empfangen. Da

eine Anforderung an dieses System die Echtzeitfähigkeit ist, werden die Messungen sofort ausgewertet und in Form einer *Real Time Kinematic* (RTK)-Lösung bereitgestellt.

Die für die Berechnung der RTK-Lösung benötigten Korrekturdaten können prinzipiell von einem weiteren GNSS-Empfänger (Referenzstation) bereitgestellt werden, welcher am Ufer über einem bekannten Punkt aufgebaut ist. Es ist erforderlich, dass die Referenzstation während der gesamten Messdauer kontinuierlich Daten erfasst. Um Positionslösungen in der gewünschten Erfassungsfrequenz bereitstellen zu können, muss die Referenzstation mit derselben oder mit einer höheren Datenerfassungsfrequenz als der Rover arbeiten. Da von beiden GNSS-Empfängern zeitgleich dieselben Satelliten beobachtet werden müssen, setzt eine solche Messkonfiguration der Ausdehnung des Messgebiets Grenzen. Zudem ist die Installation einer Referenzstation mit einem gewissen Zeitaufwand verbunden. Um den Aufwand und die Limitierungen, die eine eigene Referenzstation mit sich bringt, zu vermeiden, bietet sich die Nutzung eines Korrekturdatenservices mit einem Netzwerk von permanent erfassenden Referenzstationen (engl. *continuously operating reference stations*, CORS) an. In Deutschland gibt es mittlerweile zahlreiche Korrekturdaten-Anbieter. Hier wird der Satellitenpositionierungsservice der deutschen Landesvermessung, SA*POS*, der von der Arbeitsgemeinschaft der Vermessungsverwaltungen der Länder der Bundsrepubik Deutschland (AdV) betrieben wird (AdV 2019), genutzt. Der Nutzer kann bei der Korrekturdatenbestimmung zwischen unterschiedlichen Vernetzungskonfigurationen wählen. Im einzelnen sind dies die Nutzung einer virtuelle Referenzstation (VRS), von Flächenkorrekturparametern (FKP) oder des Master-Auxiliary-Concept (MAC) (LGL 2016). Im hier aufgebauten Multi-Sensorsystems werden mithilfe des hochpräzisen Echtzeit-Positionierungsservices (HEPS) von SA*POS* die Korrekturdaten einer virtuellen Referenzstation (VRS) im Messgebiet über das mobile Internet per Ntrip (*Networked Transport of RTCM via Internet Protocol*) empfangen. Bei Messungen mit dem hier betrachteten Multi-Sensorsystem werden zur Bestimmung der RTK-Lösung Signale von GPS- und von GLONASS-Satelliten verwendet.

Während Messfahrten tritt jedoch immer wieder ein Problem auf. SA*POS*-Korrekturdaten können teilweise nicht empfangen werden, wodurch keine RTK-Lösung bestimmt werden kann. Dieses Problem wird beispielsweise durch eine Unterbrechung der Mobilfunkverbindung verursacht. Aus diesem Grund wurde die Nutzung eines alternativen Korrekturdatenservices in Betracht gezogen, welcher eine höhere Verfügbarkeitsrate der Korrekturdaten ermöglicht. Wie von Wanninger (2011) beschrieben wird, betreibt auch die WSV einen eigenen DGPS Dienst nach IALA (*International Association of Lighthouse Authorities*) Standards. Die so bereitgestellten Korrekturdaten weisen zwar eine hohe Verfügbarkeit auf, ermöglichen jedoch nur Positionsgenauigkeiten von $0,5 - 1\,\mathrm{m}$ (Hoppe 2007b) und das Netz der Referenzstationen umfasst lediglich sieben Stationen in Deutschland (Hoppe 2007a). Da für das hier entwickelte System in Bereichen, in denen eine GNSS-Echtzeitlösung bestimmt werden kann, eine Positionsgenauigkeit von wenigen Zentimetern gefordert ist, reicht die mit dem WSV-DGPS-Service erreichbare Genauigkeit nicht aus. Stattdessen wird HEPS von SA*POS* verwendet.

Wird auf eine Datenauswertung in Echtzeit verzichtet, so kann das Problem der mangelnden Verfügbarkeit der Korrekturdaten im Feld umgangen werden. Stattdessen besteht die Möglichkeit, die aufgezeichneten Rohdaten im Nachhinein zu verarbeiten, wozu unterschiedliche Methoden angewendet werden können. Zum einen können auch hier PDGNSS-Lösungen bestimmt werden. Die verschiedenen Korrekturdatenservices bieten, neben ihren Echtzeitservices, oft auch die Option, hochpräzise Korrekturdaten für Post-processing-Auswertungen zu beziehen. Ein Beispiel hierfür ist der Geodätische Postprocessing Positionierungsservice GPPS von SA*POS*. Alternativ können auch Precise Point Positioning (PPP)- Lösungen bestimmt und eingebunden werden. Untersuchungen zur Qualität von kinematischen PPP-Lösungen für Vermessungsschiffe werden in Abdallah (2016) vorgestellt. Sie zeigen, dass die Standardabweichungen der Differenzen zu den mittels RTK bestimmten Positionslösungen bei wenigen Zentimetern liegt. Stehen zukünftig präzise PPP-Lösungen in Echtzeit zur Verfügung, können diese Positionslösungen ebenfalls für die Prozessierung der Daten des Mutli-Sensorsystems herangezogen werden. Untersuchungen zu Echtzeit-PPP-Lösungen werden in Wang et al. (2018) und Wang et al. (2019) vorgestellt.

Außer den teilweise nicht empfangbaren Korrekturdaten beeinflussen weitere Störfaktoren, die bereits am Anfang dieses Kapitels aufgezählt werden, die Genauigkeit und Verfügbarkeit der RTK-Lösungen negativ. So kann es unter Brücken mit geringer Höhe zu einer kompletten Abschattung der Satellitensignale kommen, wodurch

keine Position berechnet werden kann. In der direkter Umgebung von Brücken, aber auch in der Nähe von anderen Hindernissen oder in steilen Tälern, kann es durch diese zu teilweisen Abschattungen im Sichtfeld eines Empfängers kommen. Dadurch können nur die Signale von wenigen Navigationssatelliten empfangen werden, die sich oft in einem geometrisch eng begrenzten Ausschnitt des Sichtfelds befinden. Diese eingeschränkte Empfänger-Satelliten-Geometrie lässt sich anhand des *Position Dilution Of Precision* (PDOP) erkennen (siehe Bauer 2011). Steigt der PDOP-Wert während einer Messfahrt in kurzer Zeit stark an, so ist dies auf eine geänderte Konfiguration der empfangbaren Satelliten zurückzuführen, die durch das Auftauchen von Hindernissen verursacht werden kann. Befindet sich eine GNSS-Antenne in direkter Umgebung von einem Hindernis, so wird das das Satellitensignal in vielen Fällen an diesem Hindernis reflektiert und es tritt der Mehrwegeeffekt auf. Die Antenne empfängt das Signal auf dem direkten und auf dem indirekten (reflektierte) Weg. In einzelnen Fällen wird sogar nur das reflektierte Signal empfangen. Da das reflektierte Signal eine längere Signallaufzeit hat, trifft es zeitlich verzögert auf die Antenne, was die berechneten Koordinaten verfälscht (Bauer 2011; Zhang 2016). Bauer (2011) geht für den Mehrwegeffekt bei einer Trägerphasenlösung von einer Größenordnung im Bereich von bis zu 2-3 cm aus. Zhang (2016) betont, dass der Mehrwegeeffekt oft in in Kombination mit auftretenden Beugungseffekten betrachtet wird. Wanninger et al. (2000) und Bauer (2011) geben an, dass Signalbeugung theoretisch eine Positionsabweichung im Dezimeterbereich bewirken kann. Da dieser Effekt jedoch im Allgemeinen eine verringerte Signalamplitude verursacht, können die betroffenen Signale gut detektiert werden (Bauer 2011).

Um die aus Abschattungen resultierenden Positionslücken in der aufgezeichneten Trajektorie zu minimieren, sind auf den Vermessungsschiffen der WSV oft mehrere GNSS-Antennen installiert. Für das Multi-Sensorsystem stehen deshalb geodätische GNSS-Empfänger des Typs Trimble SPS588 mit den Antennen GA810 sowie das Seapath 330+ -System zur Verfügung. Letzteres umfasst zwar zwei GNSS-Antennen von Novatel (GPS-702-GG), gibt jedoch nur eine Positionslösung aus. Bei den verwendeten Empfänger handelt es sich um Mehrfrequenz-Empfänger, die Signale der GPS- und GLONASS-Satelliten verarbeiten können. Unter Verwendung von SA*POS*-HEPS wird aus den erfassten Trägerphaseninformationen eine RTK-Lösung bestimmt. Unter der Voraussetzung, dass die Phasenmehrdeutigkeiten korrekt gelöst werden und optimale Empfangsbedingungen herrschen, kann auch im kinematischen Auswertemodus eine RTK-Position mit einer Genauigkeit von wenigen Zentimetern bestimmt werden. Die Positionslösungen werden in einem Ausgabeintervall von 0,1 s in Form von NMEA 0183-Nachrichten bereitgestellt und aufgezeichnet. Neben der dreidimensionalen Position $L^E_{GNSS}, B^E_{GNSS}, h^E_{GNSS}$ gibt jeder dieser Empfänger auch den Kurs über Grund COG_{GNSS}, die Geschwindigkeit über Grund SOG_{GNSS}, sowie zahlreiche Informationen, die zu einer Bewertung der Messqualität beitragen, aus. Für die nachfolgend beschriebene Datenprozessierung wird auf diese NMEA-Datensätze zurückgegriffen. Eine Aufzeichnung von GNSS-Rohdaten findet nicht statt.

2.3.5 Kompass

Ein Kompass bietet die Möglichkeit, das Tripel der Orientierungswinkel zu vervollständigen. Er gibt die Nordrichtung für die aktuelle Lage des Schiffs aus. Damit kann sowohl der Gierwinkel (*Heading)* aber auch die Fahrtrichtung (*course*) definiert werden. Dazu muss die Kompassachse möglichst genau auf die Schiffslängsachse ausgerichtet werden. Eine eventuell verbleibende Ablage zwischen den beiden Achsen muss messtechnisch bestimmt werden und auf die Messwerte angebracht werden.

Prinzipiell stehen verschiedene Bauformen zur Verfügung, für die Terheyden (1983b) unterschiedliche Standorte auf dem Schiff empfiehlt. Jeder dieser Bautypen erfordert die Beachtung seiner Charakteristiken, die oft die Anbringung von Reduktionen auf die Messwerte nötig machen. So muss beim magnetischen Kompass die Deklination und der Einfluss des metallischen Schiffskörpers beachtet werden. Ein Kreiselkompass wird nicht von Materialien in seiner Umgebung beeinflusst und er richtet sich parallel auf die Erdrotationsachse aus, wodurch direkt die Nordrichtung abgelesen werden kann. Da der Kreisel sich aber nur langsam auf die Nordrichtung einschwingt, ist vor Beginn der Fahrt eine Vorlaufzeit erforderlich. Ein Nachteil ist, dass während der Fahrt durch die Coriolis-Kraft ein zusätzliches Drehmoment auf den Kreisel einwirkt (Fahrtfehler), der eine Abwei-

chung von der wahren Nordrichtung verursacht. Diese Abweichungen wirken sich insbesondere bei schneller Fahrt oder bei zahlreichen Wendemanövern störend auf die Ablesung der Nordrichtung aus.

Bei den Messfahrten für diese Arbeit wird das Heading mithilfe eines GNSS-INS gekoppelten Systems bestimmt, so dass hier von einem GNSS-Kompass gesprochen werden kann. Hierzu sind auf dem Schiff zwei GNSS-Antennen als Bestandteil des Seapath 330+ montiert und hochpräzise im Schiffskoordinatensystem eingemessen worden. Der Heading-Winkel kann somit bezüglich der Schifflängsachse bestimmt werden (Hentschinski und Wirth 2012). Eine möglichst lange Basis zwischen den beiden Antennen steigert die Genauigkeit des Headings ψ_{SP}. So gibt Kongsberg (2010a) für eine Antennen-Basislänge von $2,5$ m einen RMS von $0,065°$ für ψ_{SP} an, wohingegen der RMS bei einer 4 m langen Basis $0,04°$ beträgt.

Es ist anzumerken, dass die vom Seapath 330+ bereitgestellten Beobachtungen bereits das Ergebnis eines Filterprozesses sind. Nach Hentschinski und Wirth (2012) handelt es sich dabei um ein sogenanntes *loosely-coupled-system*, bei dem nicht die gemessenen Rohdaten selbst sondern die bereits daraus berechneten Beobachtungsgrößen als Eingangsdaten für das Filter herangezogen werden (siehe Wendel 2011). Im hier betrachteten Fall werden die bereits aus den GNSS-Messungen abgeleiteten Positionen und Geschwindigkeitsinformationen eingesetzt. Nach der Definition der Rotationswinkel in Kap. 2.1.4 wird nicht direkt das bestimmte Heading ψ als Rotationswinkel verwendet, sondern der Winkel $\alpha_h = \pi/2 - \psi$ (Wirth 2011).

2.3.6 Abgriffeinheit für Steuergrößen

Beschleunigungs- und Bremsvorgänge sowie Änderungen der Fahrtrichtung werden durch die Steueranlage des Schiffs initiiert. Diese kann in unterschiedlichen Bauformen realisiert werden. Grundsätzlich unterscheidet Fossen (2011) hier zwei Formen: Zum einen können Schiffe durch einen fest ausgerichteten Propeller (Schiffsschraube) angetrieben werden während Richtungsänderungen durch ein Ruder umgesetzt werden. Zum anderen können Schiffe durch rotierbare Propeller (*azimuth thrusters*) gesteuert werden. Wie in Abb. 2.1 dargestellt wird, sind auf dem eingesetzten Vermessungsschiff zwei um $360°$ rotierbare Propeller eingebaut, sogenannte Ruderpropeller der Firma Schottel (Schottel 2010). Die Schiffssteuerung wird durch eine Regelung der Propellerdrehzahl und der Ausrichtung des Propellers relativ zum Schiff erreicht. Obwohl auch die vertikale Position des Propellers relativ zum $\mathbf{x}^B$-System verändert werden kann, wird dies hier nicht weiter berücksichtigt, da die vertikale Position während einer Messfahrt nicht verändert wird.

Idealerweise sollten die am Propeller anliegenden Regelgrößen ebenfalls als Eingangsgrößen für die Auswertung der Daten des Multi-Sensorsystems verwendet werden. Um die Drehzahl n_{Prop} der beiden Propeller sowie deren Richtungswinkel relativ zur Schiffslängsachse (Richtung δ_{Prop}) zu bestimmen, wird bei dem hier verwendeten Multi-Sensorsystem jeweils ein analoges Signal in Form der Stromstärke abgegriffen. Dafür werden vier Amperemeter installiert. Konkret werden so die elektrischen Signale, die von der Steueranlage des Schiffs an die Ruderpropeller bzw. die Schiffsmotoren übertragen werden, erfasst. Diese Signale werden mit einem Analog-Digital-Wandler in ein digitales Signal umgewandelt. Anhand von bekannten Kenndaten kann mithilfe einer Polynomapproximation eine Transferfunktion bestimmt werden, so dass jeweils n_{Prop} und δ_{Prop} aus dem digitalisierten Signal abgeleitet werden können (Breitenfeld et al. 2015).

Informationen über anstehende Fahrtrichtungsänderungen können aus der Stellung des Ruderpropellers abgeleitet werden, während Beschleunigungs- und Bremsvorgänge vor allem durch Änderungen der Propellerdrehzahl erreicht werden.

2.3.7 Windsensor

Während einer Messfahrt muss der Schiffsmotor nicht nur den vom Wasser ausgewirkten Widerstand überwinden, sondern auch die Wirkung des Luftwiderstands. Wind kann, abhängig von seiner Ursprungsrichtung, diesen Effekt entweder verstärken oder ihm entgegenwirken. So wirkt zwischen dem bewegten Schiff und der umgebenden Luft eine relative Windgeschwindigkeit, die aus den summierten Geschwindigkeiten der einzelnen

Medien resultiert. Die genauen Auswirkungen der relativen Windgeschwindigkeit auf das Bewegungsverhalten des Schiffs werden durch die Form seiner Aufbauten verursacht. Großflächige, ebene Aufbauten beeinflussen das Bewegungsverhalten wesentlich stärker als abgerundete Aufbauten.

Der auf das Schiff wirkende Wind wird mithilfe eines Windmessers erfasst. Dieser sollte möglichst frei stehend auf dem Schiff montiert werden, so dass er aus allen Richtungen angeströmt werden kann. Damit wird die scheinbare Windgeschwindigkeit und die Windrichtung relativ zum Schiffskoordinatensystem bestimmt.

Da der Windmesser aufgrund eines Defekts nur bei einer Testfahrt installiert wurde, wird er im folgenden nicht als Bestandteil des Multi-Sensorsystems aufgeführt.

2.3.8 Messqualität der Sensoren

Abschließend werden in Tab. 2.1 die von den Herstellern angegebenen geometrischen Qualitätsangaben für die einzelnen Beobachtungsgrößen zusammengefasst. Diese Angaben werden im Allgemeinen entweder als Standardabweichungen (gekennzeichnet durch **) bzw. als kleinstes quadratisches Mittel * angegeben. Es ist klar ersichtlich, dass die Angaben der Hersteller unvollständig sind. Ferner hängt die erhältliche Auflösung der Messwerte teilweise vom gewählten Ausgabeformat ab.

Tab. 2.1: Angaben zur geometrischen Qualität der auf dem Peilschiff *Mercator* installierten Sensoren

Sensor	Typ	Beobachtung	Stdabw./RMS	Auflösung
Trimble SPS588	GNSS	L, B	$2\,\text{cm}^{A}$	k. A.
		h, U	$3\,\text{cm}^{A}$	k. A.
		SOG	k. A.	k. A.
		COG	k. A.	k. A.
Seapath 330+	GNSS, INS	L, B	$2\,\text{cm}^{A}$	k. A.
		h, U	$3\,\text{cm}^{A}$	k. A.
		SOG	k. A.	k. A.
		COG	k. A.	k. A.
		$\omega_x, \omega_y, \omega_z$	$0,01°/\text{s}^{*}$	$0,0001°/\text{s}$
		ϕ, θ	$0,01°^{*}$	$0,0001°$
		ψ	$0,04°^{*}$	$0,0001°$
		v_x, v_y, v_z	$3\,\text{cm/s}^{*}$	k. A.
		hv	$5\,\text{cm}^{*}$ bzw 5%	k. A.
		a_x, a_y, a_z	$0,2\,\text{cm/s}^2$ *	k. A.
Workhorse Navigator Doppler Velocity Log	DVL	v_x, v_y, v_z	$\pm 0,3\,\text{cm/s}^{**}$ $(v = 1\,\text{m/s})$	
			$\pm 0,4\,\text{cm/s}^{**}$ $(v = 3\,\text{m/s})$	k. A.
			$\pm 0,5\,\text{cm/s}^{**}$ $(v = 5\,\text{m/s})$	k. A.
		$v_{x,rel}, v_{y,rel}, v_{z,rel}$	$\pm 0,2\,\% \pm 0,1\,\text{cm/s}$	k. A.
Abgriff Schiffssteuerung	Ampéremeter	δ_{Prop}	k. A.	k. A.
		n_{Prop}	k. A.	k. A.

^{A} nach AdV (2019)
* Root Mean Square
** Standardabweichung

2.4 Aufbau eines Multi-Sensorsystems auf dem Peilschiff *Mercator*

Die in Kap. 2.3 beschriebenen Sensoren werden auf einem Vermessungsschiff der WSA Duisburg-Rhein zu einem Multi-Sensorsystem kombiniert und stellen den Hardwareteil des Systems HydrOs dar. Die Messdaten

werden durch eine eigens erstellte Software erfasst, aufgezeichnet und prozessiert. Durch die Auswertung kann die Position und räumliche Orientierung zu jeder Epoche mit einer den Anforderungen entsprechenden Genauigkeit bereitgestellt werden. In Bereichen ohne GNSS-Abschattungen bzw. ohne andauernde Unterbrechung des Referenzdaten-Empfangs muss weiterhin eine Positionsqualität erreicht werden, die mit einer kinematischen Echtzeit GNSS-Lösung vergleichbar ist. Heßelbarth (2018) zeigt, dass hier von maximalen Abweichungen von ca. 7 cm in der Horizontal- und ca. 8 cm in der Vertikalkomponente relativ zu einer Referenztrajektorie ausgegangen werden kann. Nach einer durch mangelhaften GNSS-Empfang verursachten Lücke von 60 s muss immer noch eine Lagegenauigkeit von 30 cm und eine Genauigkeit von 10 cm in der Höhe erreicht werden (Breitenfeld et al. 2015). Diese Anforderungen leiten sich aus internen Vorgaben der Wasserstraßen- und Schifffahrtsverwaltungen in Deutschland ab. Um diese Anforderung zu gewährleisten, werden die angegebenen Werte hier als maximal zu tolerierende Abweichungen in der Lage- bzw. in der Höhenkomponente interpretiert.

2.4.1 Peilschiff *Mercator*

Im Zuge des Projekts HydrOs wurden in Kooperation mit der Bundesanstalt für Gewässerkunde (BfG) Testfahrten auf dem Peilschiff *Mercator* durchgeführt (siehe Breitenfeld et al. 2015; Scheider et al. 2016).

Bei der *Mercator* handelt es sich um ein Peilschiff des WSA Duisburg-Rhein mit Heimathafen Duisburg-Homberg. Um eine möglichst ruhige Messfahrt zu gewährleisten wurde die *Mercator* als Katamaran konzipiert. Sie hat eine Länge von 26,72 m und eine Breite von 7,73 m sowie einen Tiefgang von 0,80 m (Wasser- und Schifffahrtsamt Duisburg-Rhein 2015). Hauptaufgabe der *Mercator* ist die Erfassung der Gewässersohle, insbesondere des Rheins, so dass Karten und Planungsunterlagen erstellt werden können. Hierzu ist die *Mercator* mit einem Triple-Head MBES-System (Kongsberg EM3002), dessen Schwinger zwischen den Katamaranrümpfen (Vertikalschwinger) und verkippt an der Rumpfseite angebracht sind, mit einem SBES sowie mit zwei Sidescanschwingern ausgestattet (Wasser- und Schifffahrtsamt Duisburg-Rhein 2015). Wie in Kap. 2.3 beschrieben wird, ist das Schiff mit mehreren GNSS-Empfängern bzw. einem GNSS-gekoppelten System ausgerüstet, um die erfassten Gewässerprofile georeferenzieren zu können.



Abb. 2.8: Peilschiff *Mercator*

Angetrieben wird die *Mercator* von zwei Ruderpropellern (Schoettel Navigator Typ 320), die eine maximale Geschwindigkeit von 18 km/h ermöglichen.

2.4.2 Installation der Hardware

Einige der in Kap. 2.3 genannten Sensoren (GNSS-Empfänger und GNSS-INS-System) sind bereits fest auf der *Mercator* installiert und übertragen ihre Messdaten mit einer Ausgaberate von 10 Hz in Form von NMEA-Nachrichten an einen Messrechner bzw. die Prozessierungseinheit des MBES, wodurch die vom MBES erfassten Daten georeferenziert werden können. Diese Komponenten sind in das hier verwendete Multi-Sensorsystem integriert. Die von ihnen ausgegeben NMEA-Nachrichten werden über eine weitere Schnittstelle an einen speziell für die Datenerfassung und die Datenprozessierung installierten Rechner (HydrOs-Rechner) übermittelt. Für jede Komponente wurden bereits Koordinaten mit einer Genauigkeit von $\sigma_{xB}, \sigma_{yB}, \sigma_{zB} < 5\,\text{mm}$ im Schiffskoordinatensystem $\mathbf{x}^B$ bestimmt (Brüggemann 2013). Für die INS-Komponente liegen außerdem Ablagewinkel zwischen dem Plattformkoordinatensystem $\mathbf{x}^{INS}$ und dem $\mathbf{x}^B$-Koordinatensystem vor. Somit sind die Transformationsparameter, mit denen die erfassten Beobachtungen ins Schiffskoordinatensystem $\mathbf{x}^B$ transformiert werden können, bekannt. Diese in Brüggemann (2013) beschriebene Einmessung erfolgt mit einem Tachymeter oder, alternativ, mit einem Lasertracker. Um das jeweilige Messinstrument im Schiffskoordinatensystem stationieren zu können, wurde ein Festpunktfeld auf dem Schiff angelegt. Die einzelnen Punkte sind mit fest installierten magnetischen Adaptern für Kugelprismen (engl. *Spherical Mounted Reflectors*, SMR) versehen, so dass die Punkte jederzeit wieder hergestellt werden können. Die Position der einzelnen Sensoren kann damit bei Bedarf überprüft werden oder es können neue Sensoren eingemessen werden.

Zusätzlich zu den bereits fest installierten Sensoren werden auf der *Mercator* ein DVL und Abgriffeinheiten installiert, die die Propellerdrehzahlen und die Propellerausrichtungen erfassen können. Da die Abgriffeinheiten nicht standardmäßig vorhanden sind, erforderte ihre Installation einige Umbauten am Schiff.

Das DVL wird für diese Arbeit nicht permanent am Schiff installiert. Es wird für die hier betrachteten Testfahrten temporär mithilfe einer eigens konstruierten Halterung am Bug der *Mercator* angebracht. Dabei wird darauf geachtet, dass es sich während der Messfahrten stets vollständig unter Wasser befindet. Diese Tatsache erschwert die Einmessung dieses Instruments. Der Referenzpunkt des Plattformkoordinatensystems $\mathbf{x}^{DVL}$ kann nur näherungsweise mithilfe eines auf einem Lotstab befestigten Prismas eingemessen werden. Aufgrund der Schiffsbewegung konnte dieser nicht streng lotrecht ausgerichtet werden. Ebenso kann die Orientierung von $\mathbf{x}^{DVL}$ relativ zu $\mathbf{x}^B$ lediglich näherungsweise anhand der Messdaten bestimmt werden.

Das DVL und die benötigten Amperemeter werden ebenfalls über Kabel und RS232-Schnittstelle an den HydrOs-Rechner angeschlossen.

2.4.3 Integration der Software

Auf dem für dieses Projekt eingerichteten HydrOs-Rechner ist die HydrOs-Auswertesoftware installiert. Eine genaue Beschreibung der in der Software implementierten Funktionalitäten findet sich in Breitenfeld et al. (2015) und Scheider et al. (2016). Die Software ist in Form eines MATLAB Anwendungsprogramms realisiert und zeichnet zunächst die eingehenden Nachrichten auf. Im nächsten Schritt werden die benötigten Messgrößen sequentiell aus den Nachrichten extrahiert, wozu eine Festlegung der zu erwartenden Beobachtungsgrößen erforderlich ist. Durch die Definition der jeweils von den Sensoren verwendeten Nachrichtenformate in der Software (siehe Breitenfeld et al. 2015) können diese Größen in die eigentliche Auswerteroutine eingelesen werden.

Vor Beginn der eigentlichen Datenprozessierung müssen verschiedene Parameter eingegeben und Spezifikationen ausgewählt werden. Die HydrOs-Software benötigt zwingend die Koordinaten der einzelnen Sensoren im $\mathbf{x}^B$-Koordinatensystem, die Ablagewinkel der Sensorkoordinatensysteme $\mathbf{x}^{MRU}$ und $\mathbf{x}^{DVL}$ und die a-priori Genauigkeiten der einzelnen Beobachtungsgrößen. Weitere Parameter, die für die Auswertung erforderlich sind, werden in Kap. 3.3.2 und in Kap. 5.1 beschrieben. Außerdem kann aus den in Kap. 4.3.2 vorgestellten Systemmodellen das für die Auswertung bevorzugte Modell ausgewählt werden. Die Auswertung selbst erfolgt unter Verwendung eines erweiterten Kalman-Filters (EKF, siehe Kap. 4.1.2.1).

Zur Integration der Beobachtungsgröße *Hub* (hv) ins Beobachtungsmodell des EKFs werden Daten aus verschiedenen Datenmodellen benötigt (siehe Kap. 4.4). Diese sind in der Software zu hinterlegen. Da dabei gleichzeitig Datenmodelle für unterschiedliche Messumgebungen abgelegt werden können, ist das geeignete Modell ebenfalls in der Software auszuwählen. So wird außer einem geeigneten Quasigeoid-Modell (hier GCG2016) auch ein Wasserspiegellagemodell eingelesen, welches durch den flusshydrologischen Dienst FLYS (BfG 2017) erzeugt wird.

Als ergänzende Funktionalität bietet die HydrOs-Software eine Möglichkeit zur Eliminierung von unplausiblen GNSS-Beobachtungen, die hier als potentielle Ausreißer verstanden werden. Diese Plausibilitätsüberprüfung wird anhand von in den Nachrichten enthaltenen Qualitätsparametern durchgeführt. Für diese Parameter können in der HydrOs-Software Schwellwerte eingegeben werden, bei deren Überschreitung die einzelne Beobachtungsgröße nicht mehr beachtet wird. Durch Untersuchungen in Kauker (2014) kann festgestellt werden, dass die Identifikation von unplausiblen Beobachtungsgrößen nicht auf Grundlage eines einzelnen Parameters erfolgen sollte. Stattdessen wird in Breitenfeld et al. (2015) eine frei wählbare Kombination der Parameter

- Quality Indicator (nach DIN EN 61162-1),
- Satellitenanzahl,
- Dilution of Precision (HDOP, PDOP, VDOP),
- Genauigkeitsangaben (RMS, Std. L, Std. B, Std. h)

empfohlen. Kauker (2014) schlägt zusätzlich zwei weitere Möglichkeiten vor, die aktuell noch nicht in der HydrOs-Software implementiert sind. Zum einen können redundant vorliegende GNSS-Informationen für die gegenseitige Evaluation verwendet werden. Da die wahre Basislänge zwischen zwei Empfängern sowohl bekannt als auch konstant ist, kann sie mit einer zur Epoche t_k berechneten Basislänge verglichen werden. Große Abweichungen ($> 10\,\text{cm}$) weisen auf eine fehlerhafte Positionsbestimmung für einen oder beide Empfänger hin. Zum anderen kann ein differenzieller Ansatz implementiert werden. Vorausgesetzt es liegt ein gleichmäßiges Bewegungsverhalten vor, kann die Distanz $d_{k,k+1}$ zwischen zwei zum Zeitpunkt t_k und t_{k+1} bestimmten Positionen als weiteres Kriterium herangezogen werden. Unplausible Messungen lassen sich anhand starker Schwankungen von $d_{k,k+1}$ identifizieren.

Eine weitere Option zur Eliminierung unplausibler Daten basiert auf der Annahme, dass unterhalb und direkt neben Brücken oder Bauwerken aufgrund der auftretenden Mehrwege-Effekte und Teilabschattungen keine zuverlässige RTK-Lösung bestimmt werden kann. Aus diesem Grund werden aus externen Daten Umringpolygone für Sichthindernisse definiert und in die HydrOs-Software eingelesen. Die innerhalb eines zu definierenden Abstands rings um dieses Polygon liegenden Messwerten werden verworfen (siehe Breitenfeld et al. 2015).

2.5 Testfahrten

Zur Bestimmung der in den Modellen enthaltenen konstanten Parameter sowie zur Evaluierung des entwickelten Auswertealgorithmus werden mit dem Peilschiff *Mercator* mehrere Messfahrten unternommen. Diese fanden auf dem Rhein bei Duisburg-Homberg sowie auf dem angeschlossenen Hafenkanal, welcher eine Einfahrt für den Duisburger Hafen ist, statt. Das Gebiet wird in Abb. 2.9 dargestellt.

Der Hafenkanal stellt hierbei eine Messumgebung dar, die nur einem minimalen Strömungseinfluss unterliegt. Zudem schützt die Uferbefestigung des Hafenkanals kleinere Schiffe, wie die *Mercator*, vor Windeinflüssen. Auf dem Rhein hingegen wirkt die Wasserströmung auf die passierenden Schiffe. Im Mündungsbereich von Ruhr und Hafenkanal kommt es zu Verwirbelungen im Wasser. Durch den starken Schiffsverkehr kommt es zudem zu einer Beeinflussung des Bewegungsverhaltens durch passierende Schiffe. In diesem Gebiet befinden sich mehrere Brücken, so dass GNSS-Abschattungen und dementsprechend Lücken in den GNSS-basierten Beobachtungsgrößen provoziert werden können. In unmittelbarer Umgebung zu den Brücken treten zudem Mehrwegeeffekte auf, die die Positionslösung beeinflussen.

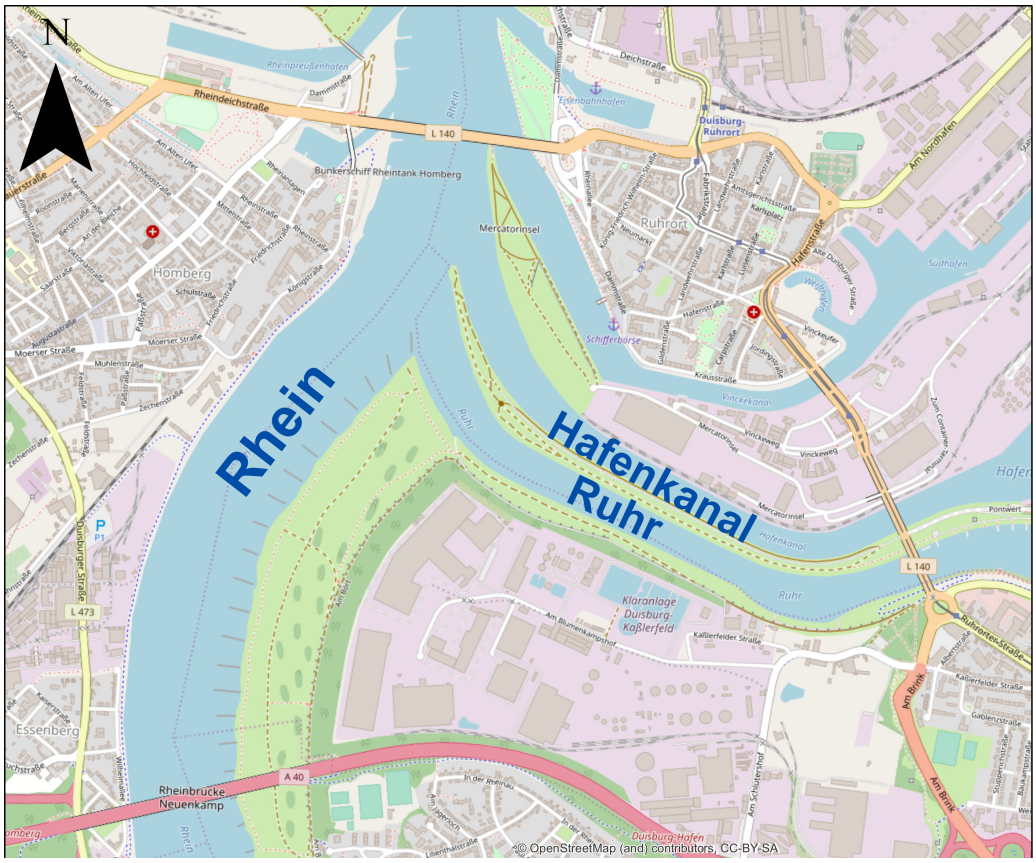


Abb. 2.9: Messgebiet: Rhein bei Duisburg-Homberg und Hafenkanal (Karte: OpenStreetMap)

Tab. 2.2: Durchgeführte Messfahrten

Fahrt	Datum	Gewässer	Art	Besonderheiten
1	11.-13.06.2013	Rhein	Geradenfahrt	variierende Geschwindigkeit, nur Talfahrten → Bestimmung der Drehzahl-Transferfunktion und des Squatkennfeldes. (siehe Kap. 5.1.1, 5.1.3)
2	28.01.2015	Hafenkanal	Geradenfahrt	keine Strömung
3	23.11.2015	Rhein	Geradenfahrt natürlich	mit Abschattungsbereichen
4	25.11.2015	Rhein	Kurvenfahrt/ natürlich	
5	07.05.2014	Rhein	Kurvenfahrt	Zick-Zack-Fahrt → Bestimmung des Übertragungsverhaltens (siehe Kap. 5.1.2)

Die Messfahrten wurden in mehreren Blöcken unternommen, welche sich jeweils über mehrere Tagen erstreckten. Die hier verwendeten Messfahrten sind in Tab. 2.2 zusammengefasst. Dabei wird zunächst zwischen

- **Geradenfahrten**, bei denen kaum Steuereinfluss ausgeübt wird, so dass $v^B_{y,rel} = 0$ gilt,
- **Kurvenfahrten**, bei denen die Schiffssteuerung kontinuierlich einen Einfluss in y^B-Richtung auswirkt, und
- **natürlichen Fahrten**, die dem (leicht) gekrümmten Flussverlauf folgen und dabei Abschattungsbereiche unterqueren,

unterschieden.

Bei der in Kap. 3.3 durchgeführten Analyse wird für Fahrten auf dem Rhein zusätzlich zwischen mit der Strömung verlaufenden Fahrtabschnitten (Talfahrten) und Fahrtabschnitten, die gegen die Strömung verlaufen (Bergfahrten), getrennt. Da im Hafenkanal nur eine sehr geringe Strömung erkennbar ist, entfällt hier diese Unterscheidung. Am Anfang und am Ende jedes Fahrtabschnitts folgt eine Wende. Diese Zerlegung der einzelnen Messfahrten ist erforderlich, da davon ausgegangen werden muss, dass das Systemverhalten in diesen Abschnitten unterschiedliche Eigenschaften aufweist.

Auch in Kap. 5.3 werden lediglich einzelne Abschnitte aus den Messfahrten 3 und 4 zur Evaluierung der entwickelten Modelle herangezogen. Dabei werden drei Szenarien definiert. Es wird zwischen einer natürlichen Messfahrt bei einem vorwiegend geradlinigen Gewässerverlauf (Szenario 1) und bei einem gekrümmten Gewässerverlauf (Szenario 2) unterschieden. Für Szenario 1 werden auf Abschnitte aus Fahrt 3 zurückgegriffen und für Szenario 2 auf Abschnitte aus Fahrt 4. In beiden Fällen kommt es nur zu geringfügigen Ausfällen bei der GNSS-Verfügbarkeit. Zusätzlich wird in Szenario 3 eine Evaluierung für einen Fahrtabschnitt mit Brücken durchgeführt. Hier kommt es zu Abschattungen und damit zu nicht verfügbaren GNSS-Lösungen. Die Messdaten hierfür wurden im Rahmen von Fahrt 3 erfasst. Die hier betrachteten Szenarien repräsentieren typische Fahrmuster bei einer hydrographischen Messfahrt.

3 Methoden zur Signalanalyse

Um auch in den Bereichen ohne ausreichend präzise GNSS-Lösung eine Positionsinformation bereitstellen zu können, soll diese mithilfe aller vom Multi-Sensorsystem erfassten Beobachtungen abgeleitet werden. Dazu müssen die funktionalen Zusammenhänge zwischen den einzelnen betrachteten Größen definiert werden. Der Bewegungszustand des Schiffs selbst wird mithilfe von Zustandsgrößen beschrieben. Sind die funktionalen Zusammenhänge in einem zutreffenden Modell abgebildet, so können aus den zu einer Messepoche t_k vorliegenden Informationen die Zustandsgrößen abgeleitet werden. Dies wird mithilfe eines geeigneten Filteralgorithmus realisiert (siehe Kap. 4).

Um die Zusammenhänge zwischen den einzelnen Größen beschreiben zu können, werden in diesem Kapitel erfasste Messdaten (Beobachtungen) mit ausgewählten Methoden der Signalanalyse analysiert. Die in Kap. 3.3 aufgedeckten systemcharakteristischen Eigenschaften ermöglichen die Bildung des gesuchten Modells. Es handelt sich somit um eine experimentelle Identifikation dieses Modells. Bevor diese durchgeführt wird, werden zunächst die verwendeten Methoden näher betrachtet.

Die aufgezeichneten Messdaten werden als diskrete Signale interpretiert. Es ist davon auszugehen, dass diese Signale instationär sind und stark von der manuellen Regelung des Bewegungsverhaltens abhängen. Durch die Bewegung auf dem bewegten Wasser und durch Vibrationen der Schiffsmotoren enthält dieses Signal zudem einen periodischen Signalanteil. Um die in Kap. 3.1.1, 3.1.2 und 3.1.3.1 beschriebenen Analysen durchführen zu können, muss die Zeitreihe zunächst aufbereitet werden (siehe Kap. 3.2.1) und es müssen alle diese Effekte so weit wie möglich von der Zeitreihe abgespalten werden (siehe Kap. 3.2.2).

3.1 Grundlagen zur Analyse periodischer Signale

Um mehr Informationen über die periodischen Signalanteile zu erhalten, werden für die Analyse Methoden ausgewählt, die diese näher spezifizieren können. Da hierfür eine große Anzahl an unterschiedlichen Analysemethoden zur Verfügung stehen, werden hier nur die für diese Arbeit verwendeten Analysemethoden vorgestellt. Dabei wird eine Analyse im Zeitraum (Korrelationsfunktion) und Analysen im Frequenzraum (Fourier-Transformation und Wavelet-Transformation) durchgeführt.

3.1.1 Kovarianz- und Korrelationsfunktionen

Prinzipiell wird für den stochstischen Anteil einer Messgröße erwartet, dass er bei einem stationären Prozess als normalverteilte Größe $N(\mu, \sigma)$ mit einer Wahrscheinlichkeitsdichte

$$f(x \mid \mu, \sigma) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{\frac{-(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \tag{3.1}$$

vorliegt, wobei μ dem Erwartungswert der entsprechenden Größe entspricht und σ die Standardabweichung repräsentiert.

Das erfasste digitale Signal wird dabei als diskrete Zeitreihe $x(t_k)$ der Länge n aufgefasst, wobei es sich bei den einzelnen Realisierungen in $x(t_k)$ um Zufallsvariablen handelt. Aufgrund der diskreten Abtastung, lässt sich die Zeitreihe auch als Vektor $\mathbf{x} = [\ldots x_{k-1}, x_k, x_{k+1}, \ldots]$ auffassen. t_k repräsentiert die Messzeitpunkte, wobei von einer äquidistanten Zeitreihe ausgegangen wird. Das zeitliche Intervall zwischen zwei Messzeitpunkten ist somit Δt. Die Zeitreihe kann durch die statistischen Größen

- Mittelwert $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} x_i$ und
- Empirische Varianz $s_x^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2$

näher beschrieben werden, welche als erwartungsgetreue Schätzwerte den Erwartungswert μ_x und die Varianz σ_x^2 repräsentieren. Es wird vorausgesetzt, dass es sich bei $x(t_k)$ um eine stationäre Zeitreihe handelt. Liegt eine instationäre Zeitreihe vor, so muss ein evtl. vorhandener Trend (siehe Kap. 3.2.2) zunächst reduziert werden. Die resultierende reduzierte stationäre Zeitreihe kann mit den nachfolgend beschriebenen Methoden analysiert werden.

Während die Varianz σ_x^2 (bzw. die empirische Varianz s_x^2) die Streuung der einzelnen Zeitreihen-Elemente um μ_x (bzw. $\bar{x}$) darstellt, kann der Zusammenhang zwischen zwei verschiedenen Elementen der Zeitreihe, x_j und x_k, durch ihre Kovarianz

$$\sigma_{x_j x_k} = E\left[(x_j - \mu_x), (x_k - \mu_x)\right] \tag{3.2}$$

ausgedrückt werden (Benning 2010). Analog dazu wird die empirischen Kovarianz $s_{x_j x_k}$ als erwartungsgetreue Schätzung von $\sigma_{x_j x_k}$ angenommen. Bei der darauf basierenden Kovarianzanalyse wird die Ähnlichkeit von $x(t_k)$ mit sich selbst durch Verschiebung des identischen Signals über diese Zeitreihe analysiert. Dies wird durch die empirische Autokovarianzfunktion

$$\hat{C}_{XX}(\tau) = \frac{1}{n - \tau - 1} \sum_{i=1}^{n-\tau} (x_i - \bar{x})(x_{i+\tau} - \bar{x}) = s_{x_i x_{i+\tau}} \tag{3.3}$$

ausgedrückt. Da bei einer Verschiebung $\tau = 0$ eine Identität der Signale vorliegt, nimmt $\hat{C}_{XX}(0)$ den Maximalwert an, wobei

$$\hat{C}_{XX}(0) = s_x^2 \tag{3.4}$$

gilt.

Anhand einer Autokovarianzfunktion $\hat{C}_{XX}$ kann auf die Form des zugehörigen stochastischen Prozesses $X(t)$ geschlossen werden. Dadurch kann auf möglicherweise im Signal verbleibende Trends geschlossen werden. Nähere Ausführungen hierzu finden sich beispielsweise in Niemeier (2008) und Heunecke et al. (2013). Liegt eine Zeitreihe mit einem periodischen Trend vor, so weist $\hat{C}_{XX}(\tau)$ eine große Anzahl von lokalen Maxima auf, was nach Heunecke et al. (2013) auf ein farbiges Rauschen schließen lässt. Der zeitliche Abstand zwischen den bestimmten Maxima beträgt dabei τ_{lm}. Aus dem darin enthaltenen Element τ_{lm}^* zwischen dem globalen Maximum von $\hat{C}_{XX}$ und den benachbarten lokalen Maxima kann auf die Wellenlänge des periodischen Trends geschlossen werden.

Liegen zwei (stationäre) Zeitreihen $x_1(t_k)$ und $x_2(t_k)$ vor, so kann ihre Ähnlichkeit durch Betrachtung der Kreuzkovarianz zu unterschiedlichen Verschiebungszeitpunkten τ untersucht werden. Diese ergibt sich aus (3.3) als Allgemeinfall der Kovarianzfunktion

$$\hat{C}_{X_1 X_2}(\tau) = \frac{1}{n - \tau - 1} \sum_{i=1}^{n-\tau} (x_{1,i} - \bar{x}_1)(x_{2,i+\tau} - \bar{x}_2). \tag{3.5}$$

$\hat{C}_{X_1 X_2}(\tau)$ wird als Kreuzkovarianzfunktion bezeichnet. Voraussetzung für die Berechnung dieser Funktion ist, dass beide Zeitreihen dieselbe Länge n und dasselbe Abtastintervall Δt aufweisen. Das Maxima von $\hat{C}_{X_1 X_2}(\tau)$ weist auf die maximale Ähnlichkeit der beiden Prozesse $X_1(t)$ und $X_2(t)$ mit dem zugehörigen Verschiebungsparameter τ_{lm}^* hin.

Da sich die Werte in $\hat{C}_{XX}(\tau)$ und $\hat{C}_{X_1X_2}(\tau)$ je nach Zeitreihe stark unterscheiden, ist es hilfreich, eine normierte Form dieser Funktionen zu betrachten.
Die Autokorrelationsfunktion

$$\hat{R}_{XX}(\tau) = \frac{\hat{C}_{XX}(\tau)}{s_x^2} \tag{3.6}$$

und die Kreuzkorrelationsfunktion

$$\hat{R}_{X_1X_2}(\tau) = \frac{\hat{C}_{X_1X_2}(\tau)}{s_{x1} \cdot s_{x2}}, \tag{3.7}$$

mit s_{x1}, s_{x2} - empirische Standardabweichungen der Zeitreihen $x_1(t_k), x_2(t_k)$,

repräsentieren eine solche Normierung (Heunecke et al. 2013; Zhang 2016). Beide Funktionen sind einheitenlos und nehmen Werte im Intervall $[-1, 1]$ an. Während im Fall der Autokorrelationsfunktion mit $\hat{R}_{XX}(0) = 1$ der Maximalwert zwingend erreicht wird, kann $\hat{R}_{X_1X_2}(0)$ theoretisch die Werte ± 1 annehmen. In der Realität gilt jedoch $\max|\hat{R}_{X_1X_2}(\tau)| \leq 1$. Je höher dieser Maximalwert ist, umso größer ist die Übereinstimmung zwischen $x_1(t_k)$ und $x_2(t_k)$. Wird davon ausgegangen, dass der zugehörige Prozess $X_1(t)$ von $X_2(t)$ abhängig ist, so beschreibt das zu $\max|\hat{R}_{X_1X_2}(\tau)|$ gehörige Parameter $\tau = \tau_{max}$ die zeitliche Verzögerung zwischen einer Änderung des unabhängigen Prozesses und dem Einsetzen dieser Änderung in $X_1(t)$.

Eine detailliertere Betrachtung zum Thema Kovarianz- und Korrelationsanalyse findet sich beispielsweise in Benning (2010), Puente León et al. (2011) oder Heunecke et al. (2013).

3.1.2 Fourier-Transformation

3.1.2.1 Fourier-Transformation für zeitkontinuierliche Signale

Theoretisch kann ein stationäres periodisches diskretes Signal funktional durch eine Fourier-Reihe optimal approximiert werden,

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} \left(a_k \cos(2\pi k \nu_0 t) + b_k \sin(2\pi k \nu_0 t)\right), \tag{3.8}$$

wobei sich diese Approximation aus einer Überlagerung von k einzelnen harmonischen Schwingungen zusammensetzt. Für jede einzelne der k Schwingungen stellt die enthaltene Frequenz ein Vielfaches der Grundfrequenz ν_0 dar. Die Funktion muss im Intervall $< -\pi, \pi >$ streng periodisch sein. Wird statt (3.8) alternativ die komplexe Darstellung der Fourier-Reihe

$$f(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k e^{j \cdot 2\pi \frac{k}{T_0} t} \tag{3.9}$$

gewählt (mit $j = \sqrt{-1}$), so werden statt der Koeffizienten der reellen Darstellung (a_k, b_k) nun die Koeffizienten c_k als komplexe Amplitude berechnet. Für jedes Vielfache der diskreten Frequenz $\nu_k = k \cdot \nu_0$ kann die zugehörige Amplitude c_k einem Linienspektrum zugewiesen werden (Puente León et al. 2011). Durch Einsetzen von $\nu_0 = 1/T_0$ kann dabei ein direkter Zusammenhang mit der Schwingungsdauer T_0 hergestellt werden. Um das diskrete Linienspektrum auf ein Spektrum für alle kontinuierlichen Frequenzen ν zu erweitern, wird aus c_k

$$C(\nu) = \begin{cases} \frac{1}{T_0} \int\limits_{-\frac{T_0}{2}}^{\frac{T_0}{2}} f(t)\, e^{-j \cdot 2\pi \nu t} \mathrm{d}t & \text{für } \nu = \frac{k}{T_0}, k \in \mathbb{Z} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \tag{3.10}$$

bestimmt (Puente León et al. 2011). Allgemein wird im Spektrum der Absolutwert $|F(\nu)|$ dargestellt.

Da physikalische Signale im Intervall $< -\pi, \pi >$ im Allgemeinen nicht streng periodisch sind, können sie nur näherungsweise durch eine Fourier-Reihe ausgedrückt werden (Heunecke et al. 2013). Um auch für schwach oder für nicht-periodische Signale eine spektrale Analyse durchführen zu können, wird statt einer Reihenentwicklung eine Fourier-Transformation angewendet (Puente León et al. 2011). Eine Fourier-Transformation bietet den zusätzlichen Vorteil, dass für ein kontinuierliches Signal direkt ein kontinuierliches Frequenzspektrum bestimmt werden kann. Sie beruht auf der Übertragung des Signals in den Frequenzraum, wozu ein Fourier-Integral gebildet wird.

Unter der Annahme, dass $f(t) \in L_1(\mathbb{R})$ gilt, existiert eine Fourier-Transformierte $F(\nu)$ für $\nu \in \mathbb{R}$, die die Überführung des Signals in den Frequenzraum ausdrückt (Puente León et al. 2011):

$$F_C(\nu) = \int_{-\frac{T_0}{2}}^{\frac{T_0}{2}} f(t)\, e^{-j2\pi\nu t} \mathrm{d}t, \tag{3.11}$$

wobei für $\lim_{T_0 \to \infty} F_C(\nu) = F(\nu)$ gilt.
Auch $F(\nu)$ ist im Allgemeinen komplexwertig, so dass ein Amplitudenspektrum $|F(\nu)|$ bzw. ein Leistungsspektrum $|F(\nu)|^2$ gebildet wird. Da hier das Theorem von Parseval (Kiencke et al. 2008),

$$E = \int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 = \int_{-\infty}^{\infty} |F(\nu)|^2 \mathrm{d}\nu, \tag{3.12}$$

Gültigkeit hat, ist die im ursprünglichen Signal $f(t)$ enthaltene Energie E dabei komplett enthalten. In vielen Fällen wird das Spektrum auch in logarithmischer Darstellung als spektrale Leistungsdichte dargestellt.

Eine Rekonstruktion des ursprünglichen Signals im Zeitbereich (Synthese) kann mithilfe der inversen Fourier-Transformation durchgeführt werden.

$$f(t) = \int_{-\infty}^{\infty} F(\nu)\, e^{j2\pi t\nu} \mathrm{d}\nu \tag{3.13}$$

3.1.2.2 Diskrete Fourier-Transformation

Da in dieser Arbeit reale physikalische Messreihen betrachtet werden sollen, kann jedoch nicht von einem zeitkontinuierlichen Signal ausgegangen werden. Stattdessen wird angenommen, dass eine zeitdiskrete und zeitlich äquidistante Signalabtastung stattfindet, so dass eine Zeitreihe $\boldsymbol{x} = [x_1, x_2, \ldots x_N]$ vorliegt. Bei der Analyse der Messdaten wird damit die aus (3.11) und (3.13) abgeleitete diskrete Fourier-Transformation angewendet.

Ausgehend von (3.11) wird die Analysegleichung für eine Zeitreihe in einem endlichen Messzeitraum mit N Zeitreihenelementen entwickelt, was zugleich zu einer Diskretisierung des Frequenzbereichs führt. Die Abtastung der diskreten Zeitreihe erfolgt jeweils zum Zeitpunkt t_k. Aus dem zeitlichen Abtastintervall Δt ergibt sich die Abtastfrequenz $\nu_S = \frac{1}{\Delta t}$. Die spektrale Auflösung $\Delta\nu$ ist wiederum von der Abtastfrequenz ν_S und der Länge der Zeitreihe abhängig,

$$\Delta\nu = \frac{\nu_S}{N}. \tag{3.14}$$

Im Spektralbereich werden durch Umwandlung von (3.11) die Fourier-Transformierten

$$X(\nu_n) = \sum_{k=0}^{N-1} x_k e^{-j2\pi\frac{kn}{N}}, \tag{3.15}$$

mit $k, n = 0, \ldots, N-1$.

für die diskreten Frequenzen ν_n betrachtet.

Ebenso wie die allgemeine Fourier-Transformation ist auch die Diskrete Fourier-Transformation (DFT) umkehrbar, wobei

$$x_k = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} X_n e^{j2\pi \frac{kn}{N}} \tag{3.16}$$

gilt. Die Rücktransformation in den Zeitbereich wird als inverse diskrete Fourier-Transformation bezeichnet. Eine detaillierte Herleitung der DFT findet sich beispielsweise in Oppenheim et al. (2004) oder in Puente León et al. (2011).

Aufgrund des Parseval'schen Theorems (3.12) können mithilfe der Transformation auch im diskreten Fall die in den jeweiligen Frequenzen enthaltenen Energien bestimmt werden. Es wird davon ausgegangen, dass dominierende Frequenzen vergleichsweise besonders hohe Energien bzw. einen hohe Amplitudebetrag im zugehörigen Frequenzbereich aufweisen. Dabei muss jedoch die spektrale Auflösung $\Delta\nu$ der Frequenzen beachtet werden, da es sich bei der jeweiligen Frequenz ν_n tatsächlich um ein Frequenzband der Breite $\Delta\nu$ handelt. Treten in der Messdatenreihe Frequenzen auf, die nicht durch ein Vielfaches c der Spektralauflösung $\Delta\nu$ (3.14) repräsentiert werden können, so verteilt sich die für diese Spektrallinie vorhandene Energie auf die benachbarten Frequenzen. Dies wird auch als Leckeffekt (*leakage*) bezeichnet. Bei einer Rücktransformation vom Spektral- in den Zeitbereich zeigt sich, dass es bei einer für die DFT angenommene unendliche Fortsetzung des Signals zu Unstetigkeiten in Form von Signalsprüngen kommt. Generell ist davon auszugehen, dass die in einer Zeitreihe enthaltenen Frequenzen mit hoher Wahrscheinlichkeit nicht exakt den durch $c \cdot \Delta\nu$ aufgelösten Frequenzen entsprechen.

Eine weitere Einschränkung bezüglich der detektierbaren Frequenzen wird durch das Abtasttheorem nach Nyquist ausgedrückt. Die zu den periodischen Zeitreihenanteilen gehörenden Frequenzen können bis zu einer maximalen Frequenz (*Nyquistfrequenz*) ν_{Nyq} bestimmt werden. Diese ist von ν_S abhängig,

$$\nu_{Nyq} = \frac{\nu_S}{2}. \tag{3.17}$$

Aufgrund dieser Einschränkungen können die im Signal dominierenden Frequenzen mit der DFT lediglich näherungsweise bestimmt werden. Für eine präzisere Approximation müssen weitere Analysen durchgeführt werden, wie sie beispielsweise in Zhang (2016) vorgestellt werden.

Bei der Berechnung der DFT wird heutzutage meist die schnelle Fourier-Transformation (*Fast Fourier Transform*, FFT) verwendet. Durch Ausnutzung von Symmetrieeigenschaften müssen weniger Werte berechnet werden, wobei sich das Berechnungskonzept der Transformation nicht von dem der DFT unterscheidet (Puente León et al. 2011). Die Durchführung der FFT ist besonders effektiv, wenn sich die Anzahl N der Zeitreihenelemente durch eine Potenz 2^a darstellen lässt. Der Rechenaufwand lässt sich dann von $O\left(N^2\right)$ auf $O(N \cdot \log N)$ reduzieren. In Oppenheim et al. (2004), Puente León et al. (2011) und Mertins (2013) werden verschiedene Algorithmen zur Berechnung der FFT diskutiert. In dieser Arbeit kommt der in MATLAB implementierte FFT-Algorithmus zum Einsatz, der auf der FFTW-Bibliothek (Frigo und Johnson 2014) und dem darin verwendeten Algorithmus nach Cooley und Tukey (1965) basiert (Frigo und Johnson 1998; MathWorks 2017). Weitere mögliche Ansätze zur Berechnung einer FFT werden beispielsweise in Rader (1968) und Bluestein (1970) vorgestellt.

Das Transformationsergebnis wird entweder als Amplitudendiagramm oder in Form eines Periodogramms dargestellt. Letzteres enthält eine Schätzung der spektralen Leistungsdichte für die einzelnen, von der DFT aufgelösten, Frequenzen ν_n (Oppenheim et al. 2004).

3.1.2.3 Kurzzeit-Fourier-Transformation

Da die in Kap. 3.1.2.2 beschriebene DFT keine Möglichkeit bietet, die anhand ihrer hohen Leistungsdichten detektierten, dominanten Frequenzen zeitlich zu lokalisieren, kann keine endgültige Aussage darüber ge-

troffen werden, ob diese in einer kontinuierlich andauernden Schwingung auftreten oder ob es sich lediglich um eine temporäre Schwingungssequenz handelt. Eine Möglichkeit zur Abhilfe stellt die Kurzzeit-Fourier-Transformation (*Short Time Fourier Transform*, STFT) dar. Kiencke et al. (2008) nennen verschiedene Möglichkeiten zur Interpretation einer solchen Kurzzeit-Fourier-Transformation; hier soll jedoch nur die namensgebende Variante betrachtet werden.

Bereits eine endlich lange Datenreihe kann als gefensterte Funktion aufgefasst werden, wobei die Fensterfunktion in Form eines Rechteckfensters vorliegt. Damit kann schon bei einer mittles DFT analysierten endlichen Zeitreihe eine zeitliche Zuordnung innerhalb eines kontiniuierlich ablaufenden Prozesses getroffen werden. Diese Zuordnung ist, je nach Länge der Zeitreihe, jedoch unpräzise. Bei einer Kurzeit-Fourier-Transformation wird mithilfe eines geeigneten Fensters γ ein vergleichsweise kurzer Ausschnitt des Signals betrachtet und mithilfe der DFT (bzw. FFT) analysiert. Das Fenster wird dabei um den Verschiebungsparameter τ_γ über das Signal verschoben. Abb. 3.1 stellt ein solchermaßen durch ein Rechteckfenster definiertes Signal dar. Dadurch können die im jeweiligen Abschnitt berechnetem spektralen Leistungsdichten dem um τ_γ verschobenen Zeitfenster zugeordnet werden, woraus sich die in diesem Fenster jeweils dominierenden Frequenzen ν ableiten lassen (Jones und Parks 1987). Da die Länge des Fensters bekannt ist, kann eine zeitliche Zuordnung erfolgen.

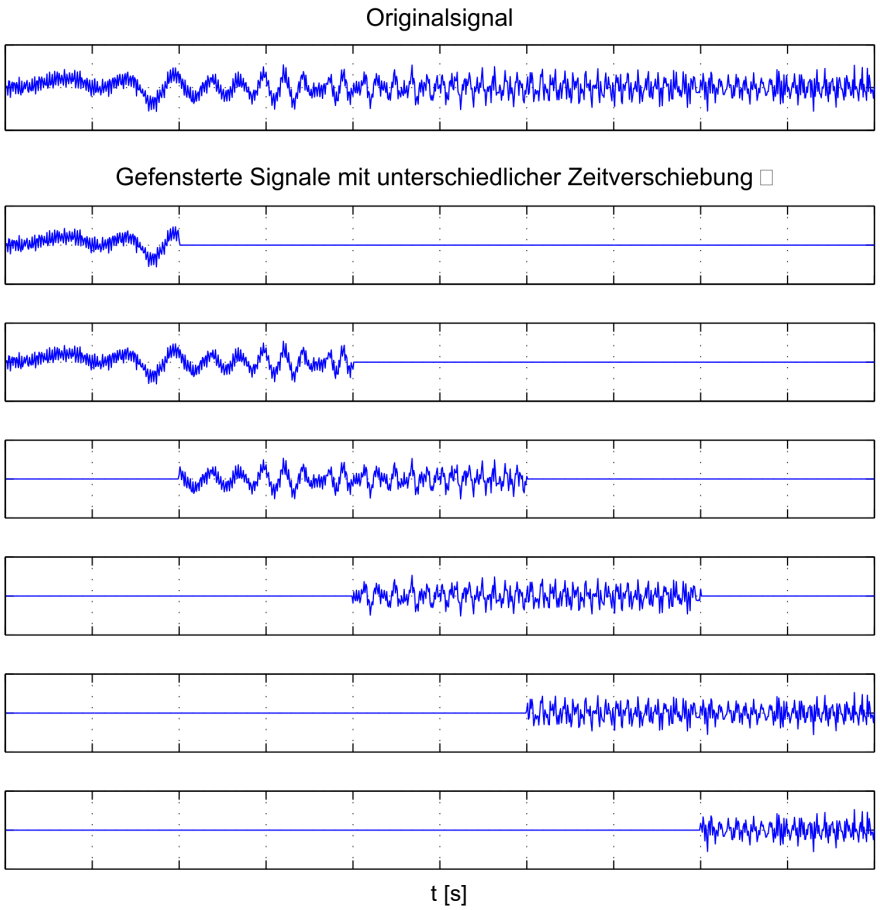
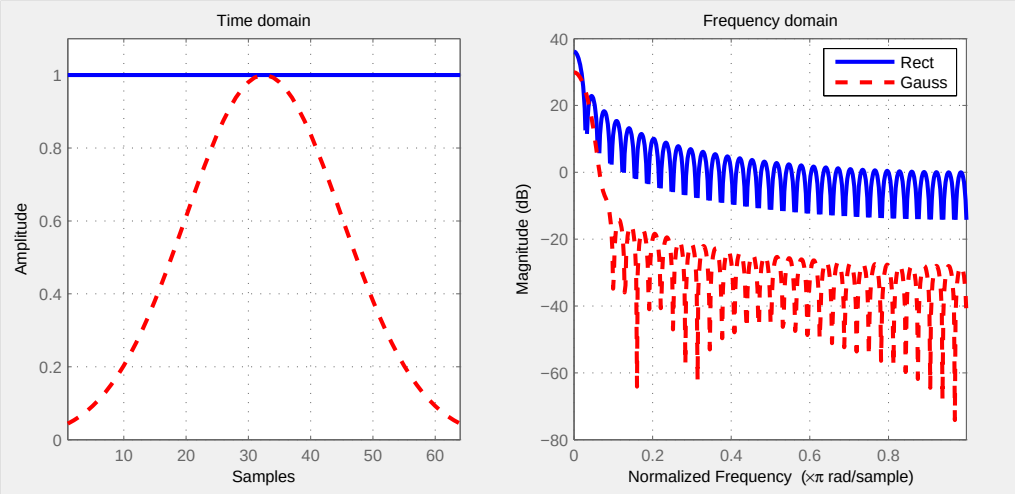


Abb. 3.1: Fensterung eines Signals mit einem Rechteckfenster (MATLAB, Beispieldatensatz *noismima*)

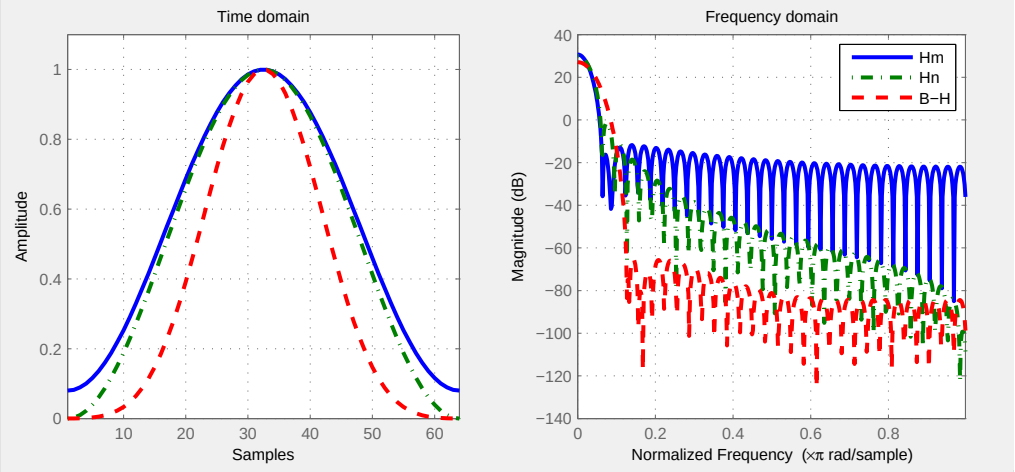
Nach Kiencke et al. (2008) gilt

$$X_\gamma\left(\tau^\gamma,\nu\right)=\mathcal{F}\{x\left(t\right)\gamma^*\left(t-\tau^\gamma\right)\}=\int_{-\infty}^{\infty}x\left(t\right)\gamma^*\left(t-\tau^\gamma\right)e^{-j2\pi\nu t}dt \tag{3.18}$$

mit
- τ^γ - zeitliche Verschiebung,
- t - Zeitpunkt,
- $x\left(t\right)$ - Signal,
- ν - Frequenz,
- $\gamma^*\left(t-\tau^\gamma\right)$ - um τ^γ verschobenes Analysefenster, unter der Annahme eines reellwertigen Fensters gilt: $\gamma^*\left(t\right)=\gamma\left(t\right)$.



(a)



(b)

Abb. 3.2: Verschiedene Fensterfunktionen im Zeit- und im Frequenzbereich: (a) Rechteckfenster (Rect), Gauß-Fenster (Gauss), (b) Hann-Fenster (Hn), Hamming-Fenster (Hm), Blackmann-Harris-Fenster (B-H) (MATLAB)

Durch die Fensterung können in den Randbereichen jedoch unvollständige Schwingungsperioden auftreten. Diese werden als Diskontinuitäten im Signal interpretiert und treten bei der FFT in Form von hohen Energien im Hochfrequenzbereich in Erscheinung.

Wie bereits in Kap. 3.1.2.2 beschrieben, bewirkt der Leckeffekt auch bei der STFT eine verfälschte Interpretation des Ergebnisses. Wird die Fourier-Transformierte $X_\gamma(\tau^\gamma, \nu)$ einer unendlich fortgesetzten harmonischen Schwingung bestimmt, so kann im Frequenzbereich eine diskrete Frequenz ν_0 präzise lokalisiert werden. Sie hat die Form eines Dirac-Impulses (Puente León et al. 2011). Die Fensterung des Signals zu einer endlich langen Zeitreihe führt zu einer Verschmierung des Impulses in der Fourier-Transformierten des Signalausschnitts. Statt eines deutlich erkennbaren Dirac-Impulses weißt die Fourier-Transformierte nun eine abklingende Form mit zahlreichen Maxima und Nullstellen auf (siehe Abb. 3.2). In einer logarithmischen Darstellung des Fourier-transformierten Signalabschnitts nehmen diese eine keulenartige Form an. Dementsprechend wird beim globalen Maximum der Fourier-Transformierten rund um die Frequenz ν_0 von der Hauptkeule gesprochen, während die zahlreichen lokalen Maxima im Zentrum der Nebenkeulen liegen. Die Breite einer jeden Keule wird durch die zeitliche Dauer T_F des Signalabschnitts bestimmt. Die Nullstellen der Fourier-Transformierten bezüglich der zu detektierenden Frequenz ν_0 liegen bei $\nu_0 + \frac{p}{T_F}$ $(p = 1, 2, \ldots)$.

Bei realen physikalischen Signalen wird angenommen, dass die enthaltenen periodischen Effekte nicht durch eine Frequenz alleine ausgedrückt werden können, sondern dass sie zahlreiche Frequenzen ν_i enthalten. Liegen zwei dieser Frequenzen dicht beieinander, so führt der Leckeffekt dazu, dass diese nach der Fourier-Transformation im Frequenzbereich nicht mehr als zwei getrennte Frequenzen erkannt werden können, da sich durch die Verschmierung die jeweiligen Haupt- und Nebenkeulen überlagern. Um diesen Effekt zu reduzieren muss eine geeignete Fensterfunktion ausgewählt werden, die die zu detektierende Frequenzen im Frequenzraum durch ein möglichst deutlich erkennbares globales Maxima repräsentiert (Hauptkeule) während die lokalen Maxima (Nebenkeulen) gedämpft bzw. reduziert werden sollen.

Obwohl das Rechteckfenster im Vergleich zu anderen Fensterfunktionen eine sehr schmale Hauptkeule aufweist, zeigt es aufgrund seiner relativ hohen Nebenkeulen auch Eigenschaften, die bei der STFT unerwünscht sind (Abb. 3.2 (a), blau). Aus diesem Grund wird für die STFT oft ein anderes Fenster verwendet, durch das die Ränder des Signalabschnitts auf (nahezu) Null gedämpft werden. Gabor (1946) beschreibt dazu die Verwendung eines Gauß-Fensters (Abb. 3.2 (a), rot). Basierend auf diesem Ansatz wurde eine Vielzahl von Fenstern mit unterschiedlichen Eigenschaften generiert. Beispielhaft sollen hier das Hanning- (auch Hann-Fenster genannt), das Hamming-Fenster oder das Blackman-Harris-Fenster genannt werden (Heinzel et al. 2002; Oppenheim et al. 2004). Mithilfe dieser Fenster kann aufgrund einer breiteren Hauptkeule zwar die dominierende Frequenz nicht so präzise wie beim Rechteckfenster bestimmt werden, dafür sind die Nebenmaxima im Spektralbereich jedoch stärker unterdrückt (siehe Abb. 3.2 (b)).

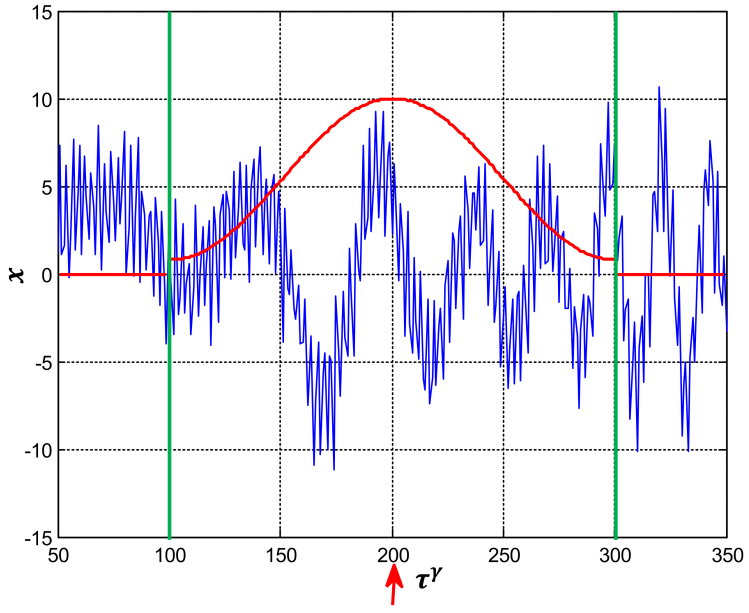


Abb. 3.3: Fensterung eines Signals mit der Fensterfunktion des Hamming-Fensters (rot), die dem Zeitpunkt $\tau^\gamma = 200$ s zugeordnet ist

In dieser Arbeit wird bei der STFT das Hamming-Fenster eingesetzt, das in Abb. 3.3 auf die Signalamplitude skaliert ist. Analytisch wird es durch

$$\gamma(n) = 0,54 - 0,46 \cdot \cos\left(2\pi \frac{n}{N}\right), \qquad n = 0, \ldots, N-1 \tag{3.19}$$

ausgedrückt (Heinzel et al. 2002), wobei N die Fensterlänge definiert. Dieses Fenster weißt eine relativ große Ähnlichkeit mit dem Gauß-Fenster auf und unterdrückt am Rande des Fensters das Signal nicht komplett. Im Frequenzraum lassen sich die vorhandenen Frequenzen aufgrund einer relativ schmalen Hauptkeule gut erkennen.

Weiterhin kommt es durch die Fensterung zu einer reduzierten spektralen Auflösung. Diese lässt sich vor allem durch die Breite der zugehörigen Hauptkeule im Spektralbereich erklären (Oppenheim et al. 2004). Zudem hängt die spektrale Auflösung nach (3.14) auch von der Anzahl N der betrachteten Signalwerte ab. Kürzere Zeitfenster reduzieren die spektrale Auflösung somit wesentlich stärker als längere.

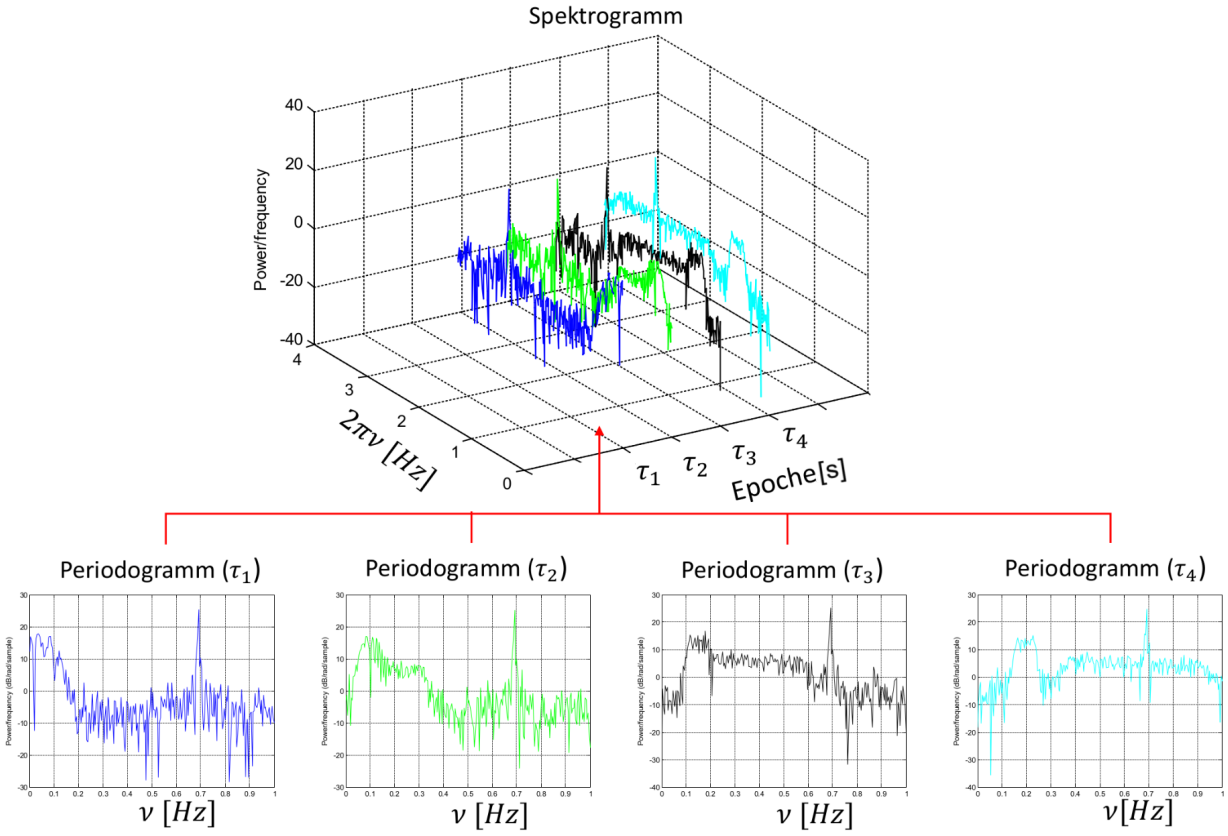


Abb. 3.4: Darstellung des Ergebnisses einer STFT: Aufbau eines Spektrogramms aus Periodogrammen für die jeweilige Verschiebungsparameter $\boldsymbol{\tau}^{\gamma} = [\tau_1, \tau_2, \tau_3, \tau_4]$ (spektrale Leistungsdichte / PSD)

Das Ergebnis der STFT wird im Allgemeinen in Form eines Spektrogramms dargestellt. Wie in Abb. 3.4 gezeigt wird, werden für alle Verschiebungsparameter τ_i^{γ} die im jeweiligen Fenster bestimmten Ergebnisse der FFT in einer zwei-oder dreidimensionalen Darstellung aneinandergefügt. Um ein reellwertiges Ergebnis präsentieren zu können, wird dieses meist in Form der (geschätzten) spektralen Leistungsdichte ausgedrückt.

Bei der spektralen Leistungsdichte handelt es sich um das dem jeweiligen Zeitfenster und der zugehörigen Frequenz zugeordnete Energiespektrum $S_x^{\gamma}(\tau^{\gamma}, \nu)$ (Kiencke et al. 2008)

$$S_x^{\gamma}(\tau^{\gamma}, \nu) = |X_{\gamma}(\tau^{\gamma}, \nu)|^2, \tag{3.20}$$

wodurch komplexwertige Ergebnisse übersichtlich präsentiert werden können. Ebenso wie auch im Periodogramm, bleibt die ursprüngliche Signalenergie $||x(t)||^2$ erhalten (Kiencke et al. 2008). Bei der Darstellung im

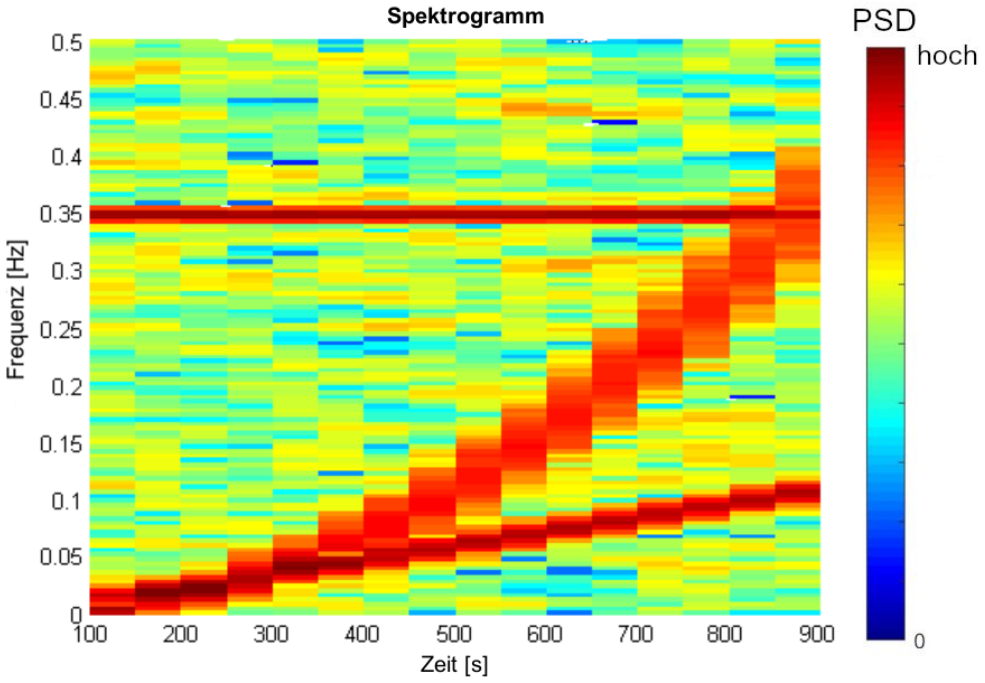


Abb. 3.5: Darstellung des STFT-Ergebnisses (Originalsignal aus Abb. 3.1) im Spektrogramm

Spektrogramm werden die für jeden Verschiebungsparameter τ_γ vorliegenden Periodogramme in einer flächenhaften Darstellung aneinandergereiht (Abb. 3.5). Das auf der x-Achse dargestellte τ_γ bezeichnet den jeweils betrachteten Zeitreihenabschnitt, während die Frequenzen ν_n auf der y-Achse aufgetragen werden. Die zugehörigen Energien werden entweder durch eine farbige Codierung oder durch den z-Wert repräsentiert.

3.1.3 Wavelet-Transformation

Die Wavelet-Transformation stellt weitere Möglichkeiten der Datenanalyse zur Verfügung. Unter diesem Namen werden unterschiedliche Analyseansätze zusammengefasst, z. B. die kontinuierliche Wavelet-Transformation oder die Multi-Skalenanalyse. Während die verschiedenen Ansätze der Fourier-Transformation eine Approximation der periodischen (stationären) Signalanteile ermöglicht, indem die in trigonometrischen Polynomen einzusetzenden Frequenzen, Amplituden sowie Phasenverschiebungen bestimmt werden, können mit einer Wavelet-Transformation noch mehr Signaleigenschaften beschrieben werden. So kann beispielsweise ein nicht-funktionales Trendverhalten direkt ausgedrückt werden. Ähnlich wie bei einem Tiefpassfilter können damit auch weitere, im Signal verborgenen Trends (z. B. polynominal oder exponentiell) ausgedrückt werden. Da die in realen physikalischen Signalen enthaltenen periodischen Anteile meist nur durch Summierung einer großen Anzahl von harmonischen Schwingungen approximiert werden kann, stellt die nicht-funktionale Trendbeschreibung hier eine effiziente Alternative dar (Keller 2004; Flehmig 2006). Für weitere Schritte der Signalanalyse kann das so bestimmte Trendverhalten zur Trendbereinigung herangezogen werden (siehe Kap. 3.2.2.4). Die Wavelet-Tansformation eignet sich besonders für die Analyse stochastischer Prozesse mit unbekannten oder inhomogenen Eigenschaften, da durch sie auch temporäre Prozesseigenschaften abgebildet werden können. In Neuner (2008) wird nachgewiesen, dass mit einer Wavelet-Transformation selbst Sprünge in Signalen detektiert werden können.

Prinzipiell wird bei der Wavelet-Transformation die Ähnlichkeit einer Zeitreihe mit einem über diese Daten verschobenen und skalierten (Mutter-)Wavelet ψ (kleine Welle, von engl. *wave*) bestimmt, die mithilfe der Wavelet-Koeffizienten c_k ausgedrückt wird. Das Wavelet wird funktional beschrieben. Ähnlich wie bei der STFT erfolgt die zeitliche Zuordnung von c_k über einen Verschiebungsparameter, der die zugehörige Verschiebung des Zentralwerts von ψ auf der Zeitachse repräsentiert (Schmidt 2001). In Abb. 3.6 wird ein Wavelet mit

zwei verschiedenen Skalierungen dargestellt, während es über ein Signal verschoben wird. In beiden Fällen ist es dem Verschiebungszeitpunkt $\tau = 200\,\mathrm{s}$ zuzuordnen. Zur besseren Erkennbarkeit ist das Wavelet hier bereits überhöht dargestellt.

Eine Waveletfunktion $\psi(t)$ kann stark unterschiedliche Formen annehmen. Um als Wavelet zu gelten, müssen diese Funktionen die in Kap. 3.1.3.3 beschriebenen Bedingungen erfüllen. Durch Auswahl eines Wavelettyps können bestimmte, zu detektierende Signaleigenschaften hervorgehoben werden. Dabei kann mit einer Wavelet-Transformation sehr flexibel auf die jeweilige Signalform eingegangen werden. Lokale Signaleigenschaften können so, im Gegensatz zu Fourier-Reihen, gut ausgedrückt werden.

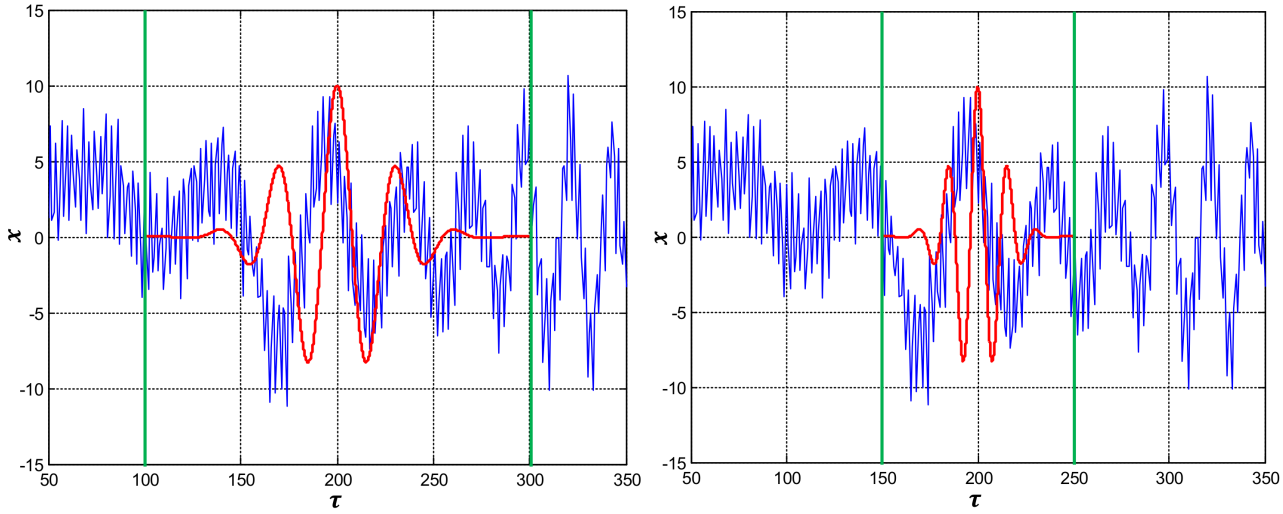


Abb. 3.6: Ein Wavelet (rot) mit unterschiedlichen Skalierungen wird über das Signal (blau) verschoben; Analyse des grün markierten Signalbereichs

Allgemein kann eine Wavelet-Transformation als Bandpassfilter aufgefasst werden, wobei die passierenden (und damit betrachteten) Frequenzen durch die Definition des Skalierungsbereichs von ψ ausgewählt werden. Die Frequenzen, die in den betrachteten Signalabschnitten enthalten sind, werden hier über die Skalierung des Wavelets ermittelt. Diese Skalierung wird durch den zugehörigen Skalierungsparameter (*scale*) ausgedrückt. Somit findet bei der Wavelet-Analyse strenggenommen keine Betrachtung des Frequenzraums, sondern die Betrachtung der Gesamtheit aller angewendeter Skalierungsparameter (*Skalenraum*) statt. Für ein bekanntes Wavelet kann für jeden Skalierungsparameter jedoch eine Frequenz berechnet werden, die die periodischen Anteile des Wavelets am besten approximiert. Im Gegensatz zur STFT ist die Größe des Zeitfensters in diesem Fall jedoch flexibel, wodurch lokale Eigenschaften besser detektiert werden können. Neuner (2008) betont zudem die Eignung der Wavelet-Transformation zur Identifikation von Mittelwerts- und Varianzänderung von instationären Prozesse.

Bei einer Wavelet-Transformation muss prinzipiell zwischen der kontinuierlichen und der diskreten Wavelet-Transformation unterschieden werden, wobei sich die Begriffe *kontinuierlich* und *diskret* hier auf die Eigenschaften der Skalierungsparameter der Wavelets und nicht auf die Eigenschaften des zu untersuchenden Datensatzes beziehen. Bei einer kontinuierlichen Wavelet-Transformation wird das Wavelet über den gesamten Datensatz bewegt, wobei, wie in Kap. 3.1.3.1 dargestellt, jede beliebige (positive) Skalierung gewählt werden kann. Somit ist eine kontinuierliche Skalierung des Wavelets möglich. Bei der in Kap. 3.1.3.2 vorgestellten diskreten Wavelet-Transformation hingegen werden lediglich einige (diskrete) Skalierungsparameter verwendet.

3.1.3.1 Kontinuierliche Wavelet-Transformation

Für die kontinuierliche Wavelet-Transformation (*continous wavelet transform*, CWT) wird eine gewählte Waveletbasis ψ skaliert und über das zu untersuchende Signal geschoben, wofür mit (3.21) das zu verschiebende skalierte Wavelet $\psi_{a,b}$ gebildet wird.

$$\psi_{a,b}(t) = \frac{1}{\sqrt{a}}\psi\left(\frac{t-b}{a}\right) \tag{3.21}$$

mit a - Skalierungsparameter,
b - Verschiebungsparameter,
t - Zeitparameter.

Dabei muss zwingend $a \neq 0$ und $a, b \in \mathbb{R}$ gelten (Daubechies 1992). Zudem muss allgemein für die Fourier-Transformierte $\Psi(\nu)$ des Wavelets (Ψ) die Zulässigkeitsbedingung (Daubechies 1992)

$$C_\psi = 2\pi \int_0^\infty \frac{|\Psi(\omega)|^2}{|\omega|} \mathrm{d}\omega < \infty \tag{3.22}$$

für die Kreisfrequenz $\omega = 2\pi\nu$ erfüllt werden. Dabei enthält (3.22) nach Daubechies (1992) und Mallat (2009) bereits eine weitere Einschränkung auf $a > 0$.

Jeder Waveletfunktion ψ wird eine zentrale Frequenz ν_0 (*center frequency*) zugeordnet, für die das unskalierte Mutter-Wavelet die maximale Kreuzkorrelation mit einer Sinusschwingung derselben Frequenz aufweist. Die durch a definierte Skalierung von ψ bewirkt immer eine umgekehrt proportionale Skalierung von ν_0 (bzw. der zugehörigen Kreisfrequenz ω_0), so dass die Pseudofrequenz ν_a,

$$\nu_a = \frac{\nu_0}{a}, \tag{3.23}$$

bestimmt werden kann (Mallat 2009).

Unter Verwendung des sich verschiebenden Wavelets $\psi_{a,b}(t)$ lautet die Definition der kontinuierlichen Wavelet-Transformation

$$W_\psi(a,b) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)\,\psi_{a,b}(t)\,\mathrm{d}t. \tag{3.24}$$

Kiencke et al. (2008) sprechen bei (3.24) von „einer Projektion des zu analysierenden Signals $x(t)$ auf das skalierte und zeitverschobene Analyse-Wavelet $\psi_{a,b}(t)$“, wobei hier zunächst von einem kontinuierlichen Signal $x(t)$ ausgegangen wird. Alternativ lässt sich (3.24) auch als inneres Produkt

$$W_\psi(a,b) = \langle \boldsymbol{x}, \boldsymbol{\psi}_{a,b} \rangle \tag{3.25}$$

ausdrücken (Schmidt 2001), wobei hier ein Übergang vom kontinuierlichen Signal $x(t)$ auf ein diskretes Signal $\boldsymbol{x}$ enthalten ist. Letzteres ist explizit als Abtastung des kontinuierlichen Signals bzw. eines Prozesses und damit als Zeitreihe zu verstehen.

Ebenso wie bei der Fourier-Transformation wird auch bei der Wavelet-Transformation die im Signal enthaltene Energie komplett in den Frequenzraum übertragen. Der in (3.21) enthaltene Faktor $\frac{1}{\sqrt{a}}$ sorgt dabei für eine Invarianz gegenüber unterschiedlichen Skalierungsparametern (Kiencke et al. 2008). Für die im Signal enthaltene Energie gilt

$$||x(t)||^2 = \frac{1}{C_\psi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} |W_\psi(a,b)|^2 \mathrm{d}b \frac{\mathrm{d}a}{a^2}, \tag{3.26}$$

wobei sich die Konstante C_ψ aus der Zulässigkeitsbedingung in (3.22) ableiten lässt. Durch die Gültigkeit von (3.26) wird eine verlustfreie Rücktransformation in den Zeitbereich ermöglicht, wodurch das ursprüngliche Signal rekonstruiert werden kann.

Um die bestimmten Wavelet-Transformierten dem entsprechenden Zeitpunkt zuordnen zu können, definieren Schmidt (2001) und Neuner (2008) für jedes Wavelet $\psi(t)$ den Zentralwert

$$\mu_\psi = \int_{-\infty}^{\infty} t \frac{|\psi(t)|^2}{||\psi||_{L^2}} \mathrm{d}t, \tag{3.27}$$

der sich unter Berücksichtigung von $||\psi(t)|| = ||\psi|| = 1$ zu

$$\mu_\psi = \int_{-\infty}^{\infty} t|\psi(t)|^2 \mathrm{d}t \tag{3.28}$$

vereinfacht. L^2 repräsentiert an dieser Stelle den Raum der quadratisch integrierbaren Wavelet-Funktion (Hilbert-Raum). Um einen Zusammenhang zu den Kenngrößen der Wahrscheinlichkeitsdichte herzustellen, verwenden Neuner (2008) und Heunecke et al. (2013) hier analoge Bezeichnungen der Parameter.

Analog dazu existiert auch ein im Frequenzraum angesiedelter Zentralwert μ_Ψ, wobei Heunecke et al. (2013) auf die Notwendigkeit einer differenzierten Betrachtung für die Fourier-Transformierte $\Psi(\omega)$ mit Maxima im positiven und negativen Frequenzbereich hinweisen,

$$\mu_\Psi^+ = \int_0^{\infty} \omega|\Psi(\omega)|^2 \mathrm{d}\omega \quad \text{bzw.} \quad \mu_\Psi^- = \int_{-\infty}^{0} \omega|\Psi(\omega)|^2 \mathrm{d}\omega. \tag{3.29}$$

Mallat (2009) verweist mit $\mu_\Psi = \omega_0 = 2\pi\nu_0$ auf die zentrale Frequenz des Wavelets, die bereits in (3.23) zum Einsatz kommt.

Charakteristisch für die CWT ist eine präzise zeitliche Lokalisierung bei niedrigen Skalierungsparametern (d.h. hohen Frequenzen), die jedoch mit einer schlechteren Lokalisierung im Frequenzbereich einhergehen. Im Gegensatz dazu ist die Lokalisierung im Zeitbereich für hohe a wesentlich unpräziser als die Lokalisierung im Frequenzbereich (siehe Abb. 3.7). Die Genauigkeit der Lokalisierung lässt sich mithilfe der Radien des Zeitfensters σ_ψ und des Frequenzfensters σ_Ψ ausdrücken (Schmidt 2001; Neuner 2008),

$$\begin{aligned} \sigma_\psi &= \sqrt{\int_{-\infty}^{\infty} (t-\mu_\psi)^2 \cdot \frac{|\psi(t)|^2}{||\psi||_{L^2}} \mathrm{d}t}, \\ \sigma_\Psi &= \sqrt{\int_{-\infty}^{\infty} (\omega-\mu_\Psi)^2 \cdot \frac{|\Psi(\omega)|^2}{||\Psi||_{L^2}} \mathrm{d}\omega}. \end{aligned} \tag{3.30}$$

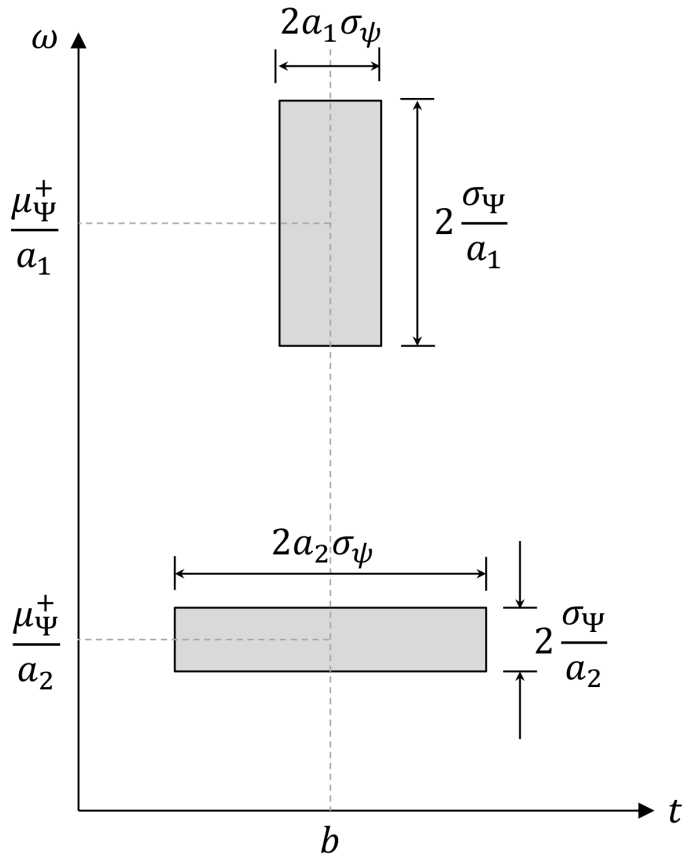


Abb. 3.7: Zeitfrequenzfenster der Wavelet-Transformation bzgl. der Kreisfrequenz ω für $a_2 > a_1$, nach Heunecke et al. (2013)

Diese Lokalisierungsunschärfe kann durch die Relation $\sigma_\psi \cdot \sigma_\Psi = \frac{1}{2}$ begründet werden, die einer gleichzeitigen Minimierung von σ_ψ und σ_Ψ Grenzen setzt (Mallat 2009).Unter Berücksichtigung der Lokalisierungsunschärfe kann ein Zeitfenster, wie in Abb. 3.7 exemplarisch dargestellt wird, durch

$$\left(\begin{bmatrix} a\mu_\psi + b - a\sigma_\psi, & a\mu_\psi + b + a\sigma_\psi \\ a\mu_\psi + b - a\sigma_\psi, & a\mu_\psi + b + a\sigma_\psi \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \frac{\mu_\Psi}{a} - \frac{\sigma_\Psi}{a}, & \frac{\mu_\Psi}{a} - \frac{\sigma_\Psi}{a} \\ \frac{\mu_\Psi}{a} + \frac{\sigma_\Psi}{a}, & \frac{\mu_\Psi}{a} + \frac{\sigma_\Psi}{a} \end{bmatrix} \right) \tag{3.31}$$

beschrieben werden. Dieses spiegelt die Signaleigenschaften für $x(t)$ durch $W_\psi(a,b)$ wieder (Schmidt 2001).

Um die Ergebnisse der CWT für die gewählten Skalierungsparameter darstellen zu können, wird eine Präsentationsform gewählt, die der Spektrogram-Darstellung der STFT ähnelt, das Skalogramm. Im Skalogramm wird des Betragsquadrats der Wavelet-Transformierten $|W_\psi(a,b)|^2$ dargestellt. Ebenso wie beim Spektrogramm der STFT gilt auch hier das Theorem von Parseval. Die mithilfe von (3.26) bestimmbare Energie bleibt erhalten. Wird für das in Abb. 3.1 dargestellte Signal eine CWT durchgeführt, so stellt Abb. 3.8 das zugehörige Skalogramm dar. Die hell eingefärbten Bereiche kennzeichnen hier eine hohe Werte für $|W_\psi(a,b)|^2$, d. h. Signalabschnitte mit einer hohen Übereinstimmung zwischen Signal und dem skalierten Wavelet. In den dunkel eingefärbten Bereichen besteht hingegen nur eine geringe Übereinstimmung. Die farbig markierten Bereiche heben dabei die Eigenschaften, durch die das gewählte Signal charakterisiert werden kann, hervor.

