Veröffentlichungen der DGK

Ausschuss Geodäsie der Bayerischen Akademie der Wissenschaften

Reihe C Dissertationen Heft Nr. 918

Marco Brockmeyer

Modellierung von Bodenbewegungen anhand heterogener Messverfahren am Beispiel der niedersächsischen Landesfläche

München 2024

Bayerische Akademie der Wissenschaften

ISSN 0065-5325 ISBN 978-3-7696-5330-4

Diese Arbeit ist gleichzeitig veröffentlicht in:
Wissenschaftliche Arbeiten der Fachrichtung Geodäsie und Geoinformatik der Leibniz Universität Hannover
ISSN 0174-1454, Nr. 393, Hannover 2024

DGK Veröffentlichungen der DGK

Ausschuss Geodäsie der Bayerischen Akademie der Wissenschaften

Reihe C Dissertationen Heft Nr. 918

Modellierung von Bodenbewegungen anhand heterogener Messverfahren am Beispiel der niedersächsischen Landesfläche

Von der Fakultät für Bauingenieurwesen und Geodäsie

der Gottfried Wilhelm Leibniz Universität Hannover

zur Erlangung des Grades

Doktor-Ingenieur (Dr.-Ing.)

genehmigte Dissertation

von

Marco Brockmeyer, M.Sc.

geboren am 29.08.1988 in Melle

München 2024

Bayerische Akademie der Wissenschaften

ISSN 0065-5325 ISBN 978-3-7696-5330-4

Diese Arbeit ist gleichzeitig veröffentlicht in:

Wissenschaftliche Arbeiten der Fachrichtung Geodäsie und Geoinformatik der Leibniz Universität Hannover

ISSN 0174-1454, Nr. 393, Hannover 2024

Adresse der DGK:

Ausschuss Geodäsie der Bayerischen Akademie der Wissenschaften (DGK)

Alfons-Goppel-Straße 11 ● D – 80 539 München

Telefon +49 - 331 - 288 1685 ● E-Mail post@dgk.badw.de

http://www.dgk.badw.de

Prüfungskommission:

Vorsitzender:	Prof. Dr.-Ing. habil. Christian Heipke
Referent:	Prof. Dr.-Ing. Ingo Neumann
Korreferenten:	PD Dr.-Ing. Hamza Alkhatib Prof. Dr.-Ing. habil. Hansjörg Kutterer (Karlsruher Institut für Technologie) Prof. Dr.-Ing. habil. Jürgen Müller

Tag der mündlichen Prüfung: 25.09.2023

ISSN 0065-5325 ISBN 978-3-7696-5330-4

Kurzfassung

Bodenbewegungen sind definiert als Form- und Positionsänderungen an der Tagesoberfläche, die durch bergbauliche, geologische und hydrologische Prozesse verursacht werden (Deutsches Institut für Normung e.V., 1999). Sie können die Infrastruktur beschädigen und stellen somit ein gewisses Risiko für die Bevölkerung dar. Außerdem führen Veränderungen der Erdoberfläche zu einer stetigen Verringerung der Aktualität des amtlichen Raumbezugs, da dieser die Stabilität von Festpunkten voraussetzt. Vertikale Landbewegungen im Küstenbereich beeinflussen zudem Pegelmessungen und sind bei der Beobachtung von Veränderungen des Meeresspiegels zu berücksichtigen. Die Kenntnisse über Bodenbewegungen sind also aus wirtschaftlicher, öffentlicher und wissenschaftlicher Sicht von hohem Interesse. Um den wachsenden Informationsbedarf zu decken, werden in Deutschland verschiedene Bodenbewegungsdienste betrieben. Sie stellen punktuelle Bewegungsinformationen frei zur Verfügung, wobei dem Nutzer die weiterführende Analyse und Interpretation überlassen wird.

In dieser Arbeit wird eine ganzheitliche Prozesskette zur flächenhaften Modellierung von Bodenbewegungen entwickelt und am Beispiel der niedersächsischen Landesfläche erprobt. Unter Verwendung von GNSS, Nivellement und der satellitengestützten Radarinterferometrie werden zunächst Bewegungen von Objektpunkten an der Erdoberfläche bestimmt. Um die heterogenen Beobachtungen der unterschiedlichen Messverfahren verarbeiten zu können, erfolgt die kinematische Modellierung in separaten Datenanalysen. Die resultierenden Geschwindigkeiten der Objektpunkte bilden die Grundlage zur flächenhaften Approximation von Bodenbewegungen, wobei die Vorzüge der jeweiligen Beobachtungsverfahren miteinander kombiniert werden.

Die satellitengestützte Radarinterferometrie ermöglicht als Fernerkundungsverfahren die hochauflösende Modellierung von Bodenbewegungen. Zur flächenhaften Approximation von Bewegungsprozessen werden die folgenden Modellansätze untersucht und verglichen: (1) Multilevel B-Spline Approximation (MBA), (2) Ordinary Kriging und (3) Regressions-Kriging. Dabei wird in dieser Arbeit der Ansatz des Regressions-Krigings weiterentwickelt, sodass diese Methode optimale Eigenschaften zur Bewegungsmodellierung aufweist. Um vorhandene Systematiken in den Radardaten zu reduzieren und ein konsistentes Geschwindigkeitsdatum sicherzustellen, werden die unabhängigen Bewegungsdaten aus GNSS und Nivellement verwendet. Im Sinne einer geodätischen Kalibrierung wird das flächenhafte Modell aus Radardaten an die präzisen Referenzgeschwindigkeiten der Höhenfestpunkte und GNSS-Referenzstationen angepasst.

Ein zentrales Ergebnis dieser Arbeit ist das neue hochaufgelöste und konsistent referenzierte Bodenbewegungsmodell für Niedersachsen. Neben Vertikalbewegungen werden erstmalig auch horizontale Verschiebungen in Ost-West-Richtung modelliert, womit sich neue Einblicke in das Bewegungsverhalten der niedersächsischen Landesfläche eröffnen. Um die Genauigkeit beurteilen zu können, werden flächenhafte Modellunsicherheiten bestimmt. Dabei ergeben sich für die geschätzten Höhenänderungen und Horizontalbewegungen mittlere Standardabweichungen von $\overline{\sigma}_{\hat{V},h} = 0,21$ mm/Jahr bzw. $\overline{\sigma}_{\hat{V},East} = 0,26$ mm/Jahr.

Das Bodenbewegungsmodell zeigt systematische Höhenänderungen in Küstennähe und im Bereich von Flussmündungen, die mit der regionalen Bodenbeschaffenheit in Zusammenhang stehen. Zudem lassen sich in Bergbaugebieten sowohl Vertikalbewegungen als auch horizontale Verschiebungen der Tagesoberfläche nachweisen. Im Vergleich zu den natürlichen Senkungen im Küstenbereich nehmen die anthropogenen Deformationen häufig größere Geschwindigkeitsbeträge an. Die entwickelte Prozesskette liefert also ein plausibles Bodenbewegungsmodell, sodass sie sich grundsätzlich auf beliebige Gebiete übertragen lässt.

Stichworte: Bodenbewegungen, geodätischer Raumbezug, GNSS, Nivellement, Radarinterferometrie, Multilevel B-Spline Approximation, geostatistische Modellansätze, Kriging

Abstract

Ground motions are defined as changes in shape and position at the earth's surface, that are caused by mining, geological and hydrological processes (Deutsches Institut für Normung e.V., 1999). They can damage infrastructure and are therefore a certain risk to the population. In addition, changes in the earth's surface lead to continuous reduction in the currency of the official spatial reference frames, since it requires the stability of fixed points. Vertical land movements in coastal areas also affect tide gauges and must be taken into account when observing changes in sea level. Knowledge of ground motions is therefore of great interest from an economic, public, and scientific perspective. To meet the growing demand for information, various ground motion services are operated in Germany. These services provide pointwise movement information, whereby further analysis and interpretation left to the user.

In this work, a holistic processing chain for the modeling of ground motions is developed and tested using Lower Saxony as an example. Using GNSS, levelling and satellite-based radar interferometry, movements of measurement points on the earth's surface are first determined. In order to process the heterogeneous observations of the different measurement methods, kinematic modeling is performed in separate data analyses. The resulting velocities of the measurement points form the basis for the areal approximation of ground motions, using the advantages of the respective observation methods.

Satellite-based radar interferometry as a remote sensing technique enables high-resolution modeling of ground motions. To approximate movement processes as a mathematical surface, the following modeling approaches are examined and compared: (1) Multilevel B-Spline Approximation (MBA), (2) Ordinary Kriging and (3) Regression Kriging. In this work, the Regression Kriging approach is further developed to yield optimal properties for motion modeling. To reduce existing systematic errors in the radar data and ensure a consistent velocity datum, independent motion data from GNSS and levelling are used. In terms of geodetic calibration, the surface model from radar data is adjusted to the precise reference velocities of the levelling benchmarks and GNSS reference stations.

The central result of this work is a high-resolution and consistently referenced ground motion model for Lower Saxony, Germany. In addition to height changes, horizontal displacements in east-west direction are also modeled for the first time, which provides new insights into the movement behavior in the area of Lower Saxony. In order to assess the accuracy, model uncertainties are determined. The estimated height changes and horizontal displacements have average standard deviations of $\overline{\sigma}_{\hat{V},h} = 0,21$ mm/year and $\overline{\sigma}_{\hat{V},East} = 0,26$ mm/year, respectively.

The ground motion model shows systematic height changes in coastal areas and around river estuarys, which are related to the regional soil conditions. Moreover, in mining areas, both vertical movements and horizontal displacements of the surface can be observed. Compared to geogenic (natural) subsidence in coastal areas, anthropogenic deformations often have larger velocity magnitudes. Thus, the developed processing chain provides a plausible ground motion model, so that it can generally be transferred to any area.

Keywords: Ground motions, geodetic spatial reference, GNSS, levelling, radar interferometry, multilevel B-spline approximation, geostatistical modeling approaches, kriging

Abkürzungsverzeichnis

AdV	Arbeitsgemeinschaft der Vermessungsverwaltungen der Länder der Bundesrepublik Deutschland
AFIS	Amtliches Festpunktinformationssystem
BBD	BodenBewegungsdienst Deutschland
BGR	Bundesanstalt für Geowissenschaften und Rohstoffe
BKG	Bundesamt für Kartographie und Geodäsie
DHDN	Deutsches Hauptdreiecksnetz
DHHN	Deutsches Haupthöhennetz
DInSAR	Differentielle SAR-Interferometrie
DREF91	Deutsches Referenznetz 1991
EUREF	European Reference Frame
ETRF	European Terrestrial Reference Frame
ETRS89	European Terrestrial Reference System 1989
EPN	EUREF Permanent Network
GIS	Geoinformationssystem
GMM	Gauß-Markov-Modell
GGP	Geodätischer Grundnetzpunkt
GLONASS	Global'naya Navigatsioannaya Sputnikovaya Sistema
GNSS	Global Navigation Satellite System
GPS	Global Positioning System
GREF	Integriertes Geodätisches Referenznetz
GRS80	Geodetic Reference System 1980
HFP	Höhenfestpunkt
IKÜS	Integriertes Höhenüberwachungssystem in Küstenregionen durch Kombination höhenrelevanter Sensorik
IDW	Inverse Distance Weighted
IGS	International GNSS Service
ITRF	International Terrestrial Reference Frame
ITRS	International Terrestrial Reference System
LBEG	Landesamt für Bergbau, Energie und Geologie
LOS	line of sight
LSSA	least-squares spectral analysis
MBA	Multilevel B-Spline Approximation
NKN	Nordseeküsten-Nivellement
PS	Persistent Scatterer
PSI	Persistent Scatterer Interferometry
RF	Rohrfestpunkt
RMSE	Root Mean Square Error
RSN	Referenzstationsnetz
RSP	Referenzstationspunkt
SAPOS	Satellitenpositionierungsdienst der Deutschen Landesvermessung
SAR	Synthetic Aperture Radar
UF	Unterirdische Festlegung
UTM	Universal Transverse Mercator

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung

Anfang des 20. Jahrhunderts wurde bereits die Fragestellung diskutiert, ob die deutsche Nordseeküste systematischen Senkungen unterliegt (Schütte, 1908). Um mögliche Veränderungen der Erdoberfläche erfassen zu können, initiierte das damalige Reichsamt für Landesaufnahme und die Landesanstalt für Gewässerkunde von 1928 bis 1937 Feinnivellements im Küstenbereich (Reichsamt für Landesaufnahme, 1932). Das seinerzeit eingerichtete Sondernetz des Nordseeküsten-Nivellements (NKN) umfasst Haupt- und Verdichtungslinien des deutschen Haupthöhennetzes (DHHN), welches inzwischen mehrfach beobachtet wurde. Auf Grundlage der durchgeführten Wiederholungsmessungen konnten in verschiedenen Untersuchungen lokale Höhenänderungen im Bereich der Nordseeküste, in der Nähe von Flussmündungen und in Bergbaugebieten nachgewiesen werden (AdV, 1960; Leonhard, 1988; Wübbelmann, 2005; Jahn u. a., 2011a).

Systematische Untersuchungen unterschiedlicher Datenquellen ergaben 2007, dass ca. 30% der niedersächsischen Landesfläche von Bodenbewegungen beeinflusst werden (Jahn u. a., 2011a). Im weiterführenden Verbundprojekt zum „Aufbau eines integrierten Höhenüberwachungssystems in Küstenregionen durch Kombination höhenrelevanter Sensorik“ (IKÜS) wurden die Beobachtungen des NKN erneut untersucht und zusätzlich Koordinatenzeitreihen von GNSS[1]-Referenzstationen analysiert (Wanninger u. a., 2009). Der Übergang von punktuell abgeleiteten Vertikalgeschwindigkeiten zu einem flächenhaften Geschwindigkeitsfeld erfolgte unter Verwendung radialer Basisfunktionen (Tengen, 2010). Somit lag erstmalig für den Nordwesten von Niedersachsen ein Bodenbewegungsmodell vor, das allerdings nur langwellige Bewegungsstrukturen auflöst. Lokale Deformationen der Tagesoberfläche wurden mit dem gewählten Modellansatz extrem geglättet und konnten außerhalb des großräumig angelegten Festpunktfeldes der Landesvermessung nicht erfasst werden.

Das übergeordnete Ziel dieser Arbeit besteht in der Berechnung eines hochaufgelösten und konsistent referenzierten Bodenbewegungsmodells für ganz Niedersachsen. Neben Vertikalbewegungen werden erstmalig auch horizontale Verschiebungen der Tagesoberfläche erfasst und für das Untersuchungsgebiet modelliert. Diese Arbeit gibt also neue Einblicke in das Bewegungsverhalten der niedersächsischen Landesfläche und eröffnet Schnittstellen zur Beantwortung interdisziplinärer Fragestellungen.

Um die Zielsetzung zu erreichen, wird eine ganzheitliche Prozesskette zur Modellierung von Bodenbewegungen entwickelt, die sich grundsätzlich auf beliebige Gebiete übertragen lässt. Unter Verwendung von GNSS, Nivellement und der satellitengestützten Radarinterferometrie werden zunächst Geschwindigkeiten von Objektpunkten auf der Erdoberfläche bestimmt. Je Messverfahren erfolgt eine separate Datenanalyse, um angepasste kinematische Modellansätze verwenden zu können. Abschließend werden die abgeleiteten Geschwindigkeiten zu einem flächenhaften Bodenbewegungsmodell überführt und die Vorzüge der jeweiligen Beobachtungssysteme genutzt. Die präzisen Bewegungsinformationen aus GNSS und Nivellement geben dem Modell ein einheitliches Geschwindigkeitsdatum, sodass eine konsistente Referenzierung auf stabile Teile der Erdoberfläche hergestellt wird. Im Gegensatz zu den terrestrischen Messverfahren ist die satellitengestützte Radarinterferometrie unabhängig von physisch realisierten Festpunkten. Dadurch lassen sich Deformationen der Tagesoberfläche außerhalb geodätischer Netze erfassen, sodass die Fernerkundungsmethode maßgeblich zur räumlich hochaufgelösten Modellierung von Bodenbewegungen beiträgt.

[1]GNSS: Global Navigation Satellite System

1.1 Motivation

Die Kenntnisse über Bodenbewegungen sind aus wissenschaftlicher, wirtschaftlicher und öffentlicher Sicht von hohem Interesse. So wurden beispielsweise 2010 und 2020 im niedersächsischen Landtag „Kleine Anfragen“ bezüglich Oberflächenbewegungen infolge von Bergbauaktivitäten an die Landesregierung gerichtet (Drucksache 16/2971 bzw. 18/6613). Zur Verdeutlichung des Informationsbedarfs hinsichtlich Deformationen der Erdoberfläche werden nachfolgend potentielle Anwendungsszenarien eines hochaufgelösten regionalen Bodenbewegungsmodells beschrieben.

Die Veränderung des Meeresspiegels ist eine viel diskutierte Auswirkung des globalen Klimawandels und kann für die Bevölkerung in Küstennähe existenzbedrohend sein. Zur Risikobewertung potentieller Bedrohungen sind zuverlässige Daten erforderlich, auf deren Grundlage geeignete Maßnahmen zum Küstenschutz getroffen werden können. Unter Verwendung von Satellitenaltimetrie wurde für die deutsche Nordseeküste ein Meeresspiegelanstieg von bis zu 3,5 mm/Jahr abgeschätzt (Dettmering u. a., 2021). Die Validierung erfolgte durch relative Pegelmessungen nahe der Küste, welche sich auf lokale Referenzpunkte an der Erdoberfläche beziehen. Dies führt in den Wasserstandsmessungen zu einer Überlagerung von vertikalen Landbewegungen und Änderungen des Meeresspiegels, was eine separate Erfassung beider Effekte erforderlich macht (Tengen, 2010; Niemeier u. a., 2022). Um die Pegelregistrierungen zu korrigieren, nutzten Dettmering u. a. (2021) ein generalisiertes Modell vertikaler Landbewegungen und verdeutlichten damit den Bedarf an Informationen über lokale Bodenbewegungen. Mit Hilfe eines hochaufgelösten Bewegungsmodells könnten die Auswirkungen des steigenden Meeresspiegels auf lokaler Ebene genauer abschätzen und eine Verknüpfung zu globalen Beobachtungssystemen und Modellen herstellen werden.

Ein weiterer Bedarf an Informationen über Bodenbewegungen besteht in Bergbaugebieten, weil dort Schäden an der Infrastruktur entstehen können. Nach deutschem Bergrecht ist der Verursacher zu Überwachungsmessungen der Tagesoberfläche verpflichtet, um den Einwirkungsbereich der Bergbauaktivitäten abzugrenzen (Bundesministerium für Wirtschaft und Energie, 2020). Die durchgeführten Messungen sind an die amtlichen Referenzrahmen anzuschließen, wobei Angaben über die Stabilität von Festpunkten zur Datumsdefinition der Überwachungsnetze erforderlich sind. Die erfassten Beobachtungen und daraus abgeleiteten Einflussbereiche von Bodenbewegungen sind der zuständigen Behörde mitzuteilen, welche als neutrale Instanz die bereitgestellten Ergebnisse prüft und veröffentlicht. Ein unabhängig berechnetes Bodenbewegungsmodell von Seiten des Staates könnte die Qualität der Prüfung unterstützen und verbessern.

Vorhandene Veränderungen der Erdoberfläche bewirken eine stetige Verringerung der Aktualität des amtlichen Raumbezugs, da dieser die Stabilität von Festpunkten voraussetzt (Brockmeyer u. a., 2020). Je nach Größenordnung einer Punktbewegung und mit zunehmendem Abstand zum Bestimmungszeitpunkt einer amtlichen Koordinate oder eines Höhenwertes, entsteht eine Abweichung zum tatsächlichen Wert. Diese Inhomogenität kann sich beispielsweise in Liegenschaftsvermessungen unter Verwendung des Satellitenpositionierungsdienstes der deutschen Landesvermessung (SAPOS) auswirken und zu Netzspannungen im Landesbezugssystem führen. Zur Qualitätssicherung und Einhaltung des Aktualitätsgebotes sind daher regelmäßige Überprüfungen bis hin zu epochengleichen, bundesweiten Wiederholungsmessungen im amtlichen geodätischen Bezugsrahmen durchzuführen (AdV, 2017). Die Kenntnisse über Bodenbewegungsgebiete ermöglichen die bedarfsorientierte Aktualisierung des integrierten geodätischen Raumbezugs, sodass eine wirtschaftliche Planung der erforderlichen Messungen erfolgen kann.

1.2 Wissenschaftlicher Beitrag der Arbeit

Über viele Jahrzehnte wurden regionale Bodenbewegungen in Niedersachsen nur durch wiederholtes Nivellement erfasst (Leonhard, 1988). Erst mit der Jahrtausendwende erreichte GNSS die erforderliche Messgenauigkeit, um das 3D-Bewegungsverhalten der Erdoberfläche beobachten zu können (Wanninger u. a., 2009). Die satellitengestützte Radarinterferometrie „revolutionierte" schließlich die Erfassung von Bodenbewegungen und wird von der niedersächsischen Landesvermessung seit 2011 verwendet (Jahn, 2015a; Brockmeyer, 2019). Auf Grundlage wiederholter Radaraufnahmen lassen sich mit der Persistent Scatterer Interferometry (PSI) die Bewegungen von beliebigen Objektpunkten auf der Tagesoberfläche beobachten (Ferretti u. a., 2001). Die Fernerkundungsmethode ermöglicht also die zeitlich und räumlich hochaufgelöste Erfassung von Bodenbewegungen.

Seit dem Start des ersten Sentinel-1 Satelliten im April 2014 wird die Erdoberfläche in einem Zyklus von bis zu 6 Tagen durch Radaraufnahmen erfasst (European Space Agency, 2022). Die kostenfrei verfügbaren Fernerkundungsdaten werden inzwischen von verschiedenen Einrichtungen genutzt, um großräumige Deformationen ableiten zu können. Für die Landesfläche der Bundesrepublik Deutschland betreibt z.B. die Bundesanstalt für Geowissenschaften und Rohstoffe (BGR) einen Bodenbewegungsdienst, welcher die Ergebnisse einer PSI-Auswertung frei zur Verfügung stellt (Kalia u. a., 2017, 2021; BGR, 2023). Der Zugang zu Informationen über Bewegungen der Erdoberfläche hat sich in den letzten Jahren also erheblich vereinfacht. Die massenhaften PSI-Daten unterliegen jedoch einem hohen Messrauschen und können fehlerhafte Beobachtungen enthalten, sodass Maßnahmen zur Qualitätssicherung erforderlich sind (Busch und Linke, 2014; Xi, 2017). In dieser Arbeit wird daher eine Methodik zur Datenanalyse vorgestellt, mit der sich Ausreißer automatisiert detektieren und herausfiltern lassen. Um räumliche Ausreißer feststellen zu können, wird der effiziente Ansatz von Liu u. a. (2001) aufgegriffen und weiterentwickelt. Die optimierte Methode integriert zusätzliche Informationen zur Streuung der eingehenden PSI-Daten, womit der statistische Ausreißertest verbessert wird.

Zielsetzung dieser Arbeit ist die Berechnung eines flächenhaften Bodenbewegungsmodells für Niedersachsen, welches sowohl regionale als auch lokale Deformationen der Tagesoberfläche abbildet. Als Grundlage dienen Geschwindigkeiten von Objektpunkten, die unter Verwendung von GNSS und Nivellement bestimmt wurden. Zudem liegt ein von der BGR zur Verfügung gestellter PSI-Datensatz vor, welcher auf Radaraufnahmen der Sentinel-1 Satelliten basiert. Es ergibt sich somit die Schwierigkeit, massenhafte Daten zu verarbeiten, die eine unregelmäßige räumliche Verteilung mit Clusterbildung aufweisen. In diesem Zusammenhang werden die beiden folgenden Forschungshypothesen untersucht:

1. *Die Kombination aus einer flächenhaften Trend- und Signalmodellierung führt bei Anwendung auf PSI-Daten zu einer höheren Modellqualität, als die ausschließliche Betrachtung einer der beiden Modellkomponenten.*

   In dieser Arbeit erfolgt die Trendmodellierung unter Verwendung einer Multilevel B-Spline Approximation (MBA) (Lee u. a., 1997; Mohammadivojdan u. a., 2021). Zudem wird Ordinary Kriging als geostatistischer Modellansatz vorgestellt, womit sich der Signalanteil in PSI-Daten flächenhaften approximieren lässt (Webster und Oliver, 2001; Brockmeyer u. a., 2020). Um die benötigte räumliche Strukturanalyse durchführen zu können, wird ein neuer Algorithmus zur effizienten Verarbeitung von Massendaten entwickelt. Zur kombinierten Trend- und Signalmodellierung erfolgt die Weiterentwicklung von Regressions-Kriging, indem die MBA mit Ordinary Kriging verbunden wird (Hengl u. a., 2004). Um die aufgestellte Hypothese zu testen, werden die drei genannten Methoden auf einen PSI-Datensatz angewendet und die resultierenden Modelle verglichen.

2. *Unter Verwendung von GNSS und Nivellement lassen sich systematische Fehler in PSI-Daten reduzieren, wodurch die Genauigkeit eines resultierenden Bodenbewegungsmodells gesteigert wird.*

   Vorausgegangene Studien haben gezeigt, dass PSI-Daten in einem großen Untersuchungsgebiet langwelligen Messunsicherheiten unterliegen (Parizzi u. a., 2020; Crosetto u. a., 2016; Fuhrmann u. a., 2015). In dieser Arbeit wird daher eine Methodik vorgestellt, die eine Reduzierung der systematischen Fehler durch eine geodätische Kalibrierung ermöglicht. Dazu werden die PSI-Daten an das Geschwindigkeitsniveau von GNSS-Referenzstationen und Höhenfestpunkten angepasst. Das auf dieser Grundlage resultierende Bodenbewegungsmodell weist ein konsistentes Geschwindigkeitsdatum auf, wodurch die Vergleichbarkeit mit unabhängigen Bewegungsdaten verbessert wird. Um die aufgestellte Hypothese zu prüfen, wird das kalibrierte Bewegungsmodell von Niedersachsen anhand geologischer Fachdaten validiert.

1.3 Aufbau der Arbeit

Kapitel 2 widmet sich den Grundlagen dieser Arbeit und beginnt mit einer Einführung in den geodätischen Raumbezug. Anschließend erfolgt die Definition und Erläuterung von Bodenbewegungen, sodass ein einheitliches Verständnis von dieser Messgröße geschaffen wird. Nach einer kurzen Beschreibung der verwendeten Messverfahren, wird die entwickelte Prozesskette zur flächenhaften Modellierung von Bodenbewegungen konzeptionell vorgestellt. Es folgt eine Übersicht über ausgewählte Bodenbewegungsdienste, die Informationen zu Deformationen der Erdoberfläche im Bereich der Bundesrepublik Deutschland bereitstellen. Zum Abschluss werden mathematische Grundlagen zur Modellierung von Bodenbewegungen behandelt.

Kapitel 3 stellt fortgeschrittene Modellansätze zur Beschreibung von Bodenbewegungen vor und bildet den theoretischen Teil dieser Arbeit. Zu Beginn wird die kinematische Bewegungsmodellierung von Objektpunkten erläutert, womit sich der Trend in Zeitreihen beschreiben lässt. Anschließend wird eine räumliche Ausreißeranalyse vorgestellt, welche die automatisierte Detektion von Ausreißern in Massendaten ermöglicht. Im weiteren Verlauf werden die Multilevel B-Spline Approximation (MBA) und geostatistische Methoden zur flächenhaften Bewegungsmodellierung behandelt. Dabei liegt ein besonderer Schwerpunkt auf der rechentechnischen Optimierung der Modellansätze, sodass sich auch große Datenmengen unregelmäßig verteilter Messpunkte bewältigen lassen. Um die Aussagekraft von Bewegungsmodellen beurteilen zu können, werden abschließend Methoden zur Modellvalidierung beschrieben.

Kapitel 4 beschreibt die kinematische Bewegungsanalyse von Objektpunkten auf der Tagesoberfläche. Zunächst werden die wöchentlichen Koordinaten von bundesweiten GNSS-Referenzstationen aufbereitet und einer Zeitreihenanalyse unterzogen. Aus der Prozedur gehen 3D-Geschwindigkeiten hervor, die mit bekannten Bewegungsprozessen innerhalb der Bundesrepublik Deutschland in Beziehung gesetzt werden. Anschließend erfolgt die Analyse des niedersächsischen Nivellementnetzes, wobei Beobachtung aus fast 100 Jahren zur Verfügung stehen. Diese Datengrundlage wird erstmalig mit einem Verfahren zur kinematischen Höhenausgleichung ausgewertet, um Vertikalgeschwindigkeiten für die Höhenfestpunkte zu bestimmen. Die abgeleiteten Höhenänderungen werden schließlich mit geologischen Fachdaten und Bewegungen der GNSS-Referenzstationen verglichen. Im weiteren Verlauf erfolgt die Analyse von PSI-Daten, die von der BGR zur Verfügung gestellt wurden. Die Datensätze gehen zunächst in eine Zeitreihenanalyse ein, um Bewegungen der Tagesoberfläche in Blickrichtung des Radarsatelliten (LOS, line of sight) ableiten zu können. Im Sinne der Qualitätssicherung werden die resultierenden LOS-Geschwindigkeiten einer zeitlichen und räumlichen Ausreißerfilterung unterzogen.

Kapitel 5 behandelt die flächenhafte Modellierung von PSI-Daten, wobei LOS-Geschwindigkeiten von Objektpunkten auf der Tagesoberfläche als Grundlage dienen. Anhand eines exemplarischen Datensatzes werden die folgenden Modellansätze erläutert: (1) MBA, (2) Ordinary Kriging und (3) Regressions-Kriging. Um die Präzision eines Bewegungsmodells beurteilen zu können, werden zugehörige Standardabweichungen unter Verwendung von Simulationsverfahren bestimmt. Zudem wird die Modellkomplexität anhand einer Kreuzvalidierung untersucht und bewertet. Zum Abschluss erfolgt ein Vergleich der drei Modellansätze, welcher in der Empfehlung eines Verfahrens zur flächenhaften Modellierung von PSI-Daten mündet.

Kapitel 6 widmet sich der Berechnung eines niedersächsischen Bodenbewegungsmodells, wobei die Daten aus GNSS, Nivellement und der satellitengestützten Radarinterferometrie kombiniert werden. Zunächst wird die Aufnahmegeometrie von Radarsatelliten beschrieben, um den Zusammenhang zwischen der messbaren LOS-Geschwindigkeit und 3D-Bewegung eines Objektpunktes zu verdeutlichen. Anschließend erfolgt die geodätische Kalibrierung der flächenhaften Bewegungsmodelle, die in Kapitel 5 unter Verwendung von PSI-Daten berechnet wurden. Um systematische Fehler bzw. Abweichungen zu reduzieren und eine konsistente Referenzierung herzustellen, werden die Geschwindigkeiten von GNSS-Referenzstationen und Höhenfestpunkten als Referenzwerte eingeführt. Danach werden die kalibrierten LOS-Geschwindigkeiten in flächenhafte Vertikal- und Horizontalbewegungen (Ost-West-Richtung) zerlegt, wobei die Aufnahmegeometrie der Radarsatelliten genutzt wird. Um die Genauigkeit beurteilen zu können, werden für beide Bewegungskomponenten entsprechende Standardabweichungen geschätzt. Abschließend erfolgt unter Verwendung geologischer Fachdaten eine Interpretation und Bewertung des niedersächsischen Bodenbewegungsmodells.

Kapitel 7 fasst die Ergebnisse der Arbeit kurz zusammen und beantwortet die zu Beginn aufgestellten Forschungshypothesen. Zum Abschluss wird ein Ausblick gegeben, wie die vorgestellte Prozesskette zur flächenhaften Modellierung von Bodenbewegungen genutzt und erweitert werden könnte.

2 Grundlagen

Die gemeinsame Analyse von verschiedenen Messdaten setzt deren konsistente Referenzierung voraus. Zu Beginn wird daher in Abschnitt 2.1 der erforderliche geodätische Raumbezug eingeführt und eine Gliederung in geometrische und physikalische Bezugssysteme vorgenommen. Dabei werden grundlegende Begriffsdefinitionen erläutert und ein Überblick über ausgewählte Realisierungen von Referenzsystemen in der Bundesrepublik Deutschland gegeben. Im anschließenden Abschnitt 2.2 erfolgt die Definition und ausführliche Erläuterung von Bodenbewegungen, wobei auf deren möglichen Ursachen eingegangen wird. Es folgt eine chronologische Beschreibung der bisherigen Untersuchungen zu Deformationen der Erdoberfläche in Niedersachsen. Im anschließenden Abschnitt 2.3 werden die verwendeten Messverfahren GNSS, Nivellement und die satellitengestützte Radarinterferometrie zur Erfassung von Bodenbewegungen zusammen mit etablierten Auswertekonzepten kurz beschrieben. Diese Beobachtungssysteme liefern jedoch nur punktuelle Bewegungsinformationen der Erdoberfläche, wodurch der Bewegungsvorgang zwischen den Messpunkten unbekannt ist. Um diese Informationslücke schließen zu können, wird in Abschnitt 2.4 die entwickelte Prozesskette zur flächenhaften Modellierung von Bodenbewegungen konzeptionell vorgestellt. Zielsetzung ist die Berechnung eines hochauflösenden Bodenbewegungsmodells für Niedersachsen, wobei sich das entwickelte Prozessmodell grundsätzlich auf andere Gebiete übertragen lässt. Im folgenden Abschnitt 2.5 ist ein Überblick über ausgewählte Bodenbewegungsdienste in Deutschland, deren Unterschiede untereinander und zum niedersächsischen Dienst zu finden. Zum Abschluss werden in Abschnitt 2.6 stochastische Prozesse und die Methode der kleinsten Quadrate als mathematische Grundlagen zur Modellierung des Bewegungsverhaltens der Erdoberfläche behandelt.

2.1 Geodätische Bezugssysteme

Geodätische Bezugssysteme bilden die Grundlage für eine konsistente Beschreibung von Objektpunkten und deren Bewegung in einem eindeutig definierten dreidimensionalen Koordinatensystem. Sie schaffen die nötige Voraussetzung zur satellitengestützten Positionierung und Navigation, wodurch insbesondere globale Bezugssysteme zu einem festen Bestandteil des gesellschaftlichen Lebens geworden sind. Unter Einhaltung höchster Genauigkeitsanforderungen wird die Erfassung kleinster Veränderungen im System Erde ermöglicht, die im Inneren, an der Oberfläche und bis hin zur Atmosphäre des Planeten über verschiedene räumliche und zeitliche Skalen stattfinden (Angermann u. a., 2021).

Im deutschen Sprachgebrauch wird der Begriff Bezugssystem häufig übergeordnet für die drei Komponenten Referenzsystem, Referenzrahmen und geodätisches Datum verwendet (Heck, 2003). In diesem Zusammenhang ist nach Drewes (2009) ein Referenzsystem zeitlich nicht veränderlich und definiert sich durch Konstanten, Konventionen, Modelle und Parameter als Basis zur mathematischen Beschreibung geometrischer und physikalischer Größen. Es handelt sich somit zunächst um eine mathematische Definition, die erst durch einen Referenzrahmen materialisiert und zugänglich gemacht wird. Häufig ist dafür auch die Bezeichnung Referenznetz gebräuchlich. Mit dem Ziel zur bestmöglichen Approximation der vereinbarten Definitionen, realisiert ein Referenzrahmen physisch und mathematisch durch Referenzpunkte mit zugehörigen Koordinaten das zugrunde liegende Referenzsystem. Dazu werden geodätische Beobachtungen durchgeführt, womit sich die innere Netzgeometrie der Referenzpunkte bestimmen lässt (Bauer, 2011). Das geodätische Datum fixiert die Relation zwischen Referenzrahmen und Referenzsystem, indem die Lage des Koordinatenursprungs, die Orientierung der Koordinatenachsen und der Maßstab eindeutig festgelegt werden (Drewes, 2009). Dies erfordert die Vorgabe von ergänzenden Datumsbedingungen, mit denen die enthaltenen Informationen der Beobachtungen zur Realisierung eines Referenzsystem vervollständigt werden (Heck, 2003). Durch bekannte Koordinaten sogenannter Datumspunkte, kann das geodätische Datum eines Referenzrahmens mittels Beobachtungen auf andere Netzpunkte übertragen werden. Dadurch wird eine Netzverdichtung nach dem Grundprinzip „vom Großen ins Kleine“ ermöglicht.

Die konsistente Referenzierung von Messdaten unterschiedlicher Beobachtungssysteme ist die Voraussetzung, um diese miteinander in Beziehung setzen und gemeinsam analysieren zu können (Angermann u. a., 2021). Zur Beschreibung der Position sowie der Bewegung der Erde im Raum und anderer Himmelskörper, werden himmelsfeste bzw. zälestische Referenzsysteme definiert, die durch extragalaktische Radioquellen realisiert werden (Torge und Müller, 2012; Deutsches Institut für Normung e.V., 2021). Als Referenzpunkte dienen Quasare, die aufgrund der weiten Entfernung zur Erde keine messbaren Eigenbewegungen aufweisen. Zur Positionsbestimmung und Navigation auf und nahe der Erdoberfläche sowie zur Beschreibung des Schwerefeldes werden hingegen erdfeste Bezugssysteme verwendet (Deutsches Institut für Normung e.V., 2021). Solche terrestrischen Referenzsysteme folgen der Erdrotation und werden durch Festpunkte an der Erdoberfläche realisiert. Beide Systeme sind über die Rotationsachse der Erde verbunden und lassen sich über die Erdorientierungsparameter in Beziehung setzen (Torge und Müller, 2012).

Zur Aufgabenwahrnehmung der Landesvermessung werden terrestrische Bezugssysteme benötigt, die auch zur Beschreibung von Deformationen der Erdoberfläche verwendet werden. Zu unterscheiden ist dabei zwischen globalen, kontinentalen und ggf. nationalen Realisierungen von Referenzsystemen, da diese den Bezug und die beobachtbare räumliche Skala von Objektbewegungen festlegen. So können beispielsweise mit globalen Bezugssystemen die Bewegungen tektonischer Platten beobachtet werden, während kontinentale Systeme auf die Möglichkeit zur Erfassung intrakontinentaler Bewegungen begrenzt sind.

2.1.1 Geometrische Bezugssysteme

Mit Verfügbarkeit geodätischer Raumverfahren wurde die Möglichkeit zur Realisierung globaler Bezugssysteme eröffnet, mit denen nationale Lagebezugssysteme, wie z.B. das deutsche Hauptdreiecksnetz DHDN, abgelöst wurden (Heckmann und Jahn, 2014). Dazu dient das geozentrische International Terrestrial Reference System (ITRS) als theoretische Grundlage, das von der International Union of Geodesy and Geophysics (IUGG) definiert wird (Torge und Müller, 2012). Die Festlegungen des kartesischen Koordinatensystems beinhalten, dass der Koordinatenursprung im Erdschwerpunkt (Geozentrum) liegt, der durch die gesamte Erdmasse einschließlich der Ozeane und Atmosphäre definiert ist. Zudem ist die Z-Achse des Systems zum Conventional Terrestial Pole (CTP) gerichtet und entspricht damit der mittleren Rotationsachse der Erde zwischen den Jahren 1900 und 1906 (Torge und Müller, 2012, S. 39). Die Richtung der X-Achse ist durch die entstehende Schnittgerade zwischen konventioneller Meridianebene durch Greenwich und der Äquatorebene gegeben, sodass das Referenzsystem mit der Erde rotiert. Die Y-Achse vervollständigt das Rechtssystem, wie in Abbildung 2.1 dargestellt. Zur Definition der Längenmaße wird die Basiseinheit Meter des internationalen Einheitensystems (SI) verwendet.