Da die Interpretation einer Darstellung im Skalogramm weniger intuitiv als die Darstellung eines Spektrogramms ist, können die im Skalogramm dargestellten Ergebnisse einer CWT mithilfe von (3.23) in eine Zeit-Frequenzdarstellung umgewandelt werden. In Abb. 3.9 wird das Ergebnis aus Abb. 3.8 in diese alternative Repräsentationsform umgewandelt. Lokale Die bereits in Abb. 3.8 bestimmten Signalcharakteristika sind hier ebenfalls farbig markiert. Somit ist eine einfache Vergleichbarkeit mit den in einem Spektrogramm (Abb. 3.5) enthaltenen Ergebnissen möglich. Es zeigt sich, dass sowohl in (Abb. 3.5 als auch in Abb. 3.9 mehrere überla-

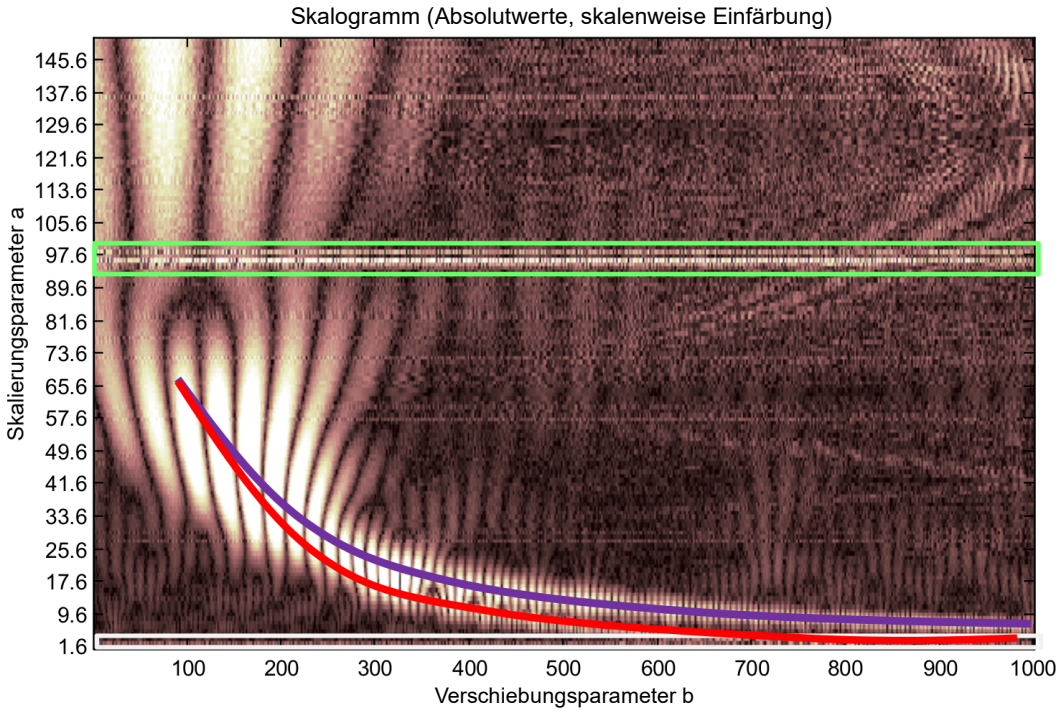


Abb. 3.8: Skalogramm: Ergebnis einer CWT für das Originalsignal aus Abb. 3.1

gernd auftretende Frequenzen detektiert werden können. Im Spektrogramm erscheint die Frequenz $\nu \approx 0,35$Hz im gesamten Zeitbereich mit einer konstanten Energiedichte. In Abb. 3.9 treten hingegen im weiß gekennzeichneten Bereich Schankungen in den lokalen Frequenzmaxima zwischen ca. $0,3 - 0,38$ Hz auf. Diese sind vor allem auf lokale Unregelmäßigkeiten im Signal zurückzuführen, die in Abb. 3.1 erkennbar sind. Deutlicher zu erkennen sind die Frequenzbänder mit den ansteigenden Frequenzen, die in Abb. 3.9 rot und lila markiert wurden. Aufgrund der Signalstruktur treten jedoch auch beim rot markierten Frequenzband vereinzelte lokalen Maxima im Frequenzbereich $0,45 - 0,5$ Hz auf. Hier wirkt sich zudem die reduzierte Auflösung im Frequenzraum aus. Im Gegensatz zu Abb. 3.5 erscheint in Abb. 3.9 ein vierter dominierender Frequenzbereich, der grün markiert ist. Dieser kann auf das enthaltene Signalrauschen zurückgeführt werden und ist im Ergebnis der STFT nicht mehr erkennbar.

Obwohl die Wiedergabe eines Signals mithilfe der kontinuierlichen Wavelet-Transformation mit einem relativ hohen Datenvolumen verbunden ist, eignet sich diese Methode sehr gut für die Detektion lokaler Signaleigenschaften. Neben der Detektion von Mittelwertänderungen, die in Neuner (2008) beschrieben wird, können Bereiche identifiziert werden, in denen die Signaleigenschaften durch das mit dem jeweiligen Skalierungsparameter skalierte Wavelet besonders gut wiedergegeben werden können. Durch (3.23) können damit im Signal dominierende Frequenzen identifiziert werden.

Da die kontinuierliche Wavelet-Transformation in dieser Arbeit nur zur Detektion von lokalen Signaleigenschaften eingesetzt wird, findet hier nur eine Betrachtung des dazu benötigten Analyse-Schritts statt. Auf eine Beschreibung des Synthese-Schritts der CWT wird verzichtet. Dieser kann beispielsweise Grossmann und Morlet (1984), Percival und Walden (2000) oder Bäni (2005) entnommen werden.

3.1.3.2 Diskrete Wavelet-Transformation

Neben der kontinuierlichen Wavelet-Transformation, die sich besonders für die spektrale Analyse eignet, kann eine Wavelet-Analyse auch durch diskret skalierte Wavelets durchgeführt werden. Die in diesem Zusammenhang zur Verfügung stehenden Analysemethoden lassen sich nach Neuner (2008) unter dem Begriff *diskrete Wavelet-Transformation* (DWT) zusammenfassen. Dabei wird das Signal in Anteile zerlegt, die den durch den

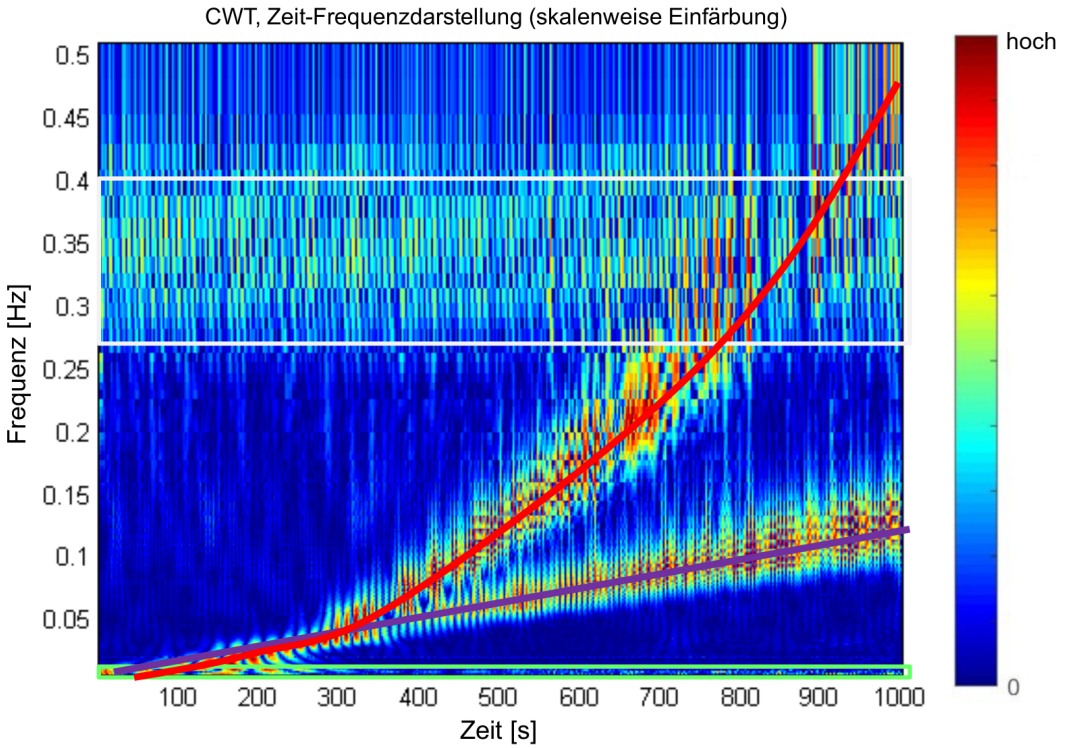


Abb. 3.9: Übertragung des Skalogramms in eine Zeit-Frequenzdarstellung

jeweiligen Skalierungsparametern zugeordneten Frequenzbereichen entspricht (Schmidt 2001). Im Gegensatz zur CWT stehen mit den hier beschriebenen Methoden der Multiskalen-Analyse und der schnellen Wavelet-Transformation auch Werkzeuge zur effizienten Rekonstruktion des ursprünglichen Signals zur Verfügung (Syntheseschritt) (Schmidt 2001). Dieser Schritt bildet die Grundlage für eine Filterung des Signals, wie sie in Kap. 3.2.2.4 aufgezeigt wird.

Im Gegensatz zur kontinuierlichen Wavelet-Transformation werden bei der DWT nur noch die dyadisch definierten Skalierungsparameter betrachtet (Mallat 2009). Die durch die dyadische Abtastung bzw. Skalierung entstehenden Abtastpunkte werden unter Verwendung des diskreten Skalierungsparameters

$$a_m = 2^m \tag{3.32}$$

und des zugehörigen Verschiebungsparameters

$$b_m = a_m \cdot n\Delta T = 2^m \cdot n\Delta T \tag{3.33}$$

ausgedrückt. Durch Einsetzen von (3.32) und (3.33) in (3.21) ergibt sich für das Wavelet $\psi(t)$ eine Abhängigkeit von $m, n \in \mathbb{Z}$.

$$\psi_{m,n}(t) = 2^{-\frac{m}{2}} \cdot \psi\left(2^{-m}t - n\Delta t\right) \tag{3.34}$$

Als Startwerte werden allgemein $m = 1$ und $n = 0$ gewählt.

Um die durch (3.34) beschriebenen Wavelets $\psi_{m,n}$ sowohl im Analyse- als auch im Syntheseschritt einsetzen zu können, müssen diese einen Waveletrahmen (*wavelet frame*) bilden. Dies ist der Fall, wenn es für ein Wavelet ψ_{mn} konstante Rahmengrenzen A, B mit $0 < A \leq B < \infty$ und $||\boldsymbol{x}||^2 \leq 1/A$ gibt, so dass die Stabilitätsbedingung

$$A||x||^2 \leq \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} |\langle \boldsymbol{x}, \psi_{m,n} \rangle|^2 \leq B||x||^2 \tag{3.35}$$

für alle $x(t_k) \in L^2(\mathbb{R})$ erfüllt wird (Daubechies 1992). (3.35) zeigt nach Daubechies (1992) und Heunecke et al. (2013) zum einen die Invertierbarkeit und zum anderen die Stetigkeit des Skalarprodukts $\langle \boldsymbol{x}, \psi_{mn} \rangle$, wo-

durch die Rekonstruierbarkeit von $x(t_k)$ im Syntheseschritt gewährleistet ist. Für $A = B$ handelt es sich um einen sogenannten festen Rahmen (*tight frame*, Daubechies 1992), der für $A = B = 1$ und $||\psi_{n,m}||^2 = 1$ gleichzeitig auch eine Orthonormalbasis für $\{\psi_{mn}|m,n \in \mathbb{Z}\}$ im Hilbert-Raum $L^2\{\mathbb{R}\}$ darstellt (Neuner 2008; Mallat 2009). Wie in Schmidt (2001) bewiesen wird, kann unter dieser Bedingung das ursprüngliche Signal $x(t)$ im Syntheseschritt durch

$$x(t) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \langle \mathbf{x}, \psi_{m,n} \rangle_{L^2(\mathbb{R})} \cdot \psi_{m,n}(t) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_{m,n} \cdot \psi_{m,n}(t) \tag{3.36}$$

rekonstruiert werden.

Die Gültigkeit der in (3.35) formulierten Bedingung ermöglicht die Aufteilung des Funktionsraums $L^2\{\mathbb{R}\}$ mit der Orthonormalbasis $\langle \boldsymbol{x}, \psi_{mn} \rangle$ in Unterräume V_i mit $i \in \mathbb{Z}$, wobei ihre Summe

$$L^2\{\mathbb{R}\} = \sum_{i \in \mathbb{Z}} V_i \tag{3.37}$$

restlos den Raum $L^2\{\mathbb{R}\}$ wiedergibt (Schmidt 2001). Diese Eigenschaft wird für die im folgenden beschriebenen Methoden *Multiskalenanalyse* und *schnelle Wavelet-Transformation* genutzt, wobei die *schnelle Wavelet-Transformation* selbst auf der Multiskalenanalyse basiert.

a) Multiskalenanalyse

Bei der von Mallat (1989) vorgestellten Multiskalenanalyse (MSA) (auch: Multiraten-Filterbank, Kiencke et al. 2008) wird die zu analysierende Funktion $x(t)$, die Bestandteil eines Funktionsraums $U_0 \subset L^2(\mathbb{R})$ ist, in einen niederfrequenten und in einen hochfrequenten Anteil aufgeteilt. Für den hochfrequenten Anteil wird die Zerlegung iterativ fortgeführt, wobei die Aufsplittung durch das jeweils mit dem Parameter m skalierten Wavelet $\psi_{m,n}$ (siehe (3.32)) umgesetzt wird. Mallat (1989) und Heunecke et al. (2013) beschreiben die erste Zerlegung $(m = 1)$ von $x(t)$ als orthogonale Projektion des entstehenden niederfrequenten Anteils in den Funktionsunterraum $U_1 \subset U_0$, während der hochfrequente Anteil in $V_1 \subset U_0$ projiziert wird. Damit gilt

$$U_0 = U_1 \oplus V_1. \tag{3.38}$$

In weiteren Zerlegungsschritten (für $m = 2, 3, \ldots$) wird der auf U_{m-1} projizierte Signalanteil jeweils wieder orthogonal in die Unterräume U_m und V_m projiziert.

Die in jedem Zerlegungsschritt abgespaltenen hochfrequenten Signalanteile können durch

$$y_m(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} v_{m,i} \cdot \psi_{m,i}(t) \tag{3.39}$$

mit dem Koeffizienten

$$v_{m,n} = \langle \boldsymbol{x}, \psi_{m,n} \rangle \tag{3.40}$$

ausgedrückt werden, wobei

$$x(t) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} y_m(t) \tag{3.41}$$

gilt. Aus der Bedingung, dass $x(t) \in L^2(\mathbb{R})$ ist, wird anhand von (3.39)-(3.41) deutlich, dass sich der Raum $L^2(\mathbb{R})$ als Summe der Unterräume V_m mit $m \in \mathbb{Z}$ beschreiben lässt. Damit wird die Gültigkeit von (3.37) bestätigt. Jedes y_m besetzt dabei einen Unterraum V_m in

$$L^2(\mathbb{R}) = \ldots \oplus V_{m-1} \oplus V_m \oplus V_{m+1} \oplus \ldots \qquad \text{mit} \quad m \in \mathbb{Z}. \tag{3.42}$$

Bei der Umformulierung von (3.41) zu

$$x(t) = \sum_{m=-\infty}^{j-1} y_m(t) + \sum_{m=j}^{\infty} y_m(t) = x_j(t) + \sum_{m=j}^{\infty} y_m(t) \tag{3.43}$$

(Schmidt 2001) wird durch Einführung des niederfrequenten Signalanteils $x_m(t)$ eine rekursive Bildung von $x(t)$ ermöglicht. Für $x_m(t)$ gilt dabei stets

$$x_m(t) = x_{m-1}(t) + y_{m-1}(t). \tag{3.44}$$

Zur Bildung von $x_m(t)$ wird eine zusätzlich Funktion, die zur jeweiligen Waveletfunktion $\psi(t)$ gehörenden Skalierungsfunktion $\varphi(t)$, eingeführt. Durch sie erfolgt die Projektion von $x_m(t)$ in den Funktionsraum U_m. Da nur orthonormale Wavelets, die die Bedingung (3.35) erfüllen, eine entsprechende Skalierungsfunktion besitzen, können nur diese für die MSA eingesetzt werden. Analog zu (3.39) gilt

$$x_m(t) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} u_{m,n}\varphi_{m,n}(t). \tag{3.45}$$

Mertins (2013) beschreibt diese Signalanteile als Tiefpass-Signale, die, abhängig von m, die verbleibenden Frequenzbänder enthalten.

Die Skalierungsfunktion $\varphi(t)$ kann als kurzer, zumeist positiver Impuls interpretiert werden (Bäni 2005) und wird mit

$$\varphi_{m,n}(t) = 2^{-\frac{m}{2}}\varphi\left(2^{-m}t - n\Delta T\right) \tag{3.46}$$

analog zu (3.34) definiert. Der Mittelwert der Skalierungsfunktion ist ungleich Null, es gilt $\int_{-\infty}^{\infty} \varphi(t)\,dt = 1$.

Die Skalierungsfunktion muss stets die Orthonormalitätsbedingung

$$\int_{-\infty}^{\infty} \varphi(t-k)\,\varphi(t-l)\,dt = \begin{cases} 0 & \text{für } k \neq l \\ 1 & \text{für } k = l \end{cases} \tag{3.47}$$

erfüllen, wodurch „ihre ganzzahlige translatierten Versionen $\varphi(t-k)$, mit $k \in \mathbb{Z}$, eine Orthonormalbasis von U_0 bilden“ (Heunecke et al. 2013). Der in (3.45) enthaltene Koeffizient $u_{m,n}$ wird durch

$$u_{m,n} = \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_{m,n}(t)\,x(t)\,dt \;\Rightarrow\; u_{m,n} = \langle \mathbf{x}, \varphi_{m,n} \rangle \tag{3.48}$$

ausgedrückt (Bäni 2005). Aufgrund der Tatsache, dass $\varphi_{m,n}(t)$ eine Skalierungsfunktion ist, kann $u_{m,n}$ für die durch m, n in (3.33) definierte Stelle als ein gewichtetes Mittel von $x(t)$ angesehen werden (Neuner 2008).

Somit kann auch für einen niederfrequenten Signalanteil $x_m(t)$ die orthogonale Projektion in den zugehörigen Unterraum U_m mit

$$U_m \subset U_{m-1} \subset \ldots \subset U_0 \qquad \text{mit} \quad m \in \mathbb{Z} \tag{3.49}$$

erfolgen. Für die diskrete Wavelet-Transformation wird angenommen, dass aus den zwei zueinander orthogonalen Räume U_m und V_m allgemein der übergeordnete Raum U_{m-1} gebildet werden kann. Hierbei kann nach Daubechies (1992) mit

$$U_{m-1} = U_m \oplus V_m \tag{3.50}$$

eine Generalisierung von (3.38) erfolgen. Aufgrund der dyadischen Form der MSA kommt es beim Übergang von U_{m-1} zu U_m jedoch stets zu einer Dezimierung der Signallänge um den Faktor zwei.

Diese orthognale Projektion des analysierten Signals in die jeweiligen Unterräume U_m und V_m kann durch Einsetzen von (3.39) und (3.45) in (3.44) realisiert werden. Hierbei wird mit

$$\sum_{i\in\mathbb{Z}} u_{m-1,i}\varphi_{m-1,i} = \sum_{i\in\mathbb{Z}} u_{m,i}\varphi_{m,i} + \sum_{i\in\mathbb{Z}} v_{m,i}\psi_{m,i} \tag{3.51}$$

der Zusammenhang mit dem gewählten Wavelet ψ und der zugehörigen Skalierungsfunktion φ hergestellt (Neuner 2008).

Der Skalierungskoeffizient der höheren, und damit feiner aufgelösten Stufe $u_{m-1,n}$, kann wiederum durch Umwandlung von (3.51) in

$$u_{m-1,n} = \sum_{i\in\mathbb{Z}} u_{m,i}\langle\boldsymbol{\varphi}_{m,i}, \boldsymbol{\varphi}_{m-1,n}\rangle + \sum_{i\in\mathbb{Z}} v_{m,i}\langle\boldsymbol{\psi}_{m,i}, \boldsymbol{\varphi}_{m-1,n}\rangle \tag{3.52}$$

gebildet werden. Dieses Vorgehen kann als eine inverse Wavelet-Transformation betrachtet werden und bildet die Grundlage für die Synthese des betrachteten Schritts. Diese wird beispielsweise in Mallat (2009), Daubechies (1992) und Kiencke et al. (2008) wiedergegeben. Gleichzeitig wird mit (3.51) und (3.52) auf den Zusammenhang zwischen einem Wavelet $\psi_{m,n}(t)$ und der zugehörigen Skalierungsfunktion $\varphi_{m,n}(t)$ geschlossen. Diese müssen eine Orthonormalbasis von U_{m-1} bilden (Daubechies 1992).

b) Schnelle Wavelet-Transformation

Zur raschen und effizienten Berechnung der DWT existiert die schnelle Wavelet-Transformation. Diese basiert auf der MSA. Auch hier findet die in (3.50) aufgeführte Aufspaltung eines Signals $\boldsymbol{x}$ in hochfrequente und niederfrequente Anteile statt. Ähnlich wie bei der FFT wird auch bei der Analyse eines Signals mittels schneller Wavelet-Transformation auf die Verwendung von Integralen verzichtet.

Hierzu wird die Wavelet-Transformation als parallele Filterung des Signal mit einem Hochpass- und einem Tiefpassfilter aufgefasst. Die Filterung des Signals erfolgt durch Faltung mit entsprechenden Filterfunktionen bzw. diskreten Filterreihen, dem Tiefpassfilter $\boldsymbol{h}$ und dem Hochpassfilter $\boldsymbol{g}$.

Angewendet auf das Signal $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{u}_{m_0}$ (mit $m_0 = 0$) und die bereits gefilterten Datenreihen $\boldsymbol{u}_m$ erhält man als Filterergebnis der Tiefpassfilterung

$$\boldsymbol{u}_{m,n} = \sum_{i\in\mathbb{Z}} h_{i-2n}\cdot u_{m-1,i} = \boldsymbol{u}_{m-1} * \bar{\boldsymbol{h}}_{2n} \tag{3.53}$$

und als Ergebnis der Hochpassfilterung

$$\boldsymbol{v}_{m,n} = \sum_{i\in\mathbb{Z}} g_{i-2n}\cdot u_{m-1,n} = \boldsymbol{u}_{m-1} * \bar{\boldsymbol{g}}_{2n}, \tag{3.54}$$

mit $\bar{\boldsymbol{h}}_i = \boldsymbol{h}_{-i}$,
bzw. $\bar{\boldsymbol{g}}_i = \boldsymbol{g}_{-i}$.

Bei dieser Art der Filterung findet in jedem Filterschritt eine Verringerung der Abtastung von $\boldsymbol{u}_{m,n}$ um den Faktor 2 statt. Der von Mallat (2009) als *Subsampling* bezeichnete Schritt kann durch den Operator $\downarrow 2$ repräsentiert werden. Diese Interpretation der Signalanalyse ist in Abb. 3.10 dargestellt.

Obwohl bei der Filterung selbst das Wavelet ψ und die Skalierungsfunktion φ nicht eingesetzt werden, besteht ein Zusammenhang mit den Filterfolgen $\boldsymbol{h}$ und $\boldsymbol{g}$. Für eine mit m skalierte diskrete Skalierungsfunktion gilt

$$\varphi_{m,n} = \sum_{i\in\mathbb{Z}} h_{i-2n}\cdot\varphi_{m-1,i}, \tag{3.55}$$

woraus sich für $i \in \mathbb{Z}$

$$h_{i-2n} = \langle\boldsymbol{\varphi}_{mn}, \boldsymbol{\varphi}_{m-1,i}\rangle \tag{3.56}$$

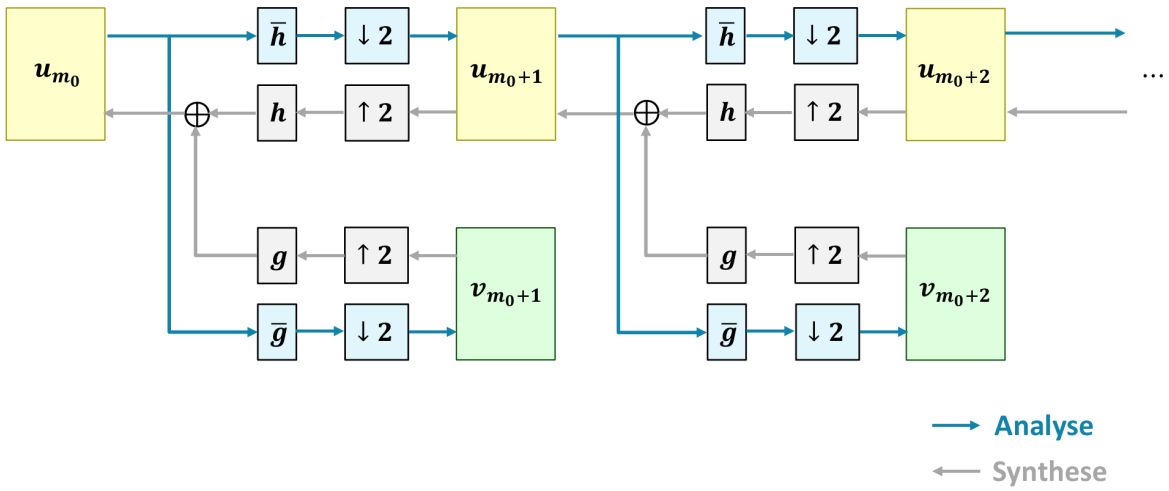


Abb. 3.10: Schnelle Wavelet-Transformation - Analyse und Synthese durch Filterung des Signals (nach Bäni 2005; Mallat 2009)

bilden lässt (Mallat 1989; Daubechies 1992). Für das zugehörige Wavelet ψ_m ergibt sich nach Mallat (1989) und Daubechies (1992)

$$\psi_{m,n} = \sum_{i \in \mathbb{Z}} g_{i-2n} \cdot \varphi_{m-1,i}, \tag{3.57}$$

wobei hier die Schreibweise nach Neuner (2008) verwendet wird. Werden (3.55) und (3.57) in die Skalarprodukte in (3.40) und (3.48) eingesetzt, wird der Zusammenhang zwischen der MSA und der schnellen Wavelettransformation in Form von (3.53) und (3.54) deutlich.
Da bereits bei der MSA eine Orthogonalität der Unterräume $U_m \perp V_m$ gefordert wird, müssen $\boldsymbol{h}$ und $\boldsymbol{g}$ ebenfalls eine orthogonale Basis dieser Räume bilden. In diesem Fall gilt

$$g_k = (-1)^k \, h_{1-k} \tag{3.58}$$

für $k = 2n - i$.
Ist diese Eigenschaft erfüllt, können $\boldsymbol{h}$ und $\boldsymbol{g}$ nicht nur bei der Analyse eines Signals sondern auch bei dessen Synthese verwendet werden.

Für die Rekonstruktion des Signals (Synthese) werden (3.55) und (3.57) in Bäni (2005) durch Vertauschen der Indizes in

$$\varphi_{m,i} = \sum_{n \in \mathbb{Z}} h_{n-2i} \cdot \varphi_{m-1,n}, \tag{3.59}$$

$$\psi_{m,i} = \sum_{n \in \mathbb{Z}} g_{n-2i} \cdot \varphi_{m-1,n} \tag{3.60}$$

umgewandelt. Werden (3.59) und (3.60) in (3.52) eingesetzt, so ergibt sich mit

$$u_{m-1,n} = \sum_{i \in \mathbb{Z}} h_{n-2i} \cdot u_{m,i} + g_{n-2i} \cdot v_{m,i} \tag{3.61}$$

die inverse schnelle Wavelet-Transformation. Um eine Zeitreihe $\boldsymbol{x}$ aus den gefilterten Datenreihen $\boldsymbol{u}_m, \boldsymbol{v}_m$ rekonstruieren zu können, muss zudem die in jedem Filterschritt erfolgte Ausdünnung um den Faktor 2 behoben werden. Dazu werden vor jedem Rekonstruktionsschritt eine 0 zwischen den einzelnen Werten der Datenreihen eingefügt (*Upsampling*). Diese Operation wird im Syntheseschritt in Abb. 3.10 durch den Operator $\uparrow 2$ symbolisiert.

Die Analyse und die Synthese eines Signals $\boldsymbol{x}$ mithilfe der (inversen) schnellen Wavelet-Transformation stellen die Grundlage für eine Approximation des Originalsignals durch ein geglättetes Signal dar. Durch Einfügen eines weiteren Operators vor der Synthese kann eine Rauschminderung realisiert werden (siehe Kap. 3.2.2.4).

3.1.3.3 Wavelets

Nachdem in den vorangehenden Abschnitten die Waveletfunktion ψ und die zugehörige Skalierungsfunktion φ als allgemein definierte Funktionen der Wavelet-Transformation eingeführt wurden, sollen einige dieser Funktionen nun näher betrachtet werden.

Bei einer Wavelet-Transformation muss allgemein eine Darstellung eines diskreten Signals (Zeitreihe) $\boldsymbol{x}$ in der Form $\boldsymbol{x} = \sum_k c_k \cdot \psi_k$ möglich sein. Diese Bedingung ermöglicht die Rekonstruktion eines Signals aus den Wavelets (Synthese). Die Waveletkoeffizienten c_k werden im Zuge der Waveletanalyse bestimmt. Sie sind im Falle der CWT von (3.25) abhängig. Im Zuge der MSA wird diese Bedingung unter Zuhilfenahme von φ in (3.52) erweitert.

Um sowohl in der Analyse als auch für die Synthese einer Zeitreihe $\boldsymbol{x}$ eingesetzt werden zu können, müssen Wavelets ψ bestimmte Forderungen erfüllen. Eine wichtige Voraussetzung ist, dass ein Wavelet eine zeitlich beschränkte Funktion sein muss. Es darf nur in einem bestimmten Zeitintervall $[t_1, t_2]$ Werte annehmen, die sich signifikant von Null unterscheiden (Bäni 2005). Somit kann eine zeitliche Zuordnung des um b bzw. um n verschobenen Wavelets erfolgen (siehe (3.28)). Neben der zeitlichen Lokalisierung muss ein Wavelet, bzw. dessen Fourier-Transformierte, ebenfalls eine präzise Lokalisierung im Frequenzbereich erlauben (siehe (3.29)).

Wie bereits Kap. 3.1.3.2 aus der Stabilitätsbedingung (3.35) für ein dyadisch skaliertes Wavelet abgeleitet wird, muss auch allgemein

$$||\psi(t)||^2 = 1 \tag{3.62}$$

gelten. Da für ein Wavelet $\psi(t) \in {}^2(\mathbb{R})$ die Zulässigkeitsbedingung (3.22) nur für die Fourier-Transformierte $\Psi(0) = 0$ erfüllt ist, muss der Mittelwert der Waveletfunktion Null betragen (Daubechies 1992; Mallat 2009). Folglich gilt

$$\int_{-\infty}^{\infty} \psi(t)\, dt = 0. \tag{3.63}$$

Die Erfüllung der Zulässigkeitsbedingung ist aus Gründen der Energieerhaltung essentiell (Percival und Walden 2000; Neuner 2008). Nur so kann sichergestellt werden, dass das Signal aus den Wavelet-Koeffizienten rekonstruiert werden kann. Deshalb muss ein Wavelet sowohl positive als auch negative Anteile besitzen (Neuner 2008). Diese Bedingung wird von Waveletfunktionen, die eine mehr oder weniger (punkt-)symmetrische Form aufweisen, erfüllt. Da solche eine Form durch periodische Strukturen approximiert werden kann, lässt sich auf Grundlage von Abry (1997) ein Zusammenhang mit einer entsprechenden zentralen Frequenz ν_0 herstellen (siehe Kap. 3.1.3.1).

Ein Wavelet, das die Zulässigkeitsbedingung nur unter bestimmten Voraussetzungen erfüllt, ist das Morlet-Wavelet (auch: Gabor-Wavelet, siehe Kiencke et al. 2008; Mallat 2009). Dieses in Morlet et al. (1982) beschriebene und in Abb. 3.11 dargestellte Wavelet besteht aus einer harmonischen Schwingung, die durch eine Fensterfunktion in Form einer Gaußschen Glockenkurve gebildet wird. In der Literatur sind für dieses Mutter-Wavelet unterschiedliche Definitionen üblich (siehe Shensa 1992; Daubechies 1992; Neuner 2008). Hier soll die Schreibweise nach Mallat (2009) wiedergegeben werden, da sie den Zusammenhang mit der Gauß-Funktion hervorhebt:

$$\psi^{Morlet}(t) = \frac{1}{(\sigma^2\pi)^{1/4}} e^{\left(\frac{t^2}{2\sigma^2}\right)} e^{i\,\nu_0 t}. \tag{3.64}$$

Damit die Zulässigkeitsbedingung näherungsweise erfüllt wird, muss $\sigma^2\omega_0^2 >> 1$ gelten (Mallat 2009). In diesem Fall gilt $\Psi(\omega) \approx 0$ wenn $|\omega| > \omega_0$ (mit $\omega_0 = 2\pi\nu_0$). Als Zentralfrequenz des Mutter-Wavelets wird

hier die in Matlab verwendete Kreisfrequenz mit $\omega_0 = 5,1051\,\mathrm{Hz}$ verwendet, wobei in der Literatur auch abweichende Angaben zu finden sind. Der Parameter $\beta = \frac{1}{\sigma^2}$ definiert die Form des Wavelets. In vielen Fällen wird $\beta = 1$ gewählt. Das in dieser Arbeit für die CWT eingesetzte Mutter-Wavelet ist nach MathWorks (2017) mit

$$\psi^{Morlet}(t) = e^{\frac{t^2}{2}} \cos(5t) \tag{3.65}$$

implementiert.

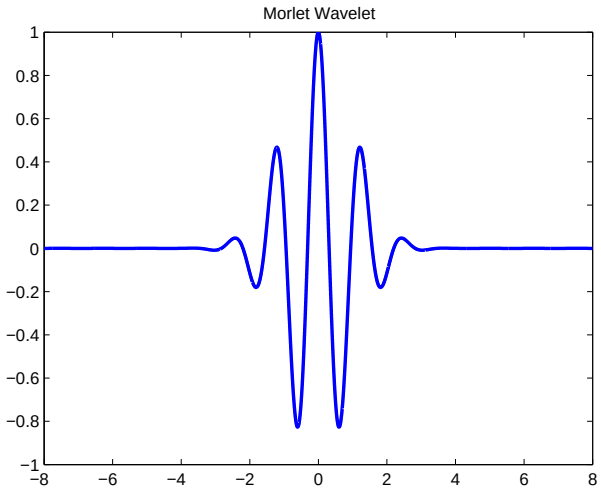


Abb. 3.11: Morlet-Wavelet nach (3.65) (MATLAB)

Obwohl es sich hierbei um ein komplexwertiges Wavelet handelt, wird es in vielen Fällen für die Analyse reellwertiger Daten eingesetzt. Aufgrund der Verletzung der Zulässigkeitsbedingung kann es lediglich für die Signalanalyse im Zuge der CWT eingesetzt werden, nicht jedoch für einen Synthese-Schritt. Kiencke et al. (2008) betonen, dass es trotz dieses Nachteils Rückschlüsse auf die Signalenergie zulässt.
Da sich dieses Wavelet aufgrund seiner symmetrischen Form gut zur Detektion von periodischen Effekten eignet, wird es trotz seiner Nachteile in dieser Arbeit für die Analyse der auftretenden dominierenden Frequenzen eingesetzt.

Um sicherzustellen, dass ein Wavelet für alle Arten der Wavelet-Transformation verwendet werden kann, wird eine weitere Forderung an die Grundfunktionen ψ_k gestellt: Sie sollen für beliebige Verschiebungen und Skalierungen ein orthonormiertes System bilden. Insbesondere für die MSA ist dies eine Voraussetzung. Die bereits in (3.47) formulierte Bedingung kann alternativ durch

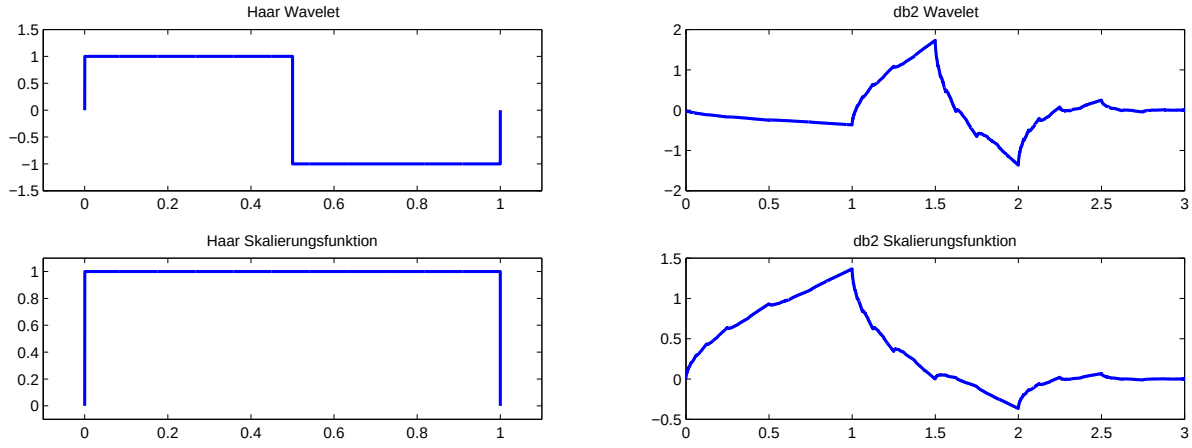
$$\langle \boldsymbol{\varphi}_{n,m}, \tilde{\boldsymbol{\varphi}}_{l,k} \rangle = \delta_{m,l} \cdot \delta_{n,k} \tag{3.66}$$

ausgedrückt werden. $\boldsymbol{\varphi}, \tilde{\boldsymbol{\varphi}}$ werden hier wieder in ihrer diskreter Form eingeführt. Erfüllt wird sie sowohl von orthogonalen als auch von biorthogonalen Wavelets und ihren jeweiligen Skalierungsfunktionen $\boldsymbol{\varphi}$. Da in dieser Arbeit bei der DWT orthogonale Wavelets und ihre Skalierungsfunktionen verwendet werden, wird für die ausführliche Beschreibung zur Bildung und Verwendung von biorthogonalen Wavelets auf Daubechies (1992) und Mallat (2009) verwiesen. Für orthogonale Wavelets gilt in (3.66) $\tilde{\boldsymbol{\varphi}}_{l,k} = \boldsymbol{\varphi}_{l,k}$ und

$$\langle \boldsymbol{\psi}_{m,n}, \boldsymbol{\varphi}_{m,n} \rangle = 0 \tag{3.67}$$

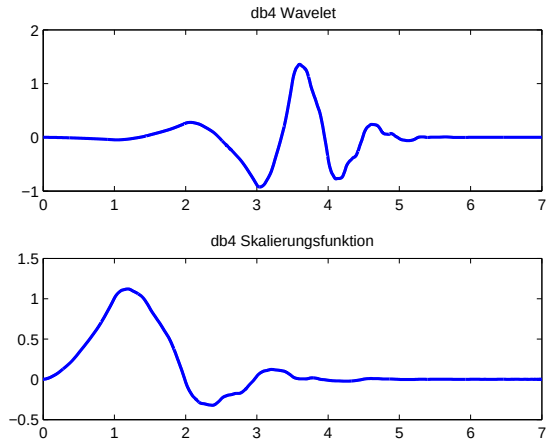
(Daubechies 1988). Sie sind jedoch nicht glatt und nicht streng symmetrisch. Wird bei der DWT die Verwendung von symmetrischen und glatten Wavelets bevorzugt, so muss gegebenenfalls auf die Verwendung der biorthogonalen Wavelets zurückgegriffen werden.

Im Laufe der Zeit wurden zahlreiche Wavelets mit unterschiedlichen Eigenschaften definiert. Eines der ersten definierten Wavelets ist das Haar-Wavelet (Abb. 3.12a), das bereits in Haar (1910) vorgestellt wurde. Hier sollen außerdem die in Daubechies (1988) und Daubechies (1992) beschriebenen Daubechies-Wavelets db$(2N)$

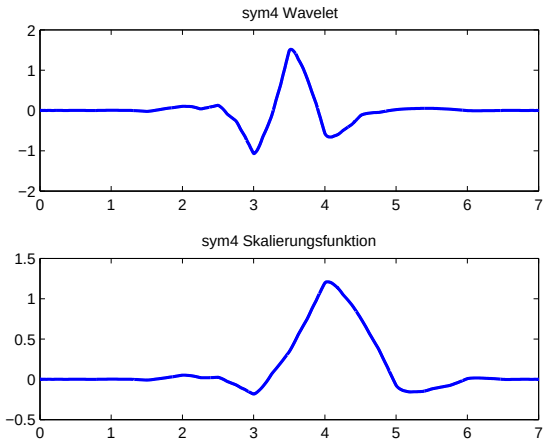


(a) Haar

(b) db2



(c) db4



(d) sym4

Abb. 3.12: Wavelets und Skalierungsfunktionen: Daubechies-Wavelets (a-c) und Symlet (d) der Ordnung N (MATLAB)

(Abb. 3.12b und Abb. 3.12c) und die Symlets sym$(2N)$ (Abb. 3.12d) genannt werden. Das Haar-Wavelet ist als *db1*-Wavelet gleichzeitig Teil der Daubechies-Wavelets.

In beiden Fällen handelt es sich um Wavelet-Familien, die für verschiedene Ordnungen $(2N)$ realisiert werden. $(2N)$ spiegelt dabei gleich zwei Eigenschaften wieder: Die Daubechies-Wavelets und die stärker symmetrischen Wavelets *Symlets* haben eine Breite von $(2N)$ und besitzen N verschwindende Momente (siehe Mallat 2009). Für ein Wavelet mit N verschwindenden Momenten gilt

$$\int_{-\infty}^{\infty} t^k \cdot \psi(t)\, dt = 0, \qquad \text{mit } k = 0, \ldots, N-1. \tag{3.68}$$

Existieren für ein Wavelet eine große Anzahl an verschwindenden Momenten, so kann ein Signal $\boldsymbol{x}$ durch eine geringe Anzahl von signifikanten Waveletkoeffizienten beschrieben werden. Viele Waveletkoeffizienten werden in glatten Signalabschnitten nahezu 0, was in einer guten Komprimierbarkeit des Signals und einer effizienten Rauschunterdrückung resultiert (Mallat 2009).

Eine detaillierte Darstellung der Konstruktion von Wavelets findet sich beispielsweise in Daubechies (1992), Bäni (2005) oder in Kiencke et al. (2008).

3.1.4 Methodenvergleich

Obwohl mit allen der drei hier vorgestellten Methoden Rückschlüsse auf im Signal enthaltene periodische Effekte gezogen werden können, unterscheiden sie sich deutlich voneinander (Tab. 3.1). Während die Kovarianz- und Korrelationsanalyse im Zeitraum durchgeführt werden, findet die Signalanalyse bei den hier genannten Formen der Fourier-Transformation (FFT und STFT) im Frequenzraum und bei der Wavelet-Analyse im Skalenraum statt. Letzterer lässt sich mit einer einfachen Transformation in den Frequenzraum umwandeln.

Ein weiterer wichtiger Unterschied der betrachteten Methoden liegt darin, dass die FFT und STFT explizit für die spektrale Analyse eines Signals gedacht sind, während mit der Wavelet-Transformation auch andere Signaleigenschaften detektiert werden können. Insbesondere die DWT bildet zudem die Grundlage für eine Filterung des Signals und für dessen Komprimierung. Bei der Autokorrelationsanalyse (AKA), deren Ziel die Bestimmung der Autokorrelationsfunktion (AKF) ist, können Informationen über im Signal enthaltene periodische Effekte nur über einen Umweg gewonnen werden. Dabei können aus den Zeitintervallen zwischen lokalen Korrelationsmaxima Rückschlüsse auf die Frequenzen der betrachteten Effekte gezogen werden. Bei einer Überlagerung von mehreren periodischen Effekten mit unterschiedlichen Amplituden oder variierenden periodischen Effekten sind den Einsatzmöglichkeiten dieser Methode Grenzen gesetzt. Durch die Kreuzkorrelationsanalyse können direkt Zusammenhänge zwischen zwei unterschiedlichen Signalen mit derselben Erfassungsfrequenz analysiert werden.

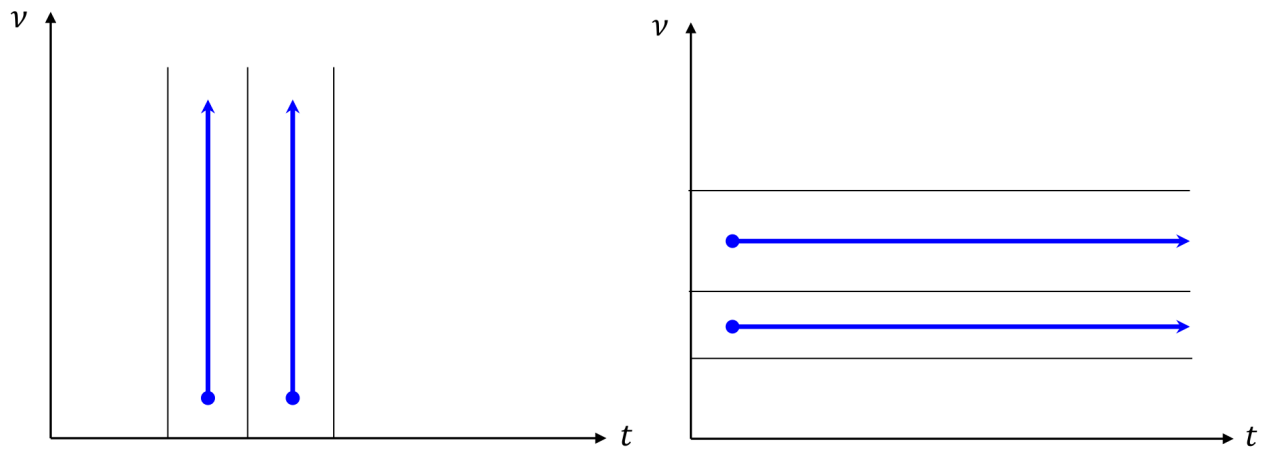
Tab. 3.1: Methoden zur Untersuchung der periodischen Signaleigenschaften im Vergleich

Methode	AKA	FFT	STFT	CWT	DWT
Analyse-raum	Zeit	Frequenz	Frequenz	Skalen	Skalen
zeitliche Lokalisierung möglich?	nein	nein	ja	ja	ja
Betrachtungs richtung	-	-	Signal-ausschnitt	skalen-weise	skalen-weise
spektrale Auflösung	-	konstant	konstant	skalen-abhängig	skalen-abhängig
Anwendungs-möglichkeiten	AKF, Detekt. period. Effekte	spektrale Analyse	spektrale Analyse	spektrale Analyse, Detekt. v. Signal-sprüngen	Signal-filterung, -komprimierung

Während im Periodogramm bzw. einem Amplitudendiagramm, die beide durch eine Fast-Fourier-Transformation bestimmt werden, alle im Signal enthaltenen Frequenzen auf einmal dargestellt werden, kann bei der STFT eine zeitliche Lokalisierung für die auftretenden Frequenzen durchgeführt werden. Dies gilt auch bei den Methoden der Wavelet-Analyse (CWT und DWT). Da die zeitliche Lokalisierung von temporär auftretenden periodischen Effekten in dieser Arbeit von Bedeutung ist, sollen die dabei zugrunde liegenden Mechanismen genauer betrachtet werden.

Obwohl sich der Skalenraum, der durch die Wavelet-Analyse gebildet wird, mithilfe von (3.23) leicht in einen Frequenzraum umwandeln lässt, ist das Ergebnis einer Wavelet Analyse nicht vollkommen identisch mit dem Ergebnis einer STFT. Die Unterschiede liegen zum einen im Aufbau eines Spektrogramms und eines Skalogramms bzw. eines umgewandelten Skalogramms. Wie in Abb. 3.13a gezeigt wird, wird bei einem Spektrogramm von einer Aneinanderreihung einzelner Periodogramme ausgegangen (siehe Abb. 3.4). Somit werden in einem Analyseschritt für einen definierten Signalabschnitt alle auflösbaren Frequenzen präsentiert. Beim umgewandelten Skalogramm hingegen wird über das gesamte Signal hinweg zunächst das Auftreten von periodischen Effekten einer einzelnen, durch den Skalierungsparameter definierten, Frequenz untersucht (Abb. 3.13b).

Auch bei einer DWT findet diese skalenweise Untersuchung des gesamten Signals statt. Im Gegensatz zur CWT liegt hier jedoch keine gleichbleibende Auflösung ($\Delta a = a_i + 1 - a_i$) der Skalen vor.

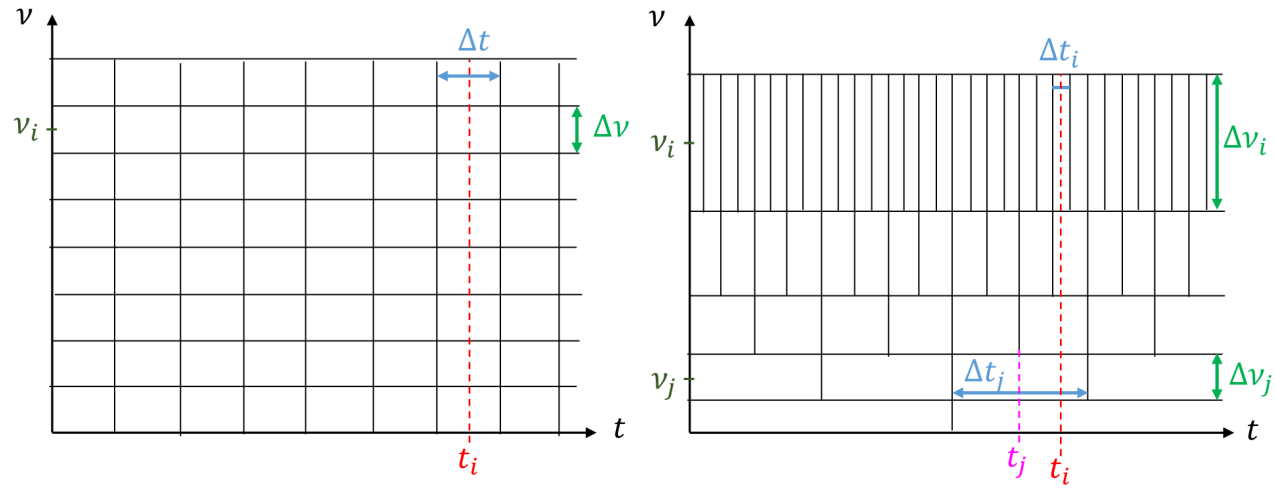


(a) STFT

(b) Wavelet-Analyse (CWT und DWT)

Abb. 3.13: Betrachtungsrichtung eines einzelnen Analyseschritts der Fourier-Transformation und der Wavelet-Analyse

Bei der Überführung eines Skalogramms in den Frequenzraum kommt durch Verwendung von (3.23) keine gleichmäßige Abtastung des Frequenzraums zustande. Statt dessen liegt nun eine zum jeweiligen Skalierungsparameter a umgekehrt proportionale Auflösung des Frequenzraums vor (siehe Abb. 3.14). Da bei der STFT stets ein aus n Elementen bestehender Signalabschnitt betrachtet wird, liegt bei dieser Analyse zu jedem Betrachtungszeitpunkt t_k eine konstante spektrale Auflösung $\Delta\nu\,(n)$ vor, welche durch die Anzahl n der betrachteten Elemente definiert ist. Bei der Wavelet-Transformation hingegen, insbesondere bei der CWT, ist die Anzahl der verwendeten Skalierungsparameter l unabhängig von der Signallänge.



(a) STFT

(b) Wavelet-Analyse (CWT und DWT)

Abb. 3.14: Zeitliche und spektrale Auflösung bei der Signalanalyse mit Fourier-Transformation und Wavelet-Analyse

Im Vergleich mit dem Spektrogramm schwanken die zu den dominierenden $|W_{a,b}\,(\psi)\,|^2$ gehörenden Pseudofrequenzen ν_a in der Zeit-Frequenz-Darstellung wesentlich stärker. Dies ist bei einem Vergleich von Abb. 3.5 und Abb. 3.9 offensichtlich. Grund hierfür ist das unterschiedliche Vorgehen bei der Analyse. Die Ergebnisse der

CWT zeigen lokal den Grad der Übereinstimmung von $\psi_{a,b}(t)$ und des betrachteten Signalabschnitts. Dieser kann generell aufgrund von Phasensprüngen in Schwingungen, variierenden Amplituden oder tatsächliche Frequenzänderungen von Messepoche zu Messepoche schwanken. Im Spektrogram werden dagegen die Energien aller in einem Betrachtungszeitraum aufgelösten Frequenzen dargestellt. Somit können lokale Signaleigenschaften durch ein in der CWT deutlich dominierendes $\nu_{a,k}$ direkt repräsentiert werden, während das aus der STFT entnommene $\max(\nu_k)$ eine im kompletten, gewählten Zeitfenster dominierende Frequenz darstellt.

Für alle unter dem Begriff diskrete Wavelet-Transformtion zusammengefassten Analyseverfahren besteht ebenfalls eine nicht konstante Abtastung des Frequenzraums. Durch die dyadische Abtastung des Skalenraums fällt diese wesentlich stärker als bei der CWT ins Gewicht. Es lässt sich hier eher von einer Zerlegung in verschieden breite Frequenzbänder sprechen. Diese Eigenschaft verhindert zwar oft eine präzise Bestimmung der im Signal auftretenden Frequenzen, macht die DWT aber gleichzeitig zu einem geeignete Schritt bei der Filterung eines Signals. Insbesondere die schnelle Wavelet-Transformation kann als Tiefpass- bzw. als Bandpassfilter aufgefasst werden und eignet sich damit zur nicht-deterministischen Bestimmung eines Signaltrends. Aufgrund der Projektionen der Signalanteile in unterschiedliche Funktionsräume können auch inhomogene Signale mit temporär auftretenden Effekten sehr gut approximiert werden (siehe Kap. 3.2.2.4).

3.2 Vorgehensweise bei der Datenanalyse

Nachdem im Kap. 3.1 verschiedene Methoden zur Analyse von Signalen vorgestellt wurden, soll in diesem Kapitel die Vorgehensweise bei der Analyse der hier behandelten Zeitreihen allgemein dargestellt werden. Ziel hierbei ist die Aufdeckung der jeweiligen Signaleigenschaften.

Wie in Kap. 1.3 ausgeführt wird, handelt es sich bei einer Zeitreihe um eine Folge von Werten, die bei der Abtastung eines Prozesses entstehen. Idealerweise sollten die Intervalle Δt zwischen den einzelnen Abtastungszeitpunkten (= Messzeitpunkten) t_k äquidistant sein.

Für die Analyse der Systemeigenschaften werden die individuellen Beobachtungsgrößen aus dem Multi-Sensorsystem (siehe Kap. 2.3.1) jeweils als eigenständige Zeitreihe aufgefasst. Jede dieser Zeitreihen kann mit Ausreißern und Datenlücken behaftet sein. Ursache hierfür sind zumeist äußere Einflüsse, aber auch sensorspezifische Eigenschaften. Somit kann nicht von einer zeitlich äquidistant abgetasteten Messreihe ausgegangen werden. Ausreißer müssen zunächst detektiert und aus der Datenreihe eliminiert werden, so dass sich, neben den auftretenden natürlichen Datenlücken, weitere, künstliche Datenlücken ergeben. Dies stellt ein Problem bei der Bestimmung der Prozesseigenschaften dar, da bei einigen der vorgestellten Methoden (z. B. Fourier-Analyse und Wavelet-Analyse) äquidistante Zeitreihen zwingend erforderlich sind, um aussagekräftige Ergebnisse zu erhalten. Somit muss im Anschluss an die Ausreißereliminierung und die Detektion von Datenlücken ein geeignetes Verfahren zum Schließen dieser Lücken angewendet werden.

Ist die zu untersuchende Zeitreihe aufbereitet, kann mit ihrer eigentlichen Analyse begonnen werden. Da in Kap. 4 ein Systemmodell aufgestellt werden soll, mit dessen Hilfe das Verhalten der einzelnen Zeitreihen funktional beschrieben wird, ist die Datenanalyse auf diese Aufgabe ausgerichtet. Dabei wird im ersten Schritt untersucht, ob die Zeitreihe deterministischen Einflüssen unterliegt. Diese zeigen sich im Allgemeinen durch einen aperiodischen und teilweise durch einen überlagerten periodischen Verlauf der Zeitreihe. Der Einfluss kann beispielsweise durch eine Regressionsfunktion beschrieben oder durch eine geeignete Filterfunktion bestimmt werden. Bei der Definition des Systemmodells in Kap. 4 anhand der aus der Signalanalyse gewonnenen Informationen bildet ein solches deterministisches Verhalten die Grundlage. Kann bei der Bestimmung des Systemverhaltens nachgewiesen werden, dass die jeweils erfassten Messsignale periodische Komponenten enthalten, so sollten sie näher analysiert werden. Für eine funktionale Beschreibung des Verhaltens der Datenreihe müssen insbesondere die auftretenden Frequenzen bestimmt werden (siehe Kap. 3.2.4).

Kann das dem Signal zugrundeliegende Verhalten durch eine Regressionsfunktion oder nicht-funktional abgebildet werden, so kann dadurch auch das im Messsignal enthaltene Signalrauschen extrahiert und getrennt

betrachtet werden. Dieses Vorgehen lässt sich beispielsweise mithilfe eines Hochpassfilters realisieren. Wurde das zugrundeliegende Systemverhalten ausreichend präzise bestimmt, so sollte für das Signalrauschen eine Normalverteilung der Werte vorliegen. Diese für ein weißes Rauschen charakteristische Verteilung kann im Allgemeinen in der Praxis nicht vollkommen nachgewiesen werden, da im Signalrauschen aufgrund der Erhaltungsneigung oft Anteile des deterministischen Signalverhaltens verbleiben. Wie in Heunecke et al. (2013) gezeigt wird, kann bei realen Messdaten eher von einem farbigen Signalrauschen ausgegangen werden.

3.2.1 Datenaufbereitung

3.2.1.1 Ausreißereliminierung

Eine Eliminierung von Ausreißern in den Messdaten kann durch Betrachtung des Signalrauschens erfolgen. Da für das hier betrachtete Multisensorsystem zumeist instationäre Zeitreihen erfasst werden, muss zunächst das eigentliche (deterministische) Signal durch ein Hochpassfilter vom Signalrauschen getrennt werden. Dazu können beispielsweise die in Kap. 3.2.2 beschriebenen Ansätze eingesetzt und vom Signal subtrahiert werden.

Wird das deterministische Signalverhalten vollkommen eliminiert, so liegt das verbleibende Signalrauschen als stationäre Zeitreihe vor. Für diesen Fall wird prinzipiell angenommen, dass es sich um einen rein stochastischen Signalanteil handelt, d. h. um ein normalverteiltes Signalrauschen. Somit kann die sogenannte 3σ-Regel zur Detektion von Ausreißern eingesetzt werden (siehe Zhang 2016). Dabei wird angenommen, dass das Signalrauschen durch die zufälligen Abweichungen ϵ zwischen den Messwerten x und dem Erwartungswert μ bzw. der Standardabweichung σ definiert ist. Da der Erwartungswert μ und die theoretische Standardabweichung σ im Allgemeinen unbekannt sind, werden sie oft durch den Mittelwert $\bar{x}$ und die empirische Standardabweichung s geschätzt. In diesem Fall wird statt der Normalverteilung die t-Verteilung (Student-Verteilung, nach Gosset 1908) betrachtet.

Für den Ausreißertest wird ein von der Standardabweichung abhängiges Vertrauensintervall, 3σ, gewählt (Abb. 3.15). Elemente des untersuchten Signalanteils, deren Abweichung ϵ_k diesen definierten Schwellwert überschreiten, werden als Ausreißer klassifiziert. Für stationäre Signale bzw. Signalanteile kommt solch eine Überschreitung $\epsilon_k > 3\sigma$ zumeist aufgrund von fehlerbehafteten Messungen zustande. Die so detektierten Messwerte werden eliminiert. Liegt für einen kompletten Signalabschnitt eine Überschreitung des Schwellwerts vor, so muss davon ausgegangen werden, dass zu den zugehörigen Messzeitpunkten systematische Einwirkungen auftraten, die das Signalrauschen beeinflussen. Die Daten gehören dadurch nicht mehr zur selben Grundgesamtheit wie die übrigen Messwerte.

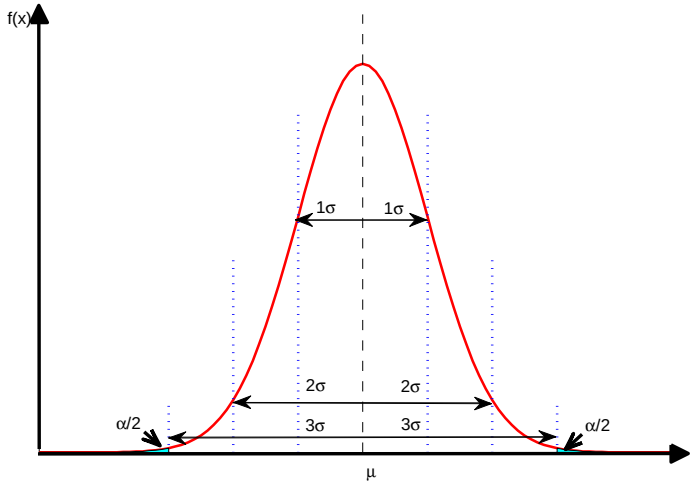


Abb. 3.15: Normalverteilung mit den Vertrauensintervallen

Erfolgt die Trennung zwischen deterministischen und stochastischen Signalanteilen mithilfe der Ansätze aus Kap. 3.2.2, so muss beachtet werden, dass eventuell vorhandene Ausreißer die Bestimmung des deterministischen Anteils beeinflussen. Werden Ausreißer detektiert, so sollte nach ihrer Eliminierung eine verbesserte Schätzung des deterministischen Signalanteils vorgenommen werden.

Eine weitere Möglichkeit zur Eliminierung von Ausreißern in Datenreihen stellt die Nutzung von redundant vorliegenden Messdaten dar. Enthält eine Zeitreihe einzelne signifikant von den anderen Zeitreihen abweichende Werte, so sind diese ebenfalls als Ausreißer zu eliminieren. Sollen Ausreißer bereits während der Datenerfassung in (Nahe-)Echtzeit verhindert werden, so können zusätzliche Informationen zur Qualität der Messdaten herangezogen werden, z. B. DOP-Wert bei GNSS-Messungen.

3.2.1.2 Interpolation äquidistanter Messdaten

Die in dieser Arbeit beschriebenen Analysemethoden benötigen für ein aussagekräftiges Resultat zeitlich äquidistante Datenreihen. Die Überprüfung der Äquidistanz der einzelnen Werte erfolgt anhand der Differenz zwischen den zugehörigen Zeitstempeln. Bei realen Messwerten liegen im Allgemeinen nur näherungsweise äquidistante Messwerte vor. Die Erfassung und Registrierung eines Messwerts erfolgt dabei innerhalb eines durch die gewählte Abtastrate vorgegebenen Zeitintervalls. Für diese Werte wird davon ausgegangen, dass sie die geforderte Äquidistanz nicht verletzen. Als Ursachen für die geringfügige Abweichung des Zeitstempels von der theoretisch korrekten Zeitangabe können zum einen die Genauigkeit der Zeitmessung selbst und zum anderen sensor-basierte Einschränkungen bei der Messwerterfassung angegeben werden. Im Gegensatz zu diesen verschobenen Messzeitpunkten werden Datenlücken als fehlende Daten im zu erwarteten Zeitintervall aufgefasst. Handelt es sich um kurze Datenlücken, so können diese durch eine Interpolation geschlossen werden. Dazu wird zum erwarteten Zeitpunkt ein Messwert generiert. Hierfür muss ein geeignetes Interpolationsverfahren gewählt werden, mit dem die Datenreihe ausreichend genau approximiert werden kann.

Fehlende Messwerte lassen sich gut durch Funktionswerte einer zuvor geschätzten Regressionsfunktion approximieren (siehe Kap. 3.2.2.1). Es kann sowohl eine Regressionsfunktion verwendet werden, die anhand der gesamten Zeitreihe geschätzt wird, als auch eine lokale Funktion, die lediglich anhand einiger Zeitreihenelemente geschätzt wird, die in unmittelbarer Nachbarschaft zur Datenlücke liegen. Hier wird die von Heunecke et al. (2013) beschriebene einfachste Form verwendet, die Schätzung einer linearen Regressionsfunktion. Diese Methode kann zwar den tatsächlichen Prozess nicht rekonstruieren, verhindert aber Oszillationen, die bei einer Approximation mit Polynomen höherer Ordnung bzw. Splines entstehen können. Eine mögliche Alternative zur Interpolation mittels einer Regressionsfunktion stellt die Bildung eines gleitenden Mittelwerts dar (siehe Kap. 3.2.2.3). Wird eine Messgröße von mehreren Sensoren erfasst, so können aus diesen redundant vorliegenden Daten ebenfalls zur Interpolation von fehlenden Zeitreihenelementen genutzt werden.

Zu Beachten ist, dass interpolierte Werte bei langen Datenlücken mit einer großen Unsicherheit behaftet sind. Sie geben oft nicht mehr das tatsächliche Verhalten der Zeitreihe wieder. Aus diesem Grund werden Zeitreihen mit langen Datenlücken hier nicht durch Interpolation geschlossen, sondern als separate Teile betrachtet und einzeln analysiert.

3.2.2 Modellierung und Abspaltung der deterministischen Signalanteile

Wirken während der Erfassung eines Signals externe Einflüsse (z. B. manuelle Systemsteuerung, Vibrationen, etc.) auf das System ein, so kommt es im allgemeinen zu einer Änderung des Systemzustands, die sich in einer auftretenden Variation der Messgröße widerspiegelt. Da diese Einflüsse teilweise nicht explizit messtechnisch erfasst werden, können sie nicht oder nicht vollständig als Eingangsgrößen für eine deterministische Modellierung bei einer theoretischen Modellbildung herangezogen werden. Stattdessen wird das Prozessverhalten meistens mithilfe eines geeigneten mathematischen Modells beschrieben, wobei die Modellparameter experimentell identifiziert werden (*Gray-Box*). Solch ein Modell ermöglicht eine Approximation des Signals. Reale Prozesse enthalten jedoch immer auch einen stochastischen Anteil, der sich zum einen aus dem überlagernd

auftretenden Messrauschen und zum anderen aus nicht modellierbaren Einflüssen zusammensetzt. Um den deterministischen vom stochastischen Anteil trennen zu können, muss ersterer approximiert und anschließend vom Signal abgespalten werden. Dadurch kann der verbleibende Signalanteil weiter analysiert werden, wodurch idealerweise weitere deterministisch begründete Anteile identifiziert und modelliert werden können.

In der Literatur werden unterschiedliche Verfahren zur Abspaltung von deterministischen Signalanteilen vorgeschlagen. Dies kann, wie auch in der Deformationsanalyse üblich, durch Schätzung einer Regressionsfunktion erfolgen (Heunecke et al. 2013). Je nach Gestalt des Signals setzt sich diese aus verschiedenen Termen zusammen, z. B. aus Polynomtermen, trigonometrischen Polynomen oder auch exponentiellen Termen. Da in den nachfolgenden Kapiteln dieser Arbeit vor allem auf eine Modellierung durch Polynomterme sowie durch trigonometrische Polynome zurückgegriffen wird, werden diese in Kap. Abschnitt 3.2.2.1 und Kap. Abschnitt 3.2.2.2 näher beschrieben.

Alternativ kann der deterministische Signalanteil mithilfe eines Tiefpassfilters approximiert werden. Obwohl in diesem Fall keine funktionale Beschreibung des Signalanteils möglich ist, bietet dieser Ansatz auch einen Vorteil: Er ist flexibel und beschreibt auch bei variierenden externen Einflüssen den zum jeweiligen Zeitpunkt anliegenden Anteil. Dadurch eignet er sich auch für Signale, die von einem bewegten System erfasst werden. Durch Einsatz eines Tiefpassfilters können nur langwellige, d. h. hochfrequente, Signalanteile passieren. Das hochfrequente Messrauschen selbst wird blockiert (Kap. 3.2.2.3). Weiterhin kann eine Approximation der Zeitreihe mithilfe der diskreten Wavelet-Transformation bestimmt werden, die sich mit einem Bandpassfilter vergleichen lässt (Kap. 3.2.2.4). Die DWT eignet sich insbesondere für Prozesse, die sehr stark durch unvorhersehbare, externe Einflüsse (z. B. manuelle Regelung) beeinflusst werden. Wird in der Signalsynthese der DWT direkt ein Schritt zur Rauschminderung eingebaut, so kann die Modellierung des als deterministisch angenommenen Signalanteils gleichzeitig mit dessen Abspaltung vom Signal durchgeführt werden. In Abb. 3.16 werden die hier betrachteten Verfahren im Vergleich zueinander dargestellt.

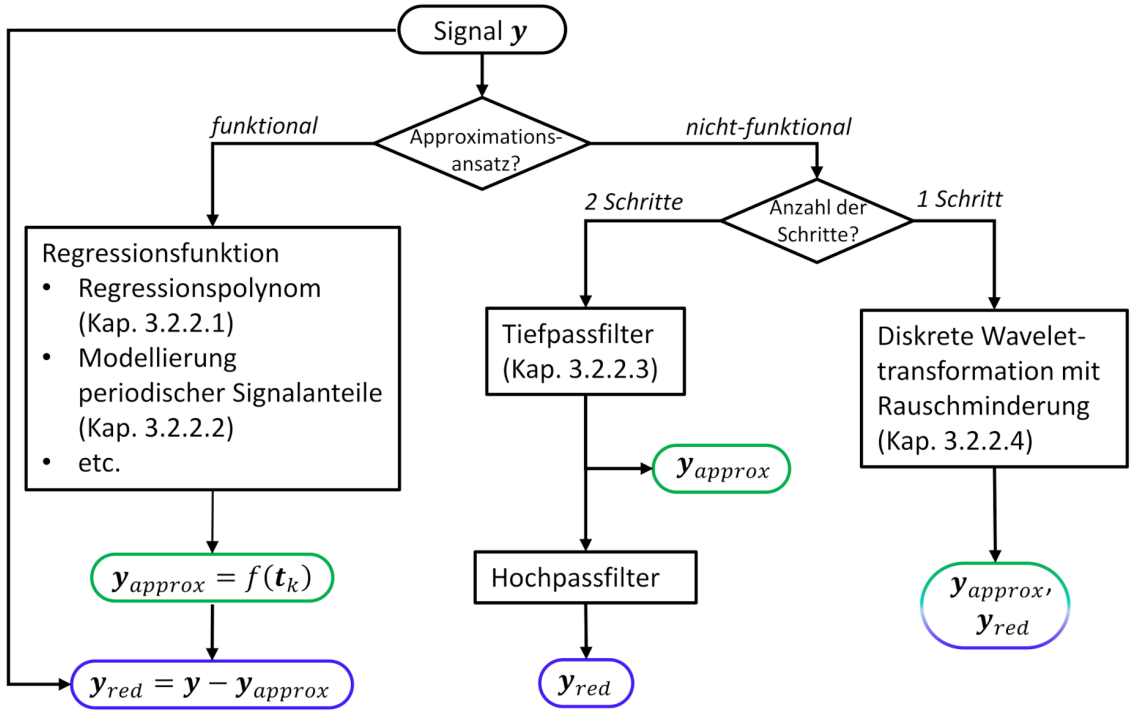


Abb. 3.16: Verfahren zur Approximation der deterministischen Signalanteile $\boldsymbol{y}_{approx}$ und zu ihrer Abspaltung vom Signal (Bildung von $\boldsymbol{y}_{red}$).

3.2.2.1 Regressionsfunktion

Allgemein lässt sich eine Größe y als Linearkombination von verschiedenen Einflussgrößen z_i (mit $i = 1, 2, \ldots, n$) und einer Störkomponente beschreiben (Fahrmeir et al. 2009),

$$y = f\left(z_1, z_2, \ldots, z_n\right) + \epsilon \tag{3.69}$$

mit

$$f\left(z_1, z_2, \ldots, z_n\right) = a_0 + a_1 \cdot z_1 + a_2 \cdot z_2 + \ldots + a_n \cdot z_n. \tag{3.70}$$

Dabei handelt es sich um ein lineares Regressionsmodell (Fahrmeir et al. 2009). Liegen k Realisierungen von $\mathbf{y} = [y_1, \ldots, y_j]$ und die zugehörigen Einflussgrößen $\mathbf{Z} = [\mathbf{z}_{1k}, \ldots, \mathbf{z}_{nk}]^T$ mit $k = 1, 2, \ldots, j$ vor, können die Parameter a_i mithilfe des GAUSS-MARKOV-Modells bestimmt werden. Heunecke et al. (2013) empfehlen für diesen Fall eine Zentrierung der Beobachtungsgrößen. Die bestimmte Funktion stellt eine Polynomfunktion dar. Im einfachsten Fall, wenn nur eine Einflussgröße z_1 vorliegt, vereinfacht sich das Regressionspolynom zu einer Regressionsgeraden.

Um die Zeitreihe $y_k = x\left(t_k\right)$ allgemein durch eine Regressionsfunktion ausdrücken zu können, ist der Erfassungszeitpunkt t_k als eine der Einflussgrößen (z_1) anzusehen. Im Falle der in dieser Arbeit betrachteten instationären Zeitreihe muss prinzipiell zusätzlich von einem Einfluss der Elemente von anderen Zeitreihen als Einflussgrößen $(z_2, \ldots, z_n)$ ausgegangen werden. Da auch hierbei das Prinzip der Kausalität gilt, können nur zeitlich zurückliegende Zeitreihenelemente zu den Zeitpunkten t_{k-l} mit $l = 1, 2, \ldots, k$ Einfluss nehmen. Einzelne Terme dieser Funktion können zudem aus Termen mit Interaktionen zwischen den Eingangsgrößen (z. B. $z_{2,k-1} \cdot z_{3,k-1}$) bestehen. Um solch eine Funktion in eine mit (3.70) vergleichbare Form zu bringen, können diese Terme und die Funktionsterme höherer Ordnung (z. B. z_4^m) durch Substitution mit $z_h^*\,(h = 1, 2, \ldots, g)$ als Terme einer linearen Regressionsfunktion

$$f\left(z_1^*, z_2^*, \ldots, z_h^*\right) = a_0^* + a_1^* \cdot z_1^* + a_2^* \cdot z_2^* + \ldots + a_g^* \cdot z_g^*. \tag{3.71}$$

aufgefasst werden. Die Bestimmung der hierbei verwendeten Regressionsparameter a_h^* kann ebenfalls mithilfe des GAUSS-MARKOV-Modells erfolgen. Nach Bestimmung der Parameter ist in jedem Fall zu überprüfen, ob sich diese signifikant von Null unterscheiden und somit für die Approximation der Zeitreihe erforderlich sind. Hierfür kann der t-Test nach Gosset (1908) (Signifikanztest) verwendet werden (Benning 2010).

Im Falle der hier betrachteten instationären Zeitreihen ist eine vollständige Bestimmung von deterministischen Signalanteilen durch eine Regressionsfunktion nur schwer realisierbar. Da sich die extern wirkenden Kräfte während der Signalerfassung immer wieder ändern, ist die Anzahl g der einzubeziehenden Einflussgrößen z_g^* nur schwer zu bestimmen. Treten in dem erfassten Datensatz Sprünge auf, so kann dieses Signalverhalten nur unzureichend durch ein Regressionspolynom beschrieben werden.

3.2.2.2 Modellierung periodischer Signalanteile

Enthält ein Messsignal deterministische Anteile, die sich mittels einer periodischen Funktion $f\left(t_k\right)$ beschreiben lassen, so können diese mithilfe von harmonischen Schwingungen approximiert werden (siehe Heunecke et al. 2013; Zhang 2016). Nur wenn der betrachtete Signalanteil im Intervall $[-\pi, \pi]$ streng periodisch ist, kann er mithilfe einer Fourier-Reihe vollkommen approximiert werden (Puente León et al. 2011; Heunecke et al. 2013), in der sich die einzelne Schwingungsfrequenzen als Vielfache einer Grundfrequenz ν ausdrücken lassen. Kann die Reihenentwicklung bereits nach endlich vielen Reihengliedern abgebrochen werden, so spricht man von einem trigonometrischen Polynom (Heunecke et al. 2013).

Ein trigonometrisches Polynom lässt sich mithilfe von

$$f\left(t_k\right) = A_0 + \sum_{j=1}^{q} A_j \cdot \sin\left(2\pi j \nu t_k + \Delta\varphi_j\right), \tag{3.72}$$

mit t_k - Beobachtungszeitpunkt,
q - Anzahl der im Signal enthaltenen Frequenzen,
ν - Frequenz,
$\Delta\varphi_j$ - Phasenverschiebung der jeweiligen Schwingungskomponente für $j = 1, \ldots, q$,
A_j - Amplitude der harmonischen Schwingung für $j = 1, \ldots, q$ und
A_0 - Mittelwert des Messsignals

oder alternativ durch

$$f\left(t_k\right) = A_0 + \sum_{j=1}^{q} \left(a_j \cdot \sin\left(2\pi j \nu t_k\right) + b_j \cdot \cos\left(2\pi j \nu t_k\right)\right) \tag{3.73}$$

ausdrücken (Heunecke et al. 2013).
Die in (3.72) und (3.73) verwendeten Schwingungsparameter können direkt ineinander überführt werden.

$$A_j = \sqrt{a_j^2 + b_j^2} \tag{3.74}$$

$$\Delta\varphi_j = \arctan\frac{-b_j}{a_j} + \frac{\pi}{2} \tag{3.75}$$

Liegt eine ausreichende Anzahl an Beobachtungen in $\mathbf{y}$ vor, so können die Schwingungsparameter a_j, b_j, ν bzw. $A_j, f_j, \Delta\varphi_j$ durch eine iterative Ausgleichung bestimmt werden. Die einzelnen Beobachtungen y_k in $\mathbf{y}$ lassen sich durch

$$y_k = y\left(t_k\right) = f\left(t_k\right) + \epsilon \tag{3.76}$$

beschreiben.

Da in dieser Arbeit reale physikalische Signale untersucht werden sollen, ist davon auszugehen, dass sich einzelne Schwingungsanteile mit unterschiedlichen Amplituden und Frequenzen überlagern. Ein solcher Signalanteil ist im Allgemeinen nicht streng periodisch, da er von unterschiedlichen (variierenden) externen Kräften beeinflusst wird. Deshalb treten Frequenzen auf, die sich nicht als Vielfache einer einzigen Grundschwingung (ν) ausdrücken lassen. Ein solcher Signalanteil kann teilweise durch ein Fourier-Integral „mit stetig variierender Frequenz ν“ (Heunecke et al. 2013) ausgedrückt werden.

In einer lokalen Umgebung kann der betrachtete Signalanteil jedoch durch ein trigonometrisches Polynom approximiert werden. In (3.73) wird dazu $j \cdot \nu$ durch ν_j ersetzt. Um die unbekannten Schwingungsparameter wie beschrieben schätzen zu können, sollten zunächst Initialwerte definiert werden. Der Initialwert des Parameters A_0 kann leicht direkt aus den Messdaten abgeleitet werden. Die Frequenzen ν_j, deren zugehörende Schwingungskomponenten den Signalanteil dominieren, können mit Methoden zur Frequenzanalyse (siehe Kap. 3.1.2 und 3.2.4) bestimmt werden.

3.2.2.3 Verwendung eines Tiefpassfilters

Im Allgemeinen kann angenommen werden, dass es sich beim deterministischen Signal um einen niederfrequenten Signalanteil handelt, während die hochfrequenten Anteile das Messrauschen wiedergeben (siehe (3.76)). Sprunghafte Änderungen, wie sie beispielsweise bei einem Ruck auftreten, stellen hier eine Ausnahme dar. Somit kann eine Datenreihe, die mithilfe eines Tiefpassfilters geglättet wird, den deterministischen Signalanteil abbilden, ohne dass eine Identifikation der physikalischen Eingangsgrößen erfolgt (experimentelle Identifikation).

Ein Tiefpassfilter mit endlicher Impulsantwort lässt sich in einer einfachen Form durch die Verwendung eines (gewichteten) gleitenden Mittels realisieren (siehe Kreiß und Neuhaus 2006). Die Berechnung des gleitenden Mittels $\tilde{y}_k$ zum Zeitpunkt t_k kann sowohl kausal über die vorangehenden l Epochen als auch in einem nicht kausalen Filter erfolgen. Im zweiten Fall werden für das gleitende Mittel $\tilde{y}_k$ zum Zeitpunkt t_k sowohl zeitlich vorausgehende als auch nachfolgende Elemente $[y_{k-l}, y_{k+l}]$ herangezogen. In den meisten Fällen wird dabei eine konstante Gewichtsfunktion w gewählt, wodurch alle in das Filter eingehenden Messwerte gleich gewichtet werden. Die Grenzfrequenz, bis zu der der Filter passiert werden kann, hängt in diesem Fall von der gewählten Fenstergröße $(2l + 1)$ ab. Die Filterung eines Werts zum Zeitpunkt t_k erfolgt im kausalen Filter mittels

$$\tilde{y}_k = \sum_{m=0}^{l} w_m \cdot y_{k-m} \tag{3.77}$$

und im nicht kausalen Fall durch

$$\tilde{y}_k = \sum_{m=-l}^{l} w_m \cdot y_{k-m}. \tag{3.78}$$

w kann somit als Rechteckfunktion aufgefasst werden, für die

$$w_m = \begin{cases} \frac{1}{2l+1} & \text{für } -n \leq l \leq +n \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \tag{3.79}$$

gilt (siehe Heunecke et al. 2013).

Der Nachteil eines solchen Filters zeigt sich insbesondere bei der Filterung von Signalen mit periodischen Effekten. Wird eine große Fenstergröße $2l + 1$ gewählt, so werden lokale Signalspitzen gekappt. Diese verbleiben im unterdrückten Signalanteil, was bei einer Trennung zwischen deterministischem und stochastischem Signalanteil und einer nachfolgenden Untersuchung des Messrauschens zu einem verzerrten Ergebnis führt. Bei einer kleinen Filtergröße hingegen passieren auch relativ hohe Frequenzen das Filter, so dass die Signalglättung gering ausfällt und die Trendkurve selbst noch Messrauschen enthält. Hier muss experimentell ein geeigneter Wert l bestimmt werden, so dass eine Trennung zwischen Signal und Messrauschen möglich wird.
Eine Abspaltung des stochastischen Signalanteils kann durch Anwendung eines komplementären Hochpassfilters erfolgen.

Für ein optimiertes Filterergebnis kann experimentell eine für das jeweilige Signal geeignete, alternative Gewichtsfunktion w definiert werden. Da für diese ebenfalls nur im Bereich $(k - l, k + l)$ um den zu filternden Wert y_k Werte ungleich Null annimmt, kann sie als Fensterfunktion aufgefasst werden. Bei einem diskreten Signal wird sie in einem Fenster der zu bestimmenden Größe $2l_{opt} + 1$ auf das Signal angewendet. l_{opt} definiert dabei die zu bestimmende optimale Fensterbreite. Weitere Angaben hierzu finden sich beispielsweise in Oppenheim et al. (2004) und Puente León et al. (2011).

3.2.2.4 Wavelet-Transformation mit Rauschminderung

Eine weitere Methode, die zur Reduzierung eines vorliegenden Trends in einer Zeitreihe eingesetzt werden kann, ist die Verwendung einer diskreten Wavelet-Transformation (siehe Kap. 3.1.3.2). Sie ist in Form der schnellen Wavelet-Transformation implementiert. Es werden sowohl der Analyse- als auch der Syntheseschritt durchgeführt.
Damit mittels einer DWT der eigentliche Prozess ohne das Messrauschen rekonstruiert werden kann, muss zwischen Analyse- und Syntheseschritt ein weiterer Schritt eingefügt werden, die Rauschminderung (engl. *Denoising*). Dabei werden Waveletkoeffizienten v_m, die einen vorab definierten Schwellwert unterschreiten, eliminiert. Aus den so reduzierten Waveletkoeffizienten kann nun das gefilterte Signal rekonstruiert werden (siehe Abb. 3.17).

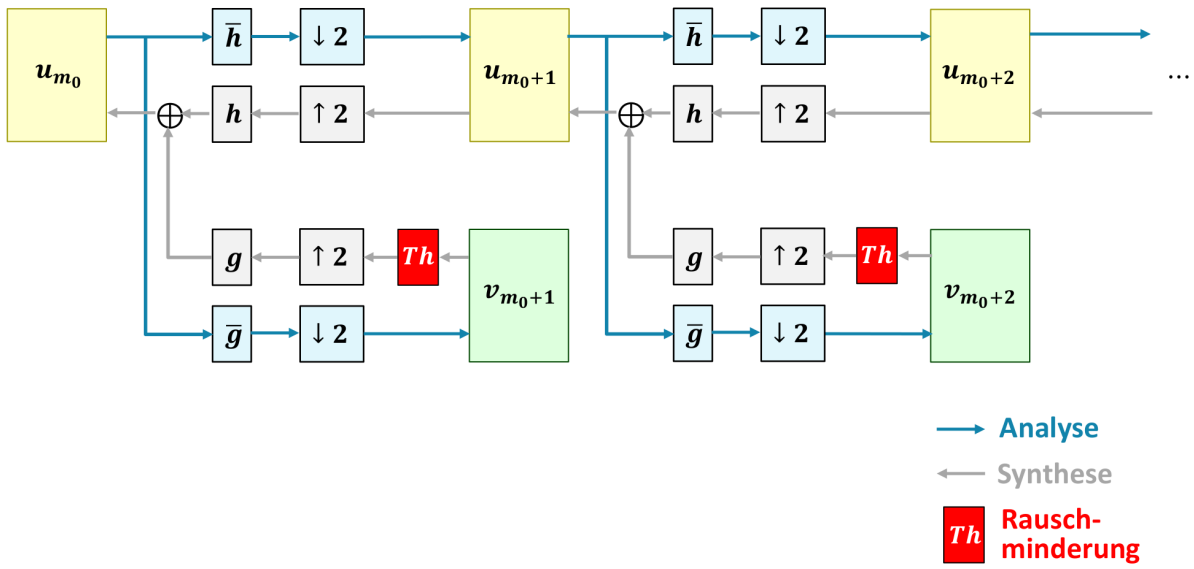


Abb. 3.17: Rauschminderung bei der Diskreten Wavelet-Transformation

Bei der Rauschminderung können unterschiedliche Methoden angewendet werden (Percival und Walden 2000). Die zwei einfachsten sind das *hard thresholding* und das *soft thresholding*. Abb. 3.18 stellt die Unterschiede zwischen diesen beiden Verfahren exemplarisch dar.

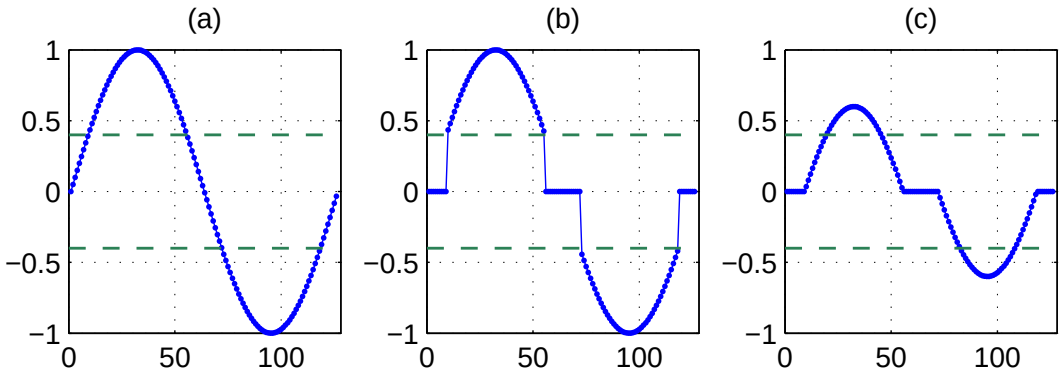


Abb. 3.18: Rauschminderung am Beispiel des (a) Signals $x\,(t)$ mit (b) *hard Thresholding* und (c) *soft Thresholding*, nach Misiti et al. (2007)

Beim *hard thresholding* werden Koeffizienten v_m, die kleiner als der jeweilige Schwellwert δ_t sind, gleich 0 gesetzt.

$$v_m^{(ht)} = \begin{cases} 0, & \text{falls} \quad v_m \leq \delta_t \\ v_m, & \text{sonst.} \end{cases} \tag{3.80}$$

Die Alternative *soft thresholding* definieren Percival und Walden (2000), wie in (3.81) beschrieben, mithilfe der Vorzeichenfunktion.

$$v_m^{(st)} = \operatorname{sgn}(v_m) \cdot (|v_m| - \delta_t)_+ \tag{3.81}$$

Dabei gelten

$$\operatorname{sgn}(v_m) \equiv \begin{cases} +1, & \text{für} \quad v_m > 0, \\ 0, & \text{für} \quad v_m = 0, \\ -1, & \text{für} \quad v_m < 0 \end{cases} \tag{3.82}$$

und

$$(\bullet)_+ \equiv \begin{cases} \bullet, & \text{für} \quad \bullet \geq 0, \\ 0, & \text{für} \quad \bullet < 0. \end{cases} \tag{3.83}$$

Wie auch beim *hard thresholding* werden die Koeffizienten, die den Schwellwert unterschreiten, eliminiert. In diesem Fall werden jedoch die verbleibenden Koeffizienten ebenfalls verändert, so dass in den Koeffizienten keine Sprünge entstehen. Dies führt nicht nur zu einer Unterdrückung des Rauschens sondern auch zu einer Veränderung im Synthese-Schritt. Um den beschriebenen Prozess bei der Rekonstruktion nicht zu verändern, wurde in den hier durchgeführten Analysen das *hard thresholding* angewendet.

Für Definition des Schwellwerts δ_t stehen verschiedene Verfahren zur Auswahl. Exemplarisch werden hier

- der universelle Schwellwert nach Donoho und Johnstone (1994) (siehe Percival und Walden 2000; Neuner 2008),
- der SURE-basierte Schwellwert - ein adaptiver Schwellwert unter Verwendung des Stein'schen Risikoschätzers (*Stein's Unbiased Risk Estimator*) nach Stein (1981), (siehe Donoho und Johnstone 1995; Neuner 2008) und
- der Minimax Schwellwert nach Donoho und Johnstone (1994) (siehe Donoho und Johnstone 1998; Mallat 2009)

genannt. Eine nähere Untersuchung über die spezifischen Eigenschaften der verschiedenen Verfahren zur Bestimmung eines Schwellwerts ist nicht Bestandteil dieser Arbeit. Hierzu sei auf Antoniadis et al. (2001) und Neuner (2008) verwiesen. Im Folgenden wird lediglich auf das in dieser Arbeit eingesetzte Verfahren des *universellen Schwellwerts* nach Donoho und Johnstone (1994) eingegangen, da dieses Verfahren nach Neuner (2008) auch bei weißem Rauschen mit schwankenden Varianzniveaus ein gutes Resultat liefert und weniger rechenintensiv ist.

Es wird angenommen, dass eine Messdatenreihe vorliegt, die durch ein weißes Rauschen mit einer gleichbleibenden Standardabweichung σ überlagert ist. Die Bestimmung des Schwellwerts erfolgt in Abhängigkeit von σ und der Anzahl der in der Messdatenreihe enthaltenen Elemente N.

$$\delta_t = \sigma \cdot \sqrt{2 \ln (N)} \tag{3.84}$$

Neuner (2008) führt aus, dass dieses weiße Rauschen auch in den Waveletkoeffizienten mit einer gleichbleibenden Varianz σ erhalten bleibt. Dies ist mit der vorausgesetzten Orthonormalität der DWT begründet. Neuner (2008) betont, das damit die Verwendung des skalenunabhängigen Schwellwerts möglich ist, wenn dieser zur Standardabweichung σ proportional ist.

Das beschriebene Vorgehen wird in Abb. 3.19 anhand eine Beispiels dargestellt. Im Analyseschritt (links) wird das Signal S analog zur Vorgehensweise in Abb. 3.17 bis $m = 5$ in die Koeffizienten u_5 und $v_i \, (i = 1, \ldots, m)$ zerlegt. Für die Koeffizienten v_i wird anschließend überprüft, ob diese den jeweilige Schwellwert δ (gestrichelte Linie) überschreiten. Ist dies nicht der Fall, so kommt das *hard thresholding* zum Tragen und die Koeffizienten werden nach (3.80) gleich 0 gesetzt (siehe Abb. 3.19, rechts). Nach der Rauschminderung werden die so entstandenen Koeffizienten v_m^{ht} und die unveränderten Koeffizienten u_5 im Syntheseschritt zur Rekonstruktion bzw. Approximation des Signals (D_S) eingesetzt.

Da sich die DWT genaugenommen wie ein Bandpassfilter verhält, muss durch die Auswahl des Skalierungsparameters m schon vor Beginn der Transformation festgelegt werden, welches Frequenzband das Filter passieren darf. Da langwellige Signalanteile als Bestandteil des realen Prozesses angesehen werden und erhalten bleiben sollen, dürfen diese niederfrequenten Anteile nicht mithilfe des Waveletkoeffizienten $v_{m,n}$ ausgedrückt werden. So reicht es für die hier betrachteten Anwendungsfälle aus, eine DWT mit niederer Ordnung m zu verwenden, was einer Definition der oberen Grenzfrequenz des passierenden Frequenzbands gleich kommt. Zur Bestimmung dieser Grenzfrequenz wird das gewählte m unter Verwendung von (3.32) in (3.23) eingesetzt. Soll ein Signal mit der Abtastrate von $\Delta t = 0.1\,\mathrm{s}$ mithilfe einer DWT gefiltert werden, so können z. B. bei Verwendung eines dB4-Wavelets bis zur Ordnung $m = 4$ periodische Signalanteile bis zu einer Grenzfrequenz

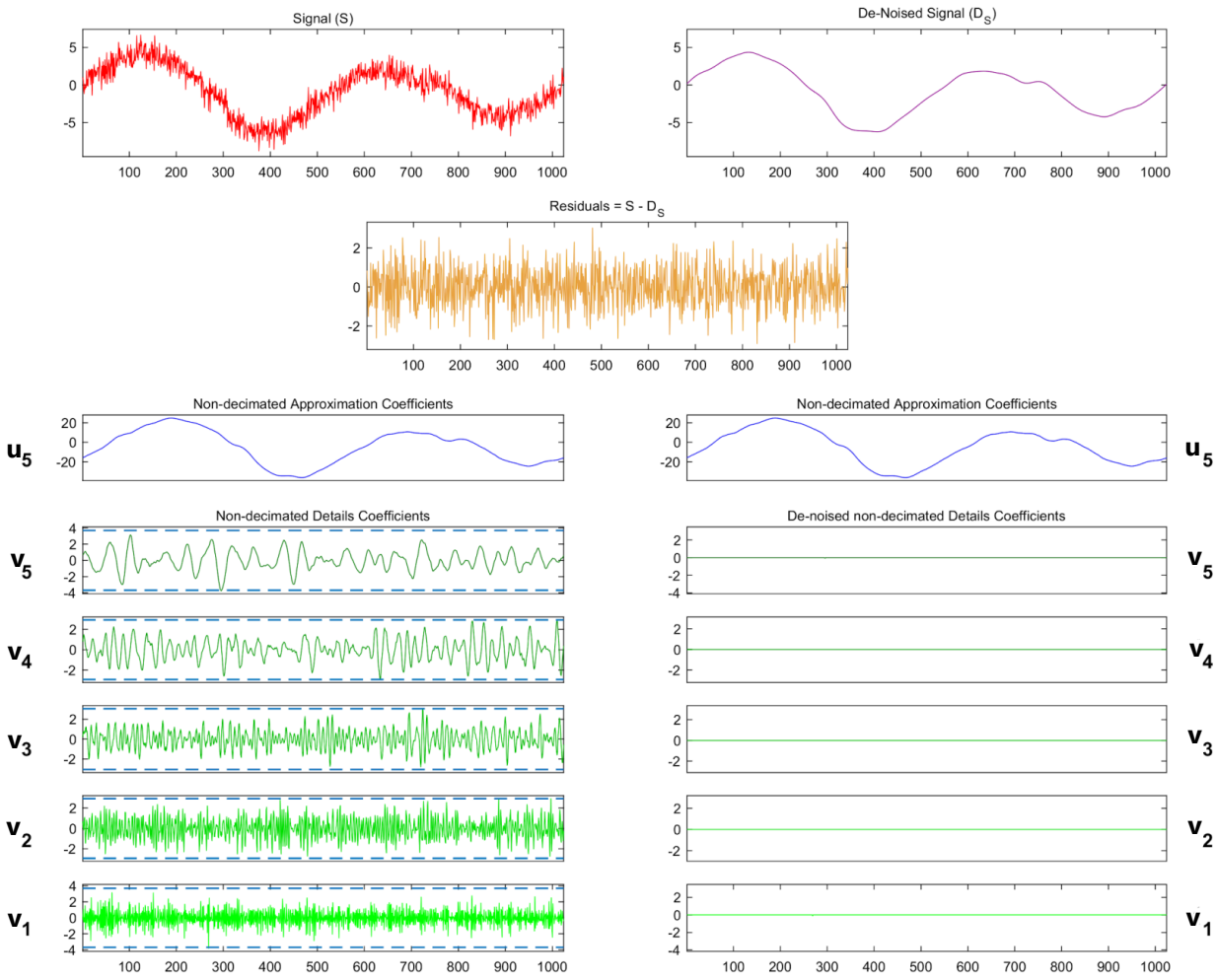


Abb. 3.19: Rauschminderung für ein exemplarisches Signal (*heavysin*, MATLAB R2018a) in MATLAB mit db4-Wavelet, $m = 5$ - Zerlegung des Signals S in einen geglätteten Signalanteil D_S und die Residuen

von ca. $0.45\,\mathrm{Hz}$ passieren. Wird stattdessen die $m = 5$ gewählt, bleiben periodische Anteile mit zugehörigen Frequenzen von größer als $0.22\,\mathrm{Hz}$ im gefilterten Signal enthalten.

3.2.3 Korrelationsanalyse

Mit einer Korrelationsanalyse können wertvolle Kenntnisse über die Eigenschaften einer Zeitreihe gewonnen werden. Dadurch lässt sich auf das Verhalten des zugrunde liegenden Prozesses schließen.

Mittels der Autokorrelationsfunktion kann, wie in Kap. 3.1.1 ausgeführt wird, vor allem der stochastische Signalanteil untersucht werden. Zur Trennung zwischen deterministischem und stochastischem Prozessanteil muss ersterer zuvor möglichst vollständig approximiert und vom Signal abgespalten werden. Hierzu werden die im vorangehenden Abschnitt aufgezählten Verfahren verwendet.

Da weißes Rauschen einen stochastisch unabhängiger Prozess voraussetzt, gilt $\hat{R}_{XX}(0) = 1$, während für alle $\tau \neq 0$ $\hat{R}_{XX}(\tau) = 0$ wird (Dirac-Impuls). Dieses Verhalten kann bei realen Signalen nie nachgewiesen werden, da meist eine zumindest kurzzeitige Korrelation zwischen den einzelnen Werten einer Zeitreihe vorliegt. In der Autokorrelationsfunktion zeigt sich damit ein Verhalten, das proportional zu einer abfallenden Exponentialfunktion verläuft. Dieses Verhalten ist typisch für einen GAUSS-MARKOV-Prozess (Heunecke et al. 2013).

Verbleiben in dem untersuchten Zeitreihenanteil zudem periodische (deterministische) Signalanteile, so zeigt sich dies durch eine hohe Anzahl an deutlich erkennbaren lokalen Maxima in der Autokorrelationsfunktion. Die

Amplitude dieser lokalen Maxima klingt mit zunehmender Verschiebung τ ab. Dieses Prozessverhalten wird von Heunecke (1995) als farbiges Rauschen bezeichnet. Bei farbigem Rauschen können anhand der zu den lokalen Maxima in der Autokorrelationsfunktion gehörenden Verschiebungsparameter $\tau_{max,i}$ bereits Rückschlüsse auf die Schwingungsdauer $T = \tau_{max,i} - \tau_{max,i+1}$ gezogen werden. Wie in Kap. 3.1.1 bereits beschrieben wird, reichen diese Informationen jedoch nicht aus, um eine genauere Identifikation der verbleibenden deterministischen Signalanteile zu ermöglichen.

Neben der Autokorrelationsfunktion eignet sich auch die Kreuzkorrelationsfunktion für eine genauere Analyse von Zeitreihen. Mit ihr kann die Abhängigkeit eines Prozesses von einem anderen Prozess überprüft werden. Hierbei sollen vor allem die Abhängigkeit der deterministischen Prozessanteile beurteilt werden. Ein hoher Kreuzkorrelationskoeffizient $\hat{R}_{X_1X_2}(\tau)$ lässt auf eine hohe Ähnlichkeit der beiden Prozesse schließen, was wiederum eine direkte Abhängigkeit der beiden Prozesse vermuten lässt. Entweder ist einer der beiden ein unabhängiger Prozess, der das Verhalten des anderen beeinflusst oder beide Prozesse $X_1(t), X_2(t)$ sind von einem weiterem Prozess $X_3(t)$ beeinflusst. Da für alle Prozesse das Prinzip der Kausalität gilt, ist der Prozess, welcher dem anderen vorausgeht, als unabhängig anzusehen. In den meisten Fällen kann der unabhängige Prozess auch anhand von physikalischen Überlegungen identifiziert werden.

3.2.4 Frequenzanalyse

Die Frequenzanalyse wird hier zur Detektion von charakteristischen Eigenschaften bei der Bestimmung von periodischen deterministischen Signalanteilen angewendet. Damit stellt sie eine wichtige Voraussetzung für die Bildung eines geeigneten Systemmodells innerhalb eines Filteralgorithmusses dar. Nur wenn bekannt ist, welche und wie viele überlagerte periodische Schwingungen im Signal enthalten sind, können diese im Systemmodell adäquat berücksichtigt werden.
Für die Analyse der im Messsignal auftretenden Frequenzen stehen unterschiedliche Methoden zur Auswahl, die in Kap. 3.1.2 und Kap. 3.1.3 allgemein betrachtet werden. Jede dieser Methoden bietet zahlreiche Vor- und Nachteile. In der klassischen Zeitreihenanalyse stationärer Zeitreihen kommen vor allem die Fourier-Transformation (in Form der FFT) zum Einsatz. Die Informationen über den besetzten Frequenzbereich werden jedoch benötigt, um auftretende periodische Effekte im Systemmodell abzubilden.