Bei Bedarf einer Umrechnung von kartesischen in ellipsoidische Koordinaten wird das Rotationsellipsoid des Geodetic Reference System 1980 (GRS80) empfohlen, dessen kleine Halbachse b zum CTP gerichtet ist und dessen Mittelpunkt mit dem Geozentrum übereinstimmt (Petit und Luzum, 2010). Die ellipsodische Breite (φ oder B) ist als Winkel zwischen der Ellipsoidnormalen n und der XY-Ebene definiert (Heck, 2003). Die ellipsoidische Länge (λ oder L) wird als Winkel zwischen der X-Achse und der projizierten Ellipsoidnormalen auf die XY-Ebene angegeben. In der dritten

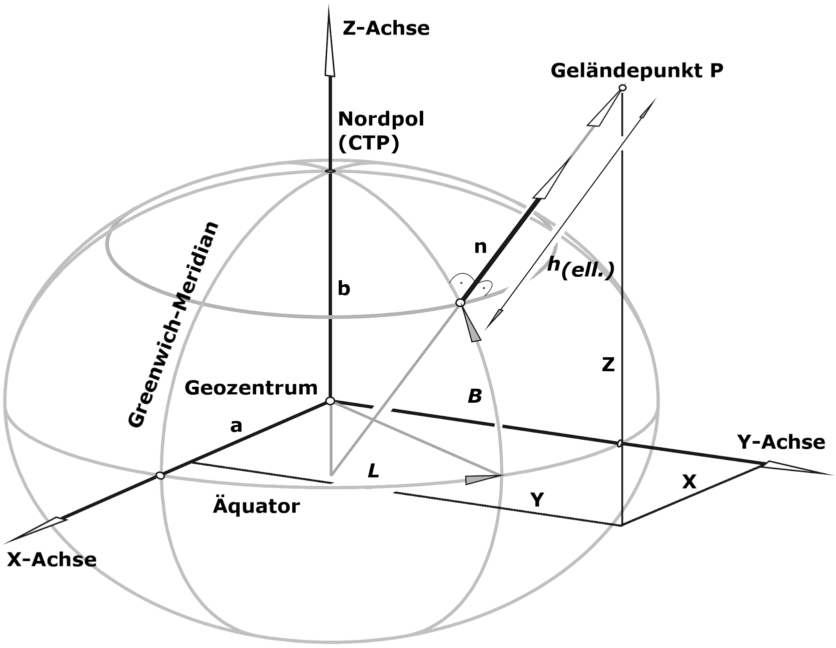


Abbildung 2.1: *Beschreibung der geometrischen 3D-Position eines Geländepunktes mittels ellipsodischer und kartesischer Koordinaten (vgl. Ilk, 2021)*

Dimension wird der Abstand zwischen dem Geländepunkt P und dem Fußpunkt der durch P laufenden Ellipsoidnormalen als ellipsoidische Höhe h bezeichnet.

Die Definitionen des ITRS werden durch den International Terrestrial Reference Frame (ITRF) realisiert, der unter Koordinierung des International Earth Rotation and Reference Systems Service (IERS) in regelmäßigen Abständen berechnet und als Produkt veröffentlicht wird (Torge und Müller, 2012). Da sich die Erdoberfläche aufgrund dynamischer Prozesse im Erdsystem ständig verändert, umfasst eine ITRF-Lösung geozentrische Koordinaten zu einer festgelegten Referenzepoche und zugehörige Geschwindigkeitsvektoren von global verteilten Referenzstationen. An diesen Stationen wurden zum Teil mehrere Beobachtungssysteme der Raumverfahren Global Navigation Satellite System (GNSS), Very Long Baseline Interferometry (VLBI), Satellite Laser Ranging (SLR) und Doppler Orbitography and Radiopositioning Integrated by Satellite (DORIS) eingerichtet, deren Daten in Kombination zur Realisierung des ITRS beitragen (Angermann u. a., 2021). In dieser Arbeit repräsentiert der ITRF2014 die aktuelle Version des Referenzrahmens, wobei die Jahreszahl angibt, bis zu welchem Jahr die Beobachtungen der genannten Verfahren in die Realisierung eingeflossen sind. Zur Berechnung der Koordinaten und Geschwindigkeiten von insgesamt 1499 Referenzstationen des ITRF2014 sind demzufolge die reprozessierten Zeitreihen der Beobachtungssysteme bis Ende 2014 eingegangen (Altamimi u. a., 2016). Dadurch konnte eine Genauigkeit der 3D-Position von unter 5 mm und eine Bewegungsgenauigkeit von unter 1 mm/Jahr erreicht werden (Angermann u. a., 2021).

Auch bei einer ständig zunehmenden Anzahl an global verteilten Referenzstationen des ITRF, betragen deren Abstände untereinander viele hundert bis zu mehreren tausend Kilometern (Heck, 2003). Zudem sind kinematische Festpunktfelder für den praktischen Gebrauch, wie z.B. im Liegenschaftskataster, ungeeignet. Daher wurde bereits 1987 von der International Association of Geodesy (IAG) eine Subkommission zur Realisierung eines einheitlichen European Reference Frame (EUREF) eingerichtet, der sowohl den Anforderungen praktischer als auch wissenschaftlicher Anwendungen gerecht werden sollte (Adam u. a., 2000). Als Grundlage dient das European Terrestrial Reference System 1989 (ETRS89), das per Definition an dem stabilen Teil der Eurasischen Kontinentalplatte zur Epoche 1989.0 fixiert ist und zusätzlich die Festlegungen des ITRS übernimmt. Dadurch rotiert das ETRS89 mit der kontinentalen Platte, während die Referenzstationen in diesem System stabil bleiben sollen. Zur ersten Realisierung des Referenzsystems durch den European Terrestrial Reference Frame 1989 (ETRF89), dienten die Koordinaten von 35 europäischen SLR und VLBI-Stationen der globalen ITRF89-Lösung zur Referenzepoche 1989.0 (Adam u. a., 2000). Bis in die 1990er Jahren wurde das EUREF-Netz durch GPS-Kampagnen sukzessiv aufgebaut und verdichtet. Inzwischen erfolgt die Realisierung dienstebasiert durch GNSS-Referenzstationen des EUREF Permanent Network (EPN), das als eine kontinentale Verdichtung des globalen International GNSS Service (IGS) Netzes betrachtet werden kann. In dieser Schnittstellenfunktion wird über das EPN die Beziehung zwischen dem ITRS und ETRS89 hergestellt, indem aus jeder ITRF- eine zugehörige ETRF-Lösung abgeleitet wird. Darüber hinaus werden für den Übergang zwischen beiden Systemen und damit verbundenen Referenzrahmen Transformationsparameter veröffentlicht (Altamimi, 2018).

In den Jahren 1991 und 1995 wurde von der Arbeitsgemeinschaft der Vermessungsverwaltungen der Länder der Bundesrepublik Deutschland (AdV) die Einführung des ETRS89 in Verbindung mit der Universal Transverse Mercator (UTM)-Abbildung als Bezugssystem für die Landesvermessung und das Liegenschaftskataster beschlossen (Heckmann und Jahn, 2014). Dazu wurde im Bereich der Bundesrepublik Deutschland im April 1991 das 109 Punkte umfassende deutsche Referenznetz 1991 DREF91 in einer GPS-Kampagne bestimmt und an das bestehende EUREF-Netz angeschlossen (Lindstrot, 1999). Davon ausgehend wurden weitere Netzverdichtungen in der Zuständigkeit der Bundesländer realisiert und damit erstmalig amtliche Koordinaten für die Referenzstationen des Satellitenpositionierungsdienst der Deutschen Landesvermessung (SAPOS) berechnet. Mit Inbetriebnahme der SAPOS-Dienste offenbarten sich jedoch länderübergreifende Koordinatendiskrepanzen, was zur Diagnoseausgleichung des SAPOS-Netzes führte (Beckers u. a., 2005). Dazu wurden die GPS-Daten der 42. Kalenderwoche 2002 aller Referenzstationen gemeinsam zu einem homogenen Koordinatensatz ausgewertet und durch Transformation auf die bis dahin amtlichen Koordinaten sämtlicher Stationen gelagert. Dieser Koordinatensatz wurde anschließend als neue Realisierung des amtlichen Raumbezugssystem mit der Bezeichnung „ETRS89/DREF91 (Realisierung 2002)“ eingeführt und über die SAPOS-Positionierungsdienste bereitgestellt.

Das Verständnis zur Realisierung von Bezugssystemen hat sich in Deutschland in den letzten Jahren konsequent weiterentwickelt, hin zu einer ganzheitlichen Betrachtung der verschiedenen geodätischen Bezugsgrößen (Heckmann und Jahn, 2014). Demzufolge wurden in dem AdV-Projekt zur Erneuerung des deutschen Haupthöhennetzes (DHHN) im Jahr 2008 bundesweit 250 geodätische Grundnetzpunkte (GGP) geschaffen, die als GGP-Rahmennetz bezeichnet werden. Sie erlauben eine Verknüpfung zwischen den Bezugsrahmen der geometrischen 3D-Position, physikalischen Höhe sowie Schwere. Durch verschiedene Messverfahren wurden diese Komponenten epochengleich realisiert und bilden somit den sogenannten „integrierten geodätischen Raumbezug“ (AdV, 2017). Das bodengebundene GGP-Rahmennetz wurde in einer GNSS-Kampagne erstmalig bestimmt und zusammen mit allen verfügbaren SAPOS-Referenzstationen gemeinsam ausgewertet (Feldmann-Westendorff u. a., 2016). Zusätzlichen flossen die Daten des integrierten geodätischen Referenznetzes (GREF) des Bundesamtes für Kartographie und Geodäsie (BKG) sowie ausgewählter internationaler GNSS-Referenzstationen in die Auswertung ein, wodurch eine Anbindung an die übergeordneten Referenzrahmen ETRF2000 und ITRF2005 hergestellt wurde. Zur endgültigen Lagerung wurde das GGP-Rahmennetz durch drei Rotationen auf die amtlichen Koordinaten der SAPOS-Referenzstationen im Referenzrahmen ETRS89/DREF91 (Realisierung 2002) transformiert. Der entstandene, neue Koordinatensatz wurde 2016 von der AdV unter der Bezeichnung „ETRS89/DREF91 (Realisierung 2016)“ als Basis des aktuellen amtlichen Bezugssystems eingeführt. Zur gleichen Zeit hat die AdV die bisherigen Strategien zum Monitoring des Referenzstationsnetzes (RSN) der Länder und des BKG grundlegend erneuert, sodass inzwischen wöchentlich Koordinaten der GNSS-Referenzstationen im amtlichen Raumbezug sowie im aktuellen ITRF berechnet und zugehörige Geschwindigkeiten abgeleitet werden. Weiterführende Information zum RSN-Monitoring sind im Abschnitt 4.1 zu finden.

Das eingerichtete GGP-Rahmennetz ist durch bundesweite GNSS-Wiederholungsmessungen in einem regelmäßigen Rhythmus von 12 Jahren zu überprüfen und die Ergebnisse sind als Zeitreihen zu speichern (AdV, 2017). Pandemiebedingt wurden die Messungen jedoch erst im Jahr 2021 durchgeführt und befinden sich derzeit in der Auswertung, wodurch die Erkenntnisse nicht in diese Dissertation einfließen können.

2.1.2 Physikalische Höhenbezugssysteme

Physikalische Höhenbezugssysteme definieren sich über das Erdschwerefeld, in dem Punkte mit gleicher Höhe auf einer gemeinsamen Äquipotentialfläche liegen. Darauf ist das Schwerepotential der Erde W konstant, sodass zur Bewegung einer Masse auf solch einer Oberfläche keine Arbeit verrichtet werden muss. Folglich fließt zwischen Punkten auf einer Äquipotentialfläche ohne Einwirkung anderer Kräfte kein Wasser, was als grundlegende Anforderung an Gebrauchshöhensysteme aufgefasst werden kann. In physikalischen Höhenbezugsystemen erhält die mittlere Meeresoberfläche die Höhe Null und dient somit als natürliche Referenz bzw. geodätische Datumsfestlegung. Die ungestörte Meeresoberfläche erfährt eine besondere Bedeutung, da sie unter den Kontinenten fortgesetzt eine stetige, geschlossene Fläche mit konstanten Schwerepotential W_0 bildet und das Geoid definiert (Torge und Müller, 2012). Die bereits beschriebenen ellipsoidischen Höhen sind hingegen geometrisch definiert und können daher die Anforderungen an ein physikalisches Gebrauchshöhensystem nicht erfüllen.

Unter Verwendung des geometrischen und ggf. hydrostatischen Nivellements wurden von der Landesvermessung großräumige Höhennetze angelegt, deren Festpunkte in linienhafter Anordnung ein physikalisches Höhenbezugssystem realisieren. Mit diesen Messverfahren zur Höhenübertragung wird der metrische Abstand $\Delta h_{1,2}$ zwischen den Äquipotentialflächen W_1 und W_2 an den sogenannten Wechselpunkten P_1 und P_2 beobachtet (Torge und Müller, 2012, S. 217). Durch Hinzunahme der mittleren Schwere $g_{1,2}$ lässt sich der nivellierte Höhenunterschied in eine Potentialdifferenz mit

$$\Delta W_{1,2} = W_2 - W_1 = \int_1^2 dW = -\int_1^2 g \cdot dh \approx -\Delta h_{1,2} \cdot g_{1,2} \tag{2.1}$$

umrechnen. In den Integralen kennzeichnet dW das differentielle Schwerepotential, dh den differentiellen Abstand und g die lokale Schwerebeschleunigung entlang der Lotlinie. Aufgrund inhomogener Massenverteilungen im Erdinnern verlaufen Äquipotentialflächen nicht parallel und weisen in Abhängigkeit des Ortes unterschiedliche Abstände auf. Dies führt ohne Berücksichtigung der Schwere zu einem Schleifenschlussfehler beim Nivellement, bei dem die Summe $\sum \Delta h$ einer geschlossenen Nivellementschleife nicht den Wert Null ergibt (Heck, 2003). Insbesondere zur Auswertung großräumiger Höhennetze werden daher die nivellierten Höhenunterschiede zunächst in Potentialdifferenzen umgerechnet, wodurch lokale Schweremessungen entlang der Nivellentlinien erforderlich sind.

Zur Höhenangabe eines beliebigen Punktes P mit Bezug auf das Geoid wurde die geopotentielle Kote

$$C_P = W_0 - W_P = -\int_{P_0}^{P} dW = \int_{P_0}^{P} g \cdot dh \tag{2.2}$$

mit der Einheit $\mathrm{m}^2/\mathrm{s}^2$ als Höhensystem eingeführt (Torge und Müller, 2012, S. 81 f.). Der Bezugspunkt P_0 auf der Niveaufläche W_0 ist grundsätzlich frei wählbar. Zur konkreten Realisierung von Höhenbezugssystemen werden jedoch Pegelstationen ausgewählt, die eine mittlere Meeresoberfläche repräsentieren. So definiert für Deutschland der Pegel in Amsterdam den geodätischen Höhenbezug (Heckmann und Jahn, 2014). Als wegunabhängige Beobachtung dient zur Höhenübertragung der abgeleitete negative Potentialunterschied bzw. die Differenz der geopotentiellen Kote

$$\Delta C_{1,2} = -\sum_{i=1}^{k} \Delta W_i = \sum_{i=1}^{k} g_i \cdot \Delta h_i \tag{2.3}$$

zwischen den Nivellementpunkten P_1 und P_2. Der Index k gibt dabei die Anzahl der nivellierten Höhenunterschiede zwischen den Festpunkten an. Durch Anschluss eines Nivellementnetzes an mindestens einen Meerespegel lässt sich die geopotentielle Kote für die beobachteten Nivellementpunkte berechnen. Für den praktischen Gebrauch werden jedoch metrische Höhenangaben gefordert, was eine Umformung der geopotentiellen Koten erforderlich macht. Die Überführung in ein Gebrauchshöhensystem gelingt, indem die geopotentielle Kote durch einen Schwerewert dividiert wird, dessen Wahl das Zielhöhensystem bestimmt.

Mit Realisierung des DHHN92 wurden in Deutschland Normalhöhen H_N als Höhensystem eingeführt. Die Auswertung des Nivellementnetzes erfolgte unter Verwendung von Potentialunterschieden, wobei der Höhenfestpunkt an der Kirche in Wallenhorst, in der Nähe von Osnabrück, mit der amtlichen Punktnummer 3614 900005 als Datumsfestlegung diente (AdV, 2018). Die zugehörige geopotentielle Kote wurde aus dem United European Levelling Network (UELN) übernommen, das in der Auswertung im Jahr 1986 am Amsterdamer Pegel angeschlossen wurde. Zur hypothesenfreien Transformation in Normalhöhen dient die folgende Beziehung (Torge und Müller, 2012, S. 83):

$$H_N = \frac{C_P}{\overline{\gamma}} \qquad \text{mit: } \overline{\gamma} = \frac{1}{H_N} \int_{Q'}^{Q} \gamma(H_N) \cdot dH_N \tag{2.4}$$

Dabei gibt $\overline{\gamma}$ die mittlere Normalschwere zwischen den Punkten Q' und Q an (siehe Abbildung 2.2). Der Punkt Q mit dem Normalpotential U_Q liegt in der Normallotline des Oberflächenpunktes P und stimmt mit dessen Schwerepotential W_P überein. Wenn alle Punkte Q miteinander verbunden werden, dann entsteht das sogenannte Telluroid, dessen Abstand zur Erdoberfläche als Höhenanomalie ζ bezeichnet wird. Der Punkt Q' befindet sich auf dem Niveauellipsoid des Normalschwerefeldes, sodass die Normalhöhe den Abstand zwischen Referenzellipsoid und Telluroidpunkt Q angibt. Wenn diese Höhen von den Festpunkten auf der Erdoberfläche abgetragen werden, dann entsteht das Quasigeoid als Referenzfläche des Höhensystems. Dies entspricht nicht einer exakten Äquipotentialfläche im Erdschwerefeld, liegt aber in der Nähe des Geoids. Der Höhenunterschied zwischen Niveauellipsoid und Quasigeoid ist identisch mit der Höhenanomalie und wird daher auch Quasigeoidhöhe genannt. Mit Kenntnis der Lage des Quasigeoids lassen sich ellipsoidische Höhen h unter Verwendung des Zusammenhangs

$$H_N = h - \zeta \tag{2.5}$$

in das physikalische Höhenbezugssystem überführen, was vor dem Hintergrund einer steigenden Nutzung satellitengestützter Positionierungsdienste eine hohe Bedeutung hat.

Zur aktuellen Realisierung des amtlichen Höhenbezugssystems DHHN2016 wurden zwischen den Jahren 2004 und 2013 Nivellements auf den Hauptlinien des Höhennetzes durchgeführt (AdV, 2018). Die Lagerung erfolgte zwangsfrei auf insgesamt 72 Datumspunkten, deren Normalhöhen im DHHN92 gegeben waren. Wie bereits im Abschnitt 2.1.1 beschrieben, wurden im Rahmen des AdV-Projektes zur Erneuerung des DHHN mehrere GGPs eingerichtet und die ellipsoidischen Höhen in einer GNSS-Kampagne bestimmt. Die epochengleiche Messung mittels Nivellement und daraus abgeleiteten Normalhöhen ermöglichen an diesen Festpunkten eine direkte Bestimmung der Quasigeoidhöhen, die maßgeblich zum integrierten geodätischen Raumbezug in Deutschland beitragen.

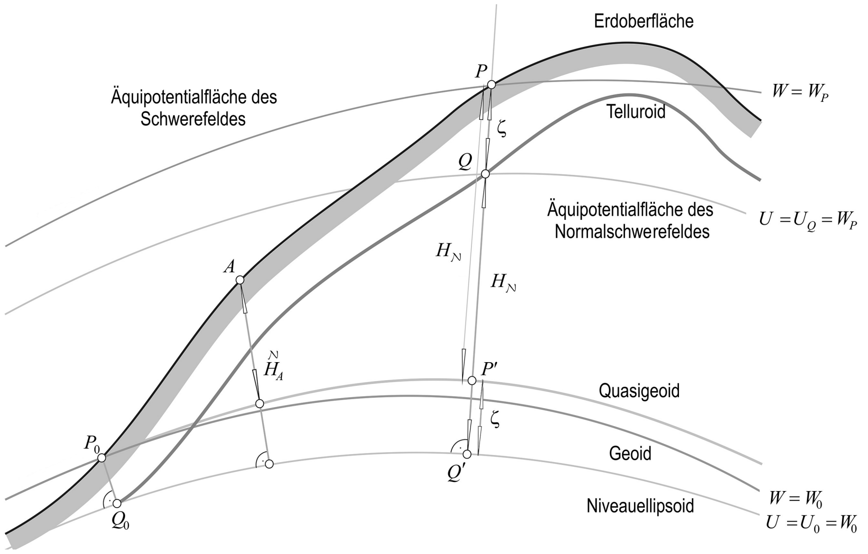


Abbildung 2.2: *Normalhöhe H_N, Telluroid und Quasigeoid (vgl. Ilk, 2021)*

2.2 Bodenbewegungen

Die Erdoberfläche wird durch ständige Veränderungsprozesse im System Erde beeinflusst. Dies kann die Entstehung von Bodenbewegungen zur Folge haben, die zu einem Risiko für die Bevölkerung und infrastrukturelle Einrichtungen werden können. Die Erfassung von Veränderungen an der Erdoberfläche erfordert zunächst ein einheitliches Verständnis von Bodenbewegungen als Messgröße. Sie wird daher vom Deutschen Institut für Normung e.V. in der DIN 21917 als „Die Gesamtheit aller bergbaulich, geologisch oder hydrologisch verursachten Form- und Lageänderungen (Bewegungsvorgang) an der Tagesoberfläche“ definiert (Deutsches Institut für Normung e.V., 1999). Im Kern wird damit die Beziehung zwischen Ursache und Wirkung als Bewegungsvorgang sowie das Messobjekt festgelegt. Im Folgenden werden diese drei Komponenten diskutiert und der Begriff Bodenbewegung im Sinne dieser Arbeit definiert.

In der gegebenen Definition wird die Tagesoberfläche als Messobjekt benannt, die als sichtbare Erdoberfläche interpretiert werden kann. Nach Yin (2020) wird mit dem Begriff „Boden“ die oberste Schicht der Erdoberfläche bezeichnet, die als Träger der Bewegungsinformation zur Ableitung von Oberflächenverformungen der Erde dient. Demzufolge lassen sich Veränderungen von tief gegründeten Vermarkungen, wie beispielsweise Rohrfestpunkte (RF) in Nivellementnetzen, nicht den Bewegungen der Tagesoberfläche zuordnen.

Unter Bewegungsvorgang werden Form- und Lageänderungen der Erdoberfläche verstanden, die im geodätischen Umfeld zusammengefasst als Deformationen bezeichnet werden (Heunecke u. a., 2013). In diesem Zusammenhang resultieren Bewegungen aus dreidimensionalen Punktlageänderungen, die sich aus Verschiebungen und Verdrehungen ergeben. Bei einem räumlich ungleichmäßigen Verhalten entstehen geometrische Umbildungen des Messobjektes, also Verformungen der Tagesoberfläche, die z.B. Verzerrungen oder Pressungen hervorrufen (siehe auch Abbildung 2.3). Bodenbewegungen sind dabei stets als zeitlich ablaufende Veränderungsprozesse zu verstehen, die in Abhängigkeit der Ursachen variieren und Diskontinuitäten aufweisen können. Zudem wird ein Bewegungsvorgang als räumlich zusammenhängender Prozess aufgefasst, wodurch Bodenbewegungen innerhalb eines flächenhaften Ausschnitts an der Erdoberfläche auftreten (Yin, 2020). Veränderungen individueller Objekte, wie z.B. Setzungen einzelner Gebäude, widersprechen dieser Auffassung und repräsentieren damit nicht das Verhalten der Tagesoberfläche. Messtechnisch bedingt werden Bewegungen häufig als Hebungen bzw. Senkungen in vertikaler Richtung sowie Lageveränderungen in der horizontalen Ebene separat erfasst. Da Bodenbewegungen grundsätzlich dreidimensionale Veränderungen der oberen Erdschicht darstellen, gehen mit vertikalen Deformation oft horizontale Verschiebungen einher.

Nach Yin (2020) befinden sich die Ursachen von Oberflächenverformungen der Erde im Untergrund. Angetrieben werden die Deformationsprozesse jedoch häufig von äußeren Faktoren, wie beispielsweise Änderungen des Wasserhaushaltes der Erde oder Temperaturschwankungen, wodurch auch atmosphärische Prozesse und die Sonneneinstrahlung Einfluss nehmen (Heunecke u. a., 2013). Im Gegensatz dazu werden gemäß Definition Auflasteffekte und periodische Gezeiten bei der Betrachtung von Bodenbewegungen ausgeschlossen. In der Praxis haben Bewegungsvorgänge vielfältige Ursachen, die zu Überlagerungen der Effekte führen können. Die konkrete Zuordnung der Einflüsse lässt sich nur interdisziplinär lösen, wobei zwischen anthropogen und geogen verursachten Bewegungen unterschieden wird.

2.2.1 Ursachen von Bewegungsvorgängen

Die möglichen Ursachen für Bewegungsvorgänge sind äußerst vielfältig und daher in jedem Einzelfall zu prüfen (Heunecke u. a., 2013). Die folgenden Ausführungen erheben daher keinen Anspruch auf Vollständigkeit, sondern sollen lediglich bekannte Prozesse im Bereich Deutschlands mit einem Fokus auf Niedersachsen als Untersuchungsgebiet beleuchten.

Geogen verursachte Bodenbewegungen sind natürlich ablaufende Prozesse, zu denen als bekannteste Beispiele kontinentale Plattenbewegungen und Erdbeben zählen. Die Bundesrepublik Deutschland befindet sich allerdings auf einem vergleichsweise stabilen Teil der eurasischen Kontinentalplatte, deren Drift gleichmäßig abläuft und somit keine Verformungen der Erdoberfläche hervorruft. Dennoch existieren in Deutschland tektonisch verursachte Bewegungsgebiete. An dieser Stelle seien großräumige Hebungen in den Bereichen der Eifel, den Alpen und der deutschen Ostseeküste genannt, die im Randbereich des Einflusses der fennoskandinavischen Landhebung liegt. Hierzu sei auf die weiterführenden Beiträge von Kreemer u. a. (2020), Sánchez u. a. (2018) und Vestøl u. a. (2019) verwiesen. Des Weiteren wurden in verschiedenen Untersuchungen auch tektonisch induzierte Senkungen in der Region des Oberrheingrabens analysiert (Fuhrmann, 2016; Zippelt, 1988). Neben den geodynamischen Prozessen im Erdinneren und innerhalb der Erdkruste, bestimmen auch die oberflächennahen Bodenbeschaffenheiten das Bewegungsverhalten der Tagesoberfläche. So bietet das Untersuchungsgebiet Niedersachsen vom Bergland bis zur Küstenlandschaft ein breites Spektrum an geologischen Strukturen, wie beispielsweise Geestrücken, Marschböden, Moore oder Flussniederungen (Heunisch u. a., 2017). In Abhängigkeit der geologischen Entwicklung und Eigenschaften können die verschiedenen Bodenbeschaffenheiten infolge von fortlaufender Kompaktion zu Senkungen führen. Änderungen des Wasserhaushaltes können durch Quellvorgänge oder Auswaschungen der Böden ebenfalls natürliche Bodenbewegungen hervorrufen (Heunecke u. a., 2013, S. 94 ff.).

Im Gegensatz dazu werden anthropogene Bewegungsvorgänge künstlich durch menschliches Handeln verursacht. Solche Bodenbewegungen sind häufig auf Grundwasserentnahme sowie Abbau und Speicherung von Rohstoffen im Untergrund zurückzuführen. Insbesondere die Auswirkungen von Erdöl- und Erdgasgewinnung haben in dieser Arbeit eine hohe Bedeutung, da 90% der Gesamtförderung in Deutschland aus Niedersachsen stammt (Heunisch u. a., 2017). Zudem wird die niedersächsische Landesfläche durch Bewegungen infolge von Kavernenspeicherbetrieben und Bergbau beeinflusst.

Durch anthropogene Massenentnahme im Erdinneren senkt sich das Deckgebirge über der Entnahmefläche, sodass sich der entstandene Hohlraum unter dem Druck der oberen und seitlichen

Gebirgsschichten wieder schließt (Yin, 2020). Wie sich dieser Vorgang an der Tagesoberfläche auswirkt, wird von verschiedenen Einflussfaktoren bestimmt und ist z.B. abhängig von dem abgebauten Rohstoff, der Tiefe, Ausdehnung, Ausrichtung und der verwendeten Abbautechnologie der Lagerstätte (Kratzsch, 2013). Zudem wird das Bewegungsverhalten von den Beschaffenheiten des Deckgebirges beeinflusst. Mit Ausnahme des Bereichs über der Abbaumitte verläuft die Bewegung nicht senkrecht zur Tagesoberfläche, sondern in schräger Richtung zum Abbauschwerpunkt. Der Einwirkungsbereich des Bergbaus geht dabei über die Abbaufläche hinaus. Werden alle Punkte lotrecht um ihre vertikale Bewegung abgetragen, entsteht die in Abbildung 2.3 dargestellte Profilkurve des Senkungstrogs mit einem Maximum über dem Abbauzentrum. Die Gradienten des Senkungstrogs definieren die Schieflage und weisen zur Abbaumitte während sich mit der 2. Ableitung die Krümmungskurve berechnen lässt. Mit diesen Bodenbewegungselementen stehen die Verschiebungen, Pressungen und Zerrungen in enger Beziehung. So wird in der Praxis die Horizontalverschiebung V_{xy} unter Verwendung der lokalen Schieflage V_z' und eines empirisch gewonnen „Gebirgsparameters“ B abgeschätzt (Pollmann, 1990):

$$V_{xy} = B \cdot V_z' \tag{2.6}$$

In diesem vereinfachten Modell tritt die maximale Verschiebung ungefähr an der Stelle der halben Maximalsenkung auf und geht über die Mitte der Lagerstätte auf Null zurück. In der Realität ist die beschriebene ideale Form von Bodenbewegungen kaum vorzufinden, da beispielsweise inhomogene Strukturen des Deckgebirges zu einem unregelmäßigen Bewegungsverhalten an der Tagesoberfläche führen können. Es kann eine asymmetrische Senkungsmulde entstehen und entgegen der Modellvorstellung der Einfluss von Horizontalverschiebungen über den Senkungsbereich hinausgehen (Pollmann, 1990).

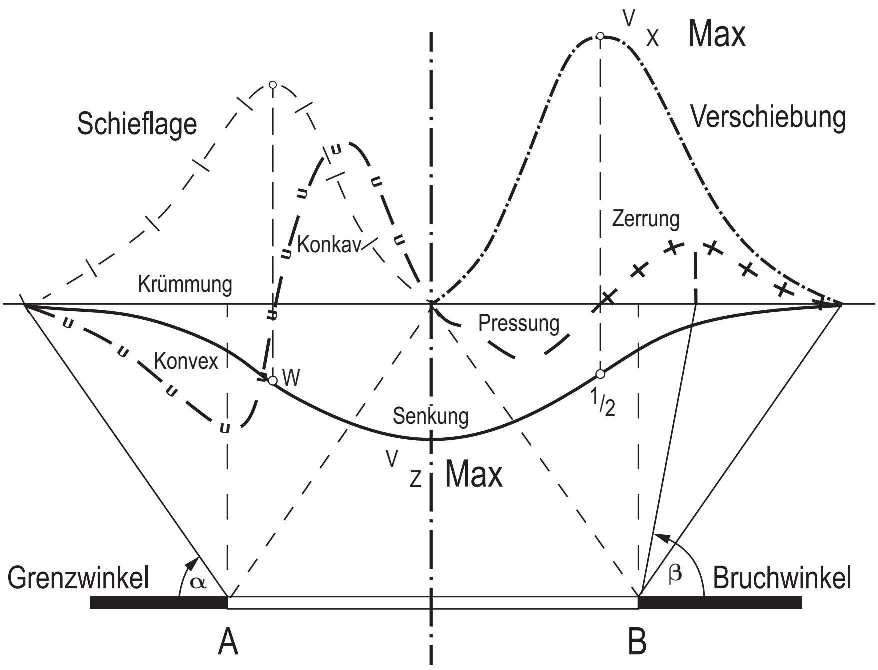


Abbildung 2.3: *Elemente der Bodenbewegung über einer Abbaufläche (Kratzsch, 2013)*

2.2.2 Bisherige Untersuchungen in Niedersachsen

Bereits Anfang des 20. Jahrhunderts wurde die These aufgestellt, dass die deutsche Nordseeküste großräumigen Senkungserscheinungen unterliegt (Schütte, 1908). Zur wissenschaftlichen Beantwortung dieser Fragestellung initiierte das damalige Reichsamt für Landesaufnahme und die Landesanstalt für Gewässerkunde von 1928 bis 1937 Feinnivellements (Reichsamt für Landesaufnahme, 1932;

AdV, 1960). Das entstandene Sondernetz des Nordseeküsten-Nivellements (NKN) umfasst dabei bestehende Nivellementlinien I. Ordnung des DHHN sowie Verdichtungslinien im Küstenbereich und zu den Nordseeinseln. Zur Erhöhung der Langzeitstabilität des Netzes wurden zusätzliche unterirdische Festlegungen (UF) und tiefer gegründete RFs eingebracht (Reichsamt für Landesaufnahme, 1932, S. 18 ff.). Diese sollten zur Trennung der Oberflächenbewegungen durch eventuelle Setzungen von den Veränderungen der tieferliegenden Erdschichten dienen. Auf Basis der Wiederholungsmessungen des NKN in den 1950er-Jahren ließen sich erstmals großräumige Bodenbewegungen geodätisch bestimmen, wodurch Leonhard (1988, S. 139) mittels einer kinematischen Höhenausgleichung lokale Absenkungen von 1 bis 3 mm/Jahr in Gebieten von Flussmündungen nachweisen konnte. Unter gesonderter Betrachtung von tief gegründeten Vermarkungen kam Leonhard (1988, S. 135 ff.) weiterhin zum Schluss, dass im Raum zwischen Ems und Elbe keine vertikalen Krustenbewegungen in seiner Datenbasis nachweisbar sind. Die berechneten Bewegungsraten im NKN beziehen sich auf den als stabil angenommenen Landesnivellementhauptpunkt Wallenhorst, der auch für das DHHN bis zur Einführung der Realisierung 1992 datumsgebend war. Im Rahmen der Messungen zum DHHN85 wurde das NKN als dritte Epoche wiederholt beobachtet. Die hieraus abgeleiteten Vertikalbewegungen wurden von Wübbelmann (2005) aufbereitet und bestätigen grundsätzlich die Ergebnisse aus der vorherigen Untersuchung.

Bis zur Jahrtausendwende war das Nivellement das einzige Messverfahren mit der erforderlichen Genauigkeit, das eine großräumige Erfassung von Bodenbewegungen ermöglichte. Eine Untersuchung unterschiedlicher Datenquellen ergab 2007, dass ca. 30 % der niedersächsischen Landesfläche von anthropogen und geogen verursachten Bodenbewegungen beeinflusst werden (Jahn u. a., 2011a). Zur Erfassung der Bewegungsraten im Küstenbereich wurden im weiterführenden Verbundprojekt zum Aufbau eines integrierten Höhenüberwachungssystems in Küstenregionen durch Kombination höhenrelevanter Sensorik (IKÜS) die Beobachtungen des NKN und Koordinatenzeitreihen der SAPOS-Referenzstationen analysiert (Wanninger u. a., 2009). Die flächenhafte Geschwindigkeitsmodellierung, unter Verwendung radialer Basisfunktionen, ergab systematische Senkungen bis zu 3 mm/Jahr im Nordseeküstenbereich (Tengen, 2010, S. 112). Aufgrund der geringen Anzahl an Basiszentren und der weitmaschigen Nivellementschleifen sowie den weiten Abständen zwischen den SAPOS-Referenzstationen konnten jedoch keine feinen bzw. lokalen Bewegungsstrukturen dargestellt werden (siehe Abbildung 2.4).

Mit Etablierung der satellitengestützten Radarinterferometrie als zusätzliches Messverfahren zur Erfassung von Bewegungsvorgängen begann die niedersächsische Landesvermessung 2011 systematisch die Einflussbereiche von lokalen Bodenbewegungsgebieten zu untersuchen (Jahn, 2015a; Brockmeyer, 2019). Dazu wurden zunächst die vorhandenen Zeitreihen der Höhen- und Lagefestpunkte im amtlichen Festpunktinformationssystem (AFIS) aufbereitet und auf zeitliche Veränderung analysiert. Um aktuelle Informationen zum Bewegungsverhalten der Tagesoberfläche zu erhalten, wurden neben radarinterferometrischen Auswertungen zusätzlich Nivellement- und GNSS-Kampagnen in den lokalen Bewegungsgebieten durchgeführt sowie der Austausch mit Katasterämtern und Betreiberfirmen vor Ort intensiviert. Exemplarisch werden in Brockmeyer (2013) die Arbeiten einer durchgeführten Messkampagne im Bereich Emden beschrieben. Unter Verwendung dieser Daten konnte eine Klassifizierung und Abgrenzung der Einflussgebiete erfolgen, wobei als Grenzwert für den Nachweis von Bodenbewegungen eine Höhenänderung von 3 mm/Jahr eingeführt wurde (Brockmeyer, 2019). Sollte dieser Wert nicht überschritten werden, so gilt das untersuchte Gebiet als Verdachtsgebiet.

Das 2022 abgeschlossene Projekt zu „Untersuchungen zum absoluten Meeresspiegelanstieg an der deutschen Nord- und Ostseeküste (MSL Absolut)“, hatte ursprünglich die Ableitung eines zeitabhängigen Geschwindigkeitsfeldes für Vertikalbewegungen im Küstenbereich zum Ziel (Niemeier u. a., 2022; Riedel u. a., 2019). Als Datengrundlage dienten Zeitreihen von GNSS-Referenzstationen sowie Radardaten der Sentinel-1 Mission, die einen 50 km breiten Streifen entlang der Küstenlinie abdecken. Die verwendeten Analysetechniken zur flächenhaften Modellierung von Bodenbewegungen wurden auf Grundlage des IKÜS-Projektes weiterentwickelt, wobei die Daten des Nivellements keine Berücksichtigung fanden. Als Ergebnis werden zwei unabhängig berechnete Geschwindigkeitsfelder präsentiert, die auf abgeleiteten Vertikalbewegungen aus GNSS-Zeitreihen bzw. radarinterferometrischer Auswertungen basieren. Neben großräumigen Bewegungsmustern werden darin auch lokale Strukturen in einer Größenordnung von ±5 mm/Jahr sichtbar (Niemeier u. a., 2022, S. 30).

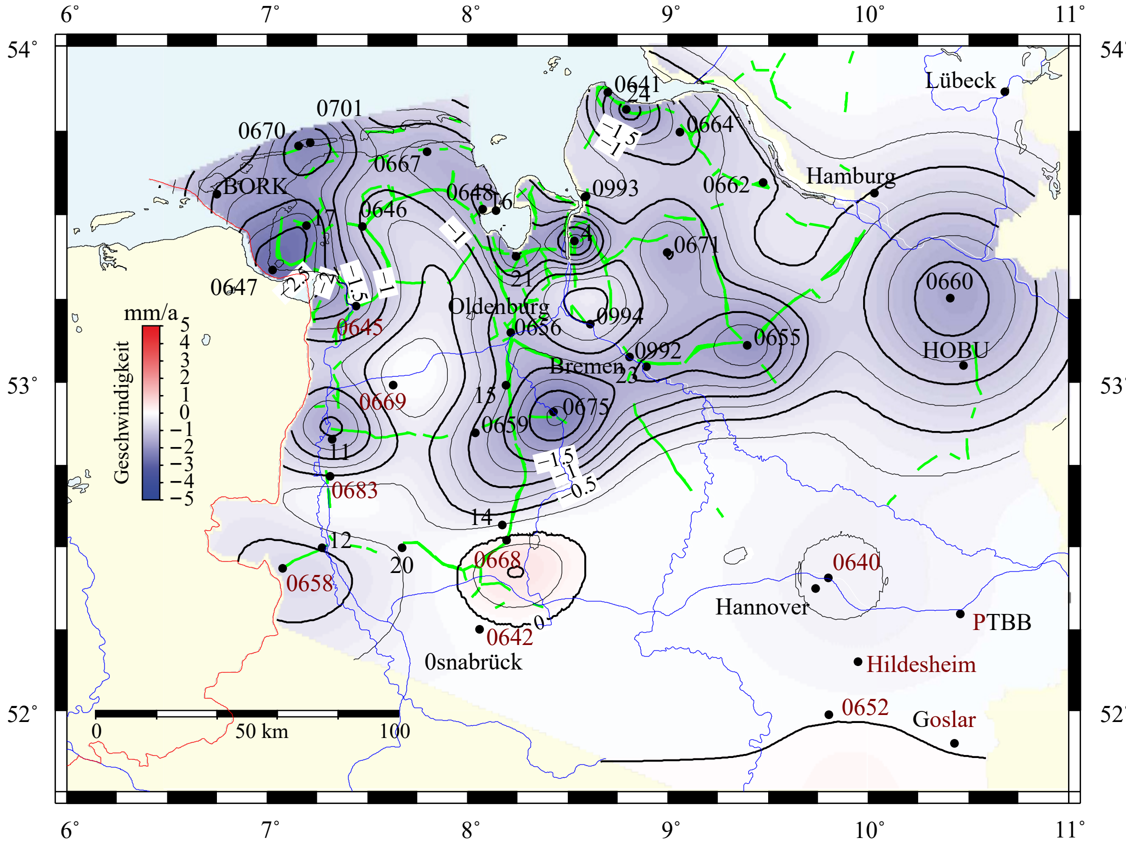


Abbildung 2.4: *Geschwindigkeitsfeld als Ergebnis der Kombination aus Nivellement- und GPS-Daten des IKÜS-Projektes (Wanninger u. a., 2009)*

2.3 Messverfahren zur Erfassung von Bodenbewegungen

Zur Erfassung von großräumigen Bodenbewegungen haben sich inzwischen die Messverfahren GNSS, Nivellement und die satellitengestützte Radarinterferometrie etabliert. Im Folgenden werden daher die Grundzüge dieser Beobachtungssysteme zusammen mit verschiedenen Auswertekonzepten kurz vorgestellt. Die Messverfahren erfassen zur Ableitung von Veränderungen an der Erdoberfläche jeweils unterschiedliche Messgrößen, die in Tabelle 2.1 zusammengestellt sind.

Tabelle 2.1: *Messgrößen der Messverfahren zur Erfassung von Bodenbewegungen*

Messverfahren	Messgröße
GNSS	3D Koordinaten
Nivellement	1D Höhen
Radarinterferometrie	1D Entfernungsänderungen

2.3.1 Global Navigation Satellite System GNSS

Das Global Navigation Satellite System (GNSS) ermöglicht weltweit eine dreidimensionale, geometrische Positionierung sowie Navigation und liefert zudem kontinuierlich Zeitinformationen. Das System wird bereits seit Mitte der 1980er Jahre zur Bearbeitung geodätischer Aufgaben eingesetzt und ist zu einem selbstverständlich gewordenen Bestandteil des gesellschaftlichen Lebens geworden. Die Bezeichnung GNSS ist dabei als Oberbegriff für die ähnlich aufgebauten, globalen Systeme Global Positioning System (GPS), Global'naya Navigatsioannaya Sputnikovaya Sistema (GLONASS), Galileo und Beidou zu verstehen.

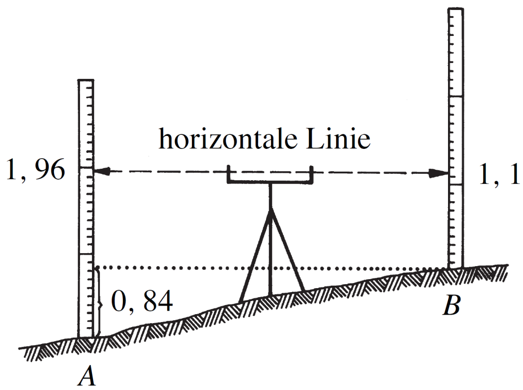
Zur Positionsbestimmung werden von GNSS-Satelliten in einer Höhe von ca. 20.000 km kontinuierlich Signale im Frequenzbereich des L-Bands ausgesendet und von einer Antenne empfangen (Bauer, 2011). Daher handelt es sich um ein passives System, das aufgrund der verwendeten Frequenz unabhängig von meteorologischen Bedingungen eingesetzt werden kann (Bauer, 2011, S. 51). Den emittierten Trägerfrequenzen sind eindeutig identifizierbare Navigationssignale (Codes) und Navigations- sowie Systemdaten (Message) überlagert (Seeber, 2003). Durch Beobachtung der Laufzeit des GNSS-Signals vom Satellit zur Empfangsantenne und Kenntnis der Signalausbreitungsgeschwindigkeit kann die zugehörige, sogenannte Pseudoentfernung abgeleitet werden. Ausgehend von bekannten Koordinaten der Satelliten und idealen Systemvoraussetzungen reichen bereits drei Beobachtungen zur Positionierung in einem globalen Bezugssystem. Unter realen Bedingungen sind die Uhren des Senders und Empfängers jedoch nicht streng synchronisiert, was zu fehlerhaften Laufzeitmessungen der Signale führt. Darüber hinaus sind die Ausbreitungsgeschwindigkeiten der ausgesendeten elektromagnetischen Wellen in der Erdatmosphäre sowie die exakten Bahndaten der Satelliten nur unzureichend bekannt. Um eine hohe Genauigkeit in der Positionsbestimmung zu erreichen, ist zudem die Phasenlage des Trägersignals als Beobachtung zu bestimmen. Dadurch entstehen zusätzlich Mehrdeutigkeiten in der Pseudoentfernung, da die ganze Zahl an Wellenzügen zwischen Satellit und Empfänger zunächst unbekannt ist.

Die Berücksichtigung der systematisch wirkenden Einflüsse auf die GNSS-Signale erfordert in der Praxis mehrere Beobachtungen zu verschiedenen Satelliten. Zur Auswertung der aufgezeichneten Daten werden zwei grundsätzliche Verfahren unterschieden, die Parameterelimination und die Parameterschätzung (Seeber, 2003). In der zuerst genannten Strategie werden die ausgesendeten GNSS-Signale auf mindestens zwei Stationen simultan aufgezeichnet und in der Auswertung zur Differenz gebracht. Unter der Voraussetzung ähnlicher Störterme in den Datensätzen wird der überwiegende Teil an systematischen Einflüssen durch Differenzbildung eliminiert. Als Ergebnis liefert dieses Basislinienverfahren kartesische Koordinatendifferenzen zwischen den Antennenstandpunkten. Zur Überführung in ein übergeordnetes Bezugssystem wird mindestens eine bekannte Koordinate der Standpunkte benötigt. Im Gegensatz dazu werden in der Parameterschätzung alle Beobachtungsgrößen in die Auswertung eingeführt und die systematischen Einflüsse zusammen mit den Stationskoordinaten im Bezugssystem der Satelliten geschätzt. Dazu ist eine erweiterte Modellierung oder direkte Messungen der Störgrößen im gesamten Messsystem erforderlich. Sollten nur Beobachtungen von einem Standpunkt verfügbar sein, so hat sich inzwischen das Precise Point Positioning (PPP)-Verfahren zur Parameterschätzung aller Systemunbekannten etabliert (Heßelbarth, 2011; Zumberge u. a., 1997). Bei einem ganzen Netz an Referenzstationen ermöglicht die GNSS „State Monitoring And Representation Technique“ unter Verwendung der simultan registrierten Signale eine Zustandsbeschreibung des gesamten Messsystems zu jeder Beobachtungsepoche (Wübbena, 2001). Für vertiefende Informationen bezüglich GNSS und dessen Auswertetechniken sei an dieser Stelle auf die weiterführende Literatur von Seeber (2003), Bauer (2011) sowie Teunissen und Montenbruck (2017) verwiesen.

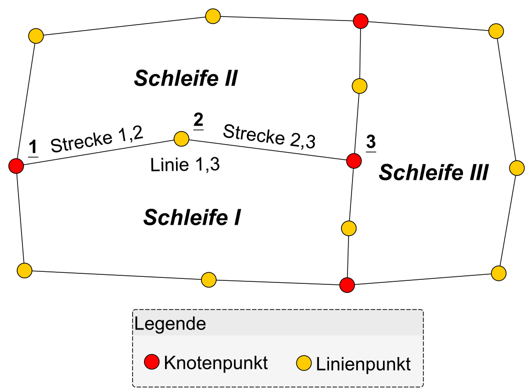
Damit Nutzer des GNSS-Verfahrens mit nur einem Empfänger in die Lage versetzt werden ggf. in Echtzeit präzise Koordinaten für ihren Standort zu bestimmen, sind Korrekturdaten für die registrierten Beobachtungen notwendig. Die erforderlichen Daten können von einem Positionierungsdienst bezogen werden, der auf einem Netz einheitlich koordinierter Referenzstationen basiert. Auf der Seite des Betreibers werden die GNSS-Signale der Referenzstationen kontinuierlich analysiert, Korrekturdaten berechnet und den Nutzern bereitgestellt. Als staatlicher Positionierungsdienst wird von den Bundesländern der Satellitenpostionierungsdienst der deutschen Landesvermessung (SAPOS) einheitlich betrieben (Heckmann und Jahn, 2014). Die Grundlage des Dienstes bilden Referenzstationen, die mit einem durchschnittlichen Abstand von ca. 50 km eingerichtet wurden. Um die Zuverlässigkeit von Positionsbestimmungen über die amtlichen SAPOS-Dienste zu gewährleisten, führen die Länder permanent Monitoringmaßnahmen zur Qualitätssicherung durch (Jahn u. a., 2011b). Beim Koordinatenmonitoring wird zum Beispiel die Stabilität der Referenzstationen dauerhaft überwacht. Dazu werden die gespeicherten GNSS-Signale eines gesamten Tages fortlaufend im Postprocessing ausgewertet und die resultierenden Tageslösungen zu wöchentlichen Koordinatensätzen zusammengefasst. Anhand der entstehenden Koordinatenzeitreihen lässt sich der dreidimensionale Bewegungsverlauf von Referenzstationen mit höchster Genauigkeit und zeitlicher Auflösung beschreiben.

2.3.2 Geometrisches Nivellement

Das geometrische Nivellement ist eines der ältesten geodätischen Messverfahren zur Höhenübertragung zwischen zwei benachbarten Punkten und wird bis heute in der Methodik unverändert eingesetzt. So wurde bereits zwischen den Jahren 1868 und 1894 mit diesem Verfahren das sogenannte Urnivellement in großen Teilen Deutschlands von der königlich preußischen Landesaufnahme eingerichtet (Torge, 2007).



(a) *Messprinzip des Nivellements zur Bestimmung des Höhenunterschieds $\Delta h_{AB} = 1,96\ m - 1,12\ m = 0,84\ m$ zwischen den Punkten A und B (Kahmen, 2006, S. 401)*



(b) *Aufbau eines Nivellementnetzes, bestehend aus Strecken, Linien und Schleifen*

Abbildung 2.5: *Grundprinzip des geometrischen Nivellements*

Wie in Abbildung 2.5a dargestellt wird zur Höhenübertragung das Nivellier mittig zwischen den beiden Punkten A und B aufgestellt, sodass die Zielachse senkrecht zur Lotlinie im Instrumentenstandpunkt verläuft. Anschließend werden die Höhen an den Nivellierlatten abgelesen, wobei die Messung in Richtung des Ausgangspunktes mit Rückblick R und die Ablesung zum Zielpunkt als Vorblick V bezeichnet wird. Durch Differenzbildung $R - V$ kann der Höhenunterschied Δh_{AB} zwischen den angemessenen Punkten ermittelt werden. Um höchste Genauigkeiten zu erreichen, wird beim Präzisionsnivellement in der Reihenfolge R, V, V, R beobachtet (Kahmen, 2006). Dadurch ergibt sich ein nahezu parallel durchgeführtes Nivellement mit zwei Höhenunterschieden, die zur Reduzierung systematischer Einflüsse gemittelt werden. Die resultierende Höhendifferenz ist durch Horizontierung der Latten und des Messinstruments am Erdschwerefeld ausgerichtet, wodurch der Messwert dem metrischen Abstand zwischen den Äquipotentialflächen an beiden Lattenstandpunkten entspricht. Durch Vorgabe einer absoluten Höhe H_A des Anfangspunktes A kann unter Verwendung des nivellierten Höhenunterschieds die Höhe H_B des Neupunktes B bestimmt werden:

$$H_B = H_A + \Delta h_{AB} \tag{2.7}$$

Im Allgemeinen liegen zwei Höhenfestpunkte nicht so dicht beieinander, dass sich der Höhenunterschied mit einer Instrumentenaufstellung bestimmt lässt. Daher werden auf dem Streckenabschnitt der Festpunkte temporär Wechselpunkte eingerichtet und jeweils die Höhendifferenzen gemessen. Durch Summierung der nivellierten Höhenunterschiede zwischen diesen Wechselpunkten, kann schließlich eine Höhenübertragung für die dauerhaft vermarkten Nivellementpunkte erfolgen. Zur Kontrolle und Steigerung der Genauigkeit werden die Nivellements doppelt mit entgegengesetzter Richtung durchgeführt, sodass zwei Einzelmessungen aus einer Hin- und Rückmessung vorliegen. Das Mittel aus beiden Beobachtungen ist schließlich das Ergebnis des Doppelnivellements und bildet die Messgröße des Höhenunterschieds zwischen zwei Nivellementpunkten. Die Aneinanderreihung mehrerer Strecken benachbarter Höhenfestpunkte ergibt eine Nivellementlinie zwischen zwei Knotenpunkten, an denen verschiedene Linien zusammenlaufen. Es bildet sich eine geschlossene Schleife, wenn die aneinandergereihten Nivellementstrecken auf den Ausgangspunkt zurückführen. Auf diese Weise entsteht wie in Abbildung 2.5b dargestellt ein Höhennetz, das sukzessiv für praktische Zwecke, wie beispielsweise Überwachungsmessungen, verdichtet werden kann.

Die deutschen Landesvermessungen sind für die Einrichtung und Pflege des DHHN zuständig, das einen Referenzrahmen für ein physikalisches Höhenbezugssystem bildet (vgl. Abschnitt 2.1.2). Es dient damit dem primären Zweck zur Bereitstellung von amtlichen Höhen in Deutschland. Zur einheitlichen Höhenbestimmung des DHHN wurden in bundesweiten Messkampagnen über mehrere Jahre Doppelnivellements durchgeführt und die Beobachtungen mit einem statischen Modellansatz ausgeglichen. Die letzte vollständige Netzmessung zur Realisierung des DHHN2016 fand beispielsweise im Zeitraum von 2004 bis 2013 statt (AdV, 2018). Wurde ein Referenzrahmen erst einmal realisiert, fallen bis zur nächsten Wiederholungsmessung des gesamten Netzes Instandhaltungsmaßnahmen zur Einhaltung des Aktualitätsgebotes an. Dazu werden ausgefallene Festpunkte ersetzt und durch lokale Messungen neu bestimmt. Des Weiteren werden die Höhen von einzelnen Netzteilen oder Linien durch Wiederholungsmessungen bedarfsorientiert aktualisiert. Die durchgeführten Nivellements werden dabei unter Zwang an bestehende Höhenfestpunkte der aktuellen DHHN-Realisierung angeschlossen.

Die bestimmten Höhen des DHHN werden zur Datenhaltung in AFIS als Zeitreihen gespeichert. Zusätzlich wird jeder Höhenfestpunkt zur Georeferenzierung mit einer Lagekoordinate versehen. Mit dem Vergleich zwischen Höhen unterschiedlicher Epochen lassen sich aus dieser Datenbasis bereits Höhenänderungen im Nivellementnetz ableiten. Die berechneten Vertikalbewegungen weisen jedoch eine starke Abhängigkeit zu den vorherigen Höhenauswertungen auf und werden besonders durch unterschiedliche Datumsfestlegungen, individuelle Auswerteentscheidungen und verschiedene Höhenbezugssysteme beeinflusst. Diese systematischen Einflüsse lassen sich durch ein homogenes Reprocessing der beobachteten Höhenunterschiede vermeiden, sodass vertikale Bodenbewegungen mit höchster Genauigkeit erfasst werden können.

2.3.3 Radarinterferometrie

Die Methode der satellitengestützten Radarinterferometrie wurde erstmals von Gabriel u. a. (1989) zur Erfassung von Deformationen der Erdoberfläche erfolgreich eingesetzt. Anhand von Radaraufnahmen des Seasat Satelliten konnten lokale Bewegungen von unter einem Zentimeter über größere Bereiche detektiert werden. Seitdem wurden die Verfahren und Möglichkeiten der Radarinterferometrie kontinuierlich weiterentwickelt, sodass sie zum festen Bestandteil der Beobachtung von verschiedenen Bewegungsvorgängen der Erdoberfläche geworden ist. Erst ca. 20 Jahre nach der Studie von Gabriel u. a. (1989) erhielt das Fernerkundungsverfahren Einzug in die deutschen Landesvermessungen und etablierte sich schließlich zur Erfassung von Bodenbewegungen (Brockmeyer u. a., 2020; Riecken u. a., 2019).

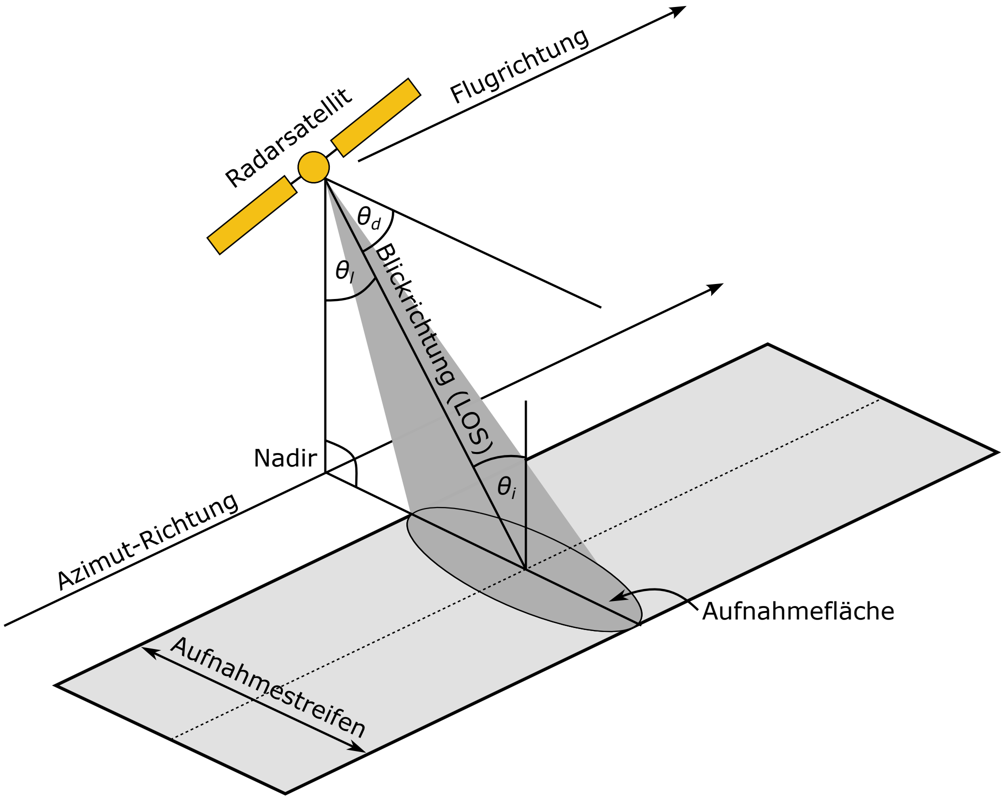


Abbildung 2.6: *Aufnahmegeometrie eines Radarsystems (vgl. Woodhouse, 2006, S. 266)*

Zur satellitengestützten Aufnahme der Erdoberfläche werden von einem Radarsensor Impulse im Mikrowellenbereich ausgesendet und die von der Erde reflektierten Echos empfangen (Moreira u. a., 2013). Gebräuchlich sind dabei die Frequenzbänder X, C, und L. Es handelt sich daher um ein aktives Fernerkundungsverfahren, das aufgrund des verwendeten Frequenzbereiches im Vergleich zu optischen Systemen unabhängig von Licht- und Wetterverhältnisse verwendet werden kann. Da sich das Radarsignal theoretisch kugelförmig von der Strahlungsquelle ausbreitet, ist das Radarinstrument zur Unterscheidung von Objekten an der Tagesoberfläche schräg zur Nadir- und senkrecht zur Flugrichtung des Satelliten ausgerichtet (Walter, 2012). Dadurch werden von dem Radarsensor die reflektierten Signale von nah gelegen Objekten früher registriert als von entfernten Reflexionsquellen, die sich innerhalb der ellipsenförmigen Aufnahmefläche (Antenna footprint) auf der Erde befinden. Zur Veranschaulichung ist in Abbildung 2.6 die Aufnahmegeometrie von solchen Systemen schematisch dargestellt, die auch als Seitensichtradare bezeichnet werden. Durch den Weiterflug der Plattform entsteht parallel zur Flugbahn in Azimut-Richtung ein Aufnahmestreifen (swath), dessen Breite von dem Öffnungswinkel des Radarstahls abhängt. Die erreichbare geometrische Auflösung des erfassten Abbildes der Erdoberfläche wird in Blickrichtung des Satelliten durch die ausgesendete Impulsdauer des Radarsignals bestimmt (Moreira u. a., 2013). Im englischen Sprachgebrauch wird diese Richtung als line of sight (LOS) bezeichnet, die den Blickwinkel θ_l, Einfallswinkel θ_i und Depressionswinkel θ_d des Radarstahls definiert (Yin, 2020, S. 19 ff.). Die Auflösung in Azimut-Richtung wird hingegen durch die physisch begrenzte Antennenlänge des Radarinstruments festgelegt. Eine Orbithöhe von mehreren hundert Kilometern erfordert daher den Einsatz von Radarsystemen mit synthetischer Apertur (Synthetic Aperture Radar (SAR)), die unter Nutzung der Antennenbewegung eine hochauflösende Abtastung der Erde ermöglichen. Die Pixel eines SAR-Bildes beinhalten die Informationen zur Phasenlage und Amplitude als Intensität des reflektierten Radarsignals in Blickrichtung des Satelliten.

Die wiederholten Aufnahmen des identischen Ausschnitts der Tagesoberfläche von einer annähend gleichen Satellitenposition lassen Rückschlüsse auf Deformationen der Erde zu (Hanssen, 2001; Moreira u. a., 2013). Dazu werden die Phasendifferenzen im Wertebereich von $-\pi$ und $+\pi$ zwischen zwei SAR-Szenen gebildet, die eine Abhängigkeit zu den Punktlageänderungen der reflektierenden Objekte aufweisen. Das entstehende Differenzbild wird Interferogramm genannt, welches die Grundlage zur Erfassung von Bodenbewegungen mittels Radarinterferometrie darstellt. In der häufig eingesetzten differentiellen SAR-Interferometrie (DInSAR) wird nur ein Interferogramm benötigt, unter dessen Verwendung bereits eine flächenhafte Beobachtung von Verschiebungen der Erdoberfläche gelingt. Dies setzt jedoch eine hohe Kohärenz der interferometrischen Phase in der gesamten Radarszene voraus, die als Maß für die Ähnlichkeit der SAR-Szenen aufgefasst werden kann (Walter, 2012). Besonders in ländlichen Gebieten stößt das DInSAR-Verfahren zur Beobachtung von Bodenbewegungen auf seine Grenzen, da physische Veränderungen im Gelände und atmosphärische Einflüsse zu einer zeitlichen Dekorrelation führen können (Hanssen, 2001, S. 98 ff.). Abhilfe schafft die Analyse mehrerer Interferogramme eines Untersuchungsgebietes, die einen sogenannten SAR-Stack bilden. Dazu hat sich das Verfahren der Persistent Scatterer Interferometry (PSI) etabliert, welches von Ferretti u. a. (2001) entwickelt wurde und ausschließlich zeitlich kohärente Pixel von persistenten Scatterern (PS) verwendet. Die erfassten Punktlageänderungen beziehen sich auf eine Referenzepoche und einen als stabil angenommen Referenzpunkt, wodurch nur ein relativer Bewegungsverlauf von konstanten Rückstreuern innerhalb eines Radarstacks als Zeitreihe beschrieben wird. Typischerweise werden infrastrukturelle Einrichtungen, wie etwa Gebäude oder Verkehrswege, als PS detektiert, was zu einer besonders hohen Informationsdichte in urbanen Bereichen führt. Als weiteres Verfahren zur Analyse eines SAR-Stacks hinsichtlich Bodenbewegungen wird häufig die Small-Baseline Subset (SBAS)-Methode eingesetzt, womit sich auch nicht-lineare Deformationen zuverlässig erfassen lassen (Berardino u. a., 2002). Wie in Niemeier u. a. (2022, S. 16) beschrieben, ist diese Auswertetechnik jedoch deutlich rechenintensiver als das PSI-Verfahren und findet in dieser Arbeit keine Anwendung.

2.4 Prozesskette zur flächenhaften Modellierung von Bodenbewegungen

Bodenbewegungen beeinflussen nach der Definition in Abschnitt 2.2 einen flächenhaften Ausschnitt an der Tagesoberfläche, sodass ein Bewegungsvorgang als räumlich zusammenhängender Prozess aufgefasst werden kann. Messtechnisch bedingt können Oberflächenverformungen der Erde jedoch nur mithilfe von diskreten Objektpunkten erfasst werden, wodurch das Bewegungsverhalten zwischen diesen Stützstellen unbekannt ist. Mit dem Ziel die räumlichen Informationslücken zu schließen, wird in dieser Arbeit eine ganzheitliche Prozesskette zur flächenhaften Modellierung von Bodenbewegungen entwickelt. Dabei werden die Bewegungen der Erdoberfläche vereinfacht durch lineare Geschwindigkeiten in der gebräuchlichen Einheit mm/Jahr beschrieben.

In diesem Abschnitt werden die Grundzüge des flächenhaften Modellierungsprozesses als Teil des niedersächsischen Bodenbewegungsdienstes vorgestellt. Zielsetzung ist die Berechnung eines hochaufgelösten Bodenbewegungsmodells für Niedersachsen, welches die Grundlage zur flächenhaften Verfügbarkeit von konsistenten Bewegungsinformationen bildet. Diese Informationen können einem Nutzer beispielsweise über eine Web-Schnittstelle in graphischer und numerischer Form bereitgestellt werden.

2.4.1 Anforderungen

Die Anforderungen an ein Bodenbewegungsmodell sind je nach Anwendungsfall unterschiedlich und richten sich häufig nach dem zu untersuchenden Bewegungsvorgang. So sind beispielsweise die beiden Modellierungsprozesse zur Beschreibung von kontinentalen Plattenbewegungen bzw. Deformationen durch Bergbauaktivitäten kaum miteinander vergleichbar. In dieser Arbeit ist mit der niedersächsischen Landesfläche das Untersuchungsgebiet vorgegeben, innerhalb dessen verschiedene Bewegungsprozesse der Tagesoberfläche ablaufen. Das Ziel besteht dabei in der Berechnung eines hochaufgelösten regionalen Bodenbewegungsmodells, welches die folgenden Anforderungen hinsichtlich unterschiedlicher Aspekte erfüllen soll:

- **Referenzierung**
  Für das niedersächsische Bodenbewegungsmodell ist im Sinne des geodätischen Datums der einheitliche Bezug auf stabile Bereiche innerhalb Deutschlands herzustellen. Die konsistente Referenzierung der modellierten Bodenbewegungen schafft die nötige Voraussetzung zur gemeinsamen Analyse mit unterschiedlichen Fachdaten (z.B. geologische Daten).

- **Räumliche Auflösung**
  In Niedersachsen befinden sich verschiedene Bodenbeschaffenheiten, wie z.B. Marschböden, Moore oder Flussniederungen, die infolge von fortlaufenden Kompaktionen regionale Bodensenkungen hervorrufen können (siehe Abschnitt 2.2.1). Zudem wird die Tagesoberfläche in lokalen Gebieten von anthropogenen Bewegungsvorgängen beeinflusst. Um die Deformationen der Erdoberfläche realistisch abzubilden, sollte das Bodenbewegungsmodell sowohl regionale als auch lokale Veränderungen räumlich auflösen.

- **Genauigkeit**
  Aus vorausgegangenen Untersuchungen lässt sich entnehmen, dass insbesondere der niedersächsische Küstenbereich von regionalen Bodenbewegungen beeinflusst wird. Die geogen verursachten Bewegungsprozesse der Tagesoberfläche wurden von Leonhard (1988, S. 132) und Tengen (2010, S. 112) in einer Größenordnung von maximal 3 mm/Jahr abgeschätzt. Um diese Deformationen in einem flächenhaften Bodenbewegungsmodell sicher darstellen zu können, sollten die prädizierten Bewegungsraten mindestens eine Genauigkeit von 1 mm/Jahr aufweisen.

- **Aktualität**
  Bodenbewegungen können als variierende Veränderungsprozesse der Erdoberfläche verstanden werden, die im räumlichen und zeitlichen Zusammenhang zu betrachten sind (siehe Abschnitt 2.2). Dies erfordert eine regelmäßige Aktualisierung des Bodenbewegungsmodells, um das dynamische Bewegungsverhalten abzubilden. Dies gilt insbesondere für Bereiche mit anthropogen verursachten Deformationen, da hier besonders große Änderungen des Bewegungsvorgangs erwartet werden können. In den bereits bestehenden Bodenbewegungsdiensten erfolgt beispielsweise eine jährliche Aktualisierung der bereitgestellten Bewegungsinformationen (siehe Abschnitt 2.5).

2.4.2 Konzeption

Die ganzheitliche Prozesskette zur flächenhaften Modellierung von Bodenbewegungen in Niedersachsen orientiert sich an den zuvor definierten Anforderungen in Abschnitt 2.4.1. Als Datengrundlage dienen in dieser Arbeit die Beobachtungen von den heterogenen Messverfahren der satellitengestützten Radarinterferometrie, dem GNSS und Nivellement (siehe Abschnitt 2.3). Zur Übersicht wird das entwickelte Prozessmodell mit allen bedeutenden Arbeitsabläufen in Abbildung 2.7 als Flussdiagramm abstrahiert dargestellt. Die abgebildete Prozesskette legt die Reihenfolge der erforderlichen Aktivitäten zur Datenverarbeitung der unterschiedlichen Messverfahren fest und lässt sich grundsätzlich auf beliebige geographische Gebiete übertragen.

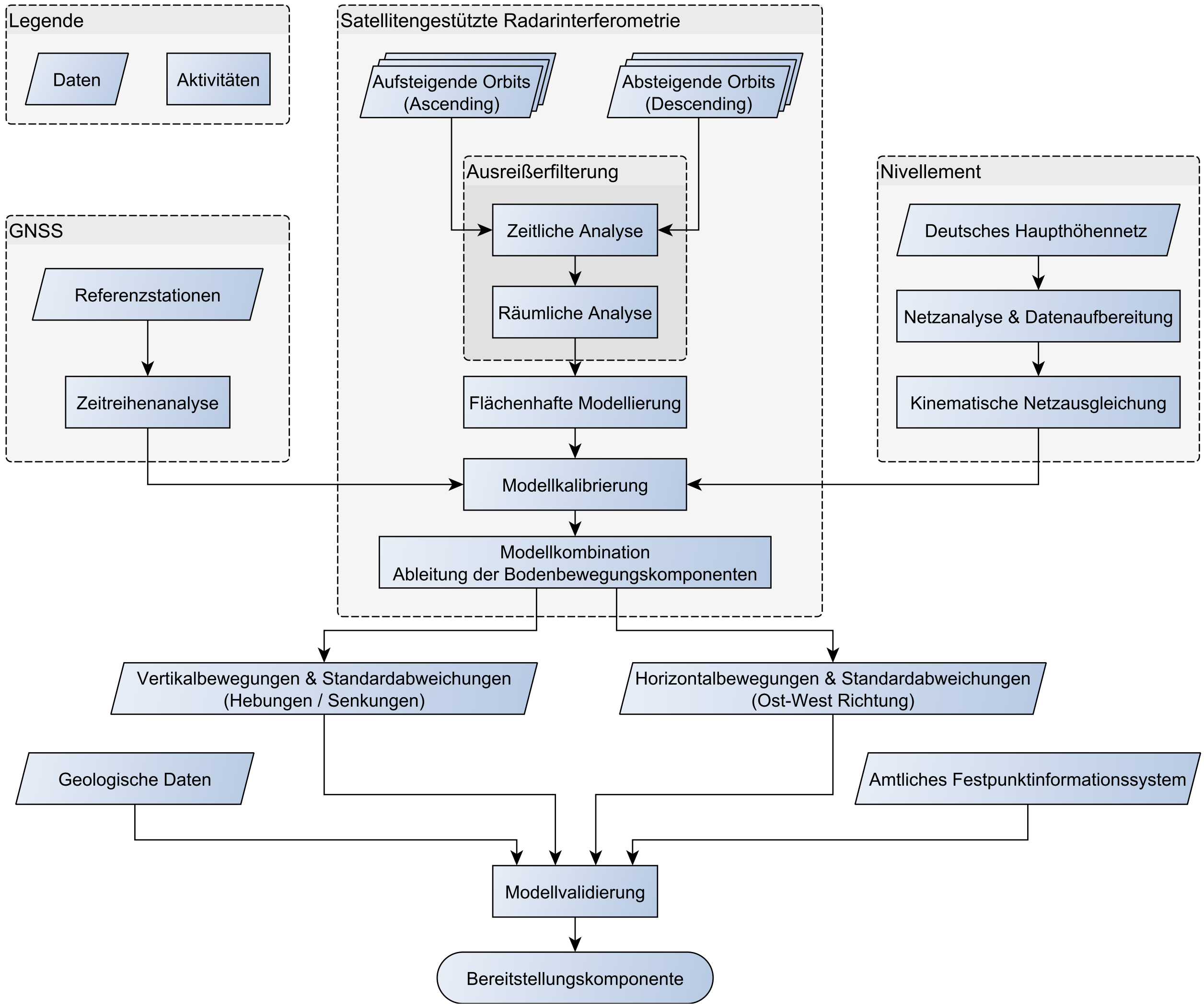


Abbildung 2.7: *Prozesskette zur flächenhaften Modellierung von Bodenbewegungen*

Der entwickelte Modellierungsprozess zur Beschreibung von Bodenbewegungen beginnt mit einer separaten Datenanalyse der verschiedenen Messverfahren. Zielsetzung ist die Ableitung linearer Geschwindigkeiten von Objektpunkten auf der Erdoberfläche. Die Bewegungsinformationen der satellitengestützten Radarinterferometrie stammen dabei aus einer PSI-Auswertung des BBD und bilden die Grundlage zur flächenhaften Modellierung (siehe auch Abschnitt 2.5). Mit diesem Fernerkundungsverfahren können jedoch nur relative Bewegungen innerhalb räumlich begrenzter Radarszenen und in Blickrichtung des Satelliten (LOS) erfasst werden. Daher wird zunächst je SAR-Stack ein separates Bewegungsmodell berechnet.

Mit den Messverfahren GNSS und Nivellement lassen sich auch großräumige Deformationen beobachten, die einen eindeutigen Bezug auf stabile Bereiche innerhalb Deutschlands aufweisen. Auf Grundlage dieser Bewegungsinformationen höchster Genauigkeit werden die flächenhaften Bewegungsmodelle der einzelnen Radarszenen kalibriert und deren konsistente Referenzierung hergestellt. Unter Verwendung der geometrischen Radar-Aufnahmekonstellation erfolgt schließlich eine Zusammenführung der kalibrierten Bewegungsmodelle, sodass sich die LOS-Bewegungen in interpretierbare Geschwindigkeiten in vertikaler und horizontaler Ost-West Richtung zerlegen lassen. Um die Genauigkeit der prädizierten Deformationen einschätzen zu können, wird für jeden Modellwert die zugehörige Standardabweichungen als ergänzende Angabe berechnet.

Abschießend erfolgt zur Qualitätssicherung eine Validierung des Bodenbewegungsmodells, wobei interdisziplinäre Fachexperten eingebunden werden, die nicht im Modellierungsprozess mitgewirkt haben. Durch eine gemeinsame Analyse mit geologischen Daten und unabhängigen Bewegungsinformationen aus AFIS lassen sich schließlich die modellierten Bodenbewegungen auf Plausibilität prüfen. Wenn der Validierungsprozess keine groben Fehler aufdeckt, kann das qualitätsgesicherte Bodenbewegungsmodell mit zugehörigen Genauigkeitsangaben über eine Web-Schnittstelle zur weiteren Verwendung zugänglich gemacht werden. Die hierzu erforderliche Bereitstellungskomponente des niedersächsischen Bodenbewegungsdienstes kann jedoch nicht näher behandelt werden, da deren Aufbau über den Umfang dieser Arbeit hinausgeht.

2.4.3 Datenanalyse unterschiedlicher Messverfahren

Die beschriebene Prozesskette in Abschnitt 2.4.2 basiert auf den Messverfahren GNSS, Nivellement und der satellitengestützten Radarinterferometrie. Die erfassten Messwerte dieser Beobachtungssysteme unterscheiden sich hinsichtlich des abgedeckten Beobachtungszeitraums, dem Datenumfang und der beobachteten Messgröße. Aufgrund dieser heterogenen Datengrundlage ist eine separate Datenanalyse der unterschiedlichen Messverfahren erforderlich. Das Ziel besteht in der Ableitung linearer Geschwindigkeiten von Objektpunkten auf der Tagesoberfläche, wobei der kinematische Modellansatz in Abschnitt 3.1 verwendet wird. Jedes Beobachtungssystem liefert mit den resultierten Bewegungsinformationen einen ganz individuellen Beitrag zur Berechnung eines hochaufgelösten regionalen Bodenbewegungsmodells von Niedersachsen.