In Kap. 3.1 werden außerdem zwei Methoden vorgestellt, die eine zeitliche Darstellung von variierenden Frequenzen ermöglichen. Dies ist zum einen die Kurzzeit-Fourier-Transformation (STFT, Kap. 3.1.2.3) und zum anderen die kontinuierliche Wavelet-Transformation (CWT, Kap. 3.1.3.1). Bei beiden Analysemethoden stellen die detektierten Frequenzen bzw. Frequenzbänder aufgrund von verschiedenen Einschränkungen lediglich eine Approximation der tatsächlich auftretenden Frequenzen dar.

3.2.4.1 Frequenzbestimmung mit der Kurzzeit-Fourier-Transformation

Die STFT ermöglicht einen guten Überblick über die im Signal zum Zeitpunkt t_k enthaltenen Frequenzen, auch wenn sie tatsächlich das Signal in einem Zeitfenster $\left[t_{k-(N-1)/2}, t_{k+(N-1)/2}\right]$ analysiert. Somit werden die Frequenzen angezeigt, die in einer lokalen Umgebung von t_k auftreten.

Vor Durchführung der STFT müssen folgende Parameter definiert werden:

- Fenstertyp: Art des zu verwendenden Fensters γ
- Abtastrate Δt bzw. Abtastfrequenz ν_s
- Verschiebungsparameter τ: Die zeitliche Verschiebung der Fensterfunktion γ bestimmt die zeitliche Überlappung zwischen den jeweils untersuchten Signalabschnitten.
- Fensterlänge N: Anzahl der im zu betrachtenden Signalabschnitt enthaltenen Messwerte

Als Fensterfunktion wird hier das Hamming-Fenster gewählt (siehe Abb. 3.2), welches in Harris (1978) und Heinzel et al. (2002) detaillierter beschrieben wird. Dieses Fenster zeigt ähnliche Eigenschaften wie eine Gauß-Funktion, unterdrückt das erste Nebenmaximum im Spektralbereich jedoch stärker als diese. Wie in Kap. 3.1.2.3 gezeigt wird, zeigen andere Fensterfunktionen im Frequenzraum eine geringere Kompression der Nebenmaxima (z. B. Hann-Fenster) oder eine breitere Hauptsäule. Die Verwendung des Hamming-Fensters stellt damit einen guten Kompromiss zwischen einer guten Detektierbarkeit der Hauptsäule und der Unterdrückung der Nebensäulen dar.

Der Verschiebungsparameter τ sollte so gewählt werden, dass ein ausreichend großer zeitlicher Überlappungsbereich zwischen den durch die Fensterfunktion γ definierten Signalabschnitten vorliegt. Werden die am Rande des untersuchten Signalabschnitts liegenden Werte durch die Fensterfunktion auf nahezu Null reduziert, so können hier unter Umständen Informationen unterdrückt werden. Bei einer überlappenden Verschiebung von γ können diese Informationen in einem vorausgehenden oder nachfolgenden Signalabschnitt untersucht werden. Hier ist zu beachten, dass eine hohe Überlappung zwischen den einzelnen Signalabschnitten zwar eine hohe zeitliche Auflösung ermöglicht, gleichzeitig aber zu einer unpräziseren zeitlichen Zuordnung der auftretenden Frequenzen führt.

Um eine geeignete Fensterlänge N zu wählen, sind Vorkenntnisse über die zu erwartenden auftretenden Frequenzen erforderlich. Darauf basierend kann die Fensterlänge angepasst werden, so dass auch die niedrigsten zu erwartenden Frequenzen detektiert werden können. Gleichzeitig sollten die einzelnen Fenster nicht zu groß werden, so dass auch kurze Abschnitte mit hochfrequenten Signalanteilen dem zugehörigen Abschnitt auf der Zeitachse zugeordnet werden können. Es gilt auch hier prinzipiell die Heisenbergsche Unschärferelation: Breite Fenster sichern eine gute Frequenzauflösung, resultieren jedoch in einer geringen zeitlichen Auflösung. Auf der anderen Seite gewährleisten schmale Fenster zwar eine hohe zeitliche Auflösung, dabei verringert sich aber die Auflösung im Frequenzbereich, da die vergleichsweise geringere Anzahl von Messwerten N nach (3.14) eine niedrigere spektrale Auflösung verursacht.

Ein weiteres Problem stellen temporär auftretende Schwingungssequenzen innerhalb von breiten Signalabschnitten dar, die von weiteren Schwingungen überlagert werden. Sie besitzen, im Vergleich zu den überlagernden Schwingungen, nur einen geringen Energieanteil und können somit im Spektrogramm nur schlecht detektiert werden.

Damit stellt die feste Fenstergröße einen klaren Nachteil der STFT dar. Aufgrund des Dilemmas zwischen der zeitlichen Auflösung und der Verschmierung durch überlappende Fensterbereiche lässt sich teilweise das genaue Einsetzen bzw. Verschwinden von temporär auftretenden Frequenzen nur schwer bestimmen. Dasselbe gilt auch für langsame Frequenzänderungen.

Die Darstellung der Ergebnisse der STFT in einem Spektrogramm bietet aber bereits einen guten Überblick über die Frequenzen, deren zugehörige Schwingungen im Signal enthalten sind. Um die zu einem Zeitpunkt t_k dominierende Frequenz automatisch extrahieren zu können, wird für jeden einzelnen Signalabschnitt der Maximalwert der geschätzten spektralen Leistungsdichten bestimmt und die zugeordnete Frequenz gespeichert. Sollen für einen Abschnitt mehrere dominierende Frequenzen detektiert werden, so werden im Spektrogramm zusätzlich lokale Maxima bestimmt. Hierbei muss beachtet werden, dass die zu einem Zeitpunkt t_k geschätzten spektralen Leistungsdichten zahlreiche lokale Maxima enthalten.

3.2.4.2 Frequenzbestimmung mit der Kontinuierlichen Wavelet-Transformation

Eine Alternative zur Frequenzbestimmung mittels STFT stellt die kontinuierliche Wavelet-Transformation (CWT) dar. Ähnlich wie die STFT weist auch sie sowohl Vor- als auch Nachteile bei der Bestimmung von den in der Zeitreihe enthaltenen Frequenzen auf. Statt einer Fensterfunktion wird hier das Wavelet über die Zeitreihe verschoben, wobei durch die beliebig festlegbaren Skalierungsparameter der CWT in bestimmten Frequenzbereichen eine höhere spektrale Auflösung erreicht werden kann. Bei der DWT hingegen können die enthaltenen Frequenzen aufgrund der dyadischen Skalierung des Wavelets und der Ausdünnung der Daten nicht präzise genug bestimmt werden.

Bei der CWT wird der Skalen-Raum mit der durch die Skalierungsparameter gewählten Auflösung abgetastet. Die dabei erhaltene Zeit-Skalen-Darstellung im Skalogramm kann jedoch leicht in eine Zeit-Frequenz-Darstellung umgewandelt werden. Dazu werden die einzelnen Skalen mithilfe von (3.23) (siehe Abry 1997) in die zugehörigen Frequenzbänder überführt (approximiert durch ν_a). Damit können die zum Betrachtungszeitpunkt t_k auftretenden Frequenzen dargestellt werden. Im Gegensatz zur STFT ist die spektrale Auflösung nicht konstant (siehe Abb. 3.14b). Da niedrige Frequenzen im Frequenzbereich sehr gut lokalisierbar sind, wird die zeitliche Ausdehnung des Fensters recht groß. Umgekehrt gilt für hohe Frequenzen eine gute zeitliche Lokalisierbarkeit, die jedoch einem relativ breiten Frequenzband gegenüber steht.

Um einen möglichst hohen Informationsgewinn zu erhalten, sind folgende Parameter vorab in einer für das betrachtete Signal geeigneten Weise zu definieren:

- Samplingperiode Δt bzw. Abtastfrequenz ν_s.
- Wavelettyp: Je nach Art des gewählten Wavelets ψ werden unterschiedliche Charakteristiken im jeweiligen Skalogramm besonders gut sichtbar.
- Skalierungsparameter $[a_1, a_n]$: Der Definitionsbereich der verwendeten Skalierungsparameter mit Startwert a_1 und Endwert a_n und damit der betrachtete Skalierungsbereich spezifizieren die Eigenschaften des Bandpass-Filters.
- Auflösung Δa der Skalierungsparameter: Die Schrittweite der Skalierungsparameter definiert die Auflösung des Skalierungsraums und beeinflusst damit die Breite der einzelnen Frequenzbänder.

Ebenso wie bei der STFT sind für die Definition dieser charakteristischen Parameter Vorkenntnisse über den zu untersuchenden Datensatz hilfreich.

Für die Bestimmung der auftretenden Frequenzen eignet sich das Morlet-Wavelet besonders gut (Mallat 2009). Seine symmetrische und glatte Funktion basiert auf einer trigonometrischen Funktion (siehe Kap. 3.1.3.3) und weist somit hohe Ähnlichkeit mit einer harmonischen Schwingung auf.

Aufgrund der inhomogenen Auflösung der zugehörigen Frequenzen bzw. Frequenzbänder ist bei der Definition der Skalierungsparameter auf eine ausreichend hohe Auflösung Δa zu achten. In Abhängigkeit von der Zentralfrequenz des Wavelets ν_0 (siehe Kap. 3.1.3.1) ist Δa so zu wählen, dass das in (3.31) und Abb. 3.7 definierte Frequenzfenster ausreichend klein wird. Da ein kleines Δa zu einer hohen Rechenzeit führt, muss bei der Definition ein Kompromiss zwischen Aufwand und der gewünschten spektralen Auflösung in hohen Frequenzbereichen geschlossen werden. Frequenzen, die im Skalogramm bzw. in einer zugeordneten Zeit-Frequenzdarstellung in der direkten Umgebung der Nyquist-Frequenz ν_{Nyq} mit hohen Energien in Erscheinung treten, können im Allgemeinen dem Messrauschen zugeordnet werden. Trotzdem sollten auch diese Bereiche auf Systematiken untersucht werden.

Um den Rechenaufwand möglichst gering zu halten, ist der niedrigste Skalierungsparameter (= Startwert a_1) so zu definieren, dass die zugehörige Pseudofrequenz ν_a ungefähr ν_{Nyq} entspricht. Die zum höchsten Skalierungsparameter (= Endwert a_n) gehörende Pseudofrequenz sollte niedriger als die minimal im Messsignal enthaltene Frequenz sein.

Dargestellt wird das Ergebnis der kontinuierlichen Wavelet-Transformation im Skalogramm (siehe Kap. 3.1.3.1). Hohe Werte entsprechen somit einer hohen Übereinstimmung zwischen dem jeweiligen skalierten Wavelet und dem untersuchten Signal, so dass davon ausgegangen werden kann, dass die dem skalierten Wavelet $\psi_{a,b}$ zugeordnete Frequenz zu diesem Zeitpunkt t_k dominant ist. Bei inhomogenen Signalen muss beachtet werden, dass hohe Signalamplituden auch im Skalogramm stark hervorstechen, während Bereiche, die von derselben Frequenz mit geringerer Amplitude überlagert sind, nicht unbedingt sofort erkennbar sind. Aus diesem Grund wird oft eine skalierte Darstellung des Skalogramms gewählt. Bei einer skalenweisen Darstellung werden die für einen einzelnen Skalierungsparameter bestimmten Ergebnisse $W_{a,b}(\psi)$ bezüglich ihres Maximalwerts normiert. Skalierte Wavelets, die den betrachteten Signalanteil über einen längeren Verschiebungs- bzw. Zeitbereich gut beschreiben, sind so gut erkennbar. Nach einer Überführung des Skalogramms in die Zeit-Frequenzdarstellung, können die zugehörigen Frequenzen ν_a bestimmt werden. Treten

bei den im Signalanteil enthaltenen Schwingungen jedoch variierende Amplituden auf, so spiegelt sich diese Variation im dargestellten Koeffizienten $|W_\psi\,(a,b_k)\,|^2$ wieder. Im normierten Skalogram ist nur noch schlecht zu erkennen, ob sich der Signalanteil mit dem jeweiligen skalierten Wavelet ψ_a über den gesamten Verschiebungszeitraum gut beschreiben lässt. Aus diesem Grund wird in dieser Arbeit zusätzlich eine epochenweise Skalierung der Waveletkoeffizienten bzgl. ihres jeweiligen Maximalwerts ($\max|W_\psi\,(a,b_k)\,|^2$ für die Epoche k) als Darstellungsform gewählt, welche im Folgenden als epochenweise Darstellung bezeichnet wird. Diese Darstellungsform sollte nicht isoliert von den anderen Darstellungsformen betrachtet werden, da sie die variierenden Auflösungen im Zeitbereich ignoriert. Dennoch können dadurch auch für Skalierungsparameter, deren maximales $|W_\psi\,(a,b_k)\,|^2$ sich stark von den restlichen Werten abhebt, Informationen über Schwingungen gewonnen werden. Im Zeit-Frequenz-Bereich werden sie der entsprechenden Pseudofrequenz ν_a zugeordnet. Die zum Zeitpunkt t_k dominierenden Pseudofrequenzen werden zur weiteren Analyse abgespeichert.

Für eine bessere Interpretierbarkeit des Ergebnisses kann auch direkt eine Darstellung der CWT-Ergebnisse im Zeit-Frequenzbereich gewählt werden. Die für das Skalogramm beschriebenen normierten Darstellungen können ebenso auf dieses Diagramm angewendet werden.

3.3 Eigenschaften der erfassten Messgrößen

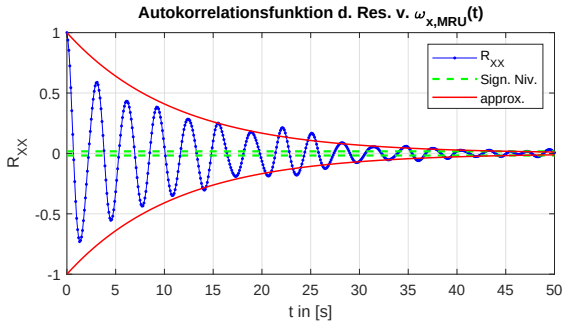
Jede Messgröße, die mit den in Kap. Abschnitt 2.3 genannten Sensoren erfasst wird, enthält aufgrund der auf das System *Vermessungsschiff* einwirkenden Kräfte einen deterministischen Signalanteil. Bei den in Kap. 4 als Stellgrößen betrachteten Größen δ_{Prop}, n_{Prop} kann davon ausgegangen werden, dass ihr deterministischer Einfluss alleine auf den manuellen Steuereinfluss zurückzuführen ist. Die erfassten Koordinaten $\left(L^E_{Sens,k}, B^E_{Sens,k}, h^E_{Sens,k}\right)$ bzw. die daraus bestimmbaren Koordinatenänderungen im $\mathbf{x}^N$-Koordinatensystem $\left(\Delta E^N_{Sens,k,k+1}, \Delta N^N_{Sens,k,k+1}, \Delta U^N_{Sens,k,k+1}\right)$ werden physikalisch aus den am System wirksamen Geschwindigkeitskompenten abgeleitet (siehe (4.117)). Ebenso sind die Änderungen der Orientierungswinkel $(\Delta\phi_{k,k+1}, \Delta\theta_{k,k+1}, \Delta\psi_{k,k+1})$ in (4.116) auf die wirkenden Drehraten zurückzuführen. Aus diesem Grund sind die Eigenschaften der erfassten Geschwindigkeitskomponenten v^B_x, v^B_y und v^B_z sowie der Drehraten $\omega^{B,N}_x, \omega^{B,N}_y, \omega^{B,N}_z$ von Interesse. In Kap. 4.3.2 werden deterministische Effekte, die auf eindeutig zuordnungsbare Stellgrößen zurückzuführen sind, explizit modelliert. In diesem Abschnitt sollen hauptsächlich Effekte analysiert werden, die durch nicht eindeutig identifizierbare physikalische Einflüsse verursacht werden. Sie werden gesammelt betrachtet.

3.3.1 Ergebnis der Korrelationsanalyse

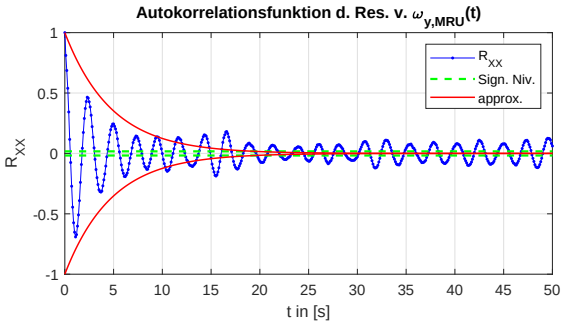
3.3.1.1 Autokorrelationsanalyse für die Geschwindigkeitskomponenten

Nach Durchführung der in Kap. 3.2.1 beschriebenen Datenaufbereitung kann die Korrelationen für die gemessenen Geschwindigkeitskomponenten analysiert werden. Hierfür wurden exemplarisch Messdaten, die während der Fahrt 3 (siehe Tab. 2.2) auf dem Rhein erfasst wurden, herangezogen. Diese repräsentieren ein für eine Messfahrt normales Fahrverhalten (natürliche Fahrt).

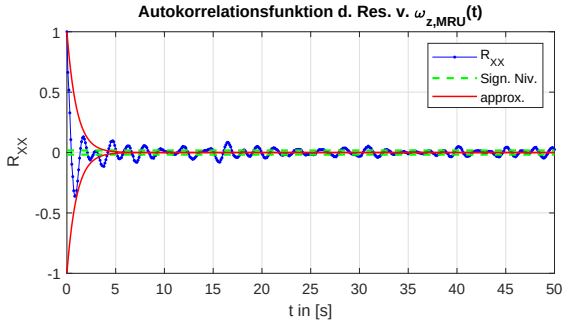
Manuelle Steuereinflüsse verursachen einen über längere Zeit bleibenden Einfluss auf die einzelnen Zeitreihen. Um ihn getrennt von kurzfristig auftretenden und zyklischen Effekten betrachten zu können wird, wie in Kap. 3.2.2 beschrieben, der langperiodische Signalanteil approximiert und aus dem Signal entfernt. Dies erfolgt durch Anwendung eines einfaches Hochpassfilters. Das Signal wird hierzu mit einem gleitenden Mittel approximiert und vom Signal subtrahiert. Durch Auswahl einer passenden Fensterlänge verbleibt der zu untersuchende, kumulative Signalanteil nach der Rauschminderung gemeinsam mit dem Messrauschen in den Residuen. Der durch die Residuen definierte Signalanteil wird weiter analysiert.



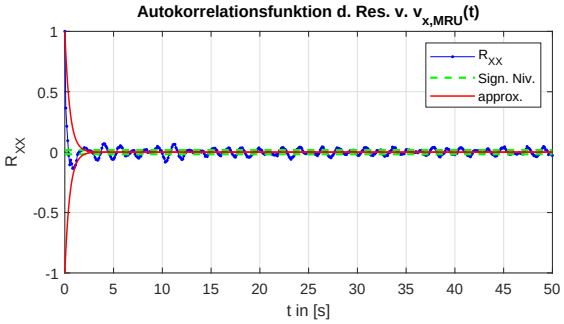
(a) Autokorrelationsfunktion von $\omega^{N,B}_{x,MRU}$



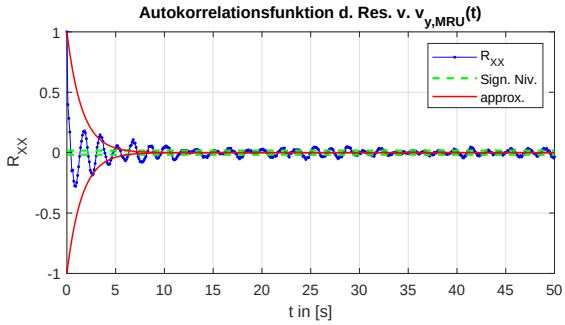
(b) Autokorrelationsfunktion von $\omega^{N,B}_{y,MRU}$



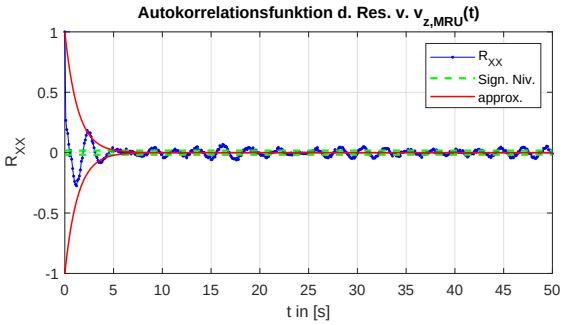
(c) Autokorrelationsfunktion von $\omega^{N,B}_{z,MRU}$



(d) Autokorrelationsfunktion von $v^{B}_{x,MRU}$



(e) Autokorrelationsfunktion von $v^{B}_{y,MRU}$



(f) Autokorrelationsfunktion von $v^{B}_{z,MRU}$

Abb. 3.20: Exemplarische Ausschnitte der Autokorrelationsfunktionen

Alle Ergebnisse der Autokorrelationsanalyse werden in Anhang A.1 präsentiert. Dabei zeigt sich, dass alle Prozesse durch ein schwaches bzw. sehr schwaches farbiges Rauschen überlagert sind. Die Autokorrelationsfunktionen der Residuen von $v^{B}_{x,MRU}, v^{B}_{x,DVL}, v^{B}_{y,DVL}$ und $v^{B}_{z,DVL}$ lassen mit Korrelationskoeffizienten von $|\hat{R}_{xx}| < 0,25$ insgesamt auf eine sehr schwache Autokorrelation und damit ein wenig ausgeprägtes farbiges Rauschen schließen, das nach wenigen Sekunden nahezu abklingt (siehe Abb. 3.20d). Diese Autokorrelationsfunktionen lassen sich eher durch eine $e^{-\tau}$- Funktion approximieren, was auf einen Gauss-Markov-Prozess hindeutet (siehe Heunecke et al. 2013), da die Autokorrelationsfunktion sehr steil abfällt. Diese approximierte $e^{-\tau}$-Funktion ist in den Abbildungen durch eine rote Linie dargestellt. Für $\omega^{B,N}_{z,MRU}, v^{B}_{y,MRU}$ und $v^{B}_{z,MRU}$ nehmen die Koeffizienten $|\hat{R}_{XX}|$ ebenfalls innerhalb von wenigen Sekunden stark ab (siehe Anhang A.1). Für $\tau > 5\,\mathrm{s}$ liegen sie im Bereich der in grün dargestellten Signifikanzschwelle.

Betrachtet man $\hat{R}_{XX}$ für kleine Verschiebungen ($\tau_{max} = 50\,\mathrm{s}$) im Detail (Abb. 3.20a - Abb. 3.20f), so zeigt besonders $\omega^{B,N}_{x,MRU}$ ein Verhalten, das auf einen periodischen Prozessanteil bzw. auf zyklische Effekte schließen lässt. Es beinhaltet zahlreiche deutlich erkennbare lokale Extremwerte. Hier erreicht $\hat{R}_{xx}$ anfangs jeweils nach ca. 1,4 s einen lokales Extremwert, der für $\tau \leq 5\,\mathrm{s}$ mit $|\hat{R}_{xx}| > 0,55$ eine hohe Autokorrelation erkennen lässt. Wie in Abb. 3.20b erkennbar ist, treten auch für $\omega^{B,N}_{y,MRU}$ im Bereich $\tau \leq 5\,\mathrm{s}$ zyklische Effekte auf. Hier sind

die lokalen Korrelationsextremwerte mit $|\hat{R}_{xx}| > 0,25$ jedoch weniger stark ausgeprägt als bei $\omega^{B,N}_{x,MRU}$. Die einhüllende $e^{-\tau}$-Funktion nähert sich schneller Null an. Für $v^B_{z,MRU}$ lässt sich anhand der Autokorrelationen (Abb. 3.20f) nur eine äußerst schwach ausgeprägte Periodizität mit Extremwerten $|\hat{R}_{xx}| \geq 0,15$ für $\tau \leq 3\,\mathrm{s}$ erkennen. $v^B_{y,MRU}$ beinhalten mit $|\hat{R}_{xx}| \geq 0,15|$ für $\tau \leq 5\,\mathrm{s}$ ebenfalls zyklische Effekte, die jedoch ab $\tau \geq 12\,\mathrm{s}$ vernachlässigbar sind. In $\omega^{N,B}_{z,MRU}$ und in $v^B_{x,MRU}$, aber auch in den Geschwindigkeitskomponenten des DVLs, lassen sich so gut wie keine zyklischen Effekte erkennen. Die einhüllende $e^{-\tau}$- Funktion nähert sich bereits für $\tau < 5\,\mathrm{s}$ Null an. Im Detail wird dies in Abb. 3.20c und Abb. 3.20d dargestellt.

Anhand der Ergebnisse der Autokorrelationsanalyse wird darauf geschlossen, dass angreifende Kräfte, die einen zyklischen Einfluss verursachen, sich vor allem auf die Komponenten $\omega^{N,B}_x$ und $\omega^{N,B}_y$ auswirken. Da diese beiden Komponenten aufgrund von kleinen Roll- und Nickwinkel vor allem in der Vertikalkomponente wirken, muss auch für v^B_z von einem modellierbaren zyklischen Einfluss ausgegangen werden. Ein gewisser Einfluss zeigt sich jedoch auch in der v^B_y-Komponente.

3.3.1.2 Kreuzkorrelationsanalyse zur Identifikation von Stellgrößen

Um feststellen zu können, wie sich die erfassten Größen n_{Prop} und δ_{Prop} auf die Drehraten in $\boldsymbol{\omega}^{B,N}_{MRU}$ und die Geschwindigkeitskomponenten $\boldsymbol{v}^B_{MRU}$ auswirken, soll eine Kreuzkorrelationsanalyse durchgeführt werden. Hierbei soll die Vermutung verifiziert werden, dass n_{Prop} und δ_{Prop} als Einflussgrößen das Verhalten der anderen Prozesse bzw. der erfassten Zeitreihen beeinflussen. Um den Zusammenhang zwischen den in n_{Prop} und δ_{Prop} auftretenden Ereignisse und der daraus resultierenden Auswirkungen in $\boldsymbol{\omega}^{B,N}_{MRU}$ und $\boldsymbol{v}^B_{MRU}$ identifizieren zu können, wird diese hier nur um eine einfache Trendfunktion $\left(\boldsymbol{y}_{approx} = \left[\bar{\boldsymbol{\omega}}^B_{MRU}, \bar{\boldsymbol{v}}^B_{MRU}\right]^T\right)$ reduziert. Auf eine Betrachtung der Kreuzkorrelationen zu den Geschwindigkeitskomponenten $\boldsymbol{v}^B_{DVL}$ wird an dieser Stelle verzichtet, da diese Messgrößen mit einem wesentlich stärkeren Messrauschen als in $\boldsymbol{v}^B_{MRU}$ behaftet sind.

Da auf dem Vermessungsschiff, das für die Messfahrten eingesetzt wurde, zwei Ruderpropeller verbaut sind, liegen vier Größen vor, die die Auswirkung der manuellen Steuerung ausdrücken (Stellgrößen). Die Drehzahl und die Propellerausrichtung wirken jeweils steuerbords (n_{SB}, δ_{SB}) und backbords (n_{BB}, δ_{BB}) auf das System ein. Da ihre Wirkungsrichtung somit während der Fahrt häufig wechselt, werden eine in x^B- und eine in y^B-Richtung wirksame Komponente,

$$\begin{aligned} Prp_x &= n^2_{SB} * \cos(\delta_{SB}) + n^2_{BB} * \cos(\delta_{BB}), \\ Prp_y &= -n^2_{SB} * \sin(\delta_{SB}) - n^2_{BB} * \sin(\delta_{BB}), \end{aligned} \tag{3.85}$$

berechnet. Hierbei wird in Anlehnung an Untersuchungen in Breitenfeld et al. (2015) von einem quadratischen Einfluss der Drehzahlen n_{SB}, n_{BB} ausgegangen. Als Vereinfachung werden die von den einzelnen Propellern bewirkten Einflüsse, ähnlich wie bei einer Kräfteaddition, addiert.

Weil davon ausgegangen werden kann, dass die Wirkung eines Steuereinflusses auf das System bald nach dessen Umsetzung am Propeller eintritt, werden in Tab. 3.2 lediglich die lokalen Extremwerte der Kreuzkorrelationskoeffizienten in einem Verschiebungsintervall $\tau \in [0, 60]$ s betrachtet. Die Kreuzkorrelationsanalyse wird für zwei Fahrten mit einem normalen Fahrverhalten (Fahrt 2 und 3 in Tab. 2.2) und für zwei mit zahlreichen Kurven (Zick-Zack-Fahrt) durchgeführt. Bei den letzten beiden Fahrten handelt es sich um die in Tab. 2.2 beschriebenen Fahrten 4 und 5.

Die detektierten Kreuzkorrelationskoeffizienten zeigen, dass die Drehraten $\omega_{x,MRU}$ und $\omega_{y,MRU}$ meist nur eine schwache Korrelation mit den in (3.85) beschriebenen Komponenten aufweisen. Lediglich bei den Kurvenfahrten kann ein Einfluss der Komponente Prp_y aufgezeigt werden. Hier sind maximale Koeffizienten $|\hat{R}_{\omega,Prpy}| > 0,28$ nachweisbar. Dabei zeigt sich möglicherweise jedoch eher die induzierte Roll- und Nickgeschwindigkeit, die durch die ständigen Richtungswechsel und die wechselnden Beschleunigungen auf das System übertragen werden. Diese lokalen Extremwerte treten für $\omega_{x,MRU}$ bei $\tau \approx 1\,\mathrm{s}$ auf, während bei $\omega_{y,MRU}$ stärkere Unterschiede auftreten $(\tau = 1 - 21\,\mathrm{s})$. Auch für die Komponente $v_{z,MRU}$ kann wieder nur bei Fahrt

5 ein Extremwert $|\hat{R}_{vz,Prpy}| > 0,2$ gezeigt werden. Dieser Wert tritt bei einer Verschiebung Prp_y gegenüber $v_{z,MRU}$ um $\tau \approx 5\,\mathrm{s}$ auf. Insgesamt kann davon ausgegangen werden, dass die Größen n_{SB}, n_{BB} und δ_{SB}, δ_{BB} allgemein nur einen geringen Einfluss auf die hauptsächlich in Vertikalrichtung wirksamen Komponenten ω_x, ω_y und v_z haben.

Für die in der horizontalen x^B, y^B-Ebene wirksamen Komponenten kann ein deutlich stärkerer Einfluss von n_{SB}, n_{BB} und δ_{SB}, δ_{BB} nachgewiesen werden. Wie zu erwarten ist, wird $v_{x,MRU}$ bei einer normalen Messfahrt hauptsächlich durch die in x^B-Richtung wirkende Komponente Prp_x beeinflusst, hier ist $\hat{R}_{vx,Prpx} \geq 0,8$ (für $\tau = 9 - 10\,\mathrm{s}$). Bei Kurvenfahrten fällt dieser Einfluss wesentlich geringer aus. Der maximale Korrelationskoeffizient ist aber immer noch größer als $0,3$, so dass zumindest ein Zusammenhang erkennbar bleibt. In diesem Fall treten die lokalen Extremwerte bei $\tau = 4 - 6\,\mathrm{s}$ auf. Analog dazu ist $v_{y,MRU}$ hauptsächlich durch Prp_y beeinflusst. Mit Ausnahme von Fahrt 2 zeigt sich mit $\hat{R}_{vy,Prpy} \geq 0,83$ stets eine starke Korrelation bei $\tau = 1,3 - 1,5\,\mathrm{s}$. Noch größere Korrelationskoeffizienten werden für die Drehrate $\omega_{z,MRU}$ bestimmt. Hier gilt für alle der betrachteten Fahrten $\hat{R}_{\omega z,Prpy} \geq 0,88$ bei $\tau = 1,3 - 2\,\mathrm{s}$. In beiden Fällen ist die Abhängigkeit von Prp_x praktisch nicht nachweisbar $\left(\hat{R}_{\omega z,Prpy} < 0,2\right)$. Da für die Komponenten $v_{x,MRU}, v_{y,MRU}$ und $\omega_{z,MRU}$ teilweise sehr hohe Korrelationen auftreten, muss der Einfluss von n_{SB}, n_{BB} und δ_{SB}, δ_{BB} auf die zugehörigen Größen in Kap. 4 abgebildet werden.

3.3.2 Frequenzanalyse der Messsignale

Durch die Bewegung des Schiffs im Medium Wasser können zahlreiche äußere Einflüsse, wie beispielsweise Wind, Wellen, Strömung, Vibration des Schiffsmotors, etc., auf das betrachtete System wirken. Insbesondere die Einflüsse von Wellen und von Vibrationen lassen sich ohne Vorkenntnisse nur schlecht deterministisch untersuchen. Anhand der durchgeführten Autokorrelationsanalyse für die Geschwindigkeitskomponenten wird das Vorhandensein von zyklischen Effekten vermutet. Um dies nachzuweisen und gleichzeitig auch die dabei auftretenden Schwingungsfrequenzen ν_j zu bestimmen, wird eine Frequenzanalyse durchgeführt. Ebenso wie die Autokorrelationsanalyse selbst, werden wieder die Signalanteile analysiert, die nach der DWT mit Rauschminderung in den Residuen verbleiben.

Von besonderem Interesse ist dabei die Anzahl j der sich überlagernden Schwingungen, da ihnen durch eine entsprechende Anzahl von harmonischen Schwingungen im Prädiktionsmodell entsprochen werden sollte. Da diese Schwingungsanteile im Prädiktionsmodell auf Ebene der Beschleunigungen bzw. Geschwindigkeitsänderungen integriert werden sollen, findet diese Analyse auf Grundlage der berechneten Beschleunigungskomponenten

$$\boldsymbol{a} = \begin{bmatrix} \Delta\omega_x^{B,N} & \Delta\omega_y^{B,N} & \Delta\omega_z^{B,N} & \Delta v_x^B & \Delta v_y^B & \Delta v_z^B \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$$

Tab. 3.2: Kreuzkorrelationskoeffizienten $\hat{R}_{v,Prp}$ zwischen den Geschwindigkeitskomponenten und Prp_x, Prp_y für die lokalen Extremwerte mit $\tau < 60\,\mathrm{s}$

Komp.	Fahrt 2		Fahrt 3		Fahrt 4		Fahrt 5	
	Prp_x	Prp_y	Prp_x	Prp_y	Prp_x	Prp_y	Prp_x	Prp_y
$\omega_{x,MRU}$	-	-0,08	-0,01	-0,19	-	-0,28	0,03	-0,42
$\omega_{y,MRU}$	-0,017	-0,011	0,097	0,17	0,143	-	-0,081	0,335
$\omega_{z,MRU}$	-	0,88	-0,1	0,932	-0,06	0,96	-0,18	0,91
$v_{x,MRU}$	0,8	-	0,63	-0,053	0,31	-	0,46	-
$v_{y,MRU}$	-	0,01	0,03	0,83	0,01	0,88	-0,16	0,89
$v_{z,MRU}$	0,02	-	-0,1	-0,17	0,13	0,05	0,11	-0,29

mit

$$\Delta v_x^B = a_x^B \cdot \Delta t, \quad \Delta v_y^B = a_y^B \cdot \Delta t, \quad \Delta v_z^B = a_z^B \cdot \Delta t$$

statt. Dabei werden die in Kap. 3.2.4 aufgeführten Methoden STFT und CWT zur Frequenzanalyse angewendet.

Für die hier vorgestellte Frequenzanalyse werden mit Fahrt 2 und Fahrt 3 zwei der in Tab. 2.2 aufgeführten Datensätze herangezogen. Da für die benötigten Beschleunigungskomponenten und Drehratenänderungen keine Messdaten direkt aufgezeichnet werden konnten, werden diese aus den Differenzen aufeinanderfolgender Geschwindigkeitskomponenten berechnet $\left(\Delta v_i^B / \Delta t\right)$. Aufgrund der höheren Sensorgenauigkeit werden dazu die Beobachtungen der MRU5+ eingesetzt.

Um die für die STFT bzw. für die CWT benötigten Parameter festlegen zu können, wird vorab eine FFT für jeden Fahrtabschnitt durchgeführt, woraus die zu erwartenden Frequenzen näherungsweise bestimmt werden können. Langwellige zyklische Effekte, d. h. niederfrequente Effekte, wurden mithilfe einer DWT bereits aus dem betrachteten Signalanteil entfernt (Bandpassfilter). Da bei einer Datenerfassungrate von 10 Hz anhand (3.17) eine Nyquist-Frequenz $\nu_{Nyq} = 5$ Hz definiert ist, kann diese Frequenz bzw. ihr zugehöriger Skalierungsparameter a_1 als Startparameter der CWT definiert werden. Der höchste Skalierungsparameter a_n wird anhand der mittleren Verschiebung τ für das abklingen der Autokorrelationsfunktion definiert. Für Frequenzen zwischen $2 - 5$ Hz wird angenommen, dass die zugehörigen Schwingungen Bestandteil des Messrauschens sind. Tatsächlich treten in den zur Voranalyse verwendeten Fahrtabschnitten für Frequenzen von ca. $0,05$ Hz und ca. 2 Hz im Amplitudendiagramm deutlich erkennbare Spitzen hervor. Die benötigten Parameter werden deshalb auf diesen Bereich abgestimmt. Die Resultate der FFT können weiterhin zur Validierung der Ergebnisse der STFT und der CWT verwendet werden.

Um innerhalb eines mit der STFT betrachteten Signalfenster zumindest eine volle Schwingungsperiode der Frequenz $0,05$ Hz abbilden zu können, wird eine Fenstergröße mit einer Länge von 22 s gewählt.

Bei der kontinuierliche Wavelet-Transformation werden Skalierungsparameter zwischen 1,7 und 256 gewählt. Bei einer Abtastrate von 10 Hz entspricht dies für das Morlet-Wavelet einem Frequenzbereich zwischen ca. $5,1$ Hz und $0,03$ Hz. Um dominierende Frequenzen leichter detektieren zu können, wird bei der CWT nicht die Darstellung in Form eines Skalogramms gewählt. Stattdessen werden die Ergebnisse direkt in einem Zeit-Frequenz-Diagramm bzw. in skalierten Formen dieses Diagramms präsentiert. Auch hier wird vor allem der oben erwähnte Frequenzbereich untersucht. Im Einzelnen werden zwei Darstellungsformen definiert:

- Frequenzweise Skalierung: Die mit dem jeweiligen Skalierungsparameter a_j bestimmten Koeffizienten (Absolutwerte) werden bezüglich ihres Maximalwerts skaliert.
- Epochenweise Skalierung: Die einer Epoche t_k zugeordneten Koeffizienten (Absolutwerte) werden bezüglich ihres Maximalwerts skaliert.

Während die erste Darstellungsform die Detektion von Frequenzbändern erleichtert, welche im gesamten Signal auftreten, werden mit einer epochenweisen Skalierung die in einer Epoche dominierenden Frequenzen hervorgehoben, wodurch sich ihre Anzahl bestimmen lässt. Frequenzbänder, die über einen längeren Zeitabschnitt enthalten sind, lassen sich ebenfalls detektieren. Somit lassen sich auch bei stark unterschiedlichen Signalamplituden kontinuierlich auftretende Frequenzen bzw. Frequenzbereiche erkennen. Es muss jedoch beachtet werden, dass aufgrund der geringeren zeitlichen Auflösung im niederfrequenten Bereich des Signals keine epochengenaue Zuordnung der jeweiligen Frequenzen möglich ist. Aus diesem Grund wird im Folgenden lediglich zwischen Frequenzen, die in einzelnen Fahrtabschnitten auftreten, unterschieden.

Um die Unterschiede zwischen den Charakteristiken der einzelnen Fahrtabschnitte zu verdeutlichen, wird zunächst ein größerer Fahrtausschnitt gewählt, welcher Teile einer Tal- und einer Bergfahrt sowie ein Wendemanöver beinhaltet (Abb. 3.21). Dafür werden exemplarisch die Änderungen in $\Delta\omega_{x,MRU}^{B,N}$ bzw. die daraus ableitbaren Beschleunigungen betrachtet. Für diesen Fahrtabschnitt wird exemplarisch eine Frequenzanalyse durchgeführt und die Ergebnisse im Spektrogramm (Abb. 3.24) und in den Zeit-Frequenz-Diagrammen der CWT (Abb. 3.22, Abb. 3.23) dargestellt. Dabei sind alle Frequenzbänder bis zu $\nu_{Nyq} = 5$ Hz enthalten.

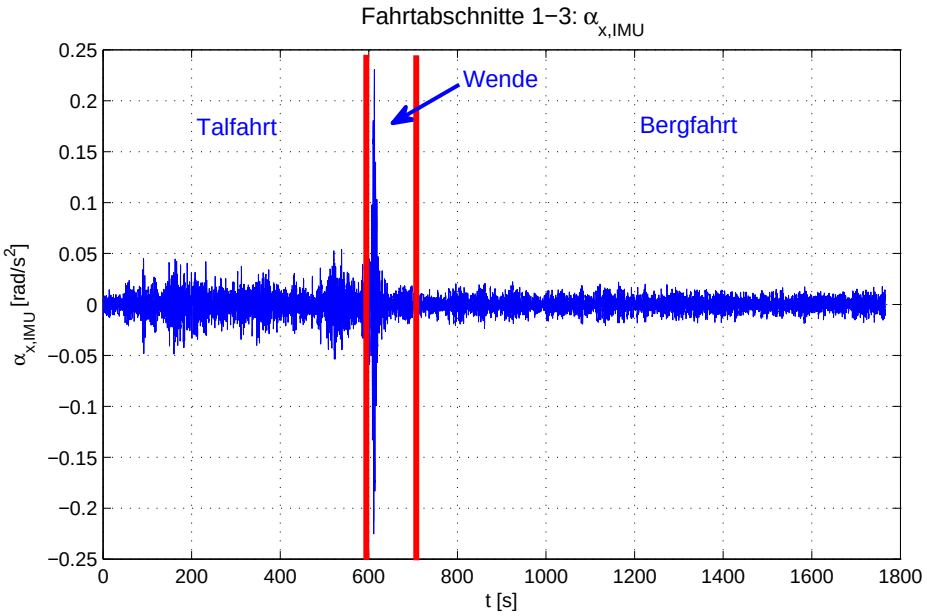


Abb. 3.21: Beschleunigungen $\alpha_{x,MRU}^{B,N} = \Delta\omega_{x,MRU}^{B,N}/\Delta t$ für die Fahrtabschnitte Talfahrt, Wende und Bergfahrt

Zunächst soll das Ergebnis der CWT betrachtet werden. Wie in Abb. 3.22 und Abb. 3.23 zu sehen ist, können die dominierenden Frequenzen in der epochenweisen skalierten Darstellung wesentlich besser detektiert werden. Es ist deutlich erkennbar, dass in den drei Fahrtabschnitte unterschiedliches Schwingungsverhalten vorliegt. Während der Bergfahrt tritt ein periodischer Trend mit ca. $\nu = 0,3\,\text{Hz}$ zutage. Bei der Talfahrt enthält das Messsignal zwei sich überlagernde Schwingungskomponenten mit zugehörigen Frequenzbändern im Bereich von $0,7\,\text{Hz}$ und einem etwas weniger ausgeprägten im Bereich von $0,3\,\text{Hz}$. Letzteres ist in Abb. 3.22 nur schwach zu erkennen.

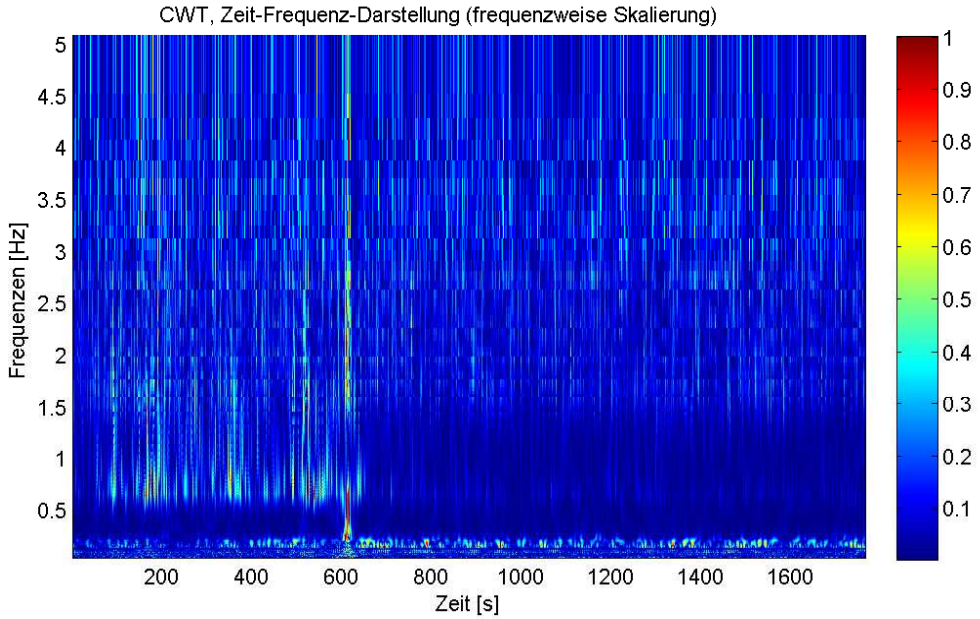


Abb. 3.22: Zeit-Frequenzdarstellung der CWT (frequenzweise Skalierung) für $\Delta\omega_{x,MRU}^{B,N}$

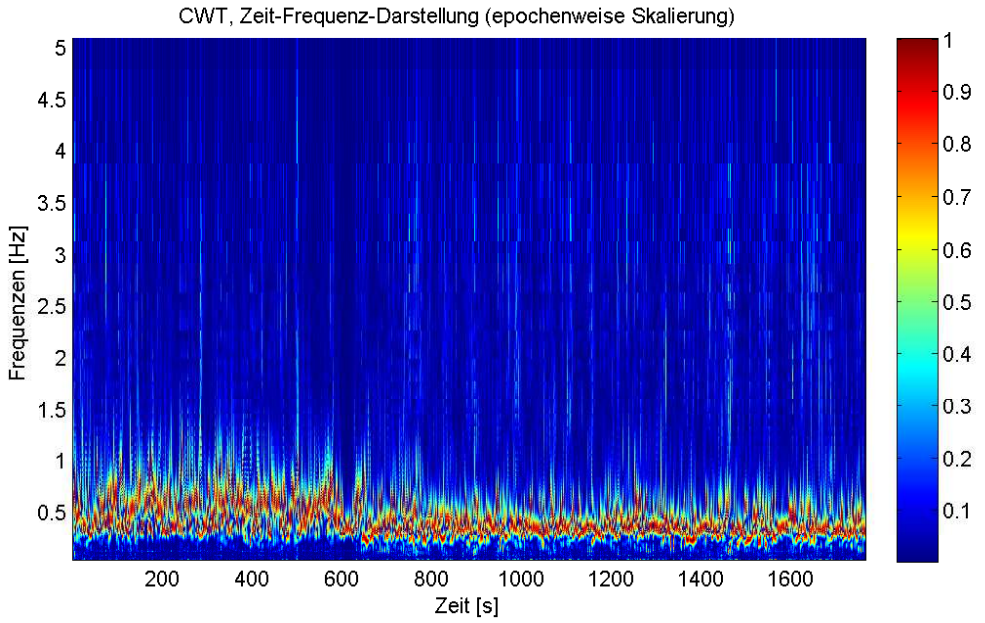


Abb. 3.23: Zeit-Frequenzdarstellung der CWT (epochenweise Skalierung) für $\Delta\omega_{x,MRU}^{B,N}$

Dennoch sollte weder auf eine skalenweise noch auf eine frequenzweise Skalierung verzichtet werden, da in letzterer schwächere regelmäßige Schwingungen ebenfalls detektiert werden können. Dies ist jedoch nur bei einem gleichmäßigen Amplitudenverlauf möglich, da das Ergebnis der Wavelet-Transformation durch Signalsprünge stark beeinflusst wird (siehe Neuner 2008). In Abb. 3.22 tritt dieser Effekt bei $t \approx 600\,\mathrm{s}$ aufgrund des Wendemanövers auf. Hier treten in vielen Frequenzbereichen ähnlich große Energien auf.

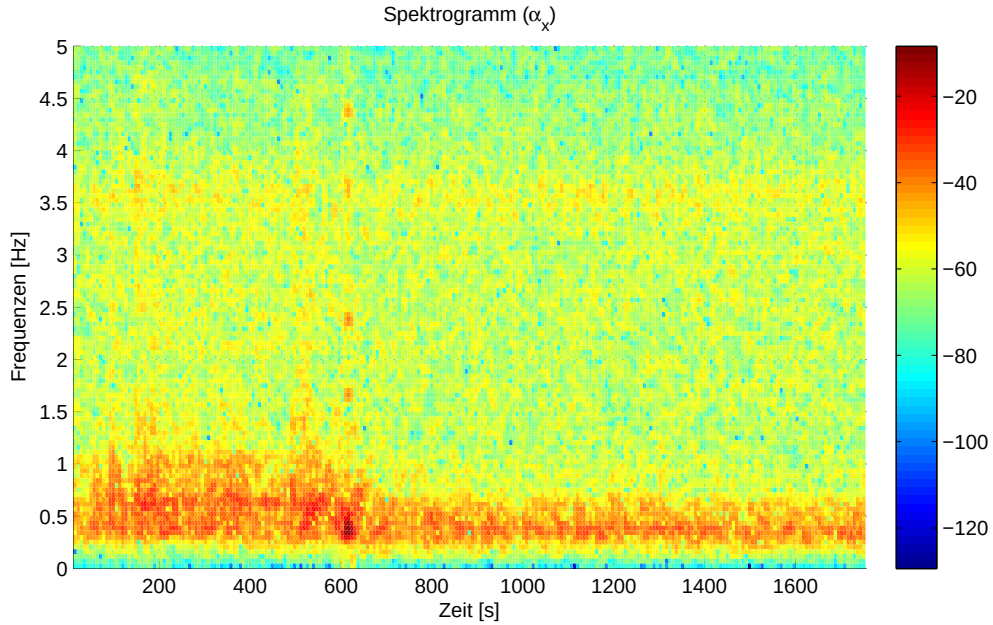


Abb. 3.24: Spektrogramm (Power Spectral Density) für $\Delta\omega_{x,MRU}^{B,N}$

Im Spektrogramm wird die allgemein übliche Darstellung als spektrale Leistungsdichte (PSD) gewählt, wobei auf eine Skalierung der Ergebnisse verzichtet wird. Ähnlich wie in Abb. 3.23 sind auch in Abb. 3.24 für die Talfahrt deutlich dominierende Frequenzen im Bereich zwischen $0,3\,\mathrm{Hz}$ und $1\,\mathrm{Hz}$ erkennbar. Für die Bergfahrt ist ebenfalls das Frequenzband rund um $\nu = 0,3\,\mathrm{Hz}$ vorhanden. Zusätzlich tritt in diesem Wirkleistungsdiagramm stellenweise ein Frequenzband im Bereich von $3,5\,\mathrm{Hz}$ hervor. Diese Frequenzen können dem enthalte-

nen Messrauschen zugeordnet werden, da es sich hierbei um einen Effekt mit einer Wellenlänge von weniger als $0,3\,\mathrm{s}$ handelt, was maximal drei Abtastungen entspricht. Aufgrund der gewählten Skalen-Intervalle wird dieser Frequenzbereich im Skalogramm bzw. in der Zeit-Frequenz-Darstellung der Wavelet-Transformation nur ungenügend aufgelöst, so dass hier kein deutlich hervortretendes Frequenzband ersichtlich ist.

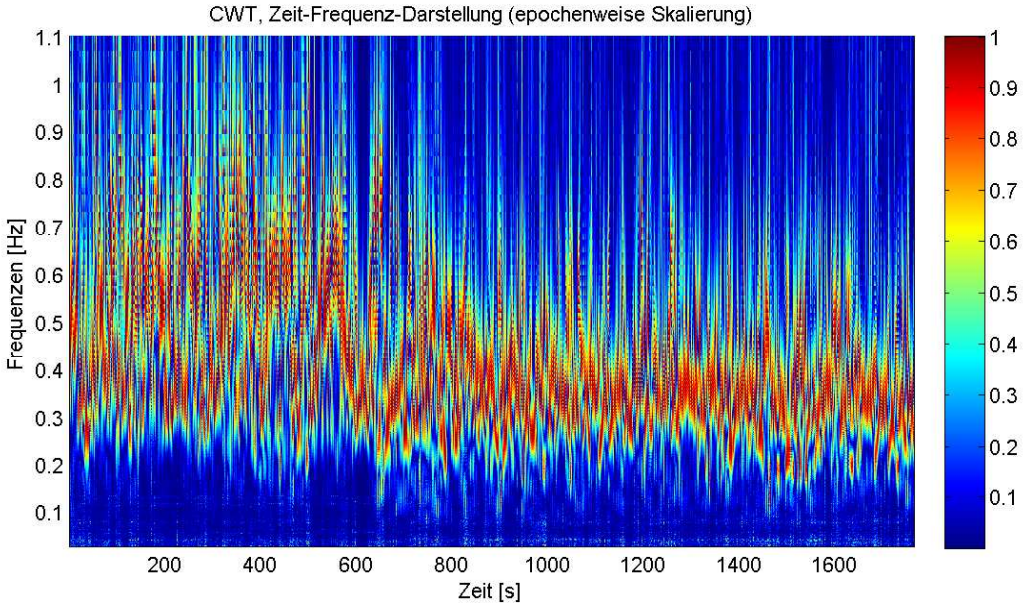


Abb. 3.25: Zeit-Frequenzdarstellung der CWT (frequenzweise Skalierung) für $\Delta\omega_{x,MRU}^{B,N}$ im Frequenzbereich $0,1-1,1$ Hz

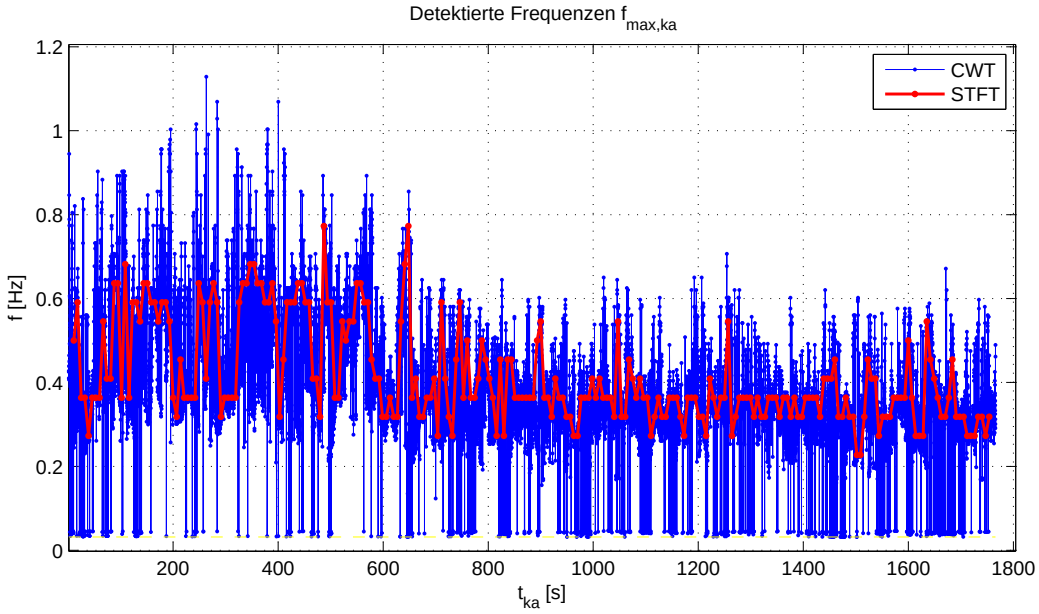


Abb. 3.26: Detektierte dominierende Frequenzen für $\Delta\omega_{x,MRU}^{B,N}$ (0.1 Hz - 1 Hz)

Aufgrund der Ergebnisse aus Abb. 3.22-Abb. 3.24 wird vor allem im Frequenzbereich zwischen $0,03-1,5$ Hz nach den maximalen Koeffizienten bzw. spektralen Leistungsdichten in den Diagrammen gesucht. Es zeigt sich, dass diese größtenteils im Frequenzbereich von $0,2-1,1$ Hz zu finden sind. Wie bereits in der Detaildarstellung in Abb. 3.25 zu erkennen ist, liegt keine feste, dominierende Frequenz vor. Stattdessen variieren die epochenweisen Maxima der Wavelet-Koeffizienten. Diese Frequenzvariationen decken bei einer Talfahrt einen wesentlich breiteren Frequenzbereich als bei einer Bergfahrt ab. Dies zeigt sich bei auch bei den in Abb. A.15

und Abb. A.17 dargestellten exemplarischen Fahrtabschnitten. Tatsächlich kann bei der gezeigten Talfahrt für $\Delta\omega^{B,N}_{x,MRU}$ von zwei dominierenden Frequenzbändern ausgegangen werden, zwischen denen ständig gewechselt wird. Bei der Bergfahrt tritt vor allem das untere dieser beiden Frequenzbänder sehr deutlich in Erscheinung. Bei einem Wendemanöver hingegen kommt es zu abschnittsweisen Variationen der dominierenden Frequenzen (siehe auch Abb. A.16a, Abb. A.14a).

Um die Variationen der Frequenzen besser betrachten zu können, wird die zu einem Analysezeitpunkt t_{ka} dominierende Frequenz $\nu_{max,ka}$ als Zentralwert des auftretenden Frequenzbands aufgefasst. Detektiert wird $\nu_{max,ka}$ anhand des maximalen Koeffizienten $|W_\psi(a, b_k)|^2$ (Zeit-Frequenz-Darstellung der CWT) bzw. der maximalen spektralen Leistungsdichte (Spektrogramm). Abb. 3.26 stellt für jeden Zeitpunkt für beide Methoden jeweils ein $\nu_{max,ka}$ dar, wobei die aus der dem Spektrogramm entnommenen Frequenzen aufgrund der gewählten Fensterüberlappung eine geringere zeitliche Auflösung als bei der CWT haben. Hier zeigt sich ein ähnlicher Verlauf für die aus den Ergebnissen der CWT und der STFT detektierten Frequenzen. Allerdings weisen die mittels CWT bestimmten $\nu_{max,ka}$ eine wesentlich breitere Streuung auf. Dies liegt zum einen daran, dass Wavelet-Koeffizienten, bei einer funktionalen Betrachtung des Signals an deren Wendepunkten einen Minimalwert annehmen, während sie in den Extrempunkten des Signals ebenfalls Extremwerte annehmen. Bei den hier dargestellten Absolutwerten der Koeffizienten handelt es sich dabei stets um die Maximalwerte. Zum anderen können bei der CWT aufgrund der Skalierung der Wavelets $\psi_{a,b}$ direkt die aktuell in einer Schwingung vorliegenden Frequenzen detektiert werden. Die aus der STFT hervorgehende spektrale Leistungsdichte hingegen wird über eine feste Fensterbreite berechnet, so dass die daraus detektierte Frequenz $\nu_{max,ka}$ als gemittelter Wert verstanden werden muss.

Tab. 3.3: Zentralfrequenzen der auftretenden Frequenzbänder für die Fahrtszenarien Talfahrt, Bergfahrt und Wende (Messdatensatz Fahrt 3) sowie auf dem Hafenkanal (Messdatensatz Fahrt 2)

Messgröße	Tal: ν in [Hz]	Berg ν in [Hz]	Wende ν in [Hz]	Hafenkanal ν in [Hz]
$\Delta\omega^{B,N}_{x,MRU}/\Delta t$	0,35 0,55 0,63	0,34	0,35 0,53	0,34
$\Delta\omega^{B,N}_{y,MRU}/\Delta t$	0,32 0,44 0,57 1,05	0,31 0,45	0,33 0,43	0,31 0,37 0,41
$\Delta\omega^{B,N}_{z,MRU}/\Delta t$	0,07 0,12 0,19	0,08 0,13 (0,19)	0,07 (0,14) (0,65)	0,08 0,13 (0,23)
$\Delta v^{B}_{x,MRU}/\Delta t$	0,1 0,57 0,69	0,08 0,12 (0,18)	(0,07)	(0,09)
$\Delta v^{B}_{y,MRU}/\Delta t$	0,07 0,11 0,55	0,07 0,12 (0,2) (0,6)	0,07 0,58	0,07 0,11 (0,27) 0,57
$\Delta v^{B}_{z,MRU}/\Delta t$	0,35 0,55 0,6	0,36 0,41	0,36 (0,43) 0,41	0,33 0,37

Für die folgende Analyse wird der gesamte Datensatz von Fahrt 3 (siehe Tab. 2.2) in einzelne Fahrtabschnitte gegliedert. Hierbei ergeben sich drei Bergfahrten, vier Talfahrten sowie sechs Wendemanöver. Zusätzlich wird der für Fahrt 2 auf dem Hafenkanal aufgezeichneter Datensatz untersucht, der beispielhaft für eine Fahrt auf ru-

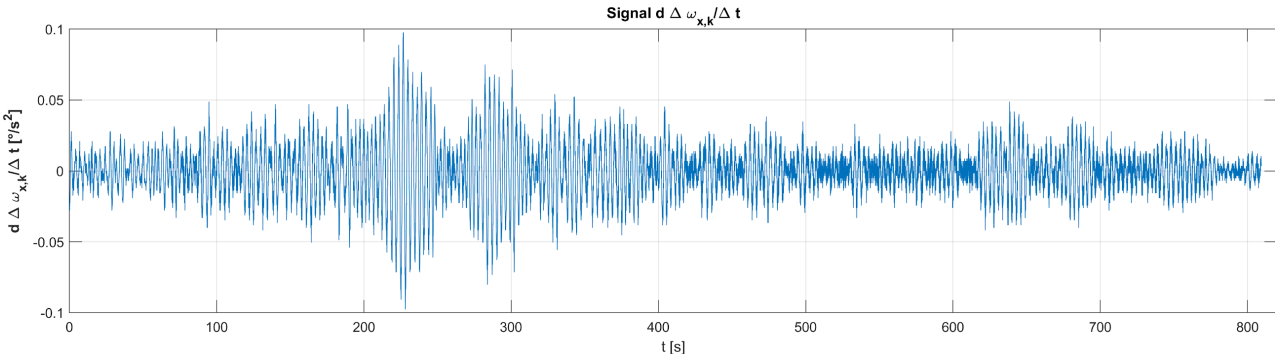
higem Gewässer steht. Alle dominierenden, zentralen Frequenzen der detektierten Frequenzbänder, die sowohl mit der STFT als auch mit der CWT nachgewiesen werden können, sind in Tab. 3.3 zusammengefasst. Hierbei werden kurzzeitig auftauchende Frequenzbänder nicht aufgeführt. Diese sind in den detaillierten Ansichten in Anhang A.2 erkennbar.

In Tab. 3.3 wird deutlich, dass bei den detektierten $\nu_{max,ka}$ klar zwischen den Komponenten $\Delta\omega^{B,N}_{z,MRU}$, $\Delta v^{B}_{x,MRU}$ und $\Delta v^{B}_{y,MRU}$, die in der x^B, y^B-Ebene wirken, und den Komponenten $\Delta\omega^{B,N}_{x,MRU}$, $\Delta\omega^{B,N}_{y,MRU}$ und $\Delta v^{B}_{z,MRU}$ unterschieden werden muss. Für die in der x^B, y^B-Ebene wirkenden Komponenten treten hauptsächlich niedrige Frequenzen im Bereich von $0,07$ Hz bis $0,12$ Hz in Erscheinung, die für die in z^B-Richtung wirkenden Komponenten nur selten zu finden sind. Hier dominieren in allen betrachteten Szenarien Frequenzbänder mit Zentralfrequenzen von $0,31 - 0,36$ Hz. Bei Talfahrten taucht zusätzlich ein zweites Frequenzband im Bereich um 0,6 Hz auf, das auch für $\Delta v^{B}_{x,MRU}$ und vor allem für $\Delta v^{B}_{y,MRU}$ temporär in Erscheinung tritt. In $\Delta\omega^{B,N}_{y,MRU}$ lässt sich dieses kaum nachweisen, lediglich während eines Wendemanövers tritt es zutage.

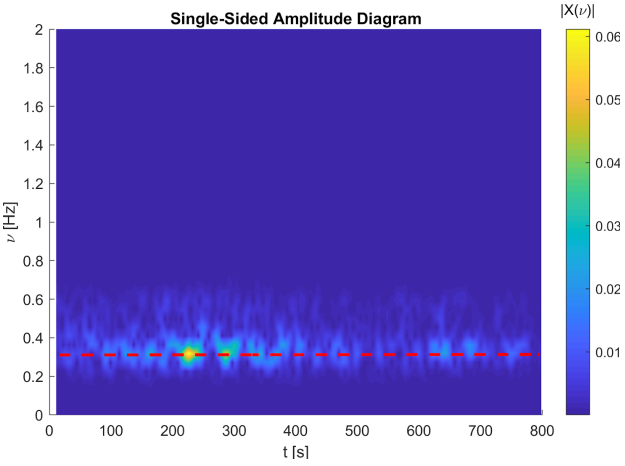
Bei einer detaillierten Betrachtung der STFT- und der CWT-Ergebnisse lassen sich für die Rollkomponente $\Delta\omega^{B,N}_{x,MRU}$ sehr gut einzelne dominierende Zentralfrequenzen bestimmen, während sich diese Detektion bei den Änderungen der Nickrate $\Delta\omega^{B,N}_{y,MRU}$ und der Vertikalbeschleunigung $a^{B}_{z,MRU}$ schwieriger gestaltet. Anhand der Zeit-Frequenz-Darstellung der CWT in Anhang A.2 ist ersichtlich, dass die Frequenzbänder hier ineinander übergehen, so dass die detektierten Zentralfrequenzen ständig geringfügig variieren. Aus diesem Grund liegen die aufgeführten Zentralfrequenzen teilweise dicht beieinander. Die aufgezeigten dominierenden Frequenzen werden dabei stets noch von temporär auftretenden Frequenzen überlagert. Aus diesem Grund werden beispielsweise für $\Delta\omega^{B,N}_{y,MRU}$ vier verschiedene Frequenzen angegeben. Frequenzen die in Tab. 3.3 in Klammern aufgeführt werden, konnten nur mit einem der genannten Verfahren zur Frequenzanalyse detektiert werden. Sie werden hier angegeben um einen vollständigen Überblick zu gewährleisten.

Während des Auftretens von temporären oder andauernden zyklischen Effekten kann mit der approximierten Amplitude, die der dominierenden Frequenz zugeordnet ist, mindestens 30 % der realen Amplitude des Signalanteils ausgedrückt werden. Die Größenordnung der Amplituden selbst unterscheidet sich je nach betrachteten Signalanteil. Während für die Änderungen in $\Delta\omega^{B,N}_{x,k}/\Delta t$ bei einem Wendemanöver maximale Amplituden von bis zu $0,1\,^\circ/\mathrm{s}^2$ auftreten können (siehe Abb. 3.28 a), sind sie bei einer geradliniegen Fahrt im ruhigen Gewässer um mehr als Faktor 10 geringer. Da die Änderungen im Signalanteil $\Delta\omega^{B,N}_{y,k}/\Delta t$ wesentlich geringer ausfallen, liegen auch die approximierten Amplituden im Bereich $< 0,01\,^\circ/\mathrm{s}^2$. Im Anteil $a^{B}_{z,k}$ hingegen kommt es vereinzelt zu starken Geschwindigkeitsänderungen, so dass die zugehörigen Amplituden bis zu $0,1\,\mathrm{m/s}^2$ betragen (siehe Abb. 3.28 b). Da $a^{B}_{z,k}$ überwiegend vom Messrauschen bestimmt wird, fallen die Amplituden mit $0,02 - 0,03\,\mathrm{m/s}^2$ eher gering aus. Eine Übersicht über das Auftreten der geschätzten Amplituden im Amplitudendiagramm wird in Anhang A.3 für verschiedene Fahrtszenarien präsentiert.

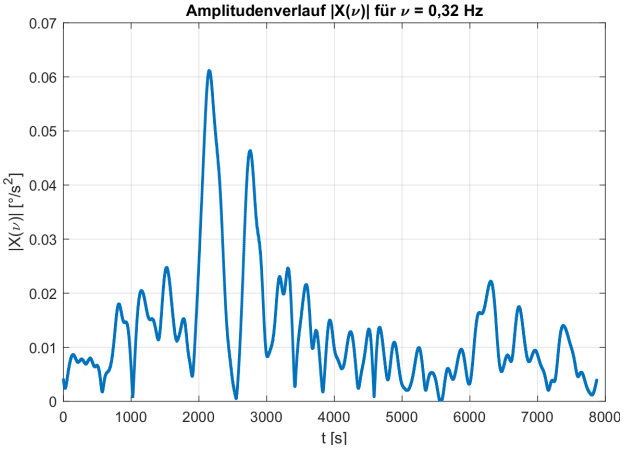
Um neben den Frequenzen der zyklischen Effekte auch noch die zugehörigen Amplituden schätzen zu können, werden diese aus den Fourier-Transformierten der STFT $|X_\gamma(\tau_\gamma, \nu)|$ (siehe (3.18)) bestimmt. Da die so bestimmten Amplituden aus einer abschnittsweisen Betrachtung des jeweiligen Signalanteils gewonnen werden, die hier über eine Fenstergröße von $\tau_{gamma} = 22$ s verläuft, handelt es sich lediglich um eine Approxmimation der wahren Amplitude zum Betrachtungszeitpunkt t_k. Es zeigt sich, dass sogar zyklische Effekte, deren zugehörige Frequenzen nahezu über den gesamten betrachteten Signalanteil dominieren, trotzdem Schwankungen in der Amplitude aufweisen können. In Abb. 3.27 werden beispielhaft die Amplituden, die zu einem trigonometrischen Polynom mit $\nu = 0,32$ Hz gehören, für den in $\Delta\omega^{B,N}_{x,MRU}$ verbleibenden Signalanteil bei einer Fahrt in ruhigen Gewässern dargestellt. Diese Variationen der Amplituden können für alle betrachten Signalanteile auftreten.



(a)

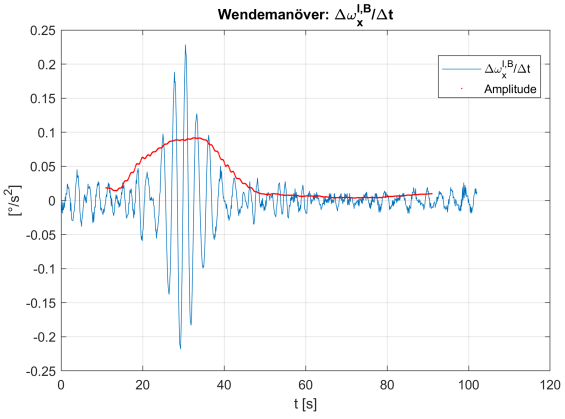


(b)

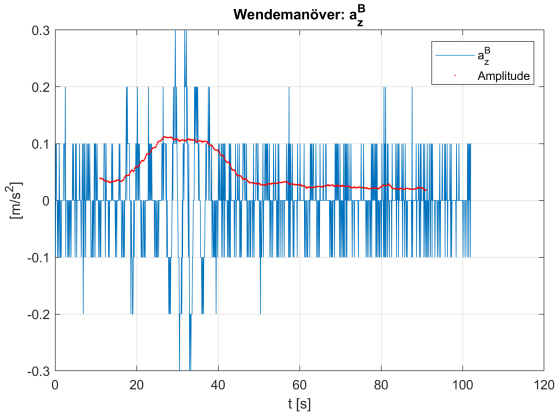


(c)

Abb. 3.27: Exemplarische Analyse des (a) verbleibenden Anteils von $\Delta\omega_{x,k}/\Delta t$ mittels (b) STFT (hier Darstellung als Amplitudendiagramm) und (c) Darstellung des variierenden Amplitudenverlaufs für $\nu = 0,32\,\text{Hz}$ (Rote Linie in (b))



(a) $\Delta\omega_x^{B,N}$



(b) a_z^B

Abb. 3.28: Vergleich: Verbleibender Signalanteil und geschätzte Amplitude für die dominierende Frequenz bei einem exemplarischen Wendemanöver auf dem Rhein (Abschnitt von Fahrt 3)

4 Ansätze zur Datenintegration in einem Multi-Sensorsystem

Um aus Daten, die in einem Multi-Sensorsystem erfasst werden, stetig Informationen über den Bewegungszustand der Trägerplattform ableiten zu können, bietet sich die Auswertung mit einem geeigneten Filter-Algorithmus an. Insbesondere eignen sich hierfür die auf dem Kalman-Filter basierenden Algorithmen, wie beispielsweise das Extended Kalman-Filter (EKF) oder stochastische Filter wie ein Partikelfilter oder das Unscented Kalman-Filter (UKF). Eine Übersicht über verschiedene Filter findet sich in Kap. 4.1. In allen Fällen ist eine Definition der für das System charakteristischen Zustandsgrößen und, darauf aufbauend, eine mathematische Beschreibung des Systemverhaltens (Systemgleichungen) erforderlich. Zudem muss eine Zusammenführung von den Zustandsgrößen und den vorliegenden Messdaten erreicht werden. Hierfür werden die Beobachtungsgleichungen formuliert.

Bei vielen Filteralgorithmen wird für die integrierten Modelle ein (nahezu) lineares Systemverhalten vorausgesetzt. Auch in diesem Kapitel wird angenommen, dass für das verwendete empirische System näherungsweise von Linearität ausgegangen werden kann.

In der hier betrachteten Anwendung sollen bei Messfahrten auf Gewässern die Position und die Orientierung des Schiffs lückenlos zur Verfügung stehen. Damit auch in Bereichen ohne ausreichenden GNSS-Empfang eine Position bestimmt werden kann bzw. damit die gemessene, fehlerbehaftete Position stets verbessert wird, werden in Kap. 4.3 und Kap. 4.4 die entsprechenden System- und Beobachtungsmodelle entwickelt. Eine Evaluierung der betrachteten Modelle innerhalb eines geeigneten Filteralgorithmus findet in Kap. 5.3 statt.

4.1 Filteralgorithmen

Die Darstellung der in diesem Kapitel vorgestellten Filteralgorithmen basiert im Wesentlichen auf der in Heunecke (1995), Eichhorn (2005) und Ramm (2008) verwendeten Schreibweise.

4.1.1 Diskretes Kalman-Filter

Das in Kalman (1960) vorgestellte Filter bietet die Möglichkeit, die zu einem Zustandsvektor $\boldsymbol{x}$ zusammengefassten Zustandsgrößen eines Systems mithilfe eines funktionalen Modells unter Einbeziehung von erfassten Messwerten zu glätten (rückwärts gerichtete Filterung), den aktuellen Zustand zu bestimmen oder den zukünftigen Systemzustand zu prädizieren (vorwärts gerichtete Filterung) (Heunecke et al. 2013). Im Folgenden wird lediglich die letzte Einsatzmöglichkeit des Filters betrachtet. Da die Beobachtungen nur zu diskreten Zeitpunkten vorliegen, wird hier direkt die diskrete Formulierung des Filter-Algorithmus dargestellt (Eichhorn 2005; Ramm 2008).

Das Kalman-Filter besteht aus zwei Berechnungsschritten: Dem Prädiktionsschritt (*time update*) und der Aufdatierung des Zustandvektors (*measurement update*). Im ersten Schritt wird mithilfe des Systemmodells der Systemzustand $\tilde{\boldsymbol{x}}_{k+1}$ für den Zeitpunkt t_{k+1} durch Verwendung des momentan vorliegenden Systemzustands $\tilde{\boldsymbol{x}}_k$ und der zu diesem Zeitpunkt anliegenden Stellgrößen $\tilde{\boldsymbol{u}}_k$ prädiziert. Zudem wird angenommen, dass das System durch nicht deterministisch modellierte Größen $\boldsymbol{w}_k$ (Systemrauschen) beeinflusst wird. Letztere werden als Störgrößen bezeichnet:

$$\tilde{\boldsymbol{x}}_{k+1} = \mathbf{T} \cdot \tilde{\boldsymbol{x}}_k + \mathbf{B} \cdot \tilde{\boldsymbol{u}}_k + \mathbf{C} \cdot \boldsymbol{w}_k. \tag{4.1}$$

In diesem Fall wird ein linearer Zusammenhang der einzelnen Größen vorausgesetzt, so dass das Systemmodell mithilfe von zeitinvarianten Matrizen formuliert werden kann (Ramm 2008). Dabei handelt es sich im Einzelnen um die Transitionsmatrix $\mathbf{T}$, die Stellgrößenmatrix $\mathbf{B}$ und die Störgrößenmatrix $\mathbf{C}$. Um innerhalb des Kalman-Filters zwischen prädizierten und geschätzten Zustandsgrößen unterscheiden zu können, werden mit $\bar{\boldsymbol{x}}$ im Folgenden die prädizierten Größen ausgedrückt, während $\hat{\boldsymbol{x}}$ für die geschätzten Größen steht (siehe Heunecke 1995).

Auf Grundlage des Kovarianzfortpflanzungsgesetzes kann die Kovarianzmatrix $\mathbf{\Sigma}_{\bar{x}\bar{x},k+1}$ der prädizierten Zustandsgrößen durch

$$\mathbf{\Sigma}_{\bar{x}\bar{x},k+1} = \mathbf{T} \cdot \mathbf{\Sigma}_{\hat{x}\hat{x},k} \cdot \mathbf{T}^{\mathrm{T}} + \mathbf{B} \cdot \mathbf{\Sigma}_{uu,k} \cdot \mathbf{B}^{\mathrm{T}} + \mathbf{C} \cdot \mathbf{\Sigma}_{ww,k} \cdot \mathbf{C}^{\mathrm{T}} \tag{4.2}$$

ausgedrückt werden. (4.2) lässt sich als Anwendung des Kovarianzfortpflanzungsgesetzes auf (4.1) interpretieren (Ramm 2008), bei der $\mathbf{\Sigma}_{uu,k}$ die Kovarianzmatrix der Stellgrößen repräsentiert, $\mathbf{\Sigma}_{ww,k}$ die Kovarianzmatrix der Störgrößen und $\mathbf{\Sigma}_{\hat{x}\hat{x},k}$ die Kovarianzmatrix der für die vorangehende Epoche geschätzten Zustandsgrößen $\hat{\boldsymbol{x}}_k$ darstellt. Bei der Realisierung eines Kalman-Filters wird nach Heunecke (1995) und Ramm (2008) angenommen, dass $E(\boldsymbol{w}_k) = 0$ gilt. Dadurch reduziert sich die Systemgleichung (4.1) auf

$$\bar{\boldsymbol{x}}_{k+1} = \mathbf{T} \cdot \hat{\boldsymbol{x}}_k + \mathbf{B} \cdot \boldsymbol{u}_k, \tag{4.3}$$

während das zu $\boldsymbol{w}_k$ gehörende Systemrauschen $\mathbf{\Sigma}_{ww}$ für die stochastische Modellierung in (4.2) weiterhin verwendet wird.

Zur Integration der Beobachtungen $\boldsymbol{l}_{k+1}$ wird mit dem Beobachtungsmodell

$$\boldsymbol{l}_{k+1} = \mathbf{A} \cdot \hat{\boldsymbol{x}}_{k+1} + \boldsymbol{v}_{l,k+1} \tag{4.4}$$

ein Zusammenhang zu den für diese Epoche prädizierten Zustandsgrößen hergestellt. Liegt auch hier ein linearer Zusammenhang im Modell vor, so kann dieser mithilfe der Konfigurationsmatrix $\mathbf{A}$ ausgedrückt werden. Basierend auf diesem Modell können mit

$$\boldsymbol{d}_{k+1} = \boldsymbol{l}_{k+1} - \mathbf{A} \cdot \bar{\boldsymbol{x}}_{k+1} \tag{4.5}$$

die Innovationen zwischen gemessenen Beobachtungsgrößen und den darauf abgebildeten Zustandsgrößen bestimmt werden. Analog zur Integration von $\boldsymbol{l}_{k+1}$ wird bei der Berechnung der Kovarianzmatrix der Innovationen mit

$$\mathbf{\Sigma}_{dd,k+1} = \mathbf{\Sigma}_{ll,k+1} + \mathbf{A} \cdot \mathbf{\Sigma}_{\bar{x}\bar{x},k+1} \cdot \mathbf{A}^{\mathrm{T}} \tag{4.6}$$

die Kovarianzmatrix der Messgrößen $\mathbf{\Sigma}_{ll,k+1}$ eingebunden.

Die prädizierten Zustandsgrößen können nun mithilfe des Innovationsvektors verbessert werden, wodurch sich mit

$$\hat{\boldsymbol{x}}_{k+1} = \bar{\boldsymbol{x}}_{k+1} + \mathbf{K}_{k+1} \cdot \boldsymbol{d}_{k+1} \tag{4.7}$$

eine Schätzung des Zustandsvektors $\tilde{\boldsymbol{x}}_{k+1}$ ergibt (Aufdatierung der Zustandsgrößen). Dabei legt die Verstärkungsmatrix $\mathbf{K}_{k+1}$,

$$\mathbf{K}_{k+1} = \mathbf{\Sigma}_{\bar{x}\bar{x},k+1} \cdot \mathbf{A}^{\mathrm{T}} \cdot \mathbf{\Sigma}_{dd,k+1}^{-1}, \tag{4.8}$$

den Einfluss der Innovationen auf $\hat{\boldsymbol{x}}_{k+1}$ fest.

Somit ergibt sich

$$\mathbf{\Sigma}_{\hat{x}\hat{x},k+1} = \mathbf{\Sigma}_{\bar{x}\bar{x},k+1} - \mathbf{K} \cdot \mathbf{\Sigma}_{dd,k+1} \cdot \mathbf{K}^{\mathrm{T}}, \tag{4.9}$$

als Kovarianzmatrix der aufdatierten Zustandsgrößen.

Eine ausführliche Herleitung des Kalman-Filteralgorithmus findet sich beispielsweise in Kalman (1960), Gelb (1974), Maybeck (1979) oder Wendel (2011).

4.1.2 Einsatz eines Kalman-Filters bei nichtlinearen Modellen

Das Kalman-Filter basiert auf einer idealisierten Realität, in der lediglich lineare Modelle auftreten. Tatsächlich finden sich bei den meisten Prozessen nichtlineare Modellgleichungen. Um diese ebenfalls mithilfe eines Kalman-Filters ausdrücken zu können, müssen Linearisierungen durchgeführt werden. Hierfür können unterschiedliche Ansätze zum Einsatz kommen. Da in dieser Arbeit vor allem das Erweiterte Kalman-Filter (EKF) zum Einsatz kommt, soll dieses hier näher betrachtet werden. Hierbei soll es gegenüber dem Linearisierten Kalmen Filter abgegrenzt werden.

Bei beiden Filteransätzen wird von einem nichtlinearen Verhalten beim Übergang der Zustandsgrößen $\tilde{\boldsymbol{x}}_{k+1}$ von Epoche t_k auf t_{k+1} ausgegangen, wobei eine zeitliche Diskretisierung im Interval Δt gegeben ist. Dieses Verhalten lässt sich nach Gelb (1974) oder Maybeck (1982) durch

$$\tilde{x}_{k+1} = f\left(\tilde{\boldsymbol{x}}_k, \boldsymbol{u}_k\right) + \mathbf{C}_{k+1,k} \cdot \boldsymbol{w}_k \tag{4.10}$$

ausdrücken. Analog dazu ergibt sich das Beobachtungsmodell im nichtlinearen Fall,

$$\boldsymbol{l}_{k+1} = \boldsymbol{a}_{k+1}\left(\tilde{\boldsymbol{x}}_{k+1}\right) + \boldsymbol{v}_k. \tag{4.11}$$

Wird von einer Unabhängigkeit der Größen $\tilde{\boldsymbol{x}}_k$ und $\boldsymbol{u}_k$ ausgegangen, kann (4.10) durch eine Umformung in

$$\tilde{x}_{k+1} = f\left(t_{k,k+1}\left(\tilde{\boldsymbol{x}}_k\right), b_{k,k+1}\left(\boldsymbol{u}_k\right)\right) + \mathbf{C}_{k+1,k} \cdot \boldsymbol{w}_k \tag{4.12}$$

überführt werden (Maybeck 1982; Ramm 2008) und bildet damit die Ausgangslage für die Prädiktion von zeitdiskreten Zustandsgröße. Hierbei wird vorausgesetzt, dass zwischen den Zustandsgrößen $\tilde{\boldsymbol{x}}_k$ und den Stellgrößen $\boldsymbol{u}_k$ keine stochastische Korrelation besteht.

4.1.2.1 Erweitertes Kalman-Filter

Um die prädizierten Zustandsgrößen $(\bar{\boldsymbol{x}}_{k+1})$ berechnen zu können, wird der wahre Systemzustand $\tilde{\boldsymbol{x}}_k$ durch seine bekannte Schätzung $\hat{\boldsymbol{x}}_k$ ausgedrückt (Ramm 2008). Damit lässt sich (4.12) in die Form

$$\bar{\boldsymbol{x}}_{k+1} = f\left(\boldsymbol{t}_{k+1,k}\left(\hat{\boldsymbol{x}}_k\right), \boldsymbol{b}_{k+1,k}\left(\boldsymbol{u}_k\right)\right) + \mathbf{C}_{k+1,k} \cdot \boldsymbol{w}_k \tag{4.13}$$

bringen.

Analog zum diskreten Kalmen Filter in Kap. 4.1.1 wird hier ebenfalls angenommen, dass der Einfluss der Störgrößen $\boldsymbol{w}_k$ bei der deterministischen Bestimmung der Zustandsgrößen vernachlässigt werden kann, da von $E\left(\boldsymbol{w}_k\right) = 0$ ausgegangen wird (Ramm 2008). Somit vereinfacht sich (4.13) zu

$$\bar{\boldsymbol{x}}_{k+1} = f\left(\boldsymbol{t}_{k+1,k}\left(\hat{\boldsymbol{x}}_k\right), \boldsymbol{b}_{k+1,k}\left(\boldsymbol{u}_k\right)\right). \tag{4.14}$$

Die Störgrößenmatrix $\mathbf{C}_{k+1,k}$ wird im Folgenden allein zur stochastischen Systembetrachtung herangezogen. Deshalb müssen Störgrößen $\boldsymbol{w}_k$ als solche definiert werden, auch wenn sie deterministisch nicht berücksichtigt werden.

Zur Bildung des stochastischen Modells wird, dem Vorgehen des Kovarianzfortpflanzungsgesetzes folgend, eine Linearisierung der Modellgleichungen mithilfe einer Taylor-Reihen-Entwicklung umgesetzt (Eichhorn 2005; Ramm 2008). Bei der hierbei verwendeten Taylor-Reihen-Entwicklung werden Terme höherer Ordnung vernachlässigt, womit näherungsweise durch

$$f\left(\boldsymbol{t}_{k+1,k}\left(\tilde{\boldsymbol{x}}_k\right), \boldsymbol{b}_{k+1,k}\left(\tilde{\boldsymbol{u}}_k\right)\right) = f\left(\boldsymbol{t}_{k+1,k}\left(\hat{\boldsymbol{x}}_k\right), \boldsymbol{b}_{k+1,k}\left(\boldsymbol{u}_k\right)\right) + \mathbf{T}_{k+1,k} \cdot \left(\tilde{\boldsymbol{x}}_k - \hat{\boldsymbol{x}}_k\right) + \mathbf{B}_{k+1,k} \cdot \left(\tilde{\boldsymbol{u}}_k - \hat{\boldsymbol{u}}_k\right) \tag{4.15}$$

ausgedrückt werden kann. Besteht das behandelte Prädiktionsmodell vollständig aus schwach nicht-linearen Gleichungen, so könnte das Modell durch die mit (4.15) approximierten linearen Gleichungen beschrieben

werden. Da beim EKF prinzipiell aber nicht von solch einem Verhalten ausgegangen werden kann, würde durch die Vernachlässigung der Tayler-Terme höherer Ordnung ein Linearisierungsfehler auftreten, der die Prädiktion der Zustandsgrößen $\bar{\boldsymbol{x}}_{k+1}$ deutlich verfälscht. Aus diesem Grund wird im EKF direkt (4.14) als Prädiktionsmodell verwendet (Maybeck 1982).

Da sich die Transitionsmatrix $\mathbf{T}_{k,k+1}$ und die Stellgrößenmatrix $\mathbf{B}_{k,k+1}$ aus der Taylor-Reihen-Entwicklung ergeben, handelt es sich bei ihnen um Jacobi-Matrizen. Unter alleiniger Berücksichtigung der Terme erster Ordnung ergeben sich

$$\mathbf{T}_{k,k+1} = \left.\frac{\partial f\left(\boldsymbol{x}_k, \boldsymbol{u}_k\right)}{\partial \boldsymbol{x}_k}\right|_{\boldsymbol{x}_k = \hat{\boldsymbol{x}}_k}, \tag{4.16}$$

$$\mathbf{B}_{k,k+1} = \left.\frac{\partial f\left(\boldsymbol{x}_k, \boldsymbol{u}_k\right)}{\partial \boldsymbol{u}_k}\right|_{\boldsymbol{u}_k}. \tag{4.17}$$

Auch wenn die Störgrößen $\boldsymbol{w}_k$ nicht im Prädiktionsmodell eingesetzt werden, kann für sie ein funktionaler Zusammenhang mit (4.13) ein Modell aufgestellt werden, welcher ebenfalls durch eine Reihenentwicklung beschrieben werden kann. Somit wird davon ausgegangen, dass sich auch $\mathbf{C}_{k,k+1}$ als Jacobi-Matrix der Form

$$\mathbf{C}_{k,k+1} = \frac{\partial \bar{\boldsymbol{x}}\left(\boldsymbol{x}_k, \boldsymbol{u}_k, \boldsymbol{w}_k\right)}{\partial \boldsymbol{w}_k} \tag{4.18}$$

ausdrücken lässt (Eichhorn 2005).

Das stochastische Modell ergibt sich durch Einsetzen von $\mathbf{T}_{k,k+1}, \mathbf{B}_{k,k+1}$ und $\mathbf{C}_{k,k+1}$ in (4.2). Es beschreibt mit

$$\boldsymbol{\Sigma}_{\bar{x}\bar{x},k+1} = \mathbf{T}_{k,k+1} \cdot \boldsymbol{\Sigma}_{\hat{x}\hat{x},k} \cdot \mathbf{T}_{k,k+1}^{\mathrm{T}} + \mathbf{B}_{k,k+1} \cdot \boldsymbol{\Sigma}_{uu,k} \cdot \mathbf{B}_{k,k+1}^{\mathrm{T}} + \mathbf{C}_{k,k+1} \cdot \boldsymbol{\Sigma}_{ww,k} \cdot \mathbf{C}_{k,k+1}^{\mathrm{T}} \tag{4.19}$$

die Kovarianzmatrix des prädizierten Zustandsvektors.

Auch im Beobachtungsmodell wird direkt das nichtlineare Modell,

$$\bar{\boldsymbol{l}}_{k+1} = \boldsymbol{a}_{k+1}\left(\bar{\boldsymbol{x}}_{k+1}\right), \tag{4.20}$$

verwendet. Für die stochastische Modellierung wird nach Ramm (2008) eine Taylor-Reihen-Entwicklung für den Linearisierungspunkt $\bar{\boldsymbol{x}}_{k+1}$ durchgeführt. Werden wieder die Terme höherer Ordnung vernachlässigt, so liegt

$$\boldsymbol{l}_{k+1} = \mathbf{A}_{k+1} \cdot \bar{\boldsymbol{x}}_{k+1} + \epsilon_{k+1} \tag{4.21}$$

als Approximation von (4.20) vor (siehe (4.4)). Die Jacobi-Matrix $\mathbf{A}_{k+1}$ bildet sich somit aus dem nichtlinearen Beobachtungsmodell (4.20),

$$\mathbf{A}_{k+1} = \left.\frac{\partial \boldsymbol{a}_{k+1}\left(\boldsymbol{x}_{k+1}\right)}{\partial \boldsymbol{x}_{k+1}}\right|_{\boldsymbol{x}_{k+1} = \bar{\boldsymbol{x}}_{k+1}}. \tag{4.22}$$

Ähnlich wie beim diskreten Kalman-Filter können auf Grundlage des Beobachtungsmodells in (4.20) und von vorliegenden Beobachtungen $\boldsymbol{l}_{k+1}$ die Innovationen bestimmt werden,

$$\boldsymbol{d}_{k+1} = \boldsymbol{l}_{k+1} - \boldsymbol{a}_{k+1}\left(\bar{\boldsymbol{x}}_{k+1}\right), \tag{4.23}$$

während für die zugehörige Kovarianzmatrix $\boldsymbol{\Sigma}_{dd,k+1}$,

$$\boldsymbol{\Sigma}_{dd,k+1} = \boldsymbol{\Sigma}_{ll,k+1} + \mathbf{A}_{k+1} \cdot \boldsymbol{\Sigma}_{\bar{x}\bar{x},k+1} \cdot \mathbf{A}_{k+1}^{\mathrm{T}}, \tag{4.24}$$

die erzeugte zeitvariable Matrix $\mathbf{A}_{k+1}$ eingesetzt wird. Da prinzipiell Ausreißer in Form von Innovationen, die sich deutlich von Null unterscheiden, auftreten können, sollte an dieser Stelle ein innovationen-basierter Ausreißertest durchgeführt werden (Heunecke 1995; Ramm 2008). Dieser wird in Kap. 4.2 näher beschrieben.

Unter Verwendung von (4.19), (4.22) und (4.24) kann die Verstärkungsmatrix $\mathbf{K}_{k+1}$ des EKFs erzeugt werden (siehe (4.8)),

$$\mathbf{K}_{k+1} = \mathbf{\Sigma}_{\bar{x}\bar{x},k+1} \cdot \mathbf{A}_{k+1}^{\mathrm{T}} \cdot \mathbf{\Sigma}_{dd,k+1}^{-1}, \tag{4.25}$$

die wiederum, wie auch beim diskreten Kalman-Filter, zur Berechnung des aufdatierten Zustandsvektors $\hat{\boldsymbol{x}}_{k+1}$,

$$\hat{\boldsymbol{x}}_{k+1} = \bar{\boldsymbol{x}}_{k+1} + \mathbf{K}_{k+1} \cdot \boldsymbol{d}_{k+1}, \tag{4.26}$$

und der zugehörigen Kovarianzmatrix $\mathbf{\Sigma}_{\hat{x}\hat{x},k+1}$,

$$\mathbf{\Sigma}_{\hat{x}\hat{x},k+1} = \mathbf{\Sigma}_{\bar{x}\bar{x},k+1} - \mathbf{K}_{k+1} \cdot \mathbf{\Sigma}_{dd,k+1} \cdot \mathbf{K}_{k+1}^{\mathrm{T}}, \tag{4.27}$$

zum Einsatz kommt.

$\hat{\boldsymbol{x}}_{k+1}$ und $\mathbf{\Sigma}_{\hat{x}\hat{x},k+1}$ können damit in der nächsten Epoche als Eingangsdaten für das Systemmodell verwendet werden.
Es ist zu beachten, dass es sich beim EKF aufgrund der für das stochastische Modell vorgenommenen Linearisierungen um einen suboptimalen Filteralgorithmus handelt. Dieser ermöglicht jedoch in vielen Fällen eine ausreichend genaue Schätzung des Systemzustands bei vertretbarem Rechenaufwand (siehe Wendel 2011).

4.1.2.2 Linearisiertes Kalman-Filter

Wie beim erweiterten Kalman-Filter wird auch für das linearsisierte Kalman-Filter eine Taylor-Reihen-Entwicklung für die nichtlinearen Modelle (4.12) und (4.11) durchgeführt (Gelb 1974; Grewal und Andrews 2008).

Im Gegensatz zum EKF werden beim linearisierten Kalman-Filter nicht die Systemzustände selbst sondern die Fehler in den Systemzuständen,

$$\dot{\tilde{\boldsymbol{x}}}_{k+1} = f\left(\tilde{\boldsymbol{x}}_k, \boldsymbol{u}_k\right) - f\left(\hat{\boldsymbol{x}}_k, \boldsymbol{u}_k\right) = \mathbf{T}_{k,k+1} \cdot \left(\tilde{\boldsymbol{x}}_k - \hat{\boldsymbol{x}}_k\right) + \mathbf{B}_{k,k+1} \cdot \left(\tilde{\boldsymbol{u}}_k - \boldsymbol{u}_k\right) \ldots \tag{4.28}$$

$$\boldsymbol{a}_{k+1}\left(\tilde{\boldsymbol{x}}_{k+1}\right) - \boldsymbol{a}_{k+1}\left(\bar{\boldsymbol{x}}_{k+1}\right) = \mathbf{A}_{k+1} \cdot \left(\tilde{\boldsymbol{x}}_{k+1} - \bar{\boldsymbol{x}}_{k+1}\right) + \ldots, \tag{4.29}$$

prädiziert (Gelb 1974; Wendel 2011), woraus sich die alternative Bezeichnung *Error State Space Kalman-Filter* ableitet. Basierend auf (4.28) werden in Wendel (2011) die Abweichungen zwischen dem wahren und dem geschätzten Systemzustand $\Delta\dot{\boldsymbol{x}} = \dot{\tilde{\boldsymbol{x}}} - \dot{\hat{\boldsymbol{x}}}_k$ im Prädiktionsmodell betrachtet, wobei die für die Linearisierung verwendete Taylor-Reihen-Entwicklung um den Linearisierungspunkt $\tilde{\boldsymbol{x}} = \hat{\boldsymbol{x}}$ und $\tilde{\boldsymbol{u}} = \boldsymbol{u}$ wieder nach dem Term erster Ordnung abgebrochen wird. Wird, wie in Wendel (2011) und Grewal und Andrews (2008) dargestellt, der modellierte Systemzustand durch

$$\dot{\tilde{\boldsymbol{x}}}_k = f\left(\hat{\boldsymbol{x}}_k\right) + \mathbf{B}_{k,k+1} \cdot \boldsymbol{u}_k \tag{4.30}$$

approximiert, kann (4.28) durch Differenzbildung zur eigentlichen Prädiktionsgleichung

$$\Delta\dot{\boldsymbol{x}}_k = \mathbf{T}_{k,k+1} \cdot \Delta\boldsymbol{x}_k + \mathbf{C}_{k,k+1} \cdot \boldsymbol{w}_k \tag{4.31}$$

vereinfacht werden, wobei sich die enthaltenen Jacobi-Matrizen mit (4.16) - (4.18) bestimmen lassen. Dabei wird in (4.30) wiederum $E\left(\boldsymbol{w}_k\right) = 0$ angenommen.
(4.31) folgt somit der Empfehlung von Maybeck (1982) indem $\Delta\boldsymbol{u}_k = 0$ angenommen wird, da sonst die Annahme von relativ kleinen Schätzfehlern $\Delta\dot{\boldsymbol{x}}_k$ nicht mehr zutreffend ist. Nur unter dieser Annahme kann jedoch ein nicht-lineares Modell durch eine Linearisierung ausgedrückt werden.
Während der eigentliche Zustandsvektor außerhalb des linarisierten Kalman-Filters bestimmt wird (Gelb 1974),

$$\dot{\hat{\boldsymbol{x}}}_{k+1} = f\left(\tilde{\boldsymbol{x}}_k\right) + \Delta\dot{\boldsymbol{x}}_k, \tag{4.32}$$

erfolgt die stochastische Modellierung analog zu (4.19), wobei für die Jacobi-Matrizen in (4.16) - (4.18) der nominale Systemzustand $\boldsymbol{x}_k^{nom}$ als Linearisierungspunkt gewählt wird, der bereits a-priori bekannt ist. Wendel (2011) schlägt hingegen vor $\boldsymbol{x}_k^{nom}$ durch den außerhalb des Filters bestimmten Systemzustand $\hat{\boldsymbol{x}}_k$ zu ersetzen.

Analog zum Vorgehen im Systemmodell, werden auch die Innovationen auf Grundlage der nichtlinearen Beobachtungsgleichung und einer anschließenden Linearisierung mit

$$\boldsymbol{d}_{k+1} = \boldsymbol{l}_{k+1} - \boldsymbol{a}_{k+1}\left(\tilde{\boldsymbol{x}}_{k+1}\right) - \mathbf{A}_{k+1} \cdot \left(\bar{\boldsymbol{x}}_{k+1} - \tilde{\boldsymbol{x}}_{k+1}\right) \tag{4.33}$$

ausgedrückt (Gelb 1974). Die in (4.22) aus den Gleichungen $a_{k+1}\left(\boldsymbol{x}_k\right)$ gebildete Jacobi-Matrix $\mathbf{A}_{k+1}$ ersetzt $\mathbf{A}$ in (4.5), (4.6) und in (4.8). Die aufdatierten Zustandsgrößen und ihre Kovarianzmatrix werden anschließend, wie beim diskreten linearen Kalman-Filter, aus (4.7) und (4.9) bestimmt.

Für eine detailliertere Betrachtung des linearisierten Kalman-Filters wird an dieser Stelle auf Gelb (1974), Maybeck (1982) und Wendel (2011) verwiesen.