Die Grundlage zur Bewegungsanalyse von GNSS-Referenzstationen bildet das RSN-Monitoring, welches von den Ländern als permanente Maßnahme zur Qualitätssicherung durchgeführt wird. Seit 2008 zeigen die resultierenden Koordinatenzeitreihen mit höchster Genauigkeit und zeitlicher Auflösung den dreidimensionalen Bewegungsverlauf der Referenzstationen. Dadurch bietet GNSS als einziges geodätisches Verfahren die Möglichkeit, über große Bereiche Deformationsvorgänge vollständig in vertikaler und horizontaler Richtung in einem einheitlichen Bezugssystem zu erfassen. Zur Ableitung von Bodenbewegungen sind die Zeitreihen jedoch zunächst von stationsabhängigen Einflüssen zu bereinigen, die nicht auf Veränderungen der Erdoberfläche zurückzuführen sind. So ergeben sich beispielsweise durch Antennenwechsel oder Änderungen in der Auswertung nach Krawinkel u. a. (2014) scheinbare Koordinatenänderungen, obwohl die GNSS-Antenne geometrisch am identischen Ort bleibt. Dies erfordert zur Berechnung von Stationsbewegungen eine Zeitreihenanalyse, die Diskontinuitäten infolge von Equipmentwechsel sowie saisonale Schwankungen des Stationsträgers berücksichtigt. In Abschnitt 4.1 wird vertiefend auf die Analyse von GNSS-Koordinatenzeitreihen zur Ableitung dreidimensionaler Bewegungen für alle aktuellen Referenzstationen im Bereich der Bundesrepublik Deutschland eingegangen. Diese Bewegungsinformationen liefern einen Beitrag zur konsistenten Referenzierung des niedersächsischen Bodenbewegungsmodells, da sich mittels GNSS der Bezug auf stabile Bereiche innerhalb Deutschlands herstellen lässt.

Zur Bestimmung von Vertikalbewegungen im Bereich Niedersachsen bilden nivellierte Höhenunterschiede auf den DHHN-Linien die Datengrundlage, womit ein Beobachtungszeitraum von 1925 bis 2021 abgedeckt wird. Eine kinematische Höhenausgleichung ermöglicht die gemeinsame Auswertung von Beobachtungen aus verschiedenen Epochen und ist daher zur Analyse von Bodenbewegungen prädestiniert (Zippelt, 1988; Leonhard, 1988). Dabei wird der statische Ausgleichungsansatz um ein kinematisches Bewegungsmodell für jeden Festpunkt erweitert und der Erfassungszeitpunkt eines nivellierten Höhenunterschiedes berücksichtigt. Um eine ausreichende Netzkonfiguration zur Schätzung der Unbekannten im erweiterten Ausgleichungsmodell zu ermöglichen, ist eine umfangreiche Netzanalyse und Aufbereitung des Datenmaterials notwendig. Als Bedingung muss jeder Höhenfestpunkt in Abhängigkeit des gewählten Bewegungsmodells in mehreren Beobachtungen zu unterschiedlichen Epochen vorhanden sein. Bei Einhaltung dieser Voraussetzungen liefert eine kinematische Höhenausgleichung präzise Bewegungsinformationen und ermöglicht die Erfassung sehr kleiner Veränderungen der Erdoberfläche. Dies wird insbesondere durch Berücksichtigung historischer Messungen unterstützt. Die berechneten Vertikalgeschwindigkeiten beziehen sich im gesamten Höhennetz auf eine einheitliche Datumsfestlegung, wodurch mittels Nivellement auch großräumige Bewegungsvorgänge aufgedeckt werden können.

Die Bewegungsinformationen aus einer kinematischen Höhenausgleichung tragen durch die eindeutige Datumsdefinition zur konsistenten Referenzierung des niedersächsischen Bodenbewegungsmodells bei. Dazu werden alle verfügbaren Beobachtungen seit 1925 auf den DHHN-Linien im Bereich Niedersachsens erstmalig gemeinsam analysiert. Da über diesen langen Zeitbereich nur wenige Wiederholungsmessungen vorliegen, lassen sich lediglich lineare Vertikalbewegungen zuverlässig erfassen. Die Beschreibung eines variierenden Bewegungsverhaltens in anthropogenen Bodenbewegungsgebieten ist aufgrund des zeitlichen Diskretisierungsfehlers nur eingeschränkt möglich. Weiterführende Informationen zur Analyse des Nivellements sind in Abschnitt 4.2 zu finden.

Die satellitengestützte Radarinterferometrie liefert durch Anwendung der PSI-Methode massenhafte Bewegungszeitreihen von konstanten Rückstreuern innerhalb eines analysierten SAR-Stacks. Im Gegensatz zu GNSS und Nivellement ist dieses Messverfahren unabhängig von physischen Festpunkten auf der Erdoberfläche. Dadurch können auch Bewegungen außerhalb der linien- und punktförmigen geodätischen Netze beobachtet werden, was eine flächenhafte Erfassung von Deformationen maßgeblich unterstützt. Aufgrund der hohen räumlichen und zeitlichen Informationsdichte, bilden die Daten der satellitengestützten Radarinterferometie die Grundlage zur hochaufgelösten Modellierung von Bodenbewegungen.

Obwohl durch eine PSI-Auswertung nur PS mit einer kontinuierlich hohen Phasenstabilität analysiert werden, weisen die resultierenden Bewegungszeitreihen dennoch eine unterschiedliche Qualität auf (Busch und Linke, 2014). In einer Zeitreihenanalyse werden die Entfernungsänderungen zwischen Satellitenantenne und Objekten auf der Tagesoberfläche untersucht und Datenreihen mit einer auffällig hohen Streuung detektiert. PS mit stark streuenden Bewegungsverläufen liefern keine vertrauenswürdigen Informationen und werden daher im Sinne der Qualitätssicherung von weiterführenden Analysen ausgeschlossen. Die abgeleiteten Bewegungsraten in LOS-Richtung weisen auch nach der zeitlichen Filterung eine hohe räumliche Variabilität durch unterschiedliches Bewegungsverhalten benachbarter Rückstreuer auf (Xi, 2017). Daher werden die ermittelten Geschwindigkeiten separat nach den jeweiligen SAR-Stacks einer räumlichen Ausreißeranalyse unterzogen. In dieser Arbeit werden Ausreißer als individuelle Punktbewegungen aufgefasst, die von benachbarten Beobachtungen und der Annahme eines flächenhaften Bodenbewegungsverhaltens extrem abweichen. Verursacht durch sehr lokale Deformationen oder fehlerhafte Messungen widersprechen sie der Definition von Bodenbewegungen und sind daher vom Datensatz auszuschließen. Zur Detektion räumlicher Ausreißer existieren in der Literatur eine Vielzahl an Algorithmen, die häufig auf dem Vergleich zwischen einem Datenpunkt und den Beobachtungen in der Nachbarschaft basieren (Anselin, 1995; Lu u. a., 2003; Chen u. a., 2007; Aggarwal, 2013; Xi, 2017; Mohammadivojdan u. a., 2021). Um Massendaten effizient verarbeiten zu können, wird in dieser Arbeit das Verfahren von Liu u. a. (2001) aufgegriffen und weiterentwickelt (siehe Abschnitt 3.2). In Abschnitt 4.3 wird gezeigt, wie die Zeitreihen einer PSI-Auswertungen im Bereich Niedersachsen aufbereitet und zur Ableitung von LOS-Bewegungen genutzt werden.

2.4.4 Flächenhafte Modellierung

An einem hochaufgelösten Bodenbewegungsmodell für die niedersächsische Landesfläche wird die Anforderung zur konsistenten Referenzierung der modellierten Geschwindigkeiten gestellt (siehe Abschnitt 2.4.1). Um diese Bedingung zu erfüllen, wird zunächst ausgehend von den Bewegungsdaten einer PSI-Auswertung ein separates Bewegungsmodell für jeden SAR-Stack berechnet (siehe

Kapitel 5). Die Modelle weisen eine regelmäßige Rasterstruktur auf, wobei in dieser Arbeit eine Gitterweite von 200 m × 200 m verwendet wird. Dadurch lassen sich nach dem Abtasttheorem auch lokale Bodenbewegungen mit einer räumlichen Ausdehnung ab 400 m beschreiben (Meier und Borkowski, 2011, S. 93 ff.). Sollten verschiedene Radarszenen den gleichen Aufnahmebereich abdecken, dann weisen die Gitterpunkte der Bewegungsmodelle identische Koordinaten auf. Dadurch wird die Kombination unterschiedlicher SAR-Stacks ermöglicht, da sich grundsätzlich die Rückstreuer in den Radaraufnahmen aus verschiedenen Satellitenblickrichtung nicht einander zuordnen lassen.

Die satellitengestützte Radarinterferometrie liefert besonders in urbanen Gebieten Bewegungsinformationen mit einer hohen räumlichen Auflösung, was die Erfassung von kleinräumigen Bodenbewegungen erlaubt (siehe Abschnitt 2.3.3). In ländlichen Bereichen entstehen aufgrund weniger Reflektoren des Radarsignals größere Informationslücken, wodurch die punktuellen Messungen in Clustern angeordnet sind. Aus diesen Eigenschaften des Messverfahrens ergibt sich in dem Modellierungsprozess die Anforderung zur Verarbeitung von PSI-Massendaten mit einer unregelmäßigen räumlichen Verteilung. Zudem können unterschiedlich große Ausschnitte der Erdoberfläche von Bodenbewegungen beeinflusst sein und die zeitlichen sowie betragsmäßigen Deformationsraten in Abhängigkeit zur Ursache erheblich variieren. Daher kann an dem Modellierungsansatz die weitere Anforderung zur gemeinsamen flächenhaften Approximation von Bewegungsstrukturen über verschiedene räumliche Skalen gestellt werden. Zur Beurteilung der erreichbaren Modellpräzision sind zudem flächenhafte Standardabweichungen für die regelmäßig angeordneten Modellwerte abzuleiten.

Um die genannten Anforderungen zu erfüllen, existieren in der Literatur eine Vielzahl an Algorithmen. Weit verbreitete Ansätze werden z.B. von Li und Heap (2008) kurz zusammengefasst. Häufig wird für PSI-Daten die Inverse Distance Weighted (IDW)-Interpolation aufgrund ihrer einfachen Methodik verwendet, wobei Genauigkeitsangaben vernachlässigt werden (Yin, 2020). Durch leistungsfähige Rechentechnik können inzwischen auch fortgeschrittene Verfahren zur flächenhaften Approximation von punktuellen Bewegungsdaten eingesetzt werden, die eine höhere Modellqualität erwarten lassen. Zudem eröffnet sich im Modellierungsprozess die Möglichkeit zur Ableitung von Standardabweichungen, indem gezielte Variationen von Eingangsgrößen in mehrfachen Modellsimulationen genutzt werden (Heunecke u. a., 2013). Um von diesen Vorteilen zu profitieren, erfolgt in dieser Arbeit die Bewegungsmodellierung unter Verwendung der deterministischen Multilevel B-Spline Approximation (MBA) und des geostatistischen Ordinary Krigings (siehe Abschnitt 3.3 und 3.4). Beide Ansätze wurden bereits erfolgreich auf PSI-Daten angewendet und in Mohammadivojdan u. a. (2020) im Rahmen eines kleinen Untersuchungsgebietes verglichen (Brockmeyer u. a., 2020; Mohammadivojdan u. a., 2021; Fuhrmann, 2016). Darüber hinaus wird in Abschnitt 3.4.4 ein ganzheitlicher Modellansatz des Regressions-Krigings entwickelt, welcher die MBA mit Ordinary Kriging kombiniert. Die innere Genauigkeitsbeurteilung der resultierenden Bewegungsmodelle erfolgt unter Verwendung der etablierten Kreuzvalidierung und verschiedener Simulationsverfahren (siehe Abschnitt 3.5).

Die Bewegungsmodelle der einzelnen PSI-Stacks bilden die Grundlage für einen Abgleich mit Geschwindigkeiten von physischen Festpunkten auf der Erdoberfläche, die mittels Nivellement und GNSS unabhängig bestimmt wurden. Zur Vergleichbarkeit sind dabei die abgeleiteten Bewegungen aus den terrestrischen Verfahren in die LOS-Richtung der Radarszenen zu projizieren. Die entstehenden Differenzen geben Aufschluss über vorhandene Systematiken aufgrund unterschiedlicher Referenzierung und verbliebener Restfehler in der PSI-Auswertung, was beispielsweise auf atmosphärische Einflüsse zurückzuführen ist (Parizzi u. a., 2020; Fuhrmann u. a., 2015). Dies setzt jedoch voraus, dass mit allen Erfassungsverfahren der identische (lineare) Bewegungsvorgang an der Erdoberfläche beobachtet wird. Ist diese Bedingung erfüllt, dann können die Abweichungen flächenhaft approximiert und an die Bewegungsmodelle als Verbesserungen angebracht werden. Durch diese

Kalibrierung wird das geodätische Datum von den Geschwindigkeiten aus GNSS und Nivellement auf die Bewegungsmodelle der jeweiligen PSI-Stacks zur konsistenten Referenzierung übertragen. Zudem lassen sich mit den unabhängig bestimmen Bewegungsinformationen systematische Messunsicherheiten aufdecken und reduzieren.

Die Radarsatelliten bewegen sich aufgrund der Erdrotation in aufsteigender und absteigender Richtung auf polaren Umlaufbahnen um die Erde, wodurch sich Aufnahmen eines Untersuchungsgebietes aus annähernd gegenüberliegenden Blickrichtungen des Satelliten ergeben (Yin, 2020). Diese Aufnahmekonstellation wird zur Kombination der kalibrierten Bewegungsmodelle genutzt, sodass sich die LOS-Bewegungen an den Gitterpunkten in Geschwindigkeiten vertikaler und horizontaler Ost-West Richtung zerlegt lassen. Die zugehörigen Standardabweichungen werden schließlich durch mehrfache Modellsimulationen ermittelt.

Zur Qualitätsbeurteilung erfolgt abschließend eine Modellvalidierung, indem das finale Bewegungsmodell mit unabhängigen Informationen verglichen wird. Im Rahmen einer Zusammenarbeit mit interdisziplinären Fachexperten werden die prädizierten Oberflächenbewegungen begutachtet und ggf. Hinweise zum Auslöser der ablaufenden Deformationsprozesse gegeben. Zusätzlich gehen in den Validierungsprozess verschiedene geologische Daten sowie die gespeicherten Zeitreihen der Höhen- und Lagefestpunkte des amtlichen Festpunktinformationssystems (AFIS) ein. Zur gemeinsamen Analyse von Bodenbewegungen mit unterschiedlichen Fachdaten sind Geoinformationssysteme (GIS) prädestiniert. Mit Hilfe von GIS können z.B. räumliche Zusammenhänge verdeutlicht, Einflussgebiete abgegrenzt und graphische Darstellungen erstellt werden. Weiterführende Informationen zur Berechnung des hochaufgelösten Bodenbewegungsmodells für Niedersachsen sind in Kapitel 6 zu finden.

2.5 Ausgewählte Bodenbewegungsdienste

Um den wachsenden Informationsbedarf hinsichtlich Deformationen der Erdoberfläche zu decken, stehen für Deutschland bereits verschiedene Bodenbewegungsdienste zur Verfügung oder befinden sich im Aufbau. Die Dienste basieren auf dem Messverfahren der satellitengestützten Radarinterferometrie, wobei die PSI-Methode zur hochauflösenden Erfassung von Bodenbewegungen verwendet wird (siehe Abschnitt 2.3.3). Als Teil des Erdbeobachtungsprogramms Copernicus der Europäischen Union liefern die Radarsatelliten der Sentinel-1 Mission seit 2014 die notwendigen Radaraufnahmen (European Space Agency, 2022). Diese kostenfrei verfügbaren Daten der Fernerkundung werden inzwischen von unterschiedlichsten Stellen genutzt, um Bewegungsdarstellungen der Erdoberfläche zu generieren. Dies schließt auch Institutionen des privaten Sektors ein, woraus die Notwendigkeit zur Bereitstellung von unabhängigen, qualitätsgesicherten Bodenbewegungsinformationen seitens des Staates erwächst (Kalia u. a., 2021). Daher wurde auf kontinentaler Ebene der einheitliche European Ground Motion Service (EGMS) eingerichtet, welcher schon existierende oder aufkommende Dienste durch einen vereinfachten Datenzugang hinsichtlich Deformationen der Tagesoberfläche unterstützt (Crosetto u. a., 2020, 2021a). Im Bereich der Bundesrepublik Deutschland wird zudem von der BGR der BodenBewegungsdienst Deutschland (BBD) operationell betrieben und frei zur Verfügung gestellt (Kalia u. a., 2021). Außerdem werden von den Landesvermessungen in Nordrhein-Westfalen, Saarland und Niederachsen regionale Bodenbewegungsdienste implementiert (Riecken u. a., 2019; Spreckels und Engel, 2022; Brockmeyer u. a., 2020).

Der EGMS-Dienst wird unter Koordinierung der European Environment Agency als Teil des Copernicus-Landüberwachungsdienstes für Europa betrieben (Crosetto u. a., 2020). Zielsetzung ist die Bereitstellung von konsistenten Bewegungsinformationen über Ländergrenzen hinweg. Die frei zugänglichen Produkte des EGMS werden in drei Kategorien gegliedert, die sich im Verarbeitungsgrad der PSI-Daten unterscheiden (Crosetto u. a., 2021a; EGMS, 2023). Dabei erfolgt eine jährliche

Aktualisierung, um zeitliche Änderungen der Erdoberfläche darstellen zu können. Das erste Produktlevel 2a (Basic) umfasst Bewegungszeitreihen und Geschwindigkeiten in LOS-Richtung der Sentinel-1 Satelliten, wobei sich die PSI-Daten auf Referenzpunkte innerhalb der analysierten Radaraufnahmen beziehen. In der nächsten Produktstufe 2b (Calibrated) werden die Bewegungsraten von GNSS-Referenzstationen zur Kalibrierung der Radardaten einbezogen, wodurch ein konsistenter Bezug auf den Referenzrahmen ETRF2000 hergestellt wird (Larsen u. a., 2022). Die kalibrierten PSI-Daten werden schließlich in Bewegungen vertikaler und horizontaler Ost-West Richtung zerlegt, woraus das Produktlevel 3 (Ortho) mit einer räumlichen Auflösung von 100 m $\times$ 100 m hervorgeht. Zur Qualitätssicherung des Bodenbewegungsdienstes wird eine umfassende Strategie zur Validierung der Bewegungsdaten verfolgt, die beispielsweise eine Trennung zwischen Produktions- und Validierungsteam vorsieht (Crosetto u. a., 2021b).

Als unabhängige Einrichtung hat die BGR mit dem BBD erstmals Bodenbewegungsinformationen auf Basis von PSI-Auswertungen für die gesamte Bundesrepublik Deutschland veröffentlicht (Kalia u. a., 2021; BGR, 2023). Vorausgegangen waren mehrere Workshops, an denen Vertreter aus wissenschaftlichen, kommerziellen und öffentlichen Bereichen teilnahmen, um die Anforderungen an dem Dienst zu diskutieren (Kalia u. a., 2017). Zudem wurde eine Pilotstudie im Gebiet niedersächsischer Gasfelder unter Verwendung von Radarszenen der ERS-Satelliten durchgeführt. Seit November 2019 werden mit jährlicher Aktualisierung die PS-Geschwindigkeiten sowie Bewegungszeitreihen in LOS-Richtung der Sentinel-1 Satelliten in einem Webportal interaktiv visualisiert (Kalia u. a., 2021). Auf dieser Plattform können nach Kohärenz gefilterte PSI-Daten in einem Bereich von bis zu 400 km^2 frei bezogen werden. Zur einheitlichen Referenzierung der Radarauswertungen erfolgt eine Kalibrierung anhand unabhängiger Bewegungsraten der GNSS-Referenzstationen des GREF und SAPOS-Referenzstationsnetzes. Außerdem werden die Geschwindigkeiten der Referenzstationen zusammen mit thematischen Daten zur Validierung der LOS-Datenprodukte des BBD verwendet. Auf Grundlage der kalibrierten PSI-Daten erfolgt eine Trennung der Bewegungskomponenten in vertikaler und horizontaler Ost-West Richtung, wobei in Bereichen ohne Reflektoren des Radarsignals Datenlücken verbleiben.

Die Bundesländer Nordrhein-Westfalen und Saarland entwickeln jeweils regionale Bodenbewegungsdienste, die sich im Aufbau ähneln und als amtliche Bodenbewegungskataster bezeichnet werden (Spreckels und Engel, 2022; LVGL, 2023; Riecken u. a., 2019; Gefeller, 2022; Gefeller u. a., 2020). Zur Qualitätssicherung erfolgt nach Busch und Linke (2014) eine Analyse der Bewegungszeitreihen einer PSI-Auswertung, wobei mittlere Bewegungsraten in LOS-Richtung der Satelliten abgeleitet werden. Nordrhein-Westfalen verwendet zusätzlich eine räumliche Clusteranalyse zur automatisierten Ausreißerdetektion und kalibriert die gefilterten Datensätze durch beobachtete Vertikalbewegungen im amtlichen Nivellementnetz. Nach der Qualitätssicherung werden sowohl im Saarland als auch in Nordrhein-Westfalen die PS mit einem Raster verschnitten und die LOS-Bewegungszeitreihen pro Rasterzelle bei einer Gitterweite von 250 m $\times$ 250 m gemittelt. Dieses Raster dient der räumlichen Generalisierung und bildet die Grundlage zur Zusammenführung der Radardaten von Satellitenaufnahmen auf- und absteigender Flugrichtung. Im Ergebnis liefern beide regionalen Bodenbewegungsdienste zerlegte Bewegungsinformationen in vertikaler und horizontaler Ost-West Richtung, die jährlich aktualisiert werden. Die abschließende Validierung erfolgt unter Verwendung von unabhängigen Bewegungsdaten aus terrestrischen Messverfahren. Im Saarland wurden dazu Multisensor-Referenzstationen eingerichtet, die jeweils aus Corner-Reflektoren, GNSS-Referenzstationen und Höhenfestpunkten mit Anschluss an das DHHN2016 bestehen (Spreckels u. a., 2020).

Insbesondere die (zukünftigen) Bodenbewegungsdienste in Niedersachsen und Nordrhein-Westfalen weisen einige parallele Entwicklungen auf. Beide Dienste basieren auf einem ähnlichen Prozessmodell, das eine Qualitätssicherung und Kalibrierung mit anschließender Zusammenführung der PSI-Daten aus unterschiedlichen Satellitenblickrichtungen umfasst. Die Umsetzung der Teilprozesse unterscheidet sich hingegen deutlich in den verwendeten Algorithmen. So steht im niedersächsischen Dienst die hochaufgelöste Verfügbarkeit von konsistenten Bewegungsinformationen im Vordergrund, weshalb die PS-Geschwindigkeiten einem Modellierungsprozess zur flächenhaften Approximation mit Abschätzung der Modellqualität zugeführt werden. Im Gegensatz dazu bieten die anderen Bodenbewegungsdienste die Möglichkeit den zeitlichen Verlauf der stattfindenden Bewegungsvorgänge abzubilden. Aufgrund einer fehlenden flächenhaften Approximation der Bodenbewegungen werden dabei jedoch Informationslücken in vorwiegend ländlich geprägten Landschaften hingenommen. In zukünftigen Entwicklungen ist eine gemeinsame Betrachtungen beider Aspekte erstrebenswert, sodass der zeitliche Bodenbewegungsverlauf flächenhaft beschrieben werden kann.

2.6 Mathematische Grundlagen

Dieser Abschnitt behandelt die mathematischen Grundlagen zur Modellierung von Bodenbewegungen, wobei zu Beginn auf stochastische Prozesse und dessen Eigenschaften eingegangen wird. Dabei liegt der Schwerpunkt insbesondere auf der Definition und Abgrenzung stationärer räumlicher Zufallsprozesse. Die in diesem Zusammenhang eingeführten Begriffe orientieren sich an der DIN 18709 des deutschen Instituts für Normung e.V. (Deutsches Institut für Normung e.V., 2010b). Der darauffolgende Abschnitt fasst die Methode der kleinsten Quadrate als klassisches Verfahren zur Parameterschätzung eines funktionalen Modells kurz zusammen. An dieser Stelle sei darauf hingewiesen, dass es sich in beiden Abschnitten um umfangreiche statistische Themenfelder handelt, sodass lediglich die Grundzüge mit Bezug auf die nachfolgenden Modellierungsansätze hervorgehoben werden können.

2.6.1 Stochastische Prozesse

Grundsätzlich können der zeitliche Verlauf und das flächenhafte Verhalten von Bodenbewegungen als stochastischer Prozess aufgefasst werden. Dieser setzt sich aus einer Folge von orts- und zeitabhängigen Zufallsvariablen[1] $Z(\mathbf{x}, t)$ zusammen, wobei $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x & y \end{bmatrix}$ einen Koordinatenvektor und t einen Zeitpunkt angibt. In einer allgemeinen Modellvorstellung lassen sich solche Zufallsgrößen in einen globalen Trend, ein lokales Signal und zufälliges Rauschen zerlegen, sodass die folgende Systemgleichung aufgestellt werden kann (Schafmeister, 1999, S. 33 f.):

$$Z(\mathbf{x}, t) = \underbrace{T(\mathbf{x}, t)}_{Trend} \quad + \quad \underbrace{S(\mathbf{x}, t)}_{Signal} \quad + \quad \underbrace{E}_{Rauschen} \tag{2.8}$$

Die in Kapitel 3 vorgestellten Modellansätze zur Beschreibung von Bodenbewegungen erfordern jedoch eine Vereinfachung dieser Systemgleichung, weshalb entweder der enthaltene Orts- oder Zeitparameter fixiert wird. Durch Festlegung des Ortsparameters $\mathbf{x}$ bilden sich die erfassten Deformationen an einer bestimmten Stützstelle als Zeitreihe ab, die eine Realisierung eines zeitlichen Zufallsprozesses $Z(t)$ darstellt. Wenn hingegen der Zeitpunkt t fest definiert wird, realisieren die beobachteten Geschwindigkeiten von Objektpunkten im Untersuchungsgebiet einen räumlichen Zufallsprozess $Z(\mathbf{x})$.

Unabhängig von dieser separaten Betrachtungsweise wirkt der deterministische Trend als regelmäßig-systematischer Anteil, welcher sich mit Hilfe einer mathematischen Funktion eindeutig beschreiben lässt (Heunecke u. a., 2013, S. 204 ff.). Um die Trendparameter des funktionalen Modells zu bestimmen, wird in der Geodäsie und vielen anderen Wissenschaften die Methode der kleinsten Quadrate als klassisches Verfahren zur Parameterschätzung eingesetzt (siehe Abschnitt 2.6.2). Das

[1] In der Geodäsie wird eine Zufallsvariable bzw. Zufallsgröße als physikalisch definierte Messgröße aufgefasst, deren Wert direkt durch Messungen oder indirekt als Ergebnis einer Auswertungen ermittelt wird (Deutsches Institut für Normung e.V., 2010a). Die Erfassung einer Messgröße unterliegt dabei einer gewissen Zufälligkeit, weshalb einer Zufallsvariablen eine Verteilungsfunktion zugeordnet ist.

überlagernde Signal weist hingegen einen zufälligen Charakter auf und beschreibt unregelmäßig-systematische Abweichungen von der Trendkomponente (Heunecke u. a., 2013, S. 204 ff.). Als weiterer Bestandteil einer Zufallsvariablen wird das Rauschen in die Systemgleichung 2.8 aufgenommen, das sich aus zufälligen Messunsicherheiten ergibt.

Insbesondere in der räumlichen Ausreißeranalyse und geostatistischen Modellierung von Bodenbewegungen werden die beobachteten Bewegungsraten von Objektpunkten als Realisierung eines stationären stochastischen Prozesses interpretiert (siehe Abschnitt 3.2 und 3.4). Dabei wird die starke Stationarität 1. Ordnung erfüllt, wenn die Verteilungsfunktion der ortsabhängigen Zufallsvariablen $Z(\mathbf{x})$ im gesamten Untersuchungsbereich D identisch ist (Montero u. a., 2015, S. 14). In vielen Fällen kann diese Forderung jedoch nicht eingehalten werden, weshalb sich die abgeschwächte Stationarität 2. Ordnung auf das räumliche Verhalten der ersten beiden statistischen Momente[2] reduziert (Webster und Oliver, 2001, S. 52). Sie ist demzufolge gegeben, wenn der Erwartungswert $\mu = E[Z(\mathbf{x})]$ einen konstanten Wert annimmt und lediglich der Abstandsvektor zwischen zwei Stützstellen $\mathbf{h} = \mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j$ die Kovarianzfunktion $C(\mathbf{h})$ bestimmt. Zur weiteren Vereinfachung wird nachfolgend der Betrag $h = |\mathbf{h}|$ betrachtet und die zugehörige Richtung vernachlässigt, womit die zusätzliche Annahme einer isotropen Charakteristik des stochastischen Prozesses erfolgt (Meier und Borkowski, 2011, S. 35). Die räumliche Beziehung zwischen ortsabhängigen Zufallsvariablen $Z(\mathbf{x})$ ist in der Abbildung 2.8 beispielhaft dargestellt und lässt sich mit den folgenden Gleichungen ausgedrückt als (Webster und Oliver, 2001, S. 52):

$$C(h) = C(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) = E[\{Z(\mathbf{x}_i) - \mu\}\{Z(\mathbf{x}_j) - \mu\}] \qquad C(0) = \sigma^2 = E[\{Z(\mathbf{x}) - \mu\}^2] \tag{2.9}$$

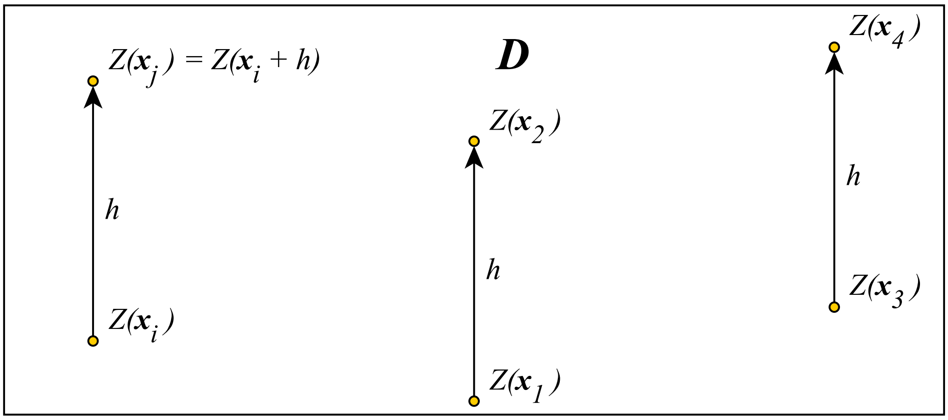


Abbildung 2.8: *Untersuchungsgebiet D mit den darin befindlichen ortsabhängigen Zufallsvariablen $Z(\mathbf{x}_i)$ (vgl. Montero u. a., 2015, S. 14)*

Nach Gleichung 2.9 ergeben sich für die gezeigten Stützstellenpaare $(Z(\mathbf{x}_1), Z(\mathbf{x}_2))$, $(Z(\mathbf{x}_3), Z(\mathbf{x}_4))$ und $(Z(\mathbf{x}_i), Z(\mathbf{x}_j))$ mit übereinstimmenden Abständen h auch die gleichen Kovarianzen $C(h)$. Sollten die ortsabhängigen Zufallsvariablen $Z(\mathbf{x}_i)$ und $Z(\mathbf{x}_j)$ hingegen identische Positionen $(\mathbf{x}_i = \mathbf{x}_j)$ aufweisen, so geht aus $C(0)$ die Varianz σ^2 hervor. Um jedoch die beschriebene Stationarität 2. Ordnung zu erfüllen, darf im Zufallsprozess grundsätzlich kein regelmäßig-systematischer Trendanteil enthalten sein, da andernfalls die Bedingung eines konstanten Erwartungswertes μ nicht eingehalten wird. Somit beziehen sich die Verfahren unter Verwendung der Eigenschaften eines stationären stochastischen Prozesses lediglich auf den Signalanteil.

[2] 1. Moment: Erwartungswert $\mu = E[Z(\mathbf{x})]$, 2. Moment: Kovarianzfunktion $C(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) = E[\{Z(\mathbf{x}_i) - \mu\}\{Z(\mathbf{x}_j) - \mu\}]$ (Montero u. a., 2015, S. 15)

2.6.2 Parameterschätzung im Gauß-Markov-Modell

Die Modellierung von Bodenbewegungen basiert grundsätzlich auf Messungen geometrischer Größen, die zur Ableitung von Parametern eines physikalischen, funktionalen Modells genutzt werden. Dabei sind die durchgeführten Beobachtungen immer mit Messunsicherheiten behaftet und weichen somit von den wahren Werten der Messgrößen ab. Sie werden daher im statistischen Sinne als Realisierungen von Zufallsvariablen aufgefasst. Das Ziel besteht nun darin, die unbekannten Parameter des funktionalen Modells in optimierter Weise zu schätzen, wobei die Messunsicherheiten der eingehenden Messungen berücksichtigt werden. Um diese Aufgabe zu lösen, wird in der Geodäsie und anderen Wissenschaften die Methode der kleinsten Quadrate als klassisches Verfahren zur Parameterschätzung verwendet (Niemeier, 2008). Die Grundlage für eine Ausgleichung der Beobachtungen bildet das Gauß-Markov-Modell (GMM), welches sich aus dem funktionalen und zugehörigen stochastischen Teilmodell zusammensetzt:

$$\text{funktionales Modell:} \quad E(\mathbf{l}) = f(\mathbf{x}), \quad E(\mathbf{l}) = \mathbf{A}\mathbf{x}, \quad \mathbf{l} + \mathbf{v} = \mathbf{A}\mathbf{x} \tag{2.10}$$

$$\text{stochastisches Modell:} \quad \mathbf{\Sigma_{ll}} = \sigma_0^2 \mathbf{Q_{ll}}, \quad \mathbf{P} = \mathbf{Q_{ll}}^{-1} \tag{2.11}$$

Das funktionale Modell beschreibt die Beziehung zwischen den unbekannten Parametern $\mathbf{x}$ und den verfügbaren Beobachtungen $\mathbf{l}$, indem ein Gleichungssystem die Erwartungswerte $E(\mathbf{l})$ abbildet. Werden die wahren Messgrößen durch tatsächliche Beobachtungen ersetzt, dann beseitigen die eingeführten Verbesserungen $\mathbf{v}$ die entstehenden Inkonsistenzen im Gleichungssystem. Dabei ergibt sich die Designmatrix $\mathbf{A}$ aus den partiellen Ableitungen nach den unbekannten Parametern:

$$\mathbf{A} = \left. \frac{\partial f(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} \right|_{x_0} \tag{2.12}$$

Häufig ist der funktionale Zusammenhang zwischen den Beobachtungen und gesuchten Modellparametern nicht-linear, weshalb solche Beobachtungsgleichungen durch eine Taylor-Reihenentwicklung 1. Ordnung linearisiert werden. Eine ausführliche Beschreibung dieser Vorgehensweise ist in Niemeier (2008) sowie Caspary und Wichmann (2007) zu finden.

Das stochastische Modell wird durch die Kovarianzmatrix $\mathbf{\Sigma_{ll}}$ der Beobachtungen repräsentiert, deren Hauptdiagonale mit den Varianzen σ_i^2 der jeweiligen Messungen l_i besetzt ist. Auf den Nebendiagonalen sind ggf. Kovarianzen zur Berücksichtigung von Korrelationen zwischen den Beobachtungen enthalten. Durch einen vorgezogenen, frei wählbaren a priori Varianzfaktor σ_0^2 geht daraus die zugehörige Kofaktormatrix $\mathbf{Q_{ll}}$ hervor, die zur Ableitung der Gewichtsmatrix $\mathbf{P}$ genutzt wird.

Zur optimalen Parameterschätzung wird die Forderung nach Minimierung der gewichteten Verbessungsquadratsumme aufgestellt (Niemeier, 2008, S. 137 ff.):

$$\Omega = \mathbf{v}^T \mathbf{P} \mathbf{v} = (\mathbf{A}\mathbf{x} - \mathbf{l})^T \mathbf{P} (\mathbf{A}\mathbf{x} - \mathbf{l}) \rightarrow min \tag{2.13}$$

Die Lösung dieser Extremwertaufgabe führt zu dem sogenannten Normalgleichungssystem (Heunecke u. a., 2013, S. 175):

$$\underbrace{(\mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A})}_{\mathbf{N}} \hat{\mathbf{x}} = \underbrace{\mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{l}}_{\mathbf{n}} \tag{2.14}$$

Daraus ergeben sich die Formeln 2.15 bis 2.17, womit die geschätzten Parameter $\hat{\mathbf{x}}$, die Beobachtungen $\hat{\mathbf{l}}$ und Residuen $\hat{\mathbf{v}}$ sowie die zugehörigen Kofaktormatrizen $\mathbf{Q_{\hat{x}\hat{x}}}$, $\mathbf{Q_{\hat{l}\hat{l}}}$ und $\mathbf{Q_{\hat{v}\hat{v}}}$ ermittelt werden können. Die eindeutige Lösung des Gleichungssystems setzt jedoch die Invertierbarkeit der

Normalgleichungsmatrix $\mathbf{N}$ voraus.

$$\hat{\mathbf{x}} = (\mathbf{A}^T\mathbf{P}\mathbf{A})^{-1}\mathbf{A}^T\mathbf{P}\mathbf{l} \qquad \mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{x}}\hat{\mathbf{x}}} = (\mathbf{A}^T\mathbf{P}\mathbf{A})^{-1} \tag{2.15}$$

$$\hat{\mathbf{l}} = \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}} \qquad \mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{l}}\hat{\mathbf{l}}} = \mathbf{A}\mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{x}}\hat{\mathbf{x}}}\mathbf{A}^T \tag{2.16}$$

$$\hat{\mathbf{v}} = \hat{\mathbf{l}} - \mathbf{l} \qquad \mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{v}}\hat{\mathbf{v}}} = \mathbf{Q}_{\mathbf{ll}} - \mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{l}}\hat{\mathbf{l}}} \tag{2.17}$$

Als ein Maß für die Konsistenz von Messdaten und Ausgleichungsmodell ergibt sich der a posteriori Varianzfaktor zu (Niemeier, 2008, S. 164 f.):

$$\hat{\sigma}_0^2 = \frac{\hat{\Omega}}{f} = \frac{\hat{\mathbf{v}}^T\mathbf{P}\hat{\mathbf{v}}}{n-u} \tag{2.18}$$

Darin kennzeichnet f den Freiheitsgrad des GMM, welcher sich aus der jeweiligen Anzahl an Messungen n und zu schätzenden Parametern u ableitet. Um einen Schätzwert $\hat{\sigma}_0^2$ errechnen zu können, wird eine Überbestimmung des funktionalen Modells in Gleichung 2.10 vorausgesetzt, sodass mehr Beobachtungen als unbekannte Parameter vorliegen. Ist diese Bedingung erfüllt, dann kann die Kovarianzmatrix der geschätzten Parameter a posteriori ermittelt werden durch:

$$\hat{\mathbf{\Sigma}}_{\hat{\mathbf{x}}\hat{\mathbf{x}}} = \hat{\sigma}_0^2\mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{x}}\hat{\mathbf{x}}} \tag{2.19}$$

Bei singulären Ausgleichungsmodellen weist das Normalgleichungssystem einen Rangdefekt auf, sodass zur Invertierung von $\mathbf{N}$ ergänzende Bedingungsgleichungen erforderlich sind (Niemeier, 2008, S. 224 ff.). Im geodätischen Umfeld sind dies häufig Datumsgleichungen, die einen räumlichen Bezug zu einem übergeordneten Referenzrahmen herstellen.

3 Fortgeschrittene Modellansätze zur Beschreibung von Bodenbewegungen

Mit den in Abschnitt 2.3 vorgestellten Beobachtungssystemen können Messgrößen nur mit Hilfe von Objektpunkten auf der Tagesoberfläche erfasst werden, wodurch eine geometrische Diskretisierung des Messobjektes vorgenommen wird (Heunecke u. a., 2013). Durch Wiederholungsmessungen lassen sich metrische Punktlageänderungen als Zeitreihen ableiten, die den Bewegungsverlauf von Stützstellen zeigen. Häufig erfolgt die Messwerterfassung jedoch nicht kontinuierlich und auch die Anzahl an Objektpunkten ist aus wirtschaftlichen und messtechnischen Gründen begrenzt. Als Folge der geometrischen und zeitlichen Diskretisierung ist das Bewegungsverhalten der Erdoberfläche in Bereichen ohne räumlicher Stützstellen und zwischen den Messepochen unbekannt. Um die entstehenden Informationslücken zu schließen, werden in diesem Kapitel fortgeschrittene Modellansätze zur kontinuierlichen Beschreibung von Bodenbewegungen vorgestellt und weiterentwickelt. Dabei liegt der Schwerpunkt auf angepasste Methoden zur Modellierung von Massendaten, die immer häufiger durch automatisierte Messverfahren verfügbar sind. So liefert beispielsweise eine PSI-Auswertung von satellitengestützten Radaraufnahmen erhebliche Datenmengen, die Informationen zum Bewegungsverhalten der Erdoberfläche enthalten.

Einleitend wird in Abschnitt 3.1 die Bewegungsmodellierung einzelner Objektpunkte unter Verwendung eines kinematischen Modellansatzes behandelt, womit sich der langfristige Trend in einer Deformationszeitreihe beschreiben lässt (Heunecke u. a., 2013). Je nach räumlicher Lage kann sich das zeitliche Bewegungsverhalten von Objektpunkten unterscheiden, weshalb die iterative Modellerweiterung als Strategie zur optimalen Konfiguration des physikalischen Bewegungsmodells erläutert wird. Nachdem das kinematische Modell für jeden Messpunkt individuell festgelegt wurde, kann daraus die zugehörige lineare Punktgeschwindigkeiten abgeleitet werden. Dieser physikalisch interpretierbare Parameter dient in den anschließenden räumlichen Analysen als Bewegungsattribut eines Objektpunktes. Insbesondere die Bewegungsraten aus einer PSI-Auswertung unterliegen jedoch einem hohen räumlichen Rauschen, sodass zur Qualitätssicherung individuelle Punktbewegungen als Ausreißer aus dem Datenmaterial zu entfernen sind (Xi, 2017; Mohammadivojdan u. a., 2021). Dazu wird in Abschnitt 3.2 das automatisierbare Verfahren zur räumlichen Ausreißeranalyse von Liu u. a. (2001) aufgegriffen und weiterentwickelt. Die optimierte Methode integriert die Whisker-Grenzwerte eines Box-Plots, womit zusätzliche Informationen zur Streuung der eingehenden Daten berücksichtigt werden. Der vorgestellte Ansatz zur Ausreißeranalyse lässt sich grundsätzlich auf beliebige Datensätze mit einem Raumbezug übertragen.

Um den Übergang von punktuellen Objektgeschwindigkeiten zu einem flächenhaften Bewegungsmodell zu ermöglichen, wird in Abschnitt 3.3 zunächst die MBA als deterministische Methode erläutert (Lee u. a., 1997). Mit Hilfe dieser Technik kann eine mathematische Funktion bestimmt werden, die eine Prädiktion des Trendanteils der Bodenbewegungen an beliebigen Orten im Untersuchungsbereich erlaubt. Der anschließende Abschnitt 3.4 stellt verschiedene geostatistische Verfahren zur flächenhaften Modellierung von Bodenbewegungen vor (Webster und Oliver, 2001). Beginnend mit der räumlichen Strukturanalyse werden zunächst das experimentelle und theoretische Variogramm als Grundlage zur Kriging-Approximation behandelt. In diesem Rahmen wird der neu entwickelte Algorithmus zur performanten Berechnung des experimentellen Variogramms vorgestellt, womit sich die rechenintensive Verarbeitung von Massendaten bewältigen lässt. Im weiteren Verlauf wird Ordinary Kriging als Verfahren zur Approximation des stochastischen Signalanteils einer ortsabhängigen Zufallsvariablen beschrieben. Dabei liegt ein besonderer Schwerpunkt auf die rechentechnische Optimierung des Modellansatzes, sodass auch große Datenmengen unregelmäßig verteilter Messpunkte verarbeitet werden können. Um sowohl den Trend- als auch Signalanteil in einem Datensatz berücksichtigen zu können, wird schließlich der Regressions-Kriging Ansatz nach Hengl u. a. (2004) zur flächenhaften Approximation von Bodenbewegungen weiterentwickelt. Dazu erfolgt eine separate Trendabspaltung durch eine MBA, wobei die resultierenden Diskrepanzen als Grundlage zur geostatistischen Modellierung des Signalanteils dienen. Mit diesem neuen Ansatz lässt sich der Detailgrad des Trendmodells ohne zusätzliche Informationen im Untersuchungsgebiet beliebig verändern, was in der Kriging-Approximation die Steuerung des räumlichen Einflussbereiches von Datenpunkten ermöglicht.

Um die Aussagekraft von Bewegungsmodellen beurteilen zu können, sind ergänzende Genauigkeitsangaben unerlässlich, weshalb sich Abschnitt 3.5 verschiedenen Methoden der Modellvalidierung widmet. Dazu wird zunächst auf die etablierte Kreuzvalidierung eingegangen, mit dessen Hilfe sich ein durchschnittlicher Prädiktionsfehler der Modellierung errechnen lässt (Esbensen, 2001). Es folgt eine Beschreibung der beiden Resampling-Methoden „Jackknife“ und „Bootstrapping“, die zur Bewertung der Präzision von Bewegungsmodellen eingesetzt werden (Shao und Tu, 1995).

3.1 Bewegungsmodellierung von Objektpunkten

Im Allgemeinen wird die Erdoberfläche als Messobjekt aus wirtschaftlichen und messtechnischen Gründen durch eine begrenzte Anzahl an Objektpunkten repräsentiert. Dies können beispielsweise geodätische Festpunkte der Landesvermessung oder Persistent Scatterer (PS) in satellitengestützten Radaraufnahmen sein. Häufig werden diese Träger physikalischer Messgrößen auch als Stützstellen oder Messpunkte bezeichnet (Deutsches Institut für Normung e.V., 1995). Anhand von Wiederholungsmessungen lassen sich geometrische Veränderungen dieser Objektpunkte ableiten, die einen zeitlichen Bezug aufweisen. Somit kann der Bewegungsverlauf eines Messpunktes als Zeitreihe $z(t) = \{z_i, i = 1, ..., n\}$ mit n Beobachtungen dargestellt werden, die eine Realisierung des stochastischen Zufallsprozesses $Z(t)$ bildet (siehe Abschnitt 2.6.1). Dabei variiert die zeitliche Auflösung der Beobachtungen je nach Messverfahren zwischen wenigen Tagen und mehreren Jahren. Um die Deformationen in einem funktionalen Zusammenhang mit der Zeit t zu beschreiben, wird im Folgenden ein kinematisches Modell verwendet (Heunecke u. a., 2013, S. 524 ff.). Darin findet die Ursache des Bewegungsvorgangs jedoch keine Berücksichtigung.

Zur Veranschaulichung der kinematischen Modellbildung zeigt Abbildung 3.1 die Ortsänderung eines beliebigen Objektpunktes im Ablauf der Zeit. Darin kennzeichnet z_i die Beobachtung einer allgemeinen Zufallsvariable zum Zeitpunkt t_i, die stellvertretend für eine der beiden Lagekoordinaten, einen Höhenwert oder eine Entfernung steht. Ausgehend von einer Stelle z_0 zur frei wählbaren Referenzepoche t_0 kann der dargestellte Bewegungsverlauf als Funktion der Zeit t beschrieben werden (Zippelt, 1988, S. 19):

$$z_i = z_0 + \int_{t_0}^{t_i} V(t)dt. \tag{3.1}$$

Das Integral in dieser Gleichung lässt sich erst lösen, wenn die Änderungsgeschwindigkeit $V(t)$ des Messpunktes zu jedem Zeitpunkt bekannt ist. In der Regel ist diese Voraussetzung zur Beschreibung von Bodenbewegungen jedoch nicht erfüllt, zumal die Punktbewegung über den Zeitraum von t_0 bis t_i größeren Variationen unterliegen kann. Daher wird die Funktion der Änderungsgeschwindigkeit durch eine Taylorreihe im Entwicklungspunkt t_0 als Polynom approximiert, sodass eine vereinfachte

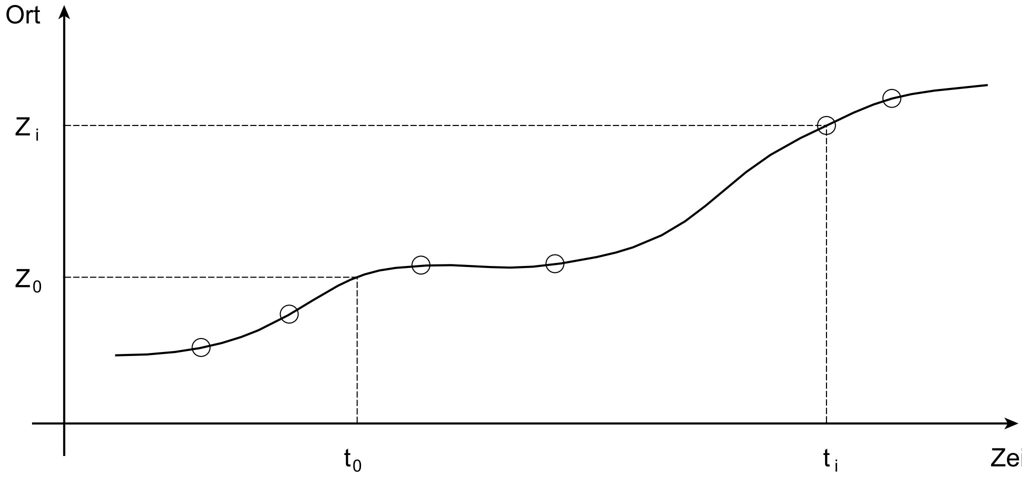


Abbildung 3.1: *Ortsänderung eines Objektpunktes im Ablauf der Zeit (vgl. Zippelt, 1988, S. 19)*

Beschreibung des Bewegungsverlaufs in Anlehnung an Ghitau (1970) erfolgt:

$$z_i = z_0 + \int_{t_0}^{t_i} (V(t_0) + \frac{dV(t_0)}{dt}(t - t_0) + \frac{1}{2!}\frac{d^2V(t_0)}{dt^2}(t - t_0)^2 + \frac{1}{3!}\frac{d^3V(t_0)}{dt^3}(t - t_0)^3 + \cdots)dt \quad (3.2)$$

Dies erlaubt die Auflösung des Integrals und führt zu dem kinematischen Modell:

$$z_i = z_0 + V(t_0)\Delta t_i + \frac{1}{2!}\frac{dV(t_0)}{dt}\Delta t_i^2 + \frac{1}{3!}\frac{d^2V(t_0)}{dt^2}\Delta t_i^3 + \cdots \quad (3.3)$$

$$z_i = z_0 + a_1\Delta t_i + \frac{1}{2!}a_2\Delta t_i^2 + \frac{1}{3!}a_3\Delta t_i^3 + \cdots \quad (3.4)$$

$$z_i = z_0 + \sum_{j=1}^{g} \frac{1}{j!} a_j \Delta t_i^j \quad (3.5)$$

In diesem funktionalen Zusammenhang gilt:

$$\begin{aligned}
\Delta t_i &= t_i - t_0 \\
V(t_0) &= a_1 : \text{Geschwindigkeit zur Referenzepoche } t_0 \\
\frac{dV(t_0)}{dt} &= a_2 : \text{Beschleunigung zur Referenzepoche } t_0 \\
\frac{d^2V(t_0)}{dt^2} &= a_3 : \text{Beschleunigungsänderung (Ruck) zur Referenzepoche } t_0
\end{aligned}$$

Demzufolge lassen sich die Koeffizienten a_1 bis a_3 physikalisch interpretieren, während höhere Grade g des Zeitpolynoms nicht mehr anschaulich gedeutet werden können (Zippelt, 1988, S. 29). Da der tatsächliche Bewegungsverlauf eines Objektpunktes durch eine Taylorreihe angenähert wird, steigt jedoch mit zunehmenden Abstand zur Entwicklungsstelle t_0 der Modellfehler. Daher können insbesondere zur Approximation einer nicht-linearen Punktbewegung höhere Polynomgrade erforderlich werden, sodass der Approximationsfehler auch über größere Zeiträume möglichst gering bleibt. Dabei ist zu beachten, dass eine Überparametrisierung der Polynomentwicklung zu einer Oszillation des modellierten Bewegungsverhaltens führen kann und eine sinnvolle Prädiktion unmöglich macht (Heunecke u. a., 2013, S. 541 f.).

Oft werden Objektpunkte von periodisch ablaufenden Phänomenen beeinflusst, sodass sich in ihrem Bewegungsverhalten überlagernde Schwingungen abbilden. An dieser Stelle kann der Einfluss von Temperaturänderungen infolge der Jahreszeiten als häufige Ursache genannt werden. Zudem sind auch Diskontinuitäten im zeitlichen Ablauf der Punktbewegung möglich, die z.B. auf Erdbeben zurückgeführt werden können. Zur Berücksichtigung der beiden Bewegungsvorgänge wird in dieser Arbeit das gewöhnliche Zeitpolynom in Gleichung 3.5, wie nachfolgend dargestellt, ergänzt:

$$z_i = \begin{cases} z_0 + \sum_{j=1}^{g} \frac{1}{j!} a_j \Delta t_i^j + \sum_{l=1}^{s} A_l \cos(\omega_l t_i - \varphi_l) + \sum_{k=1}^{o} d_k H(t_i - T_k) H(T_k - t_0) & \text{wenn } t_i \geq t_0 \\ \underbrace{z_0 + \sum_{j=1}^{g} \frac{1}{j!} a_j \Delta t_i^j}_{\text{Zeitpolynom}} + \underbrace{\sum_{l=1}^{s} A_l \cos(\omega_l t_i - \varphi_l)}_{\text{Schwingung}} + \underbrace{\sum_{k=1}^{o} d_k H(T_k - t_i) H(t_0 - T_k)}_{\text{Diskontinuität}} & \text{wenn } t_i < t_0 \end{cases} \tag{3.6}$$

In dem erweiterten kinematischen Modell 3.6 wird die Anzahl der enthaltenen harmonischen Schwingungen und Offsets mit den Variablen s bzw. o angegeben. Die periodischen Anteile des Bewegungsverlaufs werden durch die Amplitude A, Phasenverschiebung φ und Kreisfrequenz $\omega = 2\pi/\lambda$ beschrieben, wobei λ für die Periodendauer der Schwingung steht. Um zusätzliche Sprünge in der Zeitreihe zu modellieren, wird auf die Heaviside-Funktion $H(x)$[1] zurückgegriffen (Nobakht-Ersi u. a., 2016). Sie wird häufig verwendet, um Systeme zu modellieren, die zu einem bestimmten Zeitpunkt von einem Zustand in einen anderen wechseln. Im kinematischen Modell 3.6 ermöglicht die Heaviside-Funktion also die Berücksichtigung einer Diskontinuität zum Zeitpunkt T durch einen konstanten Versatz d. Dies macht jedoch die dargestellte Fallunterscheidung erforderlich, da die Summierung der eingeführten Offsets eine Abhängigkeit zur Referenzepoche t_0 und zum Beobachtungszeitpunkt t_i aufweist.

3.1.1 Modellkonfiguration

Objektpunkte können in Abhängigkeit von ihrer räumlichen Lage ein unterschiedliches Bewegungsverhalten aufweisen und sind daher separat zu behandeln. Die Herausforderung besteht nun darin, eine optimale Konfiguration des kinematischen Modells in Gleichung 3.6 zu finden, die den Bewegungsverlauf mit ausreichender Komplexität beschreibt, ohne eine Überparametrisierung vorzunehmen. Gegebenenfalls können dabei Informationen bezüglich der Ursachen eines Bewegungsvorgangs zur gezielten Auswahl von Modellparametern unterstützen und somit indirekt in die kinematische Modellierung eingehen. Sollten jedoch Beobachtungszeitreihen von massenhaften Objektpunkten zur individuellen Bewegungsmodellierung vorliegen, so ist ein automatisierbarer Ansatz erforderlich. Dazu bieten sich statistische Hypothesentests an, bei denen die Parameteranzahl des kinematischen Modells entweder iterativ erhöht oder reduziert wird (Niemeier, 2008; Caspary und Wichmann, 2007). Um das Bewegungsverhalten von PS in radarinterferometrischen Auswertungen zu analysieren, wurden bereits beide Strategien zur Bestimmung optimaler Zeitpolynome eingesetzt (Brockmeyer u. a., 2021; Busch und Linke, 2014). Zum Vergleich wurden diese Techniken von Koppmann (2020) auf einen identischen PSI-Datensatz angewendet und die Ergebnisse gegenübergestellt, wobei die Methode der Parameterreduzierung häufig zu einer Überparametrisierung der Bewegungsmodelle führte.

Zur optimalen Bewegungsbeschreibung von Objektpunkten wird zunächst ein Ausgangsmodell als klassisches GMM aufgestellt, welches ausgewählte Parameter $\mathbf{x}$ der Beobachtungsgleichung 3.6 enthält und die Nullhypothese H_0 definiert (siehe auch Abschnitt 2.6.2). Um Unstimmigkeiten in der getroffenen Modellannahme zu identifizieren, wird dieses Ausgangsmodell mit zusätzlichen Bewegungsparametern $\mathbf{y}$ ergänzt. Dadurch entsteht als Alternativhypothese H_A ein erweitertes GMM, wobei das stochastische Modell der Beobachtungen $\mathbf{l}$ in Gleichung 2.11 unverändert bleibt.

[1]Die Heaviside-Funktion $H(x)$ ist definiert als: $H(x) = 0$ für $x < 0$ und $H(x) = 1$ für $x \geq 0$

$$\text{Ausgangsmodell } H_0: \quad E(\mathbf{l}) = f(\mathbf{x}), \quad \mathbf{l} + \mathbf{v} = \mathbf{A}\mathbf{x}, \quad E(\mathbf{y}) = 0 \tag{3.7}$$

$$\text{Erweitertes Modell } H_A: \quad E(\mathbf{l}) = f(\mathbf{x}, \mathbf{y}), \quad \mathbf{l} + \mathbf{v} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{y}, \quad E(\mathbf{y}) \neq 0 \tag{3.8}$$

In dem erweiterten GMM enthält die Designmatrix $\mathbf{B}$ die partiellen Ableitungen der Beobachtungsgleichungen nach den zusätzlichen Bewegungsparametern.

Unter Verwendung der geschätzten Residuen $\hat{\mathbf{v}}$ und deren Kofaktormatrix $\mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{v}}\hat{\mathbf{v}}}$ aus dem Ausgangsmodell lassen sich mit den Formeln in 3.9 die Schätzwerte der Zusatzparameter $\hat{\mathbf{y}}$ sowie die zugehörige Kofaktormatrix $\mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{y}}\hat{\mathbf{y}}}$ im erweiterten GMM bestimmen (Caspary und Wichmann, 2007):

$$\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{y}}\hat{\mathbf{y}}}\mathbf{B}^T\mathbf{P}(-\hat{\mathbf{v}}) \qquad \mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{y}}\hat{\mathbf{y}}} = (\mathbf{B}^T\mathbf{P}\mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{v}}\hat{\mathbf{v}}}\mathbf{P}\mathbf{B})^{-1} \tag{3.9}$$

Mit Gleichung 3.10 erfolgt die Aktualisierung der bisherigen Bewegungsparameter zu $\hat{\mathbf{x}}_\mathbf{A}$:

$$\hat{\mathbf{x}}_\mathbf{A} = (\mathbf{A}^T\mathbf{P}\mathbf{A})^{-1}\mathbf{A}^T\mathbf{P}(\mathbf{l} - \mathbf{B}\hat{\mathbf{y}}) \neq \hat{\mathbf{x}} \qquad \text{wenn: } \hat{\mathbf{y}} \neq 0 \tag{3.10}$$

An dieser Stelle wird eine Unterscheidung zwischen den geschätzten Parametervektoren $\hat{\mathbf{x}}$ im Ausgangsmodell und $\hat{\mathbf{x}}_\mathbf{A}$ im Alternativmodell vorgenommen, da letzterer durch die Erweiterung des funktionalen Modells auch von den Zusatzparametern abhängt. Die gewichtete Verbesserungsquadratsumme im erweiterten Modell $\hat{\Omega}_A$ ergibt sich aus den Residuen des Ausgangsmodells $\hat{\Omega}$ und einem Ergänzungsterm $\hat{\Omega}_R$, welcher den Einfluss der Zusatzparameter ausdrückt:

$$\hat{\Omega}_A = \underbrace{\hat{\mathbf{v}}^T\mathbf{P}\hat{\mathbf{v}}}_{\hat{\Omega}} - \underbrace{\hat{\mathbf{y}}^T\mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{y}}\hat{\mathbf{y}}}{}^{-1}\hat{\mathbf{y}}}_{\hat{\Omega}_R} \tag{3.11}$$

Anhand eines statistischen Tests wird schließlich geprüft, ob die Einführung der Zusatzparameter $\hat{\mathbf{y}}$ zu einer signifikanten Verbesserung des Bewegungsmodells führt oder das Ausgangsmodell H_0 den Bewegungsverlauf eines Objektpunktes bereits vollständig abbildet. Nach Caspary und Wichmann (2007) sind die quadratischen Formen $\hat{\Omega}_A$ und $\hat{\Omega}_R$ stochastisch unabhängig, sodass sich daraus eine geeignet F-verteilte Testgröße T zur Entscheidungsfindung ableiten lässt:

$$T = \frac{\hat{\Omega}_R/p}{\hat{\Omega}_A/(f-p)} \sim F_{p,f-p} \quad |H_0 \qquad k = F_{p,f-p,1-\alpha} \tag{3.12}$$

$$A = [0, k] \qquad V = (k, +\infty) \tag{3.13}$$

Darin geben $f = n - u$ den Freiheitsgrad des Ausgangsmodells und p die Anzahl an Zusatzparametern im erweiterten GMM an. Der Annahmebereich A und Verwerfungsbereich V werden durch das Quantil der F-Verteilung bei einer vorgegebenen Irrtumswahrscheinlichkeit α definiert. Sollte die Testgröße T unter dem kritischen Wert k liegen, so wird das Ausgangsmodell als Nullhypothese H_0 angenommen. Andernfalls ist das Alternativmodell H_A zur Beschreibung des funktionalen Zusammenhangs zu wählen.

Im praktischen Ablauf werden die Referenzstelle z_0 und ggf. bekannte Diskontinuität als Parameter des ersten Ausgangsmodells eingeführt. Die Ergänzung um eine lineare Geschwindigkeit a_1 führt zu dem Alternativmodell. Sollte dies im Hypothesentest angenommen werden, so wird der Polynomgrad g in beiden Modellkonfigurationen iterativ erhöht, bis das Ausgangsmodell den Bewegungsverlauf eines Objektpunktes optimal beschreibt. Insbesondere bei höheren Polynomgraden können jedoch große Zahlenwerte in den Designmatrizen $\mathbf{A}$ und $\mathbf{B}$ entstehen, die zu einer numerischen Instabilität des Normalgleichungssystems führen können (Caspary und Wichmann, 2007, S. 124 ff.). Daher empfiehlt sich zur Konditionsverbesserung und Reduzierung von Rundungsfehlern die Referenzepoche t_0 als mittlere Beobachtungsepoche zu wählen und eine Spaltenskalierung der Designmatrizen vorzunehmen (Engeln-Müllges u. a., 2011, S. 208). Ist der maximale Grad des Zeitpolynoms festgelegt, so können in weiteren Modelliterationen die Amplituden A_l und Phasenverschiebungen φ_l als ergänzende Schwingungsparameter auf Signifikanz geprüft werden. Dies setzt jedoch die Kenntnis der zugehörigen Kreisfrequenzen ω_l voraus, die in einer zusätzlichen Frequenzanalyse ermittelt werden können.

3.1.2 Analyse periodischer Bewegungsanteile

Zur Analyse periodischer Bewegungsanteile eines Objektpunktes wird die least-squares spectral analysis (LSSA) eingesetzt, welche von Vaníček (1969) entwickelt wurde. Unter Verwendung dieser Methode lassen sich harmonische Schwingungen in einer Zeitreihe $z(t)$ detektieren, die ggf. eine ungleichmäßige Abtastrate Δt und Datenlücken aufweist (Pagiatakis, 1999). Außerdem kann die Kovarianzmatrix der eingehenden Beobachtungen berücksichtigt werden. Zur Frequenzanalyse wird zunächst von den verfügbaren Messungen der globale Bewegungstrend abgezogen, welcher sich aus einem Zeitpolynom und den Einflüssen von ggf. vorhandenen Diskontinuitäten zusammensetzt. Der maximale Polynomgrad wird dabei je nach Signifikanz für jede Zeitreihe individuell festgelegt (siehe Abschnitt 3.1.1). Die entstehenden Differenzen bilden anschließend die Eingangsdaten $\Delta z(t) = \{\Delta z_i, i = 1, ..., n\}$ mit n Beobachtungen zur Ableitung der Schwingungsparameter.

Nach Entfernung des übergeordneten Trends reduziert sich das kinematische Modell in Gleichung 3.6 auf die Beschreibung verbliebener periodischer Bewegungsanteile:

$$\Delta z_i = \sum_{l=1}^{s} A_l \cos(\omega_l t_i - \varphi_l) = \sum_{l=1}^{s} A_l \cos(\varphi_l) \cdot \cos(\omega_l t_i) + A_l \sin(\varphi_l) \cdot \sin(\omega_l t_i) \tag{3.14}$$

$$\Delta z_i = \sum_{l=1}^{s} x_{1,l} \cdot \cos(\omega_l t_i) + x_{2,l} \cdot \sin(\omega_l t_i) \tag{3.15}$$

Dabei stehen die Messwerte Δz_i zunächst in einem nicht-linearen Zusammenhang mit den unbekannten Amplituden A_l , Phasenverschiebungen φ_l und Kreisfrequenzen ω_l. Daher erfolgt unter Anwendung eines Additionstheorems eine Vereinfachung der Gleichung 3.14, wodurch sich die Formel 3.15 ergibt (Vaníček, 1969). Mit Vorgabe von ω_l können nun die Beobachtungen Δz_i in Abhängigkeit der eingeführten Hilfsvariablen $x_{1,l}$ und $x_{2,l}$ durch ein lineares Modell beschrieben werden.

Um diejenigen Schwingungen mit den größten Beiträgen zur Beschreibung des Signals in der Zeitreihe $\Delta z(t)$ zu finden, wird in der LSSA eingangs eine Menge $\boldsymbol{\Omega} = \{\omega_j, j = 1, ..., k\}$ mit k Kreisfrequenzen vorgegeben. Für jede enthaltene Frequenz wird ein separates GMM zur Ausgleichung der zugehörigen Parameter $x_{1,j}$ und $x_{2,j}$ aufgestellt, wobei sich das funktionale Modell aus der Gleichung 3.15 ergibt:

$$\boldsymbol{\Delta}\mathbf{z} + \mathbf{v} = \mathbf{A}\mathbf{x} = \begin{bmatrix}\cos(\omega_j \mathbf{t}) & \sin(\omega_j \mathbf{t})\end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix}x_{1,j} & x_{2,j})\end{bmatrix}^T \qquad \text{mit: } j = 1, ..., k \tag{3.16}$$

Die gesuchten Schwingungsparameter zur vorgegebenen Kreisfrequenz ω_j können mit Gleichung 3.17 nach der Methode der kleinsten Quadrate bestimmt werden. Daraus gehen durch Anwendung der Formeln 3.18 die geschätzte Amplitude $\hat{A}_j$ und Phasenverschiebung $\hat{\varphi}_j$ als interpretierbare Parameter hervor.

$$\hat{\mathbf{x}} = (\mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{P} \boldsymbol{\Delta}\mathbf{z} \tag{3.17}$$

$$\hat{A}_j = \sqrt{\hat{x}_{1,j}^2 + \hat{x}_{2,j}^2} \qquad \hat{\varphi}_j = \arctan(\frac{\hat{x}_{2,j}}{\hat{x}_{1,j}}) \tag{3.18}$$

Durch die orthogonale Projektion des ausgeglichen Zeitreihenvektors $\mathbf{A}\hat{\mathbf{x}}$ auf die Eingangsdaten $\mathbf{\Delta z}$ lässt sich der Anteil der jeweiligen Schwingung am Gesamtsignal als Prozentangabe ermitteln (Pagiatakis, 1999):

$$s(\omega_j) = \frac{\mathbf{\Delta z}^T \mathbf{P} \mathbf{A} \hat{\mathbf{x}}}{\mathbf{\Delta z}^T \mathbf{P} \mathbf{\Delta z}} \tag{3.19}$$

Wird nun $s(\omega_j)$ für jedes $\omega_j \in \mathbf{\Omega}$ in einem Diagramm dargestellt, so entsteht zur Verdeutlichung der vorhandenen Periodizitäten im Datenmaterial ein sogenanntes Periodogramm (Heunecke u. a., 2013). Anhand dessen können die Schwingungen mit den größten Beiträgen zur Beschreibung des enthaltenen Signals in der Zeitreihe identifiziert und dem kinematischen Modell in Gleichung 3.6 bzw. 3.14 hinzugefügt werden.

Zur statistischen Signifikanzprüfung der detektierten Schwingungen im Datenmaterial hat Pagiatakis (1999) einen Hypothesentest basierend auf dem LSSA-Wert $s(\omega_j)$ entwickelt. Dieser Test wurde bereits in früheren Studien, wie z.B. in Nobakht-Ersi u. a. (2016) und Erol (2010), zur Analyse von GNSS-Koordinatenzeitreihen eingesetzt. Dabei werden jedoch das Zeitpolynom und eventuelle Diskontinuitäten als globale Trendkomponenten im kinematischen Modell nicht berücksichtigt. Daher wird in dieser Arbeit die iterative Modellerweiterung aus Abschnitt 3.1.1 zur Signifikanzprüfung der analysierten Schwingungsanteile verwendet, weil sich damit alle Komponenten des Bewegungsmodells einbeziehen lassen.

3.2 Räumliche Ausreißeranalyse

Das erwartete Verhalten von Bodenbewegungen entspricht einem zusammenhängenden Prozess, sodass sich die Bewegungen von dicht beieinander liegenden Objektpunkten ähneln (siehe auch Abschnitt 2.2). Extreme Abweichungen von dieser Annahme werden als räumliche Ausreißer aufgefasst. Solche individuellen Punktbewegungen resultieren aus einer fehlerhaften Messwerterfassung oder werden durch einen sehr kleinräumigen Bewegungsprozess verursacht. Sie repräsentieren also nicht das Bewegungsverhalten der Erdoberfläche, sondern geben allenfalls Hinweise zu Veränderungen lokaler Objekte. Im Sinne der Qualitätssicherung werden daher räumliche Ausreißer von den weiteren Interpretationen und Prozessierungen zur Modellierung von Bodenbewegungen ausgeschlossen.

Als weit verbreitetes Verfahren zur Detektion von Ausreißern und Clusterbildung in räumlichen Datensätzen wurde von Anselin (1995) der Lokal-Moran's-Index entwickelt, welcher die Existenz einer Autokorrelation im Untersuchungsgebiet voraussetzt. Die Untersuchungen von Xi (2017) haben jedoch gezeigt, dass mit dieser Methode individuelle Punktbewegungen in einem PSI-Datensatz nicht zuverlässig erkannt werden können. Die unzureichende Sensibilität gegenüber Ausreißern kann auf die Verwendung eines globalen Mittelwertes zur Berechnung des Indexes zurückgeführt werden, weshalb im Folgenden die lokale Analyse von räumlichen Daten nach Liu u. a. (2001) aufgegriffen wird.

Im Allgemeinen folgt die Analyse von orts- und zeitabhängigen Datensätzen dem Grundgedanken nach Tobler (1970): „Everything is related to everything else, but near things are more related than distant things". Das Ziel der räumlichen Ausreißeranalyse ist nun die automatisierbare Detektion von Messwerten, die diesem Grundsatz widersprechen. Dazu wird ein zu analysierender Datensatz $z(\mathbf{x}) = \{z(\mathbf{x}_i), i = 1, ..., n\}$ als Realisierung eines Zufallsprozesses interpretiert, worin $\mathbf{x}_i = \begin{bmatrix} x_i & y_i \end{bmatrix}$ den Ortsvektor eines Objektpunktes mit der Geschwindigkeit $z(\mathbf{x}_i)$ kennzeichnet. Zur Identifikation von räumlichen Ausreißern wird jede Beobachtung im Datensatz $z(\mathbf{x})$ mit dem

Bewegungsverhalten in ihrer direkten Nachbarschaft verglichen:

$$\Delta z(\mathbf{x}_i) = z(\mathbf{x}_i) - g(\mathbf{x}_i) \tag{3.20}$$

In diesem Zusammenhang wird mit der Nachbarschaftsfunktion $g(\mathbf{x}_i)$ der vorhandene Trend- und Signalanteil der Eingangsdaten $z(\mathbf{x})$ approximiert, sodass im Datensatz $\Delta z(\mathbf{x}) = \{\Delta z(\mathbf{x}_i), i = 1, ..., n\}$ lediglich das zufällige Messrauschen verbleibt. Der Wert von $g(\mathbf{x}_i)$ wird dabei auf Grundlage der umliegenden Beobachtungen ermittelt, wobei die zu überprüfende Messung $z(\mathbf{x}_i)$ nicht in die Berechnung eingeht. Ergeben sich in Gleichung 3.20 große Residuen $\Delta z(\mathbf{x}_i)$, dann deuten diese auf vorhandene räumliche Ausreißer hin.

Die Nachbarschaftsfunktion ist grundsätzlich frei wählbar, weshalb in der Literatur verschiedene Ansätze zu finden sind. Häufig wird jedoch ein ortsabhängiger Mittelwert oder Median für $g(\mathbf{x}_i)$ eingesetzt (Lu u. a., 2003). Auch eine IDW-Interpolation findet oft Anwendung (Liu u. a., 2001). Im Gegensatz zu diesen lokalen Ansätzen, wird in Mohammadivojdan u. a. (2021) eine deterministische MBA zur Berechnung der Vergleichswerte $g(\mathbf{x}_i)$ vorgeschlagen. Die genannten Nachbarschaftsfunktionen basieren auf den Eingangsdatensatz $z(\mathbf{x})$, wodurch sie selbst von potentiellen Ausreißern beeinflusst werden. Dies kann eine systematische Verzerrung der Vergleichswerte $g(\mathbf{x}_i)$ zur Folge haben, sodass extreme Messwerte große Residuen an benachbarten Beobachtungen verursachen. Es können also mehrere Stützstellen in der Umgebung von Ausreißern als fehlerhaft detektiert werden, was zu einem Maskierungseffekt in betroffenen Gebieten führt. Zudem erhalten die Nachbarschaftsfunktionen in Bereichen mit geringer Punktedichte hohe Approximationsfehler, sodass die Kontrolle von räumlich isolierten Stützstellen nur eingeschränkt möglich ist.

Um dem beschriebenen Maskierungseffekt entgegenzuwirken, wird nach Liu u. a. (2001) eine robuste IDW-Interpolation unter Verwendung der Jackknife-Methode eingesetzt (siehe auch Abschnitt 3.5.2). Dazu repräsentieren die nächsten acht Beobachtungen zum Prüfpunkt $z(\mathbf{x}_i)$ die Nachbarschaft, womit sich der Vergleichswert $g(\mathbf{x}_i)$ auch bei Massendaten effektiv ableiten lässt (siehe Abbildung 3.2). Um $g(\mathbf{x}_i)$ zu bestimmen, wird im ersten Schritt eine gewöhnliche IDW-Interpolation durchgeführt:

$$g^{(*)}(\mathbf{x}_i) = \sum_{j=1}^{8} w_j z(\mathbf{x}_j) \qquad w_j = \frac{d_j^{-1}}{\sum_{j=1}^{8} d_j^{-1}} \qquad d_j = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2} \tag{3.21}$$

Anschließend werden die Nachbarpunkte mit den größten Einflüssen auf den Modellwert $g^{(*)}(\mathbf{x}_i)$ ermittelt. Dazu wird jede Beobachtung einmal aus der Berechnung ausgelassen, sodass sich insgesamt acht verschiedene Interpolationen mit jeweils sieben Stützstellen ergeben:

$$g^{(k)}(\mathbf{x}_i) = \sum_{j \neq k} w_j z(\mathbf{x}_j) \qquad w_j = \frac{d_j^{-1}}{\sum_{j \neq k} d_j^{-1}} \qquad \text{mit: } k = 1, ..., 8 \tag{3.22}$$

Nach Liu u. a. (2001) gibt die absolute Differenz $|g^{(k)}(\mathbf{x}_i) - g^{(*)}(\mathbf{x}_i)|$ den Einfluss eines Datenpunktes auf die Interpolation an. Diese Information wird zur Bestimmung eines robusten Modellwertes $g(\mathbf{x}_i)$ genutzt, indem die beiden Stützstellen mit den größten Abweichungen aus der abschließenden Berechnung ausgelassen werden. Dabei erfolgt die Angabe der entnommenen Beobachtungen mit den Indizes k_1 und k_2:

$$g(\mathbf{x}_i) = \sum_{j \neq k_1, k_2} w_j z(\mathbf{x}_j) \qquad w_j = \frac{d_j^{-1}}{\sum_{j \neq k_1, k_2} d_j^{-1}} \tag{3.23}$$

Demzufolge werden aus dem Beispieldatensatz in Abbildung 3.2 die beiden Stützstellen **P3** und **P7** zur robusten IDW-Interpolation ausgelassen, sodass die Nachbarschaftsfunktion $g(\mathbf{x}_1)$ an der

Stelle **P1** den Wert -0,06 mm/Jahr annimmt. Nach Formel 3.20 ergibt sich damit ein Residuum von $\Delta z(\mathbf{x}_1) = -27,54$ mm/Jahr.