4.1.2.3 Vergleich von Filteransätzen

Obwohl beide Filter, das erweiterte Kalman-Filter und das linearisierte Kalman-Filter, formal für die Schätzung des Systemzustands bei nichtlinearen Modellen einsetzbar sind, eignet sich das linearisierte Kalman-Filter eher für die Anwendung bei nahezu linearen Modellen. Grewal und Andrews (2008) bezeichnen diese als *quasilinear*. Da bei einem stark nicht-linearen Systemverhalten durch Vernachlässigung der Terme höherer Ordnung der Linearisierungsfehler bei der Bestimmung der Zustandsgrößen ansteigt, wird mit dem linearisierten Kalman-Filter allgemein eine geringere Filtergenauigkeit als beim EKF erreicht (Gelb 1974). Um weiterhin von der Annahme $E\left(\boldsymbol{w}_k\right) = 0$ ausgehen zu können, müsste hier das Systemrauschen angepasst werden (Ramm 2008), da es in diesem Fall größer wird. Allgemein empfehlen Grewal und Andrews (2008) den Einsatz des linearisierten Kalman-Filter bei Voranalysen zur Genauigkeitsabschätzung.

Um beim Filterprozess Einschränkungen bei der Bestimmung der Zustandsgrößen aufgrund von Linearisierungsfehlern weitestgehend zu umgehen, wird hier im weiteren Verlauf ein erweitertes Kalman-Filter eingesetzt. Dieses Filter bietet den zusätzlichen Vorteil, dass es sich auch programmiertechnisch effizient implementieren lässt und somit für eine Anwendung in Echtzeit eignet, die im Rahmen des Projekts HydrOs gefordert war.

Eine Alternative zum Einsatz des EKFs stellt das sogenannte Unscented Kalman-Filter (UKF) dar, das hier jedoch nicht implementiert ist. Das UKF ist ein Sigma-Point Kalman-Filter und wurde erstmals von Julier und Uhlmann (1997) vorgestellt. Auch in diesem Fall wird das System durch eine System- und durch eine Beobachtungsgleichung beschrieben. Die geschätzten Zuständsgrößen bzw. die zugehörigen Kovarianzen werden in diesem Fall jedoch nicht durch eine Linearisierung der System- und Beobachtungsgleichungen bestimmt. Stattdessen wird eine sogenannte *Unscented Transformation* verwendet, bei der zunächst $2n+1$ Sigma-Punkte $\mathcal{X}_i$ erzeugt werden, mit deren Hilfe die Schätzung des neuen Systemzustands durchgeführt wird. Durch die Verwendung mehrerer Sigma-Punkte kann insbesondere bei stark nicht-linearen Modellen ein sehr gutes Filterergebnis erreicht werden. Die Eignung eines UKFs für Anwendungen im Bereich Navigation wird in zahlreichen Publikationen aufgezeigt. Exemplarisch wird an dieser Stelle auf Merwe et al. (2004) und Allotta et al. (2015) verwiesen.

Muss davon ausgegangen werden, dass die im Filterprozess verwendeten Komponenten des stochastischen Modells oder auch das Systemmodell selbst a-priori nicht ausreichend genau beschrieben werden kann, so kann ein adaptives Filter eingesetzt werden (Gelb 1974; Heunecke 1995).

4.2 Behandlung von Abweichungen im Systemverhalten

Bei einem Vermessungsschiff handelt es sich um ein System, das stark von seinem dynamischen Verhalten beeinflusst wird. Kommt es während einer Fahrt zu einer deutlichen Änderung der dynamischen Einflüsse, so bewirken diese teilweise, dass die innerhalb des EKFs geschätzte Zustandsgrößen $\boldsymbol{x}_{k+1}$ nicht mehr die optimale Schätzung repräsentieren. Im Extremfall kann es gar zu einer divergierenden Filterlösung kommen. Breitenfeld et al. (2015) nennen als Gründe hierfür

- eine unzureichende deterministische Modellierung des realen Bewegungsverhaltens,
- unzureichende Kenntnisse bzw. falsche Annahmen im stochastischen Modell, vor allem in der Kovarianzmatrix der Beobachtungsgrößen $\boldsymbol{\Sigma}_{ll,k+1}$ und der Kovarianzmatrix der Störgrößen $\boldsymbol{\Sigma}_{ww,k+1}$ und
- Ausreißer in den Beobachtungsgrößen $\boldsymbol{l}_{k+1}$, die sich als Änderung in der jeweiligen Verteilungsfunktion auswirken (farbiges Rauschen).

Um zumindest letztere beiden Ursachen für eine unzureichende Schätzung der Zustandsgrößen bei der Datenprozessierung im EKF zu vermeiden, werden in Breitenfeld et al. (2015) zum einen eine Schätzung der Varianzkomponenten vorgeschlagen, zum anderen wird ein Ausreißertest durchgeführt.

4.2.1 Ausreißertests

Mit dem EKF soll nicht nur eine dauerhafte Verfügbarkeit der geschätzten Zustandsgrößen sicher gestellt werden, sondern auch gewährleistet werden, dass diese Schätzungen korrekt sind. Um dies zu erreichen, muss untersucht werden, ob es zwischen den Größen in $\bar{\boldsymbol{x}}_{k+1}, \boldsymbol{l}_{k+1}$ und $\boldsymbol{u}_{k+1}$ zu Unverträglichkeiten kommt. Diese werden durch unzureichend bestimmte Varianzkomponten in $\Sigma_{uu,k}, \Sigma_{ww,k}$ und $\Sigma_{ll,k}$, aber auch durch Ausreißer verursacht.

Bevor der Update-Schritt durch (4.26) und (4.27) durchgeführt wird, müssen alle Ausreißer detektiert und eliminiert werden. Hierzu wird ein geeigneter Ausreißertest durchgeführt. Ramm (2008) adaptiert zu diesem Zweck die Vorgehensweise nach Pelzer (1987) für die Anwendung im Kalman-Filter bzw. im EKF. Für ein ideales Filter und nicht-fehlerbehaftete Messgrößen kann idealerweise $E\left(\boldsymbol{d}_{k+1}\right) = 0$ angenommen werden. Dies wird als Nullhypothese

$$H_0: \quad E\left(\boldsymbol{d}_{k+1}\right) = 0 \tag{4.34}$$

des Globaltests definiert. Zur Überprüfung der Hypothese wird eine Testgröße

$$F = \frac{s_{0,k+1}^2}{s_0^2} = \frac{\boldsymbol{d}_{k+1}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\Sigma}_{dd,k+1}^{-1} \boldsymbol{d}_{k+1}}{s_0^2 \cdot n_{l,k+1}} \sim F_{n_{l,k+1},f} \tag{4.35}$$

mit
- f - Anzahl der Freiheitsgrade,
- s_0^2 - a-priori Varianz,
- $n_{l,k+1}$ - Anzahl der Beobachtungen zur Epoche t_{k+1},
- $F_{n_{l,k+1},f}$ - Quantil der Fisher-Verteilung,

definiert (Ramm 2008), die der Einheitsvarianz entspricht. Wird H_0 für eine Epoche t_{k+1} verworfen, zeigt der Globaltest eine Unverträglichkeit von $\bar{\boldsymbol{x}}_{k+1}$ und $\boldsymbol{l}_{k+1}$ an. Zur Identifikation der verantwortlichen Größe(n) wird ein Lokaltest durchgeführt. Heunecke et al. (2013) betonen jedoch, dass die Verwendung des Vektors $\bar{\boldsymbol{x}}_{k+1}$ dabei in vielen Fällen zu einem nicht kontrollierbaren Zwischenergebnis führt. Dies gilt insbesondere für ein System ohne Überbestimmung. Anstelle des Vektors

$$\boldsymbol{L}^{\mathrm{T}} = \begin{bmatrix} \bar{\boldsymbol{x}}_{k+1}^{T} & \boldsymbol{l}_{k+1}^{\mathrm{T}} \end{bmatrix} \tag{4.36}$$

und dem zugehörigen Vektor der Verbesserungen

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{v}_{\bar{x},k+1} \\ \boldsymbol{v}_{l,k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{k+1} \\ -\mathbf{Q}_{ll,k+1}\Sigma_{dd,k+1}^{-1} \end{bmatrix} \boldsymbol{d}_{k+1}, \tag{4.37}$$

wird in Breitenfeld et al. (2015) aus diesem Grund der Vektor

$$\boldsymbol{L}^{\mathrm{T}} = \begin{bmatrix} \hat{\boldsymbol{x}}_k^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{u}_k^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{w}_k^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{l}_{k+1}^{\mathrm{T}} \end{bmatrix} \tag{4.38}$$

auf Unverträglichkeiten untersucht. Nach Heunecke et al. (2013) folgt die Adaption von (4.36) zu (4.38) aus einer alternativen Herleitung des (erweiterten) Kalman-Filters. Dieses Vorgehen bietet den Vorteil, dass im Falle eines unverträglichen Zustands nicht nur er selbst identifiziert wird, sondern dass die Möglichkeit besteht, direkt die dafür verantwortlichen Eingangsgrößen der Systemgleichungen zu bestimmen. Hier wird angenommen, dass in (4.38) $E\left(\boldsymbol{w}_k\right) = \mathbf{0}$ gilt. Durch Umformung von (4.37) ergeben sich für die in (4.38) enthaltenen Pseudobeobachtungen die Verbesserungen (Breitenfeld et al. 2015)

$$\begin{bmatrix} \hat{\boldsymbol{v}}_{\hat{x},k} \\ \hat{\boldsymbol{v}}_{u,k} \\ \hat{\boldsymbol{v}}_{w,k} \\ \hat{\boldsymbol{v}}_{l,k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Sigma_{\hat{x}\hat{x},k}\, \mathbf{T}_{k,k+1}^{\mathrm{T}}\, \Sigma_{\bar{x}\bar{x},k+1}^{-1}\, \mathbf{K} \\ \Sigma_{uu}\, \mathbf{B}_{k,k+1}^{\mathrm{T}}\, \Sigma_{\bar{x}\bar{x},k+1}^{-1}\, \mathbf{K} \\ \Sigma_{ww}\, \mathbf{C}_{k,k+1}^{\mathrm{T}}\, \Sigma_{\bar{x}\bar{x},k+1}^{-1}\, \mathbf{K} \\ -\Sigma_{ll}\, \Sigma_{dd}^{-1} \end{bmatrix} \boldsymbol{d}_{k+1}. \tag{4.39}$$

Für die einzelnen Beobachtungsgruppen können damit nach Caspary und Wang (1998) und Heunecke et al. (2013) die jeweiligen Redundanzanteile

$$r_{\hat{x},k} = \sum_{j=1}^{n_x} r_{\hat{x},k,j} = \sum_{j=1}^{n_x} \boldsymbol{e}_j^{\mathrm{T}}\, \boldsymbol{\Sigma}_{\hat{x}\hat{x},k}\, \mathbf{T}_{k,k+1}^{\mathrm{T}}\, \mathbf{A}_{k+1}^{\mathrm{T}}\, \boldsymbol{\Sigma}_{dd,k+1}^{-1}\, \mathbf{A}_{k+1}\, \mathbf{T}_{k,k+1}\, \boldsymbol{e}_j, \tag{4.40}$$

$$r_{u,k} = \sum_{j=1}^{n_u} r_{u,k,j} = \sum_{j=1}^{n_u} \boldsymbol{e}_j^{\mathrm{T}}\, \boldsymbol{\Sigma}_{uu,k}\, \mathbf{B}_{k,k+1}^{\mathrm{T}}\, \mathbf{A}_{k+1}^{\mathrm{T}}\, \boldsymbol{\Sigma}_{dd,k+1}^{-1}\, \mathbf{A}_{k+1}\, \mathbf{B}_{k,k+1}\, \boldsymbol{e}_j, \tag{4.41}$$

$$r_{w,k} = \sum_{j=1}^{n_w} r_{w,k,j} = \sum_{j=1}^{n_w} \boldsymbol{e}_j^{\mathrm{T}}\, \boldsymbol{\Sigma}_{ww,k}\, \mathbf{C}_{k,k+1}^{\mathrm{T}}\, \mathbf{A}_{k+1}^{\mathrm{T}}\, \boldsymbol{\Sigma}_{dd,k+1}^{-1}\, \mathbf{A}_{k+1}\, \mathbf{C}_{k,k+1}\, \boldsymbol{e}_j, \tag{4.42}$$

$$r_{l,k+1} = \sum_{j=1}^{n_{l,k+1}} r_{l,k+1,j} = \sum_{j=1}^{n_{l,k+1}} \boldsymbol{e}_j^{\mathbf{T}}\, \boldsymbol{\Sigma}_{ll,k+1}\, \boldsymbol{\Sigma}_{dd,k+1}^{-1}\, \boldsymbol{e}_j \tag{4.43}$$

bestimmt werden, wodurch die Kontrollierbarkeit der in (4.38) enthaltenen Pseudobeobachtungen numerisch angegeben werden kann. Die Systemredundanz ergibt sich zu

$$r_{\hat{x},k} + r_{u,k} + r_{w,k} + r_{l,k+1} = n_{l,k+1}. \tag{4.44}$$

Um die Eingangsgrößen auch für nicht oder nur geringfügig überbestimmte Systeme auf Ausreißer untersuchen zu können, schlagen Heunecke et al. (2013) die Durchführung des *Data Snooping*-Ansatzes unter Verwendung einer für das Kalman-Filter bzw. das EKF angepassten Testgröße vor. Weitere Ausführungen zum *Data Snooping* nach Baarda (1968) finden sich in Niemeier (2008) und Jäger et al. (2005).

Eine Betrachtung des Ausreißertests auf Basis eines Signifikanztests im GAUSS-MARKOV-Modell wird in Koch (2004) beschrieben. Allgemein wird für die Testhypothese

$$\begin{aligned} H_0: \quad & v_{i,k} \sim N\left(0, \sigma_{v,i}\right) \qquad \text{mit} \quad i = \hat{\boldsymbol{x}}_{j,k}, \boldsymbol{u}_{j,k}, \boldsymbol{w}_{j,k}, \boldsymbol{l}_{j,k+1} \\ & \qquad\qquad\qquad\quad \text{und} \quad j = 1, \ldots, n_i \end{aligned} \tag{4.45}$$

die Testgröße

$$y_i = \frac{v_i}{\sigma_{v,i}} \sim N(0,1) \tag{4.46}$$

herangezogen. Die Testgrößen für die einzelnen Untervektoren in (4.38) nach Heunecke et al. (2013) sind in Tab. 4.1 aufgeführt.

Tab. 4.1: Lokaler Ausreißertest: Testgrößen der einzelnen Beobachtungsgruppen nach Heunecke et al. (2013)

Betracht. Größe	Testgröße	Index
$\hat{x}_k$	$y_{\hat{x},k+1,j} = \frac{\boldsymbol{e}_j^{\mathrm{T}} \mathbf{T}_{k+1,k}^{\mathrm{T}} \mathbf{A}_{k+1}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\Sigma}_{dd,k+1}^{-1} \boldsymbol{d}_{k+1}}{\sigma_0 \sqrt{\boldsymbol{e}_j^{\mathrm{T}} \mathbf{T}_{k+1,k}^{\mathrm{T}} \mathbf{A}_{k+1}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\Sigma}_{dd,k+1}^{-1} \mathbf{A}_{k+1} \mathbf{T}_{k+1} \boldsymbol{e}_j}}$	$j = 1, \ldots, n_x$
u_k	$y_{u,k+1,j} = \frac{\boldsymbol{e}_j^{\mathrm{T}} \mathbf{B}_{k+1,k}^{\mathrm{T}} \mathbf{A}_{k+1}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\Sigma}_{dd,k+1}^{-1} \boldsymbol{d}_{k+1}}{\sigma_0 \sqrt{\boldsymbol{e}_j^{\mathrm{T}} \mathbf{B}_{k+1,k}^{\mathrm{T}} \mathbf{A}_{k+1}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\Sigma}_{dd,k+1}^{-1} \mathbf{A}_{k+1} \mathbf{B}_{k+1} \boldsymbol{e}_j}}$	$j = 1, \ldots, n_u$
w_k	$y_{w,k+1,j} = \frac{\boldsymbol{e}_j^{\mathrm{T}} \mathbf{C}_{k+1,k}^{\mathrm{T}} \mathbf{A}_{k+1}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\Sigma}_{dd,k+1}^{-1} \boldsymbol{d}_{k+1}}{\sigma_0 \sqrt{\boldsymbol{e}_j^{\mathrm{T}} \mathbf{C}_{k+1,k}^{\mathrm{T}} \mathbf{A}_{k+1}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\Sigma}_{dd,k+1}^{-1} \mathbf{A}_{k+1} \mathbf{C}_{k+1} \boldsymbol{e}_j}}$	$j = 1, \ldots, n_w$
l_{k+1}	$y_{l,k+1,j} = \frac{\boldsymbol{e}_j^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\Sigma}_{dd,k+1}^{-1} \boldsymbol{d}_{k+1}}{\sigma_0 \sqrt{\boldsymbol{e}_j^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\Sigma}_{dd,k+1}^{-1} \boldsymbol{e}_j}}$	$j = 1, \ldots, n_{l,k+1}$

Kann im Lokaltest ein Ausreißer identifiziert werden, so wird dieser mit einem geringen Gewicht bzw. einer hohen Varianz in der zugehörigen Kovarianzmatrix versehen. Der Auswerteprozess wird nun so lange wiederholt, bis alle Ausreißer identifiziert sind und H_0 akzeptiert werden kann.

Detektierte Ausreißer in $\hat{\boldsymbol{x}}_k$ deuten auf eine unzureichende Modellierung des Bewegungsverhaltens im Prädiktionsmodell oder ein nicht zutreffendes Beobachtungsmodell hin. Werden im Lokaltest durchgängig Ausreißer in $\hat{\boldsymbol{x}}_k$ detektiert, so ist eine Verfeinerung der Modellgleichungen erforderlich. Ausreißer, die nur in einzelnen Epochen t_k erscheinen, werden durch einen Eingriff in die Kovarianzmatrix $\boldsymbol{\Sigma}_{\hat{x}\hat{x},k}$ behoben. Um in der vollbesetzten Matrix die als abweichend detektierte Zustandsgröße $\hat{\boldsymbol{x}}_{i,k}$ mit einer größeren Varianz zu versehen, wird in Breitenfeld et al. (2015) eine Cholesky-Zerlegung für $\boldsymbol{\Sigma}_{\hat{x}\hat{x},k}$ umgesetzt. Sie wird durch

$$\boldsymbol{\Sigma}_{\hat{x}\hat{x},k} = \mathbf{G}_k \cdot \mathbf{G}_k^{\mathrm{T}} \tag{4.47}$$

in die Dreiecksmatrix $\mathbf{G}_k$ zerlegt. Zur Erhöhung der Varianz für die i-te Zustandsgröße(n), d. h. die als Ausreißer klassifizierte(n) Zustandsgröße(n), wird eine Gewichtungsmatrix $\mathbf{W}$ eingeführt. Auf ihrer Hauptdiagonalen ist/sind das/die i-te(n) Element(e) wieder mit einem großen Faktor besetzt, während die restlichen Hauptdiagonalelemente 1 sind. Durch Verwendung der adaptierten Kovarianzmatrix

$$\boldsymbol{\Sigma}_{\hat{x}\hat{x},k}^{*} = \mathbf{G}_k \cdot \mathbf{W} \cdot \mathbf{G}_k^{\mathrm{T}} \tag{4.48}$$

in (4.19) geht die Zustandsgröße bzw. -größen bei einer erneuten Schätzung von $\hat{\boldsymbol{x}}_{k+1}$ mit einem geringeren Gewicht ein (Breitenfeld et al. 2015). Wird ein Ausreißer in $\hat{\boldsymbol{v}}_{w,k}$ identifiziert, so wird $\boldsymbol{\Sigma}_{ww}$ durch Einsatz der in Kap. 4.2.2 beschriebenen Methoden angepasst. Darüberhinaus detektierte Ausreißer in den Beobachtungsgrößen $\boldsymbol{l}_{k+1}$ oder einer Stellgrößen in $\boldsymbol{u}_k$ werden durch die Eliminierung der entsprechenden gemessenen Größe gelöst. Im hier implementierten Fall wird die zugehörige Varianz in $\boldsymbol{\Sigma}_{ll,k+1}$ bzw. $\boldsymbol{\Sigma}_{uu,k}$ mit einem sehr großen Faktor multipliziert, so dass die entsprechende Größe im Filterprozess mit einem sehr geringen Gewicht versehen ist (Breitenfeld et al. 2015).

4.2.2 Varianzkomponentenschätzung

Um Unverträglichkeiten, die durch veränderte und nicht erfassbare äußere Bedingungen verursacht werden, zu kompensieren, schlagen Breitenfeld et al. (2015) eine a-posteriori Schätzung der Varianzkomponenten mit der von Wang (1997) und Caspary und Wang (1998) beschriebenen Methode vor. Dieser Ansatz basiert auf Förstner (1979). Besonders für das stochastisch modellierte Störrauschen ist solch eine Schätzung sinnvoll, da in der hier betrachteten Anwendung beispielsweise durch passierende Schiffe temporär zusätzliche Einflüsse auf das System einwirken können. Aus diesem Grund wird die Varianzkomponentenschätzung hier anhand einer Anpassung des Systemrauschens erklärt. Wang (2009) und Breitenfeld et al. (2015) führen aus, dass die Schätzung der Varianzkomponenten prinzipiell für alle der in (4.38) enthaltenen Größen durchgeführt werden kann.

Die a-posteriori Varianzschätzung nach Wang (2009) erfolgt für das Systemrauschen unter Verwendung von (4.39) und (4.42) (Breitenfeld et al. 2015). Für die Verbesserungen $v_{w_j,k}$ einer Epoche t_k lassen sich die Varianzkomponenten

$$\hat{\sigma}^2_{w_j,k} = \frac{v^2_{w_j,k}}{r_{w_j,k}} \tag{4.49}$$

bestimmen. Caspary und Wang (1998) bezeichnen $\hat{\sigma}^2_{w_j,k}$ als lokalen Varianzfaktor. Wang (2009) schlägt anstelle von (4.49) die Verwendung eines kumulativen Varianzfaktors vor,

$$\hat{\sigma}^2_{w_j,k} = \frac{\sum\limits_{i=0}^{(k-1)} v^2_{w,j,k-i}}{\sum\limits_{i=0}^{(k-1)} r_{w,j,k+i}}, \tag{4.50}$$

für den die Verbesserungen und die Redundanzen der bisherigen Epochen miteinbezogen werden. Mit diesem Ansatz kann eine Varianzkomponentenschätzung ausgeführt werden, mit der sich die einzelnen Varianzen immer mehr an die global geschätzten Varianzkomponenten annähern. Dabei wird jedoch angenommen, dass es zu keinen abschnittsweisen Änderungen des Varianzniveaus kommt. Diese Annahmen ist bei den hier betrachteten Daten nicht immer zutreffend. Insbesondere bei Kurvenfahrten ist von einem veränderten Varianzniveau auszugehen. Die mit (4.50) im Post-Processing über die gesamte Zeitreihe geschätzten globale Varianzkomponenten können bei einer erneuten Prozessierung der Messdaten im EKF jedoch als a-priori bekannte Varianzkomponenten der Störgrößen verwendet werden.

Da bei einer kinematischen Messung in der Realität mit einem veränderlichen Varianzniveau gerechnet werden muss, können die Varianzen in der Störgrößenmatrix angepasst werden, indem lediglich die direkt vorangegangenen m Epochen (t_{k-i}, mit $i = m, \ldots, 0$) bei der Varianzkomponentenschätzung

$$\hat{\sigma}^2_{w_j,k} = \frac{\sum\limits_{i=0}^{m} v^2_{w,j,k-i}}{\sum\limits_{i=0}^{m} r_{w,j,k-i}} \tag{4.51}$$

verwendet werden (Breitenfeld et al. 2015). Es wird von der Annahme ausgegangen, dass die Varianz für einen gewissen (regionalen) Zeitabschnitt konstant bleibt. Aus diesem Grund werden (4.51) nach Caspary und Wang (1998) als regionale Varianzkomponenten bezeichnet.

Breitenfeld et al. (2015) adaptieren die regionale Varianzkomponentenschätzung zu einer gewichteten Varianzkomponentenschätzung. Dabei wird davon ausgegangen, dass der Einfluss des Störrauschens der vorangehenden Epochen $\sigma_{w,i,l}$ (mit $l = k, \ldots, k-\tau$) proportional zur Autokorrelationsfunktion $\hat{R}_{XX}(l)$ abnimmt. Diese Erhaltungsneigung der Messgrößen wird in Ramm (2008) durch eine Modellierung des roten Rauschens mit-

hilfe eines adaptiven Formfilters berücksichtigt. Hierbei wird jedoch immer nur die Abweichung zur Epoche $k-1$ miteinbezogen. Zur Berechnung der jeweiligen gewichteten Störgrößenvarianz

$$\sigma^p_{w,i,k} = \frac{\sum\limits_{l=k-\tau}^{k-1} p_{i,l} \cdot \sigma_{w,i,l}}{\sum\limits_{l=k-\tau}^{k-1} p_{i,l}}. \tag{4.52}$$

wird eine Gewichtsfunktion $p_{i,l}$ definiert (Breitenfeld et al. 2015),

$$p_{i,l} = \exp\left(-\tau^b \frac{\ln\left(\epsilon\left(\hat{R}_{XX}\right)\right)}{T^b}\right) = \exp\left(-\beta^b \tau^b\right)), \tag{4.53}$$

mit b - Ordnung der Exponentialfunktion,
T - Dauer der Erhaltungsneigung von $\hat{R}_{XX}$,
ϵ - autokorrelations-basierter Wert,
β - Dämpfungsparameter,

die hier in die Schreibweise nach Ramm (2008) übertragen wird. Die Parameter b, τ, β können jeweils aus den Ergebnisses der Autokorrelationsanalyse abgeleitet werden (siehe Kap. Abschnitt 5.1.4).

Bei der Varianzkomponentenschätzung für die Störgrößen wird angenommen, dass allein die nicht berücksichtigten Störgrößen für Variationen im Systemverhalten verantwortlich sind. Um dies zur verifizieren, können zusätzlich die Varianzfaktoren $\hat{\sigma}^2_{l_j,k}$ und $\hat{\sigma}^2_{u_j,k}$ geschätzt werden. Im Allgemeinen kann davon ausgegangen werden, dass die sensortypischen Werte $\sigma_{l_j,k}$ globale Gültigkeit besitzen. Kommt es jedoch aufgrund von äußeren Einwirkungen zu einer Veränderung der Sensoreigenschaften, kann dies mithilfe von regionalen Varianzfaktoren nachgewiesen werden.

Wird beim in Kap. 4.2.1 beschriebenen Ausreißertest eine Unverträglichkeit aufgrund des angenommenen Systemrauschens festgestellt, so muss für das entsprechende Element $v_{w_j,k}$ die zugehörige Varianz in der Diagonalmatrix $\mathbf{\Sigma}_{ww,k}$ durch $\hat{\sigma}^2_{w_j,k}$ (4.49) ersetzt werden (Breitenfeld et al. 2015). Hu et al. (2003) stellen diese Vorgehensweise für das adaptive Kalman-Filter vor.

Alternativ können die Varianzkomponenten $\hat{\sigma}^2_{w_j,k}$ laufend mitgeschätzt werden, so dass $\mathbf{\Sigma}_{ww}$ in jeder Epoche an die realen Gegebenheiten angepasst wird. Auf diese Vorgehensweise wird in dieser Arbeit verzichtet, da die erhöhte Rechenzeit eine Prozessierung der Messdaten in Echtzeit erschwert.

Bei einer allgemeinen Unverträglichkeit des Systemrauschens in $\mathbf{\Sigma}_{ww}$ werden in der Literatur verschiedene Ansätze vorgeschlagen, mit denen Σ_{ww} adaptiv geschätzt werden kann. Exemplarisch seien hier Mohamed und Schwarz (1999), Ding et al. (2007) und Almagbile et al. (2010) genannt.

4.3 Modellierung des Bewegungsverhaltens eines Schiffs

Um eine Georeferenzierung der hydrographischen Messdaten vornehmen zu können, sollen mithilfe eines EKFs die räumlichen Orientierungswinkel $\mathbf{\Theta}_k$ und die Position $\boldsymbol{p}^N_k$ eines definierten Referenzpunkts auf dem Vermessungsschiff zum Zeitpunkt t_k geschätzt werden. Dazu muss zunächst ein geeignetes Prädiktionsmodell $f\left(\hat{\boldsymbol{x}}_k, \boldsymbol{u}_k\right)$ aufgestellt werden, das in (4.14) eingesetzt werden kann.
Dieses muss neben $\mathbf{\Theta}_k$ und $\boldsymbol{p}^N_k$ auch die am Referenzpunkt wirkenden Geschwindigkeitsvektor $\boldsymbol{v}^B_k$ und die Drehraten $\boldsymbol{\omega}^{I,B}_k$ umfassen, da diese Komponenten eine Änderung in $\mathbf{\Theta}_k$ und in $\boldsymbol{p}^N_k$ bewirken. Während der Einfluss von $\boldsymbol{v}^B_k$ und $\boldsymbol{\omega}^{I,B}_k$ auf $\mathbf{\Theta}_k$ und $\boldsymbol{p}^N_k$ vielfach in der Literatur behandelt wird (siehe beispielsweise Fossen 2011; Wendel 2011), muss für die Modellierung der Zustandsgrößen in $\boldsymbol{v}^B_k$ und $\boldsymbol{\omega}^{I,B}_k$ zunächst ein geeignetes Modell identifiziert werden.

4.3.1 Dynamische Bewegungsmodelle

Generell wird das Bewegungsverhalten eines Schiffs von den auf das System wirkenden Beschleunigungen $\boldsymbol{a}_k^B$ bzw. den zugehörigen Kräften F_i bestimmt. Jede der betrachteten Kräfte kann als Vektor $\boldsymbol{F}_i$ ausgedrückt werden, der aus den drei Drehmomenten $M_{i,x}, M_{i,y}, M_{i,z}$ und den einzelnen Kraftkomponenten $F_{i,x}, F_{i,y}, F_{i,z}$ besteht.

Bei der Identifikation der auf ein Schiff einwirkenden Kräfte wird in der Literatur zwischen der Beschreibung von Fahrtmanövern (*Maneuvring Theory*) und dem Verhalten bei Seegang (*Seakeeping Theory*) unterschieden (Fossen 2011).
Als Fahrtmanöver wird die Vorwärtsbewegung mit näherungsweise konstanter Geschwindigkeit angesehen, die in einem geschützten Bereich ohne Wellenbewegungen stattfindet. Aus diesem Grund werden meist nur die Lagekomponenten der Schiffsbewegung betrachtet.
In diesem Fall setzt sich die resultierende Gesamtkraft $\boldsymbol{F}_{ges}^{mnv}$ im einzelnen aus

$$\boldsymbol{F}_{ges}^{mnv} = \boldsymbol{F}_{hyd} + \boldsymbol{F}_{hs} + \boldsymbol{F}_{Wind} + \boldsymbol{F}_{Welle} + \boldsymbol{F}_{Contr}, \tag{4.54}$$

mit
- $\boldsymbol{F}_{hyd}$ - hydrodynamische Kraft (kumulativ betrachtet),
- $\boldsymbol{F}_{hs}$ - hydrostatische Kraft,
- $\boldsymbol{F}_{Wind}$ - windinduzierte Kraft,
- $\boldsymbol{F}_{Welle}$ - welleninduzierte Kraft,
- $\boldsymbol{F}_{Contr}$ - durch Schiffsantrieb und -steuerung wirkende Kraft,

zusammen (Fossen 1994; Fossen 2011).

Eine Berücksichtigung der Höhenkomponente findet sich in der *Seakeeping Theory* wieder. Traditionell wird dabei die Bewegung mit konstanter Geschwindigkeit relativ zum Wasser oder gar eine ruhende Position vorausgesetzt (Fossen 2011). Hierbei werden die auf das Schiff treffenden Wellen- und Windkräfte sowie die Auswirkungen der Schiffslenkungen betrachtet. Bei der Bestimmung der resultierenden Kraft $\boldsymbol{F}_{ges}^{sk}$,

$$\boldsymbol{F}_{ges}^{sk} = \boldsymbol{F}_{Wind} + \boldsymbol{F}_{Welle} + \boldsymbol{F}_{Contr}, \tag{4.55}$$

werden auch vertikal wirksame Komponenten einbezogen.
Eine Integration von $\boldsymbol{F}_{hyd}$ und $\boldsymbol{F}_{hs}$ in die *Seakeeping Theory* führt Fossen (2011) als *unified theory* auf.

Für die Beschreibung des Bewegungsverhaltens eines Schiffs finden sich eine Vielzahl von verschiedenen Modellen, die alle auf den physikalisch herleitbaren, kinetischen Systemgleichungen beruhen (siehe Fossen 1994; Gross et al. 2012). Viele dieser in der Literatur aufgeführten Modelle unterscheiden sich durch ihre Anpassung an einen bestimmten Schiffstyp. Dadurch können für die in (4.54) bzw (4.55) aufgeführten einzelnen Kraftkomponenten einige Vereinfachungen getroffen werden. Die Grundlage dieser Modelle bilden zumeist Überlegungen in Nomoto et al. (1957) und Davidson und Schiff (1946). Aus diesem Grund werden zunächst die darin beschriebenen Modellansätze vorgestellt.

4.3.1.1 Modell nach Nomoto

Nomoto et al. (1957) beschreiben ein einfaches, Heading-basiertes Bewegungsmodell, das auch heutzutage noch zum Einsatz kommt. Es basiert auf Überlegungen aus der Regelungstechnik. Nomoto et al. (1957) gehen davon aus, dass die Kontrolle der Lateralbewegung durch ein Schiffsruder erfolgt, d. h. es wird alleine die Auswirkung der Kraft der Schiffssteuerung $\boldsymbol{F}_{Contr}$ berücksichtigt. Die Differentialgleichung

$$T\ddot{\psi} + \dot{\psi} = K\delta, \tag{4.56}$$

mit T - Zeitkonstante,
K - Kreisverstärkungskonstante (Nomoto Modell 1. Ordnung),
ψ - Heading,
δ - Ruderwinkel,

wird als Nomoto Modell erster Ordnung bezeichnet. Durch Umformen von (4.56) entsteht die einfache Bewegungsgleichung

$$\ddot{\psi} = -\frac{1}{T}\dot{\psi} + \frac{K}{T}\delta. \tag{4.57}$$

Zimmermann (2000) erweitert dieses Modell um die Zustandsgröße Drift (β), wobei der ebenfalls als konstant angenommene Parameter k_{dr} in

$$\begin{bmatrix} \dot{\beta} \\ \dot{\omega}_z^{I,B} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{T} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{T} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \beta \\ \omega_z^{I,B} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{dr} \cdot \frac{K}{T} \\ \frac{K}{T} \end{bmatrix} \cdot \delta \tag{4.58}$$

eingeführt wird. Durch Addition der bestimmten Drehratenänderung $\dot{\omega}_{z,k}^{I,B}$ zum Zeitpunkt t_k und der bestimmten Drehrate $\omega_{z,k}^{I,B}$ kann die Drehrate $\omega_{z,k+1}^{I,B}$ prädiziert werden. Da

$$\dot{\psi}_k = \omega_{z,k}^{I,B} \tag{4.59}$$

gilt, kann mithilfe der Drehrate $\omega_{z,k}^{I,B}$ die Änderung im Heading-Winkel und damit das Heading ψ_{k+1} bestimmt werden. Um mithilfe dieser Zustandsgrößen eine zweidimensionale Position zu berechnen, geht Zimmermann (2000) von einer geradlinigen Bewegung in Schiffslängsgeschwindigkeit aus, wobei eine konstante Längsgeschwindigkeit v_x^B anliegt. Bei der Verwendung von (4.58) in einem Filteransatz stellt der variable Ruderwinkel δ_k die Stellgröße $\boldsymbol{u}_k$ der Systemgleichung dar.

Die Querkomponente wird in diesem Modell nur indirekt über den Zustand Driftwinkel beschrieben. Da zudem eine Abhängigkeit vom Ruderwinkel vorliegt, kann dieses Modell nicht für das in dieser Arbeit betrachtete Antriebssystem verwendet werden.

4.3.1.2 Modell nach Davidson und Schiff

Im Gegensatz zu Nomoto et al. (1957) betrachten Davidson und Schiff (1946) in ihrem Modell,

$$\begin{bmatrix} \dot{v}_y^B \\ \dot{\omega}_z^{I,B} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v_y^B \\ \omega_z^{I,B} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} \cdot \delta, \tag{4.60}$$

neben der Drehrate ω_z auch direkt die Geschwindigkeit in Schiffsquerrichtung v_y als Zustandsgröße. Es wird jedoch auch in diesem Fall von einer konstanten Geschwindigkeit in Schiffslängsrichtung ausgegangen. Die Parameter a_{ij} und b_i müssen durch Kalibrierfahrten bestimmt werden. In (4.60) ist, im Gegensatz zu (4.56), bereits eine Koppelung zwischen den beiden Zustandsgrößen v_y^B bzw. $\dot{v}_y^B$ und $\omega_z^{I,B}$ erkennbar. Aber auch dieses Modell ist durch die Abhängigkeit vom Ruderwinkel δ nicht direkt für den Einsatz am hier betrachteten Schiff einsetzbar.

4.3.1.3 Nichtlineare Modelle

Ein weiteres oft betrachtetes Bewegungsmodell ist das Modell nach Abkowitz (1964). Bei diesem nichtlinearen Modell werden neben der Kinetik eines als starren Körper angenommenen Schiffs zusätzliche externe Kräfte und Drehmomente eingebunden (siehe (4.54)). Nichtlineare Terme werden mithilfe einer Taylor-Reihen-Entwicklung dieser allgemeinen kinetischen Bewegungsgleichungen beschrieben. Die Reihenentwicklung wird nach Termen der dritten Ordnung abgebrochen (siehe Abkowitz 1969; Fossen 2011). Die in diesen Gleichungen

enthaltenen (konstanten) Parameter müssen wiederum aus den Daten von Kalibrierfahrten bestimmt werden. Inoue et al. (1981a) wählen in ihrem Ansatz eine abweichende Modellierung der hydrodynamischen Kräfte und der Antriebskräfte, die auf Kenntnissen der Strömungslehre basiert. Im einzelnen werden dabei die hydrodynamischen Kräfte an der Schiffshülle, der Schub durch die Schiffsschraube und die Ruderkräfte funktional formuliert. Durch die in Inoue et al. (1981b) erfolgten Untersuchungen kann die Anzahl der aus einer Linearisierung stammenden Koeffizienten stark reduziert werden (siehe Wulder 1992).

Neben diesen allgemein formulierten Modellen existieren eine große Anzahl von spezialisierten Modellen. Die Gültigkeit dieser Modelle beschränkt sich in den meisten Fällen auf lediglich eine Schiffsklasse wie beispielsweise Frachtschiffe. In vielen Fällen werden zudem Annahmen bezüglich der Fahrtgeschwindigkeit und -richtung sowie der Umgebung getroffen. Dafür beinhalten diese Modelle teilweise bereits eine (vereinfachte) Modellierung der hydrostatischen und hydrodynamischen Kräfte.

Einige dieser spezialisierten nichtlinearen Modelle werden hier exemplarisch genannt, wobei für nähere Ausführungen auf die weiterführende Literatur verwiesen wird.

- Norrbin (1971) definiert für Schiffe in tiefen, begrenzten Gewässern ein Manöver-Modell, in dem die von der Schiffsschraube und dem Ruder ausgewirkten Kräfte berücksichtigt werden (siehe Fossen 1994).
- Das Modell nach Son und Nomoto (1982) beschreibt das Bewegungsverhalten von schnellen Container-Schiffen mit Ruder in den Lagekomponenten und berücksichtigt zusätzlich eine Orientierungsänderung um die Rollachse (siehe Fossen 1994).
- Um den Seegang bei Installationen am Meeresgrund für stationäre Plattformen kompensieren zu können, entwickelt Küchler (2012) ein der *Seakeeping Theory* zuzuordnendes Modell. Die durch Wellen induzierten vertikalen Bewegungen werden dabei durch harmonische Schwingungen beschrieben.

Wulder (1992) untersucht auf Basis des in Inoue et al. (1981a) vorgestellten Modells eine ähnliche Aufgabenstellung wie in dieser Arbeit. Da sich das Antriebssystem der darin untersuchten Schiffe jedoch grundlegend von dem in Kap. 4.3.2.1 beschriebenen Antrieb unterscheidet, wird auf eine direkte Übernahme des von Wulder (1992) definierten Systemmodells verzichtet.

4.3.2 Systemmodell für Schiffe mit Propellerantrieb

Die in Breitenfeld et al. (2015) für das Projekt HydrOs entwickelten Systemgleichungen modellieren das dreidimensionale Bewegungsverhalten eines Vermessungsschiffs, welches von einem oder zwei drehbaren Ruderpropellern angetrieben wird. Dieses Modell wird im folgenden näher beschrieben und weiterentwickelt. Dazu wird zunächst von 12 Zustandsgrößen ausgegangen:

$$\boldsymbol{x}_k = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\omega}^{B,N\mathrm{T}} & \boldsymbol{v}^{B\mathrm{T}} & \boldsymbol{\Theta}^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{p}^{\mathrm{T}} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}.$$

Die Einzelvektoren werden hier nach ihrer Darstellungsweise in Fossen (2011) bezeichnet, während für die Zustandsgrößen selbst die Schreibweise nach Breitenfeld et al. (2015) verwendet wird. Im Einzelnen setzt sich der Zustandsvektor aus den folgenden Zustandsgrößen zusammen:

$$\boldsymbol{\omega}^{B,N} = \begin{bmatrix} \omega_{x,k}^{B,N} \\ \omega_{y,k}^{B,N} \\ \omega_{z,k}^{B,N} \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{v}^{B} = \begin{bmatrix} v_{x,k}^{B} \\ v_{y,k}^{B} \\ v_{z,k}^{B} \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{\Theta} = \begin{bmatrix} \phi_k \\ \theta_k \\ \psi_k \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{p} = \begin{bmatrix} E_k^N \\ N_k^N \\ U_k^N \end{bmatrix},$$

mit $\omega_{x,k}^{B,N}$ - Rollrate in [rad/s],
$\omega_{y,k}^{B,N}$ - Nickrate in [rad/s],
$\omega_{z,k}^{B,N}$ - Gierrate in [rad/s],
$v_{x,k}^{B}$ - Geschwindigkeit über Grund in Schiffslängsrichtung in [m/s],
$v_{y,k}^{B}$ - Geschwindigkeit über Grund in Schiffsquerrichtung in [m/s],
$v_{z,k}^{B}$ - Geschwindigkeit über Grund in Schiffsvertikalrichtung in [m/s],
ϕ_k - Rollwinkel in [rad],
θ_k - Nickwinkel in [rad],
ψ_k - Heading in [rad],
E_k^N - Ostwert in [m],
N_k^N - Nordwert in [m],
U_k^N - Ellipsoidische Höhe, bezogen auf das GRS80-Ellipsoid in [m].

Um eine Integration von hydrologischen Modellen auf Ebene der Beobachtungsgleichungen realisieren zu können, wird $\boldsymbol{x}_k$ um eine zusätzliche dreizehnte Größe erweitert, die Ablage der Wasserspiegellage ΔH_{WL} (Breitenfeld et al. 2015). Sie beschreibt den Unterschied zwischen dem im hydrologischen Modell modellierten Wasserspiegel und der tatsächlichen (ungestörten) Wasserspiegellage. In Abb. 4.7 wird ΔH_{WL} graphisch dargestellt.

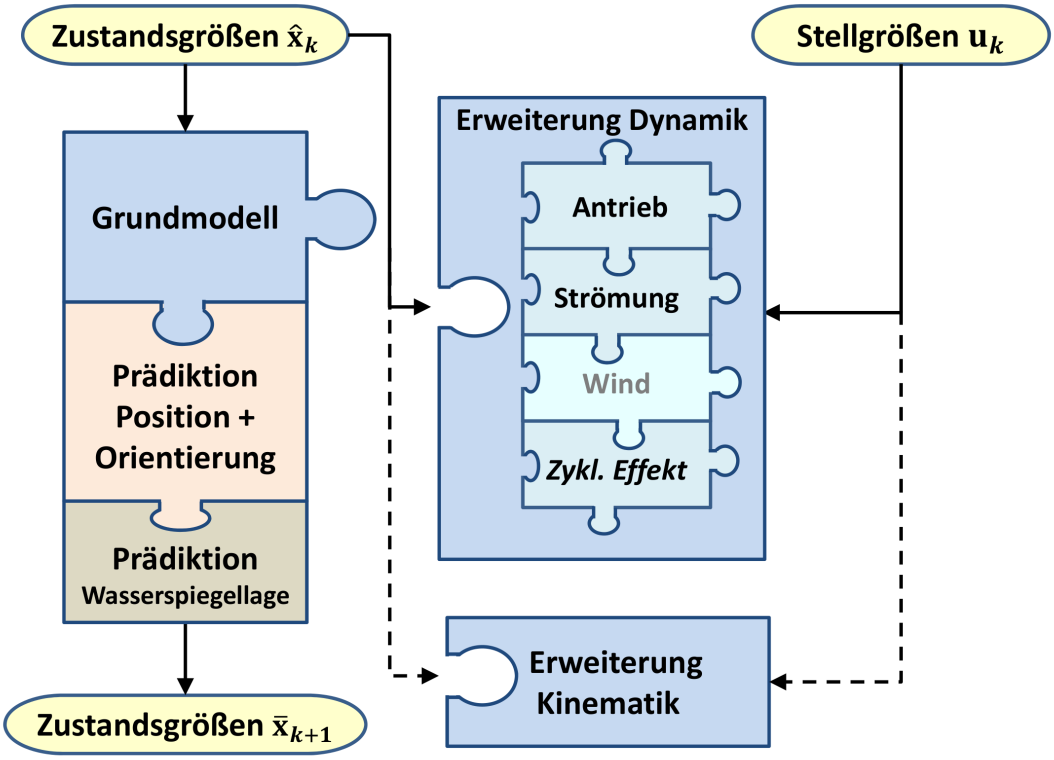


Abb. 4.1: Prädiktionsmodell mit fakultativen Erweiterungen

Für die Prädiktion der Zustandsgrößen $\omega_{x,k}^{B,N}$ und $\boldsymbol{v}^B$ werden mehrere Ansätze betrachtet. Im einfachsten Fall wird im Grundmodell von konstanten Drehraten- und Geschwindigkeitskomponenten ausgegangen. Da dieses Grundmodell eine sehr starke Vereinfachung des realen Bewegungsverhaltens bei einer gleichförmigen, geradlinigen Fahrt des Schiffs darstellt, werden zwei Erweiterungen des Grundmodells definiert und untersucht. Diese werden in Abb. 4.1 als Erweiterung KINEMATIK und Erweiterung DYNAMIK bezeichnet. Bei beiden

Erweiterungen werden die Änderungen der Zustandsgrößen mithilfe von Stellgrößen und, im zweiten Fall, der bereits bekannten Zustandsgrößen selbst beschrieben.

Im Fall der Erweiterung KINEMATIK werden die einzelnen eingreifenden Kräfte nicht explizit modelliert. Stattdessen werden die direkt im System wirksamen Beschleunigungen $\boldsymbol{a}_k^B$ bzw. die Änderungen der Drehraten $\Delta\boldsymbol{\omega}_{k,k+1}^{I,B}$ einbezogen.

Mit der Erweiterung DYNAMIK hingegen sollen, soweit möglich, die auf das System einwirkenden Krafteinflüsse berücksichtigt werden und die daraus resultierenden Beschleunigungen $\boldsymbol{a}_k^B$ bzw. Geschwindigkeitsänderungen $\Delta\boldsymbol{v}_k^B$ und die Drehratenänderungen $\Delta\boldsymbol{\omega}_{k,k+1}^{I,B}$ modelliert werden. Wie bereits in Kap. 4.3.1 beschrieben wird, wirken verschiedene Kräfte auf das System *Vermessungsschiff* ein. Im einzelnen werden die vom Schiffsantrieb (*Antrieb* in Abb. 4.1), die vom Wind und die von der Strömung bewirkten Einflüsse auf das Bewegungsverhalten funktional beschrieben. Die von weiteren Kräften bewirkten Einflüsse werden nicht explizit modelliert. In Kap. 3.3.2 wird bereits nachgewiesen, dass sie sich in Form eines zyklischen Effekts auf die Beobachtungsgrößen auswirken. Dieser kumulierte Einfluss wird mit dem Baustein *zyklischer Effekt* in Abb. 4.1 berücksichtigt.
Da die einzelnen Einflüsse getrennt voneinander modelliert werden, kann ihre Auswirkung auf das Prädiktionsergebnis bzw. auf das Filterergebnis individuell betrachtet werden. Da für die Berücksichtigung des Windeinflusses nicht genügend Messdaten vorliegen, kann dieser Einfluss hier allerdings nur theoretisch betrachtet werden.

Darauf aufbauend wird das Systemmodell durch weitere Prädiktionsgleichungen ergänzt, mit deren Hilfe die Position $\boldsymbol{p}_{k+1}$ und die Orientierungswinkel $\boldsymbol{\Theta}_{k+1}$ berechnet werden. Abschließend und unabhängig von den anderen Zustandsgrößen erfolgt die Modellierung von $\overline{\Delta H}_{WL,k+1}$.

4.3.2.1 Prädiktion der Geschwindigkeitskomponenten

a) Grundmodell
Beim Grundmodell handelt es sich um ein rein kinematisches Modell. Beschleunigungen bzw. auf das System wirkende Kräfte werden vernachlässigt. Wie in Breitenfeld et al. (2015) beschrieben, wird für diesen Fall angenommen, dass sich die Geschwindigkeitskomponenten des Systems ($\boldsymbol{\omega}^{B,N}, \boldsymbol{v}^B$) bei einer gleichmäßigen Fahrt aufgrund der Massenträgheit nur langsam ändern. Somit kann für kurze Messintervalle Δt näherungsweise von konstanten Geschwindigkeitskomponenten ausgegangen werden. Die Systemgleichungen, die in das Filter eingehen, lauten

$$\begin{bmatrix} \bar{\boldsymbol{\omega}}_{k+1}^{B,N} \\ \bar{\boldsymbol{v}}_{k+1}^{B} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{\boldsymbol{\omega}}_{k}^{B,N} \\ \hat{\boldsymbol{v}}_{k}^{B} \end{bmatrix}. \tag{4.61}$$

Wirken während einer Fahrt nur wenige externe Kräfte auf das System ein, so kann durch das in das Filter eingebundene lineare Grundmodell eine Approximation des Systemzustands erreicht werden. Je nach gewähltem Systemrauschen kann diese für eine definierte Messumgebung ausreichend genaue Resultate liefern. Kommt es während der Fahrt zu zahlreichen Beschleunigungsvorgängen und Wendemanövern, sollte das Prädiktionsmodell erweitert werden.

b) Modellerweiterung KINEMATIK
Liegt dem Systemverhalten ein Beschleunigungsverhalten zugrunde, so sollte dieses mithilfe des Prädiktionsmodells abgebildet werden. Nur auf diese Weise lassen sich schnell vorangehende oder stark variierende Beschleunigungs- und Bremsvorgänge des Systems beschreiben. Dieser Ansatz wird allgemein auch bei Anwendungen der Inertialen Navigation verfolgt, bei der der Zustandsvektor für die Epoche t_{k+1} aus den im $\boldsymbol{x}^B$-Koordinatensystem gemessenen Beschleunigungen und den Drehraten $\boldsymbol{\omega}^{B,I}$ durch Integration gebildet wird. Dieser auch als *Strapdown*-Algorithmus bekannte Ansatz wird beispielsweise in Wendel (2011) behandelt.

Werden neben den Geschwindigkeiten $\boldsymbol{v}^B$ und den Drehraten $\boldsymbol{\omega}^{B,I}$ auch die Beschleunigungen $\boldsymbol{a}^B$ messtechnisch erfasst, können diese als Stellgrößen in das Prädiktionsmodell eingeführt werden. Ergänzend werden

auch die Änderungen der Drehraten $\Delta\boldsymbol{\omega}_k^{B,N} = \boldsymbol{\omega}_k^{B,N} - \boldsymbol{\omega}_{k-1}^{B,N}$ als Stellgrößen definiert. Hier werden explizit die Änderungen der Geschwindigkeitskomponenten als Stellgrößen gewählt, da diese, wie in der Literatur aufgeführt (siehe die in Kap. 4.3.1 genannten Modelle), von den externen Kräfte bewirkt werden. Eichhorn (2005) und Ramm (2008) zeigen, dass bei einer zweidimensionalen Positions- und Headingbestimmung auch die Einführung $\Delta\psi_k = \omega_{z,k}^{I,B}$ als Stellgröße eine deutliche Verbesserung des Filterergebnisses bewirkt.

Das erweiterte Bewegungsmodell lautet damit

$$\begin{bmatrix} \bar{\omega}_{x,k+1}^{B,N} \\ \bar{\omega}_{y,k+1}^{B,N} \\ \bar{\omega}_{z,k+1}^{B,N} \\ \bar{v}_{x,k+1}^{B} \\ \bar{v}_{y,k+1}^{B} \\ \bar{v}_{z,k+1}^{B} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{\omega}_{x,k}^{B,N} \\ \hat{\omega}_{y,k}^{B,N} \\ \hat{\omega}_{z,k}^{B,N} \\ \hat{v}_{x,k}^{B} \\ \hat{v}_{y,k}^{B} \\ \hat{v}_{z,k}^{B} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta\omega_{x,k}^{B,N} \\ \Delta\omega_{y,k}^{B,N} \\ \Delta\omega_{z,k}^{B,N} \\ a_{x,korr,k}^{B} \cdot \Delta t \\ a_{y,korr,k}^{B} \cdot \Delta t \\ a_{z,korr,k}^{B} \cdot \Delta t \end{bmatrix}. \tag{4.62}$$

Hierbei ist zu beachten, dass es sich bei $a_{x,korr,k}^{B}, a_{y,korr,k}^{B}$ und $a_{z,korr,k}^{B}$ um bereits korrigierte Daten handelt. Werden direkt die Rohdaten $\boldsymbol{a}^{Sens}$ als Stellgrößen eingeführt, so erweitert sich das Prädiktionsmodell. Die Beschleunigungskompoenten $\boldsymbol{a}^{Sens}$ müssen zunächst um evtl. auftretende instrumentelle Fehlereinflüsse korrigiert werden,

$$\boldsymbol{a}_{korr,k}^{Sens} = \boldsymbol{a}_{Sens,k}^{Sens} - \boldsymbol{\delta a}^{Sens}, \tag{4.63}$$

wobei das Fehlermodell eines Beschleunigungsmessers nach Seifert und Kleusberg (2004) mit

$$\boldsymbol{\delta a}^{Sens} = \boldsymbol{S}_{acc} \cdot \boldsymbol{a}_k^{Sens} + \boldsymbol{b}_a \tag{4.64}$$

angegeben wird. Die Hauptdiagonalelemente der Matrix $\mathbf{S}_{acc}$ stellen Skalierungsparameter dar, während die Elemente auf den Nebendiagonalen mögliche Nicht-Orthogonalitäten korrigieren. $\boldsymbol{b}_a$ beinhaltet Parameter zur Korrektur des Nullpunktsfehlers. Anschließend müssen die korrigierten Beschleunigungen $\boldsymbol{a}_{korr,k}^{Sens}$ durch Anbringen der Einbauwinkel ϵ_x, ϵ_y und ϵ_z ins $\mathbf{x}^B$-Koordinatensystem überführt werden (siehe Kap. 2.1.3). Seifert und Kleusberg (2004) wenden ein vergleichbares Modell ebenfalls zur Korrektur der gemessenen Drehraten an.

Alle Parameter zur Korrektur der gemessenen Beschleunigungen und Drehraten müssen vor Einbau des Sensors mithilfe einer Kalibrierung bestimmt und im System angebracht werden. Da es aufgrund der Umgebungsbedingungen jedoch zu Schwankungen der Kalibrierungsparameter kommen kann, werden diese Fehler oft im Filter mitgeschätzt. Wendel (2011) verwendet hierzu ein Error-State Kalman-Filter. Als Vereinfachung bietet es sich an, allein die variablen Anteile der Nullpunktsfehler zu schätzen. Dies entspricht der Schätzung von Ablagen zu den als konstant angenommenen Kalibrierparametern.

Wie oben beschrieben, kann davon ausgegangen werden, dass hochwertige inertiale Messeinheiten nur ein sehr schwaches Driftverhalten aufweisen. Aus diesem Grund wird auf eine Schätzung dieser Parameter verzichtet.

c) Modellerweiterung DYNAMIK

Die Modellweiterung DYNAMIK fasst den hier modellierbaren Einfluss der wirkenden Kräfte zusammen. Es wird davon ausgegangen, dass die jeweiligen Kräfte unter identischen äußeren Bedingungen denselben Einfluss auf das System auswirken. Das System Schiff selbst wird dabei im mechanischen Sinne als Starrkörper betrachtet (Gross et al. 2012), Verformungen aufgrund der angreifenden Kräfte werden vernachlässigt.

Der Begriff *Dynamik* wird hier im Sinne der Technischen Mechanik verwendet und umfasst die beiden Teilgebiete der Kinematik und der Kinetik (Gross et al. 2012). Im vorangegangenen Abschnitt wurden ein kinematischer Ansatz beschrieben, mit dessen Hilfe Beschleunigungen berücksichtigt werden können, ohne dass ihre Ursachen betrachtet werden. Die im Folgenden beschriebene Erweiterung ergänzt den kinetischen Aspekt, indem nun die wirkenden Beschleunigungen direkt auf die zugehörigen Kräfte zurückgeführt werden. Als dominierende, kinetisch modellierbare Einflüsse werden dabei

- Antrieb und Steuereinrichtung des Schiffs,
- Strömung und
- Wind

identifiziert. Es ist davon auszugehen, dass auch der in (4.55) aufgeführte, welleninduzierte Kraftvektor $\boldsymbol{F}_{Welle}$ ein wichtiger Einflussfaktor ist. Dieser Einfluss spielt vor allem bei der Hochseeschifffahrt eine Rolle zur Bestimmung der korrekten Höhen. Wie der Einfluss von Wellen modelliert werden kann, wird in Fossen (2011) oder in Küchler (2012) beschrieben. Im Bereich von vergleichsweise kleinen Binnengewässern (z. B. Kanäle) tritt bei ruhigen Umgebungsbedingungen nur ein geringer Wellengang auf. Bei größeren Binnenseen sollte der Welleneinfluss auf jeden Fall explizit berücksichtigt werden, da er insbesondere bei starkem Wind die Vertikalbewegung eines Schiffs beeinflusst. Auch bei größeren Flüssen kommt es aufgrund von Strömung, Wind und Schiffsverkehr zu Wellen. Diese lassen sich infolge der veränderlichen Untergrund-, Strömungs- und Windverhältnissen nur schwer modellieren. Zudem kann es aufgrund der geometrischen Form eines Fließgewässers zu Reflektionen an natürlichen Hindernissen und dem Uferbereich kommen. Auch bei ruhigen Wetterbedingungen können somit temporär Wellen und daraus resultierende Vertikalbewegungen entstehen. Neben den durch natürliche Gegebenheiten verursachten Wellen, werden auch durch passierende Schiffe selbst Wellenbewegungen im Wasser erzeugt. Das Verhalten und die Stärke dieser Wellen hängen stark von der Wassertiefe sowie der Masse, Größe, Geschwindigkeit und Fahrtrichtung des verursachenden Schiffs ab.

Dadurch können Wellenbewegungen nicht streng isoliert für das betrachtete System modelliert werden. Aus diesem Grund wird in dieser Arbeit davon ausgegangen, dass sich der von der Wellenbewegung verursachte Effekt zusammen mit weiteren Einflussfaktoren in den bereits betrachteten zyklischen Effekten wiederfinden lässt. Dieser Effekt wird rein kinematisch modelliert.

c.1) Modellierung der Antriebskraft

Antrieb und Steuerung eines Schiffs werden in vielen Fällen durch zwei voneinander getrennte Steuereinheiten realisiert. Die Schiffsschraube überträgt die von den Motoren erzeugte Energie bzw. Kraft auf das Wasser und gewährleistet somit eine Beschleunigung des Schiffs. Meistens handelt es sich dabei um einen fixierten Schubpropeller. Richtungsänderungen eines Wasserfahrzeugs werden hingegen oft mithilfe eines Ruders bewerkstelligt. Eine Alternative hierzu stellen sogenannte Ruderpropeller dar (Fossen und Johansen 2006; Schottel 2010). Diese um 360° drehbaren Propeller vereinen Schiffsschraube und Ruder in einer Einheit.

Manöver, die bei langsamer Fahrt oder zum Beibehalten der aktuellen Position unternommen werden, werden häufig durch Einsatz eines Bugstrahlruders unterstützt (Fossen und Johansen 2006). Obwohl sich auch der Einfluss eines Bugstrahlruders prinzipiell beschreiben lässt (Fossen 2011), wird im Zuge dieser Arbeit darauf verzichtet. Grund hierfür ist zum einen, dass es bei einer normalen Messfahrt selten zum Einsatz kommt. Zum anderen liegen keine Daten zu den Steuerungsgrößen des Bugstrahlruders vor.

Es existieren bereits zahlreiche Modelle, die den Einfluss einer Schiffsschraube und der angelegten Ruderlage auf das Bewegungsverhalten eines Schiffs beschreiben. Exemplarisch sei hierzu auf Zimmermann (2000) und Fossen (2011) verwiesen. Da Zimmermann (2000) von einer konstanten Längsgeschwindigkeit des Schiffs ausgeht, wird lediglich der Ruderwinkel δ als Stellgröße betrachtet. Wulder (1992) zeigt anhand von verschiedenen Modellen die Integration des Ruderwinkels δ und der Schraubendrehzahl n.

Da die Peilschiffe, die in dieser Arbeit für Untersuchungen verwendet wurden, mit Ruderpropellern ausgestattet sind, wird hier nach Johansen et al. (2003) und Breitenfeld et al. (2015) ein adaptiertes dynamisches Modell entwickelt. Dabei werden zwei Versionen des Modells definiert, die für Schiffe mit einem oder solche mit zwei eingebauten Ruderpropeller angewendet werden können. Theoretisch wäre ein solches Modell, wie von Johansen et al. (2003) beschrieben, auch für weitere Propeller erweiterbar.

Für die Definition des mathematischen Modells wird zunächst vereinfachend von einem statischen System ausgegangen. Jeder Propeller wirkt die Kraft F_{Contr} aus. Wulder (1992) beschreibt zwei Ansätze, mit denen

F_{Contr} entweder aus der Drehzahl $n\,(t_k)$ oder dem aufs Wasser ausgewirkten Drehmoment $M_{prop}\,(t_k)$ berechnet werden kann. Hier wird lediglich der erste Ansatz betrachtet.
Ausgehend von dem in Inoue et al. (1981a) verwendeten Modell,

$$F_{Contr}\,(t_k) = (1 - t_{po})\,\rho \cdot n\,(t_k)\,D_p^4 K_t\,(c_1 + c_2 J\,(t_k))\,, \tag{4.65}$$

mit der Funktion des Vorschubkoeffizienten (*advance coefficient*, Abramowski 2005),

$$J\,(t_k) = \frac{v_{x,rel}\,(t_k)\,(1 - w_f\,(t_k))}{n\,(t_k)\,D_p},$$

und
- t_{po} - Sogfaktor,
- ρ - Dichte des Wassers,
- D_p - Durchmesser des Propellers,
- K_t - Schubkoeffizient,
- $v_{x,rel}^B$ - Längsgeschwindigkeit relativ zum Wasser,
- w_f - Nachstromziffer (experimentell zu bestimmende Propellerkenngröße, Vorhölter 2011),
- c_1, c_2 - empirisch zu bestimmende Konstanten,

bildet Wulder (1992) ein vereinfachtes Modell

$$F_{Contr}\,(t_k) = \tilde{c}_1 n\,(t_k) + \tilde{c}_2 n\,(t_k)\,v_{x,rel}\,(t_k)\,(1 - w_f\,(t_k))\,, \tag{4.66}$$

wobei die Konstanten $\tilde{c}_1$ und $\tilde{c}_2$ experimentell bestimmt werden.
Da $F_{Contr}\,(t_k)$ im hier betrachteten Szenario nicht direkt erfasst werden kann, wird, unter Anwendung des zweiten Newton'schen Gesetz

$$F = m \cdot a, \tag{4.67}$$

eine indirekte Herleitung gewählt. Durch Einsetzen von $a_{xy}^B = \dot{v}_{xy,rel}^B \approx \Delta v_{xy,rel}^B / \Delta t$ folgt aus (4.67)

$$F_{Contr} \approx m_{Ship} \frac{\Delta v_{xy,rel}^B}{\Delta t}. \tag{4.68}$$

F_{Contr} beschreibt somit allein die Kraft, die für Beschleunigungen verantwortlich ist. Die zur Überwindung der Reibung notwendige Kraft wird hier nicht berücksichtigt. Da während einer Fahrt zu jedem Zeitpunkt willkürlich eine Krafteinwirkung auf das System veranlasst werden kann, ist es sinnvoll im Zusammenhang mit $F_{Contr}\,(t_k) = F_{Contr,k}$ von einem einzelnen Kraftstoß zu sprechen.

Während die Masse m_{Ship} des Schiffs als unbekannt angesehen werden muss, kann die Änderung der Geschwindigkeit $\Delta v_{xy,rel,k}^B$ aus

$$\Delta v_{xy,rel,k}^B = v_{xy,rel,k}^B - v_{xy,rel,k-1}^B \tag{4.69}$$

und

$$v_{xy,rel,k}^B = \sqrt{{v_{x,rel,k}^B}^2 + {v_{y,rel,k}^B}^2} \tag{4.70}$$

bestimmt werden. Der Zusammenhang zwischen $v_{xy,rel,k}^B$ und der Drehzahl n wird in Breitenfeld et al. (2015) mit dem Polynomansatz

$$v_{xy,rel}^B = \tilde{c}_1^* n^2 + \tilde{c}_2^* n + \tilde{c}_3^* \tag{4.71}$$

definiert. Die experimentelle Bestimmung der Konstanten $\tilde{c}_1^*, \tilde{c}_2^*$ und $\tilde{c}_3^*$ erfolgt in Kap. 5.1.1.

Das hier hergeleitete Modell bezieht sich auf einen als Zugpropeller konzipierten Ruderpropeller. Wie in Abb. 4.2 dargestellt ist, wird die Auslenkung des Ruderpropellers aus der Nullrichtung analog zum Ruderwinkel in Zimmermann (2000) mit δ bezeichnet. Sie wird als Zugrichtung bezeichnet.

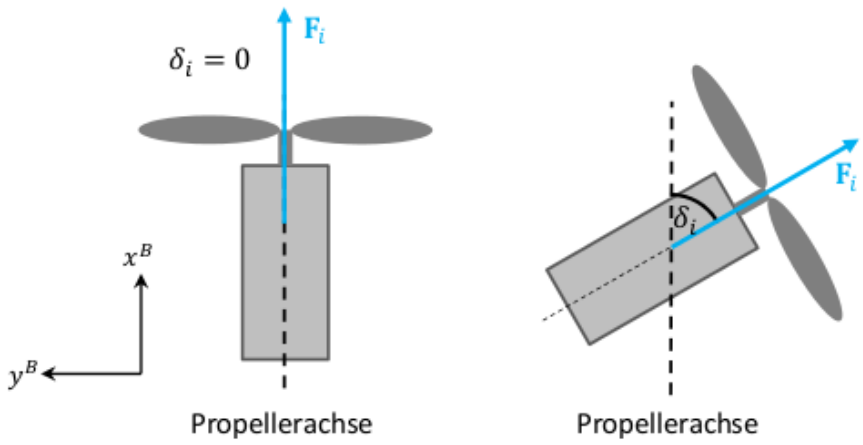


Abb. 4.2: Zugrichtung δ des Ruderpropellers (Breitenfeld et al. 2015)

Die Wirkungslinie eines einzelnen Kraftstoßes F_{Contr}, der von einem Propeller ausgeübt wird, verläuft entlang seiner Zugachse (siehe Abb. 4.2). Wird ein zum Schiffskoordinatensystem paralleles Koordinatensystem mit Ursprung im Drehpunkt des Propellers definiert, kann der Kraftstoß als Vektor

$$\boldsymbol{F}_{Contr} = \begin{bmatrix} F_{Contr,x} \\ F_{Contr,y} \\ F_{Contr,z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_{contr} \cos\delta \\ F_{contr} \sin\delta \\ 0 \end{bmatrix} \tag{4.72}$$

ausgedrückt werden. Dabei wird angenommen, dass sich die Wirkungslinie von F_{Contr} in der x^B, y^B-Ebene befindet (siehe Johansen et al. 2003). Es gilt $|\boldsymbol{F}_{Contr}| = F_{contr}$. Sind zwei Ruderpropeller vorhanden, so lässt sich der an dem jeweiligen Propeller wirkende Kraftvektor $\boldsymbol{F}_{i,contr}$ (mit $i = SB, BB$) ebenfalls mit (4.72) bestimmen. Unter Verwendung von (4.68) und (4.71) kann aus (4.72) der zum Zeitpunkt t_k wirksame Kraftstoß

$$\boldsymbol{F}_{Contr,k} = \begin{bmatrix} \left(\tilde{c}_1^* \cdot n_k^2 + \tilde{c}_2^* \cdot n_k + \tilde{c}_3^*\right) \cdot \cos\delta_k - \left(\tilde{c}_1^* \cdot n_{k-1}^2 + \tilde{c}_2^* \cdot n_{k-1} + \tilde{c}_3^*\right) \cdot \cos\delta_{k-1} \\ -\left(\tilde{c}_1^* \cdot n_k^2 + \tilde{c}_2^* \cdot n_k + \tilde{c}_3^*\right) \cdot \sin\delta_k + \left(\tilde{c}_1^* \cdot n_{k-1}^2 + \tilde{c}_2^* \cdot n_{k-1} + \tilde{c}_3^*\right) \cdot \sin\delta_{k-1} \\ 0 \end{bmatrix} \cdot \frac{m_{Ship}}{\Delta t} \tag{4.73}$$

bestimmt werden (Breitenfeld et al. 2015).

Aus der exzentrischen Anbringung des Propellers relativ zum Schwerpunkt **CG** des Schiffs folgt, dass die Wirkungslinie der durch die Ruderpropeller verursachten Kraftvektoren nur selten direkt durch **CG** verlaufen. Durch den Abstand zwischen der jeweiligen Wirkungslinie und **CG** resultiert das Auftreten eines Drehmoments $\boldsymbol{M}_{CG,Contr}$ (Gross et al. 2011). Dieses wird in Abhängigkeit vom Hebelarm $\Delta\boldsymbol{p}^B_{Prop,CG}$ zwischen Schwerpunkt und Propellerzentrum bestimmt, wobei die für die Bestimmung von $\Delta\boldsymbol{p}^B_{Prop,CG}$ verwendeten Koordinaten bezüglich des Schiffskoordinatensystems angegeben werden (siehe Kap. 2.1.3). $\boldsymbol{p}^B_{Prop}$ gibt die Koordinaten eines Schwerpunkts im Schiffskoordinatensystem an, während $\boldsymbol{p}^B_{CG}$ für die Koordinaten des Massenzentrums bzw. Drehzentrums steht. Damit ergibt sich $\Delta\boldsymbol{p}^B_{Prop,CG} = \boldsymbol{p}^B_{Prop} - \boldsymbol{p}^B_{CG}$. Für die allgemeine

Herleitung der durch einen Propeller ausgewirkten Momente $\mathbf{M}_{CG,Contr}$ wird zunächst der dreidimensionale Fall betrachtet.

$$\begin{aligned}\mathbf{M}_{CG,Contr} = \Delta\boldsymbol{p}^B_{Prop,CG} \times \mathrm{F}_{Contr} &= \begin{bmatrix} x^B_{Prop} - x^B_{CG} \\ y^B_{Prop} - y^B_{CG} \\ z^B_{Prop} - z^B_{CG} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} F_{Contr,x} \\ F_{Contr,y} \\ F_{Contr,z} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} -\left(z^B_{Prop} - z^B_{CG}\right) \cdot F_{Contr,y} \\ \left(z^B_{Prop} - z^B_{CG}\right) \cdot F_{Contr,x} \\ \left(x^B_{Prop} - x^B_{CG}\right) \cdot F_{Contr,y} - \left(y^B_{Prop} - y^B_{CG}\right) \cdot F_{Contr,x} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 0 & -q_{11} \\ q_{11} & 0 \\ -q_{12} & q_{13} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} F_{Contr,x} \\ F_{Contr,y} \end{bmatrix},\end{aligned} \tag{4.74}$$

mit $\begin{bmatrix} q_{11} & q_{12} & q_{13} \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} \left(z^B_{Prop} - z^B_{CG}\right) & \left(y^B_{Prop} - y^B_{CG}\right) & \left(x^B_{Prop} - x^B_{CG}\right) \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$

Da sich die durch die einzelnen Kräfte bewirkten Drehmomente addieren (Gross et al. 2011), erweitert sich nach Breitenfeld et al. (2015) für zwei installierte Ruderpropeller (4.74), wie in Abb. 4.3 dargestellt, zu

$$\begin{aligned}\boldsymbol{M}_{CG,Contr} &= \begin{bmatrix} \sum M_{i,x} \\ \sum M_{i,y} \\ \sum M_{i,z} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \sum \left(-\left(z^B_{Prop,i} - z^B_{CG}\right) \cdot F_{Contr,i} \cdot \sin\delta_i \right) \\ \sum \left(\left(z^B_{Prop,i} - z^B_{CG}\right) \cdot F_{Contr,i} \cdot \cos\delta_i \right) \\ \sum \left(-\left(x^B_{Prop,i} - x^B_{CG}\right) \cdot F_{Contr,i} \cdot \sin\delta_i - \left(y^B_{Prop,i} - y^B_{CG}\right) \cdot F_{Contr,i} \cdot \cos\delta_i \right) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & -q_1 & -q_2 \\ q_1 & q_2 & 0 & 0 \\ -q_3 & -q_4 & q_5 & q_6 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} F_{contr,SB,x} \\ F_{contr,BB,x} \\ F_{contr,SB,y} \\ F_{contr,BB,x} \end{bmatrix},\end{aligned} \tag{4.75}$$

mit $i = BB, SB$ und

$$\begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ q_4 \\ q_5 \\ q_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left(z^B_{Prop,SB} - z^B_{CG}\right) \\ \left(z^B_{Prop,BB} - z^B_{CG}\right) \\ \left(y^B_{Prop,SB} - y^B_{CG}\right) \\ \left(y^B_{Prop,BB} - y^B_{CG}\right) \\ \left(x^B_{Prop,SB} - x^B_{CG}\right) \\ \left(x^B_{Prop,BB} - x^B_{CG}\right) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z^B_{Prop,SB} - z^B_{RP} + \Delta z^B_{CG} \\ z^B_{Prop,BB} - z^B_{RP} + \Delta z^B_{CG} \\ y^B_{Prop,SB} - y^B_{RP} + \Delta y^B_{CG} \\ y^B_{Prop,BB} - y^B_{RP} + \Delta y^B_{CG} \\ x^B_{Prop,SB} - x^B_{RP} + \Delta x^B_{CG} \\ x^B_{Prop,BB} - x^B_{RP} + \Delta x^B_{CG} \end{bmatrix} \tag{4.76}$$

und

$$\begin{bmatrix} \Delta x^B_{CG} & \Delta y^B_{CG} & \Delta z^B_{CG} \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} \left(x^B_{RP} - x^B_{CG}\right) & \left(y^B_{RP} - y^B_{CG}\right) & \left(z^B_{RP} - z^B_{CG}\right) \end{bmatrix}^T.$$

Hier liegt eine Situation vor, bei der sich je ein Propeller auf der Steuerbord- (SB) und auf der Backbordseite (BB) des Schiffs befindet (Abb. 4.3). Zur Berechnung der beiden wirkenden Kräften $F_{contr,SB}$ und $F_{contr,BB}$ werden nach (4.73) die am jeweiligen Propeller erfassten Größen n_{SB}, δ_{SB} bzw. n_{BB}, δ_{BB} verwendet. Da die Koordinaten des Massenschwerpunkts CG $\left(x^B_{CG}, y^B_{CG}, z^B_{CG}\right)$ nicht bekannt sind, werden diese hier bezüglich der bekannten Koordinaten des Referenzpunkts RP ausgedrückt. Es muss davon ausgegangen werden, dass

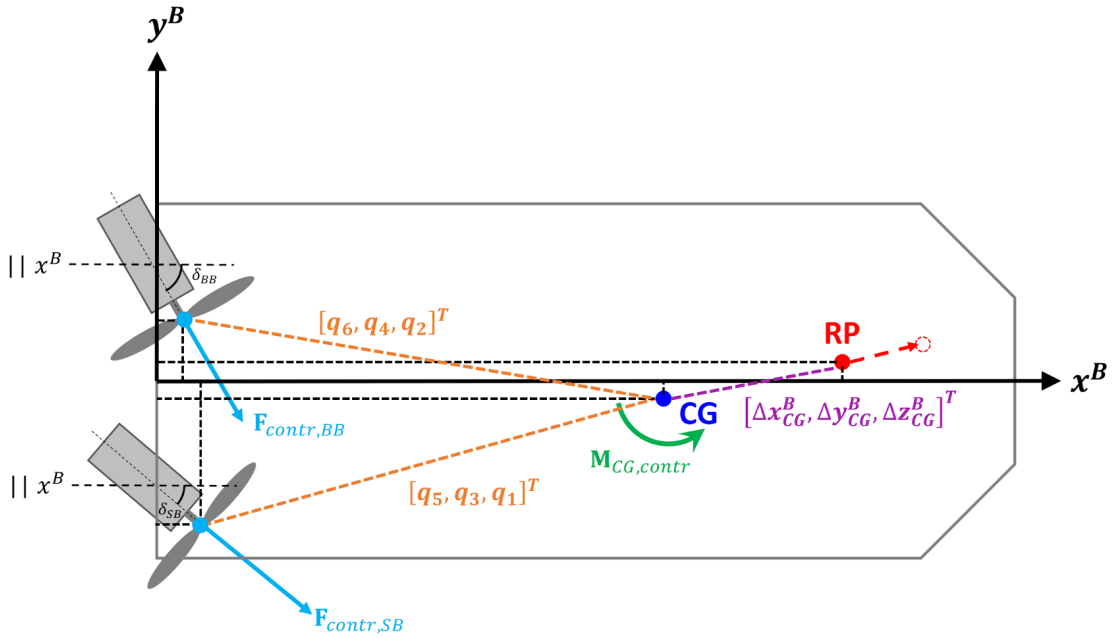


Abb. 4.3: Einfluss eines am Massenschwerpunkt CG wirksamen Drehmoments $\boldsymbol{M}_{CG,contr}$, resultierend aus den Kraftvektoren $\boldsymbol{F}_{contr,SB}$ und $\boldsymbol{F}_{contr,BB}$ (zwei Propeller), auf das Bewegungsverhalten am Referenzpunkt RP

$\Delta x^B_{CG}, \Delta y^B_{CG}$ und Δz^B_{CG} nur näherungsweise konstant sind, da diese Parameter u. a. vom Beladungszustand des Schiffs abhängen.

Mithilfe einiger Vereinfachungen der Eulerschen Gleichung (siehe Gross et al. 2012) wird

$$\boldsymbol{M}_{CG,Contr} \approx \boldsymbol{\Theta}^{CG} \cdot \dot{\boldsymbol{\omega}}^{B,N}, \tag{4.77}$$

mit $\boldsymbol{\Theta}^{CG}$ - Trägheitstensor bzgl. des Schwerpunkts,
$\dot{\boldsymbol{\omega}}^{B,N}$ - Vektor der Winkelbeschleunigungen,

in

$$\boldsymbol{\Delta\omega}^{B,N} = \left[\boldsymbol{\Theta}^{CG}\right]^{-1} \cdot \boldsymbol{M}_{CG,Contr} \cdot \Delta t \tag{4.78}$$

überführt, wodurch die Änderungen der Rotationsgeschwindigkeiten $\boldsymbol{\Delta\omega}^{B,N}$ bestimmt werden können.

Wird vereinfachend angenommen, dass es sich beim hier verwendeten Schiffskoordinatensystem um ein Hauptachsensystem im Sinne der Mechanik handelt, so nimmt der Trägheitstensor $\boldsymbol{\Theta}^{CG}$ bezüglich des Schwerpunkts **CG** die Form einer Diagonalmatrix an. Die Elemente auf der Hauptdiagonalen entsprechen den Hauptträgheitsmomenten. Durch Einsetzen in (4.78) folgt

$$\begin{aligned}\begin{bmatrix}\Delta\omega_x^{B,N}\\ \Delta\omega_y^{B,N}\\ \Delta\omega_z^{B,N}\end{bmatrix} &= \begin{bmatrix}\theta_1 & 0 & 0\\ 0 & \theta_2 & 0\\ 0 & 0 & \theta_3\end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix}M_{CG,Contr,x}\\ M_{CG,Contr,y}\\ M_{CG,Contr,z}\end{bmatrix} \cdot \Delta t\\ &= \left(\begin{bmatrix}0 & -\frac{q_1}{\theta_1}\\ \frac{q_{11}}{\theta_2} & 0\\ -\frac{q_{12}}{\theta_3} & \frac{q_{13}}{\theta_3}\end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix}F_{Contr,x}\\ F_{Contr,y}\end{bmatrix}\right) \cdot \Delta t,\end{aligned} \tag{4.79}$$

bzw.

$$\begin{bmatrix} \Delta\omega_x^{B,N} \\ \Delta\omega_y^{B,N} \\ \Delta\omega_z^{B,N} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\frac{q_1}{\theta_1} & -\frac{q_2}{\theta_1} \\ \frac{q_1}{\theta_2} & \frac{q_2}{\theta_2} & 0 & 0 \\ -\frac{q_3}{\theta_3} & -\frac{q_4}{\theta_3} & \frac{q_5}{\theta_3} & \frac{q_6}{\theta_3} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} F_{contr,SB,x} \\ F_{contr,BB,x} \\ F_{contr,SB,y} \\ F_{contr,BB,x} \end{bmatrix} \cdot \Delta t. \tag{4.80}$$

Da die einzelnen Komponenten der von den Propellern ausgewirkten Kräftstöße ($F_{contr,SB,x}$, $F_{contr,BB,x}$, $F_{contr,SB,y}$ und $F_{contr,SB,y}$) strenggenommen unbekannt sind, werden sie in Breitenfeld et al. (2015) unter Verwendung von (4.68) durch

$$\boldsymbol{V}_{contr} = \begin{bmatrix} V_{contr,SB,x} \\ V_{contr,BB,x} \\ V_{contr,SB,y} \\ V_{contr,BB,x} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_{contr,SB,x} \\ F_{contr,BB,x} \\ F_{contr,SB,y} \\ F_{contr,BB,x} \end{bmatrix} \cdot \frac{\Delta t}{m_{Ship}} \tag{4.81}$$

ersetzt.

Der in (4.80) dargestellte Zusammenhang wird auch bei der Bestimmung des Einflusses der Zugkraft auf die Geschwindigkeitskomponente benötigt. Allgemein gilt, dass die auf ein bewegtes System wirkende Beschleunigung am gewählten Referenzpunkt **RP** mit

$$\boldsymbol{a}_{RP}^{B} = \boldsymbol{a}_{CG}^{B} + \dot{\boldsymbol{\omega}}^{\boldsymbol{B,N}} \times \left(\boldsymbol{p}_{RP}^{B} - \boldsymbol{p}_{CG}^{B}\right) + \boldsymbol{\omega}^{B,N} \times \left(\boldsymbol{\omega}^{B,N} \times \left(\boldsymbol{p}_{RP}^{B} - \boldsymbol{p}_{CG}^{B}\right)\right) \tag{4.82}$$

ausgedrückt werden kann (siehe Gross et al. 2012). Durch Multiplikation mit dem Zeitintervall Δt, über das die Prädiktion durchgeführt wird, kann die Änderung der Geschwindigkeitskomponenten am gewählten Prädiktionspunkt durch

$$\boldsymbol{\Delta v}_{RP}^{B} = \boldsymbol{\Delta v}_{Trans}^{B} + \underbrace{\boldsymbol{\Delta\omega}^{B,N} \times \left(\boldsymbol{p}_{RP}^{B} - \boldsymbol{p}_{CG}^{B}\right) + \left(\boldsymbol{\omega}^{B,N} \times \left(\boldsymbol{\omega}^{B,N} \times \left(\boldsymbol{p}_{RP}^{B} - \boldsymbol{p}_{CG}^{B}\right)\right)\right) \cdot \Delta t}_{\boldsymbol{\Delta v}_{Rot}^{B}} \tag{4.83}$$

beschrieben werden.

Der translatorische Anteil $\boldsymbol{\Delta v}_{Trans}^{B}$ bzw. die zugehörige Beschleunigung $\boldsymbol{a}_{Trans}^{B}$,

$$\boldsymbol{\Delta v}_{Trans}^{B} = \boldsymbol{a}_{Trans}^{B} \cdot \Delta t = \frac{\Delta t}{m} \cdot \boldsymbol{F}_{Contr}, \tag{4.84}$$

leitet sich aus (4.68) ab.

Der durch die Rotation wirksame Anteil $\boldsymbol{\Delta v}_{Rot}^{B}$ bzw. $\boldsymbol{a}_{Rot}^{B}$ hingegen wird zum einen von der aktuellen Rotationsgeschwindigkeit, zum anderen aber auch von der Änderung der Drehraten selbst beeinflusst. Letztere wird mit (4.80) bestimmt. Somit gilt für die beiden Bestandteile von $\boldsymbol{a}_{Rot}^{B}$

$$\boldsymbol{\Delta\omega}^{B,N} \times \left(\boldsymbol{p}_{RP}^{B} - \boldsymbol{p}_{CG}^{B}\right) = \begin{bmatrix} \Delta\omega_y^{B,N} \cdot \left(z_{RP}^{B} - z_{CG}^{B}\right) - \Delta\omega_z^{B,N} \cdot \left(y_{RP}^{B} - y_{CG}^{B}\right) \\ \Delta\omega_z^{B,N} \cdot \left(x_{RP}^{B} - x_{CG}^{B}\right) - \Delta\omega_x^{B,N} \cdot \left(z_{RP}^{B} - z_{CG}^{B}\right) \\ \Delta\omega_x^{B,N} \cdot \left(y_{RP}^{B} - y_{CG}^{B}\right) - \Delta\omega_y^{B,N} \cdot \left(x_{RP}^{B} - x_{CG}^{B}\right) \end{bmatrix} \tag{4.85}$$

und

$$\begin{aligned} &\boldsymbol{\omega}^{B,N} \times \left(\boldsymbol{\omega}^{B,N} \times \left(\boldsymbol{p}_{RP}^{B} - \boldsymbol{p}_{CG}^{B}\right)\right) = \\ &\begin{bmatrix} -\omega_y^{B,N} \cdot \left(\omega_y^{B,N} \cdot \Delta x_{CG}^{B} - \omega_x^{B,N} \cdot \Delta y_{CG}^{B}\right) - \omega_z^{B,N} \cdot \left(\omega_z^{B,N} \cdot \Delta x_{CG}^{B} - \omega_x^{B,N} \cdot \Delta z_{CG}^{B}\right) \\ -\omega_z^{B,N} \cdot \left(\omega_z^{B,N} \cdot \Delta y_{CG}^{B} - \omega_y^{B,N} \cdot \Delta z_{CG}^{B}\right) + \omega_x^{B,N} \cdot \left(\omega_y^{B,N} \cdot \Delta x_{CG}^{B} - \omega_x^{B,N} \cdot \Delta y_{CG}^{B}\right) \\ \omega_x^{B,N} \cdot \left(\omega_z^{B,N} \cdot \Delta x_{CG}^{B} - \omega_x^{B,N} \cdot \Delta z_{CG}^{B}\right) + \omega_y^{B,N} \cdot \left(\omega_z^{B,N} \cdot \Delta y_{CG}^{B} - \omega_y^{B,N} \cdot \Delta z_{CG}^{B}\right) \end{bmatrix}. \end{aligned} \tag{4.86}$$

Werden (4.80) und (4.84) - (4.86) unter Verwendung von (4.81) in (4.83) eingesetzt, ergibt sich nach einer Substitution

$$\begin{bmatrix} a_x^B \\ a_y^B \\ a_z^B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & Q_{13} & Q_{14} \\ Q_{21} & Q_{12} & Q_{23} & Q_{24} \\ Q_{31} & Q_{32} & Q_{33} & Q_{34} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_{Contr,SB,x} \\ V_{Contr,BB,x} \\ V_{Contr,SB,y} \\ V_{Contr,BB,y} \end{bmatrix} + \boldsymbol{\omega}^{B,N} \times \left(\boldsymbol{\omega}^{B,N} \times \Delta \boldsymbol{p}_{CG}^{B} \right). \tag{4.87}$$

Zur Vereinfachung werden dabei die einzelnen Parameter, die mit den individuellen Komponenten von $\boldsymbol{V}_{control}$ multipliziert werden, in den Termen Q_{ij} zusammengefasst. Die einzelnen Terme werden in Anhang B hergleitet. Jeder dieser Terme ist von der Lage des Schwerpunkts **CG** relativ zum Bezugspunkt **RP** ($\Delta \boldsymbol{x}_{CG}^{B}$) abhängig.

Für eine Geradenfahrt wird davon ausgegangen, dass die Rotationsgeschwindigkeiten sehr klein sind. Es wird angenommen, dass der Schwerpunkt des Schiffs (**CG**) im Zentrum des Schiffs liegt. Wird der Referenzpunkt, auf den sich die prädizierten Größen beziehen, nahe bei **CG** definiert, gilt näherungsweise $\boldsymbol{\Delta v}^{B} = \boldsymbol{\Delta v}_{Trans}^{B}$. In diesem Fall ist der Einfluss des Rotationsanteils $\boldsymbol{\Delta v}_{Rot}^{B}$ vernachlässigbar und (4.87) vereinfacht sich zu

$$\begin{bmatrix} a_x^B \\ a_y^B \\ a_z^B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Q_{23} & Q_{24} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_{Contr,SB,x} \\ V_{Contr,BB,x} \\ V_{Contr,SB,y} \\ V_{Contr,BB,y} \end{bmatrix}. \tag{4.88}$$

Da in der Realität jedoch nur in den wenigsten Fällen eine perfekte Geradenfahrt vorkommt, wird hier im weiteren der mit (4.87) beschriebene Allgemeinfall betrachtet.

Aufgrund der Trägheit des Systems und des vom Wasser ausgewirkten Widerstands treten die mit (4.80) und (4.87) theoretisch beschriebenen Beschleunigungen im System nur verzögert zutage. Wie bereits in Kap. 1.3 aufgeführt wird, handelt es sich auch im Sinne der Systemtheorie um ein dynamisches System. Dies zeigt sich anhand der Ergebnisse der Kreuzkorrelationsanalyse in Kap. 3.3.1.2, bei der die aufgeführten lokalen Extremwerte der Kreuzkorrelationsfunktion erst nach einer Verschiebung der betrachteten Komponenten in (3.85) um 1-10 s auftreten. Aus diesem Grund müssen (4.80) und (4.87) zumindest um ein Verzögerungsglied erweitert werden. Es zeigt sich dabei, dass es nach dem Einwirken des Kraftstoß $\boldsymbol{F}_{control}$ einige Zeit dauert, bis die jeweilige Geschwindigkeitskomponente ihren endgültigen Zustand erreicht hat. Da diese verzögerte Annäherung der mit (4.80) und (4.87) beschriebenen Beschleunigungsvorgänge über mehrere Epochen t_k wirkt, muss hier von einem System mit Gedächtnis ausgegangen werden.

Diese Verzögerung kann beispielsweise durch einen beschränkten Wachstumsprozess ausgedrückt werden. In der Systemtheorie wird ein solcher Zusammenhang durch eine entsprechende Übertragungsfunktion beschrieben, die sich durch einzelne, bekannte Übertragungsglieder darstellen lässt (Bohn und Unbehauen 2016). Ein Beispiel für solch ein Übertragungsglied ist das PT_1-Glied (Mann et al. 2005).
Das Übertragungsverhalten eines Systems kann allgemein mithilfe der Differentialgleichung

$$T_1 \cdot \dot{y}(t) + y(t) = K \cdot u(t), \tag{4.89}$$

mit
- T_1 - Zeitkonstante,
- K - Proportionalitätsbeiwert (P-Beiwert),
- y - Ausgangsgröße,
- u - Stellgröße,

beschrieben werden. Durch Umformen von (4.89) ergibt sich die Übergangsfunktion

$$y(t) = K \cdot u_0 \cdot \left(1 - e^{\frac{t}{T_1}}\right), \tag{4.90}$$

bzw.

$$\dot{y}(t) = \frac{K}{T_1} \cdot u_0 \cdot e^{-\frac{t}{T_1}}, \tag{4.91}$$

mit der der Übergang vom Ausgangszustand zum Endwert $\tilde{y}$ beschrieben werden kann (siehe Abb. 4.4). u_0 wird hier als Änderung der Stellgröße u zum Zeitpunkt t_0 aufgefasst.

Wird davon ausgegangen, dass der Einfluss der Steuergrößen um das Zeitintervall T_t verzögert einsetzt, muss t in (4.90) und (4.91) durch $t^* = t - T_t$. ersetzt werden. Damit kann aus dem Blickwinkel der Regelungstechnik von einem PT_1T_t-Glied gesprochen werden (Mann et al. 2005). Der komplette Vorgang bis zum Erreichen der Endgröße $\tilde{y}$ (für $t = \infty$) wird in Abb. 4.4 dargestellt.

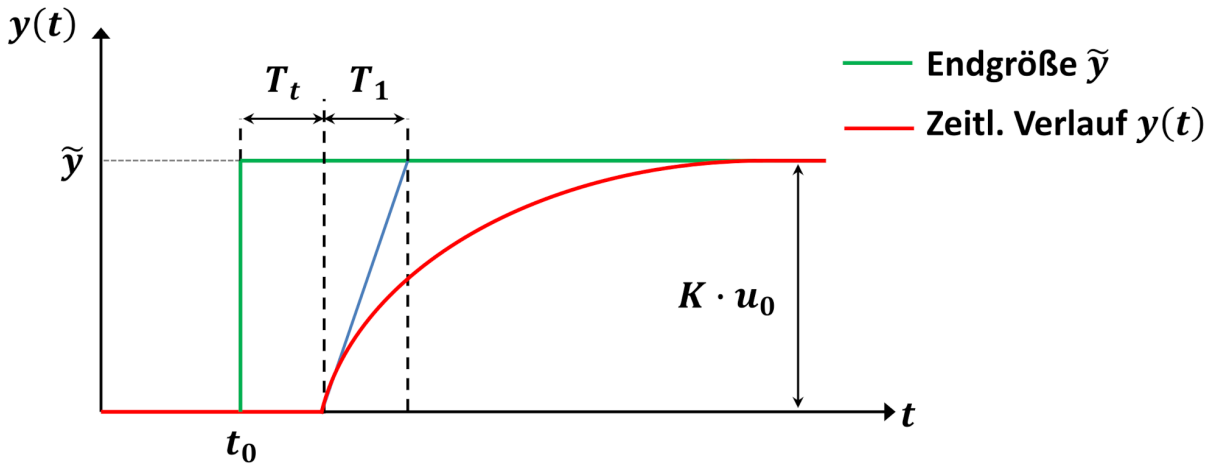


Abb. 4.4: Übertragungsverhalten für eine Größe $y\,(t)$ aufgrund des PT_1T_t-Übertragungsglieds

Um eine Prädiktion im EKF mithilfe eines solchen Prozesses funktional ausdrücken zu können, wird für die Zustandsgrößen $\bar{\omega}_{z,k+1}$, $\bar{v}_{x,k+1}$ und $\bar{v}_{y,k+1}$ jeweils ein separates Übertragungsverhalten, das r Zeitreihenelemente beeinflusst, definiert. Da anzunehmen ist, dass der Einfluss des Antriebs auf die Vertikalkomponenten als gering anzusehen ist, wird hier lediglich der Einfluss des Antriebs auf die Horizontalkomponenten modelliert (siehe Johansen et al. 2003). Dies bestätigen auch die Ergebnisse der Korrelationsanalyse in Kap. 3.3.1.2. Für jeden dieser Übertragungsprozesse werden die Komponenten der aus dem Kraftstoß $\boldsymbol{F}_{contr,i,k-1,k}\left(\boldsymbol{n}_k, \boldsymbol{n}_{k-1}, \boldsymbol{\delta}_k, \boldsymbol{\delta}_{k-1}\right)$ resultierenden Geschwindigkeitsänderungen $\boldsymbol{V}_{contr,i,k-1,k}\left(\boldsymbol{n}_k, \boldsymbol{n}_{k-1}, \boldsymbol{\delta}_k, \boldsymbol{\delta}_{k-1}\right)$ als eingehende Stellgrößen interpretiert (mit $i = SB, BB$). Für eine bessere Lesbarkeit wird sie im Folgenden mit $\boldsymbol{V}_{contr,i,k}$ bezeichnet. Diese Änderungen werden durch einen manuellen Eingriff des Schiffsführers, d. h. durch eine manuelle Regelung, bewirkt.

Zur Beschreibung des individuellen Übertragungsverhaltens werden für jede Zustandsgröße die individuellen Konstanten $K_{hi}, T_{1,h}$ sowie $T_{t,h}$ bestimmt. Im Vergleich zu Breitenfeld et al. (2015) stellt dies eine Erweiterung des Systemmodells dar, da hier nicht nur ein mittlerer Übertragungsparameter K_h pro Übertragungsprozess verwendet wird. Die in (4.80) und (4.87) enthaltenen Prozessparameter, welche mit $\boldsymbol{V}_{contr,i,k}$ multipliziert werden, gehen in

$$\dot{y}_{h,k,l}\,(t) = \sum_i \frac{K_{hi}}{T_{1,h}} V_{contr,i,k} \cdot e^{-\frac{t^*(k+l)}{T_{1,h}}} \tag{4.92}$$

mit: $h = \omega_z, v_x, v_y,$
$i = (SB, x)\,, (BB, x)\,, (SB, y)\,, (BB, y),$
$l = 1, 2, \ldots, r.$

mit in den Proportionalitätsbeiwert K_{hi} ein. Da K_{hi} durch das Einsetzen von (4.76), (4.80) und (4.87) von den unbekannten Koordinaten $\boldsymbol{x}_{CG}^{B}$ abhängig ist, wird für jede der in i genannten Komponenten ein Beiwert K_{hi} bestimmt.

Somit bewirkt ein Kraftstoß $\boldsymbol{F}_{contr,i,k}$ Beschleunigungen für die folgenden r Epochen. Wie in Abb. 4.5 beispielhaft gezeigt ist, werden diese durch die Auswirkungen von nachfolgenden Kraftstößen $\boldsymbol{F}_{contr,i,k+l}$ überlagert.

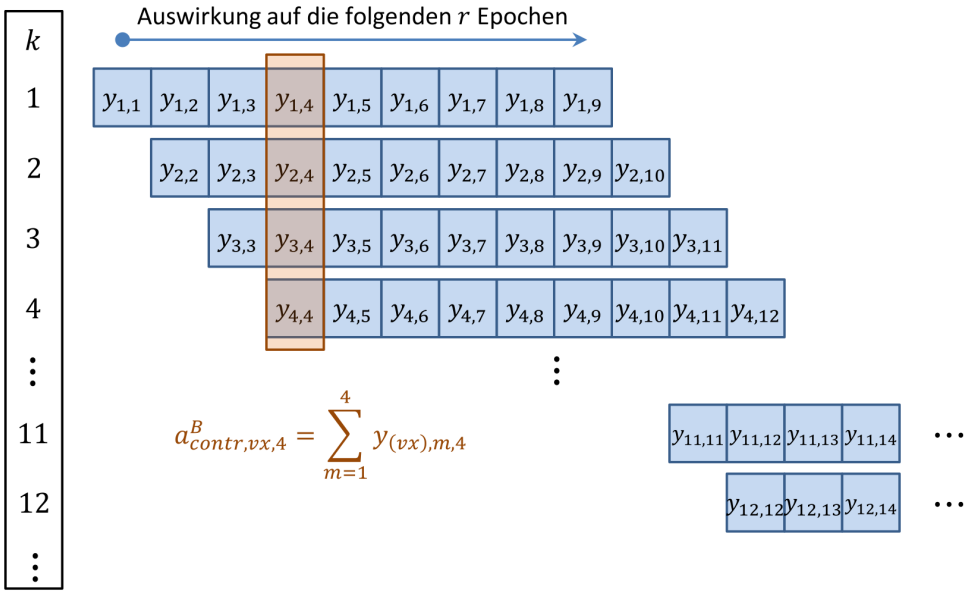


Abb. 4.5: Bestimmung der bei t_k wirksamen Beschleunigung a_k bei einer Regelstrecke der Länge r - hier exemplarisch für $a_4\,(k=4)$ und $h = v_x$ dargestellt.

Die zum Zeitpunkt t_k wirksame Beschleunigung $a^B_{contr,h,k}$ summiert alle aktuellen Beschleunigungsvorgänge.

$$a^B_{contr,h,k} = \sum_{m=k-r}^{k} y_{h,m,l} \tag{4.93}$$

Durch die Integration eines solchen Übertragungsprozesses ins EKF, wirken strenggenommen nicht mehr nur die zur Epoche t_k auftretenden Stellgrößen $\boldsymbol{u}_k$ auf das Prädiktionsergebnis $\bar{\boldsymbol{x}}_{k+1}$. Stattdessen beeinflussen nun alle Kraftstöße, die in den vorangegangenen r Epochen aufgetreten sind, $\bar{\boldsymbol{x}}_{k+1}$. Aus diesem Grund werden die aus vergangenen Epochen in (4.93) wirkenden Beschleunigungsanteile im zeitabhängigen $\boldsymbol{g}_{h,k}\,(\tau)$,

$$a^B_{contr,h,k} = y_{h,k,l}\,(\boldsymbol{n_k}, \boldsymbol{\delta_k}) + \underbrace{\sum_{\tau=k-r}^{k-1} y_{h,\tau,l}}_{\boldsymbol{g}_{h,k}(\tau)}, \tag{4.94}$$

zusammengefasst. Diese Elemente werden als zusätzliche Stellgrößen aufgefasst. Im Prädiktionsmodell findet damit eine Trennung zwischen dem Einfluss der Stellgrößen $\boldsymbol{n}_k, \boldsymbol{\delta}_k$ der aktuellen Epoche t_k und dem aus den vergangenen Epochen wirkenden Beschleunigungsanteil statt. Der Zeitvektor τ umfasst hier alle vorangehenden Epochen $(t_{k-r} \ldots t_{k-1})$, wobei r selbst systemabhängig ist. Eine detaillierte Darstellung des zugehörigen stochastischen Modells findet sich in Anhang C.2.

Da bei vielen Messfahrten ein weitgehend geradliniges Fahrtverhalten erforderlich ist, treten in diesen Fällen nur sehr kleine Drehraten $\boldsymbol{\omega}^{B,N}$ bzw. sehr geringe Drehratenänderungen $\Delta\boldsymbol{\omega}^{B,N}$ zutage. Kann angenommen werden, dass der Hebelarm zwischen **RP** und **CG** kurz ist, so wird der Term $\boldsymbol{\omega}^{B,N} \times \left(\boldsymbol{\omega}^{B,N} \times \Delta\boldsymbol{p}^B_{CG}\right)$ (Anteil von $\Delta\boldsymbol{v}^B_{rot}$) vernachlässigt. Eine genauere Betrachtung dieser Vereinfachung erfolgt in Kap. 5.1.2.

Aus (4.80) und (4.87) ergeben sich für die Erweiterung DYNAMIK somit die um den Einfluss von $\boldsymbol{V}_{contr}$ ergänzten Prädiktionsgleichungen

$$\begin{bmatrix} \bar{\omega}^{B,N}_{x,k+1} \\ \bar{\omega}^{B,N}_{y,k+1} \\ \bar{\omega}^{B,N}_{z,k+1} \\ \bar{v}^{B}_{x,k+1} \\ \bar{v}^{B}_{y,k+1} \\ \bar{v}^{B}_{z,k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{\omega}^{B,N}_{x,k} \\ \hat{\omega}^{B,N}_{y,k} \\ \hat{\omega}^{B,N}_{z,k} \\ \hat{v}^{B}_{x,k} \\ \hat{v}^{B}_{y,k} \\ \hat{v}^{B}_{z,k} \end{bmatrix} + \sum_{i=0}^{r-1} \left(\operatorname{diag} \left(\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ e^{-\frac{t^*_{\omega z,i+1}}{T_{1,\omega,z}}} \\ e^{-\frac{t^*_{vx,i+1}}{T_{1,vx}}} \\ e^{-\frac{t^*_{vy,i+1}}{T_{1,vy}}} \\ 0 \end{bmatrix} \right) \cdot \left(\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{K_{\omega,z,1}}{T_{1,\omega,z}} & \frac{K_{\omega,z,2}}{T_{1,\omega,z}} & \frac{K_{\omega,z,3}}{T_{1,\omega,z}} & \frac{K_{\omega,z,4}}{T_{1,\omega,z}} \\ \frac{K_{v,x,1}}{T_{1,v,x}} & \frac{K_{v,x,2}}{T_{1,v,x}} & \frac{K_{v,x,3}}{T_{1,v,x}} & \frac{K_{v,x,4}}{T_{1,v,x}} \\ \frac{K_{v,y,1}}{T_{1,v,y}} & \frac{K_{v,y,2}}{T_{1,v,y}} & \frac{K_{v,y,3}}{T_{1,v,y}} & \frac{K_{v,y,4}}{T_{1,v,y}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_{Contr,SB,x,k-i} \\ V_{Contr,BB,x,k-i} \\ V_{Contr,SB,y,k-i} \\ V_{Contr,BB,y,k-i} \end{bmatrix} \right) \right) \cdot \Delta t. \tag{4.95}$$

Analog dazu gilt für ein Schiff mit lediglich einem Ruderpropeller

$$\begin{bmatrix} \bar{\omega}^{B,N}_{x,k+1} \\ \bar{\omega}^{B,N}_{y,k+1} \\ \bar{\omega}^{B,N}_{z,k+1} \\ \bar{v}^{B}_{x,k+1} \\ \bar{v}^{B}_{y,k+1} \\ \bar{v}^{B}_{z,k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{\omega}^{B,N}_{x,k} \\ \hat{\omega}^{B,N}_{y,k} \\ \hat{\omega}^{B,N}_{z,k} \\ \hat{v}^{B}_{x,k} \\ \hat{v}^{B}_{y,k} \\ \hat{v}^{B}_{z,k} \end{bmatrix} + \sum_{i=0}^{r-1} \left(\operatorname{diag} \left(\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ e^{-\frac{t^*_{\omega z,i+1}}{T_{1,\omega,z}}} \\ e^{-\frac{t^*_{vx,i+1}}{T_{1,vx}}} \\ e^{-\frac{t^*_{vy,i+1}}{T_{1,vy}}} \\ 0 \end{bmatrix} \right) \cdot \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{K_{\omega,z,1}}{T_{1,\omega,z}} & \frac{K_{\omega,z,2}}{T_{1,\omega,z}} \\ \frac{K_{v,x,1}}{T_{1,v,x}} & \frac{K_{v,x,2}}{T_{1,v,x}} \\ \frac{K_{v,y,1}}{T_{1,v,y}} & \frac{K_{v,y,2}}{T_{1,v,y}} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_{Contr,x,k-i} \\ V_{Contr,y,k-i} \end{bmatrix} \right) \cdot \Delta t. \tag{4.96}$$

Muss angenommen werden, dass der Abstand zwischen Prädiktionspunkt **RP** und Massenschwerpunkt **CG** sehr groß ist (hier z. B. $\Delta \boldsymbol{p}^B_{CG} \approx$ Dimension des Schiffs) bzw. das extrem große Drehraten auftreten, so ist der Anteil $\boldsymbol{\omega}^{B,N} \times \left(\boldsymbol{\omega}^{B,N} \times \Delta \boldsymbol{p}^B_{CG} \right)$ während der Prädiktion von $\bar{\boldsymbol{v}}_{k+1}$ zu berücksichtigen.

$$\begin{bmatrix} \bar{v}^{B}_{x,k+1} \\ \bar{v}^{B}_{y,k+1} \\ \bar{v}^{B}_{z,k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{v}^{B}_{x,k} \\ \hat{v}^{B}_{y,k} \\ \hat{v}^{B}_{z,k} \end{bmatrix} + \hat{\boldsymbol{\omega}}^{B,N}_{k} \times \left(\hat{\boldsymbol{\omega}}^{B,N}_{k} \times \Delta \boldsymbol{p}^B_{CG} \right) \cdot \Delta t + \sum_{i=0}^{r-1} \left(\operatorname{diag} \left(\begin{bmatrix} e^{-\frac{t^*_{vx,i+1}}{T_{1,vx}}} \\ e^{-\frac{t^*_{vy,i+1}}{T_{1,vy}}} \\ 0 \end{bmatrix} \right) \cdot \begin{bmatrix} \frac{K_{v,x,1}}{T_{1,v,x}} & \frac{K_{v,x,2}}{T_{1,v,x}} & \frac{K_{v,x,3}}{T_{1,v,x}} & \frac{K_{v,x,4}}{T_{1,v,x}} \\ \frac{K_{v,y,1}}{T_{1,v,y}} & \frac{K_{v,y,2}}{T_{1,v,y}} & \frac{K_{v,y,3}}{T_{1,v,y}} & \frac{K_{v,y,4}}{T_{1,v,y}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_{Contr,SB,x,k-i} \\ V_{Contr,BB,x,k-i} \\ V_{Contr,SB,y,k-i} \\ V_{Contr,BB,y,k-i} \end{bmatrix} \right) \cdot \Delta t. \tag{4.97}$$

In solch einem Fall trägt dieser Anteil von $\Delta \boldsymbol{v}^B_{rot}$ einen signifikanten Anteil zu $\bar{\boldsymbol{v}}^B_{k+1}$ bei (siehe Kap. 5.1.2). Die Ablagen von **CG** bezüglich **RP** $\left(\Delta \boldsymbol{p}^B_{CG} \right)$ sind dabei unbekannt. Es ist erforderlich, dass sie im Filterprozess mitgeschätzt werden.

In der Realität lässt sich der Einschwingvorgang bis zum Erreichen des Endwerts $\tilde{X}$ für die jeweilige Zustandsgröße passender durch ein PT_2-Glied bzw. ein PT_2T_t-Glied beschreiben (siehe Mann et al. 2005). Die Bestimmung der einzelnen Parameter in der zugehörigen Differentialgleichung anhand von realen Messdaten

wird jedoch durch das auftretende Messrauschen und eine begrenzte zeitliche Auflösung erschwert. Deshalb wird hier lediglich eine Modellierung auf Grundlage des PT_1T_t-Glieds implementiert.

c.2) Modellierung des Strömungseinflusses
Die in einem Gewässer vorherrschende Strömung stellt einen weiteren Einflussfaktor für das Bewegungsverhalten des betrachteten Systems dar. Hier wird angenommen, dass sich dieser Einfluss lediglich auf die Lagekomponenten der Schiffsbewegung auswirkt, obwohl es aufgrund von variierenden Strömungsverhältnissen zu Wellenbewegungen kommen kann. Diesem wird, soweit möglich, im Folgenden durch die Modellierung von auftretenden zyklischen Effekten Rechnung getragen.

Wird von einem gleichförmigen Verhalten der Strömung rings ums Schiff ausgegangen, so kann aus der Strömungsrichtung und der -geschwindigkeit (relativ zum Schiff) eine Beschleunigung sowohl in Längs- als auch in Querrichtung des Schiffs bestimmt werden. Wird zudem noch angenommen, dass sich der Drehpunkt des Schiffs im Massenschwerpunkt befindet, so kann unterstellt werden, dass das resultierende Giermoment Null ist. Das Schiff selbst wird hierbei als starrer Körper betrachtet, so dass eine evtl. auftretende Torsion vernachlässigt wird.

Die Annahme von konstanten Strömungsverhältnissen ist jedoch nicht in allen Fällen zutreffend. Kommt es zu einer abrupten Änderung des Strömungsverhaltens, so können die Strömungskräfte an Bug und Heck des Schiffs stark variieren, was sich wiederum in einem auftretenden Giermoment wiederspiegelt. Fährt ein Schiff beispielsweise in den Mündungsbereich eines anderen Fließgewässers, so wirkt sich am vorderen Ende bereits eine zusätzliche, seitlich angreifende Kraft aus, von der der hintere Teil noch nicht beeinflusst wird.

Prinzipiell existieren zwei Optionen um die aus der Strömung resultierenden Beschleunigungen als Stellgrößen direkt ins Systemmodell zu integrieren. Die Strömungsverhältnisse werden entweder sensorisch direkt am Schiff erfasst oder aus einem allgemeinen Strömungsmodell abgegriffen. Da es sich bei letzterem in den meisten Fällen um ein eindimensionales Modell handelt, wird nur die Geschwindigkeit entlang der Flussachse angegeben. Lokale Strömungsabweichungen von diesem Modell (z. B. Verwirbelungen oder Querströmungen) werden dadurch nicht modelliert, so dass die vernachlässigten Beschleunigungen wiederum durch eine Erhöhung des Störrauschens berücksichtigt werden müssen. Als Beispiele für Softwares, welche ein solches eindimensionales Modell berechnen, sind JABRON (Hydrotec 2017) und das von der BfG bereitgestellte Modul M-Info des Webdienstes FLYS (BfG 2017) zu nennen. Wie in Wu (2008) und Oertel und Bung (2004) beschrieben wird, ist die Erstellung von zwei- oder dreidimensionalen Strömungsmodellen wesentlich aufwendiger. Realisiert werden sie beispielsweise mit HYDRO_AS-2D (Hydrotec 2017), dem 2dMb Modell (Faeh 2007) oder dem CCHE2D-Strömungsmodell (Qi und Altinakar 2011).

Aktuelle Strömungsinformationen lassen sich während einer Messfahrt mithilfe eines Log-Sensors (siehe Kap. 2.3.2) ableiten. Bei lediglich einem installierten Sensor muss jedoch davon ausgegangen werden, dass dieser Wert nur für die exakte Messposition gültig ist. Idealerweise sollte sich diese im mittleren Bereich des Schiffs befinden. Da dieser Sensor im Allgemeinen fest mit dem Schiff verbunden ist, werden die Einbauwinkel des Sensors relativ zum Schiffskoordinatensystem $\mathbf{x}^B$ bestimmt, so dass die Ausgabe der Messgrößen ebenfalls bezüglich des $\mathbf{x}^B$-Koordinatensystems erfolgen kann.

Aus den gemessenen bzw. abgeleiteten Komponenten der Strömungsgeschwindigkeiten $v^B_{i,str}$ folgt

$$\underbrace{\begin{bmatrix} a^B_{x,str} \\ a^B_{y,str} \\ 0 \end{bmatrix}}_{\boldsymbol{a}_{str}} = \begin{bmatrix} \frac{\Delta v_{x,str}}{\Delta t} \\ \frac{\Delta v_{y,str}}{\Delta t} \\ 0 \end{bmatrix} \tag{4.98}$$

als Modellerweiterung für das Systemmodell. In Vertikalrichtung wirksame Beschleunigungen werden hierbei ignoriert. Auf eine Modellierung des auftretenden Giermoments muss ebenfalls verzichtet werden, da hierfür nicht genügend Messdaten vorliegen.

Da auf veränderte Strömungsverhältnisse oft durch eine manuelle Anpassung der Stellgrößen für die Schiffsteuerung $(\boldsymbol{n}, \boldsymbol{\delta})$ reagiert wird, ist es sinnvoll, den modellierten Strömungseinfluss nicht isoliert an das Grundmodell (4.61) anzubringen. Stattdessen sollten hier die Prädiktionsgleichungen (4.95) um den Term $[\mathbf{0}, \boldsymbol{a}_{str}]^T \cdot \Delta t$ ergänzt werden.

c.3) Modellierung des Windeinflusses
Es wird angenommen, dass die durch den Wind auf das Schiff wirkende Kraft als Luftwiderstand aufgefasst werden kann, wobei ein in Fahrtrichtung wehender Wind einen beschleunigenden Einfluss hat (Illies 1984). Der Luftwiderstand F_{LW} wird dabei aus fluiddynmischen Betrachtungen hergeleitet.

$$F_{LW} = C_w \cdot A_A \cdot \frac{\rho_L}{2} \cdot v_A^2, \tag{4.99}$$

mit C_w - Luftwiderstandsbeiwert [-],
A_A - angeströmte Fläche [m^2],
ρ_L - Dichte der Luft [$\mathrm{kg/m}^3$],
v_A - Anströmungsgeschwindigkeit [$\mathrm{m/s}^2$].

Bei dem Luftwiderstandsbeiwert C_w handelt es sich um einen fahrzeugspezifischen Kennwert, der die Auswirkung des durch den Wind verursachten Staudrucks ($\frac{\rho_L}{2} \cdot v_A^*$) auf das jeweilige Fahrzeug beschreibt. Prinzipiell setzt sich dieser Koeffizent aus einem Druckbeiwert und einem Reibungsbeiwert zusammen, praktisch wird jedoch meist direkt der Gesamtwert C_w angegeben. Dieser wiederum hängt stark von der Anströmungsrichtung relativ zum Objekt ab. Nach Illies (1984) wird für Handelsschiffe von einem Luftwiderstandsbeiwert von $C_w = 0,7 - 0,8$ ausgegangen, wohingegen für Passagierschiffe mit $C_w = 0,6 - 0,7$ gerechnet wird. Blendermann (1986) und Blendermann (1993) bestimmen anhand von Versuchsreihen mit Schiffsmodellen im Windkanal die Widerstandsbeiwerte von verschiedenen Schiffstypen. Um den Einfluss des Winds auf ein Schiff bestimmen zu können, werden für jeden Schiffstyp drei Widerstandsbeiwerte bestimmt: Der Beiwert bei einer quer zum Schiff liegenden Anströmungsrichtung CD_q ($\gamma_{Wind} = |\frac{\pi}{2}|$), sowie die Widerstandswerte bei einer Anströmung in Längsrichtung. Aufgrund der teilweise unsymmetrischen Schiffsgeometrie unterscheidet Blendermann (1993) bei diesen Beiwerten zwischen einer Anströmung von vorne ($CD_{l_{AF}}(0)$) und einer Anströmung von achtern ($CD_{l_{AF}}(\pi)$). Dabei wird die (relative) Windrichtung mit Bezug zum Schiffskoordinatensystem $\mathbf{x}^B$ bestimmt.

Blendermann (1993) betont, dass Schiffe, die einem der vorgestellten Typen entsprechen, im allgemeinen ähnliche Beiwerte aufweisen. Da die Bestimmung der Parameter in Experimenten mit großem Aufwand verbunden ist, wird vorgeschlagen, die entsprechenden Werte aus den Untersuchungen zu verwenden. Aus den gemessenen Werten können die gesuchten Koeffizienten berechnet werden. Es wird jedoch betont, dass diese Annahmen nur gültig sind „sofern es sich nicht um neue unkonventionelle Entwürfe handelt“ (Blendermann 1993). Bei den hier betrachteten Vermessungsschiffen handelt es sich um solch eine neue Bauform. Da keine Beiwerte im Modellversuch bestimmt wurden, müssen die Werte für den in Blendermann (1986) und (Blendermann 1993) aufgeführten Schiffstyp *Schnellboot* (siehe Tab. 4.2) verwendet werden, da dessen Silhouette die größte Ähnlichkeit mit den Vermessungsschiffen aufweist.

In Breitenfeld et al. (2015) wird bei der Bestimmung des Windwiderstands in (4.99) stark vereinfachend von einem windrichtungsunabhängigen, konstanten Widerstandsbeiwert C_w ausgegangen. Die richtungsabhängigen Koeffizienten $CD_q, CD_{l_{AF}}(0)$ und $CD_{l_{AF}}(\pi)$ sind unbekannt. Die zur Berechnung von F_{LW} außerdem benötigte Fläche A_A lässt sich berechnen, indem die Schiffssilhouette mittels Zentralprojektion eines digitalen Schiffsmodells auf eine orthogonal zur Windrichtung liegende Fläche projiziert wird. Anstelle dieser vereinfachten Betrachtungsweise ist eine vektorielle Betrachtungsweise des Windeinflusses sinnvoll.

Ausgehend von (4.99) berechnet Fossen (2011) hierzu die wirkenden Windkräfte und -momente

$$\boldsymbol{F}_{Wind} = \frac{\rho_{Wind}}{2} * v_{Wind}^2 * \begin{bmatrix} C_{roll}\left(\gamma_{Wind}\right) * A_{Lw} * H_{Lw} \\ C_{pitch}\left(\gamma_{Wind}\right) * A_{Fw} * H_{Fw} \\ C_{yaw}\left(\gamma_{Wind}\right) * A_{Lw} * L_{oA} \\ C_x\left(\gamma_{Wind}\right) * A_{Fw} \\ C_y\left(\gamma_{Wind}\right) * A_{Lw} \\ C_z\left(\gamma_{Wind}\right) * A_{Fw} \end{bmatrix} \tag{4.100}$$

mit A_{Fw} - in die yz-Ebene projizierte Fläche des Schiffs,
A_{Lw} - in die xz-Ebene projizierte Fläche des Schiffs,
H_{Fw} - Höhe des Schwerpunkts von A_{Fw} über der Wasserlinie,
H_{Lw} - Höhe des Schwerpunkts von A_{Lw} über der Wasserlinie,
L_{oa} - Gesamtlänge des Schiffs.

Nach Fossen (2011) wird im Allgemeinen angenommen, dass sowohl die Windkraft in der z-Komponente als auch das dadurch induzierte Moment in der Pitch-Komponente Null sind. Zur exakten Berechnung der durch den Wind wirkenden Kräfte und Momente müssen die Widerstandskoeffizienten $C_{yaw}\left(\gamma_{Wind}\right), C_x\left(\gamma_{Wind}\right)$ und $C_y\left(\gamma_{Wind}\right)$ in Abhängigkeit der Anströmungsrichtung γ_{Wind} bestimmt werden. Hier soll der detailliertere Ansatz nach Blendermann (1993) und Fossen (2011) betrachtet werden, bei dem Widerstandsbeiwerte für die Rotations- und Translationskomponenten berechnet werden können und somit auch die wirkenden Kräfte in allen sechs Komponenten bestimmt werden. Dieser Ansatz bietet im Vergleich zu Isherwood (1972) den Vorteil, dass er für verschiedene Schiffstypen angewendet werden kann.

Die Bestimmung der Schiffsmaße und der Flächen kann direkt aus den Bauplänen eines Schiffs oder mithilfe von photogrammetrischen Methoden abgeleitet werden. In Breitenfeld et al. (2015) wird hierzu aus den Bauplänen des Schiffs ein Drahtgittermodell erzeugt. Anhand der in einer Ebene projizierten Kontur kann damit die angeströmte Fläche berechnet werden. Valčić et al. (2019) schlagen vor, eine Schiffskontur mithilfe von Objekterkennungsalgorithmen aus Fotos abzuleiten, woraus wiederum die Fläche bestimmt werden kann.

Tab. 4.2: Ausgewählte Beiwerte für die Berechnung des Windeinflusses (Blendermann 1993)

Schiffstyp	CD_q	$CD_{l_{AF}}(0)$	$CD_{l_{AF}}(\pi)$	δ_Q	κ
Fähre	0,90	0,45	0,50	0,80	1,1
Fischkutter	0,95	0,70	0,70	0,40	1,1
Forschungsschiff	0,85	0,55	0,65	0,60	1,4
Schnellboot	0,90	0,55	0,60	0,60	1,1

Damit werden die Koeffizienten mithilfe der vorab bestimmten Beiwerte des Querwiderstands (CD_q), des Rollmomentfaktors κ und des Querkraftparameters δ_Q bestimmt (siehe Tab. 4.2). Der Beiwert des Längswiderstands ergibt sich nach Blendermann (1993) aus dem in Tab. 4.2 angegebenen Beiwerts $CD_{l_{AF}}$ zu

$$CD_l = CD_{l_{AF}} \cdot \frac{A_{Fw}}{A_{Lw}} \tag{4.101}$$

$$C_X\left(\gamma_{Wind}\right) = -CD_l \frac{A_{Lw}}{A_{Fw}} \cdot \frac{\cos\gamma_{Wind}^B}{1 - \frac{\delta_Q}{2}\left(1 - \frac{CD_l}{CD_t}\right)\sin^2\left(2\gamma_{Wind}^B\right)} \tag{4.102}$$

$$C_Y\left(\gamma_{Wind}\right) = CD_q \cdot \frac{\sin\gamma_{Wind}^B}{1 - \frac{\delta_Q}{2}\left(1 - \frac{CD_l}{CD_t}\right)\sin^2\left(2\gamma_{Wind}^B\right)} \tag{4.103}$$

$$C_{M_{\omega,x}}\left(\gamma_{Wind}\right) = \kappa \cdot C_Y\left(\gamma_{Wind}\right) \tag{4.104}$$

$$C_{M_{\omega,z}}\left(\gamma_{Wind}\right) = \left(\frac{x_{AL}^B}{L_{oa}} - 0.18 * \left(\gamma_{wind} - \frac{\pi}{2}\right)\right) \cdot C_Y\left(\gamma_{Wind}\right) \tag{4.105}$$

x_{AL}^B steht hierbei für die x^B-Koordinate des Schwerpunkts der Fläche A_{Lw}.

Werden die Gleichungen (4.102) - (4.105) in (4.100) eingesetzt und sind die getroffenen Annahmen gültig, so ergibt sich

$$\boldsymbol{F}_{Wind} = \frac{\rho_{Wind}}{2} \cdot V_{rw}^2 \cdot \begin{bmatrix} CD_q \cdot A_{Lw} \cdot H_L \cdot \kappa \cdot \frac{\sin\gamma_{Wind}^B}{1-\frac{\delta_Q}{2}\left(1-\frac{CD_l}{CD_q}\right)\sin^2\left(2\gamma_{Wind}^B\right)} \\ 0 \\ CD_q \cdot A_{Lw} \cdot L_{oa} \cdot \left(\frac{x_{AL}^B}{L_{oa}} - 0.18\left(\gamma_{wind} - \frac{\pi}{2}\right)\right) \frac{\sin\gamma_{Wind}^B}{1-\frac{\delta_Q}{2}\left(1-\frac{CD_l}{CD_q}\right)\sin^2\left(2\gamma_{Wind}^B\right)} \\ CD_l \cdot A_{Lw} \frac{\cos\gamma_{Wind}^B}{1-\frac{\delta_Q}{2}\left(1-\frac{CD_l}{CD_q}\right)\sin^2\left(2\gamma_{Wind}^B\right)} \\ CD_q \cdot A_{Lw} \cdot \frac{\sin\gamma_{Wind}^B}{1-\frac{\delta_Q}{2}\left(1-\frac{CD_l}{CD_t}\right)\sin^2\left(2\gamma_{Wind}^B\right)} \\ 0 \end{bmatrix}. \tag{4.106}$$

Aus der mit (4.99) bestimmten Kraft F_{LW} kann unter Verwendung von (4.67) die theoretische Beschleunigung des Schiffs approximiert werden, wobei jedoch die Masse des Schiffs m_{Ship} bekannt sein muss. Tatsächlich handelt es sich hierbei um eine variable Größe, die von der Zuladung abhängt und, durch Treibstoffverbrauch, während einer Messfahrt abnimmt. Hier wird jedoch zunächst von einer konstanten Größe ausgegangen.

Nach Umwandlung der Kraft in eine daraus resultierende Geschwindigkeitsänderung wird diese in Breitenfeld et al. (2015) mithilfe der Windrichtung in eine x^B- und eine y^B-Komponente aufgeteilt.

$$\boldsymbol{\Delta v}_{Wind}^B = \Delta v_{Wind,\gamma} \cdot \begin{bmatrix} \cos\gamma_{Wind}^B \\ \sin\gamma_{Wind}^B \\ 0 \end{bmatrix}. \tag{4.107}$$

Für rollstabile Schiffe wie die *Mercator* kann zudem noch angenommen werden, dass sich der Schwerpunkt der in die x^B, z^B-Ebenen des Schiffskoordinatensystems projizierten Fläche in etwa auf Höhe der Wasserspiegellinie befindet. Bei Simulationen zeigt sich, dass das durch den Wind verursachte Rollmoment bzw. die resultierende Rollbeschleunigung selbst bei hohen resultierenden, absoluten Windgeschwindigkeiten V_{Wind} bei geringem H_{Lw} ebenfalls sehr klein ist und deshalb vernachlässigt werden kann. Dabei wird vereinfachend angenommen, dass es sich bei dem Schiff um ein unbewegtes System handelt. Die Winkelbeschleunigungen können mithilfe der Eulerschen Gleichungen berechnet werden (Gross et al. 2012). Vereinfacht wird für den Massenträgheitstensor $\boldsymbol{\Theta}$ wieder angenommen, dass er sich auf ein Hauptachsensystem bezieht, so dass es sich um eine Diagonalmatrix handelt. Das Schiff wird hierbei durch eine Quader approximiert. Damit ist die Verwendung von (4.77) bzw. (4.78) bei der Berechnung der Winkelbeschleunigungen $\boldsymbol{\Delta\omega}_{Wind}^{B,N}$ möglich.

Da von einem gleichmäßigen Windstrom ausgegangen wird, der über die gesamte Schiffsfläche gleichmäßig angreift, rechtfertigt sich die Vernachlässigung von $\boldsymbol{\Delta\omega}_{Wind}^{B,N}$. Somit lassen sich die durch den Wind verursachten Beschleunigungen durch

$$\boldsymbol{a}_{Wind,k}^B = \frac{1}{\Delta t}\boldsymbol{\Delta v}_{Wind}^B \tag{4.108}$$

beschreiben.

Aufgrund von Windböen schwanken die mit Windmessern erfassten Daten v_A und γ_{Wind} sehr stark. Fossen (2011) schlägt vor, die gemessene Windgeschwindigkeit und -richtungen mithilfe eines Tiefpassfilters zu glätten, da lediglich die mittlere bzw. konstante Komponente der Windkraft Auswirkungen hat und damit mit der

Antriebskraft kompensiert werden muss. Damit kann, wie in (4.108) angenommen, von einer kurzfristig gleichbleibenden Kraft $\boldsymbol{F}_{Wind}$ ausgegangen werden.

c.4) Modellierung des zyklischen Effekts
Der auftretende zyklische Effekt kann durch verschiedene externe Kräfte verursacht werden, die hier nicht explizit modelliert sind. Als Beispiele seien hier Wellen oder auch Vibrationen, die vom Schiffsmotor generiert werden, genannt. Somit wird bei dieser Modellerweiterung nicht nur alleine der Einfluss von $\boldsymbol{F}_{control}$ betrachtet. Es handelt sich vielmehr um eine kumulative Berücksichtigung aller angreifenden Kräfte.

In Kap. 3.2.4 wird gezeigt, dass dadurch insbesondere die Vertikalbewegung des Schiffs ($\omega_x^{B,N}, \omega_y^{B,N}$ und v_z^B) beeinflusst wird, so dass in diesem Ansatz die Beschleunigungskomponenten $\dot{\omega}_{x,zyk}^{B,N}, \dot{\omega}_{y,zyk}^{B,N}$ und $a_{z,zyk}^B$ als Stellgrößen eingeführt werden. Das Systemmodel wird um das Glied

$$\begin{bmatrix} \dot{\boldsymbol{\omega}}_{zyk,k}^{B,N} & \boldsymbol{a}_{zyk,k}^B \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} \dot{\omega}_{x,zyk}^{B,N} & \dot{\omega}_{y,zyk}^{B,N} & 0 & 0 & 0 & a_{z,zyk}^B \end{bmatrix}^T \tag{4.109}$$

erweitert. Wie auch bei der Modellierung des Einflusses des Schiffantriebs werden die Stellgrößen hier nicht ausschließlich aus Informationen der aktuellen Epoche k bestimmt. Stattdessen kommt ein rekursives Modell zum Einsatz, bei dem Zeitreihenelemente der vorangegangenen s Epochen einbezogen werden. Die Stellgrößen werden dabei in einem dem EKF vorgeschalteten Modul berechnet, ebenso wie die zugehörigen Varianzen der Stellgrößen. Sie werden durch die Gleichung (C.3) (siehe Anhang C.2) bestimmt und für die jeweilige Epoche k in die Matrix $\boldsymbol{\Sigma}_{uu,k}$ eingesetzt.

Um das Systemverhalten in diesem Modul optimal wiedergeben zu können, muss vorab eine Analyse zum allgemeinen Systemverhalten durchgeführt werden. Es wird bestimmt, welche Art von zyklischen Effekten im jeweiligen Signal enthalten sind und ob diese dauerhaft oder nur temporär auftreten. Diese Analyse, für die idealerweise ein möglichst umfangreicher Datensatz vorliegen sollte, wird in dieser Arbeit in Kap. 3.3.2 ausgeführt.

Im hier betrachteten Fall zeigt sich, dass die genannten Zeitreihen nahezu komplett von zyklischen Effekten überlagert werden, wobei die beschreibenden Parameter, Frequenz und Amplitude, nicht zwingend konstant sind. Um diesen Effekt mithilfe eines trigonometrischen Polynoms in Form von (3.72) oder auch von (3.73) beschreiben zu können, werden zunächst mithilfe einer STFT oder einer Wavelet-basierten Frequenzanalyse die dominierenden Frequenzen bestimmt (siehe Kap. 3.2.4). Bei den detektierten Frequenzen sollte sorgfältig untersucht werden, ob es sich tatsächlich um unterschiedlichen Termen zurechenbaren Frequenzen handelt oder ob es sich um leicht variierende Frequenzen handelt, die einem gemeinsamen Frequenzband zuzuordnen sind. Die Anzahl der eindeutig unterscheidbaren Frequenzen entspricht der Anzahl q der sich überlagernden trigonometrischen Polynomterme in (3.72). Idealerweise wird q für jeden Zeitpunkt t_k neu bestimmt, so dass die Schätzung der Schwingungsparameter stets an die lokalen Gegebenheiten angepasst werden kann. Da solch eine Berechnung jedoch mit einem wesentlich höheren Rechenaufwand und -zeit einhergeht, wird für das hier implementierte, (nahe-)echtzeitfähige Filter darauf verzichtet. Anhand der geschätzten Frequenzen wird ein rückblickendes Zeitfenster mit einer Länge von s Epochen definiert, so dass auch für niederfrequente Schwingungen mindestens eine vollständige Schwingung enthalten ist.

Bei der Datenprozessierung werden im oben erwähnten vorgeschalteten Modul die zum Zeitpunkt t_k einflussnehmenden $1 + 3q$ Schwingungsparameter ($A_0, A_j, \nu_j, \Delta\varphi_j$ mit $j = 1, \ldots, q$) durch eine Ausgleichung nach dem GAUSS-MARKOV-Modell für $\dot{\omega}_x^{B,N}, \dot{\omega}_y^{B,N}$ und a_z^B laufend mitbestimmt. Dazu wird (3.73) linearisiert und die Jacobi-Matrix aufgestellt. Der Beobachtungsvektor y_a wird entweder mit gemessenen Beschleunigungen oder mit aus den geschätzten Systemzuständen $\hat{\boldsymbol{x}}_{k-s:k}$ abgeleiteten Beschleunigungen besetzt. In dieser Arbeit wird die zweite Möglichkeit realisiert.

$$\begin{bmatrix} a_{i,k-1} \\ a_{i,k-2} \\ \vdots \\ a_{i,k-s} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \frac{\partial f_{k-1}}{\partial a_1} & \frac{\partial f_{k-1}}{\partial \omega_{K,1}} & \cdots & \frac{\partial f_{k-1}}{\partial \Delta\varphi_q} \\ 1 & \frac{\partial f_{k-2}}{\partial a_1} & \frac{\partial f_{k-2}}{\partial \omega_{K,1}} & \cdots & \frac{\partial f_{k-2}}{\partial \Delta\varphi_q} \\ \vdots & & & & \\ 1 & \frac{\partial f_{k-s}}{\partial a_1} & \frac{\partial f_{k-s}}{\partial \omega_{K,1}} & \cdots & \frac{\partial f_{k-s}}{\partial \Delta\varphi_q} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} A_0 \\ A_1 \\ f_1 \\ \vdots \\ \Delta\varphi_q \end{bmatrix} \tag{4.110}$$

Die Initialwerte dieser Ausgleichung werden einerseits aus geometrischen Überlegungen,

$$A_0^0 = \frac{1}{n} \sum_{i=k-s+1}^{k} a_{i,k-s:k-1}, \qquad A_j^0 = \frac{\max\left(a_{i,k-s:k-1}\right) - \max\left(a_{i,k-s:k-1}\right)}{2}, \tag{4.111}$$

mit $j = 1, \ldots, q$ hergeleitet. ν_j^0 und $\Delta\varphi_j^0$ werden andererseits aus der vorangegangenen Epoche t_{k-1} übernommen. Für die Bestimmung der dominierenden Frequenzen ν_j^0 kann ein Spektrogramm oder, wie von Zhang (2016) vorgeschlagen, auch ein Periodogramm herangezogen werden. Diese werden mittels einer STFT bzw. einer FFT erzeugt. Mit den geschätzten Schwingungsparametern A_0, A_j, ν_j und $\Delta\varphi_j$ wird die aktuell anliegende Beschleunigung bestimmt.

Für die stochastische Betrachtung werden die in den jeweiligen Epochen geschätzten Varianzen der Zustandsgrößen in die Kovarianzmatrix $\Sigma_{y_a y_a}$ eingefügt. Damit lassen sich die Varianzen der Schwingungsparameter aus der Kofaktor- bzw. der Kovarianzmatrix der Unbekannten auslesen und als Varianzen der Stellgrößen an das EKF übergeben. Eine detaillierte Beschreibung des stochastischen Modells findet sich in Anhang C.

Zusammenfassung: Komplette Modellerweiterung DYNAMIK

Zusammenfassend lässt sich das in den Geschwindigkeitskomponenten kinetisch erweiterte Systemmodell durch Kombination von (4.95), (4.98), (4.107) und (4.109) ausdrücken. Vereinfacht lautet es

$$\begin{bmatrix} \bar{\boldsymbol{\omega}}_{k+1}^{B,N} \\ \bar{\boldsymbol{v}}_{k+1}^{B} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{\boldsymbol{\omega}}_{k}^{B,N} \\ \hat{\boldsymbol{v}}_{k}^{B} \end{bmatrix} + \left(\begin{bmatrix} \dot{\boldsymbol{\omega}}_{Contr,k}^{B,N} \\ \boldsymbol{a}_{Contr,k}^{B} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dot{\boldsymbol{\omega}}_{zyk,k}^{B,N} \\ \boldsymbol{a}_{zyk,k}^{B} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \boldsymbol{a}_{str,k}^{B} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \boldsymbol{a}_{Wind,k}^{B} \end{bmatrix} \right) \cdot \Delta t. \tag{4.112}$$

Da der Einfluss des Winds hier aufgrund von fehlenden Messdaten nicht berücksichtigt wird, lautet die komplette funktionale Darstellung der Geschwindigkeitskomponenten im hier verwendeten Prädiktionsmodell

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} \bar{\omega}^B_{x,k+1} \\ \bar{\omega}^B_{y,k+1} \\ \bar{\omega}^B_{z,k+1} \\ \bar{v}^B_{x,k+1} \\ \bar{v}^B_{y,k+1} \\ \bar{v}^B_{z,k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{\omega}^B_{x,k} \\ \hat{\omega}^B_{y,k} \\ \hat{\omega}^B_{z,k} \\ \hat{v}^B_{x,k} \\ \hat{v}^B_{y,k} \\ \hat{v}^B_{z,k} \end{bmatrix} + \Bigg(\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ g_{\omega,z,k}(\tau) \\ g_{v,x,k}(\tau) \\ g_{v,y,k}(\tau) \\ 0 \end{bmatrix} + \\
\Bigg(\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{K_{\omega,z,1}}{T_{1,\omega,z}} & \frac{K_{\omega,z,2}}{T_{1,\omega,z}} & \frac{K_{\omega,z,3}}{T_{1,\omega,z}} & \frac{K_{\omega,z,4}}{T_{1,\omega,z}} \\ \frac{K_{v,x,1}}{T_{1,v,x}} & \frac{K_{v,x,2}}{T_{1,v,x}} & \frac{K_{v,x,3}}{T_{1,v,x}} & \frac{K_{v,x,4}}{T_{1,v,x}} \\ \frac{K_{v,y,1}}{T_{1,v,y}} & \frac{K_{v,y,2}}{T_{1,v,y}} & \frac{K_{v,y,3}}{T_{1,v,y}} & \frac{K_{v,y,4}}{T_{1,v,y}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_{Contr,SB,x,k} \\ V_{Contr,BB,x,k} \\ V_{Contr,SB,y,k} \\ V_{Contr,BB,y,k} \end{bmatrix} \Bigg) \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ e^{-\frac{t^*_{1,\omega z}}{T_{1,\omega,z}}} \\ e^{-\frac{t^*_{1,vx}}{T_{1,vx}}} \\ e^{-\frac{t^*_{1,vy}}{T_{1,vy}}} \\ 0 \end{bmatrix}^T + \\
\begin{bmatrix} A_{0,\alpha_x} + \sum_{j=1}^{q} A_{j,\alpha_x} \cdot \sin\left(2\pi\nu_{j,\alpha_x} \cdot t_{k+1} + \Delta\varphi_{j,\alpha_x}\right) \\ A_{0,\alpha_y} + \sum_{j=1}^{q} A_{j,\alpha_y} \cdot \sin\left(2\pi\nu_{j,\alpha_y} \cdot t_{k+1} + \Delta\varphi_{j,\alpha_y}\right) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ A_{0,v_z} + \sum_{j=1}^{q} A_{j,v_z} \cdot \sin\left(2\pi\nu_{j,v_z} \cdot t_{k+1} + \Delta\varphi_{j,v_z}\right) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ a_{x,str,k} \\ a_{y,str,k} \\ 0 \end{bmatrix} \Bigg) \cdot \Delta t,
\end{aligned} \tag{4.113}$$

wobei bei starkem fahrdynamischem Einfluss zusätzlich (4.86) addiert werden muss. Die in Gleichung (4.113) enthaltenen Systemgleichungen zeigen ein nahezu lineares bzw. ein schwach nicht-lineares Verhalten. Wird ein multiples Bestimmtheitsmaß (siehe Schwieger 2005) berechnet, so gilt stets $B \geq 0,94$.

4.3.2.2 Prädiktion der Position und Orientierung

Für die Orientierungswinkel $\boldsymbol{\Theta}$ und die Position $\boldsymbol{p}$ wird angenommen, dass die durch die anliegenden Geschwindigkeitsänderungen verursachte Orientierungs- und Positionsänderung durch die Transformationen vom Schiffs- ins Navigationskoordinatensystem bestimmt werden kann. Allgemein gelten

$$\bar{\boldsymbol{\Theta}}_{k+1} = \begin{bmatrix} \bar{\phi}_{k+1} \\ \bar{\theta}_{k+1} \\ \bar{\psi}_{k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{\phi}_k \\ \hat{\theta}_k \\ \hat{\psi}_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta\phi_{k,k+1} \\ \Delta\theta_{k,k+1} \\ \Delta\psi_{k,k+1} \end{bmatrix} \tag{4.114}$$

und

$$\bar{\boldsymbol{p}}_{k+1} = \begin{bmatrix} \bar{E}_{k+1} \\ \bar{N}_{k+1} \\ \bar{U}_{k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{E}_k \\ \hat{N}_k \\ \hat{U}_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta E_{k,k+1} \\ \Delta N_{k,k+1} \\ \Delta U_{k,k+1} \end{bmatrix}. \tag{4.115}$$

Die resultierenden Änderungen der Orientierungswinkel werden dabei mit

$$\begin{bmatrix} \Delta\phi_{k,k+1} \\ \Delta\theta_{k,k+1} \\ \Delta\psi_{k,k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \sin\hat{\phi}_k \tan\hat{\theta}_k & \cos\hat{\phi}_k \tan\hat{\theta}_k \\ 0 & \cos\hat{\phi}_k & -\sin\hat{\phi}_k \\ 0 & \frac{\sin\hat{\phi}_k}{\cos\hat{\theta}_k} & \frac{\cos\hat{\phi}_k}{\cos\hat{\theta}_k} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\omega}^{B,N}_{x,k} \\ \hat{\omega}^{B,N}_{y,k} \\ \hat{\omega}^{B,N}_{z,k} \end{bmatrix} \cdot \Delta t \tag{4.116}$$

angegeben und in (4.114) eingesetzt. Die resultierenden Systemgleichungen zeigen auch bei Wendemanövern nur ein schwach nicht-lineares Verhalten. Für $\Delta\Theta_{k+1}$ ergibt sich ein multiples Bestimmtheitsmaß von $B \geq$

$0,94$. Es ist zu beachten, dass bei Anwendung von $\bar{\psi}_{k+1}$ im Zusammenhang mit der Prädiktion von $\bar{\boldsymbol{p}}_{k+1}$ bezüglich einer ebenen Referenzfläche die Meridiankonvergenz c berücksichtigt werden muss.

Die Änderungen der Positionskoordinaten $(\Delta E_{k,k+1}, \Delta N_{k,k+1}, \Delta U_{k,k+1})$ sind als zurückgelegte Strecken in den einzelnen Koordinatenkomponenten zu interpretieren. Dementsprechend werden diese Strecken

$$\Delta\hat{\boldsymbol{p}}_k^B = \begin{bmatrix} \hat{v}_{x,k}^B \\ \hat{v}_{y,k}^B \\ \hat{v}_{z,k}^B \end{bmatrix} \cdot \Delta t, \tag{4.117}$$

zunächst im $\mathbf{x}^B$-System bestimmt (Breitenfeld et al. 2015). Dieser Ansatz wird in Breitenfeld et al. (2015) als Geradenmodell bezeichnet. Um aus $\hat{\boldsymbol{p}}_{k+1}^B$ die Positionsänderungen $\Delta\bar{\boldsymbol{p}}_{k+1}^N = [\Delta E_{k,k+1}, \Delta N_{k,k+1}, \Delta U_{k,k+1}]^{\mathrm{T}}$ zu berechnen, erfolgt die Transformation

$$\Delta\bar{\boldsymbol{p}}_{k+1}^N = \mathbf{R}_z\left(\hat{\psi}_k - c_k\right) \cdot \mathbf{R}_y\left(\hat{\theta}_k\right) \cdot \mathbf{R}_x\left(\hat{\phi}_k\right) \cdot \Delta\hat{\boldsymbol{p}}_k^B \tag{4.118}$$

ins Navigationskoordinatensystem. Hierzu werden die in (2.4) dargestellten Rotationsmatrizen verwendet. $\Delta\bar{\boldsymbol{p}}_{k+1}^N$ zeigt dabei nahezu lineares Verhalten.

Soll die Prädiktion der Position $\bar{\boldsymbol{p}}_{k+1}$ bzw. die Bestimmung von $\Delta\bar{\boldsymbol{p}}_{k+1}^N$ direkt im UTM-Koordinatensystem erfolgen, muss ein entsprechender Maßstabsfaktor für die horizontalen Streckenkomponenten angebracht werden. Dieser setzt sich, wie in Schödlbauer (1981) und Heunecke (2017) beschrieben, aus zwei einzelnen Streckenreduktionen zusammen:

- *Höhenreduktion*: Reduktion einer Horizontalstrecke s_H auf das Referenzellipsoid GRS80 $(\rightarrow s_{ell})$.
- *Abbildungsreduktion*: Reduktion von s_{ell} aufgrund der Projektion in die Ebene.

Der Maßstabsfaktor hängt stark von der gegenwärtigen Position ab und ist somit nur lokal gültig. Zusammengefasst kann der lokale Maßstabsfaktor mit

$$m_{UTM/0} = \left(1 - \frac{h_{ell}}{R_{GRS80}}\right) \cdot m_{UTM} = \left(1 - \frac{h_{ell}}{R_{GRS80}}\right) \cdot \left(1 + \frac{y_m^2}{2m^2 R_{GRS80}^2}\right) \cdot m, \tag{4.119}$$

mit h_{ell} - mittlere ellipsodische Höhe, $h_{ell} = \frac{1}{2}\left(h_{start} + h_{ende}\right)$,
R_{GRS80} - Radius der Gauß'schen Schmiegkugel für das Referenzellipsoid GRS80 (siehe Heunecke 2017),
y_m - mittlerer Abstand zum Zentralmeridian,
m - Abbildungsmaßstab für die UTM-Projektion am Zentralmeridian $m = 0,9996$,
ausgedrückt werden.

Damit kann die Positionsänderung bezüglich des UTM-Koordinatensystems mit

$$\begin{bmatrix} \Delta E_{k,k+1} \\ \Delta N_{k,k+1} \\ \Delta U_{k,k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_{UTM/0} \cdot \Delta\hat{p}_{x,k}^N \\ m_{UTM/0} \cdot \Delta\hat{p}_{y,k}^N \\ \Delta\hat{p}_{z,k}^N \end{bmatrix} \tag{4.120}$$

angegeben werden. Für ein kleines Δt sind die zurückgelegten Streckenkomponenten relativ kurz, wodurch der Einfluss der Lotabweichungen und der Krümmung der Lotlinien vernachlässigt werden kann (Heunecke 2017).

Erfolgt die Positionsangabe nicht in UTM-Koordinaten $\bar{E}_{k+1}, \bar{N}_{k+1}$, sondern in ellipsoidischen Koordinaten $\bar{L}_{k+1}^E, \bar{B}_{k+1}^E$ (z. B. WGS84- bzw. ETRS89-Koordinaten), so kann $\Delta\hat{\boldsymbol{p}}_k^B$ mit einer geeigneten Transformationsmatrix $\mathbf{R}^{N^*,e}$ direkt vom Schiffskoordinatensystem $\mathbf{x}^B$ ins ECEF-Koordinatensystem transformiert werden (siehe Aussems 1999). Eine Erläuterung zum $\mathbf{x}^{N^*}$ Koordinatensystem findet sich in Kap. 4.4.

4.3.2.3 Prädiktion der Ablage der Wasserspiegellage

Die Wasserspiegellage beschreibt eine mittlere, vom Wellengang bereinigte Höhe des Wassers, die für einen definierten Abschnitt eines Flusses gültig ist. Die Zustandsgröße $\Delta H_{WL,k}$ beschreibt die Ablage zwischen der für einen längeren Abschnitt modellierten Wasserspiegellage und der realen Wasserspiegellage an der Schiffsposition (siehe Abb. 4.7). Breitenfeld et al. (2015) gehen davon aus, dass dieser Wert innerhalb eines Messbereichs nahezu konstant bleibt, so dass die zugehörige Systemgleichung

$$\overline{\Delta H}_{WL,k+1} = \widehat{\Delta H}_{WL,k} \tag{4.121}$$

lautet.

4.3.3 Stochastisches Modell des Systemmodells

Neben dem deterministischen Prädiktionsmodell wird im EKF auch das zugehörige stochastische Modell (4.19) benötigt, mit dem die Kovarianzmatrix der prädizierten Zustandsgrößen $\mathbf{\Sigma}_{\bar{x}\bar{x},k+1}$ berechnet wird. Um diese Berechnung implementieren zu können, sind die in (4.19) enthaltenen Matrizen $\mathbf{T}_{k,k+1}, \mathbf{B}_{k,k+1}$ und $\mathbf{C}_{k,k+1}$ erforderlich. Die Transitionsmatrix $\mathbf{T}_{k,k+1}$ und die Stellgrößenmatrix $\mathbf{B}_{k,k+1}$ können mit (4.16) und (4.17) aus dem vorgestellten Systemmmodell gebildet werden. Die Störgrößenmatrix $\mathbf{C}_{k,k+1}$ kann jedoch erst durch Einführung eines Zwischenschritts definiert werden.

In Kap. 4.1.2.1 wird bereits festgestellt, dass für die Prädiktion der Zustandsgrößen $\bar{\boldsymbol{x}}_{k+1}$ angenommen wird, dass $E(\boldsymbol{w}_{k+1}) = \mathbf{0}$ gilt. Für die stochastische Modellierung ist nach Eichhorn (2005) dennoch eine Definition der Störgrößen erforderlich. Diese implizit vorhandenen Störgrößen sind im hier vorgestellten Systemmodell

$$\boldsymbol{w}_k = \begin{bmatrix} \dot{\omega}^{B,N}_{w,x,k} & \dot{\omega}^{B,N}_{w,y,k} & \dot{\omega}^{B,N}_{z,x,k} & a^{B}_{w,x,k} & a^{B}_{w,y,k} & a^{B}_{w,z,k} & \Delta\Delta H_{WL,k} \end{bmatrix},$$

mit
- $\dot{\omega}^{B,N}_{w,x,k}, \dot{\omega}^{B,N}_{w,y,k}, \dot{\omega}^{B,N}_{w,z,k}$ - Stördrehbeschleunigungen $\omega^{B,N}_{x,k}, \omega^{B,N}_{y,k}, \omega^{B,N}_{z,k}$,
- $a^{B}_{w,x,k}, a^{B}_{w,y,k}, a^{B}_{w,z,k}$ - Störbeschleunigungen in x^B, y^B, z^B-Richtung,
- $\Delta\Delta H_{WL,k}$ - Störung der Konstanz in der Ablage der Wasserspiegellage.

Werden sie im Zwischenschritt ins Systemmodell eingebunden, so kann $\mathbf{C}_{k,k+1}$ durch Anwendung von (4.18) definiert werden. Die Matrizen $\mathbf{T}_{k,k+1}, \mathbf{B}_{k,k+1}$ und $\mathbf{C}_{k,k+1}$ selbst und ihre Herleitungen werden in Anhang C dargestellt.

Um die Kovarianzmatrix der Störgrößen ($\mathbf{\Sigma}_{\boldsymbol{ww}}$), die einen weiteren Bestandteil des stochastischen Modells bildet, auf das Systemverhalten anzupassen zu können, werden die entsprechenden Varianzen zunächst mit Erfahrungswerten besetzt. Diese werden anschließend mithilfe der globalen, kumulativen oder der regionalen Varianzkomponentenschätzung (siehe Kap. 4.2.2) lokal an das Systemverhalten angepasst. Die im stochastischen Modell ebenfalls benötigte Kovarianzmatrix der Stellgrößen ($\mathbf{\Sigma}_{\boldsymbol{uu}}$) wird im Fall der messtechnisch erfassten Stellgrößen auf der Hauptdiagonalen mit den jeweiligen Varianzen der Messgrößen besetzt. Da für $\boldsymbol{n}, \boldsymbol{\delta}$ keine a-priori bekannten Genauigkeiten vorliegen, werden die entsprechenden Varianzen zunächst durch Erfahrungswerte approximiert. Analog zu $\mathbf{\Sigma}_{\boldsymbol{ww}}$ können sie durch eine Bestimmung mit der in Kap. 4.2.2 beschriebenen globalen VKS an die realen Gegebenheiten angepasst werden.

Die für die Modellerweiterung KINEMATIK benötigten Varianzen der Beschleunigungen bzw. Drehratenänderungen werden mittels Varianzfortpflanzungsgesetz aus den bekannten Varianzen der eingehenden Größen bestimmt. Ebenso werden die Varianzen der in der Erweiterung DYNAMIK enthaltenen Stellgrößen $\boldsymbol{a}^{B}_{str,k}$ berechnet. Die Stellgrößen $g_{\omega,z,k}, g_{v,x,k}, g_{v,y,k}$ sowie $\dot{\omega}^{B,N}_{zyk,x,k}, \dot{\omega}^{B,N}_{zyk,y,k}$ und $a^{B}_{zyk,z,k}$, die ebenfalls für die Modellerweiterung DYNAMIK benötigt werden, werden strenggenommen außerhalb des eigentlichen Filterprozesses berechnet. Zur Berechnung von $\dot{\omega}^{B,N}_{zyk,x,k}, \dot{\omega}^{B,N}_{zyk,y,k}$ und $a^{B}_{zyk,z,k}$ müssen zunächst die jeweiligen Schwingungsparameter bestimmt werden, wozu die jeweiligen Zustandsgrößen $\hat{x}_{i,k-l}$ $(l = 1, \ldots, s)$ der vorangehenden s Epochen verwendet werden. Ihre aus $\mathbf{\Sigma}_{\hat{x}\hat{x},k-l}$ entnommenen Varianzen gehen in Form einer Gewichtsmatrix in die

Schätzung der Schwingungsparameter (Ausgleichung nach Prinzip der kleinsten Quadrate) mit ein. Die damit bestimmbaren Varianzen der Schwingungsparameter gehen durch Anwendung des Varianzfortpflanzungsgesetz auf (3.72) wiederum in die Schätzung der Varianzen der jeweiligen Stellgrößen ein.

Die Stellgrößen $g_{\omega,z,k}, g_{v,x,k}$ und $g_{v,y,k}$ hängen von den Stellgrößen $\boldsymbol{n}_\tau, \boldsymbol{\delta}_\tau$ $(\tau = k-1, \ldots, k-r)$ der vorangehenden r Epochen ab. Für das hier entwickelte stochastischen Modell werden (4.73), (4.81), (4.92) und (4.94) kombiniert, so dass die Abhängigkeit der Stellgrößen $g_{\omega,z,k}, g_{v,x,k}$ und $g_{v,y,k}$ funktional definiert ist. Da die in $\boldsymbol{\Sigma}_{uu,\tau}$ enthaltenen Varianzen von $\boldsymbol{n}$ und $\boldsymbol{\delta}$ bekannt sind, lassen sich wieder durch Anwendung des Varianzfortpflanzungsgesetzes die Varianzen von $g_{\omega,z,k}, g_{v,x,k}$ und $g_{v,y,k}$ zum Zeitpunkt k ausdrücken. Detailliert wird ihre Herleitung in Anhang C dargestellt. Somit sind alle benötigten Varianzen in $\boldsymbol{\Sigma}_{uu,k}$ bekannt.

4.4 Beobachtungsmodelle

Die Modellierung der Beobachtungsgleichungen $\boldsymbol{a}\left(\bar{\boldsymbol{x}}_{k+1}\right)$ ist immer von den verwendeten Sensoren bzw. erfassten Messgrößen abhängig. Da einige gemessene Größen bereits als Zustandsgrößen in das Systemmodell eingeführt werden, müssen diese im Beobachtungsmodell nicht mehr modelliert werden. Das darauf aufbauende Modell wird in (4.23) in das erweiterte Kalman-Filter eingeführt.

Hier sollen für alle Messgrößen, die mit den in Kap. 2.3 beschriebenen Sensoren erfasst werden, die zugehörigen Beobachtungsgleichungen aufgeführt werden. Es wird dabei von folgenden beobachteten Messgrößen ausgegangen:

- Winkelgeschwindigkeiten bzw. Drehraten: $\omega^{B,N}_{x,Sens}, \omega^{B,N}_{y,Sens}, \omega^{B,N}_{z,Sens}$,
- Geschwindigkeiten:
  - Betrag der Geschwindigkeit SOG^N (*Speed over Ground*),
  - einzelne Geschwindigkeitskomponenten über Grund (absolute Geschwindigkeiten) $v^B_{x,Sens}, v^B_{y,Sens}, v^B_{z,Sens}$ und
  - Geschwindigkeitskomponenten relativ zum Wasser $v^B_{x,rel,Sens}, v^B_{y,rel,Sens}, v^B_{z,rel,Sens}$,
- Kurs über Grund: $COG^{B,N}_{Sens}$ (*Course over Ground*),
- Orientierungswinkel: $\phi_{Sens}, \theta_{Sens}, \psi_{Sens}$,
- Position: $L^E_{Sens}, B^E_{Sens}, h^E_{Sens}$ bzw. $E^N_{Sens}, N^N_{Sens}, U^N_{Sens}$,
- Hub: hv

Das hier ausgeführte Beobachtungsmodell wurde im Zuge des Projekts HydrOs definiert und ist in Breitenfeld et al. (2015) beschrieben.

Drehraten
Unter der Annahme, dass es sich beim Schiff um einen starren Körper handelt, können die Beobachtungsgleichungen der Drehraten

$$\boldsymbol{a}_{\omega,k+1}\left(\bar{\boldsymbol{x}}_{k+1}\right) = \begin{bmatrix} \bar{\omega}^{B,N}_{x,k+1} \\ \bar{\omega}^{B,N}_{y,k+1} \\ \bar{\omega}^{B,N}_{z,k+1} \end{bmatrix} \tag{4.122}$$

unabhängig von der Position des erfassenden Sensors formuliert werden. Es muss jedoch beachtet werden, dass die gemessenen Drehraten durch die Erdrotation mit beeinflusst werden. Aus diesem Grund müssen an

die gemessenen Werte Korrekturterme (Erddrehrate und Transportrate) angebracht werden. Eine detaillierte Beschreibung der beiden Terme findet sich in Wendel (2011).

$$\begin{bmatrix} \omega_{x,Sens}^{B,N} \\ \omega_{y,Sens}^{B,N} \\ \omega_{z,Sens}^{B,N} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega_{x,Sens}^{B,I} \\ \omega_{y,Sens}^{B,I} \\ \omega_{z,Sens}^{B,I} \end{bmatrix} - \mathbf{R}^{B,N^T} \cdot \left(\begin{bmatrix} \dot{\Omega}_e \cos\phi \\ 0 \\ -\dot{\Omega}_e \sin\phi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\dot{y}^N}{R_E + h_{ell}} \\ -\frac{\dot{x}^N}{R_N + h_{ell}} \\ -\frac{\dot{y}^N \tan\phi}{R_E + h_{ell}} \end{bmatrix} \right) \tag{4.123}$$

mit $\dot{\Omega}_e$ - Erdrotationsrate,
R_E, R_N - Radius der Schmiegungskugel in Nord-Süd-Richtung (R_N) und Ost-West-Richtung, (R_E),
h_{ell} - mittlere ellipsodische Höhe, $h_{ell} = \frac{1}{2}\left(h_{start} + h_{ende}\right)$.

Geschwindigkeit
Geschwindigkeitskomponenten können auf unterschiedliche Weisen erfasst werden. Als absolute Geschwindigkeit bzw. Geschwindigkeitskomponenten $v_{j,Sens}^B$ wird hier die Geschwindigkeit des Schiffs über Grund bezeichnet. Abzüglich der Strömungskomponente $v_{j,Str,Sens}^B$ ergibt sich daraus die Geschwindigkeit $v_{j,rel,Sens}^B$ relativ zum umgebenden Wasser $(j = x, y, z)$. Werden die Geschwindigkeitskomponenten mit Inertialsensorik, d. h. durch Integration des gemessenen Beschleunigungen $\dot{v}_{j,IMU}^B$, ermittelt, so werden letztere bezüglich des $\mathbf{x}^I$-Koordinatensystems bestimmt. Im Rahmen der Datenprozessierung, die bereits in der MRU erfolgt, werden Kompensationsterme angebracht, so dass die Geschwindigkeitskomponenten $v_{j,MRU}^B$ bezüglich des Navigationskoordinatensystems ausgegeben werden. Diese Kompensation wird beispielsweise in Wendel (2011) dargestellt.

Da die Sensoren im Allgemeinen nicht im Referenzpunkt **RP** der Zustandsgrößen befestigt sind, muss bei den Beobachtungsgleichungen der Hebelarm $\boldsymbol{r}_{Sens,RP}^B = \boldsymbol{p}_{Sens}^B - \boldsymbol{p}_{RP}^B$ berücksichtigt werden. Allgemein gilt für eine räumliche Bewegung bezüglich eines raumfesten Koordinatensystems mit dem Hebelarm $\boldsymbol{r}_{P0} = \boldsymbol{p}_P^B - \boldsymbol{p}_0^B$

$$\boldsymbol{v}_P^B = \boldsymbol{v}_0^B + \boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{r}_{P0}^B. \tag{4.124}$$

Breitenfeld et al. (2015) stellen hieraus den Zusammenhang zwischen dem Referenzpunkt $\boldsymbol{p}_{RP}^B$ und dem Standpunkt des Sensors $\boldsymbol{p}_{Sens}^B$ im Schiffskoordinatensystem,

$$\boldsymbol{a}_{v,k+1}\left(\bar{\boldsymbol{x}}_{k+1}\right) = \begin{bmatrix} \bar{v}_{x,k+1}^B - \bar{\omega}_{y,k+1}^{B,N} \cdot \left(z_{Sens}^B - z_{RP}^B\right) + \bar{\omega}_{z,k+1}^{B,N} \cdot \left(y_{Sens}^B - y_{RP}^B\right) \\ \bar{v}_{y,k+1}^B - \bar{\omega}_{x,k+1}^{B,N} \cdot \left(z_{Sens}^B - z_{RP}^B\right) - \bar{\omega}_{z,k+1}^{B,N} \cdot \left(x_{Sens}^B - x_{RP}^B\right) \\ \bar{v}_{z,k+1}^B + \bar{\omega}_{x,k+1}^{B,N} \cdot \left(y_{Sens}^B - y_{RP}^B\right) + \bar{\omega}_{y,k+1}^{B,N} \cdot \left(x_{Sens}^B - x_{RP}^B\right) \end{bmatrix}, \tag{4.125}$$

dar. Die Beobachtungsgleichungen für $v_{j,rel,Sens}$ können analog zu (4.125) definiert werden.

Anstelle der einzelnen Geschwindigkeitskomponenten kann auch die resultierende (zweidimensionale) Geschwindigkeit über Grund SOG_{Sens}^N als Beobachtungsgröße verwendet werden. Diese Beobachtung wird in der x^N, y^N-Ebene im Navigationskoordinatensystem angegeben (siehe Kap. 2.1.3). Da mit SOG_{Sens}^N die Geschwindigkeit als Betrag betrachtet wird, muss zu ihrer Berechnung keine vollständige Transformation der Zustandsgrößen $\boldsymbol{v}^B$ erfolgen. Stattdessen wird lediglich um Roll- und Nickwinkel $\left(\bar{\phi}_{k+1}, \bar{\theta}_{k+1}\right)$ kompensiert. Dieser Zwischenschritt wird in (4.126) unter Zuhilfenahme des Hilfskoordinatensystems $\mathbf{x}^{N^*}$ dargestellt, in dem von Breitenfeld et al. (2015) die Hilfsgrößen $v_x^{N^*}, v_y^{N^*}, v_z^{N^*}$ als

$$\begin{bmatrix} v_x^{N^*} \\ v_y^{N^*} \\ v_z^{N^*} \end{bmatrix} = \mathbf{R}_y\left(\bar{\theta}_{k+1}\right) \cdot \mathbf{R}_x\left(\bar{\phi}_{k+1}\right) \cdot \left(\begin{bmatrix} \bar{v}_{x,k+1}^B \\ \bar{v}_{y,k+1}^B \\ \bar{v}_{z,k+1}^B \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{\omega}_{x,k+1}^{B,N} \\ \bar{\omega}_{y,k+1}^{B,N} \\ \bar{\omega}_{z,k+1}^{B,N} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} r_{x,P0}^B \\ r_{y,P0}^B \\ r_{z,P0}^B \end{bmatrix} \right) \tag{4.126}$$

definiert werden. Damit wird das Schiffskoordinatensystem $\mathbf{x}^B$ und die darin beobachteten Geschwindigkeitskompnenten ins $\mathbf{x}^{N^*}$-Koordinatensystem projiziert.

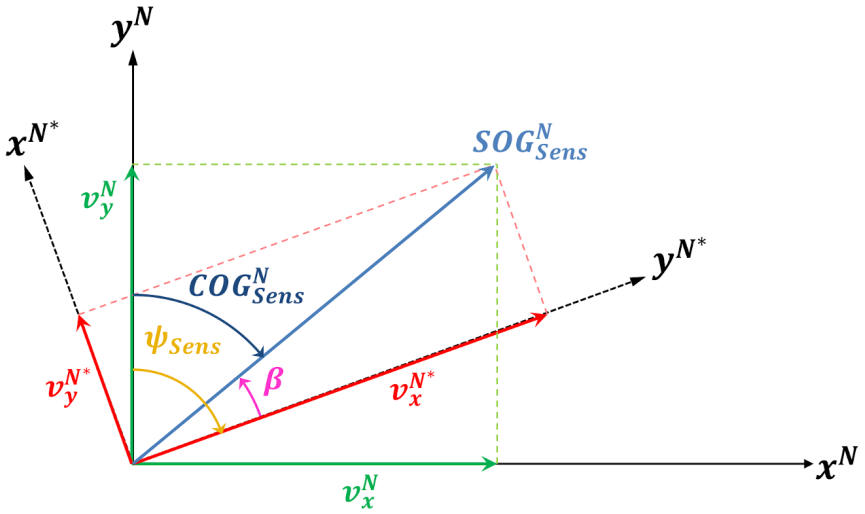


Abb. 4.6: Zusammenhang von $SOG^N_{Sens}, COG^N_{Sens}$ und den verwendeten Koordinatensystemen (Breitenfeld et al. 2015)

Da es sich um eine resultierende Geschwindigkeit handelt, gilt

$$\boldsymbol{a}_{SOG,k+1}\left(\bar{\boldsymbol{x}}_{k+1}\right) = \sqrt{{v^N_{x,Sens}}^2 + {v^N_{y,Sens}}^2} = \sqrt{{v^{N*}_{x,Sens}}^2 + {v^{N*}_{y,Sens}}^2}. \tag{4.127}$$

Hier wird das Modell in Abhängigkeit von $v^{N*}_{x,Sens}$ und $v^{N*}_{y,Sens}$ implementiert. Im Allgemeinen wird SOG^N_{Sens} von GNSS-Empfängern ausgegeben.

Kurs über Grund

Der Kurs eines Schiffs über dem Grund COG^N_{Sens} enthält, zusätzlich zur Orientierung des Schiffs im Raum, auch noch dessen Bewegungsrichtung. Wie aus Abb. 4.6 abgeleitet werden kann, werden die Beobachtungsgleichungen COG^N_{Sens} mit

$$\boldsymbol{a}_{COG,k+1}\left(\boldsymbol{x}_{k+1}\right) = \bar{\psi}_{k+1} + \arctan\frac{-v^{N*}_{y,k+1}}{v^{N*}_{x,k+1}} \tag{4.128}$$

mittels der in (4.126) beschriebenen Geschwindigkeitskomponenten ausgedrückt.

Orientierungswinkel

Die gemessenen Orientierungswinkel $\phi_{Sens}, \theta_{Sens}$ und ψ_{Sens} entsprechen näherungsweise den jeweiligen modellierten Zustandsgrößen, so dass die lineare Beziehung

$$\boldsymbol{a}_{\Theta,k+1}\left(\bar{\boldsymbol{x}}_{k+1}\right) = \begin{bmatrix}\bar{\phi}_{k+1}\\ \bar{\theta}_{k+1}\\ \bar{\psi}_{k+1}\end{bmatrix} \tag{4.129}$$

vorliegt. Dabei ist zu beachten, dass bei einer Modellierung im UTM-Koordinatensystem für das Azimuth ψ die Meridiankonvergenz c berücksichtigt werden muss (Schödlbauer 1982).

Position

Die Positionskoordinaten können in verschiedenen Koordinatensystemen angegeben werden. Die aus GNSS-Messungen bestimmten Koordinaten $L^{WGS}_{Sens}, B^{WGS}_{Sens}$ und h^{WGS}_{Sens} im WGS84 bzw. im ETRS89 Koordinatensystem können durch geeignete Transformationsalgorithmen in ein gewähltes Koordinatensystem transformiert werden. Da die Koordinaten hier in einem Navigationskoordinatensystem betrachtet werden, dessen Ausrichtung in den Lagekomponenten an UTM-Koordinaten $\left(\bar{E}^N_{k+1}, \bar{N}^N_{k+1}, \bar{U}^N_{k+1}\right)$ angelehnt definiert werden, ist für die eingehenden Beobachtungsgrößen $L_{Sens,k+1}, B_{Sens,k+1}, h_{Sens,k+1}$ eine solche Transformation nach Schödlbauer (1982) oder Hofmann-Wellenhof et al. (2008) erforderlich. Sie wird in einem vorangehenden

Schritt außerhalb des EKFs durchgeführt, so dass $E^N_{Sens,k+1}, N^N_{Sens,k+1}, U^N_{Sens,k+1}$ direkt als Beobachtungsgrößen ins Filter integriert werden können.

Ebenso wie bei den Geschwindigkeitskomponenten müssen auch für die daraus bestimmten Positionen in

$$\boldsymbol{a}_{p,k+1}\left(\bar{\boldsymbol{x}}_{k+1}\right) = \begin{bmatrix} \bar{E}^N_{k+1} \\ \bar{N}^N_{k+1} \\ \bar{U}^N_{k+1} \end{bmatrix} + \mathbf{R}_z\left(\bar{\psi}_{k+1} + c\right) \cdot \mathbf{R}_y\left(\bar{\theta}_{k+1}\right) \cdot \mathbf{R}_x\left(\bar{\phi}_{k+1}\right) \cdot \begin{bmatrix} x^B_{Sensor} - x^B_{RP} \\ y^B_{Sensor} - y^B_{RP} \\ z^B_{Sensor} - z^B_{RP} \end{bmatrix} \tag{4.130}$$

die Hebelarme zwischen dem Referenzpunkt und dem Sensorstandpunkt berücksichtigt werden.

Hub

Die Beobachtungsgröße Hub (hv) basiert auf einer zweifachen Integration der gemessenen Beschleunigungen und stellt einen Offset zum störungsfreien, vom Wellengang bereinigten Wasserspiegel dar (Breitenfeld et al. 2015). Zur Bildung einer Beobachtungsgleichung wird neben den Zustandsgrößen $\bar{\boldsymbol{x}}_{k+1}$ eine weitere Information benötigt, die Wasserspiegellage $H_{WL,Mod}$. Im Gegensatz zu den bisher beschriebenen Beobachtungsgrößen wird sie nicht direkt aus Messgrößen bestimmt, sondern aus einem vorhandenen hydrologischen Modell abgeleitet. Daher wird sie als konstanter Parameter in das Modell eingeführt, für die aktuell keine Varianzmodellierung stattfindet.

Für die Bildung des Beobachtungsmodells wird am Schiff ein Messpunkt (MP) definiert, der sich auf Höhe der Wasserlinie befindet. Dieser wird in Abb. 4.7 dargestellt. Die Koordinaten $\boldsymbol{x}^B_{MP}$ werden dabei als bekannt vorausgesetzt.

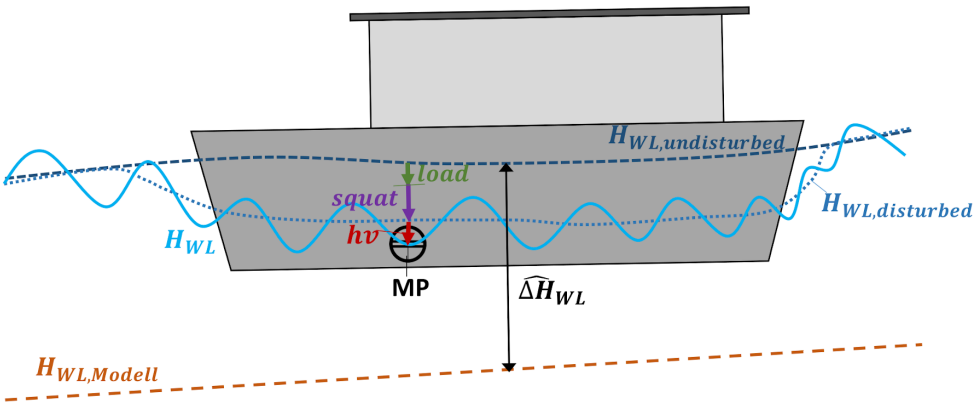


Abb. 4.7: Zusammenhang zwischen der Wasserspiegellage H_{WL} (hydrologisches Modell) und einem Bezugspunkt MP am Schiff (nach Breitenfeld et al. 2015)

Die Koordinaten $E^N_{MP,k+1}, N^N_{MP,k+1}, U_{MP,k+1^N}$ können nach Anbringen des Hebelarms aus $\bar{\boldsymbol{p}}^B_{MP,k+1}$ berechnet werden. Im Wasserspiegellagemodell kann nun die Wasserspiegellage abgefragt werden, die in einer *Nächster Nachbar*-Beziehung zum gesuchten Punkt $E^N_{MP,k+1}, N^{UN}_{MP,k+1}$ steht (siehe Breitenfeld et al. 2015). Da $H_{WL,Mod}$ als Normalhöhe ausgegeben wird, muss auch die vorhandene ellipsoidische Höhe $\bar{U}^N_{k+1}$ unter Verwendung der Quasigeoidhöhe ζ^{ETRS}_{DHHN} in

$$H_{MP} = U^N_{MP,k+1} - \zeta^{ETRS}_{DHHN} \tag{4.131}$$

überführt werden. Die Quasigeoidhöhe ζ^{ETRS}_{DHHN} wird dazu aus dem *German Combined QuasiGeoid 2016* (GCG2016) nach BKG (2016) berechnet. Als Bezugsfläche für die Normalhöhen dient hierbei das DHHN2016.

Um aus H_{MP} die ungestörte Wasserspiegellage $H_{WL,undist.}$ bestimmen zu können, werden zwei weitere Parameter bestimmt, $squat$ und $load$. Der Parameter $squat$ beschreibt mit dem Squateffekt einen für die Schifffahrt spezifischen Effekt, und zwar „das fahrdynamische vertikale Absinken eines Schiffes (auch Absunk oder Sunk genannt) gegenüber dem eigentlichen Tiefgang in der Ruhelage“ (Breitenfeld et al. 2015). Dieser Effekt beschreibt eine Kombination aus Absinken des Schiffs sowie einer Vertrimmung und tritt nur bei einer Fahrt mit $v^B_{x,rel} > 0\,\text{km/h}$ auf. Eine allgemeine Beschreibung des Squateffekts sowie eine Präsentation verschiedener Ansätze zur Berechnung des Squateffekts finden sich in Briggs (2006) und Briggs (2009). Da diese Modelle zu einer pessimistischen Schätzung des Squateffekts tendieren und hier eine möglichst realitätsnahe Darstellung benötigt wird, wird in Scheider et al. (2014) und Breitenfeld et al. (2015) eine empirische Bestimmung des Squateffekts vorgeschlagen. Auf Grundlage von Messdaten wird ein Schiff-spezifisches Kennfeld definiert, welches bei einer Geradenfahrt von $v^B_{x,rel}$ und der Kielfreiheit (*Under Keel Clearance*, UKC) abhängt. Das Flächenpolynom

$$squat_k\left(v^B_{x,rel,k}, h_{UKC,k}\right) = p_1 + p_2 \cdot v^B_{x,rel,k} + p_3 \cdot {v^B_{x,rel,k}}^2 + p_4 \cdot h_{UKC,k} \tag{4.132}$$

repräsentiert das Kennfeld. Dieser Parameter variiert, je nach der vorhandenen Kielfreiheit und der anliegenden Geschwindigkeit, während der Fahrt leicht.

Da die Höhe des statischen Tiefgangs des Schiffs bei einer Einmessung festgelegt wird, kann sich dieser Wert durch eine geänderte Beladung des Schiffs verschieben. Diese Änderung wird durch den Parameter $load$ beschrieben (Breitenfeld et al. 2015), welcher vor bzw. nach der Messfahrt an den am Schiffsrumpf angebrachten Wasserspiegelmarken abgelesen wird.

Nach Abb. 4.7 ergibt sich somit die Beziehung

$$H_{MP} = H_{WL,Mod,k+1} + \overline{\Delta H}_{WL,k+1} - load - squat_{k+1} - hv_{k+1,Sens} \tag{4.133}$$

für den Zusammenhang zwischen $H_{WL,Mod}$ und H_{MP}. Indem (4.133) nach der Beobachtungsgröße $hv_{k+1,Sens}$ aufgelöst wird und H_{MP} in Abhängigkeit von der ellipsoidischen Höhe des Referenzpunkts $\bar{U}^{UTM}_{RP,k+1}$ ausgedrückt wird, ergibt sich nach Breitenfeld et al. (2015) die Beobachtungsgleichung

$$\begin{aligned} \boldsymbol{a}_{hv,k+1}\left(\bar{\boldsymbol{x}}_{k+1}\right) =& H_{WL,Mod,k+1} + \overline{\Delta H}_{WL,k+1} - load - squat_{k+1} - \bar{U}^{UTM}_{RP,k+1} \\ &- \left(\sin\bar{\theta}_{k+1} \cdot \left(x^B_{MP} - x^B_{RP}\right) + \cos\bar{\theta}_{k+1} \cdot \sin\bar{\phi}_{k+1} \cdot \left(y^B_{MP} - y^B_{RP}\right)\right. \\ &\left. + \cos\bar{\theta}_{k+1} \cdot \cos\bar{\phi}_{k+1} \cdot \left(z^B_{MP} - z^B_{RP}\right)\right) + \zeta^{ETRS}_{DHHN}. \end{aligned} \tag{4.134}$$

Wie in Breitenfeld et al. (2015) beschrieben wird, kann die geschätzte Ablage der Wasserspiegellage $\widehat{\Delta H}_{WL,k}$ wiederum für die Bestimmung der aktuellen Wasserspiegellage

$$H_{WL,undist,k} = H_{WL,Mod} + \widehat{\Delta H}_{WL,k} \tag{4.135}$$

herangezogen werden. Diese Information kann für die Berechnung zukünftiger Wasserspiegellage-Modelle bereitgestellt werden.

Stochastisches Modell des Beobachtungsmodells

Um eine Qualitätsinformation für die geschätzten Zustandsgrößen zur Verfügung stellen zu können, werden in (4.27) die einzelnen, innerhalb des EKFs bestimmten, Kovarianzmatrizen benötigt. Während $\boldsymbol{\Sigma}_{\bar{x}\bar{x},k+1}$ direkt aus der stochastischen Modellierung im Systemmodell hervorgeht, wird zur Berechnung von $\boldsymbol{\Sigma}_{dd,k+1}$, und damit auch für die Verstärkungmatrix $\mathbf{K}_{k+1}$, zusätzlich die Kovarianzmatrix der Beobachtungsgrößen $\boldsymbol{\Sigma}_{ll,k+1}$ benötigt (siehe Anhang D). Diese Diagonalmatrix wird mithilfe der von den Herstellern angegebenen Genauigkeitsangaben für die einzelnen Beobachtungsgrößen gebildet. Diese sind gegebenenfalls an die tatsächlich unter Messbedingungen erreichbaren Genauigkeiten anzupassen. Dazu wird auch für die Beobachtungsgrößen die globale Varianzkomponentenschätzung (siehe Kap. 4.2.2) angewendet.

5 Evaluierung der gewählten Systemkonfigurationen

Die Eignung der beschriebenen funktionalen Modelle bzw. Modellerweiterungen soll nun durch Prozessierung von realen Messdaten nachgewiesen werden. Dazu wird das Multi-Sensorsystem so konfiguriert, dass es neben einem GNSS-MRU gekoppelten Messsystem noch zwei weitere GNSS-Empfänger und ein DVL umfasst. Zur Stützung der Höhe werden außerdem die modellierte Wasserspiegellage aus dem FLYS-Modell der BfG und die Quasigeoidhöhen aus dem GCG2016 integriert (siehe Kap. 4.4). Je nach dem jeweils zu evaluierenden Systemmodell werden zusätzliche Stellgrößen in Form der Propellerdrehzahlen n_{SB}, n_{BB} und die Aurichtungswinkel der Propeller δ_{SB}, δ_{BB} berücksichtigt, wozu die Abgriffeinheiten zur Bestimmung der Parameter der Schiffssteuerung benötigt werden.

Vor Beginn der Evaluierung der verschiedenen Systemmodelle, die in Kap. 4.3.2 beschrieben werden, müssen zunächst die in den jeweiligen Modellansätzen enthaltenen system-spezifischen Parameter quantitativ festgelegt werden. Da es sich bei den betrachteten Systemmodellen um Verhaltensmodelle handelt, geschieht dies anhand von vorliegenden Messdaten.

5.1 Bestimmung der system-spezifischen Parameter

Das in Kap. 4.3.2 aufgestellte Modell mit all seinen Erweiterungen enthält zahlreiche als konstant angenommene Parameter, die spezifisch für das verwendete Schiff sind. Die in den Gleichungen enthaltenen Positionen der Sensoren im Schiffskoordinatensystem $\mathbf{x}^B$ werden, wie bereits in Kap. 2.4.2 dargestellt, durch eine Messung mit dem Tachymeter bestimmt. Weitere konstante Parameter, die zur Prädiktion der Zustandsgrößen $\bar{\omega}^{B,N}_{z,k+1}, \bar{v}^B_{x,k+1}, \bar{v}^B_{y,k+1}$ und zur Integration der Beobachtungsgröße $hv_{k,SP}$ in das Beobachtungsmodell (siehe Kap. 4.4) benötigt werden, sind in Tab. 5.1 zusammengefasst.

Tab. 5.1: Unbekannte Parameter in den einzelnen (deterministischen) Modellen

Modell	Parameter	
Grundmodell	keine	
Grundmodell mit Modellerweiterung KINEMATIK	keine	
Grundmodell mit Modellerweiterung DYNAMIK	$\tilde{c}^*_1, \tilde{c}^*_2, \tilde{c}^*_3$	(Kap. 5.1.1)
	$K_{h,j}, T_{1,h}, T_{t,h}$	(Kap. 5.1.2)
	(mit $j = 1,2,3,4$ und $h = \omega_z, v_x, v_y$)	
Beobachtungsmodell	p_1, p_2, p_3, p_4	(Kap. 5.1.3)

Neben der Parameter, die für die deterministische Modellierung eingesetzt werden, kann auch das stochastische Modell einige bisher unbekannte Parameter enthalten. Es handelt sich dabei um die Dämpfungsparameter β_h, die in Kap. 5.1.4 quantifiziert werden. Diese werden benötigt, wenn die in Kap. 4.2.2 beschriebene Varianzkomponentenschätzung für das Systemrauschen durchgeführt wird.

5.1.1 Drehzahl-Transferfunktion

Die Propellerdrehzahl und -ausrichtung $(\boldsymbol{n}, \boldsymbol{\delta})$ beeinflussen nachhaltig den Zustand des Systems. Sie werden mithilfe eines Analog-Digitalwandlers (siehe Kap. 2.3.6) an der Steueranlage des Schiffs abgegriffen. Die dabei erfassten Stromstärken werden zunächst in Drehzahl und Richtungswinkel umgewandelt. Die hierzu verwendete Polynomgleichung wird in Breitenfeld et al. (2015) aus Experimenten bestimmt.
Um aus der Schraubendrehzahl die relativ zum Wasser zurückgelegte Geschwindigkeit bzw. die Beschleunigungskomponenten $\dot{\omega}^{B,N}, a^B_x, a^B_y$ ableiten zu können, sind die in (4.71) enthaltenen Parameter $\tilde{c}^*_1, \tilde{c}^*_2$ und $\tilde{c}^*_3$ zu bestimmen.

Dafür müssen Messfahrten durchgeführt werden, idealerweise in einem Gebiet, in dem keinerlei Strömungseinflüsse vorliegen und das genügend Raum für eine längere Geradenfahrt bietet. Da ein solches Messgebiet jedoch nicht zur Verfügung stand, wurde stattdessen ein Gebiet auf dem Rhein gewählt, in dem von konstanten Strömungsverhältnissen ausgegangen werden kann und in dem eine längere Geradenfahrt möglich ist (siehe Breitenfeld et al. 2015). Dies geschieht im Rahmen der in Tab. 2.2 beschriebenen Messfahrt 1.
Zur Bestimmung der Strömungsgeschwindigkeit wird zunächst eine Fahrt durchgeführt, bei der das Schiff alleine von der Strömung vorangetragen wird. Anschließend werden Geradenfahrten $\left(v^B_{y,rel} = 0 \text{ m/s}\right)$ mit unterschiedlichen Geschwindigkeiten $v^B_{x,rel}$ unternommen. Es ist erforderlich, dass hierzu an beiden Schiffspropellern dieselbe Drehzahl eingestellt ist $(n_{SB} \approx n_{BB})$. Diese wird in Umdrehungen pro Minute (*rotations per minute*,[rpm]) angegeben. Außerdem wird angenommen, dass beide Propeller nicht ausgelenkt sind ($\delta_{SB} \approx \delta_{BB} \approx 0°$). Neben den Daten der Abgriffeinheiten selbst werden auch die Messungen von IMU und DVL aufgezeichnet. Diese dienen als Referenzdaten.

Um die Übertragungsfunktion für Lateralbewegungen zu bestimmen, sollten diese Messfahrten idealerweise für verschiedene Schraubenausrichtungen wiederholt werden. Statt auf einer Geraden verläuft die Trajektorie dann auf einem Kreisbogen. Da das Messgebiet dafür jedoch zu schmal ist und da zu viel Schiffsverkehr stattfindet, konnte dies nicht realisiert werden.

Die Transferfunktion bzw. die zugehörigen Parameter werden durch Aufstellen einer Regressionsfunktion in Abhängigkeit von der variierbaren, unabhängigen Eingangsgröße n mittels einer Ausgleichung nach dem Gauss-Markov-Modell bestimmt. Für die vorliegende Geradenfahrt werden die gemessenen Geschwindigkeiten $v_{x,rel,DVL}$ als Beobachtungsgrößen eingeführt, da die erfolgte Analyse der Kreuzkorrelationen und die in Kap. 4.3.2.1 dargestellten physikalische Überlegungen auf eine Abhängigkeit von n schließen lassen.
In Breitenfeld et al. (2015) wurde dazu der in (4.71) dargestellte quadratische Polynomansatz gewählt. Vorangehende Untersuchungen mit Polynomen höherer Ordnung zeigen, dass die in diesem Fall berechneten Polynomparameter höherer Ordnung in einem durchgeführten Signifikanztest als nicht signifikant klassifiziert werden. In Breitenfeld et al. (2015) werden daraus die in Tab. 5.2 angegebenen Parameter $\tilde{c}^*_1, \tilde{c}^*_2, \tilde{c}^*_3$ für (4.71) bestimmt.

Tab. 5.2: Funktionsparameter zur Integration der Steuergrößen für das Vermessungsschiff *Mercator* (Breitenfeld et al. 2015)

Parameter	Wert
$\tilde{c}^*_1$	$-2,48 \cdot 10^{-6} \frac{\text{m}}{\text{s}\cdot\text{rpm}^2}$
$\tilde{c}^*_2$	$8,2 \cdot 10^{-3} \frac{\text{m}}{\text{s}\cdot\text{rpm}}$
$\tilde{c}^*_3$	$-0,2771 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

Obwohl diese Polynomfunktion strenggenommen nur für Geradenfahrten gültig ist, wird sie im weiteren Verlauf dieser Arbeit als allgemeine Transferfunktion eingesetzt.

5.1.2 Parameter der Regelstrecke

Aufgrund der Massenträgheit des Systems *Schiff* werden Änderungen in den Stellgrößen $n_{SB}, n_{BB}, \delta_{SB}$ und δ_{BB}, die an den Propellern bereits anliegen, vom System verzögert umgesetzt. Wie in Kap. 4.3.2.1 dargestellt ist, wird von einer dem PT_1T_t-Glied entsprechenden Übertragungsverhalten ausgegangen. Das Systemverhalten wird hier durch die Parameter $K_{h,i}, T_{1,h}$ und $T_{t,h}$ ausgedrückt, wobei ebenfalls die in (4.71) beschriebene Drehzahl-Transferfunktion in die Berechnung einfließt. In (4.95) wird davon ausgegangen, dass für die einzelnen Geschwindigkeitskomponenten $\bar{\omega}^{B,N,}_{z,k+1}, \bar{v}^B_{x,k+1}$ und $\bar{v}^B_{y,k+1}$ unterschiedliche Übertragungsvorgänge und damit auch verschiedene Parameter vorliegen.

Wie bereits in Kap. 4.3.2.1 ausgeführt ist, wird hier lediglich eine Regelstrecke für die in einer Horizontalebene wirkenden Geschwindigkeitskomponenten definiert. Dies lässt sich mithilfe der Ergebnisse der Kreuzkorrelationsanalyse in Kap. 3.3.1.2 belegen, bei der für die Komponenten $\omega^{B,N}_{x,MRU}, \omega^{B,N}_{y,MRU}$ und $v^{B}_{z,MRU}$ bis auf eine Ausnahme immer ein maximaler Betrag des Kreuzkorrelationskoeffizients $|\hat{R}_{v,Prp}| < 0,2$ vorliegt. Im Folgenden werden nun die in (4.95) enthaltenen Parameter $K_{h,i}, T_{1,h}$ und $T_{t,h}$ quantitativ bestimmt.

Hierbei ist zu beachten, dass die im Schiff verbauten Propeller erst ab einer Drehzahl von ca. 280 Umdr./min eingekoppelt sind. Erst ab dieser Drehzahl findet ein reproduzierbares Beschleunigungsverhalten statt. Niedrigere Drehzahlen bewirken lediglich eine leichte Steuerwirkung oder ein Abbremsen durch Veränderung des Wasserwiderstands. Die zu bestimmenden Übertragungsparameter sind daher nur für Schraubendrehzahlen größer als 280 Umdr./min gültig. Für geringere Drehzahlen müsste ein anderes dynamisches Modell aufgebaut werden. Da hierfür jedoch zahlreiche hydrodynamische Experimente durchgeführt werden müssen, wird an dieser Stelle auf die Entwicklung eines solchen Modells verzichtet. Für den genannten Drehzahlbereich kann entweder auf eine dynamische Modellierung der Antriebskraft verzichtet werden oder es wird in Kauf genommen, dass die bestimmten Parameter das Systemverhalten nur unzureichend widerspiegeln. In beiden Fällen ist eine Anpassung der Varianzkomponenten der Störgrößen erforderlich.

Werden die Stellgrößen $\boldsymbol{n}, \boldsymbol{\delta}$ bzw. die daraus resultierenden Kraftkomponenten $\boldsymbol{F}_{Contr,i,k}$ geändert, setzt die Änderung der Regelgröße im hier betrachteten System mit einer zeitlichen Verzögerung $T_{t,h}$ (Totzeit) ein. Um diesen Parameter zu bestimmen, werden die Zeitdifferenzen zwischen der Stellgrößenänderung und dem Einsetzen der Regelgrößenänderung mithilfe der Kreuzkorrelationsfunktion bestimmt. Der Zeitpunkt τ, der dem maximalen absoluten Kreuzkorrelationskoeffizienten $|\hat{R}_{v,Prp}|$ zugeordnet ist, entspricht $T_{t,h}$ für die jeweilige Zeitreihe. Da die Stellgrößen mit einer vergleichsweise geringen Erfassungsrate von ca. 2 Hz ausgegeben werden, kann dieser Parameter nur näherungsweise bestimmt werden. Aus diesem Grund kommt es bei der Analyse eines einzelnen Datensatzes zu Unterschieden zwischen den bestimmten Werten $T_{t,\omega,z}, T_{t,v,x}$ und $T_{t,v,y}$. Deshalb wird hier, wie auch in Breitenfeld et al. (2015), ein gemeinsamer Wert T_t für alle Zeitreihen eines Datensatzes definiert.

Die Proportionalitätsbeiwerte $K_{h,i}$ und die Zeitkonstante $T_{1,h}$ werden iterativ mittels GAUSS-MARKOV-Modell bestimmt (siehe Niemeier 2008). Dafür sind Initialwerte K_{h,i^0} und $T^0_{1,h}$ erforderlich. Während für $T^0_{1,h}$ auf Erfahrungswerte zurückgegriffen wird, können die Parameter $K^0_{h,i}$ mittels Regression berechnet werden. Sie definieren das Übertragungsverhalten zwischen den geänderten Stellgrößen bzw. $\boldsymbol{F}_{Contr,i,k}$ und der daraus resultierenden Änderung der Regelgröße,

$$a_{j,k} = \frac{\Delta v_{j,k}}{\Delta t} = \begin{bmatrix} F_{contr,SB,x,k} & F_{contr,BB,x,k} & F_{contr,SB,y,k} & F_{contr,BB,y,k} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} K^0_{h,SB,x} \\ K^0_{h,BB,x} \\ K^0_{h,SB,y} \\ K^0_{h,BB,y} \end{bmatrix}, \tag{5.1}$$

mit $a_{j,k}$ als Substitution für $a^B_{x,k}, a^B_{y,k}$ und $\dot{\omega}^{B,N}_{z,k}$.

Für die eigentliche Schätzung der Parameter wird das durch (4.91) definierte Modell im GAUSS-MARKOV-Modell eingesetzt. Die Bestimmung erfolgt ebenfalls iterativ. Als Beobachtungsgrößen dienen wiederum die aus Messgrößen bestimmten Beschleunigungen a^B_x, a^B_y bzw. die Drehratenänderung $\dot{\omega}^{B,N}_z$. Die in Tab. 5.3 präsentierten Werte werden aus Beschleunigungsvorgängen in den Messfahrten 3 und 4 (siehe Tab. 2.2) berechnet. Für sie wird vereinfachend angenommen, dass die in $K_{h,i}$ enthaltenen Exzentrizitäten $\Delta \boldsymbol{p}^B_{CG}$ während der Messfahrt näherungsweise konstant sind. Diese Annahme kann jedoch strenggenommen nur für eine Fahrt in einem Gebiet mit homogenen Strömungsverhältnissen getroffen werden. Eine Fahrt in einem anderen Gebiet bzw. auf einem anderen Gewässer erfordert eine erneute Bestimmung der Übertragungsparameter.

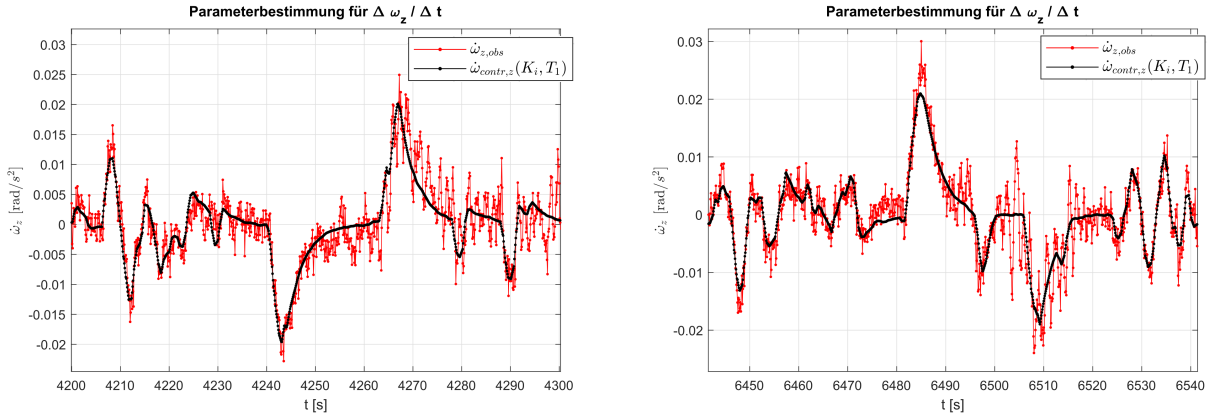
Idealerweise sollten vor der eigentlichen Messfahrt mit Echolot einmalig Kalibrierfahrten im entsprechenden Messgebiet durchgeführt werden. Diese sollen mehrere Beschleunigungs- und Abbremsvorgänge sowie Wendemanöver mit unterschiedlich starken Propellerauslenkungen enthalten. Da während realen Messfahrten oft nicht genug Zeit bleibt, um entsprechende Anfahrtmanöver durchzuführen, wurden die folgenden Werte anhand

Tab. 5.3: Übertragungsparameter des PT_1-Glieds für die einzelnen Geschwindigkeitskomponenten für reale Messfahrten

Fahrt	h	$K_{h,SB,x}$	$K_{h,BB,x}$	$K_{h,SB,y}$	$K_{h,BB,y}$	$T_{1,h}$ [s]	$T_{t,h}$ [s]
3	$\omega_z^{B,N}$	$-2,2 \cdot 10^{-4}$	$1,4 \cdot 10^{-4}$	$-1,51 \cdot 10^{-3}$	$-1,95 \cdot 10^{-3}$	3,22	0,7
	v_x^B	0,03818	0,04608	-0,01265	$-3,05 \cdot 10^{-3}$	13,09	0,7
	v_y^B	$-1,60 \cdot 10^{-3}$	$1,73 \cdot 10^{-3}$	-0,01139	-0,01676	4,29	0,7
4	$\omega_z^{B,N}$	$-1,5 \cdot 10^{-4}$	$5,6 \cdot 10^{-4}$	$-1,37 \cdot 10^{-3}$	$-2,36 \cdot 10^{-3}$	3,71	0,8
	v_x^B	0,02373	0,06936	-0,01228	$1,34 \cdot 10^{-3}$	10,80	0,8
	v_y^B	$-4,26 \cdot 10^{-3}$	$4,78 \cdot 10^{-3}$	$7,77 \cdot 10^{-3}$	-0,02117	4,77	0,8

einer kompletten Messfahrt bestimmt. Diese Option steht nur für die Auswertung im Post-Processing Modus zur Verfügung.

Da die Messfahrten 3 und 4 nicht exakt im selben Flussabschnitt und an unterschiedlichen Tagen durchgeführt wurden, variieren die externen Einflüsse auf das System Vermessungsschiff. Wie in Tab. 5.3 ersichtlich ist, resultiert dies in leicht unterschiedlichen Parametern $K_{h,i}, T_{1,h}$ und $T_{t,h}$ für die beiden Messfahrten. Während für $T_{t,h}$ bei beiden Fahrten und für alle Parameter h mit $0,7 - 0,8$ s nahezu identische Werte festgelegt wurden, weisen die Parameter $T_{1,h}$ für die unterschiedlichen Beobachtungsgrößen $\omega_z^{B,N}$, v_x^B und v_y^B Unterschiede auf. Mit 13,09 s bzw. 10,80 s unterscheidet sich $T_{1,vx}$ nochmals deutlich von $T_{1,\omega z}$ mit 3,22 s bzw. 3,71 s und $T_{1,vy}$ mit 4,29 s bzw. 4,77 s. Die deutlich größeren Werte für $T_{1,vx}$ sind vermutlich darauf zurückzuführen, dass die Fahrtrichtung meist entgegen bzw. mit der Strömung verläuft. Eine Änderung der Stellgrößen in $\boldsymbol{F}_{Contr,i,k}$ wirkt sich somit langsamer in Schiffslängsrichtung aus, insbesondere bei Bergfahrten. Da der steuerbordseitige Ruderpropeller hauptsächlich zur Beibehaltung des Kurses eingesetzt wurde, beeinflusst auch $F_{contr,SB,y,k}$ über den Parameter $K_{vx,SB,y}$ die Geschwindigkeit in Schiffslängsrichtung während der Parameter $K_{vx,BB,y}$ deutlich geringer ist. Demgegenüber kommt der backbordseitige Propeller vor allem bei Wendemanövern zum Einsatz, so dass $F_{contr,BB,y,k}$ mittels $K_{vy,BB,y}$ die Geschwindigkeit v_y^B stark beeinflusst. Aus diesem Grund ist dieser um mehr als Faktor 2,7 größer als die anderen Parameter $K_{vy,i}$. Die Drehgeschwindigkeit $\omega_z^{B,N}$ wird ebenfalls deutlich durch die in Schiffsquerrichtung wirkenden Bestandteile von $\boldsymbol{F}_{Contr,i,k}$ beeinflusst, weshalb die Parameter $K_{\omega z,SB,y}$ und $K_{\omega z,BB,y}$ mindestens um Faktor 4 größer sind als $K_{\omega z,SB,x}$ und $K_{\omega z,BB,x}$. Da $\omega_z^{B,N}$ während des Großteils der betrachteten Fahrten kleiner als 1 °/s war, sind zur Verbesserung von $K_{h,i}$ Messfahrten mit wesentlich mehr Wendemanövern erforderlich.