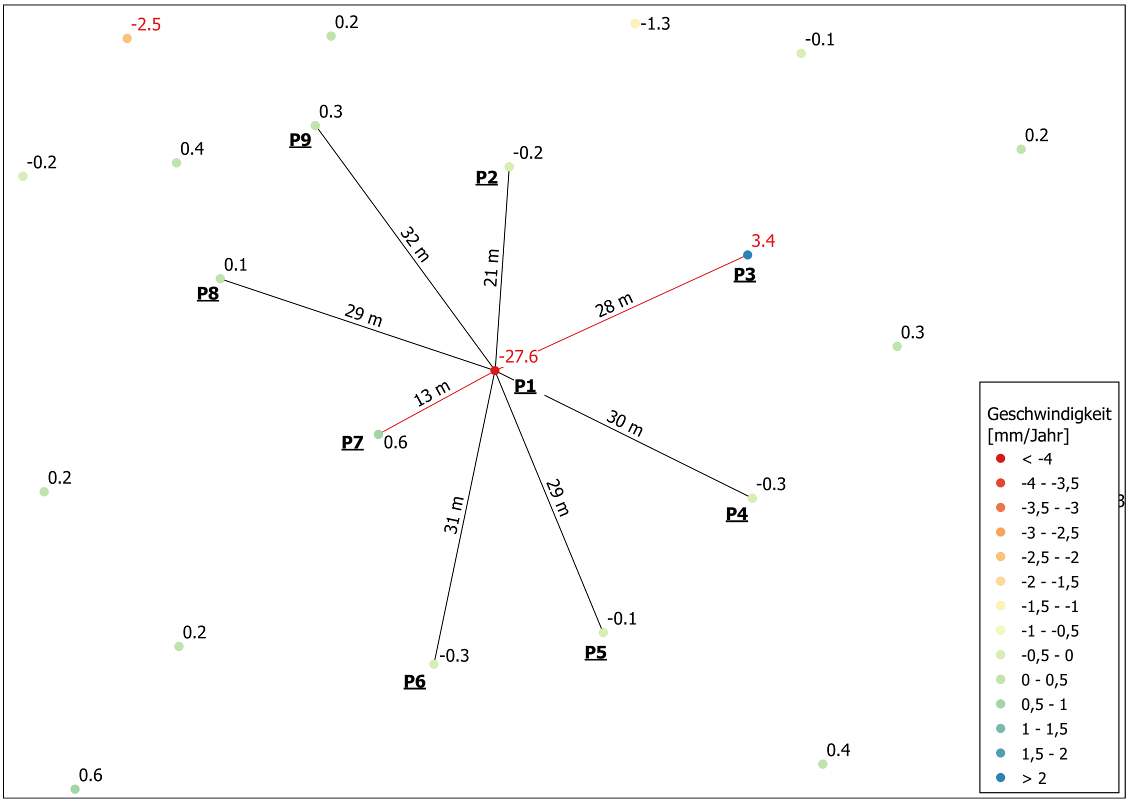


Abbildung 3.2: *Exemplarische Punktauswahl zur räumlichen Überprüfung der Stützstelle* ***P1***

Die Schwierigkeit in der räumlichen Ausreißeranalyse besteht in der Unterscheidung zwischen dem normalen Messrauschen und den tatsächlichen Ausreißern im Datensatz $\Delta z(\mathbf{x})$. Diese Probe realisiert einen stark stationären stochastischen Prozess, da von den Eingangsdaten $z(\mathbf{x})$ durch die Nachbarschaftsfunktion $g(\mathbf{x})$ der Trend- und Signalanteil abgespaltenen wird (siehe Abschnitt 2.6.1). Extreme Ausreißer in den Beobachtungen können jedoch den gewöhnlichen Mittelwert und die Varianz von $\Delta z(\mathbf{x})$ als beschreibende Verteilungsparameter verzerren. Daher wird zur Parameterschätzung das Winsorization-Verfahren eingesetzt, bei dem zunächst der Datensatz $\Delta z(\mathbf{x}) = \{\Delta z(\mathbf{x}_1) \leq \Delta z(\mathbf{x}_2) \leq ... \leq \Delta z(\mathbf{x}_n)\}$ der Größe nach sortiert wird (Barnett und Lewis, 1994). Auf dessen Basis lassen sich der Mittelwert $\Delta \overline{z}_w$ und die Varianz s_w^2 als robuste Verteilungsparameter ableiten:

$$\Delta \overline{z}_w = \frac{1}{n}[r_1 \Delta z(\mathbf{x}_{(r_1+1)}) + \sum_{i=r_1+1}^{n-r_2} \Delta z(\mathbf{x}_{(i)}) + r_2 \Delta z(\mathbf{x}_{(n-r_2)})] \tag{3.24}$$

$$s_w^2 = \frac{1}{n-1}[r_1(\Delta z(\mathbf{x}_{(r_1+1)}) - \Delta \overline{z}_w)^2 + \sum_{i=r_1+1}^{n-r_2} (\Delta z(\mathbf{x}_{(i)}) - \Delta \overline{z}_w)^2 + r_2(\Delta z(\mathbf{x}_{(n-r_2)}) - \Delta \overline{z}_w)^2] \tag{3.25}$$

In den Gleichungen 3.24 sowie 3.25 geben r_1 und r_2 die Anzahl an Ausreißern am linken bzw. rechten Rand der Stichprobe an. Dabei sind die beiden r-Parameter des Winsorization-Verfahrens grundsätzlich frei wählbar und wurden in der räumlichen Ausreißerdetektion von Liu u. a. (2001, S. 734) jeweils auf 15% der Gesamtdatenmenge festgelegt. Somit berücksichtigt dieser Ansatz die Anzahl der Datenpunkte, was jedoch keine Rückschlüsse auf die enthalten Ausreißer zulässt. In dieser Arbeit wird daher die benötigte Ausreißeranzahl in Anlehnung an die Whisker-Grenzwerte eines Box-Plots bestimmt und somit die Streuung der Daten einbezogen (Webster und Oliver, 2001, S. 13 ff.). Dementsprechend lassen sich die r-Parameter anhand der folgenden Bedingungen ableiten, wobei $\Delta z_{IQA} = \Delta z_{0,75} - \Delta z_{0,25}$ den Interquartilsabstand von $\Delta z(\mathbf{x})$ kennzeichnet:

$$\text{Ausreißer linker Probenrand: } \Delta z(\mathbf{x}_i) \leq \Delta z_{0,25} - \Delta z_{IQA} \tag{3.26}$$

$$\text{Ausreißer rechter Probenrand: } \Delta z(\mathbf{x}_i) \geq \Delta z_{0,75} + \Delta z_{IQA} \tag{3.27}$$

Im Gegensatz zum Ansatz von Liu u. a. (2001) erfolgt dadurch eine an den Daten angepasste Festlegung der r-Parameter, wobei die Größe des linken und rechten Randes einer Datenprobe unterschiedlich sein kann. Wenn keine Ausreißer in den Beobachtungen vorhanden sind, dann werden die Lage- und Streuungsparameter der gesuchten Verteilungsfunktion von $\Delta z(\mathbf{x})$ als herkömmlicher Mittelwert mit zugehöriger Varianz bestimmt.

Um signifikante Ausreißer zu identifizieren, wird ein statistischer Hypothesentest durchgeführt. Dabei wird als Nullhypothese H_0 angenommen, dass die zu prüfende Geschwindigkeit $z(\mathbf{x}_i)$ dem Bewegungsverhalten der zugehörigen Nachbarschaft $g(\mathbf{x}_i)$ entspricht. Als Alternativhypothese H_A wird $z(\mathbf{x}_i)$ einer individuellen Punktbewegung zugeordnet, die nicht dem normalen räumlichen Verlauf von Bodenbewegungen folgt. Zur Entscheidungsfindung dient die t-verteilte Testgröße T_i, welche auf der Abweichung $\Delta z(\mathbf{x}_i)$ und den zugehörigen Verteilungsparametern basiert (Liu u. a., 2001). Dabei wird die Annahme getroffen, dass sich $\Delta z(\mathbf{x}_i)$ einer Normalverteilung zuordnen lässt:

$$H_0: \quad z(\mathbf{x}_i) = g(\mathbf{x}_i) \qquad\qquad H_A: \quad z(\mathbf{x}_i) \neq g(\mathbf{x}_i) \tag{3.28}$$

$$T_i = \frac{\Delta z(\mathbf{x}_i) - \Delta \overline{z}_w}{s_w} \sim \ t_f \quad |H_0 \tag{3.29}$$

$$H_0 \text{ annehmen:} \quad t_{f,\frac{\alpha}{2}} \leq T_i \leq t_{f,1-\frac{\alpha}{2}} \tag{3.30}$$

$$H_0 \text{ verwerfen:} \quad T_i < t_{f,\frac{\alpha}{2}} \text{ oder } T_i > t_{f,1-\frac{\alpha}{2}} \tag{3.31}$$

In dieser zweiseitigen Fragestellung wird der Annahmebereich durch die Quantile $t_{f,\frac{\alpha}{2}}$ und $t_{f,1-\frac{\alpha}{2}}$ der t-Verteilung bei einer vorgegebenen Irrtumswahrscheinlichkeit α definiert. Der niedrige Freiheitsgrad ergibt sich dabei zu $f = 5$, weil der Vergleichswert $g(\mathbf{x}_i)$ auf Grundlage von insgesamt 6 Beobachtungen geschätzt wird. Wenn die Testgröße T_i außerhalb der Grenzwerte des Annahmebereiches liegt, dann wird die Nullhypothese verworfen und die zugehörige Geschwindigkeit $z(\mathbf{x}_i)$ als räumlicher Ausreißer klassifiziert.

3.3 Multilevel B-Splines zur flächenhaften Bewegungsmodellierung

Bodenbewegungen werden messtechnisch bedingt durch diskrete Objektpunkte an der Tagesoberfläche repräsentiert, die im Untersuchungsgebiet üblicherweise unregelmäßig verteilt sind. Dabei können die Stützstellen in Abhängigkeit zum eingesetzten Messverfahren räumliche Cluster oder linienhafte Strukturen bilden, wobei in Bereichen zwischen den Objektpunkten Datenlücken entstehen. Um den Übergang von punktuell erfassten Objektgeschwindigkeiten zu einem flächenhaften Bewegungsmodell zu ermöglichen, kann die Multilevel B-Spline Approximation (MBA) als deterministische Methode eingesetzt werden. Dieses Verfahren wurde ursprünglich von Lee u. a. (1997) für Anwendungen in der Bildverarbeitung entwickelt und bereits von Nuckelt (2006, 2007) und Mohammadivojdan u. a. (2021) zur Modellierung von Geschwindigkeitsfeldern verwendet. Dazu wird ein Bewegungsvorgang der Erdoberfläche mittels hierarchischer B-Spline Flächen rekonstruiert und als Funktion $f(x, y)$ des Ortes (x, y) eindeutig beschrieben. Mit diesem Modellierungsansatz lässt sich der Trendanteil von Bodenbewegungen an beliebigen Positionen prädizieren, sodass in Bereichen ohne Beobachtungen synthetische Bewegungsinformationen generiert werden können.

3.3.1 B-Spline Approximation

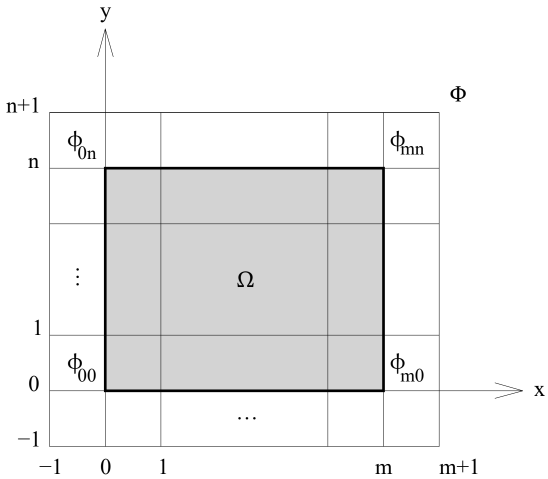
Das Ziel einer B-Spline Approximation ist die Definition einer Funktion $z = f(x, y)$, welche die gegebenen Datenpunkte $P = \{(x_c, y_c, z_c)\}$ bestmöglich annähert und den enthaltenen Trendanteil an beliebigen Positionen beschreibt. Dazu wird zunächst der Modellierungsbereich von einem Kontrollgitter $\Phi = \{\phi_{ij}, i = -1, ..., m+1, j = -1, ..., n+1\}$ mit $(m+3)\times(n+3)$ Gitterpunkten ϕ_{ij} überlagert. Die Auflösung des Rasters wird durch die frei wählbaren Parameter m und n bestimmt, mit dessen Hilfe die Form von $f(x, y)$ maßgeblich beeinflusst werden kann (Lee u. a., 1997). Je höher die Gitterauflösung festgelegt wird, desto mehr passt sich die Approximationsfläche den Datenpunkten an.

Zur flächenhaften Modellierung wird die Grundannahme getroffen, dass die unregelmäßig verteilten Stützstellen in P innerhalb des minimal umgebenen Rechtecks $\Omega = \{(x, y)|0 \leq x < m, 0 \leq y < n\}$ liegen. Um diese Voraussetzung zu erfüllen, werden die Datenpunkte mit den Gebrauchskoordinaten (X,Y) in das lokale System der Gitterkoordinaten (x,y) unter Verwendung der Gleichungen 3.32 und 3.33 transformiert:

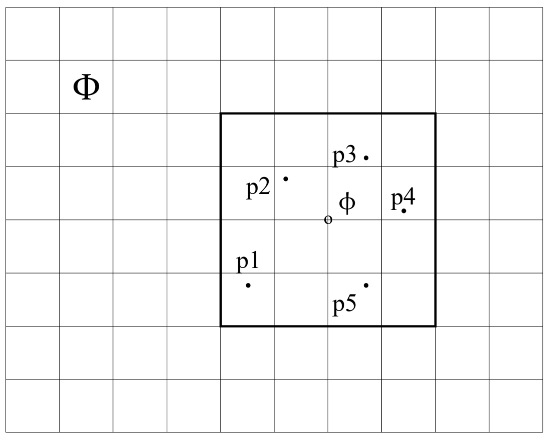
$$x = \frac{m}{dX}(X - X_{min}) \qquad dX = X_{max} - X_{min} \tag{3.32}$$

$$y = \frac{n}{dY}(Y - Y_{min}) \qquad dY = Y_{max} - Y_{min} \tag{3.33}$$

Dadurch sind die Daten- und Kontrollpunkte konsistent referenziert, sodass die ganzzahligen Indizes (ij) eines Gitterpunktes ϕ_{ij} als dessen Koordinaten interpretiert werden können. Zur Verdeutlichung zeigt Abbildung 3.3a die Konfiguration des Kontrollgitters Φ.



(a) *Konfiguration des Kontrollgitters* Φ



(b) *Datenpunkte in der* 4×4 *Nachbarschaft eines Kontrollpunktes* ϕ

Abbildung 3.3: *Konfiguration des Kontrollgitters und Lagebeziehung zwischen Daten- und Kontrollpunkten (Lee u. a., 1997, S.230 f.)*

Die Approximationsfunktion $f(x, y)$ ist nach den Formeln 3.34 bis 3.39 als Linearkombination aus kubischen B-Spline Funktionen und Knotenpunkten ϕ_{ij} des Rasters Φ definiert. Dabei werden B-Spline Funktionen 3. Grades verwendet, um einen glatten Verlauf der Approximationsfläche zu gewährleisten (Nuckelt, 2007, S. 24 f.). Der Funktionswert $f(x, y)$ an der Position (x, y) wird lediglich von den benachbarten 4×4 Kontrollpunkten beeinflusst, wobei $B_k(s)$ und $B_l(t)$ zur Gewichtung der jeweiligen Knotenpunkte dienen (Lee u. a., 1997):[2]

[2]Die untere sogenannte Gaußklammer dient als Abrundungsfunktion, sodass $\lfloor x \rfloor$ die nächst kleinere ganze Zahl zu x ausgibt. So gilt z.B. $\lfloor 2,8 \rfloor = 2$.

$$f(x,y) = \sum_{k=0}^{3}\sum_{l=0}^{3} B_k(s)B_l(t)\phi_{(i+k)(j+l)} \qquad \text{mit: } 0 \leq t, s < 1 \tag{3.34}$$

$$B_0(t) = (1-t)^3/6 \qquad B_0(s) = (1-s)^3/6 \tag{3.35}$$

$$B_1(t) = (3t^3 - 6t^2 + 4)/6 \qquad B_1(s) = (3s^3 - 6s^2 + 4)/6 \tag{3.36}$$

$$B_2(t) = (-3t^3 + 3t^2 + 3t + 1)/6 \qquad B_2(s) = (-3s^3 + 3s^2 + 3s + 1)/6 \tag{3.37}$$

$$B_3(t) = t^3/6 \qquad B_3(s) = s^3/6 \tag{3.38}$$

wobei:

$$i = \lfloor x \rfloor - 1, \qquad j = \lfloor y \rfloor - 1, \qquad s = x - \lfloor x \rfloor, \qquad t = y - \lfloor y \rfloor \tag{3.39}$$

Zur eindeutigen Definition der Gleichung 3.34 werden die Werte von ϕ_{ij} des Kontrollgitters Φ benötigt, bei denen sich die Approximationsfunktion bestmöglich den gegebenen Datenpunkten anpasst. Um die unbekannten Parameter zu ermitteln, wird zunächst nur ein Datenpunkt (x_c, y_c, z_c) aus P betrachtet, der zur Vereinfachung die Bedingung $1 \leq x_c, y_c < 2$ erfüllt. Dadurch bestimmen die Kontrollpunkte ϕ_{kl} mit $k, l = 0, 1, 2, 3$ den Funktionswert $f(x_c, y_c)$, sodass sich die Gleichung 3.34 reduziert zu:

$$z_c = \sum_{k=0}^{3}\sum_{l=0}^{3} w_{kl}\phi_{kl} \qquad w_{kl} = B_k(s)B_l(t) \qquad s = x_c - 1 \qquad t = y_c - 1 \tag{3.40}$$

Unterschiedliche Werte für ϕ_{kl} erfüllen die Gleichung 3.40. Daher wird nach Lee u. a. (1997) im Sinne der Methode der kleinsten Quadrate die Quadratsumme $\sum_{k=0}^{3}\sum_{l=0}^{3}\phi_{kl}^2$ minimiert, wodurch sich die Lösung ergibt zu:

$$\phi_{kl} = \frac{w_{kl} z_c}{\sum_{a=0}^{3}\sum_{b=0}^{3} w_{ab}^2} \qquad \text{mit: } w_{ab} = B_a(s)B_b(t) \tag{3.41}$$

Insbesondere bei Massendaten können jedoch auch mehrere Datenpunkte in P die Bedingung $1 \leq x_c, y_c < 2$ erfüllen, sodass sich mit der Gleichung 3.41 verschiedene Werte für ϕ_{kl} errechnen lassen. Dies führt zu einer Überbestimmung der unbekannten Parameter ϕ_{kl}, weshalb diese in einem GMM bestimmt werden.

Wie in Abbildung 3.3b dargestellt, werden die Kontrollpunkte des Rasters Φ zur Ausgleichung separat behandelt und die Stützstellen in der jeweiligen 4×4 Nachbarschaft abgefragt. Daraus resultiert für jeden Knotenpunkt ϕ_{ij} ein zugehöriger Datensatz $P_{ij} = \{(x_c, y_c, z_c) \in P | i - 2 \leq x_c < i + 2, j - 2 \leq y_c < j + 2\}$, auf dessen Grundlage sich entsprechende Werte für ϕ_{ij} ergeben (Lee u. a., 1997, S. 231):

$$\phi_c = \phi_{ij} = \frac{w_c z_c}{\sum_{a=0}^{3}\sum_{b=0}^{3} w_{ab}^2} \qquad w_c = w_{kl} = B_k(s)B_l(t) \tag{3.42}$$

wobei:

$$k = (i+1) - \lfloor x_c \rfloor, \qquad l = (j+1) - \lfloor y_c \rfloor, \qquad s = x_c - \lfloor x_c \rfloor, \qquad t = y_c - \lfloor y_c \rfloor \tag{3.43}$$

Die einzelnen ϕ_c können als Beobachtungen im GMM aufgefasst werden, sodass sich der geschätzte Parameter $\hat{\phi}_{ij}$ eines Knotenpunktes als gewichteter Mittelwert bestimmen lässt:

$$\hat{\phi}_{ij} = \frac{\sum_c w_c^2 \phi_c}{\sum_c w_c^2} \tag{3.44}$$

Dabei werden die zugehörigen Gewichte w_c^2 von ϕ_c mithilfe der B-Spline Funktionen abgeleitet. Somit erhalten dicht benachbarte Datenpunkte von ϕ_{ij} einen höheren Einfluss auf die Parameterschätzung als weiter entfernte Stützstellen.

Sollte P_{ij} eines Kontrollpunktes keine Beobachtungen enthalten, dann kann der Wert von ϕ_{ij} beliebig gewählt werden (Lee u. a., 1997). Zur Modellierung von Bodenbewegungen wird in diesem Fall $\phi_{ij} = 0$ gesetzt. Dies entspricht der Annahme, dass in Bereichen ohne Stützstellen keine Bewegungen der Erdoberfläche stattfinden.

Die sequentielle Abarbeitung des Kontrollgitters Φ nach den Formeln 3.42 bis 3.44 ist eine rechenintensive Aufgabe, da für jeden Knotenpunkt ϕ_{ij} der zugehörige Datensatz P_{ij} und die B-Spline Funktionen neu gebildet werden müssen. Daher entwickelten Lee u. a. (1997) den optimierten Algorithmus 1, der nicht die einzelnen Kontroll- sondern Datenpunkte in P durchläuft. Dabei werden mit jeder Stützstelle die Werte für ϕ_{ij} und w_{kl}^2 der benachbarten 4×4 Gitterpunkte berechnet, die in eine kontinuierliche Aufdatierung des Zählers und Nenners in Gleichung 3.44 münden. Deren Quotient ergibt schließlich den geschätzten Parameter $\hat{\phi}_{ij}$ in effizienter Weise.

Algorithmus 1 BA Algorithmus (Lee u. a., 1997)

Input: Datenpunkte $P = \{(x_c, y_c, z_c)\}$
Output: Kontrollgitter $\Phi = \{\phi_{ij}, i = -1, ..., m+1, j = -1, ..., n+1\}$
for alle i, j **do**
  $\delta_{ij} = 0$ und $\omega_{ij} = 0$
end for
for jeden Punkt (x_c, y_c, z_c) in P **do**
  $i = \lfloor x_c \rfloor - 1$, $j = \lfloor y_c \rfloor - 1$, $s = x_c - \lfloor x_c \rfloor$, $t = y_c - \lfloor y_c \rfloor$
  berechne w_{kl}'s und $\sum_{a=0}^{3} \sum_{b=0}^{3} w_{ab}^2$
  for $k, l = 0, 1, 2, 3$ **do**
    berechne ϕ_{kl} mit Gleichung 3.41
    $\delta_{(i+k)(j+l)} = \delta_{(i+k)(j+l)} + w_{kl}^2 \phi_{kl}$
    $\omega_{(i+k)(j+l)} = \omega_{(i+k)(j+l)} + w_{kl}^2$
  end for
end for
for alle i, j **do**
  if $\omega_{ij} \neq 0$ **then**
    $\hat{\phi}_{ij} = \delta_{ij} / \omega_{ij}$
  else
    $\phi_{ij} = 0$
  end if
end for

3.3.2 Multilevel B-Spline Approximation

Die vorgestellte B-Spline Approximation erfordert einen Kompromiss zwischen einem glatten Verlauf der Approximationsfunktion $z = f(x, y)$ und deren Anpassung an die gegebenen Datenpunkte $P = \{(x_c, y_c, z_c)\}$. Um diese Abwägung zu umgehen, wurde von Lee u. a. (1997) die Multilevel B-Spline Approximation (MBA) entwickelt. Dazu wird der Modellbereich Ω von mehreren Kontrollgittern $\Phi = \{\Phi_k, k = 0, ..., h\}$ mit h Hierarchiestufen (Level) überlagert, welche die zugehörigen Funktionen f_k definieren. Die Rasterauflösung des gröbsten Gitters Φ_0 wird mit den Parametern m und n vorgegeben, wobei sich die Abstände zwischen den Knotenpunkten von einer Hierarchiestufe zur nächsten halbieren. Wenn also Φ_k insgesamt $(m + 3) \times (n + 3)$ Gitterpunkte enthält, dann besitzt das nächst feinere Raster Φ_{k+1} eine Auflösung von $(2m + 3) \times (2n + 3)$. Dabei stimmen die Positionen der Knotenpunkte $\phi_{i,j}$ und $\phi_{2i,2j}$ aus den Kontrollgittern Φ_k bzw. Φ_{k+1} überein.

Die MBA beginnt mit dem grundlegenden Algorithmus 1, um das gröbste Kontrollgitter Φ_0 aus den Stützstellen in P zu bestimmen. Daraus ergibt sich die Funktion f_0, mit dessen Hilfe sich die Abweichungen $\Delta^{(1)}z_c = z_c - f_0(x_c, y_c)$ berechnen lassen. Diese Differenzen dienen wiederum als Beobachtung in der nächsten Hierarchiestufe, sodass Φ_1 zur Definition von f_1 aus dem Datensatz $P_1 = \{(x_c, y_c, \Delta^{(1)}z_c)\}$ abgeleitet wird. Aus der Summe beider Funktionen $f = f_0 + f_1$ gehen die Diskrepanzen $\Delta^{(2)}z_c = z_c - f_0(x_c, y_c) - f_1(x_c, y_c)$ hervor, die im darauffolgenden Level den Eingangsdatensatz $P_2 = \{(x_c, y_c, \Delta^{(2)}z_c)\}$ zur weiteren Approximation bilden. Allgemein entspricht dies dem Grundgedanken, dass in der Hierarchiestufe k das Kontrollgitter Φ_k abgeleitet wird, um die Datenpunkte in $P_k = \{(x_c, y_c, \Delta^{(k)}z_c)\}$ durch die zugehörige Funktion f_k bestmöglich anzunähern. In diesem Zusammenhang gilt:

$$\Delta^{(k)}z_c = z_c - \sum_{i=0}^{k-1} f_i(x_c, y_c) = \Delta^{(k-1)}z_c - f_{k-1}(x_c, y_c) \qquad \text{mit: } \Delta^{(0)}z_c = z_c \tag{3.45}$$

Die Prozedur wird durchlaufen bis das Raster Φ_h erreicht wird, wobei sich die Diskrepanzen $\Delta^{(k)}z_c$ in jeder Iteration mit Einführung eines feineren Kontrollgitters sukzessive reduzieren. Die finale Funktion zur Beschreibung der Approximationsfläche ergibt sich schließlich zu:

$$z = f(x, y) = \sum_{k=0}^{h} f_k(x, y) \tag{3.46}$$

Anhand von Gleichung 3.46 wird deutlich, dass zur Prädiktion von z an einer beliebigen Position (x, y) insgesamt $h + 1$ Funktionswerte zu berechnen sind. Insbesondere bei einer hohen Anzahl an Hierarchiestufen und Approximationsstellen, erhöht sich entsprechend der Rechenaufwand. Um dem entgegenzuwirken, wurde von Lee u. a. (1997) die B-Spline Verfeinerung eingeführt, mit dessen Hilfe die Summierung der einzelnen Kontrollgitter Φ_k ermöglicht wird. Dies erlaubt die Beschreibung der Approximationsfläche durch lediglich eine Funktion, sodass die zuvor erforderliche Addition mehrerer Funktionswerte $f_k(x, y)$ entfällt.

Der optimierte Ablauf einer MBA ist in Abbildung 3.4 schematisch dargestellt, wobei die Kontrollgitter $\Psi = \{\Psi_k, k = 0, ..., h\}$ mit h Hierarchiestufen eingeführt werden. Zur Initialisierung entspricht $\Psi_0 = \Phi_0$, sodass eine Übernahme der Gitterpunkte aus Φ_0 erfolgt. Mit den Formeln 3.47 bis 3.50 können die Abstände zwischen den Knotenpunkten in Ψ_{k-1} halbiert werden, was ohne Veränderung der zugehörigen Approximationsfläche zu dem verfeinerten Raster Ψ'_{k-1} führt (Lee u. a., 1997):

$$\begin{aligned} \phi'_{2i,2j} = \frac{1}{64}[&\phi_{i-1,j-1} + \phi_{i-1,j+1} + \phi_{i+1,j-1} + \phi_{i+1,j+1} \\ &+ 6(\phi_{i-1,j} + \phi_{i,j-1} + \phi_{i,j+1} + \phi_{i+1,j}) + 36\phi_{i,j}] \end{aligned} \tag{3.47}$$

$$\phi'_{2i,2j+1} = \frac{1}{16}[\phi_{i-1,j} + \phi_{i-1,j+1} + \phi_{i+1,j} + \phi_{i+1,j+1} + 6(\phi_{i,j} + \phi_{i,j+1})] \tag{3.48}$$

$$\phi'_{2i+1,2j} = \frac{1}{16}[\phi_{i,j-1} + \phi_{i,j+1} + \phi_{i+1,j-1} + \phi_{i+1,j+1} + 6(\phi_{i,j} + \phi_{i+1,j})] \tag{3.49}$$

$$\phi'_{2i+1,2j+1} = \frac{1}{4}[\phi_{i,j} + \phi_{i,j+1} + \phi_{i+1,j} + \phi_{i+1,j+1}] \tag{3.50}$$

Dadurch stimmt die Rasterauflösung von Ψ'_{k-1} mit dem Kontrollgitter Φ_k der nächsten Hierarchiestufe überein, sodass mit $\Psi_k = \Psi'_{k-1} + \Phi_k$ die Gitterwerte zusammengefasst werden können. Dieser iterative Prozess durchläuft jedes Level k, wodurch die jeweiligen Einflüsse von Φ_0 bis Φ_k in dem Kontrollgitter Ψ_k gesammelt werden. Die finale Approximationsfunktion $z = f(x, y)$ wird schließlich durch das Raster Ψ_h definiert und liefert identische Funktionswerte wie die Gleichung 3.46. Zur Verdeutlichung zeigt der Pseudocode 2 den beschrieben Ablauf einer optimierten MBA.

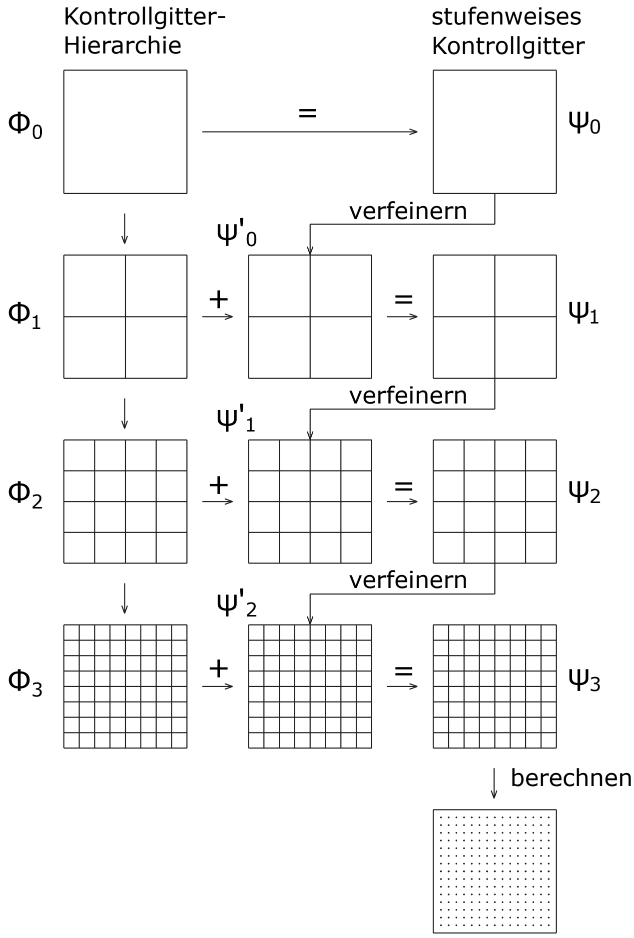


Abbildung 3.4: *Schematische Darstellung des optimierten MBA-Algorithmus unter Verwendung einer B-Spline Verfeinerung (Nuckelt, 2007, S. 17)*

Algorithmus 2 MBA Algorithmus (Lee u. a., 1997)

Input: Datenpunkte $P = \{(x_c, y_c, z_c)\}$
Output: Kontrollgitter $\Phi = \{\Phi_k, k = 0, ..., h\}$ und $\Psi = \{\Psi_k, k = 0, ..., h\}$
$k = 0$
$\Delta^{(0)} z_c = z_c$
while $k \leq h$ **do**
  $P_k = \{(x_c, y_c, \Delta^{(k)} z_c)\}$
  berechne Φ_k aus P_k mit dem BA Algorithmus 1
  berechne $\Delta^{(k+1)} z_c = \Delta^{(k)} z_c - f_k(x_c, y_c)$ für jeden Datenpunkt
  if $k = 0$ **then**
    $\Psi_0 = \Phi_0$
  else
    berechne Ψ'_{k-1} aus Ψ_{k-1} mit den Gleichungen 3.47 bis 3.50
    $\Psi_k = \Psi'_{k-1} + \Phi_k$
  end if
  $k = k + 1$
end while

3.4 Geostatistik zur flächenhaften Bewegungsmodellierung

In vielen Fachdisziplinen werden Messwerte an unregelmäßig verteilten Stützstellen erfasst, um natürliche Prozesse im System Erde zu beobachten. Daraus erwächst häufig der Wunsch, von diesen bekannten Messpunkten auf beliebige Positionen schließen zu können, sodass eine lückenlose Beschreibung der beobachteten Phänomene ermöglicht wird. Um diese Anforderung zu erfüllen, wurden ursprünglich für Anwendungen im Bergbau die Methoden der Geostatistik entwickelt (Oliver und Webster, 2015, S. 1). Dabei wird für den räumlichen Verlauf von solchen kontinuierlichen Prozessen das erste geographische Gesetz nach Tobler (1970) angenommen. Demzufolge ist das Verhalten dicht benachbarter Punkte ähnlich, wohingegen sich weiter auseinanderliegende Stützstellen unterscheiden können. Diese allgemeine Grundannahme lässt sich auf jegliche Beobachtungen mit einem Raumbezug übertragen, sodass die Geostatistik inzwischen in vielen Wissenschaften weit verbreitet ist und auch zur flächenhaften Bewegungsmodellierung der Erdoberfläche eingesetzt werden kann.

Zur geostatistischen Analyse wird der Datensatz $z(\mathbf{x}) = \{z(\mathbf{x}_i), i = 1, ..., n\}$ als eine Realisierung des stochastischen Prozesses $Z(\mathbf{x})$ interpretiert, worin $\mathbf{x}_i = \begin{bmatrix} x_i & y_i \end{bmatrix}$ den Ortsvektor einer Stützstelle mit der Beobachtung $z(\mathbf{x}_i)$ angibt. Im Falle von Bodenbewegungen nimmt $z(\mathbf{x}_i)$ die ortsabhängige Geschwindigkeit eines beobachteten Objektpunktes an. Dabei wird die Homogenitätsannahme getroffen, sodass für den zu untersuchenden stochastischen Prozess $Z(\mathbf{x})$ die Stationarität 2. Ordnung vorausgesetzt wird (siehe Abschnitt 2.6.1). Um diese Bedingung zu erfüllen, darf im Zufallsprozess grundsätzlich kein regelmäßig-systematischer Trendanteil enthalten sein, wodurch lediglich das stochastische Signal in $Z(\mathbf{x})$ Gegenstand geostatistischer Analysen ist.

Abbildung 3.5 zeigt den allgemeinen Ablauf einer geostatistischen Modellierung eines flächenhaften Prozesses auf Grundlage unregelmäßig verteilter Messpunkte. Zu Beginn werden die verfügbaren Beobachtungen einer räumlichen Strukturanalyse unterzogen, mit dem Ziel vorhandene Korrelationen zwischen den Stützstellen modellieren zu können. Dazu wird zunächst aus dem Eingangsdatensatz das experimentelle Variogramm abgeleitet, das Auskunft über die Variabilität der Messwerte im Untersuchungsgebiet gibt (siehe Abschnitt 3.4.1). Darauf aufbauend wird eine theoretische Variogrammfunktion ermittelt, die eine enge Verbindung zur Kovarianzfunktion aufweist und die räumliche Beziehung zwischen den Stützstellen beschreibt (siehe Abschnitt 3.4.2). Die analysierten Strukturen im raumbezogenen Datensatz werden in der anschließenden Kriging-Approximation des flächenhaften Prozesses berücksichtigt und bestimmen maßgeblich dessen rekonstruierte Form.

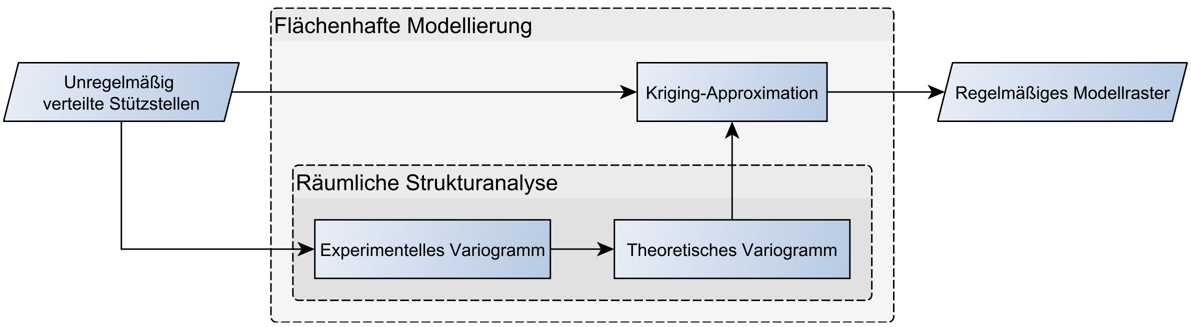


Abbildung 3.5: *Ablauf einer geostatistischen Modellierung eines flächenhaften Prozesses*

Zur Berechnung eines regelmäßigen Rasters an Modellwerten, steht eine Vielzahl an räumlichen Kriging-Schätzverfahren zur Verfügung. Mit Blick auf die Modellierung von Bodenbewegungen, wird in Abschnitt 3.4.3 zunächst das häufig eingesetzte Ordinary Kriging erläutert. Dieses Verfahren erfordert jedoch die Stationariät des Eingangsdatensatzes, die aufgrund eines vorhanden Trends oft nicht gegeben ist. Daher wird in Abschnitt 3.4.4 mit Regressions-Kriging ein ganzheitlicher Ansatz weiterentwickelt, der durch eine separate Trendabspaltung die Homogenitätsbedingung umgeht. Für eine ausführliche Behandlung anderer Verfahren sei auf die vertiefende Literatur von beispielsweise Webster und Oliver (2001); Wackernagel (2003); Montero u. a. (2015) verwiesen.