(a) gute Übereinstimmung

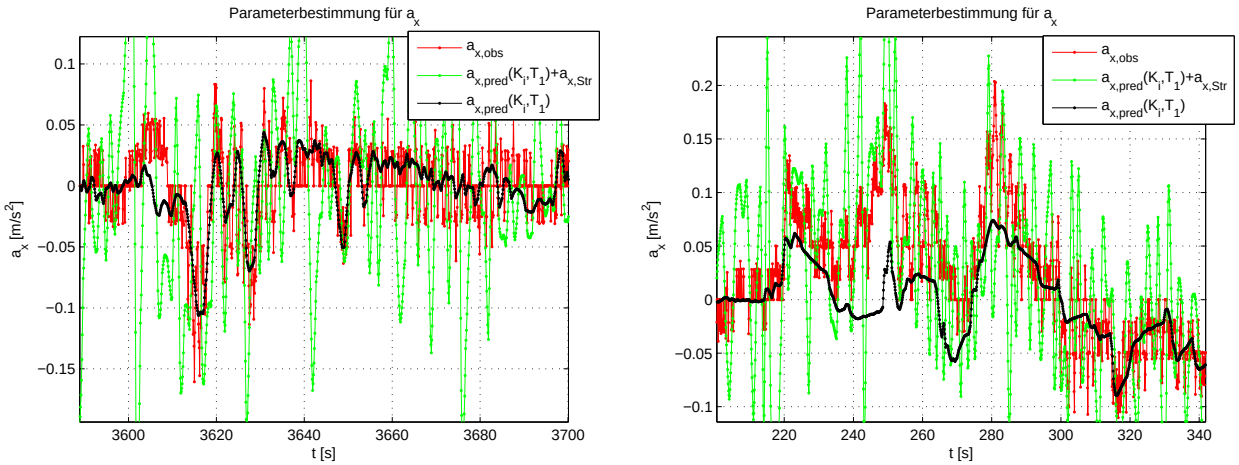
(b) geringe Übereinstimmung im Intervall $t = [6475\,\text{s}, 6520\,\text{s}]$

Abb. 5.1: Modellierung der Änderung der Giergeschwindigkeit $\Delta\omega_{contr,z}^{B,N}$ mit der Modellerweiterung DYNAMIK/Antrieb

Vergleicht man die unter Verwendung der Parameter in Tab. 5.3 bestimmten ausgeglichenen Beobachtungsgrößen mit den aus den Messwerten bestimmten Beschleunigungen, so zeigt sich in vielen Fällen eine Über-

einstimmung (siehe Abb. 5.1a, Abb. 5.2a und Abb. 5.3a). Somit können Beschleunigungsvorgänge durch die bestimmten Parameter durch ein deterministisches Modell approximiert werden. Bei einer geradlinigen Trajektorie (Geradenfahrt) bzw. bei einer Fahrt, die dem nur leicht geschwungenen Gewässerverlauf folgt (natürliche Fahrt), zeigt sich hier, dass die Annahme eines nahezu konstanten Schwerpunkts $\boldsymbol{p}_{CG}^{B}$ für die Prädiktion des Systemverhaltens ausreichend ist.

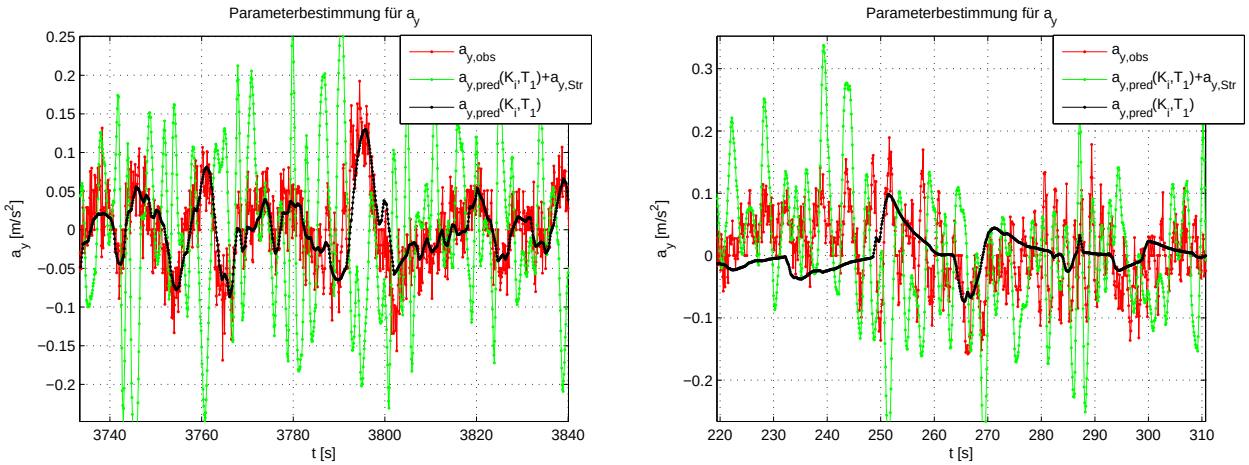
Kurzzeitige Variationen, die durch den Motor selbst, durch die Strömungsverhältnisse oder durch Wellenbewegungen verursacht werden, spiegeln sich in diesem Modell allerdings nicht wieder (Abb. 5.3b, Abb. 5.1b). In Abb. 5.2b zeigt sich besonders deutlich, dass bei den hier modellierten Beschleunigungen immer noch der Einfluss der Strömung fehlt, auf den die hier wirkenden Beschleunigungen zurückzuführen sind. Um die dynamische Modellierung zu vervollständigen, wird hier für a_x und a_y auch die durch die Strömung verursachte Beschleunigung miteinbezogen. Da $\boldsymbol{v}_{Str}^{B}$ von einem sehr starken Rauschen überlagert ist, wird hier eine geglättete Zeitreihe (Tiefpassfilter) integriert. Allerdings weisen die geglätteten Zeitreihenelemente $\boldsymbol{v}_{Str,gl}^{B}$ immer noch eine starke Streuung auf.



(a) gute Übereinstimmung für $a_{contr,x}$

(b) geringe Übereinstimmung für $a_{contr,x}$

Abb. 5.2: Modellierung der Beschleunigungen $a_{contr,x}^{B}$ (schwarz) und $a_{contr,x}^{B} + a_{str,x}^{B}$ (grün) mit der Modellerweiterung DYNAMIK/Antrieb und Strömung



(a) gute Übereinstimmung für $a_{contr,y}$

(b) geringe Übereinstimmung für $a_{contr,y}$

Abb. 5.3: Modellierung der Beschleunigung $a_{contr,y}^{B}$ (schwarz) und $a_{contr,y}^{B} + a_{str,y}^{B}$ (grün) mit der Modellerweiterung DYNAMIK/Antrieb und Strömung

Obwohl in der in Abb. 5.2b dargestellten Situation durch die zusätzliche Verwendung des Anteils $a_{x,str,k}$ der fehlende Beschleunigungsanteil teilweise kompensiert werden kann, zeigt sich doch, dass der stochastische

Rauschprozess die modellierten Beschleunigungen (grüne Linie) immer noch sehr stark beeinflusst. Für die hier gewählte Glättung von $\boldsymbol{v}_{Str}^{B}$ (gleitendes Mittel über 15 Epochen) kommt es tatsächlich in vielen Situation zu einer wesentlich schlechteren Schätzung der modellierten Beschleunigungen. Beispielhaft hierfür sind die in Abb. 5.3a und Abb. 5.3b dargestellten Situationen. Eine Filterung von $\boldsymbol{v}_{Str}^{B}$ über mehr Epochen dämpft zwar den Rauschprozess, allerdings gibt $\boldsymbol{v}_{Str,gl,k}^{B}$ dann bei plötzlichen Strömungsänderungen nicht mehr den realen Strömungszustand wieder.

Im Vergleich zum Grundmodell in (4.61), in dem keine Beschleunigungskomponenten enthalten sind, kann durch Hinzufügen der Modellerweiterung DYNAMIK mit Berücksichtigung des Einflusses der Schiffssteuerung und der Strömung keine quantitative Verbesserung erreicht werden. Bei der Berechnung des quadratischen Mittels (*Root Mean Square*, RMS) für die Abweichungen zwischen den aus Messdaten abgeleiteten Beschleunigungskomponenten $\dot{\omega}_z^{B,N}, a_x^B$ und a_y^B und den modellierten Beschleunigungskomponenten verschlechtern sich die RMS-Werte in Tab. 5.4 für die Komponente a_x^B um ca. 37 % und für a_y^B sogar um ca. 75 %. Präzisere Strömungsgeschwindigkeiten würden vermutlich eine Verbesserung der Ergebnisse ermöglichen.

Tab. 5.4: RMS der Abweichungen zw. den aus Messdaten bestimmten Beschleunigungen und den modellierten Beschleunigungen

Fahrt	x_i	Grundmodell (GM)	GM + DYNAMIK/Antr.	GM + DYNAMIK/Antr. u. Ström.
3	$\dot{\omega}_z^{B,N}$ $[^\circ/\mathrm{s}^2]$	0,2194	0,1655	-
	a_x^B $[\mathrm{m/s}^2]$	0,032	0,027	0,043
	a_y^B $[\mathrm{m/s}^2]$	0,039	0,035	0,067
4	$\dot{\omega}_z^{B,N}$ $[^\circ/\mathrm{s}^2]$	0,2629	0,1657	-
	a_x^B $[\mathrm{m/s}^2]$	0,035	0,028	0,049
	a_y^B $[\mathrm{m/s}^2]$	0,042	0,035	0,076

Es zeigt sich, dass dagegen bei alleiniger Modellierung des Einflusses der Schiffssteuerung eine Verbesserung der RMS-Werte erreicht werden kann. In Tab. 5.4 ist für die Komponente $\dot{\omega}_z^{B,N}$ die deutlichste Verbesserung erkennbar. Für die dargestellten RMS-Werte zeigt sich eine Verbesserung um mehr als 25 %. Für die Komponenten a_x^B und a_y^B fällt die Verbesserung der RMS-Werte mit mehr als 15 % bzw. mehr als 10 % weniger deutlich aus, da die Beschleunigungen, die auf veränderte Strömungsverhältnisse zurückzuführen sind, so nicht modelliert werden können.

Eine Alternative zur a priori Definition von $K_{h,j}$ und $T_{1,h}$ bietet ihre Schätzung innerhalb des Filteralgorithmus. Diese Option wird hier jedoch nicht realisiert.

5.1.3 Parameter zur Definition des Squat-Kennfelds

Auch das Beobachtungsmodell enthält einige bisher noch unbekannte Parameter, die bei der Berechnung des aktuellen Einflusses des Squat-Effekts in (4.132) enthalten sind. Sie werden benötigt, wenn die Beobachtungsgröße Hub $(hv_{k+1,MRU})$ mit (4.134) ins Beobachtungsmodell integriert wird. Die schiff-spezifischen Parameter p_1, p_2, p_3 und p_4 sind für das Vermessungsschiff *Mercator* in Tab. 5.5 aufgeführt. Sie werden, wie von Scheider et al. (2014) und Breitenfeld et al. (2015) beschrieben, anhand der Messdaten der Messfahrt 1 in Tab. 2.2 durch eine Kleinste-Quadrate-Ausgleichung bestimmt.

Die in (4.132) eingegebene Relativgeschwindigkeit $v_{x,rel,k}^{B}$ kann direkt vom DVL ausgegeben werden. Wenn jedoch bei Messfahrten auf die Verwendung eines DVLs verzichtet wird, kann $v_{x,rel,k}^{B}$ bei einer geradlinigen Fahrt des Schiffs durch (4.71) approximiert werden. Hierbei werden die in Kap. 5.1.1 bestimmten Parameter verwendet.

Tab. 5.5: Parameter des Squat-Kennfelds für das Vermessungsschiff *Mercator* (HydrOs-Software nach Breitenfeld et al. 2015)

Parameter	Wert
p_1	$0,0689\,\mathrm{m}$
p_2	$-0,0375\,\mathrm{s}$
p_3	$-0,01\,\frac{\mathrm{s}^2}{\mathrm{m}}$
p_4	$-0,0024\ [-]$

5.1.4 Gewichtsfunktion (VKS)

Zusätzlich zu den bereits bestimmten Parametern werden innerhalb des stochastischen Modells die für die adaptive Varianzkomponentenschätzung (VKS) benötigten Parameter β und b (siehe Kap. 4.2.2) bestimmt. Da davon ausgegangen werden muss, dass das Dämpfungsverhalten für die einzelnen Zustandsgrößen unterschiedlich ist, werden die jeweiligen Dämpfungsparameter im folgenden mit β_h (für $h = \omega_x, \omega_y, \ldots$) bezeichnet.

Die Bestimmung dieser Parameter erfolgt mithilfe der Autokorrelationsanalyse der Messdaten. Dabei wird vorausgesetzt, dass die den Zeitreihen zugrunde liegenden Prozesse dasselbe Verhalten wie die Zustandsgrößen ausweisen. Aufgrund der Autokorrelationsanalyse in Kap. 3.3.1 kann auch in dieser Arbeit davon ausgegangen werden, dass die betrachteten Prozesse unter anderem durch ein rotes Rauschen überlagert werden (Gardiner 2004).

Tab. 5.6: Dämpfungsparameter β_h der Gewichtsfunktion p (nach (4.53)) für $b = 1$

h	β_h (MRU)	β_h (DVL)
ω_x	0,0707	-
ω_y	0,2202	-
ω_z	0,2134	-
v_x	0,2266	0,2209
v_y	0,2230	0,3115
v_z	0,3021	0,0118

Ramm (2008) zeigt, dass die zugehörige Autokorrelationsfunktion durch die Regressionsfunktion (4.53) mit $b = 2$ beschrieben werden kann. Eine solche Approximation kann für die hier betrachteten Autokorrelationsfunktionen ebenfalls durchgeführt werden. Dabei werden die weiteren farbigen Rauschanteile jedoch vernachlässigt. Da die den periodischen Effekten zuzuordnenden Anteile ebenfalls ein exponentiell abklingendes Verhalten zeigen, wird für die Gewichtsfunktion hier eine Regressionsfunktion von $|\hat{R}_{XX}|$ gewählt. Dabei gilt für (4.53) die Ordnung $b = 1$ (siehe Breitenfeld et al. 2015). Durch eine iterative Kleinste-Quadrate-Ausgleichung können die in Tab. 5.6 aufgeführten Parameter β_h bestimmt werden. Werden die Dämpfungsparameter aus den Messdaten der MRU bestimmt, so liegen die Parameter β_h für $h = (\omega_y, \omega_z, v_x, v_y)$ bei einem Wert von ca. 0,221. Deutliche Abweichungen der Parameter von diesem Wert treten mit ungefähr 0,15 und -0,08 für die Komponenten ω_x bzw. v_z auf. Da in den Zeitreihen dieser beiden Komponenten nur sehr geringe Änderungen im Wertebereich enthalten sind, kann das Dämpfungsverhalten der Komponenten möglicherweise nicht zutreffend geschätzt werden. Für die Dämpfungsparameter β_h, die aus den DVL-Messdaten geschätzt werden, muss davon ausgegangen werden, dass das starke Messrauschen das bestimmte Ergebnis beeinflussen. Da starke Abweichungen zwischen den jeweilige Dämpfungsparametern β_{vy} und β_{vz} sind auhc darauf zurückzuführen.

5.2 Einfluss von Rotationen auf die Prädiktion der Geschwindigkeitskomponenten

Vor der Evaluierung der verschiedenen Systemmodelle im EKF wird zunächst der Einfluss des in (4.97) enthaltenen Terms $\Delta \boldsymbol{v}_{rot}^{B}$ aus (4.86) auf die Zustandsgrößen abgeschätzt. $\Delta \boldsymbol{v}_{Rot}^{B}$ beeinflusst die prädizierte Geschwindigkeit vor allem in Fahrtabschnitten mit großen Drehraten $\boldsymbol{\omega}^{B,N}$ bzw. hohen Drehratenänderungen $\dot{\boldsymbol{\omega}}^{B,N}$, wenn der für die Prädiktion gewählte Referenzpunkt $\boldsymbol{p}_{RP}^{B}$ eine große Entfernung zum gegenwärtigen Massenschwerpunkt des Schiffs $\boldsymbol{p}_{RP}^{B}$ (Rotationszentrum) aufweist. Diese Exzentrität wird durch $\Delta \boldsymbol{p}_{CG}^{B}$ ausgedrückt. Da $\Delta \boldsymbol{p}_{CG}^{B}$ in (4.85) und in (4.86) mit den einzelnen Komponenten in $\boldsymbol{\omega}^{B,N}$ bzw. $\Delta \boldsymbol{\omega}^{B,N}$ multipliziert wird, ist $\Delta \boldsymbol{v}_{rot}^{B}$ für kleine Exzentrizitäten $\Delta \boldsymbol{p}_{CG}^{B}$ klein. Große Exzentrizitäten hingegen verursachen einen wahrnehmbaren Einfluss von $\Delta \boldsymbol{v}_{rot}^{B}$ auf die prädizierten Geschwindigkeitskomponenten $\bar{\boldsymbol{v}}_{k+1}^{B}$.

Zur Abschätzung des Einflusses wird davon ausgegangen, dass $\boldsymbol{p}_{RP}^{B}$ im Zentrum der MRU liegt, so dass $\boldsymbol{p}_{RP}^{B} = [11,24\,\mathrm{m}\ \ 0\,\mathrm{m}\ \ 0\,\mathrm{m}]^{\mathrm{T}}$ gilt. Da das Rotationszentrum $\boldsymbol{p}_{CG}^{B}$ innerhalb des Schiffskörpers liegt, ergeben sich aufgrund der Größe der *Mercator* für $\Delta \boldsymbol{p}_{CG}^{B}$ rechnerisch maximale Absolutwerte von $[15,48\,\mathrm{m}\ \ 3,87\,\mathrm{m}\ \ 4,56\,\mathrm{m}]^{\mathrm{T}}$. Unter Verwendung von realen Messdaten wird daraus der resultierende Einfluss von $\Delta \boldsymbol{v}_{Rot}^{B}$ berechnet.

In Abb. 5.4 ist ersichtlich, dass $\Delta \boldsymbol{v}_{Rot}^{B}$ in Abschnitten, in denen die *Mercator* eine geradliniege Fahrt ausführt, deutlich geringer als die Messgenauigkeit von 2 cm/s ist. Lediglich die Komponente $\Delta v_{y,rot}^{B}$ beträgt in diesen Abschnitten kurzfristig mehr als $|2\,\mathrm{cm/s}|$. Bei Wendemanövern kann unter diesen Bedingungen ein nachweisbarer Einfluss auf die prädizierten Geschwindigkeiten erkannt werden, allerdings nur bei einer Wende von Tal- zu Bergfahrt. Für die Wende von Berg- zu Talfahrt $(t = 670 - 720\,\mathrm{s})$ überschreitet wieder nur $\Delta v_{y,rot}^{B}$ kurzzeitig die Schwelle von 2 cm/s.

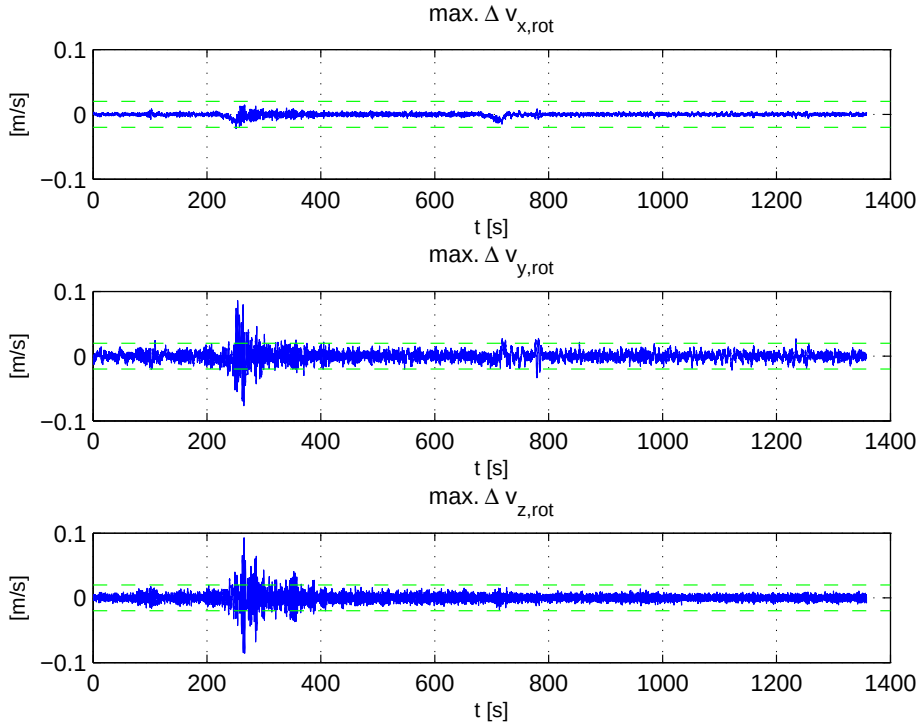


Abb. 5.4: Einfluss von $\Delta \boldsymbol{v}_{Rot}^{B}$ auf $\bar{\boldsymbol{v}}_{k+1}^{B}$ für $\Delta \boldsymbol{p}_{CG}^{B} = [15,48\,\mathrm{m}\ \ 3,87\,\mathrm{m}\ \ 4,56\,\mathrm{m}]^{\mathrm{T}}$ im Vergleich zur Messgenauigkeit (grüne Linie)

Im Allgemeinen ist jedoch davon auszugehen, dass sich das Rotationszentrum $\boldsymbol{p}_{CG}^{B}$ nicht am höchsten Punkt des Schiffs befindet, sondern eher in der Nähe der Wasserlinie liegt. Aus diesem Grund wird der maximale

Einfluss von $\Delta \boldsymbol{v}_{Rot}^{B}$ in Abb. 5.5 nochmals für $\Delta \boldsymbol{p}_{CG}^{B} = [15,48\,\mathrm{m}\ \ 3,87\,\mathrm{m}\ \ 1,0\,\mathrm{m}]^{\mathrm{T}}$ abgeschätzt. Wie anhand von (4.85) zu erwarten war, reduziert sich nur der von $\Delta v_{x,Rot}^{B}$ und $\Delta v_{y,Rot}^{B}$ ausgewirkte Einfluss, wobei sich $\Delta v_{y,Rot}^{B}$ bei Wendemanövern wieder an der Schwelle zur Messgenauigkeit befindet. Lediglich $\Delta v_{z,Rot}^{B}$ kann die Prädiktion der Vertikalgeschwindigkeit deutlich verändern. In der Praxis zeigen sich in dieser Geschwindigkeitskomponente jedoch wesentlich geringere gemessene Beschleunigungen. Deshalb wird gefolgert, dass die einzelnen Komponenten in $\Delta \boldsymbol{p}_{CG}^{B}$ wesentlich geringer als die hier angenommenen Maximalwerte sind.

Aus diesem Grund kann $\Delta \boldsymbol{v}_{Rot}^{B}$ bei der Prädiktion von $\bar{\boldsymbol{v}}_{k+1}^{B}$ teilweise vernachlässigt werden, denn im Allgemeinen ist bei Messfahrten ein geradliniges Fahrverhalten erforderlich. Da der in (4.85) dargestellte Anteil von $\Delta \boldsymbol{v}_{Rot}^{B}$ jedoch auch bereits im vereinfachten Prädiktionsmodell (4.96) für $\bar{\boldsymbol{v}}_{k+1}$ enthalten ist (siehe Anhang B), wird lediglich der Anteil $\boldsymbol{\omega}^{B,N} \times \left(\boldsymbol{\omega}^{B,N} \times \Delta \boldsymbol{p}_{CG}^{B}\right)$ aus (4.86) vernachlässigt. Bei einem solchen Prädiktionsmodell muss jedoch in Kurvenbereichen durch ein adaptives Anpassen des Störrauschens der Vernachlässigung dieses Terms entgegen gewirkt werden.

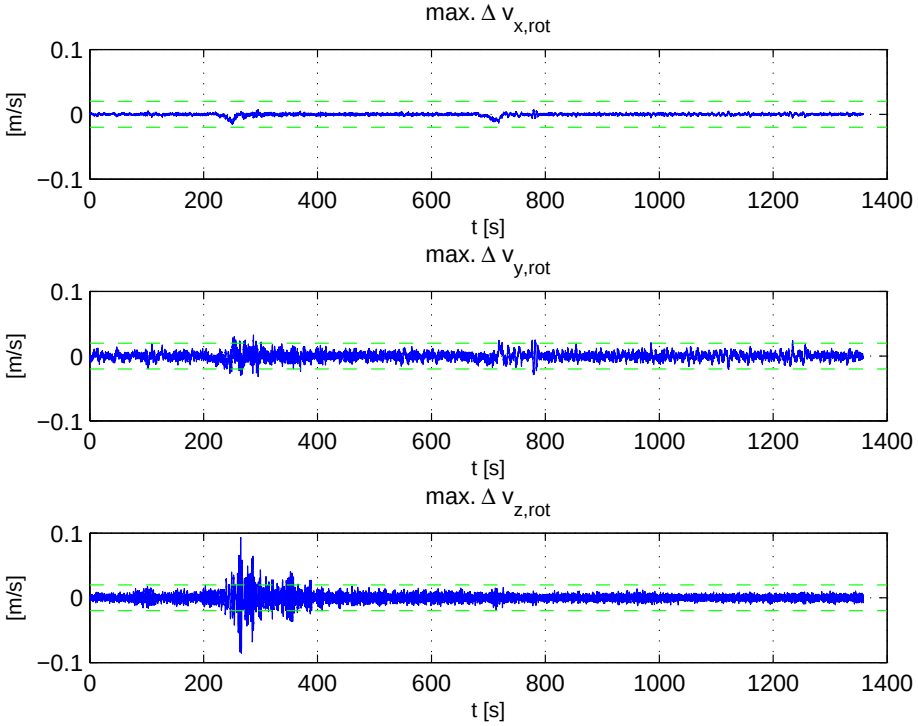


Abb. 5.5: Einfluss von $\Delta \boldsymbol{v}_{Rot}^{B}$ auf $\bar{\boldsymbol{v}}_{k+1}^{B}$ für $\Delta \boldsymbol{p}_{CG}^{B} = [15,48\,\mathrm{m}\ \ 3,87\,\mathrm{m}\ \ 1\,\mathrm{m}]^{\mathrm{T}}$ im Vergleich zur Messgenauigkeit (grüne Linie)

5.3 Evaluierung der Systemmodelle im EKF

Für die Georeferenzierung der mittels Echolot erhaltenen Gewässerprofile werden hochgenaue Orientierungswinkel und Positionen benötigt, die durch Verwendung der in dieser Arbeit vorgestellten Ansätze berechnet werden sollen. Vor allem die Innovationen des EKFs aus (4.23) als Differenzen zwischen den Messwerten und den aus den prädizierten Zustandsgrößen bestimmten Beobachtungsgrößen werden für die Bewertung der Leistungsfähigkeit der einzelnen Modelle verwendet. Ergänzend dazu werden für die bestimmten Orientierungswinkel und die Koordinaten auch die aus dem Filterergebnis resultierenden geometrischen Genauigkeiten (Standardabweichungen der geschätzten Zustandsgrößen) betrachtet. Ausreißer in allen betrachteten Größen werden dabei bereits durch den in Kap. 4.2.1 beschriebenen, Innovationen-basierten Ausreißertest detektiert und eliminiert.

Um die Eignung der vorgestellten Systemmodelle für unterschiedliche Fahrtszenarien zu überprüfen, werden die hier vorgestellten Analysen für verschiedene Datensätze durchgeführt.

- Szenario 1: Fahrt entlang eines geraden Gewässerverlaufs mit Wenden (Bestandteil von Fahrt 3 in Tab. 2.2)
- Szenario 2: Fahrt entlang eines kurvigen Gewässerverlaufs (Fahrt 4 in Tab. 2.2)
- Szenario 3: Fahrt entlang eines näherungsweise geraden Gewässerverlaufs mit Lücken durch GNSS-Abschattung (Bestandteil von Fahrt 3 in Tab. 2.2)

Diese Szenarien sind typisch für Messfahrten, bei denen bathymetrische Daten mit dem Fächerecholot aufgezeichnet werden. Da sie alle auf dem Rhein durchgeführt werden, ist hier mit zahlreichen externen, auf das System *Vermessungsschiff* einwirkende, Einflüsse zu rechnen. Anhand dieser Daten kann somit die Leistungsfähigkeit der entwickelten Modelle unter variierenden Bedingungen bewertet werden.

Die in den Modellerweiterungen KINEMATIK benötigten Stellgrößen (Beschleunigungen) konnten in den hier betrachteten Messszenarien nicht direkt erfasst werden. Aus diesem Grund werden die einzelnen Beschleunigungskomponenten aus den erfasstem Geschwindigkeitskomponenten der aktuellen und der vorhergehenden Epoche bestimmt. Für die Evaluierung werden die in Anhang D aufgeführten Genauigkeiten für die einzelnen Stell- und Messgrößen verwendet.

Für die Auswertung werden alle Stellgrößen und die Beobachtungsgrößen auf einen Referenzzeitpunkt t_k interpoliert. Dieser Zeitstempel wird über die Systemzeit (Rechneruhr) definiert. Da aus ungenauen Zeitstempeln, d. h. der fehlerbehafteten Zuordnung von Messwerten zu Zeitstempeln, eine reduzierte geometrische Genauigkeit folgt, wird die zeitliche Genauigkeit der Systemzeit von Breitenfeld et al. (2015) ebenfalls analysiert. Dazu wird die Abweichung zwischen den Zeitstempeln in den von den GNSS-Empfängern ausgegebenen NMEA-Nachrichten und dem von der *HydrOs*-Software erzeugten Zeitstempel (Systemzeit) berechnet. Diese Abweichungen kommen zum einen durch zeitliche Verzögerungen bei der Datenübertragung zustande, zum anderen aber durch die Genauigleit der Rechneruhr selbst. Breitenfeld et al. (2015) zeigen, dass die mittlere Abweichung des Zeitstempels bei 0,003 s liegt und dass die Standardabweichung der zeitlichen Abweichungen ebenfalls bei 0,003 s liegt. Die aus diesen zeitlichen Abweichungen resultierenden Abweichungen in den einzelnen Messgrößen liegen damit im Bereich der in Anhang D dargestellten Messgenauigkeiten der einzelnen Beobachtungsgrößen. Zusätzlich wurde in Breitenfeld et al. (2015) das Driftverhalten der Rechneruhr über einen längeren Zeitraum untersucht. Dieses ist vernachlässigbar gering.

5.3.1 Systemmodell mit Grundmodell

Das als erstes betrachtete Systemmodell besteht aus dem Grundmodell (4.61) zur Prädiktion der Geschwindigkeitskomponenten sowie den durch (4.114), (4.115) und (4.121) für die weiteren Zustandsgrößen gegebenen Prädiktionsgleichungen. Durch Verwendung des Grundmodells (4.61) im Systemmodell wird von einem gleichmäßigen Fahrverhalten ausgegangen. Da Beschleunigungen nicht modelliert werden, kommt es gerade in Fahrtsituationen mit wechselnden Geschwindigkeiten zu größeren Innovationen im Filter.

Um auch die Änderungen des Systemzustands aufgrund der nicht modellierten Beschleunigungsvorgänge zu berücksichtigen, muss das Systemrauschen für die Datenprozessierung angepasst werden. Dies geschieht mithilfe der Varianzkomponentenschätzung (VKS) für σ_w^2. Hierbei werden zwei Methoden betrachtet: Zum einen wird eine Schätzung der Varianzkomponenten für die gesamte Fahrt vorgenommen (*globale Varianzkomponentenschätzung*), um anschließend eine erneute Prozessierung der Messdaten durchzuführen. Da dieser Ansatz nur für eine Post-Processing-Auswertung geeignet ist, wird hier ein weiterer Ansatz verwendet, der auch bei einer Echtzeit-Auswertung eingesetzt werden kann. Dabei werden die Varianzkomponenten, wie in (4.52) vorgestellt, regional geschätzt. Für die Bestimmung von regionalen Varianzen muss die ideale Anzahl an verwendeten Messepochen experimentell bestimmt werden. Für einen kurzen Berechnungszeitraum beschreiben die Varianzkomponenten zwar recht gut die lokale Situation, gleichzeitig haben Ausreißer aber einen großen Einfluss. Ein zu langer Berechnungszeitraum bietet zwar eine höhere Robustheit gegenüber Ausreißern, sorgt

aber auch dafür, dass die jeweilige Störgrößenvarianz nicht mehr exakt der lokalen Situation entspricht. Die Innovationen der Drehraten bzw. der Orientierungswinkel nehmen bei der Verwendung von möglichst vielen Messepochen bei der Varianzkomponentenschätzung ab, während für die Bestimmung der Geschwindigkeiten und der Positionen eine geringere Anzahl von Messepochen eine leichte Genauigkeitssteigerung bewirken. In verschiedenen Prozessierungsdurchläufen zeigt sich, dass die Verwendung von 100 Messepochen (Zeitraum von 10 s) einen guten Kompromiss für die Berechnung aller Zustandsgrößen darstellen.

In Tab. 5.7 zeigt sich anhand eines Vergleichs der quadratischen Mittel (RMS) der Innovationen, dass durch eine adaptive Anpassung des Systemrauschens bereits bei diesem einfachen Modell eine Verringerung der Größe der auftretenden Innovationen für zahlreiche Beobachtungsgrößen resultiert. Vereinzelte Vergrößerungen in den RMS der Innovationen treten beispielsweise für die Beobachtungsgröße $\boldsymbol{COG}_{GNSS,k+1}$ bei Szenario 3 auf. Da die RMS der Innovationen $d_{\psi,k+1}$ und $d_{\boldsymbol{v},MRU,,k+1}$ gleichzeitig verbessert werden, muss hier von einem Widerspruch zwischen den einzelnen Beobachtungsgrößen ausgegangen werden, wodurch den Beobachtungen der MRU ein höheres Gewicht im EKF zukommt.

Wie zu erwarten war, treten bei der Geradenfahrt in Szenario 1 generell die geringsten Innovationen für die Orientierungswinkel auf. Im Vergleich zur globalen VKS kommt es bei Verwendung der regionalen VKS in den RMS-Werten von $d_{\psi,MRU,k+1}$ zu einer Verbesserung von mehr als 35 %. In $d_{\phi,MRU,k+1}$ und $d_{\theta,MRU,k+1}$ kommt es lediglich bei Szenario 2 zu einer deutlich erkennbaren Verringerung der RMS-Werte um 40 % bzw. 25 %. Die RMS-Werte der Innovationen der Koordinaten ändern sich hierbei maximal um ± 1 mm, so dass hier nicht von einer signifikanten Verbesserung oder Verschlechterung gesprochen werden kann.

Dieses Ergebnis zeigt, dass das hier betrachtete, einfache Systemmodell das Bewegungsverhalten bei Kurvenfahrten ohne Anpassung der Varianzkomponenten der Störgrößen nicht immer zutreffend genug beschreibt. Deshalb ist in diesem Fall während der Fahrt eine adaptive Anpassung des Störrauschens in $\boldsymbol{\Sigma}_{ww}$ an die Gegebenheiten sinnvoll. Durch die daraus resultierenden Änderungen in der Verstärkungsmatrix $\mathbf{K}_{k+1}$ kommt es zu einer an die Gegebenheiten angepassten Schätzung der Zustandsgrößen $\hat{\boldsymbol{x}}_{k+1}$.

Obwohl die RMS-Werte der Innovationen bei Anwendung der regionalen VKS auf eine deutliche Verbesserung in den geschätzten Zustandsgrößen schließen lassen, zeigt sich jedoch, dass sie am Ende der Lücken in der GNSS-Trajektorie in Szenario 3 einen großen Innovationswert enthalten. Dies wird in Abb. 5.6a anhand der Längs- und Querabweichungen zwischen den prädizierten Zustandsgrößen $\bar{\boldsymbol{p}}_{k+1}$ und den Beobachtungsgrößen gezeigt. Diese basieren somit auf den bestimmten Innovationen. Ergänzt wird Abb. 5.6a durch die graphische Darstellung von $d_{U,GNSS,k+1}$. Wird die regionale VKS hingegen nur für die ersten drei der in Kap. 4.3.3 definierten Störgrößen durchgeführt, so erhöhen sich zwar die RMS-Werte der Geschwindigkeitskomponenten $\boldsymbol{v}_{MRU,k+1}$ und $\boldsymbol{v}_{DVL,k+1}$ (siehe Tab. 5.8), gleichzeitig werden die extremen Maximalwerte in $d_{U,GNSS,k+1}$ unterdrückt (siehe Abb. 5.6b). Eine weiterhin enthaltene große Innovation $d_{U,GNSS,k+1}$ bei $k \approx 6250$ ist auf eine durch (Teil-) Abschattungen bzw. Mehrwege-Effekte beeinflusste GNSS-Lösung zurückzuführen. Da bei hydrographischen Messungen eine zuverlässige Höhenangabe besonders wichtig ist, wird im folgenden diese Art der Varianzkomponentenschätzung gewählt. Aus den einzelnen RMS-Werten in Tab. 5.8 ist erkennbar, dass die Ergebnisse sehr große Ähnlichkeit mit denen der globalen VKS in Tab. 5.7 aufweisen. Eine Ausnahme bilden die RMS-Werte für $\boldsymbol{d}_{\boldsymbol{\omega},MRU,k+1}$ und $\boldsymbol{d}_{\boldsymbol{\Theta},MRU,k+1}$, die nahezu identisch mit den entsprechenden Werten bei Anwendung einer regionalen VKS für alle Störgrößenvarianzen sind.

Für alle betrachteten Fahrtszenarien ist ersichtlich, dass die RMS-Werte für die Innovationen in $v_{y,DVL}$ und $v_{z,DVL}$ mit größer als 5 cm/s wesentlich größer als bei den korrespondierenden Beobachtungen der MRU ausfallen (siehe Abb. 5.7). Bei einer detaillierten Betrachtung der einzelnen Innovationen $\boldsymbol{d}_{k+1}$ in den genannten Komponenten zeigen sich im Laufe der Fahrt deutliche Unterschiede. Dies wird im folgenden am Beispiel von Szenario 3 aufgezeigt. Nach einem anfänglichen Abbremsvorgang und einer Phase des Stillstands, kommt es zu einer Beschleunigungsphase, die zeitlich mit einer Wende zusammenfällt. Daran schließt sich eine Fahrt mit nahezu konstanter Geschwindigkeit $v_{x,,k+1}$ an.

Tab. 5.7: RMS der Innovationen für verschiedene Fahrten - Geradenfahrt (Szen. 1), Kurvenfahrt (Szen. 2) und einer Fahrt mit GNSS-Lücken (Szen 3) bei Verwendung eines Systemmodells mit dem Grundmodell

Messgröße		globale VKS			regionale VKS		
		Szen. 1	Szen. 2	Szen. 3	Szen. 1	Szen. 2	Szen. 3
$\omega_{x,MRU}$	[°/s]	0,0592	0,0932	0,0805	0,0586	0,0664	0,0795
$\omega_{y,MRU}$	[°/s]	0,0339	0,0365	0,0280	0,0309	0,0262	0,0254
$\omega_{z,MRU}$	[°/s]	0,0411	0,0772	0,0470	0,0210	0,0278	0,0245
$v_{x,MRU}$	[m/s]	0,012	0,013	0,014	0,007	0,009	0,008
$v_{y,MRU}$	[m/s]	0,009	0,011	0,011	0,006	0,008	0,007
$v_{z,MRU}$	[m/s]	0,012	0,016	0,014	0,010	0,013	0,010
$v_{x,DVL}$	[m/s]	0,014	0,013	0,012	0,010	0,016	0,011
$v_{y,DVL}$	[m/s]	0,071	0,088	0,067	0,070	0,088	0,067
$v_{z,DVL}$	[m/s]	0,124	0,122	0,095	0,119	0,123	0,094
SOG_{GNSS1}	[m/s]	0,029	0,029	0,036	0,029	0,029	0,036
SOG_{GNSS2}	[m/s]	0,024	0,024	0,031	0,023	0,023	0,030
SOG_{GNSS3}	[m/s]	0,014	0,014	0,015	0,010	0,011	0,010
COG_{GNSS1}	[°]	0,4247	0,6605	0,9156	0,4189	0,6225	0,9675
COG_{GNSS2}	[°]	0,3987	0,5502	0,8374	0,3866	0,5075	0,8789
COG_{GNSS3}	[°]	0,1321	0,2504	0,2599	0,0999	0,1943	0,2855
ϕ_{MRU}	[°]	0,0094	0,0189	0,0132	0,0094	0,0110	0,0133
θ_{MRU}	[°]	0,0053	0,0066	0,0050	0,0051	0,0049	0,0048
ψ_{MRU}	[°]	0,0081	0,0208	0,0113	0,0056	0,0091	0,0073
E_{GNSS1}	[m]	0,005	0,008	0,006	0,005	0,007	0,006
N_{GNSS1}	[m]	0,013	0,009	0,011	0,012	0,009	0,011
U_{GNSS1}	[m]	0,008	0,009	0,010	0,008	0,008	0,010
E_{GNSS2}	[m]	0,007	0,011	0,010	0,007	0,011	0,009
N_{GNSS2}	[m]	0,014	0,013	0,014	0,014	0,012	0,014
U_{GNSS2}	[m]	0,012	0,009	0,011	0,013	0,009	0,011
E_{GNSS3}	[m]	0,007	0,007	0,008	0,007	0,007	0,008
N_{GNSS3}	[m]	0,004	0,008	0,006	0,004	0,008	0,006
U_{GNSS3}	[m]	0,012	0,009	0,011	0,010	0,009	0,010
hv_{MRU}	[m]	0,028	0,025	0,034	0,014	0,003	0,008

Die Innovationen bezüglich der vom DVL gemessenen Geschwindigkeitskomponenten $v^B_{x,DVL,k+1}$, $v^B_{y,DVL,k+1}$ und $v^B_{z,DVL,k+1}$ werden während und direkt nach dem Wendevorgang deutlich größer. Für $v^B_{y,DVL,k+1}$ und $v^B_{z,DVL,k+1}$ scheint dabei während der gleichförmigen Geradenfahrt ein näherungsweise konstanter Offset aufzutreten (siehe Abb. 5.7 ab $t = 300\,\text{s}$). Die Innovationen bezüglich der von der MRU50+ gemessenen Geschwindigkeitskomponenten zeigen diesen Offset hingegen nicht bzw. bei $v^B_{z,MRU,k+1}$ in einer Größenordnung von wenigen Millimetern.

Nach einer zweiten Wende des Schiffs, die in Abb. 5.7 nicht dargestellt ist, kommt es wiederum zu einem leicht veränderten Trendverhalten der Innovationen bezüglich der vom DVL gemessenen Geschwindigkeiten. Diese Änderung fällt jedoch im Vergleich zur ersten Wende wesentlich geringer aus. Sie lassen sich mit einer um ca. 1 m/s reduzierten Geschwindigkeit $v_{x,k+1}$ bei der Geradenfahrt begründen.

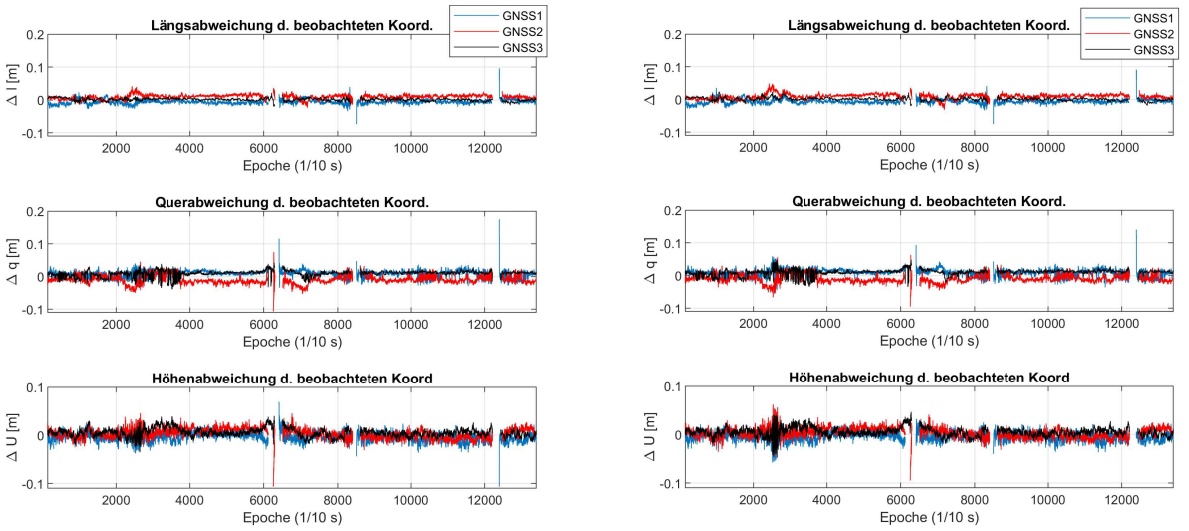
Dieses Verhalten spiegelt sich auch in den geschätzten Varianzkomponenten wieder. Abb. 5.8 stellt dies anhand der aus den Varianzkomponenten bestimmten Standardabweichungen dar. Während der in Abb. 5.7 dargestellten ersten Wende vergrößert sich $\hat{\sigma}_{v,y,DVL,k+1}$ ungefähr um den Faktor 2,5. $\hat{\sigma}_{v,z,DVL,k+1}$ vervierfacht sich nahezu. Im selben Zeitabschnitt kommt es zwar auch beinahe zu einer Verdoppelung in $\hat{\sigma}_{v,z,MRU,k+1}$, die Standardabweichungen betragen mit ca. 1 cm/s aber nur ungefähr $\frac{1}{10}$ von $\hat{\sigma}_{v,z,DVL,k+1}$. Dagegen behält $\hat{\sigma}_{v,x,DVL,k+1}$ einen näherungsweise konstanten Offset von ca. 1 cm/s im Vergleich zu $\hat{\sigma}_{v,x,MRU,k+1}$ bei. Bei

Tab. 5.8: RMS der Innovationen für verschiedene Fahrten - Geradenfahrt (Szen. 1), Kurvenfahrt (Szen. 2) und einer Fahrt mit GNSS-Lücken (Szen 3) bei Verwendung eines Systemmodells mit dem Grundmodell bei Anwendung der regionalen VKS für $\sigma_{w,\boldsymbol{\omega}}$

Messgröße		Szen. 1	Szen. 2	Szen. 3
$\omega_{x,MRU}$	[°/s]	0,0585	0,0664	0,0796
$\omega_{y,MRU}$	[°/s]	0,0309	0,0263	0,0254
$\omega_{z,MRU}$	[°/s]	0,0211	0,0282	0,0246
$v_{x,MRU}$	[m/s]	0,012	0,013	0,013
$v_{y,MRU}$	[m/s]	0,009	0,010	0,010
$v_{z,MRU}$	[m/s]	0,012	0,016	0,014
$v_{x,DVL}$	[m/s]	0,013	0,013	0,012
$v_{y,DVL}$	[m/s]	0,071	0,089	0,068
$v_{z,DVL}$	[m/s]	0,124	0,122	0,095
SOG_{GNSS1}	[m/s]	0,029	0,028	0,036
SOG_{GNSS2}	[m/s]	0,023	0,023	0,031
SOG_{GNSS3}	[m/s]	0,013	0,013	0,014
COG_{GNSS1}	[°]	0,4211	0,6201	0,9441
COG_{GNSS2}	[°]	0,3913	0,5089	0,8334
COG_{GNSS3}	[°]	0,1342	0,2306	0,2678
ϕ_{MRU}	[°]	0,0094	0,0111	0,0133
θ_{MRU}	[°]	0,0051	0,0049	0,0049
ψ_{MRU}	[°]	0,0057	0,0092	0,0075
E_{GNSS1}	[m]	0,005	0,008	0,007
N_{GNSS1}	[m]	0,012	0,009	0,011
U_{GNSS1}	[m]	0,008	0,008	0,010
E_{GNSS2}	[m]	0,007	0,011	0,010
N_{GNSS2}	[m]	0,014	0,012	0,014
U_{GNSS2}	[m]	0,012	0,009	0,011
E_{GNSS3}	[m]	0,007	0,007	0,008
N_{GNSS3}	[m]	0,004	0,008	0,006
U_{GNSS3}	[m]	0,012	0,009	0,010
hv_{MRU}	[m]	0,028	0,023	0,033

der zweiten Wende (violette Markierung in Abb. 5.8) kommt es lediglich zu einer geringfügigen Änderung der geschätzten Varianzkomponenten in $\boldsymbol{l}_{\boldsymbol{v},DVL,k+1}$ und damit der bestimmten Standardabweichungen.

Allgemein lässt sich für alle Komponenten in $\boldsymbol{d}_{k+1}$ eine Abhängigkeit vom Bewegungszustand des Schiffs feststellen. Neben den Komponenten für $\boldsymbol{v}^B_{DVL,k+1}$ tritt dies auch für $\boldsymbol{\omega}^{N,B}_{MRU,k+1}$ deutlich zutage. Dies ist zu erwarten, da für die bestimmten Drehraten immer eine starke Abhängigkeit von den aus der Umgebung des Systems einwirkenden Einflüsse vorliegt (z. B. passierende Schiffe, Wellen, etc.). Da für die MRU keine solch starken systematischen Effekte wie beim DVL auftreten, wird die MRU als zuverlässiger angesehen.



(a) regionale VKS für alle σ_w^2

(b) regionale VKS für $\sigma_{w,\boldsymbol{\omega}}^2$

Abb. 5.6: Einfluss der mittels regionale VKS bestimmten Varianzkomponenten auf die innovationen-basierten Längs- und Querabweichungen und $d_{U,GNSS}$ (Grundmodell, Szenario 3)

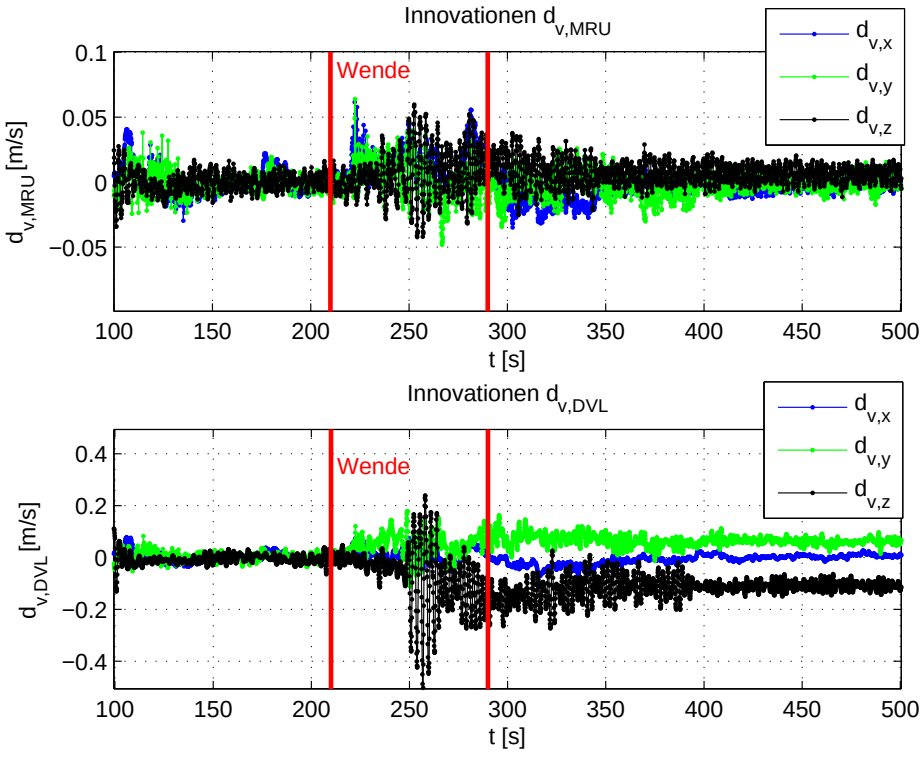


Abb. 5.7: Innovationen bzgl. $\boldsymbol{l}_{v,MRU,k+1}$ und $\boldsymbol{l}_{v,DVL,k+1}$ mit auftauchendem Offset

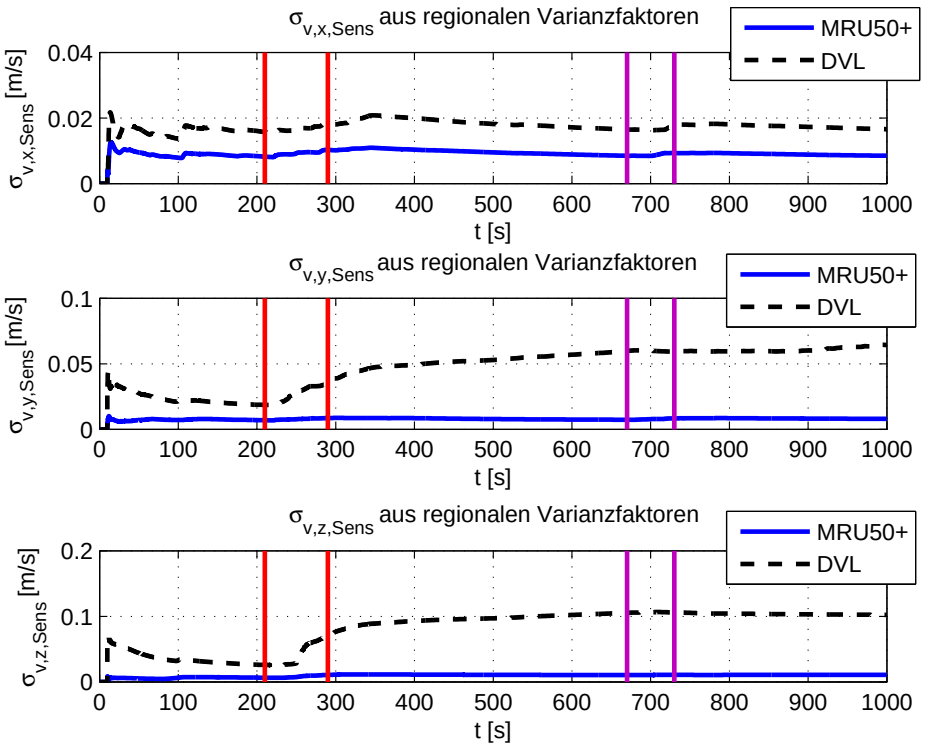
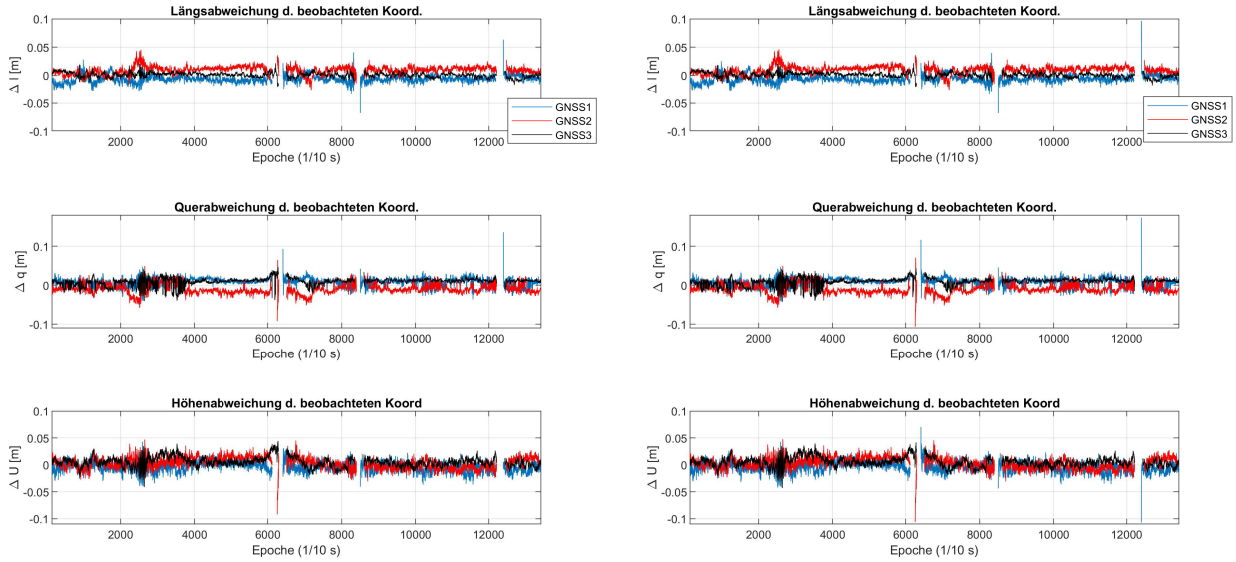


Abb. 5.8: Geschätzte regionale Varianzkomponenten für $\boldsymbol{l}_{v,MRU,k+1}$ und $\boldsymbol{l}_{v,DVL,k+1}$ bei einer Messfahrt mit zwei Wenden

Die Änderungen des Sensorverhaltens sind zum einen auf die nicht modellierten Beschleunigungsvorgänge zurückzuführen. Zum anderen muss als Hauptursache die Vibrationen, die während der Fahrt verstärkt auftreten, genannt werden. Sie bewirken Beschleunigungen, die mit in dem hier betrachteten Systemmodell nicht behandelt werden. Wie in Abb. 5.7 dargestellt ist, ist diese Abhängigkeit für die Beobachtungsgrößen des DVLs besonders offensichtlich. Dieses Instrument befindet sich direkt im Wasser und ist lediglich an einer provisorischen Halterung angebracht, so dass sich alle extern einwirkenden Kräfte besonders stark auswirken können. Diese wirken sich hier systematisch aus. Da die Zunahme der Innovationen vor allem bei einem Wendemanöver erfolgt und die Innovationen anschließend jeweils näherungsweise konstant sind, muss bei der Definition von $\boldsymbol{\Sigma}_{ll}$ von einer Korrelation zwischen Messgenauigkeit und dem Bewegungszustand des Schiffs ausgegangen werden. Anhand dieses Effekts ist nachvollziehbar, dass eine adaptive (regionale) Varianzkomponentenschätzung sinnvoll ist. Durch sie kann der Einfluss, der durch das veränderte Verhalten in den einzelnen Messgrößen auftritt, auf die Schätzung von $\hat{\boldsymbol{x}}_{k+1}$ zu einem gewissen Grad abgemildert werden. Im EKF wird hier für die Zustandsgrößen $\hat{\phi}_{k+1}$ und $\hat{\theta}_{k+1}$ in den einzelnen Epochen eine Standardabweichung von besser als $0,0058°$ geschätzt, lediglich bei Szenario 2 wird ein maximales $\hat{\sigma}_{\hat{\phi},k+1}$ von $0,0088°$ bestimmt. Bei der Zustandsgröße $\hat{\psi}_{k+1}$ fällt die maximale geschätzte Standardabweichung mit $0,0171°$ deutlich schlechter aus. Im Durchschnitt treten für die einzelnen $\hat{\sigma}_{\hat{\psi},k+1}$ mit $0,005°$ (Szenario 1), $0,0083°$ (Szenario 2) und $0,0096°$ aber wesentlich niedrigere Werte auf. Die Standardabweichungen der Lagekoordinaten werden für die Szenarien 1 und 2 jeweils mit Maximalwerten von 8 mm ermittelt und in der Höhenkomponente liegt der Extremwert $\max\left(\hat{\sigma}_{\hat{U},k+1}\right) = 11$ mm vor. Aufgrund der Lücken in den GNSS-Beobachtungen fallen die geschätzten Standardabweichungen für Szenario 3 deutlich größer aus, hier liegen die Maximalwerte für $\hat{\sigma}_{\hat{E},k+1}$ und $\hat{\sigma}_{\hat{N},k+1}$ bei 39 mm, während in der Höhenkomponente $\max\left(\hat{\sigma}_{\hat{U},k+1}\right) = 17$ mm bestimmt wird. Die vergleichsweise geringe Standardabweichung in der Höhenkomponente wird hier durch das Vorhandensein von zusätzliche Höheninformationen (Beobachtungsgröße hv_{MRU}, Wasserspiegellagenmodell $H_{WL,Mod}$) stabilisiert.

5.3.2 Systemmodell mit der Modellerweiterung KINEMATIK

Bei Verwendung der Erweiterung KINEMATIK im Systemmodell sollen prinzipiell real gemessene Beschleunigungen bzw. abgeleitete Drehratenänderungen als Stellgrößen in das System integriert werden. Diese werden bei der Prädiktion der Geschwindigkeitskomponenten $\bar{\boldsymbol{\omega}}^{B,N}_{MRU,k+1}$ und $\bar{\boldsymbol{v}}^{B}_{MRU,k+1}$ innerhalb der Gleichung (4.62) in das in Kap. 5.3.1 definierte Systemmodell eingefügt. Da für die Evaluierung dieses Systemmodells keine Beschleunigungen als Messdaten zur Verfügung stehen, werden sie aus den Änderungen in $\boldsymbol{v}^{B}_{MRU,k+1}$ abgeleitet.



(a) globale VKS

(b) regionale VKS

Abb. 5.9: Einfluss der geschätzten Varianzkomponenten auf die innovationen-basierten Längs- und Querabweichungen und $d_{U,GNSS,k+1}$ bei der Modellerweiterung KINEMATIK (Szenario 3)

In Tab. 5.9 soll anhand von dem bereits in Tab. 5.7 enthaltenen Szenario 3 exemplarisch der Einfluss der unterschiedlich berechneten Störgrößenvarianzen auf den RMS der Innovationen betrachtet werden. Da Szenario 3 Lücken in den aus GNSS-Messungen abgeleiteten Beobachtungsgrößen in $\boldsymbol{l}_{k+1}$ enthält, eignet es sich gut für eine Beurteilung der Leistungsfähigkeit des Systemmodells. Im Vergleich zu Kap. 5.3.1 kann hier für Szenario 3 nur ein geringer Einfluss der adaptiven Anpassung der Störgrößenvarianz auf die geschätzten Zustandsgrößen festgestellt werden. Allerdings zeigen sich für die Ergebnisse, die in der letzten Spalte von Tab. 5.9 zusammengefasst werden, wieder große Innovationen am Ende der Lücken in der GNSS-Trajektorie (siehe Abb. 5.9b). Bei Anwendung einer globalen VKS sind die Innovationen in Abb. 5.9a in $d_{E,GNSS,k+1}$ mit 6 cm und in $d_{N,GNSS,k+1}$ mit 13,6 cm um ca. 4 cm geringer. Für $d_{U,GNSS,k+1}$ ist mit einem Extremwert von -4 cm in Abb. 5.9a ebenfalls ein wesentlich geringerer absolute Maximalwert als in Abb. 5.9b mit ca. 11 cm ersichtlich. Deshalb werden für die Berechnung der Störgrößenvarianz nochmals unterschiedliche Ansätze herangezogen und die Ergebnisse miteinander verglichen. Den Innovationen, die mithilfe der global geschätzten Varianzkomponenten bestimmt werden, werden nochmals die Ergebnisse unter Verwendung der regionalen VKS gegenüberstellt. Als zusätzlicher Ansatz wird die Anwendung der kumulativen Berechnung der Varianzkomponenten nach (4.51) einbezogen, bei der die Störgrößenvarianz am Ende der Fahrt den global geschätzten Varianzkomponenten entsprechen. Für die letzten beiden Ansätze werden erneut die Ergebnisse bei einer adaptiven Anpassung von allen σ^2_w den Ergebnissen bei einer adaptiven Schätzung von $\sigma^2_{w,\boldsymbol{\omega}}$ gegenübergestellt. Bei der regionalen VKS werden die einzelnen Komponenten $\sigma^2_{w,i}$ wieder, wie in Kap. 5.3.1, über einen Zeitraum von 10 s (100 Messepochen) bestimmt.

Tab. 5.9: RMS der Innovationen unter Verwendung unterschiedlicher Methoden zur adaptiven Schätzung der Störgrößenvarianzen (Szenario 3)

Messgröße		global	kumulativ nur $\sigma_{w,\boldsymbol{\omega}}$	regional	kumulativ alle σ_w	regional
$\omega_{x,MRU}$	[°/s]	0,0263	0,0247	0,0247	0,0247	0,0231
$\omega_{y,MRU}$	[°/s]	0,0163	0,0149	0,0149	0.0149	0,0165
$\omega_{z,MRU}$	[°/s]	0,0284	0,0297	0,0297	0.0295	0,0165
$v_{x,MRU}$	[m/s]	0,007	0,007	0,007	0,013	0,010
$v_{y,MRU}$	[m/s]	0,008	0,008	0,008	0,012	0,006
$v_{z,MRU}$	[m/s]	0,009	0,009	0,009	0,009	0,009
$v_{x,DVL}$	[m/s]	0,014	0,014	0,014	0,017	0,013
$v_{y,DVL}$	[m/s]	0,069	0,069	0,069	0,069	0,071
$v_{z,DVL}$	[m/s]	0,095	0,095	0,095	0,094	0,120
SOG_{GNSS1}	[m/s]	0,036	0,036	0,036	0,039	0,031
SOG_{GNSS2}	[m/s]	0,031	0,031	0,031	0,034	0,026
SOG_{GNSS3}	[m/s]	0,010	0,010	0,010	0,014	0,011
COG_{GNSS1}	[°]	1,0190	1,1668	1,1667	1,2772	0,4346
COG_{GNSS2}	[°]	0,9302	0,9808	0,9807	1,1956	0,3982
COG_{GNSS3}	[°]	0,4079	0,4429	0,4428	0,6627	0,1021
ϕ_{MRU}	[°]	0,0285	0,0286	0,0285	0,0286	0,0178
θ_{MRU}	[°]	0,0077	0,0077	0,0076	0,0077	0,0083
ψ_{MRU}	[°]	0,0104	0,0105	0,0105	0,0105	0,0075
E_{GNSS1}	[m]	0,006	0,006	0,006	0,006	0,005
N_{GNSS1}	[m]	0,011	0,011	0,011	0,011	0,012
U_{GNSS1}	[m]	0,010	0,010	0,010	0,010	0,008
E_{GNSS2}	[m]	0,010	0,010	0,010	0,010	0,007
N_{GNSS2}	[m]	0,014	0,014	0,014	0,014	0,014
U_{GNSS2}	[m]	0,011	0,011	0,011	0,011	0,013
E_{GNSS3}	[m]	0,008	0,008	0,008	0,008	0,008
N_{GNSS3}	[m]	0,006	0,006	0,006	0,006	0,004
U_{GNSS3}	[m]	0,011	0,011	0,011	0,010	0,013
hv_{MRU}	[m]	0,033	0,033	0,033	0,007	0,013

Im Vergleich zu Tab. 5.7 werden in Tab. 5.9 für die Innovationen, die mithilfe der globalen Varianzkomponentenschätzung bestimmt sind, in den Geschwindigkeitskomponenten $\boldsymbol{\omega}^{B,N}_{MRU,k+1}$ und $\boldsymbol{v}^{B}_{MRU,k+1}$ 28-68 % kleinere RMS-Werte bestimmt. Dies ist zu erwarten, da die verwendeten Beschleunigungen aus diesen Komponenten berechnet werden. Die weiteren Geschwindigkeitskomponenten in $\boldsymbol{l}_{k+1}$, $\boldsymbol{v}_{DVL,k+1}$ und $\boldsymbol{SOG}_{GNSS,k+1}$, zeigen ähnliche RMS-Werte wie beim in Kap. 5.3.1 verwendeten Systemmodell. Dasselbe gilt für $\psi_{MRU,k+1}$ und die Koordinatenkomponenten. Deutlich schlechtere Ergebnisse zeigen sich dagegen für die Innovationen in den Beobachtungsgrößen $\phi_{MRU,k+1}$, $\theta_{MRU,k+1}$ und $\boldsymbol{COG}_{GNSS,k+1}$. Am offensichtlichsten fällt die Verschlechterung im Fall von $\phi_{MRU,k+1}$ aus, hier vergrößert sich der RMS beim erweiterten Systemmodell um mehr als Faktor 2.

Werden nicht nur die Ergebnisse betrachtet, die auf einer globalen Varianzkomponentenschätzung basieren, so ist in Tab. 5.9 ersichtlich, dass die einzelnen Methoden zur Bestimmung der Störgrößenvarianzen im Allgemeinen zu ähnlich großen RMS-Werten für die Innovationen führen (siehe Tab. 5.7). Lediglich für $d_{\phi,MRU,k+1}$ und $d_{\psi,MRU,k+1}$ kommt es zu einer Verbesserung der RMS-Werte. Da bei der regionalen VKS jedoch die bereits erwähnten großen Innovationen am Ende einer Lücke in der GNSS-Trajektorie auftreten, ist sie für die Echtzeitauswertung nur bedingt geeignet.

Diesem Nachteil wird bei Betrachtung des letzten Ansatzes zur VKS wieder entgegengewirkt. Werden lediglich die ersten drei Varianzkomponenten $\sigma^2_{w,\boldsymbol{\omega}}$ adaptiv angepasst (regionale und kumulative VKS), so liegen

Tab. 5.10: RMS der Innovationen für eine Geradenfahrt (Szen. 1) und eine Kurvenfahrt (Szen. 2) bei Verwendung der Modellerweiterung KINEMATIK mit regionaler VKS

Messgröße		Szen. 1	Szen. 2
$\omega_{x,MRU}$	[°/s]	0,0231	0,0250
$\omega_{y,MRU}$	[°/s]	0,0165	0,0159
$\omega_{z,MRU}$	[°/s]	0,0157	0,0187
$v_{x,MRU}$	[m/s]	0,007	0,008
$v_{y,MRU}$	[m/s]	0,006	0,007
$v_{z,MRU}$	[m/s]	0,009	0,013
$v_{x,DVL}$	[m/s]	0,010	0,021
$v_{y,DVL}$	[m/s]	0,072	0,091
$v_{z,DVL}$	[m/s]	0,121	0,124
SOG_{GNSS1}	[m/s]	0,029	0,029
SOG_{GNSS2}	[m/s]	0,024	0,023
SOG_{GNSS3}	[m/s]	0,009	0,010
COG_{GNSS1}	[°]	0,4228	0,6433
COG_{GNSS2}	[°]	0,3852	0,5100
COG_{GNSS3}	[°]	0,0903	0,1652
ϕ_{MRU}	[°]	0,0178	0,0216
θ_{MRU}	[°]	0,0084	0,0078
ψ_{MRU}	[°]	0,0076	0,0135
E_{GNSS1}	[m]	0,005	0,007
N_{GNSS1}	[m]	0,012	0,009
U_{GNSS1}	[m]	0,008	0,008
E_{GNSS2}	[m]	0,007	0,011
N_{GNSS2}	[m]	0,014	0,012
U_{GNSS2}	[m]	0,013	0,009
E_{GNSS3}	[m]	0,007	0,007
N_{GNSS3}	[m]	0,004	0,008
U_{GNSS3}	[m]	0,013	0,009
hv_{MRU}	[m]	0,028	0,029

die RMS-Werte der Innovationen wieder in nahezu derselben Größenordnung wie bei den bereits genannten VKS-Varianten. Die Innovationen am Ende einer Lücke in der GNSS-Trajektorie sind jedoch deutlich geringer. Insbesondere in $d_{U,GNSS,k+1}$ treten am Ende einer Lücke ähnliche maximale Innovationen wie bei der globalen VKS auf (siehe Abb. 5.10). So kann bei einer Echtzeitauswertung auf die regionale oder die kumulative Varianzkomponentenschätzung zurückgegriffen werden. Da die wahre Trajektorie nicht bekannt ist, bietet die regionale Varianzkomponentenschätzung wieder den Vorteil, dass sie flexibler auf plötzliche Änderungen des Systemrauschens reagiert. Dabei muss jedoch hingenommen werden, dass die maximalen Innovationen $d_{E,GNSS,k+1}$ und $d_{N,GNSS,k+1}$ am Ende einer Lücke größer sind als bei der Anwendung der globalen VKS im Post-Processing.

Ursache für die Problematik bei der regionalen VKS ist, dass die Störgrößenvarianzen für die Störbeschleunigungen durch die regionale Schätzung zu optimistisch geschätzt werden, was sich wiederum bei der Schätzung von $\hat{\boldsymbol{x}}_{k+1}$ in (4.26) auf die Verstärkungsmatrix $\mathbf{K}_{k+1}$ auswirkt. Wie bereits in Kap. 5.3.1 erwähnt wird, bewirkt vor allem die Schätzung von $\sigma_{w,\boldsymbol{v}}$ über wenige Epochen eine verbesserte Schätzung von $\bar{\boldsymbol{v}}_{MRU,k+1}$. Durch die teilweise nicht zutreffend geschätzten Varianzkomponenten hinkt das modellierte Systemverhalten dem realen Verhalten hinterher. Der Einfluss aller kumulativ bestimmten Varianzen (sowohl bei Bestimmung aller σ_w als auch bei alleiniger Bestimmung von $\sigma_{w,\boldsymbol{\omega}}$) liefert ähnliche Ergebnisse wie die anderen Ansätze der VKS. Allein für die Innovationen $\boldsymbol{d}_{\boldsymbol{COG},GNSS,k+1}$ kommt es bei Implementierung der unterschiedlichen Ansätze zu variierenden Ergebnissen.

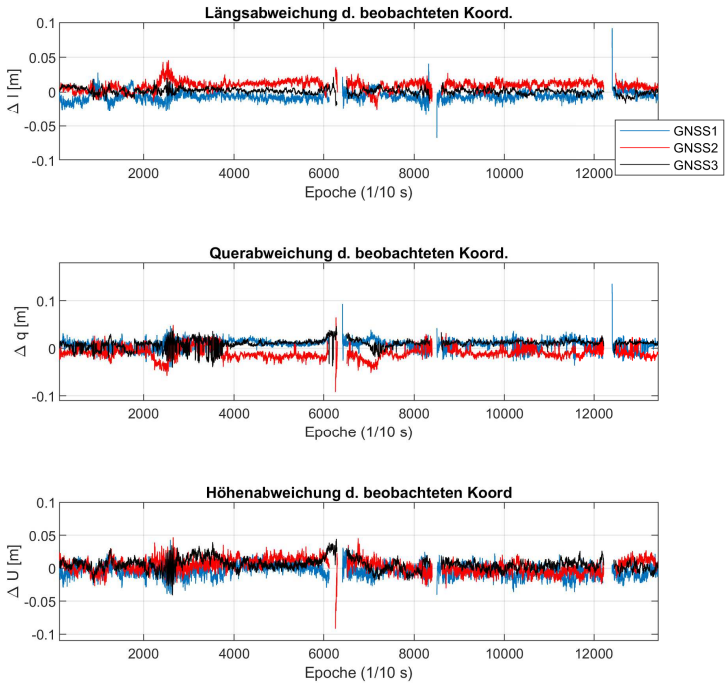


Abb. 5.10: Innovationen-basierte Längs- und Querabweichungen und $d_{U,GNSS,k+1}$ bei Anwendung der regionalen VKS nur für $\sigma^2_{w,\boldsymbol{\omega}}$ (Modellerweiterung KINEMATIK, Szenario 3)

Auf Grundlage der Ergebnisse in Tab. 5.9 kann mit dem evaluierten erweiterten Systemmodell für die hier betrachteten Szenarien keine durchgehende Verbesserung in der Schätzung der Zustandsgrößen erreicht werden. Diese Bewertung bestätigt sich bei der Auswertung der Szenarien 1 und 2 mit Tab. 5.10. Auch bei Betrachtung der im EKF bestimmten Standardabweichungen für die Zustandsgrößen $\hat{\boldsymbol{\Theta}}_{MRU,k+1}$ und $\hat{\boldsymbol{p}}_{GNSS,k+1}$, welche wiederum für die Auswertung der hydrographischen Messdaten erforderlich sind, ist dies erkennbar. Sie liegen durchschnittlich in der gleichen Größenordnung wie bei den Ergebnissen in Kap. 5.3.1. Im Vergleich zur Verwendung des Grundmodells ohne Erweiterungen ändern sich für die in Tab. 5.9 in der dritten Spalte (regionale Varianzkomponentenschätzung) zusammengefassten Resultate die Standardabweichungen in $\hat{\phi}_{MRU,k+1}$ und $\hat{\theta}_{MRU,k+1}$ kaum, ihre Maximalwerte liegen stets bei ca. $0,0058°$. Das maximale $\hat{\sigma}_{\hat{\psi},MRU,k+1}$ hingegen steigt für Szenario 2 mit $0,0211°$ um ca. 23 %. Auch die durchschnittlichen Standardabweichungen enthalten keine deutlich veränderten Werte. Dennoch ist die Verwendung einer Erweiterung innerhalb des Systemmodells sinnvoll, da mit ihr insbesondere bei starkem fahrdynamischen Bewegungsverhalten die durch das Fahrverhalten bedingten Beschleunigungsvorgänge zutreffender beschrieben werden können.

5.3.3 Systemmodell mit der Modellerweiterung DYNAMIK

Neben der Integration von gemessenen bzw. aus Messdaten abgeleiteten Beschleunigungen wird mit der Modellerweiterung DYNAMIK ein alternatives Systemmodell untersucht. Während die Prädiktion der Zustandsgrößen $\bar{\boldsymbol{\Theta}}_{MRU,k+1}$, $\bar{\boldsymbol{p}}^N_{GNSS,k+1}$ und $\Delta\bar{H}_{WL,k+1}$ weiterhin mit (4.114), (4.115) und (4.121) erfolgt, wird die Prädiktion der Geschwindigkeitskomponenten $\bar{\boldsymbol{\omega}}^{B,N}_{MRU,k+1}$ und $\bar{\boldsymbol{v}}^B_{MRU,k+1}$ hier durch (4.113) modelliert. Die auftretenden Beschleunigungen sollen mit diesem Ansatz auf ihre Ursachen, die auf das System *Vermessungsschiff* einwirkenden Kräfte, zurückgeführt werden.

5.3.3.1 Evaluierung des Moduls DYNAMIK/zyklische Effekte

In diesem Abschnitt wird die Modellierung der in den Zeitreihen enthaltenen zyklischen Effekte mithilfe eines trigonometrischen Polynoms betrachtet. Dazu wird für die Modellerweiterung DYNAMIK zunächst nur das durch (4.109) beschriebene Modul hinzugefügt. Die anderen Glieder in (4.113) werden zunächst ignoriert. Das Systemmodell enthält damit die modellierten Beschleunigungen $a_z, \dot{\omega}_x$ und $\dot{\omega}_y$ (siehe Kap. 4.3.2.1). Temporär auftretende periodische Anteile in $\dot{\omega}_z, a_x$ und a_y werden vernachlässigt. Die mithilfe der trigonometrischen Funktion geschätzten $a_{z,k+1}, \dot{\omega}_{x,k+1}$ und $\dot{\omega}_{y,k+1}$ werden als Stellgrößen in das EKF eingeführt.

Unter Berücksichtigung der in Kap. 3.3.2 durchgeführten Frequenzanalyse und der in Anhang A.2 dargestellten Ergebnisse, werden für die Beschreibung des periodischen Trends hier zwei Testreihen gegenübergestellt: Im ersten Fall wird angenommen, dass die periodische Schwingung alleine durch eine dominierende Schwingung ausgedrückt werden kann. Hierbei wird berücksichtigt, dass es in vielen Fahrtabschnitten ein klar definierendes Frequenzband gibt. Es wird angenommen, dass die zentrale Frequenz eines jeden Bandes ausreicht, um das Systemverhalten zu beschreiben. Im zweiten Fall wird zusätzlich eine zweite, überlagernd auftretende Frequenz vorausgesetzt. Damit können auch Frequenzbänder, die das dominierende Frequenzband überlagern, im Modell berücksichtigt werden.

Die in diesem vorgeschalteten Modul benötigten Größen $\boldsymbol{a}^B_{k-n}$ (Drehratenänderungen und Beschleunigungen) werden aus den Zustandsgrößen der vorangegangenen Epochen $\hat{x}_{j,k-n:k}\ (j = 1, 2, 6)$ abgeleitet. Die Schwingungsparameter werden mithilfe einer iterativen Ausgleichung geschätzt.

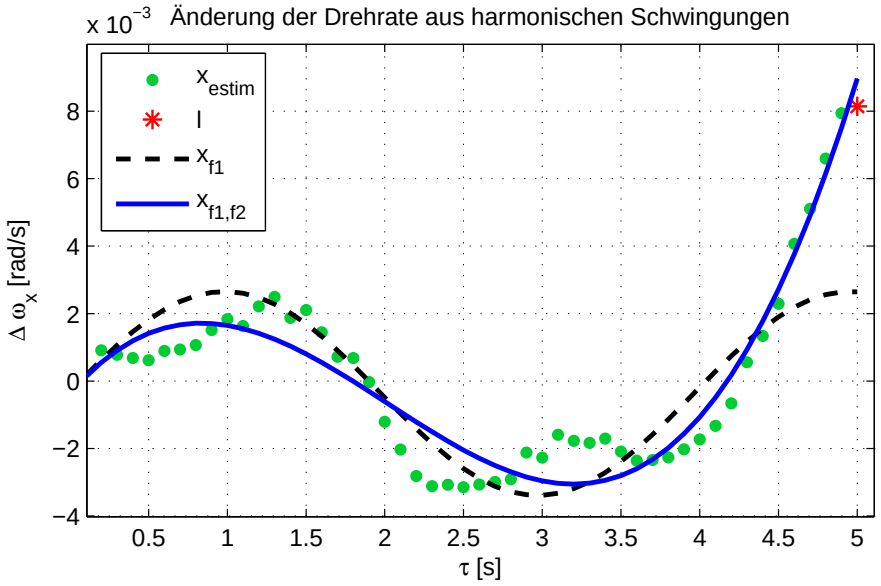


Abb. 5.11: Modellierung der Drehratenänderung $\Delta\omega_x$ durch einen trigonometrischen Polynomterm (schwarz) und durch zwei überlagerte trigonometrische Polynomterme (blau)

Unter Verwendung einer regionalen adaptiven Varianzkomponentenschätzung ergeben sich die in Tab. 5.11 aufgeführten RMS-Werte der Innovationen. Obwohl die Amplitude des zyklischen Effekts, der in den Zeitreihen enthalten ist, im Vergleich zu anderen Signalanteilen teilweise sehr gering ist, lässt sich alleine durch Implementierung dieses Teilmodels der Modellerweiterung DYNAMIK bereits eine Verbesserung in den Innovationen erkennen. Während der betrachtete Signalanteil an vielen Stellen gut approximiert werden kann, kommt es jedoch vereinzelt zu wesentlich größeren Innovationen als bei den vorangegangenen Systemmodellen. Solche Unverträglichkeiten zeigen sich vor allem bei plötzlichen Amplituden- und Frequenzänderungen der in den Beschleunigungen enthaltenen zyklischen Effekte. In solchen Fällen kann die Modellierung der resultierenden Beschleunigungskomponenten mithilfe von zwei sich überlagernden Schwingungen im Prädiktionsmodell eine wesentlich zutreffendere Prädiktion ermöglichen. Beispielhaft lässt sich dies in Abb. 5.11 zeigen. Hier kann die reale Drehratenänderung zum Zeitpunkt $\tau = 5\,\mathrm{s}$, die zu Ende des dargestellten Intervalls deutlich ansteigt, durch Verwendung eines zusätzlichen trigonometrischen Polynomterms (blaue Linie) wesentlich besser

Tab. 5.11: RMS der Innovationen für verschiedene Fahrten - Geradenfahrt (Szenario 1), Kurvenfahrt (Szenario 2) und einer Fahrt mit GNSS-Lücken (Szenario 3) - Modellerweiterung DYNAMIK/zykl. Effekte

		1 trig. Term			2 trig. Terme		
Messgröße		Szen. 1	Szen. 2	Szen. 3	Szen. 1	Szen. 2	Szen. 3
$\omega_{x,MRU}$	[°/s]	0,0341	0,0363	0,0328	0,0342	0.0370	0,0328
$\omega_{y,MRU}$	[°/s]	0,0195	0,0171	0,0150	0,0195	0,0173	0,0151
$\omega_{z,MRU}$	[°/s]	0,0212	0,0289	0,0250	0,0212	0289	0,0250
$v_{x,MRU}$	[m/s]	0,014	0,019	0,017	0,014	0,019	0,017
$v_{y,MRU}$	[m/s]	0,011	0,016	0,014	0,011	0,017	0,014
$v_{z,MRU}$	[m/s]	0,010	0,012	0,009	0,011	0,012	0,009
$v_{x,DVL}$	[m/s]	0,011	0,012	0,014	0,015	0,011	0,014
$v_{y,DVL}$	[m/s]	0,071	0,090	0,069	0,071	0,091	0,069
$v_{z,DVL}$	[m/s]	0,118	0,124	0,094	0,118	0,124	0,094
SOG_{GNSS1}	[m/s]	0,029	0,029	0,037	0,029	0,030	0,037
SOG_{GNSS2}	[m/s]	0,024	0,025	0,032	0,024	0,025	0,032
SOG_{GNSS3}	[m/s]	0,015	0,017	0,017	0,015	0,017	0,017
COG_{GNSS1}	[°]	0,4328	0,6613	0,9593	0,4328	0,6611	0,9593
COG_{GNSS2}	[°]	0,4039	0,5606	0,8429	0,4039	0,5609	0,8429
COG_{GNSS3}	[°]	0,1706	0,3511	0,3082	0,1706	0,3523	0,3082
ϕ_{MRU}	[°]	0,0074	0,0073	0,0084	0,0074	0,0073	0,0083
θ_{MRU}	[°]	0,0084	0,0078	0,0078	0,0084	0,0079	0,0078
ψ_{MRU}	[°]	0,0058	0,0095	0,0077	0,0058	0,0095	0,0077
E_{GNSS1}	[m]	0,006	0,009	0,008	0,006	0,009	0,007
N_{GNSS1}	[m]	0,013	0,009	0,011	0,013	0,009	0,011
U_{GNSS1}	[m]	0,008	0,008	0,010	0,008	0,008	0,010
E_{GNSS2}	[m]	0,007	0,011	0,011	0,007	0,011	0,011
N_{GNSS2}	[m]	0,014	0,013	0,014	0,014	0,013	0,014
U_{GNSS2}	[m]	0,014	0,009	0,011	0,013	0,009	0,011
E_{GNSS3}	[m]	0,008	0,007	0,009	0,008	0,007	0,009
N_{GNSS3}	[m]	0,005	0,009	0,007	0,005	0,009	0,007
U_{GNSS3}	[m]	0,013	0,009	0,010	0,013	0,009	0,010
hv_{MRU}	[m]	0.028	0,024	0,033	0,028	0,023	0,033

approximiert werden als bei der Modellierung von lediglich einem einzelnen trigonometrischen Polynomterm (schwarze Linie). Zwischen dem durch einen einzigen trigonometrischen Term bestimmten $\Delta\omega_{x,\tau}^{B,N}$ und dem zugehörigen Messwert (roter Punkt) ergibt sich hier eine Differenz von $6,3$ mrad. Dieser Wert ist beinahe achtmal so groß wie die Differenz zwischen Messwert und der mittels zwei trigonometrischen Termen bestimmten Drehratenänderung $\Delta\omega_{x,\tau}^{B,N}$. Um die Schwingungsparameter zur Bestimmung der Drehratenänderung $\Delta\omega_{x,k+1}^{B,N}$ jeweils zur Epoche t_{k+1} definieren zu können, werden die vorangegangenen $\Delta\omega_{x,k-i}$ $(i = 0, \ldots, r)$ herangezogen. Diese werden aus den geschätzten Zustandsgrößen $\hat{\omega}_{x,k-i}$ bestimmt.

Gegenüber den Ergebnissen in Tab. 5.8 können für die Innovationen in $\omega_{x,MRU,k+1}^{B,N}$ und $\omega_{y,MRU,k+1}^{B,N}$ mit dem hier betrachteten Modul der Modellerweiterung DYNAMIK bereits deutliche Verbesserungen der RMS-Werte erreicht werden. Diese bewegen sich in einer Größenordnung von 35 - 69 %. Bei den Innovationen in $v_{z,MRU,k+1}^{B}$ und $v_{z,DVL,k+1}^{B}$ kommt es zu keiner deutlichen Verbesserung der RMS-Werte. Da dieses Modul lediglich in die Modellierung der diesen Werten zugehörigen Zustandsgrößen eingreift, kommt es in den Innovationen der anderen Geschwindigkeitskomponenten zu keinen erkennbaren Änderungen. Für die Innovationen in $\theta_{MRU,k+1}$ und $\psi_{MRU,k+1}$ kommt es im Vergleich zu den RMS-Werten in Tab. 5.7 bei allen Szenarien sogar zu einer (deutlichen) Verschlechterung der Ergebnisse. Dennoch zeigt sich, dass durch die Verwendung dieses Moduls in der Modellerweiterung DYNAMIK zumindest einige Geschwindigkeitskomponenten verträglicher geschätzt werden können.

Im Vergleich zur Erweiterung KINEMATIK (Tab. 5.9 und Tab. 5.10) erzielt die alleinige Verwendung des Moduls *Zyklische Effekte* schlechtere Ergebnisse. Die RMS-Werte der Innovationen in den Geschwindigkeitskomponenten $\boldsymbol{\omega}_{MRU,k+1}$ und $\boldsymbol{v}_{MRU,k+1}$ sind in Tab. 5.11 sind allgemein größer. Eine Ausnahme stellt hier das quadratische Mittel der Innovationen $d_{\psi,MRU,k+1}$ in Szenario 3 dar. Da in diesem Abschnitt nur ein kleiner Anteil der wirkenden Beschleunigungen im Systemmodell ausgedrückt wird, während die Erweiterung KINEMATIK alle wirkenden Beschleunigungen umfasst, ist dieses Ergebnis zu erwarten.

Werden zwei überlagerte Schwingungsanteile (zwei trigonometrische Polynomterme, d. h. Berücksichtigung von zwei Frequenzen) in die Beschleunigungen bzw. Drehratenänderungen der letzten r Epochen geschätzt, so verbessern sich die RMS-Werte der Zustandsgrößen $\hat{\omega}_{x,MRU,k+1}$ und $\hat{\omega}_{y,MRU,k+1}$ in Tab. 5.11 im Vergleich zur Verwendung von lediglich einem Polynomterm praktisch überhaupt nicht. Aus diesem Grund wird bei der Evaluierung der kompletten Modellerweiterung DYNAMIK nur ein trigonometrisches Polynomglied in das Systemmodell integriert.

5.3.3.2 Evaluierung des Moduls DYNAMIK/Antrieb

Im Gegensatz zur Modellierung des zyklischen Effekts werden mit der Berücksichtigung der durch den Schiffsantrieb ausgewirkten Kräfte die Beschleunigungen für die Geschwindigkeitskomponenten in den Horizontalkomponenten ausgedrückt. Unter Verwendung der in Tab. 5.3 aufgeführten Systemparameter werden die vom Ruderpropeller bewirkten Beschleunigungen modelliert und im Prädiktionsmodell berücksichtigt. Hierzu wird der in (4.95) beschriebene Ansatz ins Systemmodell integriert.

Bei einem Vergleich mit den Ergebnissen in Tab. 5.8, für die das Grundmodell verwendet wurde, werden in Tab. 5.12 für viele Beobachtungsgrößen gleichbleibende oder schlechtere RMS-Werte der Innovationen bestimmt. Um mehr als 30 % größere RMS-Werte sind in allen Szenarien für $d_{\omega,z,MRU,k+1}$ sowie in Szenario 2 für $d_{v,x,MRU,k+1}$ und $d_{v,y,MRU,k+1}$ festzustellen. Dies resultiert in geringfügig höheren Innovationen für $\psi_{MRU,k+1}$. Wieder kommt es für die Innovationen der einzelnen Koordinaten zu kaum einer Änderung in den RMS-Werten.

Werden die Innovationen der Geschwindigkeitskomponenten im Detail betrachtet, so zeigt sich wieder, dass die Innovationen über einen großen Zeitraum der Zeitreihe geringer werden. Aufgrund weniger, nicht detektierter Ausreißer in der Prädiktion der Zustandsgrößen werden die RMS-Werte jedoch wieder so stark angehoben, dass sie nahezu auf demselben Niveau wie in Tab. 5.7 sind.

Tab. 5.12: RMS der Innovationen für verschiedene Fahrten - Geradenfahrt (Szenario 1), Kurvenfahrt (Szenario 2) und eine komplette Fahrt (Szenario 3) - Modellerweiterung DYNAMIK/Antrieb

Messgröße		Szen. 1	Szen. 2	Szen. 3
$\omega_{x,MRU}$	[°/s]	0,0586	0,0664	0,0796
$\omega_{y,MRU}$	[°/s]	0,0309	0,0263	0,0254
$\omega_{z,MRU}$	[°/s]	0,0274	0,0417	0,0338
$v_{x,MRU}$	[m/s]	0,013	0,017	0,012
$v_{y,MRU}$	[m/s]	0,010	0,014	0,011
$v_{z,MRU}$	[m/s]	0,012	0,017	0,013
$v_{x,DVL}$	[m/s]	0,015	0,013	0,013
$v_{y,DVL}$	[m/s]	0,071	0,088	0,068
$v_{z,DVL}$	[m/s]	0,124	0,122	0,095
SOG_{GNSS1}	[m/s]	0,029	0,030	0,036
SOG_{GNSS2}	[m/s]	0,024	0,025	0,031
SOG_{GNSS3}	[m/s]	0,014	0,017	0,013
COG_{GNSS1}	[°]	0,4195	0,6368	0,9481
COG_{GNSS2}	[°]	0,4016	0,5588	0,8650
COG_{GNSS3}	[°]	0,1367	0,2844	0,2668
ϕ_{MRU}	[°]	0,0094	0,0110	0,0133
θ_{MRU}	[°]	0,0051	0,0049	0,0048
ψ_{MRU}	[°]	0,0059	0,0095	0,0076
E_{GNSS1}	[m]	0,005	0,008	0,006
N_{GNSS1}	[m]	0,012	0,009	0,011
U_{GNSS1}	[m]	0,008	0,008	0,010
E_{GNSS2}	[m]	0,007	0,011	0,010
N_{GNSS2}	[m]	0,014	0,012	0,014
U_{GNSS2}	[m]	0,012	0,009	0,011
E_{GNSS3}	[m]	0,007	0,007	0,008
N_{GNSS3}	[m]	0,004	0,008	0,006
U_{GNSS3}	[m]	0,012	0,009	0,010
hv_{MRU}	[m]	0,029	0,023	0,033

Ähnlich wie bei den resultierenden RMS-Werten in Tab. 5.11 können auch in Tab. 5.12 keine verringerten Innovationen in $\boldsymbol{\omega}^{B,N}_{MRU,k+1}$, $\boldsymbol{v}^{B}_{MRU,k+1}$ und $\boldsymbol{v}^{B}_{DVL,k+1}$ im Vergleich zum Systemmodell mit der integrierten Modellerweiterung KINEMATIK (Tab. 5.9 und Tab. 5.10) nachgewiesen werden. Allerdings werden die Innovationen in $\boldsymbol{\Theta}_{MRU,k+1}$ und teilweise in $\boldsymbol{COG}_{GNSS,k+1}$ durch die Modellierung des Einflusses des Schiffsantriebs verkleinert. Für den RMS in $\phi_{MRU,k+1}$ entspricht dies gar einer Steigerung von über 47 %. In den RMS-Werten der Innovationen in den Koordinaten zeigen sich, wie bei allen anderen Analysen, wiederum keine oder nur minimale Änderungen.

5.3.3.3 Evaluierung des Systemmodells mit der Erweiterung DYNAMIK

Nachdem der Einfluss der beiden Module *zyklische Effekte* und *Antrieb* für die Modellerweiterung DYNAMIK zunächst getrennt betrachtet wurde, soll nun eine Evaluierung für das Systemmodell mit der kompletten, hier modellierbaren Erweiterung DYNAMIK erfolgen (4.113). Da sich in Kap. 5.1.2 gezeigt hat, dass die Komponente $\boldsymbol{a}^{B}_{str,k+1}$ mit einem starken Rauschen behaftet ist, wird bei der Evaluierung für die Modellerweiterung DYNAMIK in zwei Schritten vorgegangen.

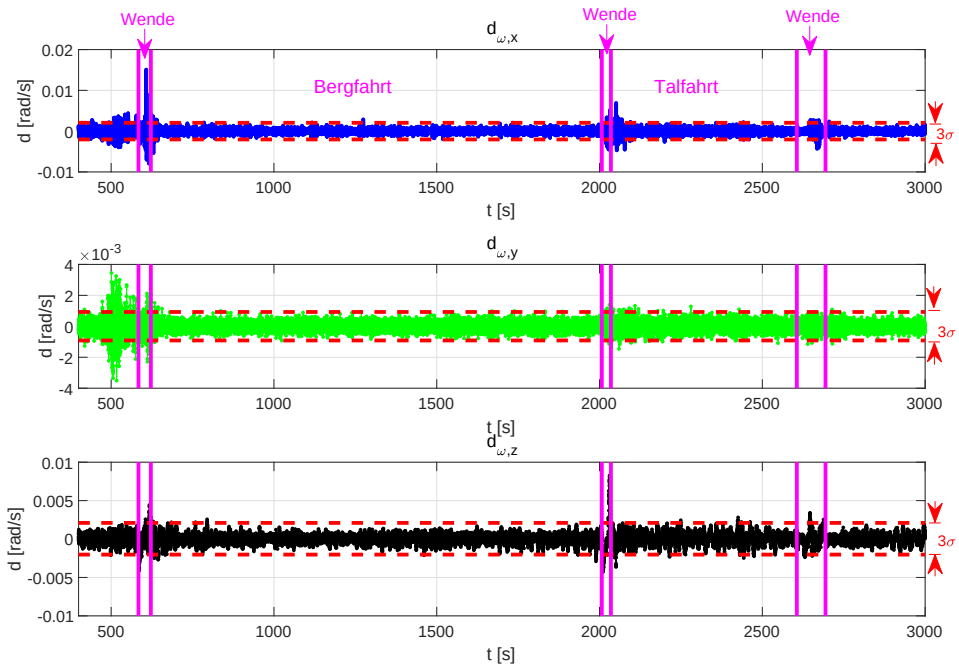


Abb. 5.12: Modellerweiterung DYNAMIK/Antrieb und zyklische Effekte: Innovationen der Drehraten $\left(d_{\omega,x,MRU,k+1}, d_{\omega_y,MRU,k+1}, d_{\omega_z MRU,,k+1}\right)$ in verschiedenen Fahrtabschnitten für Szenario 2 im Vergleich zu $\pm 3\sigma_d$ (rote Linien)

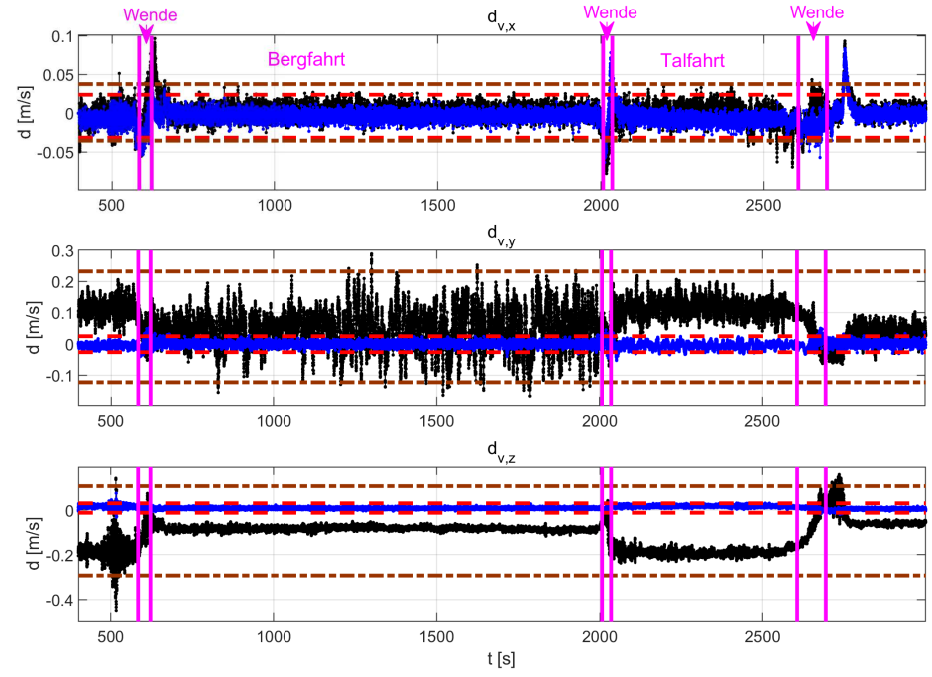


Abb. 5.13: Modellerweiterung DYNAMIK/Antrieb und zyklische Effekte: Innovationen der Geschwindigkeiten $(d_{v,x,MRU,k+1}, d_{v,y,MRU,k+1}, d_{v,z,MRU,k+1})$ in verschiedenen Fahrtabschnitten für Szenario 2 (blau: MRU, schwarz: DVL) im Vergleich zu $\pm 3\sigma_d$ (rote bzw. braune Linien)

Zunächst wird ein Systemmodell eingesetzt, in dem die Prädiktion der Geschwindigkeitskomponenten unter Berücksichtigung der beiden bereits untersuchten Erweiterungen nach (4.95) und (4.109) durchgeführt wird. In Abb. 5.12 und Abb. 5.13 ist anhand von Szenario 2 erkennbar, dass durch das erweiterte Prädiktionsmodell für große Teile der abgefahrenen Strecke eine Prädiktion der Geschwindigkeitskomponenten möglich ist, die nur geringe Widersprüche zu den realen Messwerten aufweist. Die Innovationen werden während der Berg- und der Talfahrt des Schiffs für alle von der MRU erfassten Messdaten klein. Wird nicht nur der RMS der Innovationen sondern auch deren Standardabweichungen in den einzelnen Komponenten bestimmt, so liegen die Innovationen während der Fahrt bis auf wenige Ausnahmen immer innerhalb des durch $\pm 3\sigma$ (gestrichelte Linien in Abb. 5.12 und Abb. 5.13) definierten Streuungsbereichs.

Diese temporären Ausnahmen treten während des Anfahrens in $d_{\omega,x,MRU,k+1}$ und $d_{\omega,y,MRU,k+1}$ und direkt nach Wendemanövern (vertikale Linien) in $d_{\omega,x,MRU,k+1}$, $d_{\omega,y,MRU,k+1}$ und $d_{v,y,MRU,k+1}$ auf. In $d_{v,x,MRU,k+1}$ kommt es nach der letzten Wende nochmal zu einem kurzzeitigen signifikanten Anstieg der Innovationen. Dieser tritt aufgrund einer starken Bremsung auf, der, nach einer kurzen Phase ohne erkennbare Vorwärtsbeschleunigung, ein Anfahrtmanöver folgt. Da die Motordrehzahlen hier unterhalb von 280 rpm sinken, kann die wirkende Beschleunigung durch die Parameter $T_{1,h}, K_{h,i}$ nicht mehr hinreichend approximiert werden. In Phasen mit sehr starken Beschleunigungsvorgängen können immer noch recht große Innovationen auftreten, so dass die in Tab. 5.13 gezeigten RMS-Werte der Innovationen die potentiell erreichbare Verbesserung nicht komplett widerspiegeln. Für diese Abschnitte muss davon ausgegangen werden, dass nicht alle wirkenden Kräfte im Systemmodell berücksichtigt sind. Da die durch die Strömung ausgewirkten Beschleunigungen auch noch nicht im Systemmodell enthalten sind, bewirken auch sie eine Vergrößerung der Innovationen. Ebenfalls wirkt sich die infolge der geringeren Abtastrate von n_{SB}, n_{BB} und δ_{SB}, δ_{BB} bestehende Zeitproblematik auf die Innovationen und damit auf das Filterergebnis aus. Diese führt dazu, dass die wahren Werte der Stellgrößen nicht bekannt sind und dass die zeitliche Verzögerung T_t nur näherungsweise bestimmt werden kann. Zum anderen trifft bei einem Wendemanöver die Annahme von konstanten Parametern $T_{1,h}, K_{h,i}$ nicht mehr zu. Durch die Änderung der Lage des Schiffs relativ zur Strömung kommt es zu einer scheinbaren Verlagerung des Drehzentrums des Schiffs.

Für eine vollständige Berücksichtigung der Modellerweiterung DYNAMIK im Systemmodell fehlen bisher noch der Einfluss der Strömungsgeschwindigkeit und der des Winds. Da letzterer hier nicht evaluiert werden kann, wird zumindest der in (4.98) enthaltene Einfluss der Strömung berücksichtigt, so dass die Geschwindigkeitskomponenten im Systemmodell durch die komplette Gleichung (4.113) prädiziert werden können. Auch die Ergebnisse dieses vollständiges Ansatzes werden in Tab. 5.13 aufgeführt. Die im EKF berechneten Standardabweichungen der geschätzten Zustandsgrößen $\hat{\sigma}_{\hat{\phi},k+1}$ und $\hat{\sigma}_{\hat{\theta},k+1}$(siehe Tab. 5.14) nehmen im Vergleich zum Grundmodell nun jedoch wesentlich größere Werte an. Während es für $\max\left(\hat{\sigma}_{\hat{\theta},k+1}\right)$ zu einer um den Faktor 1,7 größeren Standardabweichung kommt, kommt es bei Szenario 3 für $\max\left(\hat{\sigma}_{\hat{\phi},k+1}\right)$ nahezu zu der dreifachen Standardabweichung. Die durchschnittlich bestimmten Standardabweichungen für die Zustandsgrößen $\hat{\boldsymbol{\Theta}}_{k+1}$ nehmen nun näherungsweise den 2,5-fachen Wert im Vergleich zur Verwendung des Grundmodells an.

Vergleicht man die RMS-Werte für eine Modellierung mit und ohne Berücksichtigung des Strömungseinflusses, fällt auf, dass sich die Werte kaum unterscheiden. Lediglich für $\psi_{MRU,k+1}$, $\boldsymbol{SOG}_{GNSS,k+1}$ und $\boldsymbol{COG}_{GNSS,k+1}$ können leichte Veränderungen festgestellt werden. Im Fall von $d_{\psi,MRU,k+1}$ kommt es in Szenario 1 zu einen um 11 % größeren RMS-Wert. Für Szenario 2 und 3 kann hingegen eine Verbesserung um ca. 10 % festgestellt werden. Im Vergleich zu den beiden bisher getrennt betrachteten Module *zyklische Effekte* und *Antrieb* (Tab. 5.11 und Tab. 5.12), zeigt sich in Tab. 5.13, dass die jeweils aufgetretenen Verbesserungen auch bei einer gemeinsamen Anwendung der beiden Module erreicht werden.

Die fehlenden Verbesserungen bei Verwendung der Strömungsinformationen sind vor allem auf eine ungenaue Bestimmung der Strömungsgeschwindigkeit zurückzuführen. Wie bereits in Kap. 5.3.1 erwähnt, kommt es beim hierfür verantwortlichen Sensor, dem DVL, zu starken Mittelwertvariationen und zu einem variierenden Streuungsverhalten der Messwerte. Außerdem wird vermutet, dass die Synchronisierung der Zeitstempel für die Messdaten des DVLs noch nicht perfekt umgesetzt ist. Da die Strömungsinformationen im Systemmodell als Stellgrößen eingehen, bewirkt eine fehlerhafte zeitliche Referenzierung ebenfalls Abweichungen bei der

Tab. 5.13: RMS der Innovationen für verschiedene Fahrten - Geradenfahrt (Szen. 1), Kurvenfahrt (Szen. 2) und eine natürliche Fahrt (Szen. 3) - dynamische Modellerweiterung

		nur Antrieb u. zykl. Eff.			DYNAMIK komplett		
Messgröße		Szen. 1	Szen. 2	Szen. 3	Szen. 1	Szen. 2	Szen. 3
$\omega_{x,MRU}$	[°/s]	0,0343	0,0367	0,0322	0,0345	0,0364	0,0335
$\omega_{y,MRU}$	[°/s]	0,0196	0,0170	0,0150	0,0196	0,0171	0,0150
$\omega_{z,MRU}$	[°/s]	0,0274	0,0416	0,0337	0,0270	0,0399	0,0333
$v_{x,MRU}$	[m/s]	0,013	0,017	0,012	0,013	0,015	0,014
$v_{y,MRU}$	[m/s]	0,010	0,013	0,011	0,012	0,018	0,016
$v_{z,MRU}$	[m/s]	0,011	0,012	0,009	0,011	0,012	0,009
$v_{x,DVL}$	[m/s]	0,014	0,013	0,013	0,015	0,019	0,016
$v_{y,DVL}$	[m/s]	0,071	0,088	0,068	0,069	0,090	0,070
$v_{z,DVL}$	[m/s]	0,118	0,123	0,094	0,118	0,124	0,094
SOG_{GNSS1}	[m/s]	0,029	0,030	0,036	0,031	0,032	0,038
SOG_{GNSS2}	[m/s]	0,024	0,025	0,031	0,026	0,027	0,033
SOG_{GNSS3}	[m/s]	0,014	0,016	0,013	0,015	0,016	0,015
COG_{GNSS1}	[°]	0,4211	0,6363	0,9513	0,4553	0,7148	1,0376
COG_{GNSS2}	[°]	0,4022	0,5584	0,8621	0,4260	0,6151	0,9601
COG_{GNSS3}	[°]	0,1398	0,2801	0,2622	0,1900	0,3871	0,4414
ϕ_{MRU}	[°]	0,0074	0,0073	0,0084	0,0073	0,0074	0,0084
θ_{MRU}	[°]	0,0047	0,0042	0,0041	0,0047	0,0042	0,0041
ψ_{MRU}	[°]	0,0054	0,0095	0,0075	0,0060	0,0085	0,0070
E_{GNSS1}	[m]	0,005	0,008	0,007	0,005	0,008	0,007
N_{GNSS1}	[m]	0,012	0,009	0,011	0,012	0,008	0,010
U_{GNSS1}	[m]	0,008	0,008	0,010	0,008	0,008	0,008
E_{GNSS2}	[m]	0,007	0,011	0,010	0,007	0,012	0,010
N_{GNSS2}	[m]	0,014	0,012	0,014	0,014	0,012	0,014
U_{GNSS2}	[m]	0,014	0,009	0,011	0,014	0,009	0,011
E_{GNSS3}	[m]	0,007	0,007	0,008	0,007	0,007	0,008
N_{GNSS3}	[m]	0,004	0,008	0,006	0,004	0,008	0,006
U_{GNSS3}	[m]	0,013	0,009	0,010	0,013	0,009	0,010
hv_{MRU}	[m]	0,028	0,024	0,033	0,028	0,024	0,033

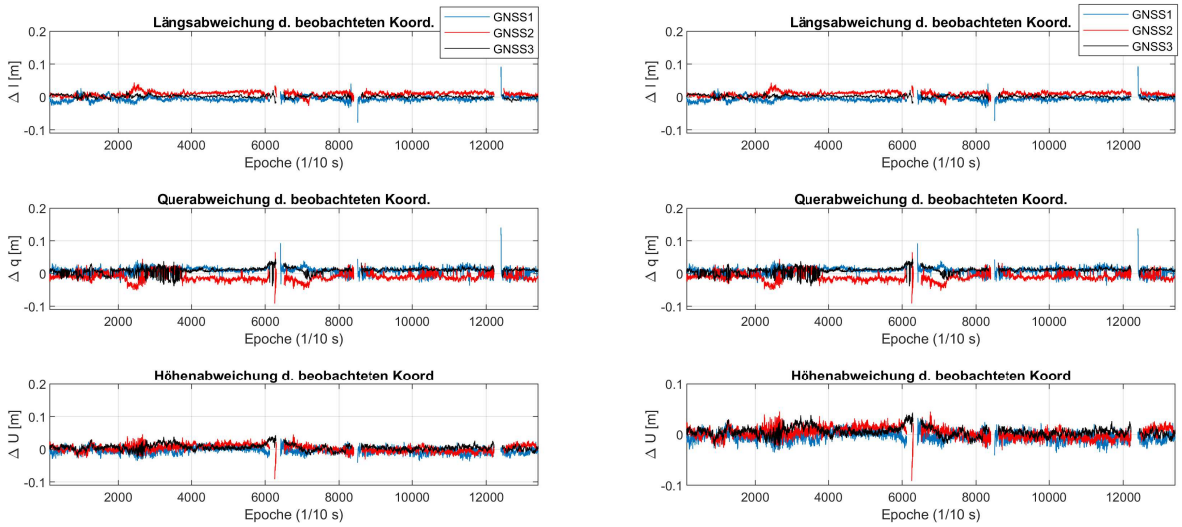
Schätzung der Zustandsgrößen. Weniger offensichtlich ist diese Problematik bei Betrachtung der im EKF bestimmten Standardabweichungen der geschätzten Zustandsgrößen. In Tab. 5.14 kommt es lediglich für Szenario 2 zu einer signifikanten Änderung in den jeweiligen maximalen $\hat{\sigma}_{\hat{\phi},k+1}$ und $\hat{\sigma}_{\hat{\psi},k+1}$. Während für ersteres bei Verwendung der Strömungsinformationen ein um 37 % größeren Maximalwert annimmt, vergrößert sich das maximale $\hat{\sigma}_{\hat{\psi},k+1}$ gleichzeitig um lediglich 9 %.

Im Vergleich mit den Ergebnissen in Tab. 5.8, bei denen das Grundmodell im Systemmodell integriert ist, können die RMS-Werte der Innovationen in den Drehraten durch Einbinden der Modellerweiterung DYNAMIK lediglich für $\omega_{x,MRU,k+1}, \omega_{y,MRU,k+1}, \phi_{MRU,k+1}$ und $\theta_{MRU,k+1}$ stark gesenkt werden. In $\omega_{z,MRU,k+1}$ kommt es bei Szenario 2 und 3 hingegen zu einer Vergrößerung des RMS-Werts um 41 % bzw. um 35 %. Auch in $\boldsymbol{d_v}_{,MRU,k+1}$ und $\boldsymbol{d_v}_{,DVL,k+1}$ kommt es in Tab. 5.13 zu größeren RMS-Werten, die mit einer Steigerung von 80 % in Szenario 2 für die Komponente $v_{y,MRU,k+1}$ einen Extremwert erreichen. In den Koordinatenkomponenten kommt es wiederum zu keiner deutliche Änderung der RMS-Werte der Innovationen.

Ein Vergleich zwischen Tab. 5.8 und der Modellerweiterung DYNAMIK ohne Berücksichtigung des Strömungseinflusses zeigt ebenfalls, dass es bei Verwendung der Modellerweiterung zu geringeren Innovationen in $\omega_{x,MRU,k+1}, \omega_{y,MRU,k+1}, \phi_{MRU,k+1}$ und $\theta_{MRU,k+1}$ kommt. Für die Komponente $\omega_{z,MRU,k+1}$ beinhaltet der RMS-Wert der Innovationen für Szenario 2 dagegen sogar eine Steigerung um 47 %. Diese wirkt sich für die Komponente $\psi_{MRU,k+1}$ mit einem um 3 % erhöhten RMS nicht aus.

Tab. 5.14: maximale Standardabweichung der geschätzten Zustandsgrößen max $\left(\hat{\sigma}_{\hat{\boldsymbol{x}},k+1}\right)$

Std.		Antrieb u. zykl. Eff. Szen. 1	Szen. 2	Szen. 3	DYNAMIK komplett Szen. 1	Szen. 2	Szen. 3
max $\left(\hat{\sigma}_{\hat{\phi},k+1}\right)$	[°]	0,0099	0,0099	0,0160	0,0099	0,0136	0,0161
max $\left(\hat{\sigma}_{\hat{\theta},k+1}\right)$	[°]	0,0098	0,0097	0,0096	0,0098	0,0098	0,0096
max $\left(\hat{\sigma}_{\hat{\psi},k+1}\right)$	[°]	0,0171	0,0171	0,0171	0,0171	0,0186	0,0171
max $\left(\hat{\sigma}_{\hat{E},k+1}\right)$	[m]	0,008	0,008	0,040	0,008	0,008	0,040
max $\left(\hat{\sigma}_{\hat{N},k+1}\right)$	[m]	0,008	0,008	0,039	0,008	0,008	0,040
max $\left(\hat{\sigma}_{\hat{U},k+1}\right)$	[m]	0,011	0,011	0,017	0,011	0,011	0,017



(a) DYNAMIK/Antrieb und zyklische Effekte

(b) DYNAMIK komplett

Abb. 5.14: Einfluss der geschätzten Varianzkomponenten auf die innovationen-basierten Längs- und Querabweichungen und $d_{U,GNSS,k+1}$ bei Verwendung der Modellerweiterung DYNAMIK (Szenario 3)

Werden die Ergebnisse, die auf der Modellerweiterung DYNAMIK (mit und ohne Berücksichtigung des Strömungseinflusses) basieren, mit den Ergebnisses eines Systemmodells, das die Erweiterung KINEMATIK enthält, verglichen, so sind die Innovationen der Geschwindigkeitskomponenten $d_{\boldsymbol{\omega},MRU,k+1}$, $d_{vx,MRU,k+1}$ und $d_{vy,MRU,k+1}$ deutlich größer. Für $d_{\phi,MRU,k+1}$, $d_{\theta,MRU,k+1}$, $d_{\psi,MRU,k+1}$ und $\boldsymbol{d_{COG},GNSS,k+1}$ kommt es durch Verwendung der Modellerweiterung DYNAMIK hingegen zu kleineren Innovationen. Die Innovationen für die einzelnen Koordinaten sind in Abb. 5.14a und Abb. 5.14b dargestellt. Ein deutlicher Unterschied zu den in Abb. 5.10 dargestellten Längsabweichungen für das Systemmodell mit der Modellerweiterung KINEMATIK ist am Ende der zweiten GNSS-Lücke bei Epoche 8500 zu erkennen: Die zu diesem Zeitpunkt auftretende Längsabweichung beträgt 6,7 cm, während zur selben Epoche in Abb. 5.14a eine Längsabweichung von 7,8 cm und in Abb. 5.14b von 7.3 cm auftritt.

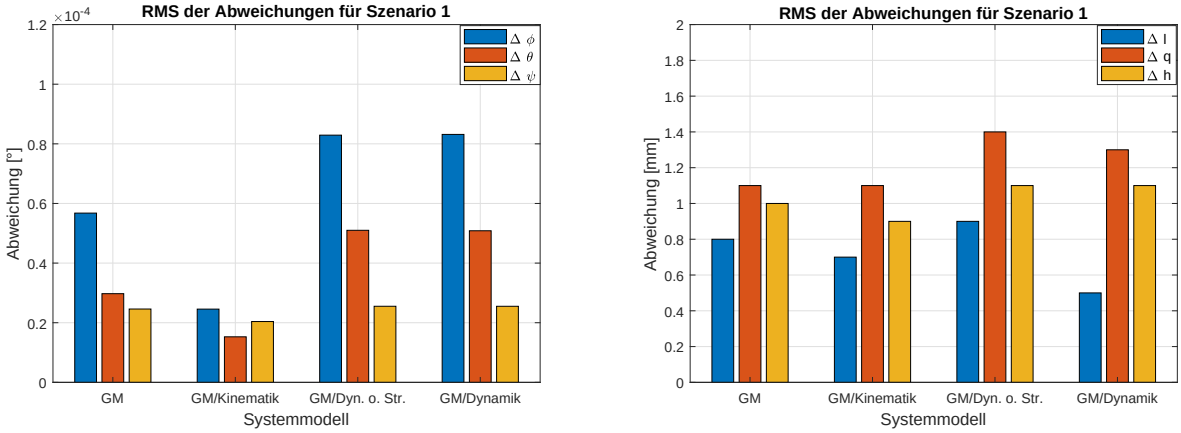
5.4 Vergleich der eingesetzten Auswertealgorithmen

Ein Vergleich der in Kap.5.3 beschriebenen Ergebnisse zeigt, dass bereits für das einfache Grundmodell durch Anpassung der Varianzkomponenten in $\boldsymbol{\Sigma}_{ww,k+1}$ ein Filterergebnis erreicht werden kann, bei dem die Abwei-

chungen zu den messtechnisch bestimmten Lagekoordinaten kleiner als 30 cm sind. Wird die regionale Anpassung der Varianzkomponenten allein für die Komponenten $\sigma_{w,\omega}$ durchgeführt, so sind auch die Abweichungen in der Höhenkomponente kleiner als 10 cm. Bei Verwendung der in Kap. 5.3.2 vorgestellten Modellerweiterung KINEMATIK können die Innovationen in den Geschwindigkeiten am meisten reduziert werden. Es ist jedoch anzumerken, dass real gemessene Beschleunigungen $\boldsymbol{a}_{MRU}$ mit einer sehr hohen Messgenauigkeit erfasst werden müssen, um dieses Ergebnis zu bestätigen. Die einzelnen Komponenten in $\boldsymbol{a}_{MRU}$ sollten eine möglichst geringe Abhängigkeit von Umgebungseinflüssen wie Temperatur oder Vibrationen zeigen. Bei Berücksichtigung der Modellerweiterung DYNAMIK verschlechtern sich im Vergleich zur Modellerweiterung KINEMATIK zwar die RMS-Werte der Innovationen in den Komponenten $v^B_{x,MRU,k+1}$, $v^B_{y,MRU,k+1}$ und $\omega^{B,N}_{z,MRU,k+1}$, trotzdem können hier für $d_{\phi,MRU,k+1}$ und $d_{\theta,MRU,k+1}$ die kleinsten RMS-Werte erreicht werden. Auch die RMS-Werte für $d_{\psi,MRU,k+1}$ erreichen einen ähnlich geringen Wert wie bei der Verwendung des Grundmodells. Wird innerhalb der Modulerweiterung DYNAMIK auch die Änderung der Strömungsgeschwindigkeit als Stellgröße eingeführt, so weisen die RMS-Werte in den Geschwindigkeitskomponenten teilweise einen höheren Wert auf als bei ihrer Vernachlässigung. Die ausbleibende Verbesserung ist in diesem Fall auf eine vergleichsweise große Streuung der Stellgrößen $\boldsymbol{a}_{Str,k+1}$ zurückzuführen. Die RMS-Werte der Innovationen in den einzelnen Koordinatenkomponenten bewegen sich für alle verwendeten Systemmodelle in einem ähnlichen Bereich.

Für die Prozessierung von hydrographischen Messdaten werden die aus den Geschwindigkeitskomponenten resultierenden Orientierungswinkel und Koordinaten benötigt. Da diese durch die Zustandsgrößen abgebildet werden, wird an dieser Stelle ein Vergleich der Abweichungen zwischen den entsprechenden prädizierten Zustandsgrößen $\bar{\boldsymbol{x}}_{k+1}$ und den geschätzten $\hat{\boldsymbol{x}}_{k+1}$ durchgeführt. Die Resultate sind in Anhang E detailliert graphisch dargestellt. Die zugehörigen Abweichungen der Orientierungswinkel werden in Abb. 5.15a-Abb. 5.17a als RMS-Werte zusammengefasst. Um auch Systematiken erkennen zu können, die möglicherweise auf eine unzureichende Modellierung im Systemmodell zurückzuführen sind, werden in Abb. 5.15b-Abb. 5.17b nicht die RMS-Werte der Abweichungen in den Koordinaten selbst dargestellt. Stattdessen werden neben der Abweichung in der Höhe $\hat{U}_{k+1}$ wieder die Abweichungen in Längs- und Querrichtung $(\Delta l_{k+1}, \Delta q_{k+1})$ angegeben.

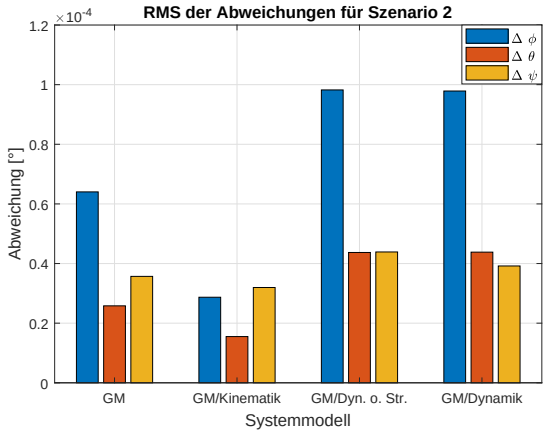
In Abb. 5.15a-Abb. 5.17a ist bei allen betrachteten Szenarien erkennbar, dass für ein Systemmodell, dass die Modellerweiterung KINEMATIK enthält, die geringsten Abweichungen in den Orientierungswinkeln aufweist. Erwartungsgemäß zeigen sie in Anhang E die geringsten Streuungen. Diesem Ergebnis stehen jedoch die etwas größeren Innovationen gegenüber, die in Tab. 5.9 und Tab. 5.10 aufgeführt werden. Bei Einsatz der Modellerweiterung DYNAMIK (mit und ohne Berücksichtigung des Strömungseinflusses) zeigen sich für die Orientierungswinkel $\boldsymbol{\Theta}_{MRU,k+1}$ wesentlich größere Streuungen der Innovationen.



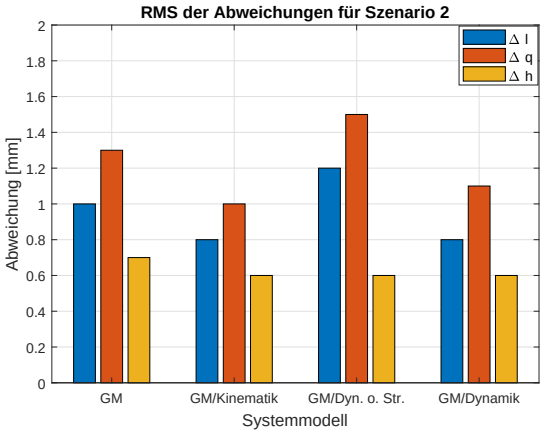
(a) $\Delta\boldsymbol{\Theta}_{k+1}$ (b) $\Delta l_{k+1}, \Delta q_{k+1}, \Delta h_{k+1}$

Abb. 5.15: Abweichungen zwischen geschätzten und prädizierten Größen in Szenario 1 bei Verwendung der unterschiedlichen Systemmodellen

Da die Stellgrößen, die für die Modellierung der Änderungen in den Geschwindigkeitskomponenten benötigt werden, mit einer vergleichsweise geringen geometrischen Genauigkeit erfasst werden, ist die Genauigkeit

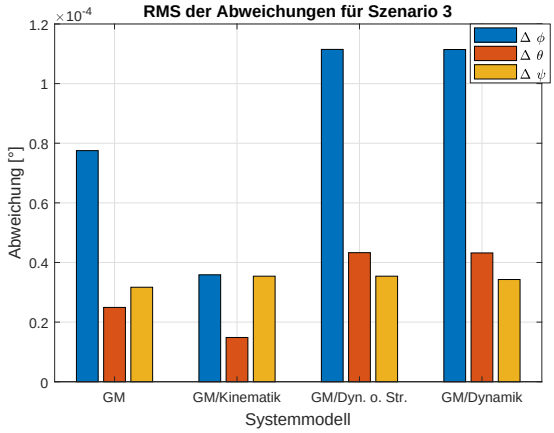


(a) $\Delta\boldsymbol{\Theta}_{k+1}$

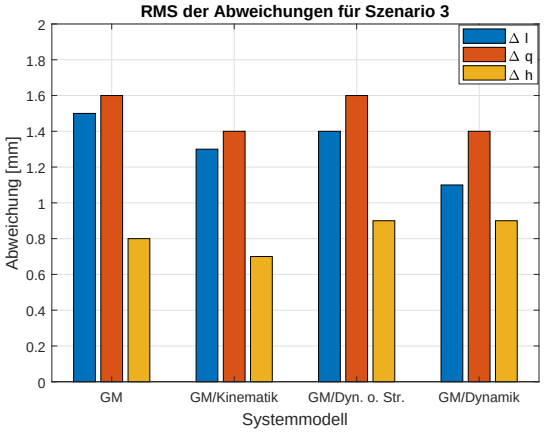


(b) $\Delta l_{k+1}, \Delta q_{k+1}, \Delta h_{k+1}$

Abb. 5.16: Abweichungen zwischen geschätzten und prädizierten Größen in Szenario 2 bei Verwendung der unterschiedlichen Systemmodellen



(a) $\Delta\boldsymbol{\Theta}_{k+1}$



(b) $\Delta l_{k+1}, \Delta q_{k+1}, \Delta h_{k+1}$

Abb. 5.17: Abweichungen zwischen geschätzten und prädizierten Größen in Szenario 3 bei Verwendung der unterschiedlichen Systemmodellen

der prädizierten Zustandsgrößen $\bar{\boldsymbol{x}}_{k+1}$ bei diesem Systemmodell geringer als bei Verwendung der Modellerweiterung KINEMATIK. Somit erfolgt eine stärkere Gewichtung der geschätzten Zustandsgrößen hin zu den Messgrößen. Wie auch anhand der Ergebnisse aus Kap. 5.3.1 zu erwarten ist, bewegen sich die Abweichungen, die aus einer Prozessierung mit dem Grundmodell stammen, größenmäßig zwischen denen der anderen beiden Systemmodellen.

Bei Betrachtung der Längs- und Querabweichungen $(\Delta l, \Delta q)$ zwischen $\bar{\boldsymbol{x}}_{k+1}$ und $\hat{\boldsymbol{x}}_{k+1}$ und den Abweichungen Δh zur Höhenkomponente $\bar{U}_{k+1}$, zeigen sich in Abb. 5.15b-Abb. 5.17b die geringsten Abweichungen wieder beim Einsatz der Modellerweiterung KINEMATIK. In Anhang E ist erwartungsgemäß ersichtlich, dass für dieses Systemmodell auch bei Beschleunigungsvorgängen das beste Prädiktionsverhalten vorliegt. In Längsrichtung und in der Höhe zeigen auch die Abweichungen, die bei Einsatz des Systemmodells mit der Modellerweiterung DYNAMIK berechnet werden, einen sehr gleichmäßigen Verlauf der Abweichungen, während bei den Querabweichungen immer wieder kurzzeitige Schwankungen auftreten (siehe Anhang E). Jedoch weisen die Abweichungen in allen drei Komponenten permanent einen Offset auf. Dieser ist zwar kleiner als 1 mm, summiert sich als systematischer Effekt jedoch auf. Es ist davon auszugehen, dass dieser Effekt auf einen noch nicht modellierten externen Einfluss zurückzuführen ist.

Da die Abweichungen im Vergleich zu den in Kap. 5.3.3.3 präsentierten Innovationen sehr gering sind, besteht für dieses Systemmodell durch eine weitere Anpassung der Varianzkomponenten noch Optimierungspotential.

Die quadratischen Mittel der Abweichungen, die bei Implementierung des Systemmodells mit der Erweiterung DYNAMIK ohne Betrachtung der Strömungsinformationen auftreten, sind größer als bei den bereits genannten Systemmodellen. In Anhang E zeigen sich deutlich Maxima in den Abweichungen Δl_{k+1} und Δq_{k+1}, die auf den fehlenden Strömungseinfluss zurückzuführen sind. Auch bei Einsatz des Grundmodells sind variierende Abweichungen zu erkennen, die aufgrund der nicht modellierten Beschleunigungskomponenten zustande kommen.

Die hier verwendete Varianzkomponentenschätzung liefert teilweise eine zu optimistische Schätzung von $\sigma_{w,i}$, was bei einer regionalen Varianzkomponentenschätzung in allen Fällen ein Festhalten von $\sigma_{w,vx}, \sigma_{w,vy}, \sigma_{w,vz}$ sinnvoll macht. Dies gilt besonders für Zeitabschnitte, in denen es zu einer plötzlichen Änderung in den beeinflussenden Kraftkomponenten kommt. Auch bei einer regionalen Varianzkompentenschätzung über eine festgelegte Epochendauer kann $\sigma_{w,i}$ teilweise nicht schnell genug an die tatsächlichen Verhältnisse angepasst werden. Das Systemrauschen in $\mathbf{\Sigma}_{ww,k}$ wird für diese Epochen zu optimistisch, d. h. durch vergleichsweise geringe Komponenten $\sigma^2_{w,i}$ modelliert, so dass die Kovarianzmatrizen $\mathbf{\Sigma}_{\bar{x}\bar{x},k+1}$ und $\mathbf{\Sigma}_{dd,k+1}$ nicht zutreffend bestimmt werden können. Dies beeinflusst über die Verstärkungmatrix K_{k+1} wiederum die Schätzung des Systemzustands $\hat{\boldsymbol{x}}_{k+1}$ und dessen Kovarianzmatrix $\mathbf{\Sigma}_{\hat{x}\hat{x},k+1}$. Damit stört die unzutreffende Schätzung von $\sigma_{w,i}$ eine optimale Schätzung des Systemzustands.

Für den praktischen Einsatz eignet sich das Systemmodell unter Einbeziehung der Erweiterung KINEMATIK am besten, da es durch die Integration der Beschleunigungskomponenten direkt auf Änderungen in den extern angreifenden Kräften reagieren kann. Jedoch lassen sich auch bei Verwendung des Grundmodells mit einer globalen Varianzkomponentenschätzung bereits eine Bestimmung der Position des Schiffs durchführen. Obwohl die Innovationen und Abweichungen bei Integration der Erweiterung DYNAMIK in das Systemmodell oft größer als bei Einbindung der Erweiterung KINEMATIK sind, kann das Systemverhalten mit diesem Modell dennoch zutreffend beschrieben werden. Um die verbleibenden systematischen Effekte im Modell berücksichtigen zu können, ist eine Identifikation und Modellierung von weiteren externen Kräften sinnvoll.

6 Fazit und Ausblick

Um die Gewässersohle messtechnisch erfassen zu können, werden auf deutschen Binnengewässer regelmäßige Messfahrten mit Peilschiffen vorgenommen. Die aktuelle Generation dieser Schiffe ist mit Fächerecholoten ausgerüstet. Diese Messinstrumente ermöglichen eine nahezu kontinuierliche Erfassung von Gewässerprofilen durch hydro-akustische Messungen. Um aus den bathymetrischen Daten eine dreidimensionale Informationen über die Form des Gewässergrunds ableiten zu können, müssen die einzelnen Profile präzise georeferenziert werden. Die Bestimmung der Position und der Orientierungswinkel erfordert sowohl den Einsatz eines hoch präzisen Positionssensors als auch den eines INS bzw. einer MRU.

Auf den Peilschiffen der Wasser- und Schifffahrtsämter in Deutschland werden aktuell hauptsächlich PDGNSS-Empfänger zur Positionsbestimmung eingesetzt. Aufgrund von stark unterschiedlichen Messumgebungen und variierenden Empfangsbedingungen kommt es immer wieder zu Lücken in den erfassten GNSS-Daten, oder aber auch zu unzuverlässigen Positionslösungen (z. B. aufgrund von Mehrwege-Effekten). Um auch innerhalb dieser Lücken präzise Positionen und Orientierungswinkel zur Verfügung stellen zu können, wird ein Multi-Sensorsystem aufgebaut, dass aus verschiedenartigen Sensoren besteht. Dies sind im Einzelnen

- mehrere GNSS-Empfänger,
- ein gekoppeltes System (GNSS und MRU),
- ein Doppler-Velocity Log (DVL) sowie
- Abgriffeinheiten für die Propellerausrichtung und -drehzahl.

Da aus den Beobachtungen, die von den einzelnen Sensoren erfasst werden, eine qualitätsgesicherte Positionslösung generiert werden soll, wurde im Projekt *HydrOs* eine Software zur Erfassung der Messdaten und zur Prozessierung der Daten in einem Erweiterten Kalman-Filter (EKF) implementiert (siehe Breitenfeld et al. 2015). Zusätzlich kann ein Wasserspiegellagemodell eingelesen und als Pseudo-Beobachtung in die Auswertung integriert werden werden. Die *HydrOs*-Software stellt die benötigten Positionskoordinaten und Rotationswinkel mit einer einstellbaren Ausgabefrequenz bereit. Auch in Bereichen, in denen keine PDGNSS-Lösung bestimmt wird, stehen somit die zur Prozessierung der bathymetrischen Daten benötigten Informationen bereit.

Das Bewegungsverhalten des Systems *Vermessungsschiff* muss dazu durch geeignete Modelle beschrieben werden. Innerhalb des EKFs wird sowohl ein Prädiktionsmodell (Systemmodell) als auch ein Beobachtungsmodell benötigt. Während ein geeignetes Beobachtungsmodell bereits in Breitenfeld et al. (2015) beschrieben wird, beschäftigt sich diese Arbeit mit der Definition eines geeigneten Systemmodells. Das bereits von Breitenfeld et al. (2015) beschriebene einfache Systemmodell (GRUNDMODELL) wird dazu weiterentwickelt und mit zwei verschiedenen Modellerweiterungen versehen. Beide zielen auf eine Modellierung der auftretenden Geschwindigkeitsänderungen ab.

Während bei der Modellerweiterung KINEMATIK direkt die auftretenden Beschleunigungen und Drehratenänderungen, die aus Messdaten bestimmt werden, in das Systemmodell integriert werden, wird mit der Modellerweiterung DYNAMIK ein dynamisches Modell aufgebaut. Hierfür werden die zu jedem Zeitpunkt t_k wirkenden Kräfte betrachtet. Die daraus resultierenden Einflüsse auf das Bewegungsverhalten werden im Systemmodell berücksichtigt. Die bereits von Breitenfeld et al. (2015) beschriebenen Ansätze zur dynamischen Modellierung werden dazu weiterentwickelt und durch ein weiteres Modul (*zyklische Effekte*) ergänzt.

Um das Bewegungsverhalten des Systems *Vermessungsschiff* zutreffend beschreiben zu können, müssen zunächst die charakteristischen Eigenschaften der einzelnen Beobachtungsgrößen untersucht werden. Dazu kommen unterschiedliche Methoden der Zeitreihenanalyse bzw. der Signalanalyse zum Einsatz. Es werden Korrelationsanalysen, die Kurzzeit-Fourier-Transformationen (STFT) und Methoden der Wavelet-Transformationen angewendet. Mit der Korrelationsanalyse kann der Zusammenhang zwischen den Stellgrößen, die aus der manuellen Steuerung des Schiffs abgegriffen werden (Propellerdrehzahl und -ausrichtung), und den auftretenden Geschwindigkeitsänderungen bzw. der Änderung der räumlichen Lage des Schiffs bestimmt werden.

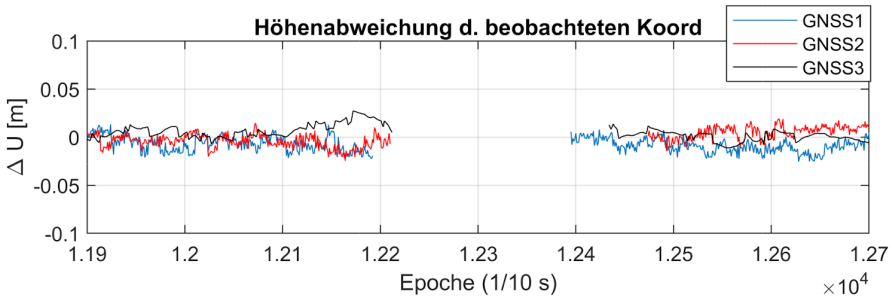
Weiterhin kann durch die Analyse von vorhandenen Zeitreihen nachgewiesen werden, dass die Geschwindigkeitskomponenten teilweise von zyklischen Effekten überlagert werden. Durch Einsatz der STFT und der Wavelet-Analyse wird eine zeitliche Zuordnung für die zum Zeitpunkt t_k auftretenden Frequenzen möglich. Für die Geschwindigkeitskomponenten v_x^B, v_y^B und die Drehrate um die z^B-Achse des Schiffs $\left(\omega_z^{B,N}\right)$ sind die daraus resultierenden Einflüsse allerdings nur temporär signifikant. Für die Drehraten in Roll- und Nickrichtung $\left(\omega_x^{B,N}, \omega_y^{B,N}\right)$ und die Geschwindigkeit in Vertikalrichtung $\left(v_z^B\right)$ kann gezeigt werden, dass die zyklischen Effekte das Verhalten der betrachteten Zeitreihen über größere Zeiträume beeinflussen. Die dabei detektierten dominierenden Frequenzen unterscheiden ebenfalls für die beiden Gruppen $\left(v_x^B, v_y^B, \omega_z^{B,N}\right)$ und $\left(v_z^B, \omega_x^{B,N}, \omega_y^{B,N}\right)$.

Damit ist eine Modellierung dieser Einflüsse in den Komponenten $\bar{\omega}_{x,k+1}^{B,N}, \bar{\omega}_{y,k+1}^{B,N}$ und $\bar{v}_{z,k+1}^{B}$ im Rahmen der Modellerweiterung DYNAMIK sinnvoll. Durch sie können verschiedene externe Kräfte, wie beispielsweise der Einfluss von Wellen, kumuliert ins Modell eingeführt werden. Die Auswirkungen der Effekte können zwar durch trigonometrische Polynome modelliert werden, sie lassen sich jedoch nicht durch konstante Schwingungsparameter ausdrücken. Zusätzlich variiert die Anzahl der sich überlagernden zyklischen Effekte. Anhand der mit der STFT und der kontinuierlichen Wavelet-Transformation durchgeführten Analysen zeigt sich, dass in den Zeitreihe der individuellen Beobachtungsgrößen meistens ein einziger, klar erkennbarer periodischer Anteil auftritt. Teilweise wird dieser durch einen zweiten zyklischen Effekt überlagert. Aus diesem Grund werden aus den Zustandsgrößen der vergangenen Epochen Schwingungsparameter geschätzt, so dass der zur Epoche t_k wirkende Beschleunigungsanteil geschätzt werden kann.

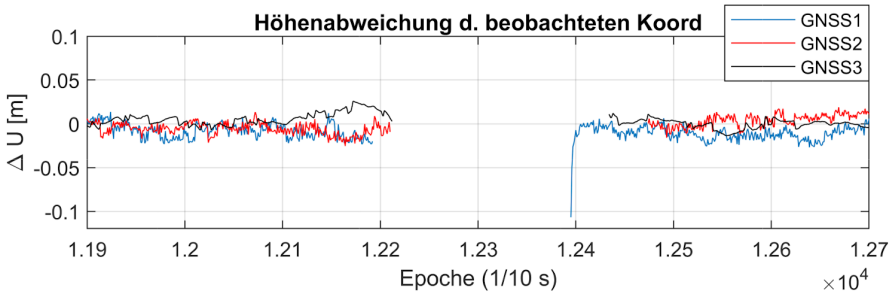
Für die Modellierung der Geschwindigkeitsänderungen in den Zustandsgrößen $\bar{v}_{x,k+1}^{B}, \bar{v}_{y,k+1}^{B}$ und $\bar{\omega}_{z,k+1}^{B,N}$ im Rahmen der Modellerweiterung DYNAMIK müssen zunächst die jeweils erfassbaren Einflüsse identifiziert werden. Wie von Breitenfeld et al. (2015) ausgeführt wird, beeinflussen vor allem die von der Schiffssteuerung ausgewirkten Kräfte $\mathbf{F}_{contr,i}$, die durch die Strömung verursachten Beschleunigungen $\boldsymbol{a}_{Str}$ und die Windkraft $\mathbf{F}_{wind}$ das Bewegungsverhalten des Systems. Während der Einfluss der Strömung direkt aus den dreidimensionalen Geschwindigkeitsinformationen, die vom DVL bereitgestellt werden, abgeleitet werden kann, wird der Einfluss der wirkenden Kräfte $\mathbf{F}_{contr,i}$ in Abhängigkeit von den erfassten Propellerdrehzahlen und -ausrichtungen ausgedrückt. Aufgrund der Ergebnisse der Korrelationsanalyse muss beachtet werden, dass die Wirkung eines zum Zeitpunkt t_k initiierten Kraftstoßes $\mathbf{F}_{contr,i,k}$ zeitverzögert einsetzt und sich über mehrere Epochen auswirkt. Beim betrachteten System handelt es sich somit um ein System mit Gedächtnis. Um diese Tatsache innerhalb des weiterentwickelten Systemmodells berücksichtigen zu können, werden zusätzliche Stellgrößen definiert, die die Einwirkung der zeitlich zurückliegenden Kraftaufwendungen $\mathbf{F}_{contr,k-\tau}$ aufsummieren. Der Einfluss des Winds auf das Bewegungsverhalten wird hier lediglich theoretisch betrachtet. Dabei wird in dieser Arbeit ein detaillierteres Modell als in Breitenfeld et al. (2015) vorgestellt, welches den Einfluss der Anströmungsrichtung des Winds stärker einbezieht. Um die beschriebenen Systemmodelle im EKF einsetzen zu können, wird für jede Variante ein adaptiertes stochastisches Modell gebildet.

Anhand der Ergebnisse aus Kap. 5.3 und der Darstellungen in Anhang E ist erkennbar, dass mit dem System *HydrOs* auch bei fehlenden PDGNSS-Positionslösungen in Abschattungsbereichen oder in Mobilfunklöchern eine qualitätsgesicherte Positions- und Orientierungslösung bestimmt werden kann. Bereits Breitenfeld et al. (2015) zeigen auf, dass die geforderte Positionsgenauigkeit von 3 dm in den Lagekoordinaten und 1 dm in der Höhe mit einer Sicherheitswahrscheinlichkeit von 95 % eingehalten wird. Die hier ebenfalls realisierte Einbindung der modellierten Wasserspiegellage aus dem flusshydrologischen Modell FLYS bewirkt dabei bereits an sich eine Stützung der Höhenkomponente (Breitenfeld et al. 2015). Auch eine Anpassung der Varianzkomponenten der Störgrößen trägt, wie von Breitenfeld et al. (2015) dargestellt, zu einer verlässlichen Schätzung der Zustandsgrößen bei. Durch einen Vergleich der verschiedenen Varianten zur Varianzkomponentenschätzung zeigt sich, dass bei Anwendung der regionalen Varianzkomponentenschätzung für lediglich die ersten drei Komponenten auf der Hauptdiagonalen von $\boldsymbol{\Sigma}_{ww,k}$ bereits bei Verwendung des Grundmodells eine gute Schätzung von $\hat{U}_{k+1}$ ermöglicht wird (siehe Abb. 6.1a). Auch nach einer GNSS-Lücke von ca. 20 s sind die Innovationen für die Höhenkomponente $\bar{U}_{k+1}$ gegenüber der in Abb. 6.1b dargestellten Ergebnisse (Verwendung aller regionale geschätzten Varianzkomponenten σ_w^2) deutlich geringer. Für die hier betrachteten Messszenarien

beträgt die maximale Abweichung $d_{U,GNSS,k+1}$ am Ende einer Lücke $-4\,\text{cm}$. Dieses Ergebnis bestätigt sich auch bei Verwendung der (weiter-)entwickelten Modellerweiterungen KINEMATIK und DYNAMIK. In der Lagekomponenten kommt es jedoch bei allen Modellen vereinzelt zu absoluten Abweichungen von über 15 cm. Wird, wie von Breitenfeld et al. (2015) empfohlen, im Post-Processing eine Vorwärts-Rückwärts-Filterung des Datensatzes durchgeführt, so können die Sprünge in der bestimmten Trajektorie deutlich geglättet werden. Als erfolgversprechend hat sich die Anwendung des auf Rauch et al. (1965) basierenden Rauch-Tung-Striebel Algorithmusses gezeigt (siehe Breitenfeld et al. 2015).



(a) regionale Anpassung der Varianzkomponenten für $\sigma_{w,\boldsymbol{\omega}}$



(b) regionale Anpassung der Varianzkomponenten für alle σ_w

Abb. 6.1: Unterschiede in den Innovationen von $d_{U,k+1}$ bei Anpassung verschiedener Varianzkomponenten durch die regionalen VKS

Um die Prädiktion der Zustände zukünftig weiter zu verbessern, ist eine Weiterentwicklung des dynamischen Modells hilfreich. Während das System *Vermessungsschiff* bei Einsatz des Systemmodells mit dem Grundmodell oder mit der Modellerweiterung KINEMATIK als *Black Box*-System zur verstehen ist, wird es durch Verwendung der Modellerweiterung DYNAMIK in ein *Gray Box*-System umgewandelt. Durch die Bestimmung der physikalischen Zusammenhänge zwischen den individuell wirkenden Kräfte kann auch unter variierenden Umgebungsbedingungen eine zutreffende Schätzung der Systemzustände erfolgen. Voraussetzung dafür ist das Vorhandensein von Stellgrößen mit einer hohen zeitlichen und geometrischen Genauigkeit.

In diesem Rahmen sollte für die Prädiktion der Geschwindigkeitskomponenten bei Wendemanövern der bisher vernachlässigte Rotationsanteil $\boldsymbol{\omega} \times \left(\boldsymbol{\omega} \times \Delta \boldsymbol{p}_{CG}^{B}\right)$ berücksichtigt werden. Hierfür muss zunächst eine Bestimmung der Ablage zum Drehzentrum des Schiffs, $\Delta \boldsymbol{p}_{CG}^{B}$, erfolgen, z. B. indem dieser Vektor im EKF mitgeschätzt wird. Da sich die Ablage auch auf die Parameter $K_{hj}, T_{1,h}$ auswirkt, die im Modul DYNAMIK/Antrieb verwendet werden, müssen auch diese Parameter an das reale Systemverhalten angepasst werden. Dies kann beispielsweise in Form eines adaptiv erweiterten Kalman-Filters erfolgen (siehe Eichhorn 2005).

Außerdem müssen weitere auf das System einwirkende Kräfte identifiziert und ins Systemmodell integriert werden. An erster Stelle steht hier eine Berücksichtigung des Windeinflusses, für den bereits ein theoretisches Modell vorliegt. Falls mehrere gleichzeitig erfasste Strömungsbeobachtungen vorliegen, kann der von der Strömung des Wassers ausgewirkte Einfluss noch detaillierter modelliert werden. Die hierfür anzubringenden Sensoren müssen an stabilen Halterungen angebracht werden. Zusätzlich muss ihre Position $\boldsymbol{p}_{Sens}^{B}$ und ihre

Ausrichtung relativ zum Schiffskoordinatensystem mit hoher Genauigkeit bestimmt werden. Werden die Strömungsgeschwindigkeiten auch zukünftig mittels eines DVLs bestimmt, sollten Maßnahmen ergriffen werden um den Einfluss des Messrauschens dieser Stellgrößen bei der Prädiktion des Systemzustands zu vermindern. Hierzu kann für die auftretenden Beschleunigungen $\boldsymbol{a}_{str,k}$ ein einseitiges gleitendes Mittels über n Epochen berechnet werden (siehe Kap. 3.2.2.3). Diese Maßnahme unterdrückt gleichzeitig den Einfluss von eventuell auftretenden, hochfrequenten und lokalen Strömungsverwirbelungen. Zusätzlich sind im Systemmodell gegebenenfalls hydrodynamische Kräfte zu berücksichtigen.

Um auch den Einfluss von Wellenbewegungen, die beispielsweise durch passierende Schiffe oder ebenfalls durch Wind zustande kommen, zutreffend modellieren zu können, können auch die temporär in $\bar{\omega}_{z,k+1}$, $\bar{v}_{x,k+1}$ und $\bar{v}_{y,k+1}$ auftretenden zyklischen Effekte modell-technisch berücksichtigt werden. Dies entspricht einer Anpassung des Moduls DYNAMIK/zyklische Effekte.

Literatur

Abdallah, A. (2016): Precise Point Positioning for Kinematic Applications to Improve Hydrographic Survey. Dissertation an der Universität Stuttgart. URL: http://dx.doi.org/10.18419/opus-9026. Letzter Zugriff: 17. 01. 2018.

Abkowitz, M. (1964): Lectures on Ship Hydrodynamics - Steering and Maneuverability. Technical report. Hydro- und Aerodynamic's Laboratory, Lyngby, Dänemark.

Abkowitz, M. (1969): Stability and Motion Control of Ocean Vehicles. The M.I.T. Press, Cambridge, MA, USA und London, UK.

Abramowski, T. (2005): Prediction of propeller forces during ship maneuvering. Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 43, 1, S. 157–178.

Abry, P. (1997): Ondelettes et turbulence – Multirésolutions, algorithmes de décompositions, invariance d'échelle et signaux de pression. Diderot Editeur Arts Sciences, Paris, Frankreich. Nouveau Essais.

AdV (2019): Satellitenpositionierungssdienst der deutschen Landesvermessung. URL: http://www.sapos.de/. Letzter Zugriff: 04. 12. 2019.

Allotta, B., Caiti, A., Costanzi, R., Fanelli, F., Fenucci, D., Meli, E., Ridolfi, A. (2015): Unscented Kalman Filtering for Autonomous Underwater Navigation. In: Salvatore, F., Broglia, R., Muscari, R. (Hrsg.). MARINE 2015. VI International Conference on Computational Methods in Marine Engineering, Rom, Italien, S. 1150–1159. URL: http://congress.cimne.com/marine2015/frontal/doc/EbookMarine15.pdf. Letzter Zugriff: 14. 12. 2019.

Almagbile, A., Wang, J., Ding, W. (2010): Evaluating the Performances of Adaptive Kalman Filter Methods in GPS/INS Integration. Journal of Global Positioning Systems, Vol. 9, No. 1, S. 33–40.

Antoniadis, A., Bigot, J., Sapatinas, T. (2001): Wavelet estimators in nonparametric regression: A comparative simultation study. Journal of Statistical Software, Vol. 6, S. 1–83.

Aussems, T. (1999): Positionsschätzung von Landfahrzeugen mittels KALMAN-Filterung aus Satelliten- und Koppelnavigationsbeobachtungen. Dissertation an der RWTH Aachen. Veröffentlichungen des Geodätisches Instituts der Rheinisch-Westfälischen Technischen Hochschule Aachen, Aachen.

Baarda, W. (1968): A Testing Procedure for Use in Geodetic Networks. Commission, N. G. (Hrsg.). Publications on Geodesy, Vol. 2, No. 5.

Bauer, M. (2011): Vermessung und Ortung mit Satelliten. 6. Aufl., Wichmann, Heidelberg.

Benning, W. (2010): Statistik in Geodäsie, Geoinformation und Bauwesen. 3. Aufl., Wichmann, Heidelberg.

BfG (2017): FLYS – Flusshydrologischer Webdienst. Bundesanstalt für Gewässerkunde. URL: http://www.bafg.de/DE/08_Ref/M2/03_Fliessgewmod/01_FLYS/flys_node.html. Letzter Zugriff: 23. 03. 2017.

BKG (2016): Quasigeoid der Bundesrepublik Deutschland GCG2016. Dokumentation. Bundesamt für Kartographie und Geodäsie. URL: http://www.geodatenzentrum.de/docpdf/quasigeoid.pdf. Letzter Zugriff: 20. 03. 2017.

Blendermann, W. (1986): Die Windkräfte am Schiff. Technische Universität Hamburg-Harburg, Hamburg. Reihe Schriftenreihe Schiffsbau, (Band) Nr. 467.

Blendermann, W. (1993): Schiffsform und Windlast - Korrelations- und Regressionsanalyse von Windkanalmessungen am Modell. Technische Universität Hamburg-Harburg, Hamburg. Reihe Schriftenreihe Schiffsbau, (Band) Nr. 533.

Bluestein, L. (1970): A linear filtering approach to the computation of discrete Fourier transform. IEEE Transactions on Audio and Electroacoustics, 18, 4, S. 451–455.

Bäni, W. (2005): Wavelets - Eine Einführung für Ingenieure. 2. Aufl., Oldenbourg, München.

Bohn, C., Unbehauen, H. (2016): Identifikation dynamischer Systeme: Methoden zur experimentellen Modellbildung aus Messdaten. Springer Vieweg, Wiesbaden.

Breitenfeld, M., Wirth, H., Scheider, A., Schwieger, V. (2014): Development of a Multi-Sensor System to optimize the Positioning of Hydrographic Surveying Vessels. In: Schattenberg, J., Minßen, T.-F.

(Hrsg.). Proceedings on 4th International Conference on Machine Control & Guidance, 19.-20. März 2014 in Braunschweig. Braunschweig.

Breitenfeld, M., Wirth, H., Brüggemann, T., Scheider, A., Schwieger, V. (2015): Entwicklung von Echtzeit- und Postprocessingverfahren zur Verbesserung der bisherigen Ortung mit Global Navigation Satellite Systems (GNSS) durch Kombination mit weiteren Sensoren sowie hydrologischen Daten. BfG-Bericht, BfG-1856. Bundesanstalt für Gewässerkunde, Institut für Ingenieurgeodäsie (Universität Stuttgart).

Brüggemann, T. (2013): Ingenieurgeodätische Fragestellungen bei der Einmessung von Vermessungsschiffen. In: Bundesanstalt für Gewässerkunde (Hrsg.). Neue Entwicklungen in der Gewässervermessung, BfG-Kolloquium, 20./21. November 2012 in Koblenz, S. 32–40.

Briggs, M. J. (2006): Ship Squat Prediction for Ship/Tow Simulator. Techn. Ber., ERDC/CHL CHETN-I-72. US Army Corps of Engineers.

Briggs, M. J. (2009): Ankudinov Ship Squat Predictions – Part I: Theory, Parameters, and FORTRAN Programs. Techn. Ber. US Army Corps of Engineers.

Burdyny, M. (2012): Phased Array Velocity Sensor Operational Advantages and Data Analysis. In: Pereira, F. L. (Hrsg.). 3rd IFAC Workshop on Navigation, Guidance and Control of Underwater Vehicles. Porto, Portugal, S. 37–42.

Caspary, W., Wang, J. (1998): Redundanzanteile und Varianzkomponenten im Kalman Filter. zfv, Nr. 4, S. 121–128.

Choi, H.-T., Yuh, J. (2016): Underwater Robots. In: Siciliano, B., Khatib, O. (Hrsg.). Springer Handbook of Robotics 2. Aufl., Springer, Berlin, S. 595–622.

Cooley, J. W., Tukey, J. W. (1965): An Algorithm for the Machine Calculation of Complex Fourier Series. Mathematics of Computation, Vol. 19, No. 90, S. 297–301.

Daubechies, I. (1988): Orthonormal Bases of Compactly Supported Wavelets. Communications on Pure and Applied Mathematics, Vol. 41, Iss. 7, S. 909–996.

Daubechies, I. (1992): Ten Lectures on Wavelets. SIAM, Philadelphia, PA, USA.

Davidson, K. S., Schiff, L. I. (1946): Turning and Course Keeping Qualities. Transactions of SNAME.

Del Moral, P. (1996): Non-linear filtering using random particles. Theory of Probability & Its Applications, 40, 4, S. 690–701.

DIN (2012): DIN 18709-3: Begriffe, Kurzzeichen und Formelzeichen in der Geodäsie – Teil 3: Gewässervermessung. Deutsche Norm. Deutsches Institut für Normung e. V., Berlin.

DIN (2014): DIN IEC 60050-351: Internationales elektrisches Wörterbuch - Teil 351: Leittechnik. Deutsche Norm. Deutsches Institut für Normung e. V., Berlin.

Ding, W., Wang, J., Rizos, C., Kinlyside, D. (2007): Improving Adaptive Kalman Estimation in GNSS/INS-Integration. Journal of Navigation, Vol. 60, No. 3, S. 517–529.

Donoho, D. L., Johnstone, I. M. (1994): Ideal spatial adaption by wavelet shrinkage. Biometrika, Vol. 81, Iss. 3, S. 425–455.

Donoho, D. L., Johnstone, I. M. (1995): Adapting to Unknown Smoothness via Wavelet Shrinkage. Journal of the American Statistical Association, Vol. 90, Iss. 432, S. 1200–1224.

Donoho, D. L., Johnstone, I. M. (1998): Minimax Estimation via Wavelet Shrinkage. The Annals of Statistics, Vol. 26, No. 3, S. 879–921.

Doppler, C. (1903): Ueber das farbige Licht der Doppelsterne und einige andere Gestirne des Himmels. Studnicka, F. J. (Hrsg.). Neuauflage, Königl. Böhm. Gesellschaft der Wissenschaften, Prag.

Eichhorn, A. (2005): Ein Beitrag zur Identifikation von dynamischen Strukturmodellen mit Methoden der adaptiven Kalman-Filterung. Dissertation an der Universität Stuttgart. DGK Reihe C, Heft 585, München.

Faeh, R. (2007): Numerical Modeling of Breach Erosion of River Embankments. Journal of Hydraulic Engineering, Vol. 133, S. 1000–1009.

Fahrmeir, L., Kneib, T., Lang, S. (2009): Regression - Modelle, Methoden und Anwendungen. 2. Aufl., Springer, Berlin. Statistik und ihre Anwendungen.

Flehmig, F. (2006): Automatische Erkennung von Trends in Prozessgrößen. Dissertation an der RWTH Aachen. VDI Verlag, Düsseldorf.

Fossen, T. I., Johansen, T. A. (2006): A Survey of Control Allocation Methods for Ships and Underwater Vehicles. In: Conte, G., Napoletano, M., Perdon, A. M. (Hrsg.). 14th Mediterranean Conference on Control and Automation, 28.-30. Juni 2006. Ancona, Italien.

Fossen, T. I. (1994): Guidance and Control of Ocean Vehicles. Wiley & Sons, Chichester, UK.

Fossen, T. I. (2011): Handbook of Marine Craft Hydrodynamics and Motion Control. Wiley & Sons, Chichester, UK.

Frigo, M., Johnson, S. G. (1998): FFTW: an adaptive software architecture for the FFT. In: IEEE (Hrsg.). Proceedings of the 1998 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing. URL: http://www.fftw.org/fftw-paper-icassp.pdf. Letzter Zugriff: 02. 02. 2017.

Frigo, M., Johnson, S. G. (2014): FFTW. URL: http://www.fftw.org/. Letzter Zugriff: 02. 02. 2017.

Förstner, W. (1979): Konvergenzbeschleunigung bei der a-posteriori Varianzschätzung. Zeitschrift fürs Vermessungswesen, 4/1979, S. 149–156.

Gabor, D. (1946): Theory of communication. Journal of the Institution of Electrical Engineers-Part III: Radio and Communication Engineering, Vol. 93, Issue 26, S. 429–457.

Gardiner, C. W. (2004): Handbook of stochastic methods for physics, chemistry, and the natural science. 3. Aufl., Springer, Berlin; Heidelberg [u.a.]

Gäb, M. (2016): Ein Beitrag zur Stützung eines Software GNSS Empfängers mit MEMS-Inertialsensoren. Dissertation an der Universität Stuttgart. DOI: 10.18419/opus-8815.

Gelb, A., (Hrsg.) (1974): Applied Optimal Estimation. The M.I.T. Press, Cambridge, MA, USA.

Ghosh, S. (2015): Distributed Systems: An Algorithmic Approach. 2. Aufl., CRC Press, Boca Raton, FL, USA [u. a.] Computer & Information Science Series.

Gosset, W. S. (1908): The probable error of a mean. Biometrika, Vol. 6, No. 1, S. 1–25.

Grewal, M. S., Andrews, A. P. (2008): Kalman Filtering - Theory ans Practice Using MATLAB. 3. Aufl., Wiley & Sons, Hoboken, NJ, USA.

Gross, D., Hauger, W., Schröder, J., Wall, W. A. (2011): Technische Mechanik 1 - Statik. 11. Aufl., Springer Vieweg, Berlin.

Gross, D., Hauger, W., Schröder, J., Wall, W. A. (2012): Technische Mechanik 3 - Kinetik. 12. Aufl., Springer Vieweg, Berlin.

Grossmann, A., Morlet, J. (1984): Decomposition of Hardy Functions into Square Integrable Wavelets of Constant Shape. SIAM Journal on Mathematical Analysis, Vol. 15, No. 4, S. 723–736.

Groves, P. D. (2013): Principles of GNSS, Inertial, and Multisensor Integrated Navigation Systems. 2. Aufl., Artech House, Boston, MA, USA und London, UK.

Guenther, G. C., Cunningham, A. G., LaRocque, P. E., Reid, D. J. (2000): Meeting the accuracy challenge in airborne lidar bathymetry. In: Proceedings of EARSeL-SIG-Workshop LIDAR, 16./17. Juni 2000. Dresden. URL: http://www.eproceedings.org/static/vol01_1/01_1_guenther1.pdf. Letzter Zugriff: 09. 06. 2017.

Haar, A. (1910): Zur Theorie der orthogonalen Funkionssysteme (Erster Teil). Mathematische Annalen, Band 69, Heft 3, S. 331–371.

Harris, F. J. (1978): On the use of windows for harmonic analysis with the discrete Fourier transform. Proceedings of the IEEE, Vol 66, No. 1, S. 51–83.

Heinzel, G., Rüdiger, A., Schilling, R. (2002): Spectrum and spectral density estimation by the Discrete Fourier Transform (DFT), including a comprehensive list of window functions and some new at-top windows. Max-Planck-Institut für Gravitationsphysik. URL: http://hdl.handle.net/11858/00-001M-0000-0013-557A-5. Letzter Zugriff: 31. 01. 2017.

Hentschinski, M., Wirth, H. (2012): Untersuchung integrierter GNSS-INS-Navigationssysteme. BfG-Bericht, BfG-1743. Bundesanstalt für Gewässerkunde.

Heßelbarth, A. (2018): GNSS in der Hydrographie. In: Wirth, H., Dufek, T., Kowalewsko, D., Vahrenkamp, B., Westfeld, P. (Hrsg.). Hydrographie 2018 – Trend zu unbemannten Messsystemen. 170. DVW-

Seminar und 32. Hydrographentag, 12. bis 14. Juni 2018, Lindau, S. 47–64.

Heunecke, O. (1995): Zur Identifikation und Verifikation von Deformationsprozessen mittels adaptiver KALMAN-Filterung (Hannoversches Filter). Dissertation an der Universität Hannover. Wissenschaftliche Arbeiten der Fachrichtung Vermessungswesen, Heft 208, Hannover.

Heunecke, O. (2017): Planung und Umsetzung von Bauvorhaben mit amtlichen Lage- und Höhenkoordinaten. zfv, Jahrgang 142, 3/2017, S. 180–187.

Heunecke, O., Kuhlmann, H., Welsch, W., Eichhorn, A., Neuner, H. (2013): Handbuch Ingenieurgeodäsie: Auswertung geodätischer Überwachungsmessungen. Wichmann, Berlin.

Hofmann-Wellenhof, B., Lichtenegger, H., Collins, J. (1997): GPS - Theory and Practice. Springer, Wien, Österreich.

Hofmann-Wellenhof, B., Lichtenegger, H., Wasle, E. (2008): GNSS - Global Navigation Satellite Systems: GPS, GLONASS, Galileo and more. Springer, Wien, Österreich.

Hoppe, M. (2007a): DGPS Dienst der WSV - Differential-GPS-Referenzstationen nach IALA Standard im Binnenbereich Fachstelle der WSV für Verkehrstechniken. URL: http://www.wsv.de/fvt/dgps/pdf/dgps_im_binnenbereich.pdf. Letzter Zugriff: 29. 06. 2016.

Hoppe, M. (2007b): DGPS Dienst der WSV - Informationen zur Auswahl von GPS/DGPS Empfänger Fachstelle der WSV für Verkehrstechniken. URL: http://www.wsv.de/fvt/dgps/pdf/dgps_empfaenger.pdf. Letzter Zugriff: 29. 06. 2016.

Hu, C., Chen, W., Chen, Y., Liu, D. (2003): Adaptive Kalman Filtering for Vehicle Navigation. Journal of Global Positioning Systems, Vol 2, No. 1, S. 42–47.

Hydrotec (2017): Hydrotec-Software für die Wasserwirtschaft. URL: https://www.hydrotec.de/software/. Letzter Zugriff: 19. 03. 2017.

IHO (2005): Manual on Hydrography. Veröffentlicht vom International Hydrographic Bureau, Monaco. Version Februar 2011. International Hydrographic Organization. URL: https://www.iho.int/iho_pubs/CB/C-13/english/C-13_Chapter_1_and_contents.pdf. Letzter Zugriff: 21. 06. 2017.

Illies, K. (1984): Handbuch der Schiffsbetriebstechnik. Illies, K. (Hrsg.). Teil 1 Bde. 2., vollst. neubearb. Aufl., Vieweg, Braunschweig.

Inoue, S., Hirano, M., Kijima, K., Takashina, J. (1981a): A practical Calculation Method of Ship Maneuvering Motion. International Shipbuilding Progress, Vol. 28, No. 325, S. 207–221.

Inoue, S., Hirano, M., Kijima, K. (1981b): Hydrodynamic Derivatives on Ship Manoeuvring. International Shipbuilding Progress, Vol. 28, No. 321, S. 112–125.

Isermann, R. (1992): Identifikation dynamischer Systeme 1 - Grundlegende Methoden. 2. Aufl., Springer, Berlin.

Isherwood, R. M. (1972): Wind Resistance of Merchant Ships. R.I.N.A. Supplementary Papers, Vol. 115, S. 327–338.

Jäger, R., Müller, T., Saler, H., Schwäble, R. (2005): Klassische und robuste Ausgleichungsverfahren - Ein Leitfaden für Ausbildung und Praxis von Geodäten und Geoninformatiker. Wichmann Verlag, Heidelberg.

Johansen, T. A., Fuglseth, T. P., Tøndel, P., Fossen, T. I. (2003): Optimal constrained control allocation in marine surface vessels with rudders. In: Batlle, J., Blanke, M. (Hrsg.). IFAC Conf. Manoeuvring and Control of Marine Craft. Girona, Spanien.

Jones, D. L., Parks, T. W. (1987): Time-frequency window leakage in the short-time Fourier transform. Circuits, Systems and Signal Processing, Vol. 6, Issue 3, S. 263–286.

Jong, C. de, Lachapelle, G., Skone, S., Elema, I. (2010): Hydrography. VSSD, Delft, Niederlande. Series on Mathematical Geodesy and Positioning.

Julier, S. J., Uhlmann, J. K. (1997): A new Extension of the Kalman Filter to Nonlinear Systems. In: Proceeding of AeroSense. The 11th International Sysmpsium on Aerospace/ Defence Sensing, Simulation and Controls, 20-25 April 1997, Orlando, Florida, USA.

Julier, S. J., Uhlmann, J. K. (2004): Unscented Filtering and Nonlinear Estimation. In: Proceedings of the IEEE, S. 401–422.

Kalman, R. (1960): A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems. Transaction of the

ASME-Journal of Basic Engineering, 82 (Series D), S. 33–45.

Kauker, S. (2014): Detektion von Ortungslücken bei kinematisch erfassten GNSS-Messdaten. Diplomarbeit an der Universität Stuttgart, unveröffentlicht.

Küchler, S. (2012): Aktive Seegangskompensation mit beobachtergestützter Prognose der vertikalen Schiffsbewegung. Dissertation an der Universität Stuttgart. Shaker, Aachen.

Keller, W. (2004): Wavelets in Geodesy and Geodynamics. de Gruyter, Berlin.

Kiencke, U., Schwarz, M., Weickert, T. (2008): Signalverarbeitung: Zeit-Frequenz-Analyse und Schätzverfahren. Oldenbourg, München.

Koch, K.-R. (2004): Prameterschätzung und Hypothesentests. 4. Aufl., ehemals Ferd. Dümmlers Verlag, Bonn. URL: http://www.igg.uni-bonn.de/tg/fileadmin/publication/media/buch97_format_neu.pdf. Letzter Zugriff: 14. 03. 2017.

Kongsberg (2010a): MRU 5+ - The Ultimate Marine Motion Sensor. Datenblatt. Kongsberg Seatex AS.

Kongsberg (2010b): Seapath 320 - Technical Description. Manual. URL: https://wiki.oceannetworks.ca/.../Man_techn_seapath320_r1.pdf. Letzter Zugriff: 23. 07. 2019.

Kongsberg (2011): Seapath 330+ - The Ultimate Heading, Attitude and Positioning Sensor. Datenblatt. Kongsberg Seatex AS.

Kongsberg (2019): EM 2040 MKII Multibeam Echo Sounder. Datenblatt. URL: https://www.kongsberg.com/globalassets/maritime/km-products/product-documents/em-2040-mkii-data-sheet.pdf. Letzter Zugriff: 13. 06. 2019.

Kreiß, J.-P., Neuhaus, P. (2006): Einführung in die Zeitreihenanalyse. Springer, Berlin, Heidelberg.

Lefèvre, H. C. (2014): The Fiber-Optic Gyroscope. Artech House, Boston, MA, USA.

Lekkerkerk, H.-J., Theijs, M.-J. (2012a): Handbook of Offshore Surveying. Volume II: Positioning & Tides. Skilltrade BV, Voorschoten, Niederlande.

Lekkerkerk, H.-J., Theijs, M.-J. (2012b): Handbook of Offshore Surveying. Volume III: Acquisition Sensors. Skilltrade BV, Voorschoten, Niederlande.

LGL (2016): GNSS - Messverfahren. Landesamt für Geoinformation und Landentwicklung Baden Württemberg. URL: http://www.sapos-bw.de/messverfahren.php. Letzter Zugriff: 28. 06. 2016.

Lurton, X. (2002): An introduction to underwater acoustics: principles and applications. Springer, Praxis Publishing, London, UK.

Mallat, S. (1989): A Theory for for Multiresolution Signal Decomposition: The Wavelet Representation. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, Vol. 11, No. 7, S. 674–693.

Mallat, S. (2009): A Wavelet Tour of Signal Processing. 3. Aufl., Academic Print, Elsevier, Burlington, MA, USA.

Mandlburger, G. (2017): Interaktion von Laserpulsen mit der Wasseroberfläche – Theorie und Praxis. Allgemeine Vermessungsnachrichten, 11-12/2017, S. 343–352.

Mann, H., Schiffelgen, H., Froriep, R. (2005): Einführng in die Regelungstechnik - Analoge und digitale Regelung, Fuzzy-Regler, Regler-Realisierung, Software. 10. Aufl., Hanser Verlag, München.

MathWorks (2017): MATLAB - Documentation. URL: http://de.mathworks.com/help/. Letzter Zugriff: 02. 02. 2017.

Maybeck, P. S. (1979): Stochastic Models, Estimation and Control. Bd. 1. Academic Press, New York, USA.

Maybeck, P. S. (1982): Stochastic Models, Estimation and Control. Bd. 2. Academic Press, New York, USA.

Mertins, A. (2013): Signaltheorie: Grundlagen der Signalbeschreibung, Filterbänke, Wavelets, Zeit-Frequenz-Analyse, Parameter- und Signalschätzung. 3. Aufl., Springer Vieweg, Wiesbaden.

Merwe, R. van der, Wan, E. A., Julier, S. I. (2004): Sigma-point Kalman filters for nonlinear estimation and sensor-fusion: Applications to integrated navigation. In: AIAA (Hrsg.). AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit, 16.-19. August 2004. Providence, Rhode Island, USA.

Misiti, M., Misiti, Y., Oppenheim, G., Poggi, J.-M. (2007): Wavelets and their Applications. ISTE, London, UK.

Mohamed, A. H., Schwarz, K. P. (1999): Adaptive Kalman Filtering for INS/GPS. Journal of Geodesy, Vol. 73, Issue 4, S. 193–203.

Morlet, J., Arens, G., Fourgeau, E., Giard, D. (1982): Wave Propagation and Sampling Theory (Part I und II). Geophysiscs, Vol. 47, Issue 2, S. 201–236.

Neuner, H.-B. (2008): Zur Modellierung und Analyse instationärer Deformationsprozesse. Dissertation an der Leibniz Univesität Hannover. DGK Reihe C, Heft 616, München.

Niemeier, W. (2008): Ausgleichungsrechnung - Statistische Auswertemethoden. 2. Aufl., de Gruyter, Berlin.

Nomoto, K., Taguchi, T., Honda, K., Hirano, S. (1957): On the Steering Qualities of Ships. International Shipbuilding Progress, Vol. 4, Issue 35.

Norrbin, N. H. (1971): Theory and observations on the use of a mathematical model for ship manoeuvring in deep and confined waters. Statens Skeppsprovningsanstalt, Göteborg, Schweden.

Nygren, I. (2005): Terrain Navigation for Underwater Vehicles. Dissertation an der Kungliga Tekniska Högskolan Stockholm. Stockholm, Schweden. URL: http://www.diva-portal.org/smash/record.jsf?pid=diva2%3A14353&dswid=-4018. Letzter Zugriff: 28. 01. 2018.

Oertel, M., Bung, D. B. (2004): Numerische Strömungssimulation von Fließgewässern – Wo stehen wir und was werden wir im Laufe der nächsten Jahre erreichen?. In: Stamm, J., Graw, K.-U. (Hrsg.). Simulationsverfahren und Modelle für Wasserbau und Wasserwirtschaft. 37. Dresdner Wasserbaukolloquium 2014, 13.-14.03.2014, Dresden, S. 19–30. URL: http://vzb.baw.de/publikationen/dresdner-wasserbauliche-mitteilungen/0/00_Heft_50_Gesamtband_37.Dresdner_Wasserbaukolloquium_2014.pdf. Letzter Zugriff: 19. 03. 2017.

Oppenheim, A. V., Schafer, R. W., Buck, J. R. (2004): Zeitdiskrete Signalverarbeitung. 2. Aufl., Pearson Studium, München.

Pelzer, H. (1987): Deformationsuntersuchungen auf der Basis kinematischer Bewegungsmodelle. Allgemeine Vermessungsnachrichten, Jahrgang 94, Heft 2, S. 49–62.

Percival, D. B., Walden, A. T. (2000): Wavelet Methods for Time Series Analysis. Cambridge University Press, Cambridge, NY, USA. Cambridge Series in Statistical and Probabilistic Mathematics.

Puente León, F., Kiencke, U., Jäkel, H. (2011): Signale und Systeme. 5. Aufl., Oldenbourg Wissenschaftsverlag, München.

Qi, H., Altinakar, M. S. (2011): Simulation-based decision support system for flood damage assessment under uncertainty using remote sensing and census block information. Natural Hazards, Vol. 59, No. 2, S. 1125–1143.

Rader, C. M. (1968): Discrete Fourier transforms when the number of data samples is prime. Pro, 56, 6, S. 1107–1108.

Ramm, K. (2008): Evaluation von Filter-Ansätzen für die Positionsschätzung von Fahrzeugen mit den Werkzeugen der Sensitivitätsanalyse. Dissertation an der Universität Stuttgart. DGK Reihe C, Heft 619, München.

Rauch, H.-E., Tung, F., Striebel, C. (1965): Maximum Lieklihood Estimates of Linear Dynamic Systems. AIAA Journal, 3, 8, S. 1445–1450.

Schödlbauer, A. (1981): Rechenformeln und Rechenbeispiele zur Landesvermessung. 3 Hefte Bde. Wichmann, Karlsruhe.

Schödlbauer, A. (1982): 2. Geodätische Berechnungen im System der Gausschen konformen Abbildung eines Bezugsellipsoids unter besonderer Berücksichtigung des Gauss-Krüger- und des UTM-Koordinatensystems der Bundesrepublik Deutschland. Wichmann, Karlsruhe. Rechenformeln und Rechenbeispiele zur Landesvermessung.

Scheider, A., Wirth, H., Breitenfeld, M., Schwieger, V. (2014): HydrOs: An Integrated Hydrographic Positioning System for Surveying Vessels. In: FIG (Hrsg.). FIG Congress 2014, 16.-21. Juni 2014. Kuala Lumpur, Malaysia. URL: https://www.fig.net/resources/proceedings/fig_proceedings/fig2014/papers/ts06j/TS06J_scheider_wirth_et_al_7094.pdf. Letzter Zugriff: 10. 11. 2016.

Scheider, A., Hassan, A., Schwieger, V., Breitenfeld, M., Brüggemann, T. (2016): Erweiterte Echtzeit- und Postprocessing-Verfahren zur Optimierung der GNSS-Ortung in Abschattungsbereichen an BWaStr. BfG-Bericht, BfG-1892. Bundesanstalt

für Gewässerkunde, Institut für Ingenieurgeodäsie (Universität Stuttgart).

Schiller, L. (2012): Vermessung der Hydrographie - Eine umfassende Definition der Disziplin samt Untergliederung. In: Vahrenkamp, B. (Hrsg.). Das Meer schützen und nutzen. Beiträge zum 111. DVW-Seminar und zum 26. Hydrographentag, 11. - 13. Juni 2012, Husum, S. 21–44.

Schiller, L. (2018): Fachwortschatz der Hydrographie. In: Wirth, H., Dufek, T., Kowalewski, D., Vahrenkamp, B., Westfeld, P. (Hrsg.). Hydrographie 2018 – Trend zu unbemannten Messsystemen. Beiträge zum 170. DVW-Seminar und 32. Hydrographentag, 12. - 14. Juni 2018, Lindau, S. 65–81.

Schmidt, M. (2001): Grundprinzipien der Wavelet-Analyse und Anwendungen in der Geodäsie. Habilitation an der Technische Universität München. Shaker Verlag, Aachen.

Schottel (2010): Schottel Ruderpropeller. URL: https://www.schottel.de/fileadmin/data/pdf/deu/deu_SRP.pdf. Letzter Zugriff: 24. 08. 2016.

Schwieger, V. (2005): Nicht-lineare Sensitivitätsanalyse gezeigt an Beispielen zu bewegten Objekten. Habilitation an der Universität Stuttgart. DGK Reihe C, Heft 581.

Seifert, A., Kleusberg, A. (2004): An Alternative GPS/INS Integration Method. In: 11th Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems, 24-26 May 2004. St. Petersburg, Russland, S. 165–172. URL: http://www.nav.uni-stuttgart.de/navigation/publikationen/fachartikel/2004/paper_stpeter.pdf. Letzter Zugriff: 09. 12. 2017.

Shensa, M. J. (1992): The Discrete Wavelet Transform: Wedding the À Trous and Mallat Algorithms. IEEE Transactions on Signal Processing, Vol. 40, Issue 10, S. 2464–2482.

Son, K.-H., Nomoto, K. (1982): On the Coupled Motion of Steering and Rolling of a High Speed Container Ship. Naval architecture and ocean engineering, Vol. 20, S. 73–83. URL: http://ci.nii.ac.jp/naid/110003861567/en/. Letzter Zugriff: 16. 03. 2017.

Stein, C. M. (1981): Estimation of the Mean of a Multivariate Normal Distribution. The Annals of Statistics, Vol. 9, No. 6, S. 1135–1151.

Teledyne (2006): Workhorse Navigator Doppler Velocity Log (DVL). Teledyne RD Instruments. URL: http://www.rdinstruments.com/pdfs/wh_navigator_ds_lr.pdf. Letzter Zugriff: 18. 11. 2015.

Teledyne (2013): DVL Frequently Asked Questions. Teledyne RD Instruments. URL: http://www.rdinstruments.com/nav_faq.aspx#one. Letzter Zugriff: 18. 11. 2015.

Teledyne (2017): Workhorse Navigator DVL. URL: http://www.teledynemarine.com/workhorse-navigator-doppler-velocity-log?BrandID=16. Letzter Zugriff: 21. 03. 2017.

Teledyne RD Instruments (2005): WorkHorse - Commands and Output Data Format

Teledyne RD Instruments (2008): ADCP Coordinate Transformation - Formulas and Calculations

Teledyne RESON (2018): SeaBat T50-P - Ultra high resolution portable Multibeam Echosounder. Datenblatt. Teledyne Marine. URL: http://www.teledynemarine.com/Lists/Downloads/SeaBat%20T50-P%20product%20leaflet.pdf. Letzter Zugriff: 13. 06. 2019.

Terheyden, K., (Hrsg.) (1983): Navigation. Bd. A: Richtlinien für den Schiffsdienst: Gestalt der Erde, Seekarten und nautische Bücher, terrestrische Navigation, Wetterkunde. 8. Aufl., Springer, Berlin. Handbuch für die Schiffsführung; 1.

Terheyden, K., (Hrsg.) (1983): Navigation. Bd. B: Mathematik, Magnet- und Kreiselkompaß, sonstige Kreiselgeräte, Selbststeuer, Trägheitsnavigation, astronomische Navigation, Gezeitenkunde. 8. Aufl., Springer, Berlin. Handbuch für die Schiffsführung; 1.

Valčić, M., Prpić-Oršić, J., Vučinić, D. (2019): „Application of Pattern Recognition Method for Estimating Wind Loads on Ships and Marine Objects“. In: Advances in Visualization and Optimization Techniques for Multidisciplinary Research. Vučinić, D., Rodrigues Leta, F., Janardhanan, S. (Hrsg.). Lecture Notes in Mechanical Engineering. Singapur: Springer Nature, S. 123–158.

Vorhölter, H. (2011): Numerische Analyse des Nachstroms und der Propellereffektivität am manövrierenden Schiff. Dissertation an der Technische Universität Hamburg-Harburg. Schriftenreihe Schiffbau der TUHH, Bericht Nr. 657, Hamburg.

Wang, J.-G. (1997): Filtermethoden zur fehlertoleranten kinematischen Positionsbestimmung. Dissertation an der Universität der Bundeswehr München. Schriftenreihe Studiengang Vermessungswesen, Universität der Bundeswehr, Heft 52, Neubiberg.

Wang, J.-G. (2009): Reliability Analysis in Kalman Filtering. Journal of Global Positioning Systems, Vol. 8, No. 1, S. 101–111.

Wang, L., Li, Z., Ge, M., Neitzel, F., Wang, Z., Yuan, H. (2018): Validation and Assessment of Multi-GNSS Real-Time Precise Point Positioning in Simulated Kinematic Mode Using IGS Real-Time Service. Remote Sensing, 10, 2. DOI: 10.3390/rs10020337.

Wang, L., Li, Z., Ge, M., Neitzel, F., Wang, X., Yuan, H. (2019): Investigation of the performance of real-time BDS-only precise point positioning using the IGS real-time service. GPS Solutions, 23, 3, S. 1–12, DOI: 10.1007/s10291-019-0856-9.

Wanninger, L. (2011): Qualitätssicherung bei GNSS-Diensten. zfv, Jahrgang 136, 1/2011, S. 8–17.

Wanninger, L., Frevert, V., Wildt, S. (2000): Der Einfluß der Signalbeugung auf die präzise Positionierung mit GPS. zfv, Jahrgang 125, 1/2000, S. 8–16.

Wasser- und Schifffahrtsamt Duisburg-Rhein (2015): Peilschiff (PS) "Mercator". Flyer. Duisburg. URL: http://www.wsa-duisburg-rhein.wsv.de/images/Doku/Flyer_Mercator_DRUCK.pdf. Letzter Zugriff: 07. 04. 2016.

Weiß, R. (2015): Erprobung der Laserbathymetrie an der Bundeswasserstraße Elbe. In: Bundesanstalt für Gewässerkunde (Hrsg.). Wasserstraßenbezogene geodätische Anwendungen und Produkte der Fernerkundung. BfG-Kolloquium am 18./19. November 2014, Koblenz, S. 44–53. URL: http://www.bafg.de/DE/05_Wissen/04_Pub/03_Veranst/201502.pdf?__blob=publicationFile. Letzter Zugriff: 09. 06. 2017.

Wendel, J. (2011): Integrierte Navigationssysteme - Sensordatenfusion, GPS und Inertiale Navigation. 2. Aufl., Oldenbourg, München.

Wirth, H. (2011): Messunsicherheiten in der Gewässervermessung. BfG-Bericht, BfG-1734. Bundesanstalt für Gewässerkunde, Koblenz.

WSA Verden (2009): Vermessungs- und Liegenschaftswesen. Wasserstraßen- und Schifffahrtsamt Verden. URL: http://www.wsv.de/wsa-ver/vermessung/index.html. Letzter Zugriff: 16. 06. 2017.

WSV (2017): Desktop Karten-Anwendung - WMS Client. Geodatendienst. URL: https://atlas.wsv.bund.de/clients/desktop/. Letzter Zugriff: 19. 06. 2017.

Wu, W. (2008): Computational river dynamics. Taylor & Francis, London [u.a.], UK.

Wulder, J. H. (1992): The Implementation of a Ship Manoeuvring Model in an Integrated Navigation System. Dissertation an der Technischen Universität Delft. URL: http://resolver.tudelft.nl/uuid:31b5c59f-e48b-4920-afde-0cc30365934a. Letzter Zugriff: 21. 01. 2020.

Young, J., Rowe, F., Brumley, B., Bradley, S. (1998): Trends in acoustic velocity log technology at RD Instruments. In: IEEE (Hrsg.). Proceedings of the 1998 Workshop on Autonomous Underwater Vehicles. Cambridge, MA, USA, S. 89–101.

Zhang, L. (2016): Qualitätssteigerung von Low-Cost-GPS Zeitreihen für Monitoring Applikationen durch zeitlich-räumliche Korrelationsanalyse. Dissertation an der Universität Stuttgart. DGK Reihe C, Heft 776, München.

Zimmermann, R. (2000): Repräsentation dynamischer Schiffsmodelle in einem Navigationssystem für die Binnenschiffahrt. Dissertation an der Universität Stuttgart. Logos-Verlag, Berlin.

A Analyse der gemessenen Geschwindigkeitskomponenten

A.1 Autokorrelationsanalyse

Um die Charaktersitiken der Geschwindigkeits-Prozesse näher bestimmen zu können, werden für die zugehörigen Zeitreihen aus der Fahrt 3 (siehe Tab. 2.2) die Autokorrelationsfunktion bestimmt. Da bei realen Messwerten nie das für weißes Rauschen charakteristische Korrelationsverhalten (Dirac-Impuls) auftritt, werden die hier bestimmten Koeffizienten mit einer an die Korrelationsfunktion angepassten e-Funktion hinterlegt. Diese symbolisiert das für einen Gauss-Markov-Prozess typische Rauschverhältnis. Zusätzlich wird in allen Diagrammen die Konfidenzschranke (vgl. Zhang 2016)

$$B = 2/\sqrt{N} \tag{A.1}$$

für die N Beobachtungen eingezeichnet. Ist ein Koeffizient $|\hat{R}_{XX,k}|$ kleiner als B, ist, bei einer Sicherheitswahrscheinlichkeit von 95%, keine signifikante Unterscheidung von Null mehr möglich (Zhang 2016).

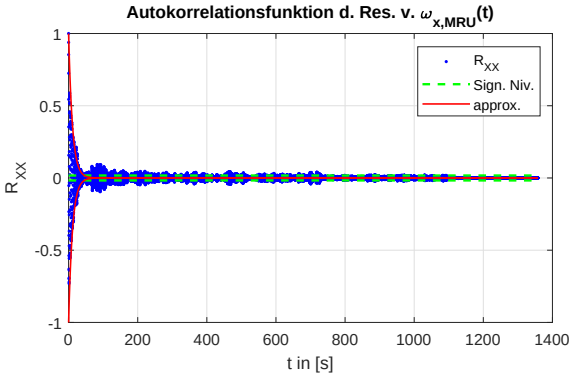


Abb. A.1: Autokorrelationsfunktion $\omega_{x,MRU}$ (ohne determ. Anteil)

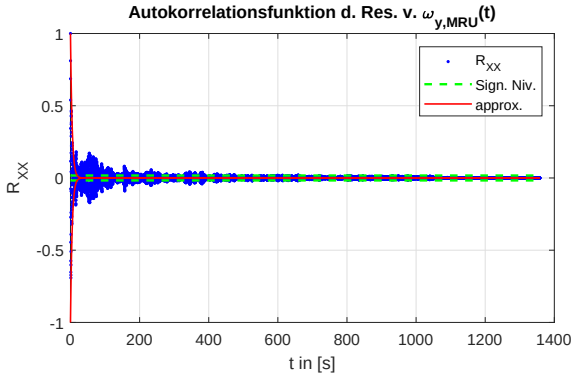


Abb. A.2: Autokorrelationsfunktion $\omega_{y,MRU}$ (ohne determ. Anteil)

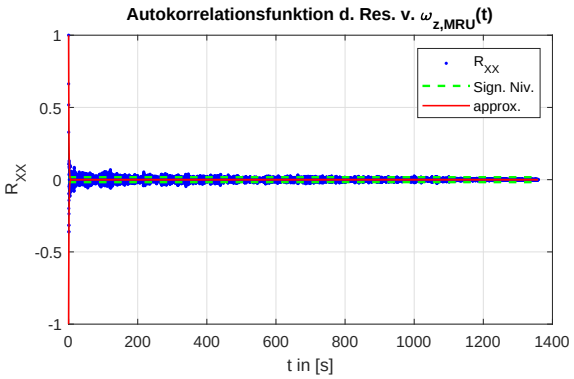


Abb. A.3: Autokorrelationsfunktion $\omega_{z,MRU}$ (ohne determ. Anteil)

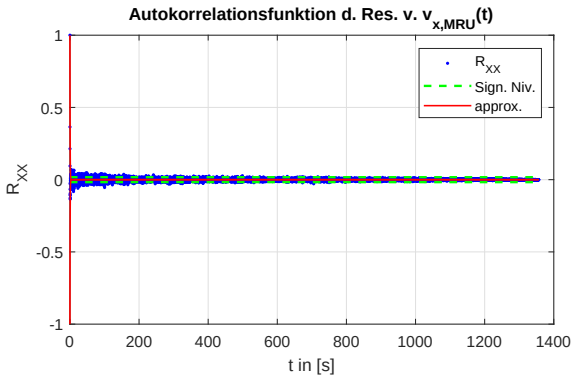


Abb. A.4: Autokorrelationsfunktion $v_{x,MRU}$ (ohne determ. Anteil)

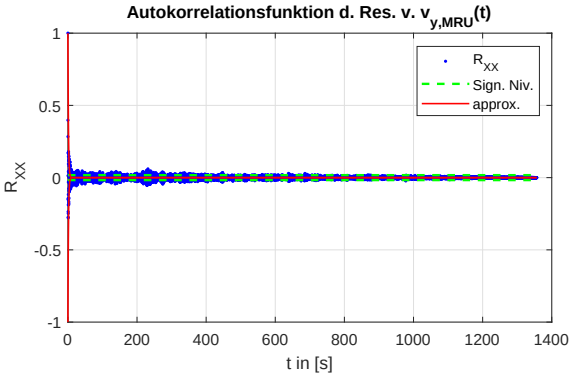


Abb. A.5: Autokorrelationsfunktion $v_{y,MRU}$ (ohne determ. Anteil)

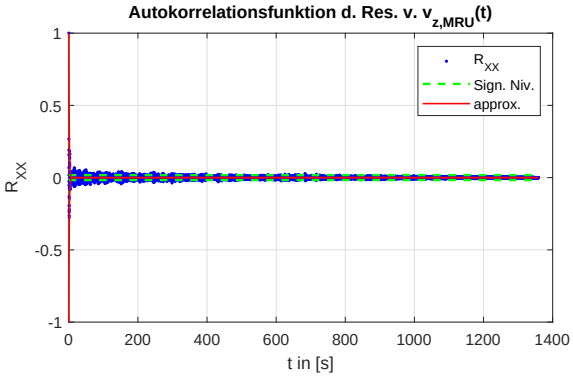


Abb. A.6: Autokorrelationsfunktion $v_{z,MRU}$ (ohne determ. Anteil)

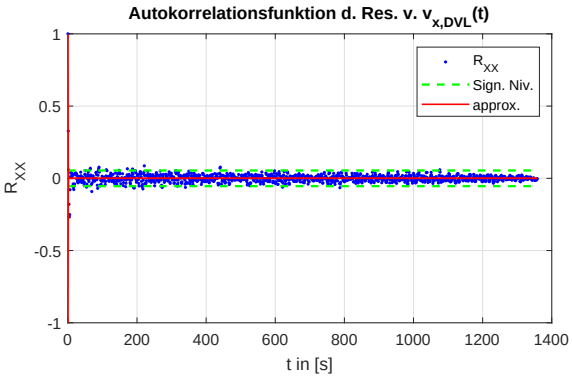


Abb. A.7: Autokorrelationsfunktion $v_{x,DVL}$ (ohne determ. Anteil)

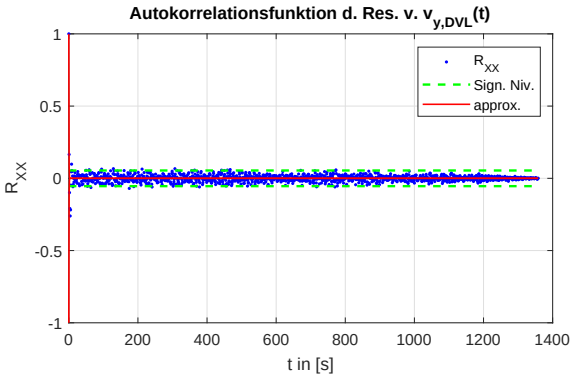


Abb. A.8: Autokorrelationsfunktion $v_{y,DVL}$ (ohne determ. Anteil)

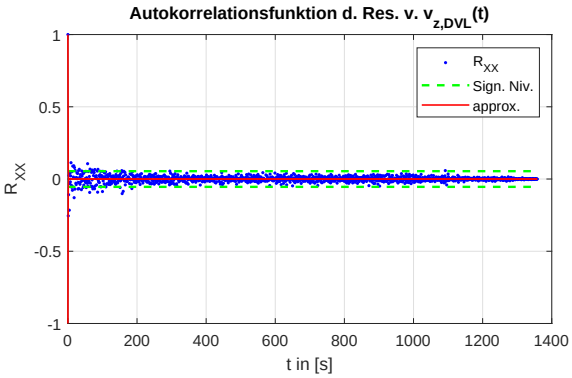


Abb. A.9: Autokorrelationsfunktion $v_{z,DVL}$ (ohne determ. Anteil)

In Abb. 3.20 werden Abb. A.1 - Abb. A.6 ausschnittsweise bis $t = 50$, s angezeigt. Um auch für $v_{x,DVL}$, $v_{y,DVL}$ und $v_{z,DVL}$ ein Vergleich zu ermöglichen, werden dieselben Ausschnitte für diese Messgrößen in Abb. A.10, Abb. A.11 und Abb. A.12 angezeigt. Aufgrund des starken Messrauschens des DVLs ist hier das enthaltene farbige Rauschen, das im Prozess vorliegt, nur schlecht erkennbar.

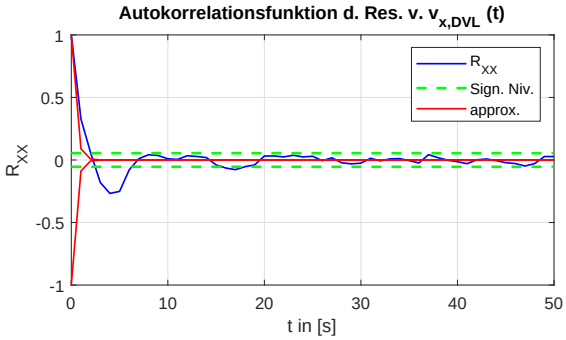


Abb. A.10: Ausschnitt aus der Autokorrelationsfunktion $v_{x,DVL}$ (ohne determ. Anteil)

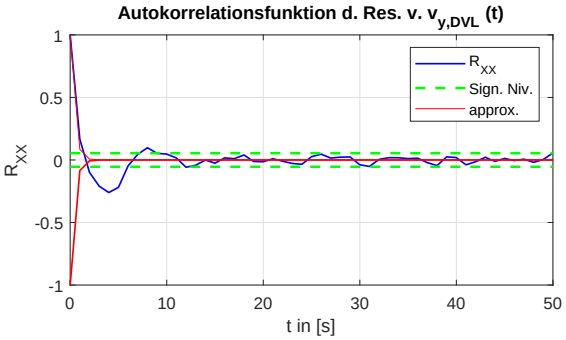


Abb. A.11: Ausschnitt aus der Autokorrelationsfunktion $v_{y,DVL}$ (ohne determ. Anteil)

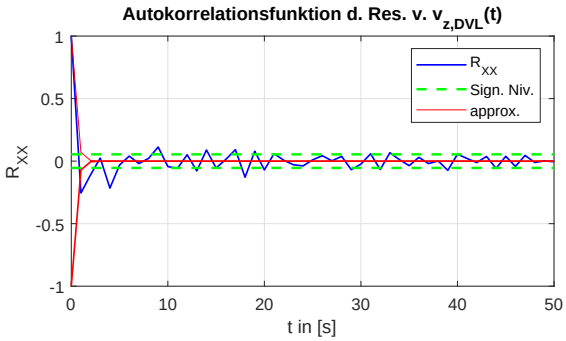
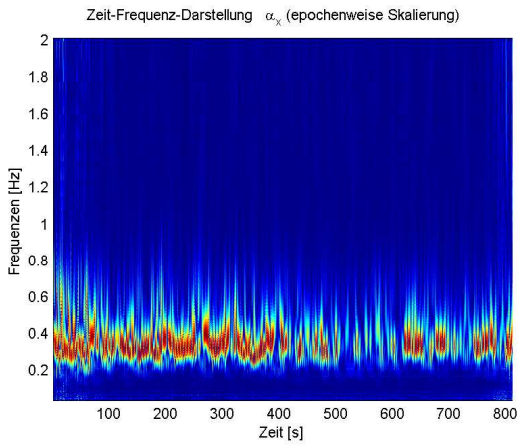


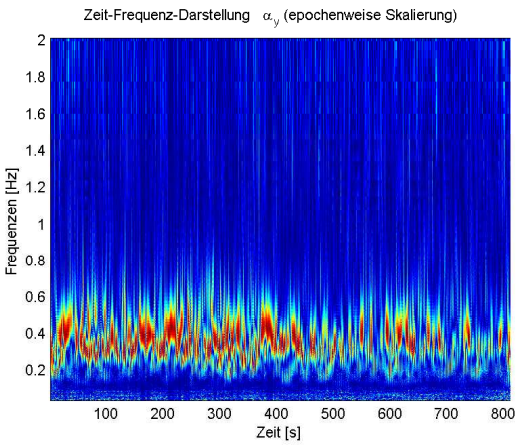
Abb. A.12: Ausschnitt aus der Autokorrelationsfunktion $v_{z,DVL}$ (ohne determ. Anteil)

A.2 Frequenzanalyse für einzelne Fahrtabschnitte

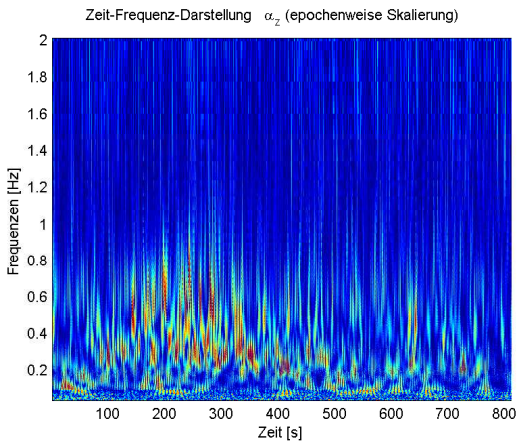
Im folgenden sollen die in den Schwingungen enthaltenen Frequenzen, die während einer Messfahrt in den einzelnen Beschleunigungskomponenten auftreten, betrachtet werden. Dazu wird für jedes im Zuge dieser Arbeit erfasste Fahrtszenario ein Beispiel gezeigt.
Bei allen Diagrammen handelt es sich um Zeit-Frequenz-Diagramme mit einer epochenweisen Skalierung. Diese wurden aus den mittels CWT berechneten Skalogrammen erzeugt.