3.4.1 Experimentelles Variogramm

Im ersten Schritt einer Strukturanalyse wird das experimentelle Variogramm erstellt, das zur Beschreibung der räumlichen Variabilität des eingehenden Datensatzes $z(\mathbf{x})$ dient (Schafmeister, 1999, S. 15). Zur Reduzierung eines systematisch wirkenden Trendanteils werden dazu die Inkremente $\{z(\mathbf{x})-z(\mathbf{x}+\mathbf{h})\}$ zwischen den zu analysierenden Stützstellen gebildet. Die resultierenden Beobachtungsdifferenzen erfüllen in vielen Fällen die Stationarität 2. Ordnung, wodurch sich die intrinsische Hypothese ergibt zu (Webster und Oliver, 2001, S. 54, 65 f.):

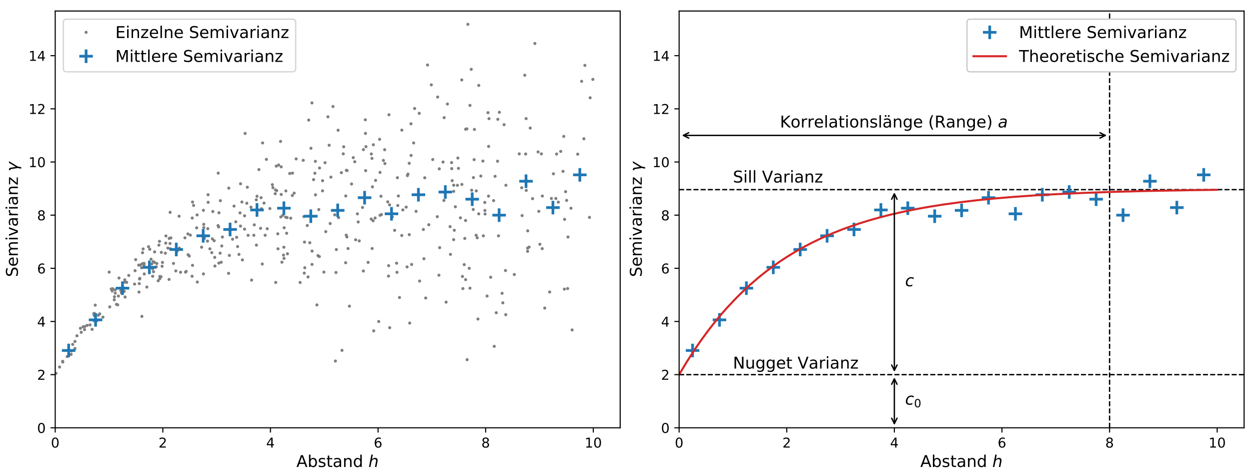
$$E[\{z(\mathbf{x})-z(\mathbf{x}+\mathbf{h})\}]=0 \qquad \gamma(\mathbf{h})=\frac{1}{2}E[\{z(\mathbf{x})-z(\mathbf{x}+\mathbf{h})\}^2] \tag{3.51}$$

Wie diese Formeln zeigen, ist die sogenannte Semivarianz $\gamma(\mathbf{h})$ ausschließlich vom Abstandsvektor $\mathbf{h}=\mathbf{x}_i-\mathbf{x}_j$ zwischen zwei Stützstellen abhängig, wohingegen der Erwartungswert für die Inkremente den konstanten Wert Null annimmt. Zur Vereinfachung wird in den folgenden Ausführungen der Differenzvektor durch dessen Betrag $h=|\mathbf{h}|$ ersetzt, was zur Modellierung von Bodenbewegungen eine isotrope Charakteristik im Untersuchungsgebiet voraussetzt.

Die Semivarianz $\gamma(h)$ wird für alle Punktkombinationen der zu untersuchenden Stützstellen berechnet und in Abhängigkeit von dessen Abständen h in einem Diagramm aufgetragen. Wie Abbildung 3.6a zeigt, entsteht dadurch eine „Variogramm Cloud“, die typischerweise mit steigenden Abstand eine zunehmende Streuung aufweist. Zur Verdeutlichung räumlicher Strukturen werden daher k Abstandsklassen (lags) gebildet, in deren äquidistanten Intervallen die zugehörigen Semivarianzen gemittelt werden (Webster und Oliver, 2001, S. 65 ff.). Die mittlere Semivarianz

$$\hat{\gamma}(h_l)=\frac{1}{2N(h_l)}\sum_{i=1}^{N(h_l)}((z(\mathbf{x}_i)-z(\mathbf{x}_i+h))^2 \quad |h\in h_l \qquad \text{mit: } l=0,...,k-1 \tag{3.52}$$

repräsentiert als Schätzwert die jeweilige Abstandsklasse h_l, wobei $N(h_l)$ die Anzahl der Punktkombinationen innerhalb des betrachteten Intervalls angibt.



(a) *Variogramm Cloud und mittlere Semivarianzen als abgeleitete Schätzwerte* **(b)** *Beschreibende Parameter eines Variogramms*

Abbildung 3.6: *Zusammenhänge des experimentellen Variogramms*

In Abbildung 3.6b wächst $\hat{\gamma}(h_l)$ mit zunehmenden Abstand h an, bis schließlich ein Grenzwert bei einer bestimmten Korrelationslänge (Range) a erreicht wird. Der dargestellten Verlauf entspricht in diesem Beispiel dem Verhalten einer Exponentialfunktion, die als theoretisches Modell zur Beschreibung der Semivarianzen angesetzt werden kann (siehe Abschnitt 3.4.2). Die Korrelationslänge ist definiert als maximale Entfernung zwischen zwei Stützstellen im Untersuchungsgebiet, die eine gegenseitige Abhängigkeit aufweisen (Webster und Oliver, 2001, S. 58). Wenn Messwerte dichter beieinander liegen, sind sie korreliert und folgen dem gleichen räumlichen Muster. Somit bilden sich im Datensatz $z(\mathbf{x})$ Strukturen ab, wobei zur Beschreibung der durchschnittlichen Variabilität der Nugget-Parameter c_0 und die partielle Sill-Varianz c summiert werden (siehe Abbildung 3.6b). Je höher die hieraus resultierende Sill-Varianz $c + c_0$, desto mehr variieren die Beobachtungen im Untersuchungsgebiet. Sollte dieser Grenzwert im Variogramm jedoch nicht erreicht werden und die Semivarianzen kontinuierlich ansteigen, dann deutet dies auf einen dominierenden Trend im Datensatz hin (Oliver und Webster, 2014). Gleiches gilt für größere Richtungsänderungen im Variogrammverlauf.

In der Interpretation eines Variogramms besteht besonderes Interesse an dessen Verlauf bei kurzen Abstandsklassen, da hieraus Erkenntnisse zum Verhalten der Messwerte im Nahbereich gewonnen werden können (Montero u. a., 2015, S. 31 ff.). Sollte sich beispielsweise im Ursprung eine „Nugget-Varianz“ als Diskontinuität c_0 abzeichnen, deute dies auf erhöhtes Rauschen der Beobachtungen hin. Dieser Effekt kann durch Messunsicherheiten und räumliche Mikro-Strukturen unterhalb des Abstandsintervalls h_1 hervorgerufen werden. Des Weiteren gibt der Anstieg des Variogramms in den ersten Abstandsklassen Auskunft über die Rauheit der Oberfläche des zu analysieren Datensatzes. Je flacher die Semivarianzen ansteigen, desto glatter bilden sich die enthaltenen Strukturen ab. Wenn also ein Variogramm im Extremfall einer Gaußschen Glockenkurve folgt, so kann auf einen äußerst glatten flächenhaften Verlauf des untersuchten Zufallsprozesses geschlossen werden. Aufgrund von unvermeidbaren Messunsicherheiten ist solch ein Verhalten jedoch als unrealistisch einzuordnen und lässt verbliebene deterministische Einflüsse vermuten (Armstrong, 1998, S. 27).

Insbesondere bei einem großen Datensatz $z(\mathbf{x})$ ergibt sich eine hohe Anzahl an Punktkombinationen, sodass die Erstellung des experimentellen Variogramms eine rechenintensive Aufgabe darstellt. In dieser Arbeit wurde daher zur Berechnung der Schätzwerte $\hat{\gamma}(h_l)$ der parallelisierbare Algorithmus 3 entwickelt, welcher die performante Strukturanalyse von Massendaten ermöglicht. In Abhängigkeit von einer ungeraden Anzahl an Rechenprozessen p erfolgt zunächst eine zufällige Aufteilung der eingehenden Datenpunkte in gleichgroße Basismengen B_i mit $i = 1, ..., p$. Denen wird jeweils eine Kombinationsmenge K_i zugeordnet, die als Vereinigung aus $1 + (p-1)/2$ Basismengen hervorgeht. Die Prozedur „Summiere Semivarianzen“ kann in parallelen Rechenprozessen bearbeitet werden, wobei sich die aggregierten Semivarianzen aus den übergebenen Punktmengen B_i und K_i ableiten. Um die darin enthaltene Abfrage nach benachbarten Datenpunkten zu beschleunigen, können räumliche Baumstrukturen (z.B. R-Baum) in der Datenhaltung zu einer weiteren Optimierung beitragen (Bartelme, 2006, S. 293 ff.). Schließlich führt der Hauptprozess die einzelnen Rückgabewerte zusammen und berechnet die Schätzwerte $\hat{\gamma}(h_l)$.

3.4.2 Theoretisches Variogramm

Das zuvor erläuterte experimentelle Variogramm liefert nur für eine begrenzte Anzahl an Abstandsklassen empirisch ermittelte Werte. Die flächenhafte Modellierung unter Verwendung des Kriging-Verfahrens erfordert jedoch Informationen für beliebige Distanzen h, weshalb die experimentellen Semivarianzen durch eine theoretische Variogrammfunktion approximiert und ersetzt werden (vgl. Abschnitt 3.4.3). In der Abbildung 3.6b wird dazu eine Exponentialfunktion verwendet, wobei sich der Variogrammverlauf je nach analysierten Datensatz insbesondere im Nahbereich unterscheiden kann. Daher existieren in der Literatur verschiedene mathematische Funktionen, die per Definition

Algorithmus 3 Parallelisierte Berechnung eines experimentellen Variogramms

Input: Datenpunkte $P = \{(x_i, y_i, z_i)\}$
Output: Semivarianzen $\hat{\gamma}(h) = \{\hat{\gamma}(h_l), l = 0, ..., k-1\}$
$maxH$ = Maximaler Abstand im experimentellen Variogramm
p = Ungerade Anzahl an parallelen Rechenprozessen
$K_i = \{\}$ mit $i = 1, ..., p$
verteile die Datenpunkte in P zufällig auf p gleichgroße Mengen B

for $i = 0, ..., (p-1)/2$ **do**
  for $j = 1, ..., p$ **do**
    $a = i + j$
    if $a > p$ **then**
      $a = a - p$
    end if
    $K_j = K_j \cup B_a$
  end for
end for

$\Delta_l = 0$ mit $l = 0, ..., k-1$
$\Omega_l = 0$ mit $l = 0, ..., k-1$
for $i = 1, ..., p$ **do**
  δ , ω = SummiereSemivarianzen(B_i,K_i)
  $\Delta = \Delta + \delta$
  $\Omega = \Omega + \omega$
end for

for $l = 0, ..., k-1$ **do**
  if $\Omega_l \neq 0$ **then**
    $\hat{\gamma}(h_l) = \Delta_l / \Omega_l$
  else
    $\hat{\gamma}(h_l) = 0$
  end if
end for

procedure SummiereSemivarianzen(B,K)
  $\delta_l = 0$ mit $l = 0, ..., k-1$
  $\omega_l = 0$ mit $l = 0, ..., k-1$
  for jeden Punkt $P_i = (x_i, y_i, z_i)$ in B **do**
    entferne P_i aus K
    for jeden Punkt $P_j = (x_j, y_j, z_j)$ in K **do**
      $h = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2}$
      if $h < maxH$ **then**
        $l = \lfloor (h \cdot k)/maxH \rfloor$
        $\delta_l = \delta_l + 0.5(z_i - z_j)^2$
        $\omega_l = \omega_l + 1$
      end if
    end for
  end for
  return δ , ω
end procedure

auf einen positiven Wertebereich begrenzt sind (Webster und Oliver, 2001, S. 109 ff.; Montero u. a., 2015, S. 35 ff.). Aus dieser Auswahl werden in den Gleichungen 3.53 bis 3.55 die praktikablen funktionalen Modelle zur stochastischen Beschreibung räumlicher Strukturen von Bodenbewegungen zusammengestellt:

$$\text{Sphärisches Modell:} \quad \gamma(h) = \begin{cases} c_0 + c(1{,}5\frac{h}{a} - 0{,}5(\frac{h}{a})^3) & \text{wenn } h < a \\ c_0 + c & \text{wenn } h \geq a \end{cases} \tag{3.53}$$

$$\text{Kubisches Modell:} \quad \gamma(h) = \begin{cases} c_0 + c(7(\frac{h}{a})^2 - \frac{35}{4}(\frac{h}{a})^3 + \frac{7}{2}(\frac{h}{a})^5 - \frac{3}{4}(\frac{h}{a})^7) & \text{wenn } h < a \\ c_0 + c & \text{wenn } h \geq a \end{cases} \tag{3.54}$$

$$\text{Stable Modell:} \quad \gamma(h) = c_0 + c(1 - e^{-(\frac{h}{a})^\alpha}) \qquad \text{mit: } 0 < \alpha \leq 2 \tag{3.55}$$

Die aufgeführten theoretischen Variogrammfunktionen definieren sich gemeinsam über den partiellen Sill-Parameter c, die Nugget-Varianz c_0 und die Korrelationslänge (Range) a. Die Form des Stable Modells wird durch den Parameter α zusätzlichen beeinflusst, wobei $\alpha = 1$ die Exponentialfunktion ergibt und $\alpha = 2$ den Verlauf einer Gaußschen Glockenkurve beschreibt. Mit diesem Modell wird jedoch erst bei $h = \infty$ ein Grenzwert erreicht, was im Gegensatz zur sphärischen und kubischen Funktion die Berechnung einer praktischen Korrelationslänge $a' = a\sqrt[\alpha]{3}$ erforderlich macht (Montero u. a., 2015, S. 44). Zur Verdeutlichung sind in Abbildung 3.7 die Verläufe der beschriebenen Variogramme gegenübergestellt.

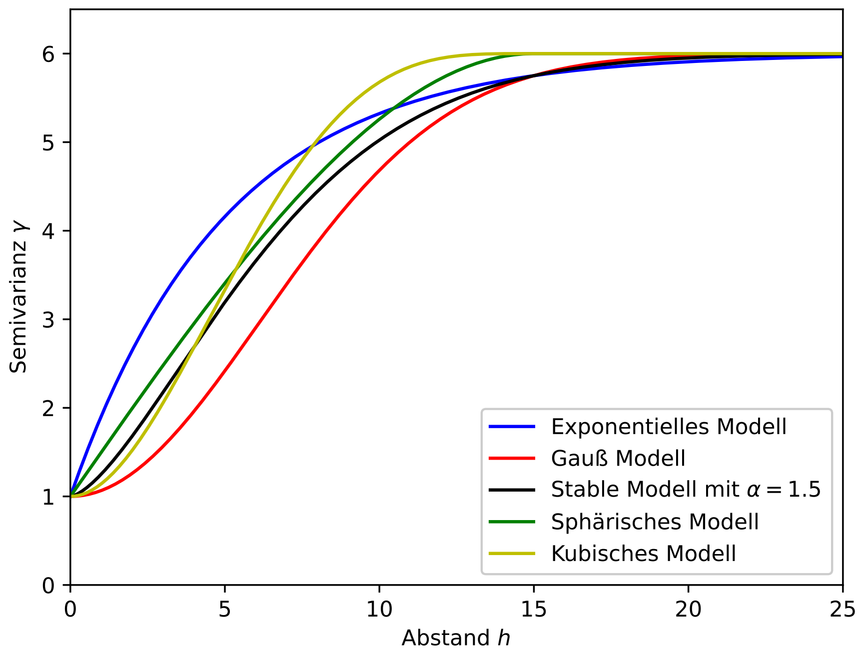


Abbildung 3.7: *Verläufe unterschiedlicher theoretischer Variogrammfunktionen*

Bei den vorgestellten Funktionen kommt die Frage auf, welches theoretische Variogramm die experimentellen Semivarianzen bestmöglich approximiert. Häufig basiert diese Entscheidung auf Grundlage einer visuellen Prüfung, wohingegen in dieser Arbeit ein automatisierter Ansatz verwendet wird. Dazu werden die experimentellen Semivarianzen $\hat{\gamma}(h_l)$ als Beobachtungen im GMM betrachtet, sodass sich die unbekannten Parameter für jede Variogrammfunktion mit der Methode der kleinsten Quadrate iterativ bestimmen lassen (siehe auch Abschnitt 2.6.2). Sollten sich dabei negative Nugget-Parameter ergeben, dann wird in der Ausgleichung die zusätzliche Nebenbedingung $c_0 = 0$ eingeführt. In diesem Sonderfall wird c_0 als unbekannter Parameter aus dem funktionalen Modell entfernt. Die Gewichtung der Beobachtungen im GMM erfolgt anhand der Einflussfunktion von Zhang u. a. (1995), womit die Semivarianzen bei steigenden Abstandsklassen grundsätzlich an Einfluss auf die Parameterschätzung verlieren:

$$p_l = \frac{N(h_l)}{h_l} \tag{3.56}$$

Das Gewicht p_l einer Beobachtung $\hat{\gamma}(h_l)$ ergibt sich demnach aus der Distanz h_l und der Anzahl an Punktkombinationen $N(h_l)$ innerhalb des jeweiligen Abstandsintervalls. Ein Vergleich verschiedener Ansätze von Pardo-Igúzquiza (1999) stützt diese Vorgehensweise und zeigt, dass die Gewichtsfunktion 3.56 insbesondere bei einer vorhandenen Nugget-Varianz zu optimalen Ausgleichungsergebnissen führt. Die höhere Gewichtung des Nahbereichs ist zudem in der späteren Kriging-Approximation sinnvoll, weil das geschätzte Variogramm bei kurzen Abständen die Form des flächenhaften Modells maßgeblich beeinflusst.

Als Kriterium zur Auswahl eines geeigneten Variogramms dient der a posteriori Varianzfaktor $\hat{\sigma}_0^2$, welcher sich nach der Parameterschätzung aus Gleichung 2.18 ergibt. Das ausgeglichene theoretische Variogramm mit dem kleinsten $\hat{\sigma}_0^2$ wird schließlich als finales Modell festgelegt und bildet in der folgenden Kriging-Approximation die Grundlage zur Beschreibung räumlicher Strukturen im untersuchten Datensatz.

3.4.3 Ordinary Kriging

In der Geostatistik wird häufig Ordinary Kriging als klassisches Schätzverfahren eingesetzt, mit dessen Hilfe sich ein räumlicher Prozess an beliebigen Position prädizieren lässt. Dazu wird ein Schätzwert $\hat{z}(\mathbf{x}_0)$ an der Stelle $\mathbf{x}_0 = \begin{bmatrix} x_0 & y_0 \end{bmatrix}$ durch eine Linearkombination aus den ortsbezogenen Beobachtungen $z(\mathbf{x}) = \{z(\mathbf{x}_i), i = 1, ..., n\}$ und zugehörigen Gewichten λ_i ausgedrückt als (Webster und Oliver, 2001, S. 150):

$$\hat{z}(\mathbf{x}_0) = \sum_{i=0}^{n} \lambda_i z(\mathbf{x}_i) \tag{3.57}$$

Das Ziel besteht nun darin die unbekannten Gewichte in Gleichung 3.57 zu bestimmen, sodass sie zu einem erwartungstreuen Modellwert führen. Daraus leite sich die Forderung nach

$$E[\hat{z}(\mathbf{x}_0) - z(\mathbf{x}_0)] = E[\sum_{i=0}^{n} \lambda_i z(\mathbf{x}_i) - z(\mathbf{x}_0)] = 0 \tag{3.58}$$

ab, wobei der Schätzwert $\hat{z}(\mathbf{x}_0)$ mit dem wahren Wert der Zufallsgröße $z(\mathbf{x}_0)$ übereinstimmt (Schafmeister, 1999, S. 34). Bei einer vorausgesetzten Stationarität 2. Ordnung ist der Erwartungswert des stochastischen Prozesses $Z(\mathbf{x})$ im gesamten Untersuchungsgebiet konstant, sodass demzufolge $E[z(\mathbf{x}_i)] = E[z(\mathbf{x}_0)] = \mu$ entspricht. Eingesetzt in Gleichung 3.58 ergibt sich dadurch für die Summe der Gewichte λ_i die Bedingung (Schafmeister, 1999, S. 34):

$$\sum_{i=0}^{n} \lambda_i \mu - \mu = \mu(\sum_{i=0}^{n} \lambda_i - 1) = 0 \qquad \Longleftrightarrow \qquad \sum_{i=0}^{n} \lambda_i = 1 \tag{3.59}$$

Anhand dieser Restriktion wird deutlich, dass es sich bei dem Approximationswert $\hat{z}(\mathbf{x}_0)$ grundsätzlich um einen gewichteten Mittelwert aus den raumbezogen Beobachtungen $z(\mathbf{x}_i)$ handelt.

Die Varianz des Krigingschätzers lässt sich mit den Formeln 3.60 bis 3.62 beschreiben, wobei die Eigenschaften eines stationären stochastischen Prozesses genutzt werden (Montero u. a., 2015, S. 84 ff.). Dies führt in Gleichung 3.62 zu dem Zusammenhang mit der Kovarianzfunktion $C(h)$, die sich ortsunabhängig über den Abstand $h = \mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j$ zwischen den eingehenden Stützstellen definiert.

$$Var[\hat{z}(\mathbf{x}_0)] = E[\{\hat{z}(\mathbf{x}_0) - z(\mathbf{x}_0)\}^2] = E[\{\sum_{i=0}^{n} \lambda_i z(\mathbf{x}_i) - z(\mathbf{x}_0)\}^2] \tag{3.60}$$

$$Var[\hat{z}(\mathbf{x}_0)] = E[\sum_{i=0}^{n}\sum_{j=0}^{n} \lambda_i \lambda_j z(\mathbf{x}_i) z(\mathbf{x}_j) - 2\sum_{i=0}^{n} \lambda_i z(\mathbf{x}_i) z(\mathbf{x}_0) + z(\mathbf{x}_0)^2] \tag{3.61}$$

$$Var[\hat{z}(\mathbf{x}_0)] = \sum_{i=0}^{n}\sum_{j=0}^{n} \lambda_i \lambda_j C(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j) - 2\sum_{i=0}^{n} \lambda_i C(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_0) + C(0) \tag{3.62}$$

Für einen optimalen Schätzwert $\hat{z}(\mathbf{x}_0)$ wird im Sinne der Methode der kleinsten Quadrate die Forderung nach einer minimierten Varianz aufgestellt. Durch Einführung des (doppelten) Lagrange-Multiplikators 2α wird zusätzlich die Nebenbedingung 3.59 in die Gleichung 3.62 integriert, was zur folgen Extremwertaufgabe führt (Chilés und Delfiner, 1999, S. 167):

$$Var[\hat{z}(\mathbf{x}_0)] = \sum_{i=0}^{n}\sum_{j=0}^{n} \lambda_i \lambda_j C(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j) - 2\sum_{i=0}^{n} \lambda_i C(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_0) + C(0) + 2\alpha(\sum_{i=0}^{n} \lambda_i - 1) \rightarrow min \tag{3.63}$$

Die Lösung dieser Aufgabe ergibt sich über die partiellen Ableitungen nach den unbekannten Gewichten λ_i und dem Lagrange-Multiplikator α, die zur Suche des Minimums der Varianzfunktion 3.63 zu Null gesetzt werden (Chilés und Delfiner, 1999, S. 167):

$$\frac{\partial Var[\hat{z}(\mathbf{x}_0)]}{\partial \lambda_i} = 2\sum_{j=0}^{n} \lambda_j C(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j) - 2C(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_0) + 2\alpha = 0 \qquad \text{mit: } i = 1, ..., n \tag{3.64}$$

$$C(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_0) = \sum_{j=0}^{n} \lambda_j C(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j) + \alpha \qquad \text{mit: } i = 1, ..., n \tag{3.65}$$

$$\frac{\partial Var[\hat{z}(\mathbf{x}_0)]}{\partial \alpha} = 2(\sum_{i=0}^{n} \lambda_i - 1) = 0 \qquad \Longleftrightarrow \qquad \sum_{i=0}^{n} \lambda_i = 1 \tag{3.66}$$

Aus den Ableitungsfunktionen 3.65 und 3.66 geht in Matrizenschreibweise das lineare Kriging-Gleichungssystem 3.67 hervor, was die Kenntnis der Kovarianzen zwischen den Stützstellen $\mathbf{x}_i$ untereinander und zur Modellposition $\mathbf{x}_0$ voraussetzt:

$$\begin{bmatrix} C(\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_1) & \cdots & C(\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_n) & 1 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ C(\mathbf{x}_n - \mathbf{x}_1) & \cdots & C(\mathbf{x}_n - \mathbf{x}_n) & 1 \\ 1 & \cdots & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \vdots \\ \lambda_n \\ \alpha \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C(\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_0) \\ \vdots \\ C(\mathbf{x}_n - \mathbf{x}_0) \\ 1 \end{bmatrix} \tag{3.67}$$

Um die benötigte Kovarianzfunktion zu erhalten, wird die zuvor erläuterte theoretische Variogrammfunktion verwendet (siehe Abschnitt 3.4.2). Mit dessen Hilfe lassen sich zunächst für beliebige Abstände die Semivarianzen $\gamma(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j)$ berechnen, die unter Annahme eines stationären Zufallsprozesses $Z(\mathbf{x})$ durch den Zusammenhang 3.68 zu Kovarianzen überführt werden können (Montero u. a., 2015, S. 86).

$$C(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j) = C(0) - \gamma(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j) \qquad \text{wobei: } C(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_i) = C(0) = c_0 + c \tag{3.68}$$

Dabei entspricht $C(0)$ der Sill-Varianz des zugrundeliegenden Variogramms, welche die räumliche Variabilität des analysierten Datensatzes widerspiegelt. Die Beziehung in Gleichung 3.68 wird darüber hinaus häufig in der Literatur aufgegriffen, um die Kovarianzen im Kriging-Gleichungssystem durch Semivarianzen zu ersetzen. Dadurch kann die theoretische Variogrammfunktion direkt zum Aufstellen des Systems genutzt werden, was jedoch eine mit Nullen besetzte Hauptdiagonale zur Folge hat. Nach Akin und Siemes (1988, S. 119 f.) führt die Verwendung der Kovarianzfunktion daher zu einem numerisch stabileren Kriging-Gleichungssystem und wird aus diesem Grund für dessen Definition bevorzugt.

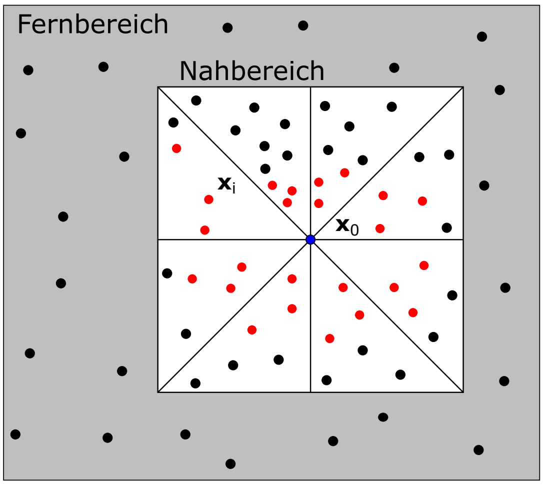
Um das Gleichungssystem 3.67 nach den unbekannten Gewichten λ_i effizient auflösen zu können, bietet sich das Gaußsche Eliminationsverfahren mit zusätzlicher LR-Zerlegung der linken Kovarianzmatrix an (Strzelczyk u. a., 2009). Da die Kovarianzmatrix lediglich von den eingehenden Stützstellen abhängt, bleiben die Dreiecksmatrizen für beliebige Modellpositionen $\mathbf{x}_0$ unverändert und sind daher nur einmalig zu lösen. Vertiefende Informationen zum verwendeten Gauß-Algorithmus mit Dreieckszerlegung sind z.B. in Engeln-Müllges u. a. (2011, S. 145 ff.) zu finden.

Nachdem das Kriging-Gleichungssystem gelöst wurde, erhalten im Allgemeinen die Beobachtungen im Nahbereich der Modellposition $\mathbf{x}_0$ ein höheres Gewicht als entferntere Messwerte (Webster und Oliver, 2001, S. 154). Somit handelt es sich bei Kriging um ein lokales Approximationsverfahren. Bei unregelmäßig verteilten Stützstellen mit räumlicher Clusterbildung werden zudem isolierten Beobachtungen höhere Gewichte zugeordnet als den Messpunkten innerhalb von Clustern. Sollten dabei mehrere Stützstellen in einer Flucht mit der Modellposition liegen, erhält lediglich die nächstgelegene Beobachtung ein höheres Gewicht, während die dahinterliegenden Messwerte grundsätzlich einen geringen Einfluss auf den Schätzwert $\hat{z}(\mathbf{x}_0)$ haben. Diese Eigenschaft wird in der Geostatistik als „Screen Effect" bezeichnet und kann auch zu negativen Gewichten für die abgeschirmten Stützstellen führen (Wackernagel, 2003, S. 92 ff.). Als Folge dessen kann der Krigingschätzer $\hat{z}(\mathbf{x}_0)$ kleinere oder größere Werte als die eingehenden Beobachtungen annehmen (Montero u. a., 2015, S. 89 f.). Dies ermöglicht eine realistische flächenhafte Approximation, da nicht davon ausgegangen werden kann, dass in den Extremstellen des zugrundeliegenden Prozesses Messwerterfassungen stattfinden.

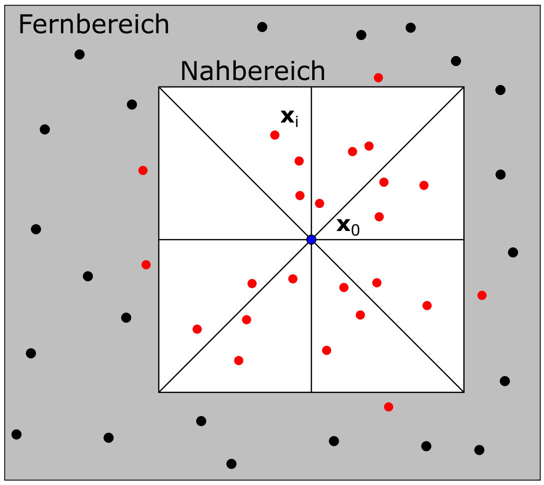
In dem Sonderfall, dass die Koordinaten der Modellposition mit einer beobachteten Stützstelle $\mathbf{x}_i = \mathbf{x}_0$ übereinstimmen, ergibt sich für das zugehörige $\lambda_i = 1$. Die Gewichte der übrigen Beobachtungen nehmen hingegen den Wert Null an, weshalb die Approximationsfläche exakt durch jeden Messpunkt verläuft. Bei einer vorhanden Nugget-Varianz im verwendeten Variogramm, führt diese Eigenschaft an Positionen von Datenpunkten zu Diskontinuitäten in der Modellierung des flächenhaften Prozesses (Webster und Oliver, 2001, S. 169 ff.). Um das unstetige Verhalten zu vermeiden, wird zur glatten Approximation das sogenannte Block Kriging als Abwandlung von Ordinary Kriging eingesetzt (Montero u. a., 2015, S. 99 ff.). Dazu ändert sich die Betrachtungsweise von $\mathbf{x}_0$, sodass der zugehörige Modellwert keinen Punkt sondern einen flächenhaften Ausschnitt im Untersuchungsgebiet repräsentiert. Zur Reduzierung des Rechenaufwands wird die „Fläche" $\mathbf{x}_0$ in dieser Arbeit als differentiell klein angenommen. Dadurch ist der Abstand zwischen $\mathbf{x}_i$ und $\mathbf{x}_0$ stets größer als Null, weshalb die Kovarianzen $C(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_0)$ maximal die partielle Sill-Varianz c erreichen können. Im Gegensatz dazu bleibt die linke Kovarianzmatrix im Kriging-Gleichungssystem 3.67 unverändert.

Immer häufiger liegen massenhafte Stützstellen zur flächenhaften Approximation vor, was sehr große Kriging-Gleichungssysteme entstehen lässt. Dieser Umstand kann in vielen Fällen zu einem numerisch instabilen System und einem hohen Bedarf an Rechenressourcen führen (Montero u. a., 2015, S. 83). Um dennoch effizient Modellwerte aus Massendaten berechnen zu können, werden die Eigenschaften des lokalen Approximationsverfahrens genutzt. Demnach nehmen weit entfernte Stützstellen kaum Einfluss auf den Schätzwert $\hat{z}(\mathbf{x}_0)$, sodass sie zur Approximation vernachlässigt werden können. Dadurch reduziert sich das Gleichungssystem 3.67 auf die Messwerte in der Umgebung von $\mathbf{x}_0$, was jedoch für jede Modellposition eine lokale Lösung des Systems erforderlich macht.

Zur Berechnung eines Modellwertes stellt sich nun die Frage nach den einzubeziehenden umliegenden Beobachtungen, sodass die Approximation nicht systematisch beeinflusst wird. Insbesondere bei unregelmäßig verteilten Stützstellen ergibt sich die Schwierigkeit, dass auch Messwerte mit Entfernungen jenseits der Korrelationslänge signifikante Gewichte im Kriging-System erhalten können (Montero u. a., 2015, S. 83). Dies ist auf die räumliche Korrelation der Messpunkte untereinander zurückzuführen, wodurch sich kein fester Einflussbereich um eine Approximationsstelle definieren lässt. Daher empfehlen Webster und Oliver (2001, S. 167 f.) eine feste Anzahl n an nächstgelegenen Messwerten, was eine variierende Nachbarschaft in Abhängigkeit zur lokalen Punktdichte im Umfeld der betrachteten Modellstelle bewirkt. Wie in Abbildung 3.8a dargestellt, wird dazu in dieser Arbeit der Nahbereich um $\mathbf{x}_0$ in acht gleichmäßige Sektoren eingeteilt. Anschließend werden in jedem Teilbereiche die nächsten Nachbarn zur Approximationsstelle gesucht, wobei die maximale Anzahl an Stützstellen jeweils auf $n/8$ begrenzt ist. Dadurch konzentrieren sich die benachbarten Beobachtung nicht auf ein ggf. vorhandenes Cluster, sondern sind richtungsunabhängig über jeden Sektor verteilt. Aus dem abgebildeten Beispieldatensatz gehen somit lediglich die rot gekennzeichneten Stützstellen in die Berechnung des Modellwertes an der Positionen $\mathbf{x}_0$ ein.



(a) *Hohe Stützstellendichte im Nahbereich*



(b) *Niedrige Stützstellendichte im Nahbereich*

Abbildung 3.8: *Stützstellenauswahl zur lokalen Kriging-Approximation*

Abbildung 3.8b zeigt ein Gebiet mit einer lokal geringen Stützstellendichte, sodass im Nahbereich von $\mathbf{x}_0$ nicht ausreichend Beobachtungen zur Approximation vorliegen. Um dennoch genügend Informationen in die Modellierung einfließen lassen zu können, wird bei solch einer Datenlage ergänzend der Fernbereich im Umfeld von betroffenen Modellpositionen einbezogen. Dazu erfolgt zunächst eine Reduzierung des Eingangsdatensatzes, indem das Untersuchungsgebiet mit einem regelmäßigen Raster überlagert und in jeder Zelle eine enthaltene Beobachtung zufällig entnommen wird. Dadurch bleiben im Fernbereich isolierte Stützstellen als wertvolle Informationen erhalten, während räumliche Cluster ausgedünnt werden. Der reduzierte Datensatz wird schließlich genutzt, um daraus die noch fehlende Anzahl an Beobachtungen in dem Modellierungsprozess hinzuzufügen. Die Stützstellenauswahl erfolgt dabei nach dem Prinzip der nächsten Nachbarn zur Modellposition.

Neben dem Schätzwert $\hat{z}(\mathbf{x}_0)$ liefert die Kriging-Methode zudem die zugehörige Varianz σ^2_{OK} als Genauigkeitsangabe. Dazu werden die partiellen Ableitungen 3.65 in Formel 3.62 eingesetzt, sodass sich die sogenannte „Kriging-Varianz“ ergibt zu (Akin und Siemes, 1988, S.119 f.):

$$\sigma_{OK}^2 = Var[\hat{z}(\mathbf{x}_0)] = C(0) - \sum_{i=0}^{n} \lambda_i C(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_0) - \alpha \tag{3.69}$$

Da die Kovarianzfunktion $C(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_0)$ bei zunehmenden Abstand zwischen $\mathbf{x}_0$ und $\mathbf{x}_i$ sinkt, hat dies eine wachsende Varianz σ_{OK}^2 in Gebieten mit geringer Stützstellendichte zur Folge. Im Extremfall kann σ_{OK}^2 in Bereichen von Datenlücken die Sill-Varianz annehmen. Somit ist die Kriging-Varianz lediglich von dem verwendeten Variogramm und der geometrischen Stützstellenverteilung im Untersuchungsgebiet abhängig. Keinen Einfluss nehmen hingegen die beobachteten Messwerte selbst, sodass σ_{OK}^2 nur eingeschränkt als lokale Genauigkeit der Schätzung dienen kann (Journel, 1986, S. 135; Heinrich, 1992, S. 42 f.).

3.4.4 Regressions-Kriging

Bei vielen räumlichen Phänomenen zeichnet sich im Datensatz $z(\mathbf{x}) = \{z(\mathbf{x}_i), i = 1, ..., n\}$ ein systematisch wirkender Trend ab, sodass der Erwartungswert $E[z(\mathbf{x})]$ ortsabhängig ist. Wenn $z(\mathbf{x})$ die Bedingungen zur Realisierung eines stationären Prozesses nicht einhält, dann fehlt die theoretische Voraussetzung zur flächenhaften Kriging-Approximation (siehe Abschnitt 3.4.3). Um dennoch die Methoden der Geostatistik auf einen trendbehafteten Datensatz anwenden zu können, erfolgt häufig eine zweistufige Datenanalyse. Dazu wird im ersten Schritt von den Messwerten $z(\mathbf{x})$ eine deterministisch Funktion als Trendanteil abgespalten. In den resultierenden Abweichungen verbleiben der stationäre Signalanteil und das zufällige Rauschen, was eine geostatistische Modellierung dieser Diskrepanzen erlaubt. Die Zusammenführung der verwendeten Trendfunktion mit dem approximierten Signalanteil ergibt schließlich ein flächenhaftes Modell von dem beobachteten Phänomen.