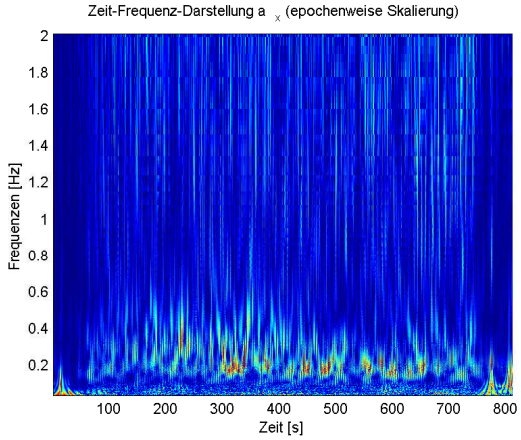
(a) $\dot{\omega}_{x,MRU}$



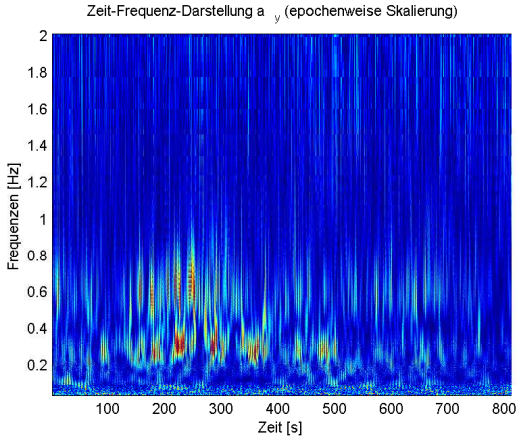
(b) $\dot{\omega}_{y,MRU}$



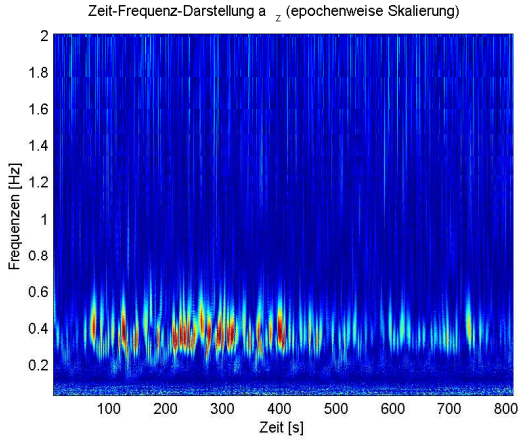
(c) $\dot{\omega}_{z,MRU}$



(d) $a_{x,MRU}$

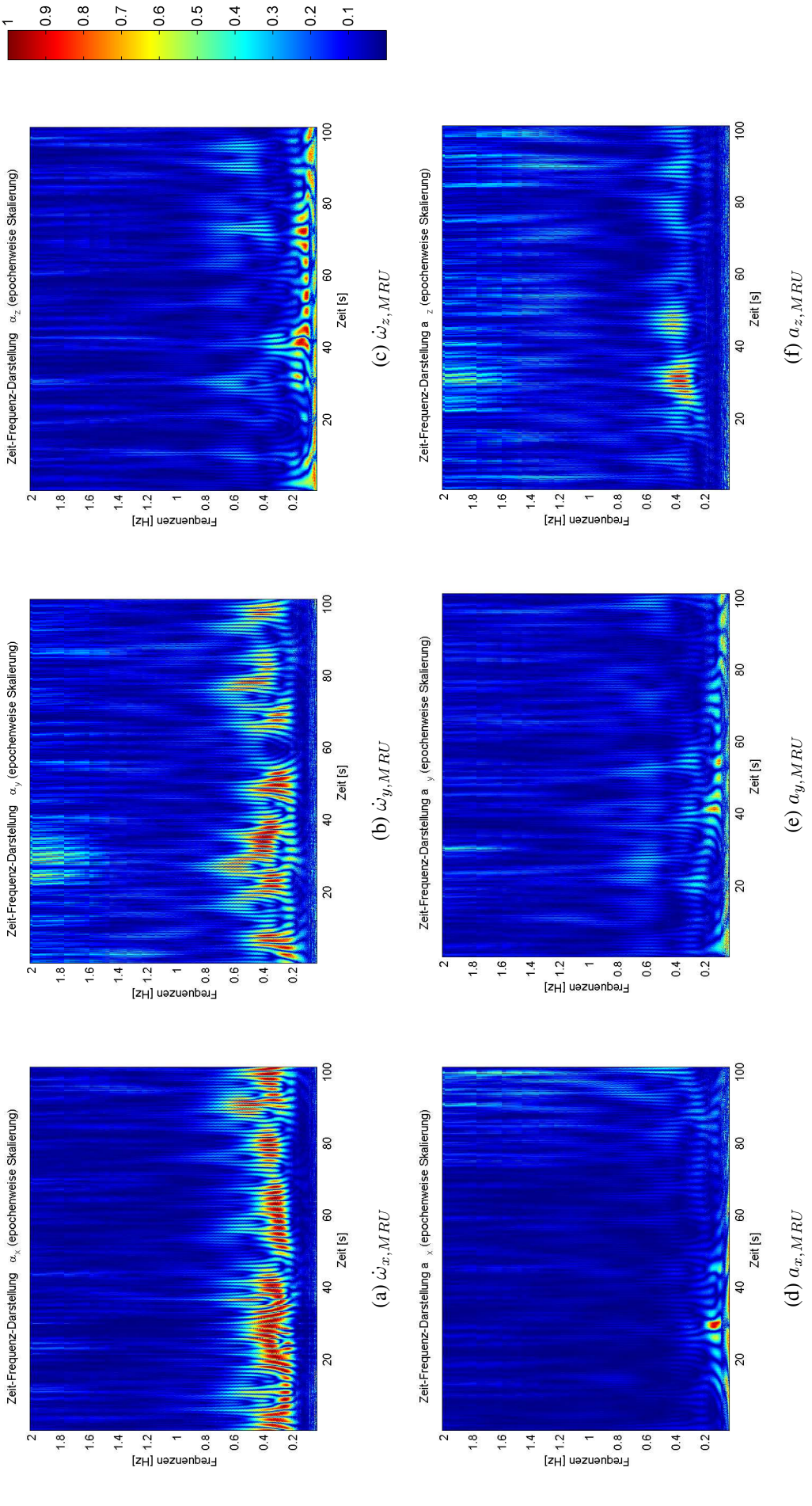


(e) $a_{y,MRU}$



(f) $a_{z,MRU}$

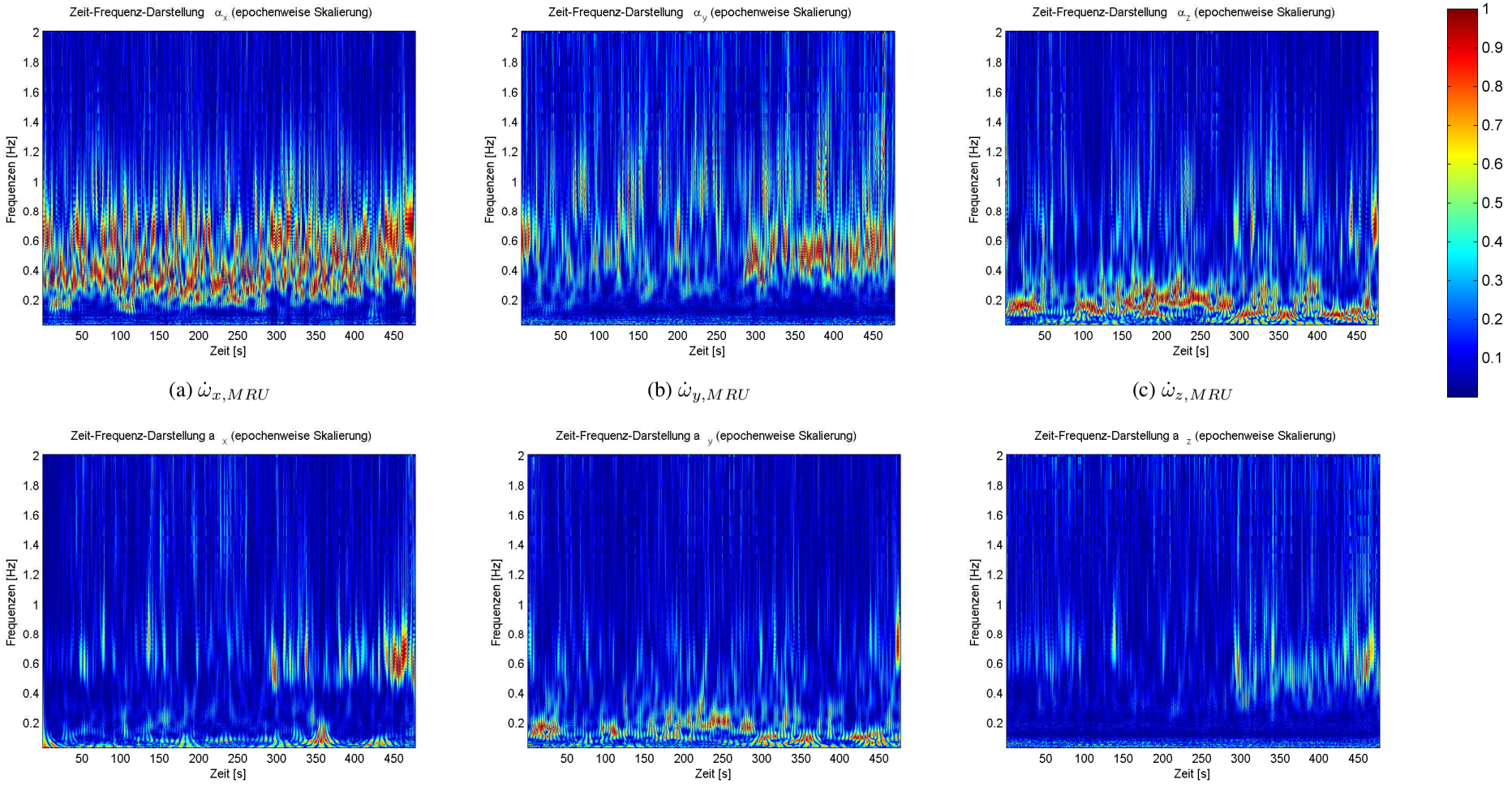
Abb. A.13: Fahrt auf dem Hafenkanal (28.01.2015)



(a) $\dot{\omega}_{x,MRU}$ (b) $\dot{\omega}_{y,MRU}$ (c) $\dot{\omega}_{z,MRU}$

(d) $a_{x,MRU}$ (e) $a_{y,MRU}$ (f) $a_{z,MRU}$

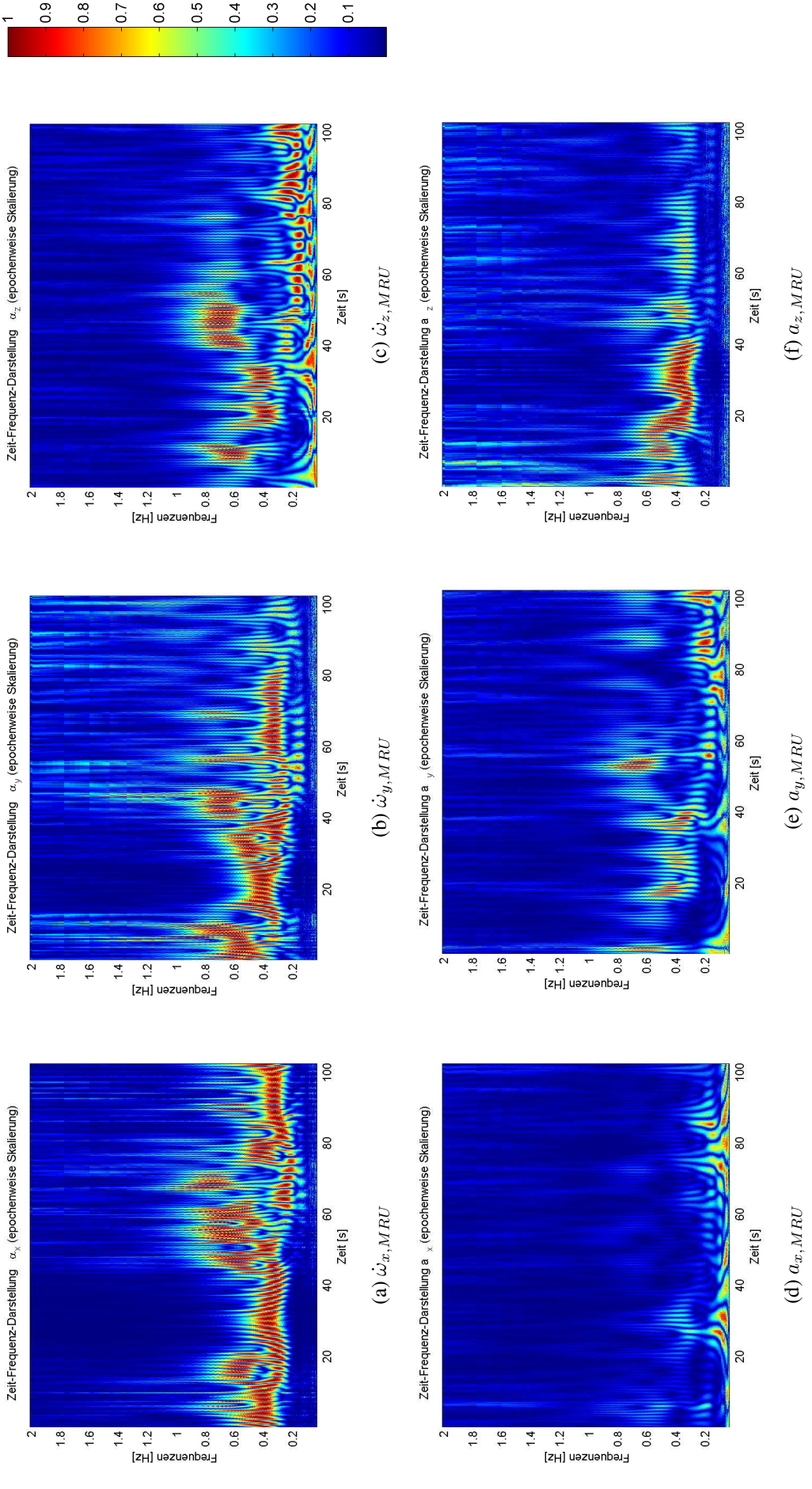
Abb. A.14: Wendemanöver auf dem Hafenkanal (28.01.2015)



(a) $\dot{\omega}_{x,MRU}$ (b) $\dot{\omega}_{y,MRU}$ (c) $\dot{\omega}_{z,MRU}$

(d) $a_{x,MRU}$ (e) $a_{y,MRU}$ (f) $a_{z,MRU}$

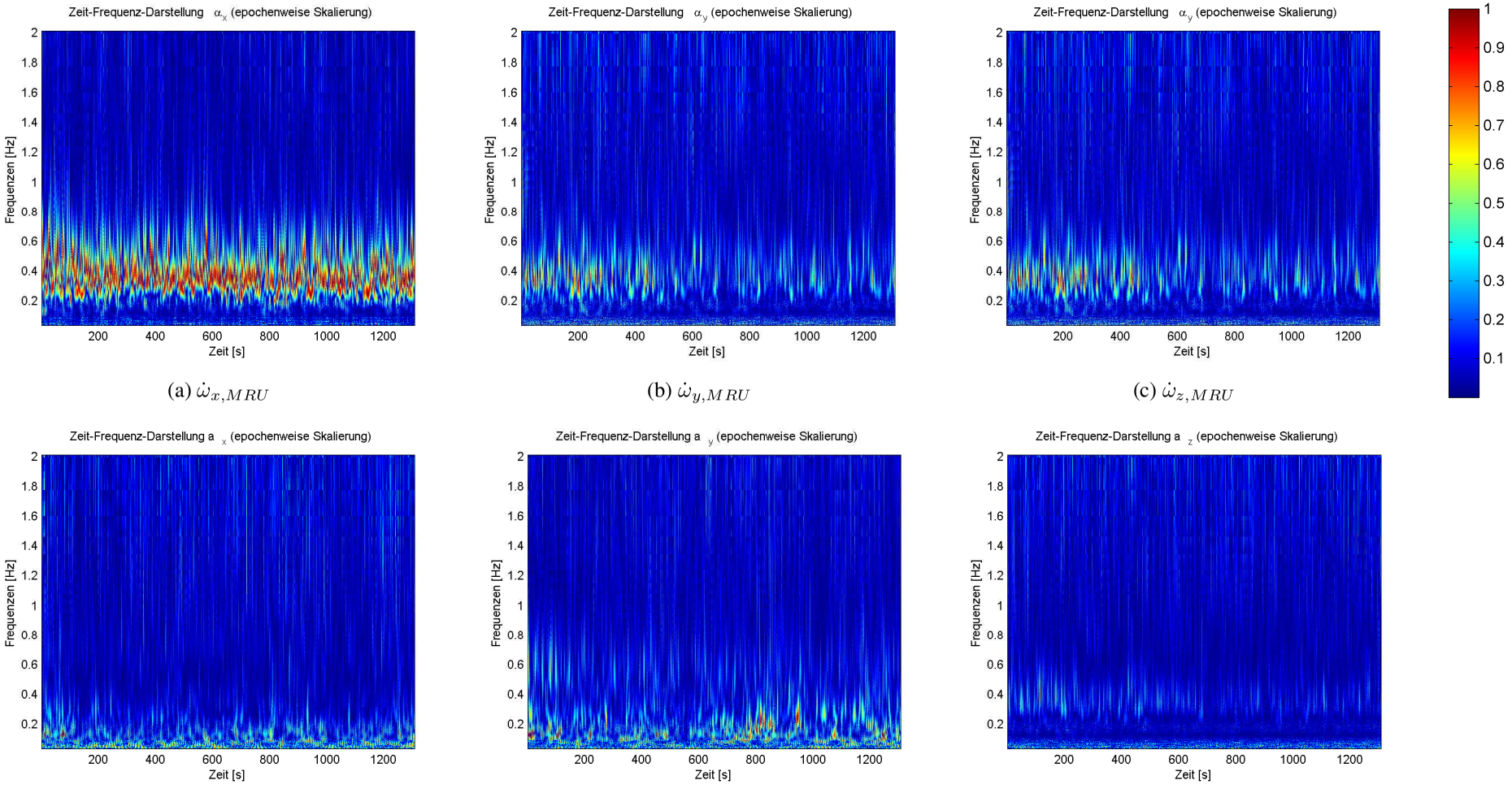
Abb. A.15: Talfahrt auf dem Rhein (23.11.2015)



(a) $\dot{\omega}_{x,MRU}$ (b) $\dot{\omega}_{y,MRU}$ (c) $\dot{\omega}_{z,MRU}$

(d) $a_{x,MRU}$ (e) $a_{y,MRU}$ (f) $a_{z,MRU}$

Abb. A.16: Wendemanöver auf dem Rhein (23.11.2015)



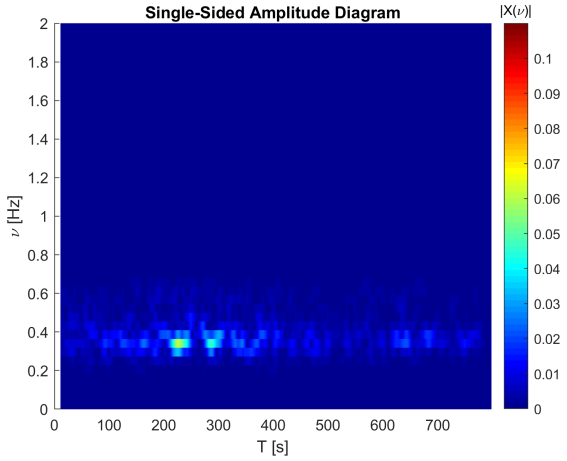
(a) $\dot{\omega}_{x,MRU}$ (b) $\dot{\omega}_{y,MRU}$ (c) $\dot{\omega}_{z,MRU}$

(d) $a_{x,MRU}$ (e) $a_{y,MRU}$ (f) $a_{z,MRU}$

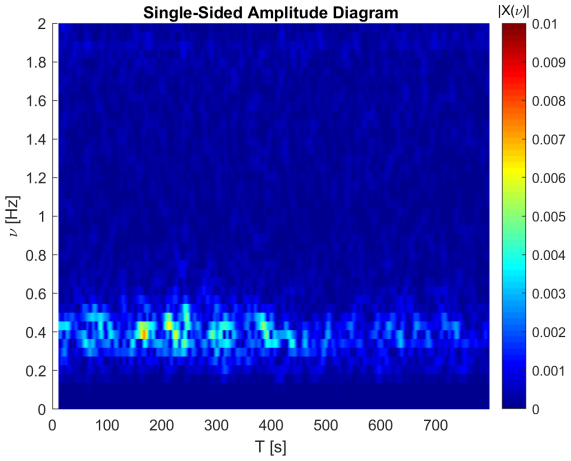
Abb. A.17: Bergfahrt auf dem Rhein (23.11.2015)

A.3 Amplitudendiagramme für einzelne Fahrtabschnitte

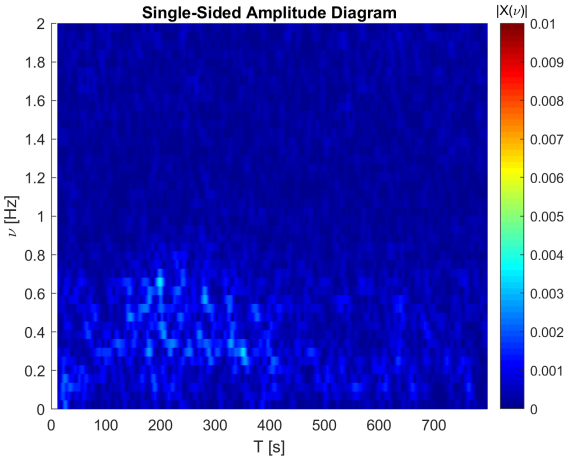
Nachdem in Anhang A.2 die dominierenden Frequenzen für die zyklischen Effekten in den Beschleunigungskomponenten $\Delta\boldsymbol{\omega}_k^{B,N}/\Delta t$ bzw. $\boldsymbol{a}_k^B$ betrachtet werden, können nun anhand der Ergebnisse der STFT auch die dabei auftretenden Amplituden geschätzt werden.



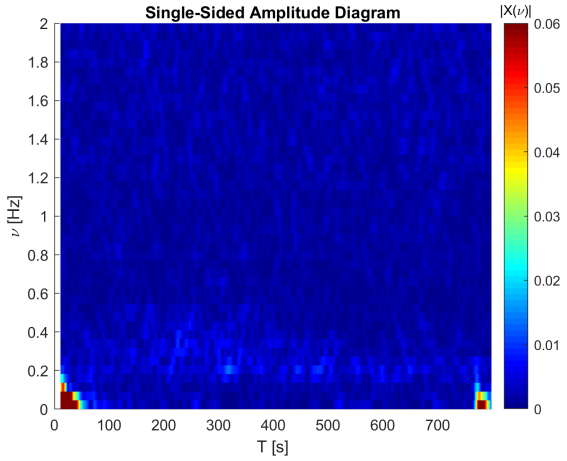
(a) $\dot{\omega}_{x,MRU}$



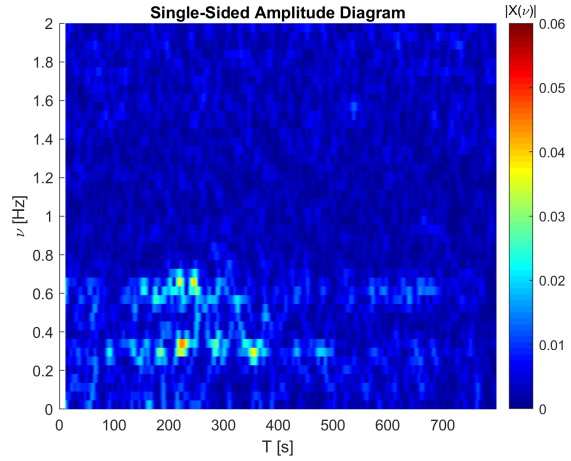
(b) $\dot{\omega}_{y,MRU}$



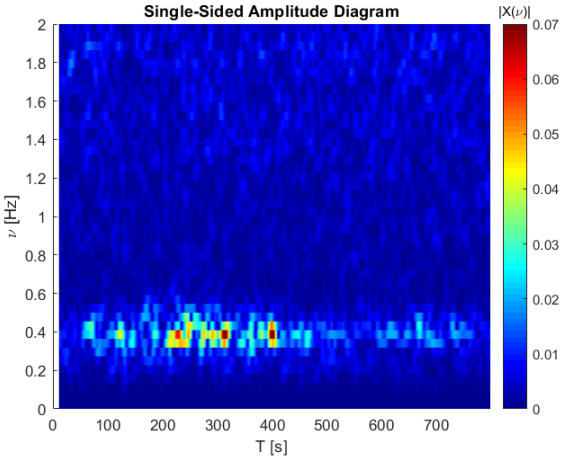
(c) $\dot{\omega}_{z,MRU}$



(d) $a_{x,MRU}$

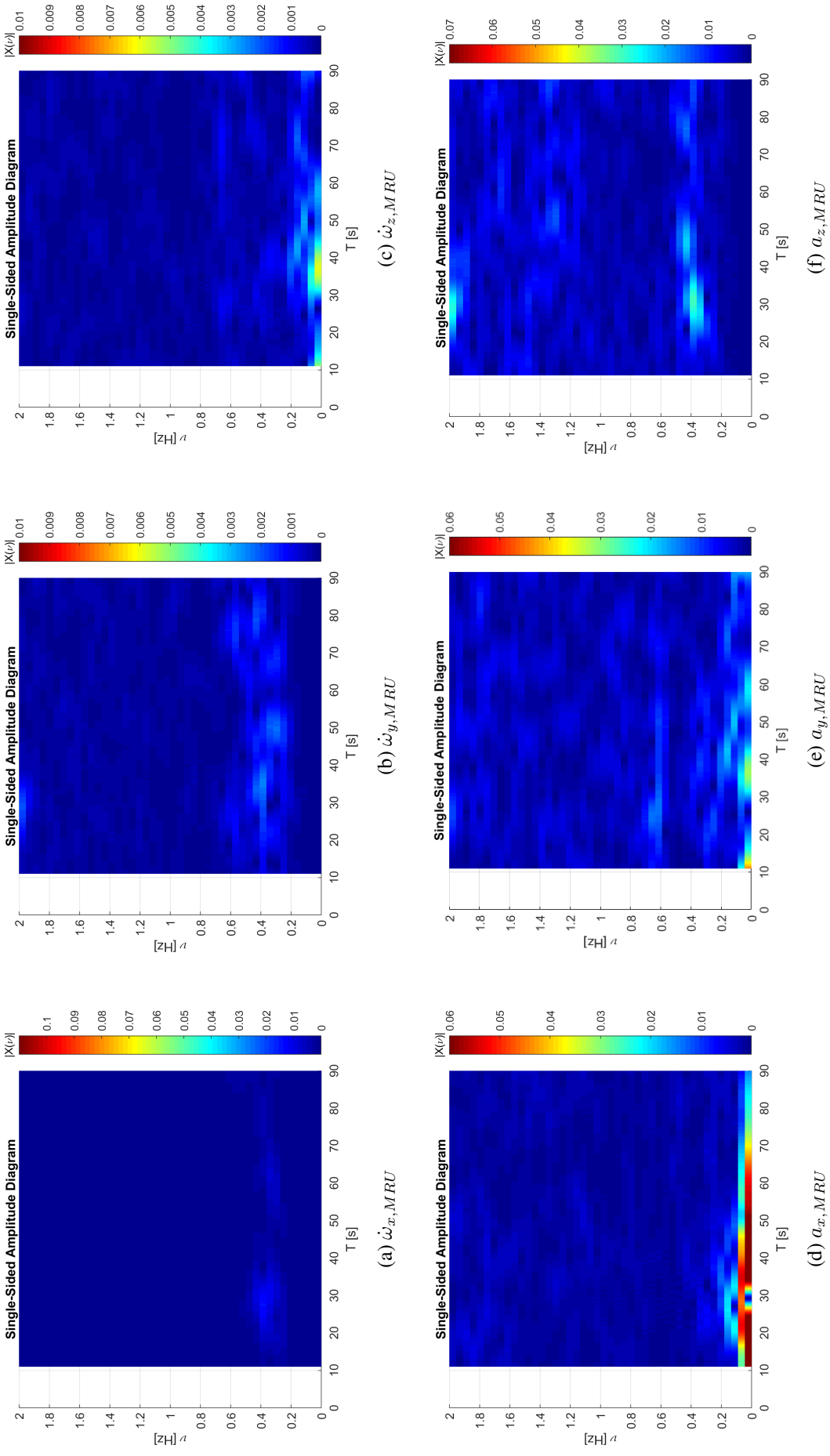


(e) $a_{y,MRU}$



(f) $a_{z,MRU}$

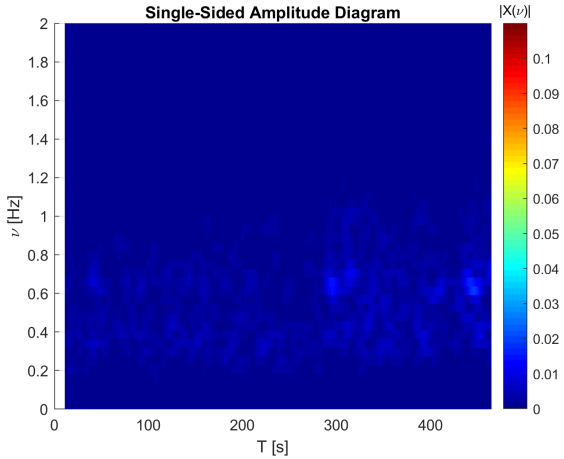
Abb. A.18: Fahrt auf dem Hafenkanal (28.01.2015)



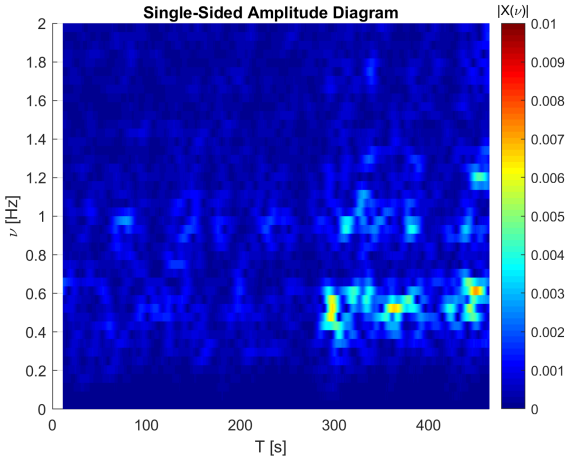
(a) $\dot{\omega}_{x,MRU}$ (b) $\dot{\omega}_{y,MRU}$ (c) $\dot{\omega}_{z,MRU}$

(d) $a_{x,MRU}$ (e) $a_{y,MRU}$ (f) $a_{z,MRU}$

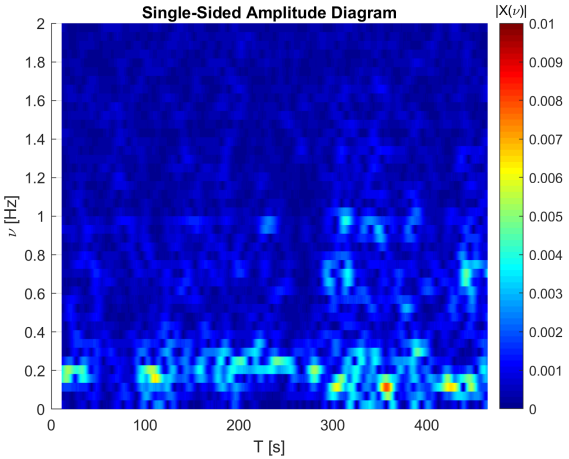
Abb. A.19: Wendemanöver auf dem Hafenkanal (28.01.2015)



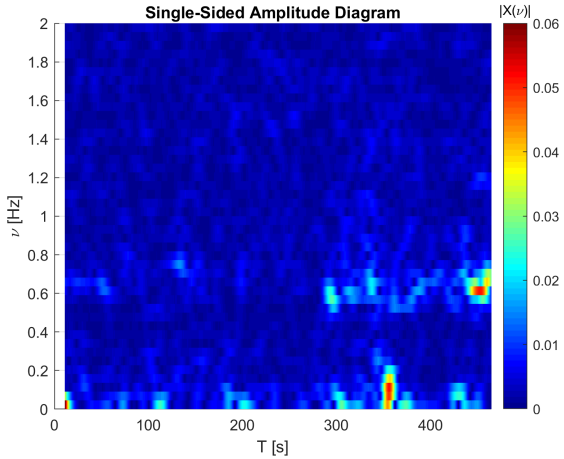
(a) $\dot{\omega}_{x,MRU}$



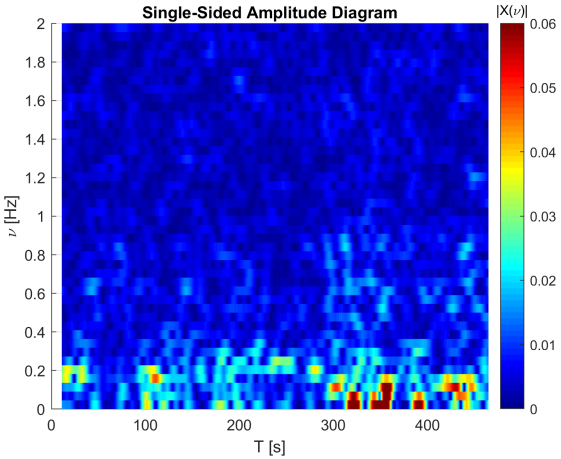
(b) $\dot{\omega}_{y,MRU}$



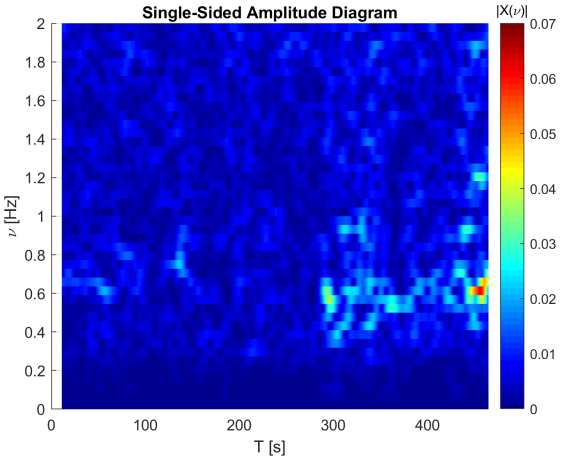
(c) $\dot{\omega}_{z,MRU}$



(d) $a_{x,MRU}$

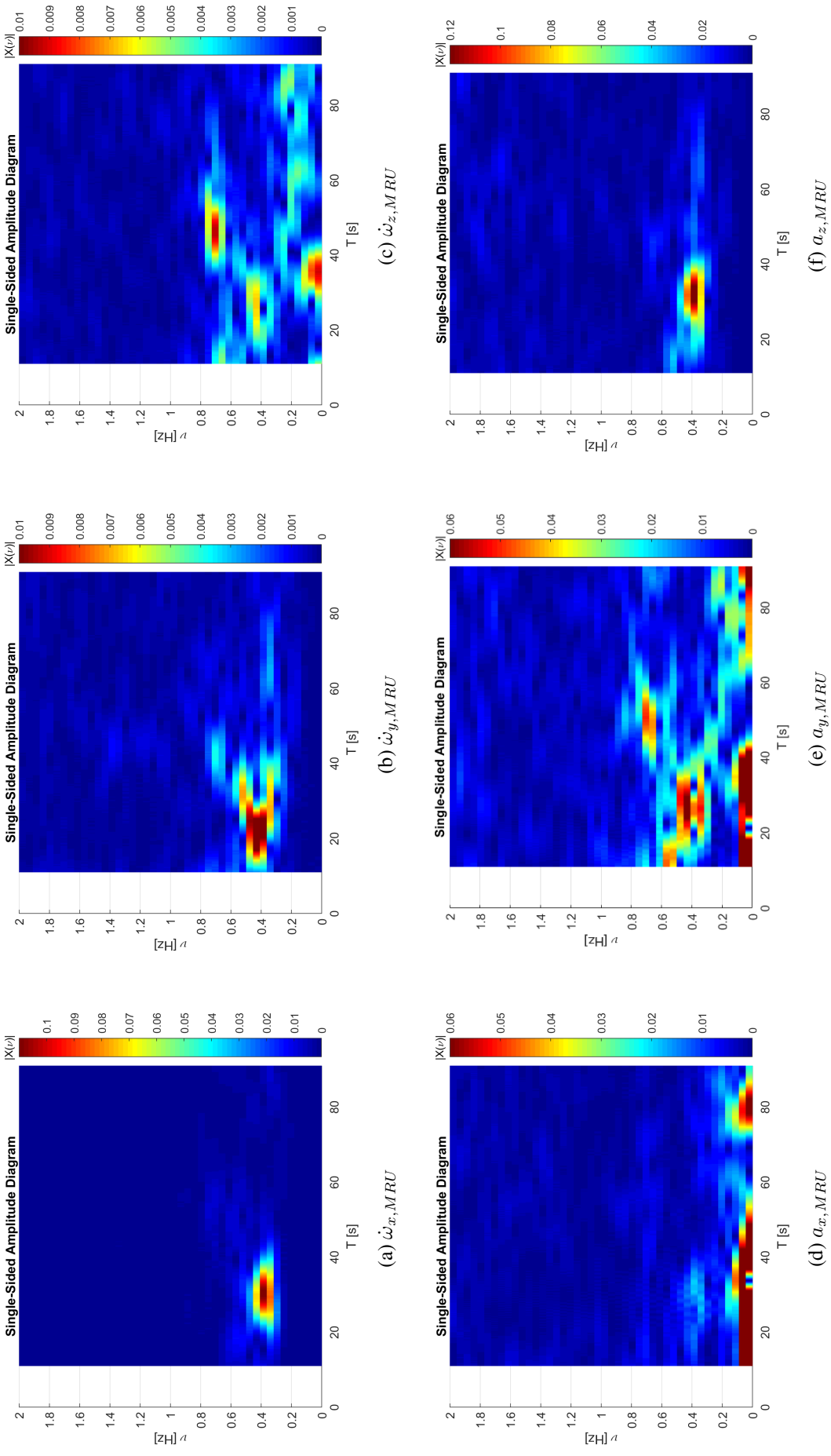


(e) $a_{y,MRU}$



(f) $a_{z,MRU}$

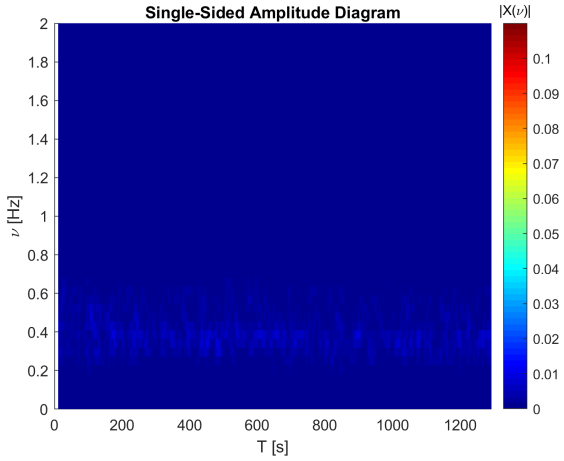
Abb. A.20: Talfahrt auf dem Rhein (23.11.2015)



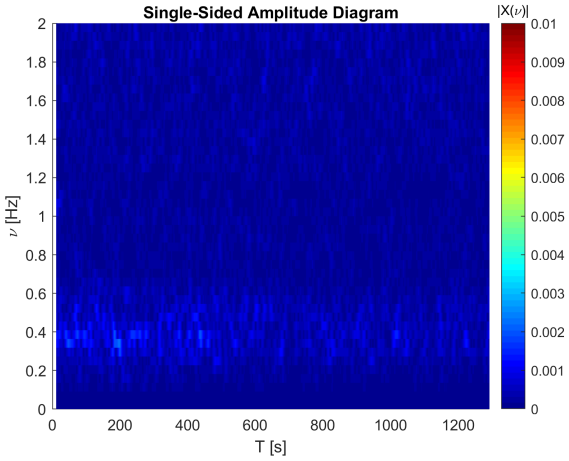
(a) $\dot{\omega}_{x,MRU}$ (b) $\dot{\omega}_{y,MRU}$ (c) $\dot{\omega}_{z,MRU}$

(d) $a_{x,MRU}$ (e) $a_{y,MRU}$ (f) $a_{z,MRU}$

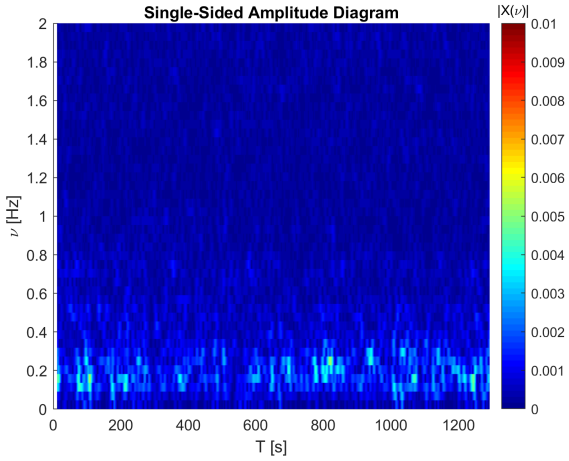
Abb. A.21: Wendemanöver auf dem Rhein (23.11.2015)



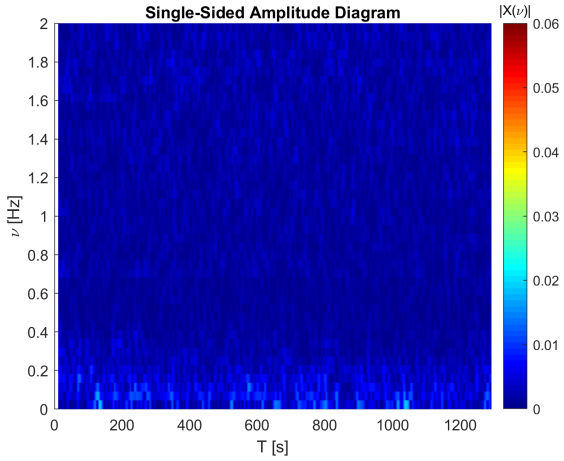
(a) $\dot{\omega}_{x,MRU}$



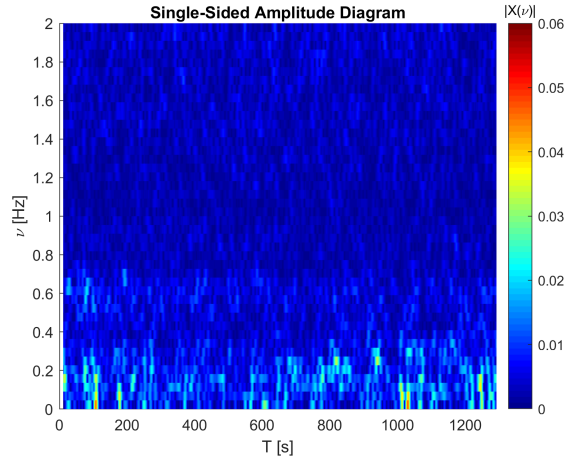
(b) $\dot{\omega}_{y,MRU}$



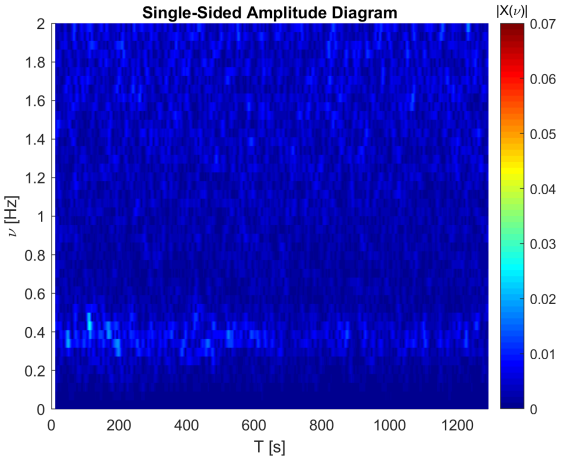
(c) $\dot{\omega}_{z,MRU}$



(d) $a_{x,MRU}$



(e) $a_{y,MRU}$



(f) $a_{z,MRU}$

Abb. A.22: Bergfahrt auf dem Rhein (23.11.2015)

B Herleitung der Beschleungigungskomponenten in der Modellerweiterung DYNAMIK/Antrieb

In (4.87) werden die einzelnen Komponenten des Vektors $\boldsymbol{a}^B = \begin{bmatrix} a_x^B & a_y^B & a_z^B \end{bmatrix}$ durch Substitution mit den einzelnen Parametern Q_{ij} hergeleitet. In diesem Abschnitt wird die Herleitung dieser Gleichungen detailliert angegeben. Durch eine Umformulierung von (4.83) ergibt sich

$$\boldsymbol{a}^B = \frac{\boldsymbol{\Delta v}_{RP}^B}{\Delta t} = \underbrace{\frac{1}{m_{Schiff}} \cdot \boldsymbol{F}_{contr}}_{A} + \underbrace{\frac{1}{\Delta t} \boldsymbol{\Delta \omega}^{B,N} \times \Delta \boldsymbol{p}_{CG}^B}_{B} + \underbrace{\boldsymbol{\omega}^{B,N} \times \left(\boldsymbol{\omega}^{B,N} \times \Delta \boldsymbol{p}_{CG}^B \right)}_{C}, \tag{B.1}$$

mit

$$\Delta \boldsymbol{p}_{CG}^B = \begin{bmatrix} \Delta x_{CG}^B & \Delta y_{CG}^B & \Delta z_{CG}^B \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} (x_{RP}^B - x_{CG}^B) & (y_{RP}^B - y_{CG}^B) & (z_{RP}^B - z_{CG}^B) \end{bmatrix}^T.$$

Werden (4.80) und (4.81) in (B.1) eingesetzt, so ergeben sich die Parameter Q_{ij} für die Unterfunktionen A und B mit

$$\begin{aligned}
Q_{11} &= \left(\tfrac{q_1}{\theta_2} \cdot \Delta z_{CG}^B + \tfrac{q_3}{\theta_3} \cdot \Delta y_{CG}^B + \tfrac{\Delta t}{m_{Schiff}} \right) \cdot \tfrac{m_{Schiff}}{\Delta t}, \\
Q_{12} &= \left(\tfrac{q_2}{\theta_2} \cdot \Delta z_{CG}^B + \tfrac{q_4}{\theta_3} \cdot \Delta y_{CG}^B + \tfrac{\Delta t}{m_{Schiff}} \right) \cdot \tfrac{m_{Schiff}}{\Delta t}, \\
Q_{13} &= -\tfrac{q_5}{\theta_3} \cdot \Delta y_{CG}^B \cdot \tfrac{m_{Schiff}}{\Delta t}, \\
Q_{14} &= -\tfrac{q_6}{\theta_3} \cdot \Delta y_{CG}^B \cdot \tfrac{m_{Schiff}}{\Delta t}, \\
Q_{21} &= -\tfrac{q_3}{\theta_3} \cdot \Delta x_{CG}^B \cdot \tfrac{m_{Schiff}}{\Delta t}, \\
Q_{22} &= -\tfrac{q_4}{\theta_3} \cdot \Delta x_{CG}^B \cdot \tfrac{m_{Schiff}}{\Delta t}, \\
Q_{23} &= \left(\tfrac{q_5}{\theta_3} \cdot \Delta x_{CG}^B + \tfrac{q_1}{\theta_1} \cdot \Delta z_{CG}^B + \tfrac{\Delta t}{m_{Schiff}} \right) \cdot \tfrac{m_{Schiff}}{\Delta t}, \\
Q_{24} &= \left(\tfrac{q_6}{\theta_3} \cdot \Delta x_{CG}^B + \tfrac{q_2}{\theta_1} \cdot \Delta z_{CG}^B + \tfrac{\Delta t}{m_{Schiff}} \right) \cdot \tfrac{m_{Schiff}}{\Delta t}, \\
Q_{31} &= -\tfrac{q_1}{\theta_2} \cdot \Delta x_{CG}^B \cdot \tfrac{m_{Schiff}}{\Delta t}, \\
Q_{32} &= -\tfrac{q_2}{\theta_2} \cdot \Delta x_{CG}^B \cdot \tfrac{m_{Schiff}}{\Delta t}, \\
Q_{33} &= -\tfrac{q_1}{\theta_1} \cdot \Delta y_{CG}^B \cdot \tfrac{m_{Schiff}}{\Delta t}, \\
Q_{34} &= -\tfrac{q_2}{\theta_1} \cdot \Delta y_{CG}^B \cdot \tfrac{m_{Schiff}}{\Delta t}.
\end{aligned}$$

Die enthaltenen Parameter q_p (mit $p = 1, \ldots, 6$) werden in (4.76) definiert und treten in Kombination mit den Hauptdiagonalelementen θ_1, θ_2 und θ_3 des Trägheitstensors $\boldsymbol{\Theta}^{CG}$ auf. Durch die Zusammenführung der Unterfunktionen A und B in Abhängigkeit von $\boldsymbol{V}_{contr}$ und der Beibehaltung von Unterfunktion C ergibt sich somit (4.87).

C Stochastisches Modell des erweiterten Systemmodells

In Kap. 4.3.2.1 werden verschiedene Erweiterungen des Grundmodells nach Breitenfeld et al. (2015) aufgeführt. An dieser Stelle wird das zugehörige stochastische Modell aufgestellt.

In das stochastische Modell zur Bestimmung der Kovarianzmatrix $\Sigma_{\hat{x}\hat{x},k+1}$ (4.27) geht über $\Sigma_{dd,k+1}$ die Kovarianzmatrix der prädizierten Zustandsgrößen $\Sigma_{\bar{x}\bar{x},k+1}$ mit ein. An dieser Stelle werde die einzelnen Komponenten, die dabei zum Einsatz kommen, betrachtet.

C.1 Transitionsmatrix

Für die Transitionsmatrix $\mathbf{T}_{k,k+1}$ gilt

$$\mathbf{T}_{k,k+1} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \bar{\boldsymbol{\omega}}_{k+1}}{\partial \hat{\boldsymbol{\omega}}_k} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \frac{\partial \bar{\boldsymbol{v}}_{k+1}}{\partial \hat{\boldsymbol{\omega}}_k} & \frac{\partial \bar{\boldsymbol{v}}_{k+1}}{\partial \hat{\boldsymbol{v}}_k} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \frac{\partial \bar{\boldsymbol{\Theta}}_{k+1}}{\partial \hat{\boldsymbol{\omega}}_k} & \mathbf{0} & \frac{\partial \bar{\boldsymbol{\Theta}}_{k+1}}{\partial \hat{\boldsymbol{\Theta}}_k} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \frac{\partial \bar{\boldsymbol{p}}_{k+1}}{\partial \hat{\boldsymbol{v}}_k} & \frac{\partial \bar{\boldsymbol{p}}_{k+1}}{\partial \hat{\boldsymbol{\Theta}}_k} & \frac{\partial \bar{\boldsymbol{p}}_{k+1}}{\partial \hat{\boldsymbol{p}}_k} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \frac{\partial \bar{\Delta H}_{WL,k+1}}{\partial \hat{\Delta H}_{WL,k}} \end{bmatrix} \tag{C.1}$$

mit

$$\frac{\partial \bar{\boldsymbol{\omega}}_{k+1}}{\partial \hat{\boldsymbol{\omega}}_k} = \mathbf{I}_{3\times 3} \qquad \frac{\partial \bar{\boldsymbol{v}}_{k+1}}{\partial \hat{\boldsymbol{v}}_k} = \mathbf{I}_{3\times 3} \qquad \frac{\partial \bar{\boldsymbol{p}}_{k+1}}{\partial \hat{\boldsymbol{p}}_k} = \mathbf{I}_{3\times 3} \qquad \frac{\partial \bar{\Delta H}_{WL,k+1}}{\partial \hat{\Delta H}_{WL,k}} = 1.$$

Für $\frac{\partial \bar{\boldsymbol{v}}_{k+1}}{\partial \hat{\boldsymbol{\omega}}_k}$ muss unterschieden werden, ob das Modell nach (4.95) bzw. nach (4.62) (Fall I) oder nach (4.97) (Fall II) definiert ist, wodurch

$$\frac{\partial \bar{\boldsymbol{v}}_{k+1}}{\partial \hat{\boldsymbol{\omega}}_k} = \mathbf{0}_{3\times 3} \quad \text{oder}$$

$$\frac{\partial \bar{\boldsymbol{v}}_{k+1}}{\partial \hat{\boldsymbol{\omega}}_k} = \begin{bmatrix} \hat{\omega}_{y,k}\Delta y_{CG} + \hat{\omega}_{z,k}\Delta z_{CG} & -2\hat{\omega}_{y,k}\Delta x_{CG} + \hat{\omega}_{x,k}\Delta y_{CG} & -2\hat{\omega}_{z,k}\Delta x_{CG} + \hat{\omega}_{x,k}\Delta z_{CG} \\ \hat{\omega}_{y,k}\Delta x_{CG} - 2\hat{\omega}_{x,k}\Delta y_{CG} & \hat{\omega}_{z,k}\Delta z_{CG} + \hat{\omega}_{x,k}\Delta x_{CG} & -2\hat{\omega}_{z,k}\Delta y_{CG} + \hat{\omega}_{y,k}\Delta z_{CG} \\ \hat{\omega}_{z,k}\Delta x_{CG} - 2\hat{\omega}_{x}\Delta z_{CG} & \hat{\omega}_{z,k}\Delta y_{CG} - 2\hat{\omega}_{y,k}\Delta z_{CG} & \hat{\omega}_{x,k}\Delta x_{CG} + \hat{\omega}_{y,k}\Delta z_{CG} \end{bmatrix}$$

eingesetzt wird. Für die weiteren partiellen Ableitungen gilt

$$\frac{\partial \bar{\boldsymbol{\Theta}}_{k+1}}{\partial \hat{\boldsymbol{\omega}}_k} = \boldsymbol{\Omega}^{e/LL,LL}\Delta t,$$

$$\frac{\partial \bar{\boldsymbol{\Theta}}_{k+1}}{\partial \hat{\boldsymbol{\Theta}}_k} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \bar{\boldsymbol{\Theta}}_{k+1}}{\partial \hat{\phi}_k} & \frac{\partial \bar{\boldsymbol{\Theta}}_{k+1}}{\partial \hat{\theta}_k} & \frac{\partial \bar{\boldsymbol{\Theta}}_{k+1}}{\partial \hat{\psi}_k} \end{bmatrix},$$

$$\frac{\partial \bar{\boldsymbol{p}}_{k+1}}{\partial \hat{\boldsymbol{v}}_k} = \mathbf{R}_z\left(\hat{\psi}_k - c\right)\mathbf{R}_y\left(\hat{\theta}_k\right)\mathbf{R}_x\left(\hat{\phi}_k\right)\Delta t,$$

$$\frac{\partial \bar{\boldsymbol{p}}_{k+1}}{\partial \hat{\boldsymbol{\Theta}}_k} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_z\left(\hat{\psi}_k - c\right)\mathbf{R}_y\left(\hat{\theta}_k\right)\frac{\partial \mathbf{R}_x\left(\bar{\phi}_{k+1}\right)}{\partial \hat{\phi}_k}\hat{\boldsymbol{v}}_k\Delta t \\ \mathbf{R}_z\left(\hat{\psi}_k - c\right)\frac{\partial \mathbf{R}_y\left(\bar{\theta}_{k+1}\right)}{\partial \hat{\theta}_k}\mathbf{R}_x\left(\hat{\phi}_k\right)\hat{\boldsymbol{v}}_k\Delta t \\ \frac{\partial \mathbf{R}_z\left(\bar{\psi}_{k+1}-c\right)}{\partial \hat{\psi}_k}\mathbf{R}_y\left(\hat{\theta}_k\right)\mathbf{R}_x\left(\hat{\phi}_k\right)\hat{\boldsymbol{v}}_k\Delta t \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$$

mit

$$\frac{\partial \bar{\boldsymbol{\Theta}}_{k+1}}{\partial \hat{\phi}_k} = \begin{bmatrix} 1+\cos(\hat{\phi}_k)\cdot\tan(\hat{\theta}_k)\cdot\hat{\omega}_{y,k}\cdot dt - \sin(\hat{\phi}_k)\cdot\tan(\hat{\theta}_k)\cdot\hat{\omega}_{z,k}\cdot\Delta t \\ -\sin\left(\hat{\phi}_k\right)\cdot\hat{\omega}_{y,k}\cdot\Delta t - \cos\left(\hat{\phi}_k\right)\cdot\hat{\omega}_{z,k}\cdot\Delta dt \\ \frac{\cos(\hat{\phi}_k)\cdot\hat{\omega}_{y,k}\cdot\Delta t - \sin(\hat{\phi}_k)\cdot\hat{\omega}_{z,k}\cdot\Delta t}{\cos(\hat{\theta}_k)} \end{bmatrix},$$

$$\frac{\partial \bar{\boldsymbol{\Theta}}_{k+1}}{\partial \hat{\theta}_k} = \begin{bmatrix} \frac{\sin(\hat{\phi}_k)\cdot\hat{\omega}_{y,k}\cdot\delta t + \cos(\hat{\phi}_k)\cdot\hat{\omega}_{z,k}\cdot\Delta t}{\cos(\hat{\theta}_k)^2} \\ 1 \\ \frac{\sin(\hat{\phi}_k)\cdot\hat{\omega}_{y,k}\cdot\Delta t\cdot\sin(\hat{\theta}_k) + \cos(\hat{\phi}_k)\cdot\hat{\omega}_{z,k}\cdot\Delta t\cdot\sin(\hat{\theta}_k)}{\cos(\hat{\theta}_k)^2} \end{bmatrix},$$

$$\frac{\partial \bar{\boldsymbol{\Theta}}_{k+1}}{\partial \hat{\psi}_k} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

C.2 Stellgrößenmatrix

Das Modell in (4.113) kann mit dem vereinfachten Stellgrößenvektor

$$\boldsymbol{u}_k^{\mathrm{T}} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\delta}_k^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{n}_k^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{a}_{str,k}^{\mathrm{T}} & \dot{\omega}_{zyk,x,k} & \dot{\omega}_{zyk,y,k} & g_{\omega,z,k} & g_{v,x,k} & g_{v,y,k} & a_{zykl,z,k} \end{bmatrix}$$

ausgedrückt werden. Für eine Vereinfachung der Darstellung wird eine Substitution mit

$$\boldsymbol{a}_{\omega,(zykl,g),k} = \begin{bmatrix} \dot{\omega}_{zyk,x,k} & \dot{\omega}_{zyk,y,k} & g_{\omega,z,k} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}},$$
$$\boldsymbol{a}_{v,(zykl,g),k} = \begin{bmatrix} g_{v,x,k} & g_{v,y,k} & a_{zykl,z,k} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}},$$

vorgenommen. Durch Linearisierung ergibt sich damit die Stellgrößenmatrix $\mathbf{B}_{k,k+1}$,

$$\mathbf{B}_{k,k+1} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \bar{\boldsymbol{\omega}}_{k+1}}{\partial \boldsymbol{\delta}_k} & \frac{\partial \bar{\boldsymbol{\omega}}_{k+1}}{\partial \boldsymbol{n}_k} & \mathbf{0} & \frac{\partial \bar{\boldsymbol{\omega}}_{k+1}}{\partial \boldsymbol{a}_{\omega,(zykl,g),k}} & \mathbf{0} \\ \frac{\partial \bar{\boldsymbol{v}}_{k+1}}{\partial \delta_k} & \frac{\partial \bar{\boldsymbol{v}}_{k+1}}{\partial \mathbf{n}_k} & \frac{\partial \bar{\boldsymbol{v}}_{k+1}}{\partial \boldsymbol{a}_{str,k}} & \mathbf{0} & \frac{\partial \bar{\boldsymbol{v}}_{k+1}}{\partial \boldsymbol{a}_{v,(zykl,g),k}} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{C.2}$$

mit

$$\frac{\partial \bar{\boldsymbol{\omega}}_{k+1}}{\partial \boldsymbol{a}_{\omega,(zykl,g),k}} = \Delta t \cdot \mathbf{I}, \qquad \frac{\partial \bar{\boldsymbol{v}}_{k+1}}{\partial \boldsymbol{a}_{v,(zykl,g),k}} = \Delta t \cdot \mathbf{I}.$$

Aus $\boldsymbol{a}_{contr} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dot{\omega}_{z,contr} & a_{x,contr} & a_{y_c contr} & 0 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$ folgt

$$\frac{\partial \bar{\boldsymbol{\omega}}_{k+1}}{\partial \delta_k} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{\partial \dot{\boldsymbol{\omega}}_{z,contr}}{\partial \delta_{1,k}} & \frac{\partial \dot{\boldsymbol{\omega}}_{z,contr}}{\partial \delta_{2,k}} \end{bmatrix}, \qquad \frac{\partial \bar{\boldsymbol{\omega}}_{k+1}}{\partial \boldsymbol{n}_k} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{\partial \dot{\boldsymbol{\omega}}_{z,contr}}{\partial n_{1,k}} & \frac{\partial \dot{\boldsymbol{\omega}}_{z,contr}}{\partial n_{2,k}} \end{bmatrix},$$

$$\frac{\partial \bar{\boldsymbol{v}}_{k+1}}{\partial \boldsymbol{\delta}_k} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \boldsymbol{a}_{x,contr}}{\partial \delta_{1,k}} & \frac{\partial \boldsymbol{a}_{x,contr}}{\partial \delta_{2,k}} \\ \frac{\partial \boldsymbol{a}_{y,contr}}{\partial \delta_{1,k}} & \frac{\partial \boldsymbol{a}_{y,contr}}{\partial \delta_{2,k}} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{und} \quad \frac{\partial \bar{\boldsymbol{v}}_{k+1}}{\partial \boldsymbol{n}_k} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \boldsymbol{a}_{x,contr}}{\partial n_{1,k}} & \frac{\partial \boldsymbol{a}_{x,contr}}{\partial n_{2,k}} \\ \frac{\partial \boldsymbol{a}_{y,contr}}{\partial n_{1,k}} & \frac{\partial \boldsymbol{a}_{y,contr}}{\partial n_{2,k}} \\ 0 & 0 \end{bmatrix},$$

wobei für alle $\frac{\partial \boldsymbol{a}_{contr}}{\partial \delta_{k,i}}$ und $\frac{\partial \boldsymbol{a}_{contr}}{\partial n_{k,i}}$,

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \boldsymbol{a}_{contr}}{\partial \delta_{1,k}} &= \frac{1}{T_{1,h}} \cdot \Delta t \cdot e^{\frac{-t^*}{T_{1,h}}} \left(K_{h3} \cos \delta_{1,k} - K_{h1} \sin \delta_{1,k}\right) \cdot \left(\tilde{c}_1^* n_{1,k}^2 + \tilde{c}_2^* n_{1,k} + \tilde{c}_3^*\right) \\
\frac{\partial \boldsymbol{a}_{contr}}{\partial n_{1,k}} &= \frac{1}{T_{1,h}} \cdot \Delta t \cdot e^{\frac{-t^*}{T_{1,h}}} \left(K_{h1} \cos \delta_{1,k} + K_{h3} \sin \delta_{1,k}\right) \cdot \left(\tilde{c}_2^* + 2\tilde{c}_1^* n_{1,k}\right), \\
\frac{\partial \boldsymbol{a}_{contr}}{\partial \delta_{k,2}} &= \frac{1}{T_{1,h}} \cdot \Delta t \cdot e^{\frac{-t^*}{T_{1,h}}} \left(K_{h4} \cos \delta_{2,k} - K_{h2} \sin \delta_{2,k}\right) \cdot \left(\tilde{c}_1^* n_{2,k}^2 + \tilde{c}_2^* n_{2,k} + \tilde{c}_3^*\right) \\
\frac{\partial \boldsymbol{a}_{contr}}{\partial n_{2,i}} &= \frac{1}{T_{1,h}} \cdot \Delta t \cdot e^{\frac{-t^*}{T_{1,h}}} \left(K_{h2} \cos \delta_{2,k} + K_{h4} \sin \delta_{2,k}\right) \cdot \left(\tilde{c}_2^* + 2\tilde{c}_1^* n_{2,k}\right),
\end{aligned}$$

eingesetzt wird. Weiterhin ist

$$\frac{\partial \bar{\boldsymbol{v}}_{k+1}}{\partial \boldsymbol{a}_{str,k}} = \begin{bmatrix} \Delta t & \Delta t & 0 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}.$$

Um den einzelnen Komponenten in $\boldsymbol{a}_{zyk,k}$ und $\boldsymbol{g}_k(\tau)$ ein korrektes $\sigma^2_{\boldsymbol{a},rk,k}$ bzw. $\sigma^2_{\boldsymbol{g},k}$ in der Kovarianzmatrix der Stellgrößen $\Sigma_{uu,k}$ zuweisen zu können, werden diese Werte mittels Kovarianzfortpflanzung gebildet.

$\sigma^2_{\boldsymbol{a},zyk,k}$ wird mit

$$\sigma^2_{\boldsymbol{a},zyk,k} = \left(\frac{\partial \boldsymbol{a}_{zyk}}{\partial A_{0,k}}\right)^2 \cdot \sigma^2_{A0,k} + \left(\frac{\partial \boldsymbol{a}_{zyk}}{\partial A_{1,k}}\right)^2 \cdot \sigma^2_{A1,k} + \left(\frac{\partial \boldsymbol{a}_{zyk}}{\partial f_{1,k}}\right)^2 \cdot \sigma^2_{f1,k} + \left(\frac{\partial \boldsymbol{a}_{zyk}}{\partial \Delta\varphi_{1,k}}\right)^2 \cdot \sigma^2_{\Delta\varphi,k} \tag{C.3}$$

gebildet. $\sigma^2_{A0,k}, \sigma^2_{A1,k}, \sigma^2_{f,k1}$ und $\sigma^2_{\Delta\varphi,k}$ können der Kovarianzmatrix der ausgeglichenen Parameter $\boldsymbol{\Sigma}_{\hat{p}\hat{p}}$ (siehe (4.110)) entnommen werden. Da es sich hierbei um eine gewichtete Ausgleichung nach dem Gauss-Markov-Modell handelt, werden die Varianzen der Beschleunigungen als Gewichte miteingeführt. Diese wiederum können aus den Varianzen der Stellgrößen $\hat{\boldsymbol{x}}_l$ mit $l = k - s, \ldots, k$ berechnet werden.

Für die Berechnung von $\sigma^2_{\boldsymbol{g},k}$ werden Informationen aus den vorangehenden r Epochen benötigt.

$$\sigma^2_{\boldsymbol{g},k} = \sigma^2_{\delta_1} \cdot \sum_{\tau=1}^{r} \left(\frac{\partial \boldsymbol{g}_k(\tau)}{\partial \delta_{1,k-\tau}}\right)^2 + \sigma^2_{n_1} \cdot \sum_{\tau=1}^{r} \left(\frac{\partial \boldsymbol{g}_k(\tau)}{\partial n_{1,k-\tau}}\right)^2 + \sigma^2_{\delta_2} \cdot \sum_{\tau=1}^{r} \left(\frac{\partial \boldsymbol{g}_k(\tau)}{\partial \delta_{2,k-\tau}}\right)^2 + \sigma^2_{n_2} \cdot \sum_{\tau=1}^{r} \left(\frac{\partial \boldsymbol{g}_k(\tau)}{\partial n_{2,k-\tau}}\right)^2 \tag{C.4}$$

Unter Verwendung von einer Substitution für (4.81),

$$\begin{aligned}
q_{i,x,k} &= V_{contr,i,x,k} \\
q_{i,y,k} &= V_{contr,i,y,k},
\end{aligned}$$

und $h = \omega_z, v_x, v_y$ ergeben sich für $i = SB, BB$ die jeweiligen partiellen Ableitungen

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial \boldsymbol{g}_{h,k}}{\partial n_{i,k-1}} \\ \frac{\partial \boldsymbol{g}_{h,k}}{\partial n_{i,k-2}} \\ \vdots \\ \frac{\partial \boldsymbol{g}_{h,k}}{\partial n_{i,k-r}} \end{bmatrix} = \operatorname{diag}\left(\begin{bmatrix} e^{-\frac{t_2^*}{T_{1,h}}} - e^{-\frac{t_1^*}{T_{1,h}}} \\ e^{-\frac{t_3^*}{T_{1,h}}} - e^{-\frac{t_2^*}{T_{1,h}}} \\ \vdots \\ e^{-\frac{t_r^*}{T_{1,h}}} - e^{-\frac{t_{r-1}^*}{T_{1,h}}} \end{bmatrix}\right) \cdot \begin{bmatrix} \frac{\partial q_{SB,x,k-1}}{\partial n_{i,k-1}} & \frac{\partial q_{BB,x,k-1}}{\partial n_{i,k-1}} & \frac{\partial q_{SB,y,k-1}}{\partial n_{i,k-1}} & \frac{\partial q_{BB,y,k-1}}{\partial n_{i,k-1}} \\ \frac{\partial q_{SB,x,k-2}}{\partial n_{i,k-2}} & \frac{\partial q_{BB,x,k-2}}{\partial n_{i,k-2}} & \frac{\partial q_{SB,y,k-2}}{\partial n_{i,k-2}} & \frac{\partial q_{BB,y,k-2}}{\partial n_{i,k-2}} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial q_{SB,x,k-r}}{\partial n_{i,k-r}} & \frac{\partial q_{BB,x,k-r}}{\partial n_{i,k-r}} & \frac{\partial q_{SB,y,k-r}}{\partial n_{i,k-r}} & \frac{\partial q_{BB,y,k-r}}{\partial n_{i,k-r}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} K_{h1} \\ K_{h,2} \\ K_{h,3} \\ K_{h,4} \end{bmatrix} \frac{\Delta t}{T_{1,h}} \tag{C.5}$$

und

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial \boldsymbol{g}_{h,k}}{\partial \delta_{i,k-1}} \\ \frac{\partial \boldsymbol{g}_{h,k}}{\partial \delta_{i,k-2}} \\ \vdots \\ \frac{\partial \boldsymbol{g}_{h,k}}{\partial \delta_{i,k-r}} \end{bmatrix} = \operatorname{diag} \left(\begin{bmatrix} e^{-\frac{t_2^*}{T_{1,h}}} - e^{-\frac{t_1^*}{T_{1,h}}} \\ e^{-\frac{t_3^*}{T_{1,h}}} - e^{-\frac{t_2^*}{T_{1,h}}} \\ \vdots \\ e^{-\frac{t_r^*}{T_{1,h}}} - e^{-\frac{t_{r-1}^*}{T_{1,h}}} \end{bmatrix} \right) \cdot \begin{bmatrix} \frac{\partial q_{SB,x,k-1}}{\partial \delta_{i,k-1}} & \frac{\partial q_{BB,x,k-1}}{\partial \delta_{i,k-1}} & \frac{\partial q_{SB,y,k-1}}{\partial \delta_{i,k-1}} & \frac{\partial q_{BB,y,k-1}}{\partial \delta_{i,k-1}} \\ \frac{\partial q_{SB,x,k-2}}{\partial \delta_{i,k-2}} & \frac{\partial q_{BB,x,k-2}}{\partial \delta_{i,k-2}} & \frac{\partial q_{SB,y,k-2}}{\partial \delta_{i,k-2}} & \frac{\partial q_{BB,y,k-2}}{\partial \delta_{i,k-2}} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial q_{SB,x,k-r}}{\partial \delta_{i,k-r}} & \frac{\partial q_{BB,x,k-r}}{\partial \delta_{i,k-r}} & \frac{\partial q_{SB,y,k-r}}{\partial \delta_{i,k-r}} & \frac{\partial q_{BB,y,k-r}}{\partial \delta_{i,k-r}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} K_{h1} \\ K_{h,2} \\ K_{h,3} \\ K_{h,4} \end{bmatrix} \frac{\Delta t}{T_{1,h}} \tag{C.6}$$

C.3 Störgrößenmatrix

Um die Störgrößenmatrix $\mathbf{C}_{k,k+1}$ zu bilden, wird der funktionale Zusammenhang für die implizit gestörten Zustandsgrößen

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\omega}_w^{B,N} &= \boldsymbol{\omega}^{B,N} + \begin{bmatrix} \dot{\omega}_{x,k}^{B,N} & \dot{\omega}_{y,k}^{B,N} & \dot{\omega}_{z,k}^{B,N} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \cdot \Delta t \\ \boldsymbol{v}_w^B &= \boldsymbol{v}^B + \begin{bmatrix} a_{x,k}^B & a_{y,k}^B & a_{z,k}^B \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \cdot \Delta t \\ \Delta H_{WL,w} &= \Delta H_{WL} + \Delta\Delta H_{WL} \end{aligned} \tag{C.7}$$

anstelle der ungestörten Zustandsgrößen aus $\boldsymbol{\omega}, \boldsymbol{v}$ und ΔH_{WL} in die Systemgleichungen eingeführt werden. Dieser Schritt wird lediglich zur Herleitung von $\mathbf{C}_{k,k+1}$ durchgeführt und nicht im eigentlichen Prädiktionsmodell berücksichtigt.
Die Störgrößenmatrix $\mathbf{C}_{k,k+1}$ kann nun nach (4.18) gebildet werden.

$$\begin{aligned} \mathbf{C}_{k,k+1} = & \begin{bmatrix} \frac{\partial \bar{x}_{k+1}}{\partial \dot{\omega}_{x,k}^{B,N}} & \frac{\partial \bar{x}_{k+1}}{\partial \dot{\omega}_{y,k}^{B,N}} & \frac{\partial \bar{x}_{k+1}}{\partial \dot{\omega}_{z,k}^{B,N}} & \frac{\partial \bar{x}_{k+1}}{\partial a_{w,x}} & \frac{\partial \bar{x}_{k+1}}{\partial a_{w,y}} & \frac{\partial \bar{x}_{k+1}}{\partial a_{w,z}} & \frac{\partial \bar{x}_{k+1}}{\partial a_{w,y}} & \frac{\partial \bar{x}_{k+1}}{\partial \Delta\Delta H_{WL}} \end{bmatrix} \\ = & \begin{bmatrix} \frac{\partial \bar{\boldsymbol{\omega}}_{k+1}}{\partial \hat{\boldsymbol{\omega}}_k} \Delta t & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \frac{\partial \bar{\boldsymbol{v}}_{k+1}}{\partial \hat{\boldsymbol{\omega}}_k} \Delta t & \frac{\partial \bar{\boldsymbol{v}}_{k+1}}{\partial \hat{\boldsymbol{v}}_k} \Delta t & \mathbf{0} \\ \frac{1}{2} \frac{\partial \bar{\boldsymbol{\Theta}}_{k+1}}{\partial \hat{\boldsymbol{\omega}}_k} \Delta t & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \frac{1}{2} \frac{\partial \bar{\boldsymbol{p}}_{k+1}}{\partial \hat{\boldsymbol{v}}_k} \Delta t & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & 1 \end{bmatrix} \cdot \end{aligned} \tag{C.8}$$

Die einzelnen partiellen Ableitungen sind identisch wie in C.1.

D Genauigkeitsangaben (Evaluierung)

Die in $\mathbf{\Sigma}_{ll}$ und $\mathbf{\Sigma}_{uu}$ berücksichtigten Genauigkeiten (Varianzen σ_i^2) der Mess- und Stellgrößen hängen stets vom erfassenden Sensor ab. Oft werden vom Sensorhersteller entsprechende Informationen bereitgestellt. Allerdings kann es aufgrund von externen Einflüssen (z. B. Abschattungen, Vibrationen, etc.) zu einer Veränderung der angegebenen Genauigkeitswerte kommen. Bei der Evaluiering in Kap. 5.3 wurden die Varianzen für die in Tab. D.1 angegebenen Werten berechnet. Zu diesem Zweck werden alle Angaben als Standardabweichungen σ_i eingeführt.

Tab. D.1: Verwendete Standardabweichungen

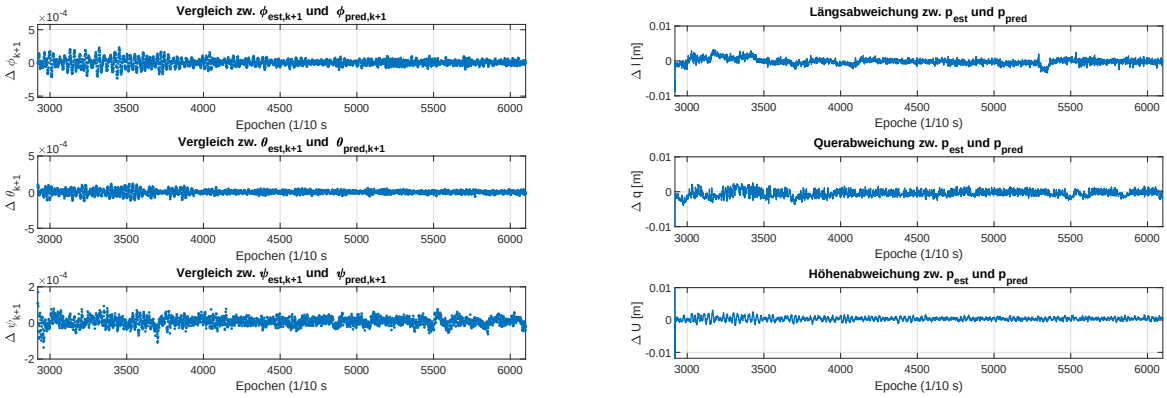
Mess-größe		MRU	DVL	GNSS 1	GNSS 2	GNSS 3	Abgriff. (SB) (Steuer.)	Abgriff. (BB) (Steuer.)
ω_x	[°/s]	0,01						
ω_y	[°/s]	0,01						
ω_z	[°/s]	0,04						
v_x	[m/s]	0,03	0,1					
v_y	[m/s]	0,03	0,1					
v_z	[m/s]	0,03	0,1					
SOG	[m/s]			0,05	0,05	0,05		
COG	[°]			1	1	1		
ϕ	[°]	0,01						
θ	[°]	0,01						
ψ	[°]	0,04						
E	[m]			0,02	0,02	0,02		
N	[m]			0,02	0,02	0,02		
U	[m]			0,03	0,03	0,03		
n	[Umdr./s]						5	5
δ	[°]						5	5
$v_{x,str}$	[m/s]		1					
$v_{y,str}$	[m/s]		1					
$v_{z,str}$	[m/s]		1					

Für die dem flusshydrologischen Modell entnommene Wasserspiegellage wird eine Genauigkeit von 0,1 m angenommen.

E Evaluierungsergebnisse für die untersuchten Modelle

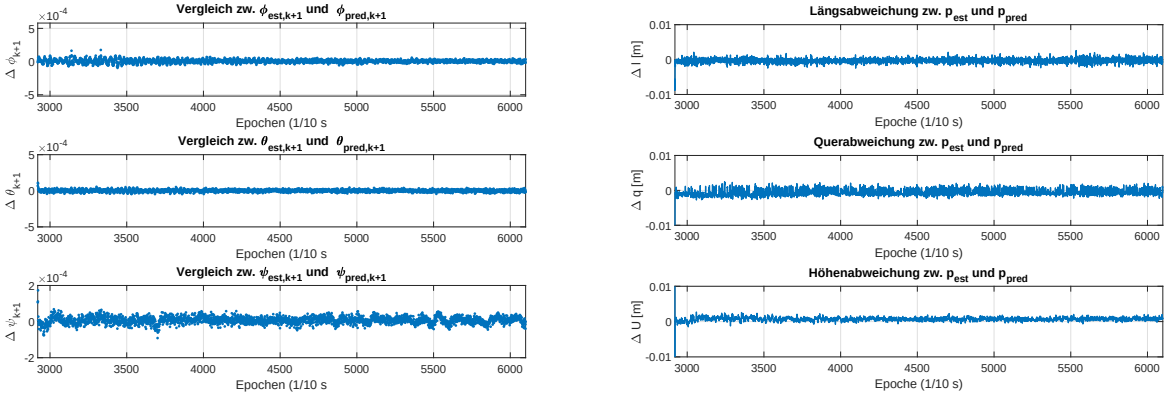
Zur Prädiktion der Geschwindigkeitskomponenten werden in dieser Arbeit unterschiedliche Modellierungsansätze innerhalb des Systemmodells verwendet. In Kap. 5.3 werden die Evaluierungsergebnisse hauptsächlich in quantitativer Form angegeben. Zur Verdeutlichung der Ergebnisse in Kap. 5.4 werden an dieser Stelle die Abweichungen zwischen den geschätzten Zustandsgrößen $\hat{\phi}_{k+1}, \hat{\theta}_{k+1}, \hat{\psi}_{k+1}$ und $\hat{U}_{k+1}$ und den zugehörigen prädizierten Zustandsgrößen graphisch dargestellt. Außerdem werden aus den prädizierten Lagekoordinaten $\hat{E}_{k+1}$ und $\hat{N}_{k+1}$ die Längs- und die Querabweichungen zu den zugehörigen prädizierten Koordinaten $\bar{E}_{k+1}$ und $\bar{N}_{k+1}$ bestimmt.

Szenario 1



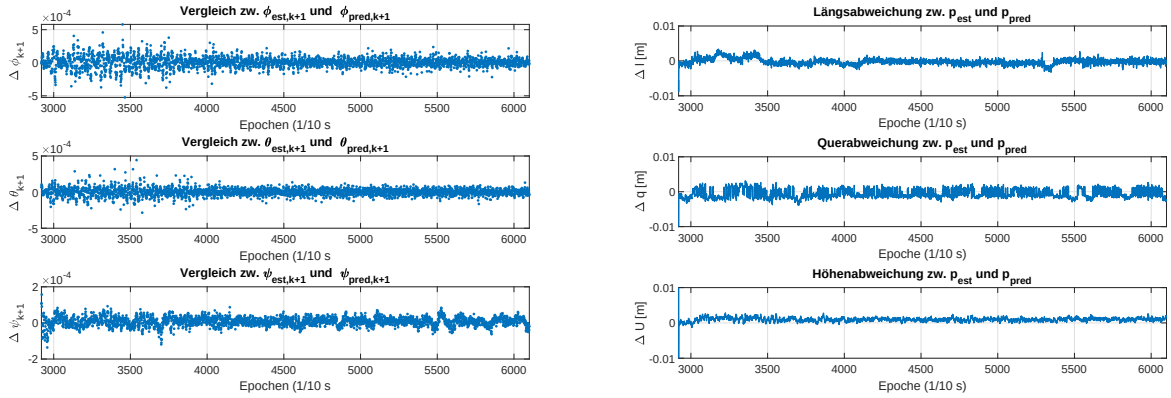
(a) $\Delta\boldsymbol{\Theta}_{k+1}$ (b) $\Delta l, \Delta q, \Delta h$

Abb. E.1: Abweichungen bei Verwendung des Grundmodells



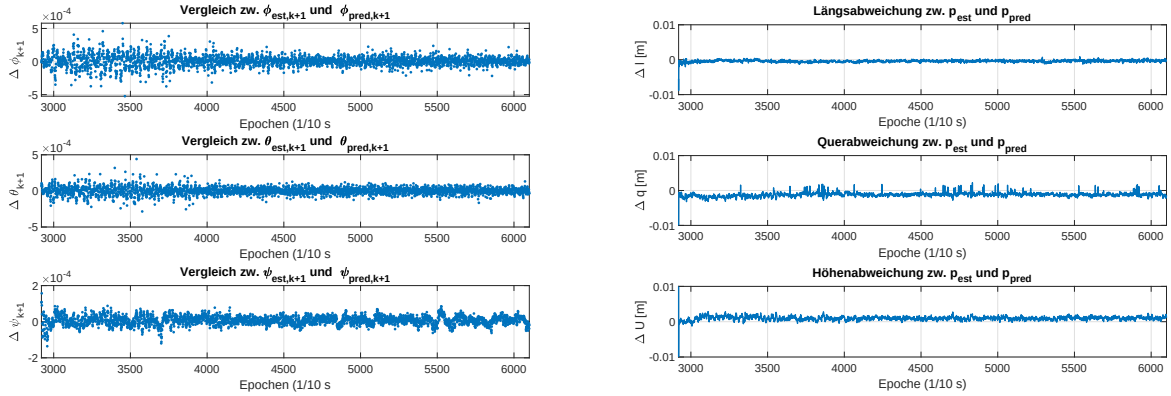
(a) $\Delta\boldsymbol{\Theta}_{k+1}$ (b) $\Delta l, \Delta q, \Delta h$

Abb. E.2: Abweichungen bei Verwendung des Grundmodells mit der Modellerweiterung KINEMATIK



(a) $\Delta\boldsymbol{\Theta}_{k+1}$ (b) $\Delta l, \Delta q, \Delta h$

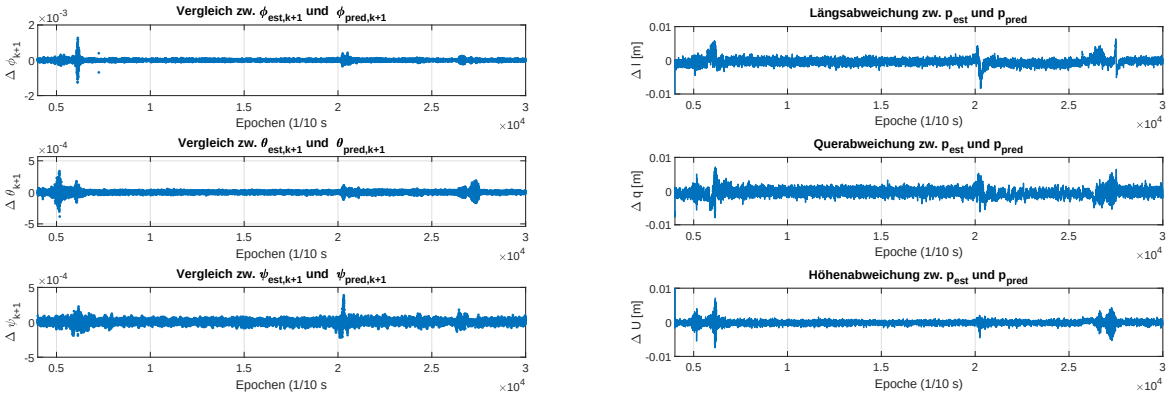
Abb. E.3: Abweichungen bei Verwendung des Grundmodells mit der Modellerweiterung DYNAMIK ohne Berücksichtigung von $\boldsymbol{a}_{str,k}$



(a) $\Delta\boldsymbol{\Theta}_{k+1}$ (b) $\Delta l, \Delta q, \Delta h$

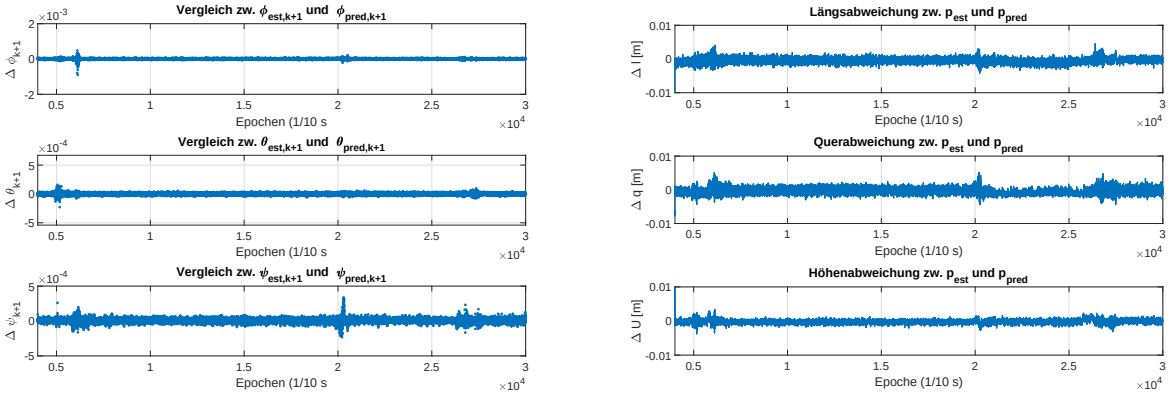
Abb. E.4: Abweichungen bei Verwendung des Grundmodells mit der Modellerweiterung DYNAMIK

Szenario 2



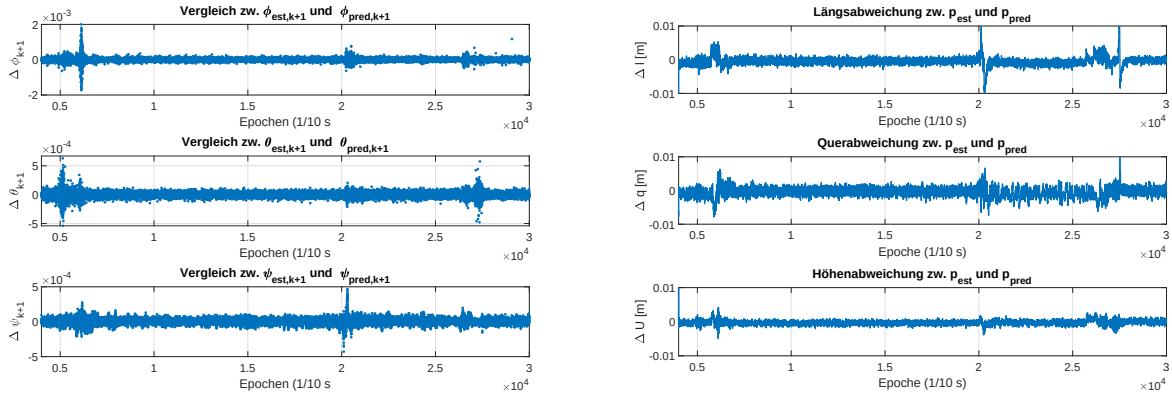
(a) $\Delta\boldsymbol{\Theta}_{k+1}$ (b) $\Delta l, \Delta q, \Delta h$

Abb. E.5: Abweichungen bei Verwendung des Grundmodells



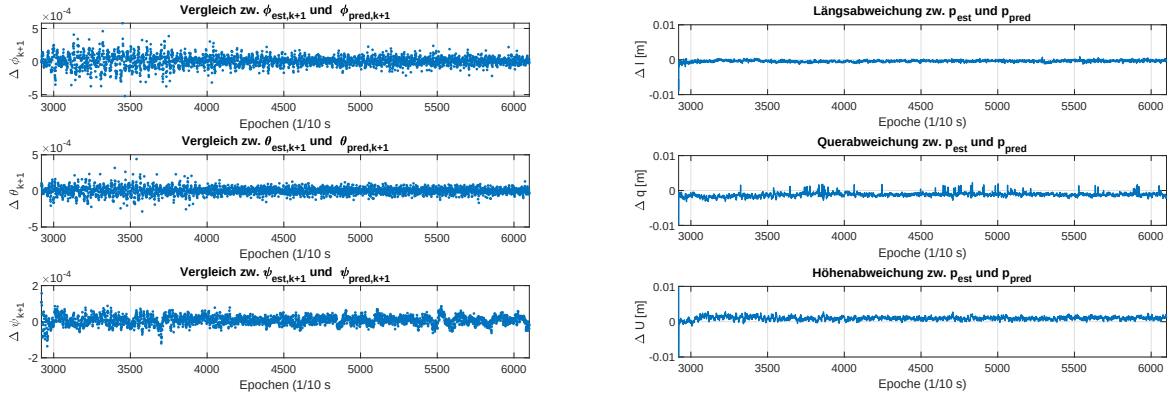
(a) $\Delta\boldsymbol{\Theta}_{k+1}$ (b) $\Delta l, \Delta q, \Delta h$

Abb. E.6: Abweichungen bei Verwendung des Grundmodells mit der Modellerweiterung KINEMATIK



(a) $\Delta\boldsymbol{\Theta}_{k+1}$ (b) $\Delta l, \Delta q, \Delta h$

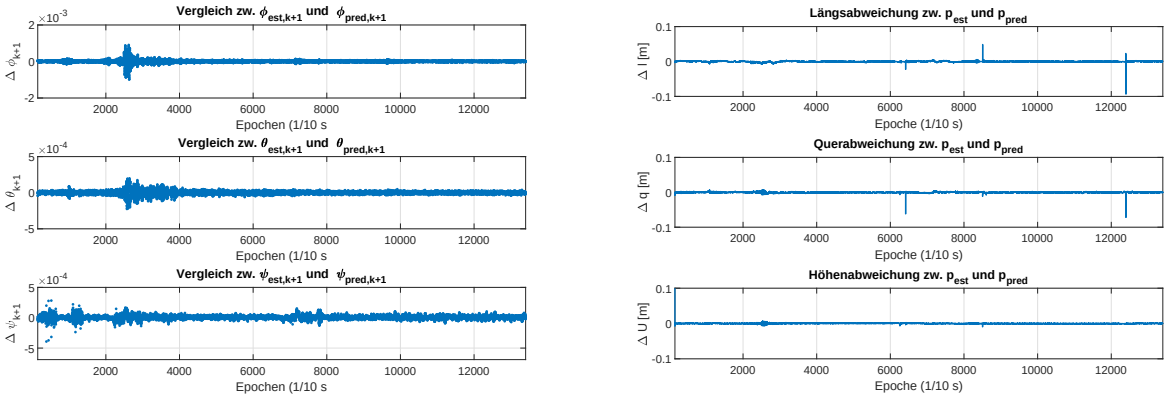
Abb. E.7: Abweichungen bei Verwendung des Grundmodells mit der Modellerweiterung DYNAMIK ohne Berücksichtigung von $\boldsymbol{a}_{str,k}$



(a) $\Delta\boldsymbol{\Theta}_{k+1}$ (b) $\Delta l, \Delta q, \Delta h$

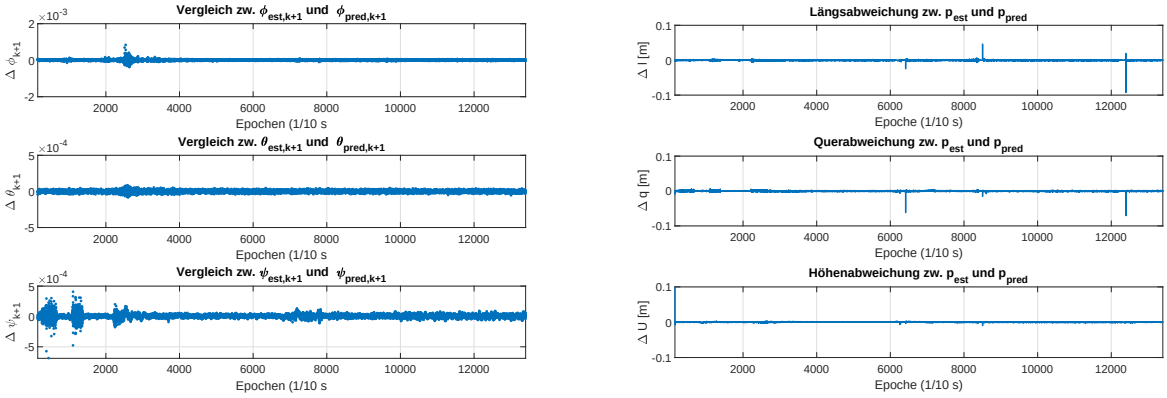
Abb. E.8: Abweichungen bei Verwendung des Grundmodells mit der Modellerweiterung DYNAMIK

Szenario 3



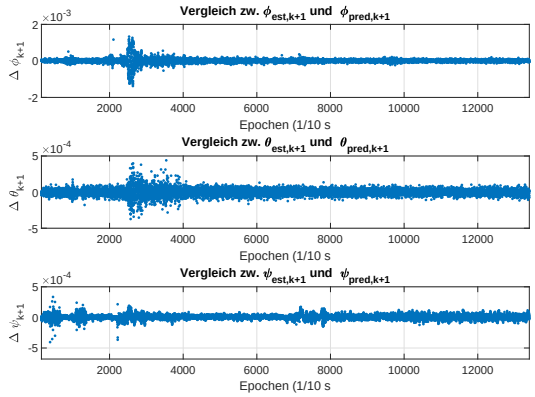
(a) $\Delta\boldsymbol{\Theta}_{k+1}$ (b) $\Delta l, \Delta q, \Delta h$

Abb. E.9: Abweichungen bei Verwendung des Grundmodells

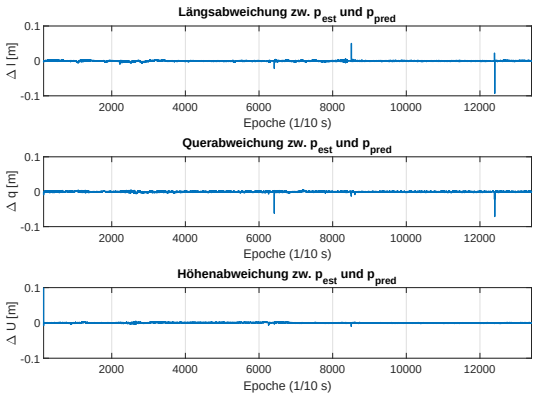


(a) $\Delta\boldsymbol{\Theta}_{k+1}$ (b) $\Delta l, \Delta q, \Delta h$

Abb. E.10: Abweichungen bei Verwendung des Grundmodells mit der Modellerweiterung KINEMATIK

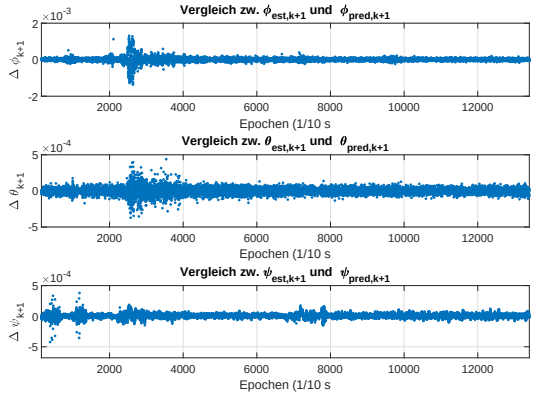


(a) $\Delta\boldsymbol{\Theta}_{k+1}$

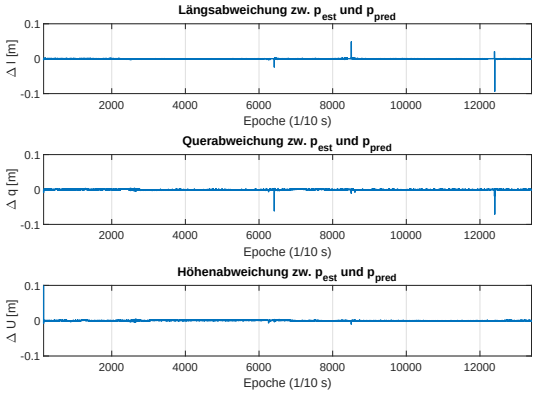


(b) $\Delta l, \Delta q, \Delta h$

Abb. E.11: Abweichungen bei Verwendung des Grundmodells mit der Modellerweiterung DYNAMIK ohne Berücksichtigung von $\boldsymbol{a}_{str,k}$



(a) $\Delta\boldsymbol{\Theta}_{k+1}$



(b) $\Delta l, \Delta q, \Delta h$

Abb. E.12: Abweichungen bei Verwendung des Grundmodells mit der Modellerweiterung DYNAMIK

Danksagung

Ich möchte mich bei allen bedanken, die mich während der Erstellung dieser Arbeit unterstützt und motiviert haben. Mein besonderer Dank gilt meinem Doktorvater Prof. Dr.-Ing. habil. Volker Schwieger, der immer als Ansprechpartner verfügbar war und mich stets unterstützt und ermutigt hat. Auch möchte ich mich bei Prof. Dr.-Ing. Harald Sternberg und bei Prof. Dr.-Ing. habil. Andreas Eichhorn für die Übernahme des Koreferats bedanken.

Diese Arbeit wäre ohne die Unterstützung meiner ehemaligen Kolleginnen und Kollegen am IIGS der Universität Stuttgart nie fertiggestellt worden. Ihnen allen möchte ich für Ihren Zuspruch und zahlreiche fruchtbare Diskussionen danken. Aiham Hassan möchte ich für seine Unterstützung während der Durchführung des Projekts HydrOs danken. Ganz besonders möchte ich mich auch bei Li Zhang, Martin Metzner und Annette Schmitt bedanken, die frühere Versionen dieser Arbeit gelesen und mir viele Anregungen gegeben haben. Auch meinen Kolleginnen und Kollegen an der HCU möchte ich für Ihre Unterstützung und Geduld danken. Hier gilt mein Dank insbesondere Tanja Dufek, die mir immer wieder hydrographische Fragen beantwortet hat.

Ein großes Dankeschön gilt Miriam Bross, die die Rechtschreibung und Grammatik in dieser Arbeit überprüft hat.

Weiterhin danke ich Harry Wirth, Thomas Brüggemann und Marc Breitenfeld für die gute Zusammenarbeit. Ohne die gemeinsame Arbeit am Projekt HydrOs wäre diese Arbeit nicht möglich gewesen.

Abschließend möchte ich mich bei meiner Familie und besonders bei meinen Eltern bedanken, die mich auf meinem beruflichen Weg immer unterstützt und sehr oft entlastet haben. Danke für eure Geduld und euer Verständnis.

Lebenslauf

Persönliche Daten

Name:	Annette Scheider
Geburtsdatum:	26. September 1984
Geburtsort:	Backnang
Familienstand:	ledig

Ausbildung

09/1991 - 07/1995	Grundschule am Schulzentrum Rudersberg
09/1995 - 06/2004	Limes-Gymnasium Welzheim Abschluss: Allgemeine Hochschulreife
10/2004 - 02/2010	Studium „Geodäsie und Geoinformatik“, Universität Stuttgart Abschluss: Diplom-Ingenieur Geodäsie und Geoinformatik

Berufstätigkeit

03/2010 - 03/2018	Wissenschaftliche Angestellte am Institut für Ingenieurgeodäsie, Universität Stuttgart (vormals Institut für Anwendungen der Geodäsie im Bauwesen)
04/2012 - 03/2016	Projekt HydrOs in Kooperation mit der Bundesanstalt für Gewässerkunde (BfG)
seit 04/2018	Leitung des geodätischen Labors an der HafenCity Universität Hamburg