Die separate Modellierung der deterministischen und stochastischen Anteile im Datensatz $z(\mathbf{x})$ wurde erstmals von Odeh u. a. (1995) als Regressions-Kriging vorgestellt. Nach Hengl u. a. (2004, 2007) kann dabei die Trendkomponente durch ein lineares Regressionsmodell beschrieben werden, welches die Zielvariable $z(\mathbf{x})$ mit zusätzlichen Hilfsvariablen $q_k(\mathbf{x})$ in Beziehung setzt:

$$z(\mathbf{x}_i) = \sum_{k=0}^{p} \hat{\beta}_k \cdot q_k(\mathbf{x}_i) + \hat{v}(\mathbf{x}_i) \qquad \text{wobei: } q_0(\mathbf{x}_i) = 1 \tag{3.70}$$

Um in dieser Gleichung verschiedene Information zum Trend berücksichtigen zu können, werden im gesamten Untersuchungsgebiet entsprechende Werte für die Hilfsvariablen $q_k(\mathbf{x})$ benötigt. Im Anwendungsfall von Bodenbewegungen können dies beispielsweise zusätzliche Bewegungsinformationen sein, die aus externen physikalischen oder geologischen Modellberechnungen stammen. Nachdem die Regressionskoeffizienten $\hat{\beta}_k$ im GMM unter Verwendung der Methode der kleinsten Quadrate bestimmt wurden, regulieren diese den Einfluss der jeweiligen Zusatzinformationen $q_k(\mathbf{x})$ im Trendmodell. Die geschätzten Signal- und Rauschanteile $\hat{v}(\mathbf{x})$ gehen schließlich in eine räumlichen Strukturanalyse ein. Auf Grundlage des resultierenden Variogramms können die Gewichte λ_i mittels Ordinary Kriging bestimmt werden, sodass sich ein Modellwert $\hat{z}(\mathbf{x}_0)$ an einer beliebigen Position $\mathbf{x}_0$ ergibt zu (Hengl u. a., 2004):

$$\hat{z}(\mathbf{x}_0) = \underbrace{\sum_{k=0}^{p} \hat{\beta}_k \cdot q_k(\mathbf{x}_0)}_{\text{Trend: } T(\mathbf{x}_0)} + \underbrace{\sum_{i=0}^{n} \lambda_i \cdot \hat{v}(\mathbf{x}_i)}_{\text{Signal: } S(\mathbf{x}_0)} \qquad \text{wobei: } q_0(\mathbf{x}_0) = 1 \tag{3.71}$$

Die zugehörige Modellunsicherheit σ^2_{RK} setzt sich nach Chilés und Delfiner (1999, S. 183) aus den Varianzen des Trend- und Signalmodells zusammen, was zu folgender Summierung führt:

$$\sigma^2_{RK} = Var[\hat{z}(\mathbf{x}_0)] = \sigma^2\{T(\mathbf{x}_0)\} + \sigma^2\{S(\mathbf{x}_0)\} \tag{3.72}$$

Anhand der Gleichungen 3.70 und 3.71 ist ersichtlich, dass für jegliche Stützstellen $\mathbf{x}_i$ und Modellpositionen $\mathbf{x}_0$ zugehörige Trendinformationen $q_k(\mathbf{x})$ benötigt werden. Oft sind jedoch keine Zusatzinformation $q_k(\mathbf{x})$ verfügbar, wodurch die Regressionsanalyse zur Trendabspaltung nicht durchgeführt werden kann. Um in diesem Fall dennoch Regressions-Kriging als Modellierungsansatz verwenden zu können, wird in dieser Arbeit erstmals zur separaten Trendmodellierung die deterministische MBA eingesetzt (siehe Abschnitt 3.3). Nachdem die geschätzte Trendfunktion von den Stützstellen $z(\mathbf{x})$ abgezogen wurde, verbleiben die Abweichungen $\Delta^{(h)}z(\mathbf{x})$ aus der höchsten Hierarchiestufe h (siehe Gleichung 3.45). Diese Diskrepanzen können als Realisierung eines stationären Prozesses aufgefasst werden, was deren geostatistische Modellierung zur flächenhaften Approximation des Signalanteils erlaubt. Wird nun die MBA-Funktion 3.46 in die Gleichung 3.71 mit $q_1(\mathbf{x}_0) = \sum_{k=0}^{h} f_k(\mathbf{x}_0)$ eingesetzt, kann auf die Bestimmung der Regressionskoeffizienten $\hat{\beta}_k$ im Sinne einer zusätzlichen Trendkalibrierung verzichtet werden (Hengl u. a., 2007). Dadurch ergibt sich unter Annahme von $\hat{\beta}_0 = 0$ und $\hat{\beta}_1 = 1$ für den Schätzwert $\hat{z}(\mathbf{x}_0)$ an der Positionen $\mathbf{x}_0$ der Zusammenhang:

$$\hat{z}(\mathbf{x}_0) = \underbrace{\sum_{k=0}^{h} f_k(\mathbf{x}_0)}_{\text{Trend: MBA}} + \underbrace{\sum_{i=0}^{n} \lambda_i \cdot \Delta^{(h)} z(\mathbf{x}_i)}_{\text{Signal: Ordinary Kriging}} \tag{3.73}$$

In dieser Gleichung lässt sich mit einer MBA der Detailgrad des Trendmodells über die Auflösung des Kontrollgitters Φ und der Anzahl an Hierarchiestufen h beliebig steuern (siehe Abschnitt 3.3). Dabei gilt der Grundsatz: Je näher sich die Trendfläche den eingehenden Datenpunkten anpasst, desto kürzer wird die Korrelationslänge zwischen den verbleibenden Abweichungen $\Delta^{(h)}z(\mathbf{x}_i)$. Diese Eingenschaft kann zur Kriging-Approximation hilfreich sein, da sich somit auch der Einflussbereich von Stützstellen auf umliegende Modellstellen reduziert. Es reicht also je nach Detailgrad des Trendmodells schon eine geringe Anzahl an Beobachtungen zur Modellierung des Signalanteils aus.

3.5 Modellvalidierung

In den bisherigen Ausführungen wurden verschiedene Modellierungsansätze zur kontinuierlichen Beschreibung von Bodenbewegungen vorgestellt, ohne dabei vertiefend auf Qualitätsaspekte einzugehen. Damit die Aussagekraft von Bewegungsmodellen beurteilt werden kann, sind jedoch ergänzende Genauigkeitsangaben unerlässlich (Esbensen, 2001, S. 198). Um diese Informationen realistisch abschätzen zu können, werden unabhängige Beobachtungen benötigt, die noch nicht in den Modellierungsprozess eingingen und unter veränderten Rahmenbedingungen erfasst wurden. Wenn die Datensätze zur Modellierung und Validierung also beispielsweise aus verschiedenen Messverfahren stammen, lassen sich überlagernde zufällige und systematische Messunsicherheiten ermitteln. Dies erlaubt die Einschätzung der äußeren Modellgenauigkeit unter sogenannten Vergleichsbedingungen (Deutsches Institut für Normung e.V., 2010a; Niemeier, 2008, S.10 ff.). Häufig werden aus wirtschaftlichen Gründen keine separaten Beobachtungen zur Genauigkeitsabschätzung vorgehalten, weshalb die Modellierung und Validierung auf dem identischen Datensatz beruhen. Unter diesen Voraussetzungen bleiben jedoch systematische Messunsicherheiten des eingesetzten Beobachtungssystems unbemerkt, sodass die Verfahren zur Modellvalidierung nur das zufällige Messrauschen berücksichtigen können. Dadurch sind lediglich Rückschlüsse auf die Präzision bzw. innere Modellgenauigkeit unter Wiederholungsbedingungen möglich (Deutsches Institut für Normung e.V., 2010a; Niemeier, 2008, S.10 ff.).

Dieser Abschnitt widmet sich dem Fall, dass zur Modellierung und Validierung nur ein gemeinsamer Datensatz vorliegt. Unter diesen Bedingungen ermöglicht die Kreuzvalidierung eine Abschätzung zur durchschnittlichen Abweichung zwischen prädizierten Modellwert und tatsächlicher Beobachtung (Esbensen, 2001). Um zusätzlich die Präzision der einzelnen Schätzwerte aus einer Modellierung ermitteln zu können, eignen sich die Resampling-Methoden Jackknife und Bootstrapping (Shao und Tu, 1995). Diese Verfahren sind insbesondere dann hilfreich, wenn ein Modellierungsprozess keine Rückschlüsse auf die statistische Verteilung der berechneten Modellwerte zulässt.

3.5.1 Kreuzvalidierung

Zielsetzung der Kreuzvalidierung ist die Beantwortung der Fragestellung, mit welcher Genauigkeit sich Beobachtungen eines Prozesses durch ein Modell prädizieren lassen (Esbensen, 2001, S. 155 ff.). Zu Beginn wird dazu der Datensatzes $z(\mathbf{x}) = \{z(\mathbf{x}_i), i = 1, ..., n\}$ zufällig angeordnet und in d gleichgroße Segmente eingeteilt, wobei der Parameter $\mathbf{x}$ stellvertretend für eine Orts- oder Zeitangabe steht. Die gebildeten Datensegmente definiert die Testdatensätze, welche jeweils $r = n/d$ Messwerte enthalten. Wird nun ein Testdatensatz aus $z(\mathbf{x})$ entnommen, so entsteht aus den verbliebenen Beobachtungen der zugehörigen Trainingsdatensatz $z'(\mathbf{x})$:

$$\underbrace{z'_j(\mathbf{x})}_{\text{Trainingsdaten}} = z(\mathbf{x}) \setminus \underbrace{\{z(\mathbf{x}_{1+j\cdot r}), ..., z(\mathbf{x}_{j\cdot r+r})\}}_{\text{Testdaten}} \qquad \text{mit: } j = 0, ..., d-1 \tag{3.74}$$

Jeder Trainingsdatensatz wird anschließend einer Modellierung des beobachteten Prozesses zugeführt und die resultierenden Modellwerte den zugehörigen Testdaten gegenübergestellt (Esbensen, 2001, S. 163 ff.):

$$\{\hat{z}(\mathbf{x}_{1+j\cdot r}), ..., \hat{z}(\mathbf{x}_{j\cdot r+r})\} = f(z'_j(\mathbf{x}), \{\mathbf{x}_{1+j\cdot r}, ..., \mathbf{x}_{j\cdot r+r}\}) \qquad \text{mit: } j = 0, ..., d-1 \tag{3.75}$$

$$\hat{v}_p(\mathbf{x}) = \hat{z}(\mathbf{x}) - z(\mathbf{x}) \tag{3.76}$$

$$\hat{\sigma}_P = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} \hat{v}_p(\mathbf{x}_i)^2}{n}} \tag{3.77}$$

In diesem Zusammenhang kennzeichnet $f(z'_j(\mathbf{x}), \{\mathbf{x}_{1+j\cdot r}, ..., \mathbf{x}_{j\cdot r+r}\})$ eine beliebige Modellfunktion, die auf Grundlage der Trainingsdaten $z'_j(\mathbf{x})$ bestimmt wird. Zum Vergleich mit den komplementären Testdaten gibt diese Funktion an den übergebenen Stellen $\{\mathbf{x}_{1+j\cdot r}, ..., \mathbf{x}_{j\cdot r+r}\}$ geschätzte Modellwerte aus. Die entstehenden Diskrepanzen $\hat{v}_p(\mathbf{x}_i)$ werden als Prädiktionsfehler bezeichnet und gehen gemeinsam als Quadratsumme in die Berechnung von $\hat{\sigma}_P$ ein (Esbensen, 2001, S. 158 f.). Diese Kenngröße gibt den mittleren Prädiktionsfehler an, also die zu erwartende durchschnittliche Abweichung zwischen einem prädizierten Modellwert und einer Beobachtung unter Wiederholungsbedingungen.

Der Prädiktionsfehler wird von verschiedenen Faktoren beeinflusst. So sei an erster Stelle das zufällige Rauschen im Datensatz $z(\mathbf{x})$ genannt, welches mit den Formel 3.75 bis 3.77 direkt in die Berechnung von $\hat{\sigma}_P$ eingeht. Dies hat mit zunehmenden Messunsicherheiten in $z(\mathbf{x})$ einen steigenden Prädiktionsfehler zur Folge. Daher darf er nicht als allgemeingültige Genauigkeitsangabe von Modellprognosen fehlinterpretiert werden, sondern ist stets im Zusammenhang mit den vorliegenden Beobachtungen zu bewerten. Einen weiteren Einfluss auf $\hat{\sigma}_P$ nimmt die Anzahl d an Datensegmenten, in denen sich die Messungen aus $z(\mathbf{x})$ aufteilen (Esbensen und Geladi, 2010, S. 175). Dabei gilt der Grundsatz: Je mehr Testdatensätze aus den vorhandenen Beobachtungen generiert werden, desto kleinere Prädiktionsfehler gehen aus den Modelltestungen hervor. Im Extremfall der sogenannten „Leave-One-Out" Kreuzvalidierung enthält mit $d = n$ jeder Testdatensatz lediglich eine Beobachtung (Esbensen, 2001, S. 163 ff.). Dadurch lassen sich insgesamt n Modelle berechnen, die jedoch mit Ausnahme von zwei Messungen immer auf dem identischen Trainigsdatensatz beruhen. Insbesondere bei Massendaten können somit kaum Variationen zwischen den Modellberechnungen entstehen, sodass der Prädiktionsfehler zu optimistisch geschätzt wird und fast nur das Rauschen der Testdaten wiedergibt (Esbensen, 2001, S. 167). Daher sind nach Möglichkeit größere Testsegmente aus den Eingangsdaten zu bilden, was eine zuverlässigere Abschätzung von $\hat{\sigma}_P$ ermöglicht. Zudem sind bei einer groben Datensegmentierung weniger Modellierungen der Trainingsdatensätze erforderlich, wodurch sich die Rechenzeit zur Kreuzvalidierung verkürzt. Dabei ist jedoch individuell abzuwägen, wie viele Beobachtungen im Trainingsdatensatz benötigt werden, um noch plausible Modellberechnungen durchführen zu können.

Im Gegensatz zum Prädiktionsfehler wird der sogenannte Modellfehler $\hat{\sigma}_M$ als gewöhnlicher RMSE-Wert berechnet (Esbensen, 2001, S. 157 f.):

$$\hat{\sigma}_M = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(\hat{z}(\mathbf{x}_i) - z(\mathbf{x}_i))^2}{n}} \qquad \{\hat{z}(\mathbf{x}_1), ..., \hat{z}(\mathbf{x}_n)\} = f(z(\mathbf{x}), \{\mathbf{x}_1, ..., \mathbf{x}_n\}) \tag{3.78}$$

Dazu gehen alle verfügbaren Messwerte des Datensatzes $z(\mathbf{x})$ in die Bestimmung der Modellfunktion $f(z(\mathbf{x}), \{\mathbf{x}_1, ..., \mathbf{x}_n\})$ ein. Aus den entstehenden Residuen zwischen geschätzten Modellwerten und eingegangenen Beobachtungen wird schließlich der Modellfehler bestimmt. Je kleiner der Wert dieser Kenngröße, desto näher passt sich ein Modell den Messwerten an.

Eine weitere Zielsetzung der Kreuzvalidierung ist die Unterstützung bei der Modellkonfiguration, sodass sich der zugrundeliegende Prozess im Datensatz $z(\mathbf{x})$ optimal beschreiben lässt (Esbensen und Geladi, 2010, S.171 f.). Dazu wird die Anzahl der Parameter einer Modellfunktion iterativ erhöht, bis der zugehörige Prädiktionsfehler $\hat{\sigma}_P$ stagniert oder ein Minimum erreicht. Als anschauliches Beispiel sei an dieser Stelle die kinematische Modellierung eines Objektpunktes aus Abschnitt 3.1 aufgegriffen. Ausgehend von einer linearen Geschwindigkeit wird das Bewegungsmodell in Gleichung 3.6 iterativ um zusätzliche Bewegungsparameter erweitert und mit Hilfe von Formel 3.77 die zugehörigen Prädiktionsfehler $\hat{\sigma}_P$ berechnet. Das Bewegungsverhalten eines Objektpunktes wird schließlich durch den Parametersatz mit dem kleinsten $\hat{\sigma}_P$ optimal beschrieben. Somit ist die Kreuzvalidierung ein alternativer Ansatz zum Hypothesentest in Abschnitt 3.1.1.

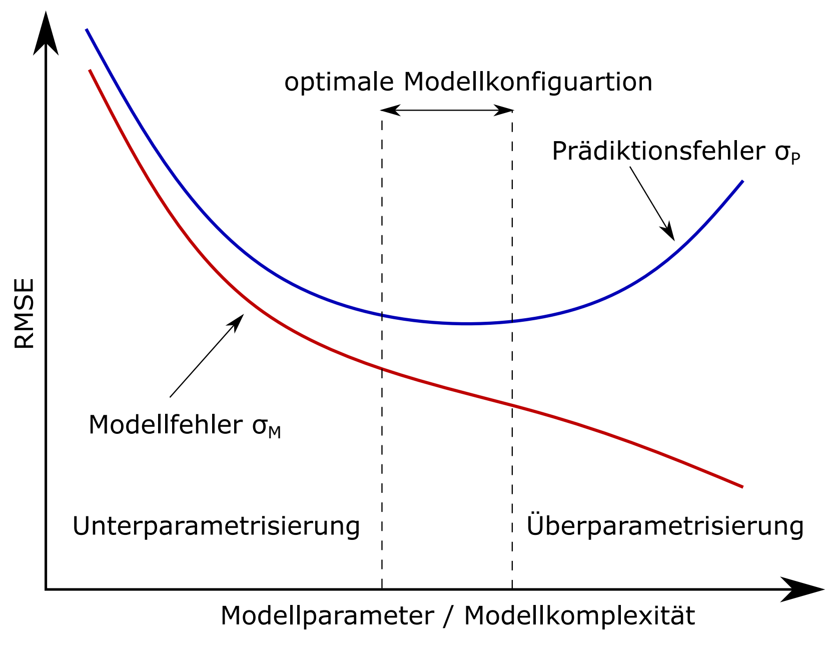


Abbildung 3.9: *Verläufe des Prädiktions- und Modellfehlers in Abhängigkeit zur Modellkomplexität (vgl. Esbensen und Geladi, 2010)*

Abbildung 3.9 zeigt zur Verdeutlichung die typischen Entwicklungen des Prädiktionsfehlers und Modellfehlers in Abhängigkeit zu der Parameteranzahl einer beliebigen Modellfunktion (Esbensen, 2001, S. 159 f.). Beide Fehler $\hat{\sigma}_P$ und $\hat{\sigma}_M$ sinken zunächst mit zunehmenden Modellparametern, was auf eine Unterparametrisierung der zugehörigen Funktion schließen lässt. Das bedeutet die Modellkomplexität reicht nicht aus, um die Strukturen im Datensatz $z(\mathbf{x})$ ausreichend beschreiben zu können. Sobald die Funktion des Prädiktionsfehlers nicht mehr abnimmt, kann aus dem Bereich der Stagnation eine optimale Modellkonfiguration festgelegt werden. Wie bereits Esbensen und Geladi (2010) bemerkten, gibt es also mehrere geeignete Parametersätze, die für eine Modellfunktion in Frage kommen. Ab einer bestimmten Parameterzahl steigt der Prädiktionsfehlers wieder an, während der Modellfehlers kontinuierlich abnimmt und gegen Null strebt (Esbensen, 2001, S. 159 f.). Mit diesem Verhalten lässt sich eine Überparametrisierung der Modellfunktion erkennen, die als Folge auch zufälliges Rauschen in den Daten abbildet. So ein detailliertes Modell ist nicht repräsentativ für zukünftige Beobachtungen eines Prozesses und ist daher unbrauchbar.

3.5.2 Jackknife

Um die Präzision eines Modellwertes $\hat{z}(\mathbf{x}_0) = f(z(\mathbf{x}), \mathbf{x}_0)$ an der Stelle $\mathbf{x}_0$ abzuschätzen, werden zusätzliche Informationen zur statistischen Verteilung des Datensatzes $z(\mathbf{x}) = \{z(\mathbf{x}_i), i = 1, ..., n\}$ benötigt (Shao und Tu, 1995, S. 1 f.). Außerdem sind analytische Formeln erforderlich, womit sich z.B. die Standardabweichung eines Schätzwertes ableiten lässt (Shao und Tu, 1995, S. 4). Insbesondere bei der flächenhaften Approximation von $z(\mathbf{x})$ sind diese Voraussetzungen nicht immer erfüllt. In diesen Fällen ist es oft schwierig, die Präzision eines Modells abzuschätzen.

Um dennoch die zufälligen Fehler einer Modellfunktion untersuchen zu können, eignet sich die Jackknife-Methode (Shao und Tu, 1995, S. 4 ff.). Hierbei handelt es sich um ein Resampling-Verfahren, dessen allgemeiner Ablauf in Abbildung 3.10 dargestellt ist. Zu Beginn der Untersuchung werden möglichst ausgewogene Trainingsdaten benötigt. Mit dem Ziel diese Daten zu generieren, wird zunächst die Menge $\Omega = \{z_k(\mathbf{x}), k = 1, ..., b\}$ gebildet, in der jedes Element $z_k(\mathbf{x})$ eine zufällig angeordnete Kopie von den Eingangsdaten $z(\mathbf{x})$ darstellt. Ähnlich wie bei der Kreuzvalidierung werden anschließend alle Datensätze $z_k(\mathbf{x}) \in \Omega$ in d gleichgroße Segmente eingeteilt, sodass darin jeweils $r = n/d$ Messwerte enthalten sind. Indem alle Segmente aus den Daten $z_k(\mathbf{x}) \in \Omega$ separat herausgelöst werden, ergeben sich insgesamt $d \cdot b$ unterschiedliche Trainingsdatensätze $z'(\mathbf{x})$. Dabei ist jede Beobachtung $z(\mathbf{x}_i)$ in $(d-1)b$ Trainingsdaten $z'(\mathbf{x})$ enthalten:

$$z'_{j,k}(\mathbf{x}) = z(\mathbf{x}) \setminus \{z_k(\mathbf{x}_{1+j\cdot r}), ..., z_k(\mathbf{x}_{j\cdot r+r})\} \qquad \text{mit: } j = 0, ..., d-1 \text{ und } k = 1, ..., b \tag{3.79}$$

Die generierten Trainingsdatensätze werden anschließend zur mehrfachen Bestimmung der Parameter einer Modellfunktion verwendet, mit dessen Hilfe sich variierende Schätzwerte $\hat{z}_{j,k}(\mathbf{x}_0)$ ableiten lassen (Shao und Tu, 1995, S. 49 ff.):

$$\hat{z}_{j,k}(\mathbf{x}_0) = f(z'_{j,k}(\mathbf{x}), \mathbf{x}_0) \qquad \text{mit: } j = 0, ..., d-1 \text{ und } k = 1, ..., b \tag{3.80}$$

$$\hat{z}_{Jack}(\mathbf{x}_0) = \frac{1}{db} \sum_{j=0}^{d-1} \sum_{k=1}^{b} \hat{z}_{j,k}(\mathbf{x}_0) \tag{3.81}$$

$$\hat{\sigma}^2_{Jack} = Var[\hat{z}_{Jack}(\mathbf{x}_0)] = \frac{n-r}{r} \frac{1}{db} \sum_{j=0}^{d-1} \sum_{k=1}^{b} (\hat{z}_{j,k}(\mathbf{x}_0) - \hat{z}_{Jack}(\mathbf{x}_0))^2 \tag{3.82}$$

Die entstehenden zufälligen Modellvariation simulieren schließlich die gesuchte statistische Verteilung des Modellwertes $\hat{z}(\mathbf{x}_0)$. Dies wird anschaulich in Abbildung 3.10 dargestellt, indem die Ergebnisse aus der Modellfunktion 3.80 als Histogramm aufgetragen werden. Dadurch lässt sich mit Gleichungen 3.81 der Zentralitätsparameter $\hat{z}_{Jack}(\mathbf{x}_0)$ als Mittelwert aus den verschiedenen Modellierungen berechnen. Die Präzision von $\hat{z}(\mathbf{x}_0)$ wird mit Formel 3.82 als Varianz $\hat{\sigma}^2_{Jack}$ abgeschätzt. Dabei berücksichtigt der vorgezogene Faktor $\frac{n-r}{r}$ das Mengenverhältnis zwischen den Beobachtungen im Trainingsdatensatz und dem komplementären Datensegment.

Die oben beschriebene Vorgehensweise weist eine enge Verbindung zur Kreuzvalidierung auf, nur dass mittels Jackknife die entstehenden Modellvariationen untersucht und nicht die Abweichungen zu Testdaten berechnet werden. Dementsprechend hat die Standardabweichung $\hat{\sigma}_{Jack}$ ähnliche Eigenschaften wie der Prädiktionsfehlers $\hat{\sigma}_P$. So werden beide Präzisionsangaben durch das Messrauschen im Datensatz $z(\mathbf{x})$ und der Anzahl d an gebildeten Datensegmenten in gleicher Weise beeinflusst (siehe auch Abschnitt 3.5.1). Bei der Jackknife-Methode kommt ergänzend noch die Anzahl an Modellsimulationen als Einflussfaktor auf $\hat{\sigma}^2_{Jack}$ hinzu. Hier gilt der Grundsatz: Je mehr Modellierungen durchgeführt werden, desto zuverlässiger wird die Verteilung von $\hat{z}(\mathbf{x}_0)$ approximiert (Shao und Tu, 1995, S. 49 f.). Daher handelt es sich bei Jackknife um ein rechenintensives Verfahren, das jedoch ohne Vorinformationen zu $z(\mathbf{x})$ auskommt und sich auf beliebige Modellfunktionen anwenden lässt.

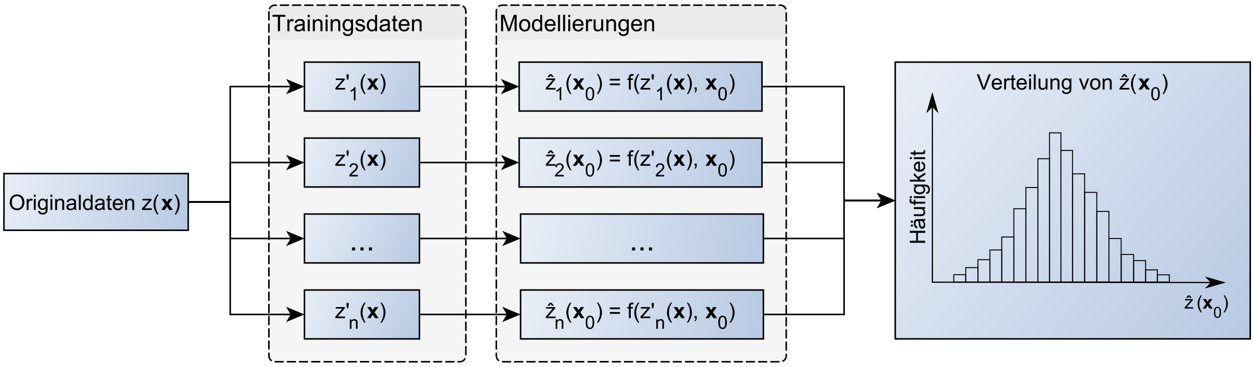


Abbildung 3.10: *Allgemeiner Ablauf von Resampling-Verfahren*

3.5.3 Bootstrapping

Bootstrapping ist als Abwandlung aus dem Jackknife-Verfahren hervorgegangen und wurde erstmals von Efron (1979) vorgestellt. Die Methode dient ebenso zur Untersuchung der statistischen Verteilung eines Schätzwertes $\hat{z}(\mathbf{x}_0)$, welcher mit einer Modellfunktion auf Grundlage des Datensatzes $z(\mathbf{x}) = \{z(\mathbf{x}_i), i = 1, ..., n\}$ bestimmt wurde. Wie in Abbildung 3.10 dargestellt, benötigt das Resampling-Verfahren im ersten Schritt Trainigsdaten $z'(\mathbf{x})$, die jeweils eine Realisierung des beobachteten Prozesses darstellen. Um einen Trainingsdatensatz zu generieren, werden aus $z(\mathbf{x})$ insgesamt n Beobachtungen zufällig gezogen, wobei jeder Messwert nach Ziehung wieder zurückgelegt wird (Efron, 1979). Im Unterschied zu Jackknife bleibt beim Bootstrapping dadurch der Probenumfang unverändert und eine Messung kann mehrfach in $z'(\mathbf{x})$ enthalten sein. Dieser Vorgang wird nun wiederholt, bis b unterschiedliche Trainingsdaten $\{z'_1(\mathbf{x}), ..., z'_b(\mathbf{x})\}$ vorliegen, die anschließend in separate Modellierungen eingehen (Wehrens u. a., 2000; Lösler u. a., 2018):

$$\hat{z}_k(\mathbf{x}_0) = f(z'_k(\mathbf{x}), \mathbf{x}_0) \qquad \text{mit: } k = 1, ..., b \tag{3.83}$$

$$\hat{z}_B(\mathbf{x}_0) = \frac{1}{b} \sum_{k=1}^{b} \hat{z}_k(\mathbf{x}_0) \tag{3.84}$$

$$\hat{\sigma}^2_B = Var[\hat{z}_B(\mathbf{x}_0)] = \frac{1}{b-1} \sum_{k=1}^{b} (\hat{z}_k(\mathbf{x}_0) - \hat{z}_B(\mathbf{x}_0))^2 \tag{3.85}$$

Aus den Trainingsdaten lassen sich b Schätzwerte $\hat{z}_k(\mathbf{x}_0)$ an der Stelle $\mathbf{x}_0$ ableiten, die aufgrund veränderter Eingangsdaten variieren. Wie auch bei der Jackknife-Methode werden diese Modellvariationen genutzt, um die unbekannte Verteilung des Modellwertes $\hat{z}(\mathbf{x}_0)$ zu approximieren. Aus den Gleichungen 3.84 und 3.85 gehen schließlich der Mittelwert und die Varianz als Verteilungsparameter hervor. Indem die simulierten Modellwerte $\{\hat{z}_1(\mathbf{x}_0) < ... < \hat{z}_b(\mathbf{x}_0)\}$ aufsteigend sortiert werden, lässt sich aus dessen Quantilen der Konfidenzintervall des Wertes $z(\mathbf{x}_0)$ bei einer vorgegeben Irrtumswahrscheinlichkeit α ermitteln (Wehrens u. a., 2000):

$$\hat{z}_{(b+1)\frac{\alpha}{2}}(\mathbf{x}_0) \leq z(\mathbf{x}_0) \leq \hat{z}_{(b+1)(1-\frac{\alpha}{2})}(\mathbf{x}_0) \tag{3.86}$$

Durch die zufällige Generierung der jeweiligen Trainingsdaten $z'(\mathbf{x})$ können jedoch die Korrelationen im ursprünglichen Datensatz $z(\mathbf{x})$ nicht berücksichtigt werden (Wehrens u. a., 2000). Abhilfe schafft die Methode des Block-Bootstrappings, die zur Beurteilung geschätzter Zeitreihenparameter eingesetzt wird. Zunächst gehen dazu alle verfügbaren Beobachtungen zur Bestimmung der zugrundeliegenden Modellfunktion ein, wobei sich die Residuen ergeben zu:

$$\hat{v}(\mathbf{x}_i) = f(z(\mathbf{x}), \mathbf{x}_i) - z(\mathbf{x}_i) \qquad \text{mit: } i = 1, ..., n \tag{3.87}$$

Um daraus einen Trainingsdatensatz zu erstellen, werden die Residuen $\hat{v}(\mathbf{x}) = \{\hat{v}(\mathbf{x}_1), i = 1, ..., n)\}$ in zusammenhängende Segmente eingeteilt, die jeweils l Probenwerte enthalten und sich überlagern können (Li und Maddala, 1996, S. 136 ff.) Dadurch ergeben sich insgesamt $n - l + 1$ mögliche Datenblöcke:

$$L_j = \{\hat{v}(\mathbf{x}_j), \hat{v}(\mathbf{x}_{j+1}), ..., \hat{v}(\mathbf{x}_{j+l-1})\} \qquad \text{mit: } j = 1, ..., n - l + 1 \tag{3.88}$$

Nun werden d Segmente aus $L = \{L_j, ..., L_{n-l+1}\}$ zufällig mit Zurücklegen gezogen, sodass ein neu generierter Datensatz $\hat{v}'(\mathbf{x}) = \{\hat{v}'(\mathbf{x}_1), i = 1, ..., n)\}$ entsteht. Mit $n = d \cdot l$ sind darin genauso viele Residuen wie im Ausgangsdatensatz $\hat{v}(\mathbf{x})$ enthalten. Um diese Vorgehensweise zu verdeutlichen, seien die einfachen Beispieldaten $\hat{v} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ gegeben. Bei $l = 3$ entstehen also die möglichen Datenblöcke $L = \{\{1, 2, 3\}, \{2, 3, 4\}, \{3, 4, 5\}, \{4, 5, 6\}\}$. Durch zufällige Entnahme von $d = 2$ Segmenten lässt sich hieraus exemplarisch der neue Datensatz $\hat{v}' = \{2, 3, 4, 3, 4, 5\}$ erstellen.

Die Zusammenführung der Modellfunktion mit den Residuen in $\hat{v}'(\mathbf{x})$ ergibt schließlich einen Trainingsdatensatz:

$$z'(\mathbf{x}_i) = f(z(\mathbf{x}), \mathbf{x}_i) - \hat{v}'(\mathbf{x}_i) \qquad \text{mit: } i = 1, ..., n \tag{3.89}$$

Je nach Größe der gebildeten Residuensegemente in L, bleiben dabei vorhandene Korrelationen aus dem Ausgangsdatensatz $z(\mathbf{x})$ erhalten. Dieser Vorgang kann mehrfach mit variierenden Residuen wiederholt werden, sodass b Trainingsdaten $\{z'_1(\mathbf{x}), ..., z'_b(\mathbf{x})\}$ entstehen. Dadurch lassen sich verschiedenen Modellsimulationen durchführen, die mit den Gleichungen 3.83 bis 3.86 zur Einschätzung der Modellpräzision verhelfen.

4 Kinematische Bewegungsanalyse von Objektpunkten

Messtechnisch bedingt wird die Erdoberfläche grundsätzlich durch eine begrenzte Anzahl an Objektpunkten repräsentiert. Aus wiederholten Beobachtungen lassen sich geometrische Veränderungen dieser Messpunkte ableiten, die häufig auf Bodenbewegungen zurückzuführen sind. Zur Erfassung solcher Deformationen der Tagesoberfläche werden in dieser Arbeit das GNSS, Nivellement und die satellitengestützte Radarinterferometrie als Beobachtungssysteme eingesetzt. Dabei variieren die Messintervalle je nach Verfahren zwischen wenigen Tagen und mehreren Jahren. Um den Bewegungsverlauf einzelner Objektpunkte dennoch kontinuierlich beschreiben zu können, steht in diesem Kapitel deren kinematische Bewegungsmodellierung im Vordergrund. Das Ziel besteht darin, lineare Geschwindigkeiten von den beobachteten Messpunkten zu berechnen.

Zu Beginn werden in Abschnitt 4.1 bundesweit verteilte GNSS-Referenzstationen auf Bewegungsprozesse untersucht, wobei die Koordinatenzeitreihen des RSN-Monitorings der AdV als Datengrundlage dienen (AdV, 2022). Die wöchentlichen Koordinatensätze der Referenzstationspunkte (RSP) sind konsistent im ETRS89/DREF91 (Realisierung 2016) gelagert und decken einen Beobachtungszeitraum zwischen den Jahren 2008 und 2021 ab (siehe Abschnitt 4.1.1 und 4.1.2). Um sicherzustellen, dass Ausreißer in den verfügbaren Daten die weiterführenden Modellierungen nicht verfälschen, wird in Abschnitt 4.1.3 die bereits vorgestellte räumliche Ausreißerdetektion zur Anwendung auf Zeitreihen adaptiert. In den anschließenden Abschnitten 4.1.4 und 4.1.5 werden die kinematische Bewegungsmodellierung und der Ablauf zur Berechnung von 3D-Geschwindigkeiten der GNSS-Referenzstationen vorgestellt. Dabei wird in dieser Arbeit erstmalig Block-Bootstrapping eingesetzt, um die Präzision von den Bewegungsmodellen der RSPs möglichst realistisch zu beurteilen (Li und Maddala, 1996). Mit diesem rechenintensiven Simulationsverfahren lässt sich der Umstand umgehen, dass für die Koordinatenzeitreihen der GNSS-Referenzstationen keine stochastischen Informationen zur Verfügung stehen. In Abschnitt 4.1.6 werden schließlich die berechneten Geschwindigkeiten der RSPs interpretiert und mit bekannten Bewegungsprozessen innerhalb der Bundesrepublik Deutschland in Verbindung gebracht.

Die Zielsetzung des Unterkapitels 4.2 ist die Ableitung von Vertikalbewegungen mehrfach beobachteter Höhenfestpunkte (HFP) im niedersächsischen Nivellementnetz. Dazu wird in dieser Arbeit das Modell der kinematischen Höhenausgleichung angesetzt, dessen Grundlagen einführend in Abschnitt 4.2.1 behandelt werden (Zippelt, 1988). Der Modellansatz ermöglicht die gemeinsame Ausgleichung nivellierter Höhenunterschiede aus mehreren Epochen und liefert für jeden beobachteten HFP eine geschätzte Vertikalgeschwindigkeit mit zugehöriger Präzisionsangabe. Als Datengrundlage liegen für diese Arbeit Höhenmessungen auf den Haupt- und Verdichtungslinien des DHHN vor, die einen Beobachtungszeitraum von 1925 bis 2021 abdecken (siehe Abschnitt 4.2.2). Um einen Konfigurationsdefekt in der kinematischen Höhenausgleichung zu vermeiden, ist jedoch zunächst eine Aufbereitung der Beobachtungen erforderlich. In Abschnitt 4.2.3 sind die notwendigen Datenprüfungen und Linienanalysen beschrieben, um ein lösbares Nivellementnetz zur Ableitung von Höhenänderungen zu erhalten (Leonhard, 1988). Der anschließende Abschnitt 4.2.4 behandelt die kinematische Höhenausgleichung der aufbereiteten Beobachtungen und zeigt die resultierenden Vertikalgeschwindigkeiten mit zugehörigen Standardabweichungen. In dieser Arbeit wird also erstmalig das Datenmaterial aus fast 100 Jahren Nivellement gemeinsam analysiert, wodurch sich Höhenänderungen im Bereich der gesamten niedersächsischen Landesfläche mit bisher unerreichter

Genauigkeit bestimmen lassen. Abschließend werden die geschätzten Vertikalgeschwindigkeiten in Abschnitt 4.2.5 interpretiert und mit anderen Fachdaten verglichen, sodass Auslöser der Bewegungsprozesse erkennbar sind. Zudem erfolgt, im Sinne einer Validierung, die Gegenüberstellung zwischen den unabhängig bestimmten Höhenänderungen aus GNSS und Nivellement.

Der Abschnitt 4.3 widmet sich der Analyse und Qualitätssicherung von Bewegungsinformationen aus der satellitengestützten Radarinterferometrie. Als Datengrundlage wurden von der BGR die PSI-Daten des BBD im Bereich der niedersächsischen Landesfläche zur Verfügung gestellt. Die Datensätze basieren auf Radaraufnahmen der Sentinel-1 Satelliten und decken einen Beobachtungszeitraum von 2014 bis 2019 ab (siehe Abschnitt 4.3.1). In Unterkapitel 4.3.2 werden die 1D-Entfernungsänderungen zwischen den Objektpunkten auf der Erdoberfläche und den Radarsatelliten in einer Zeitreihenanalyse untersucht und kinematische Bewegungsmodelle abgeleitet (Brockmeyer u. a., 2021). Sollten die Bewegungszeitreihen der analysierten PS dabei auffällig große Streuungen aufweisen, werden sie in dieser Arbeit von den weiteren Prozessierungen ausgeschlossen. Auf Grundlage der ausgeglichenen Bewegungsmodelle erfolgt in Abschnitt 4.3.3 die Berechnung durchschnittlicher Geschwindigkeiten der Reflektoren des Radarsignals in Blickrichtung (LOS) der Satelliten. Anschließend werden die resultierenden Bewegungsraten in Unterkapitel 4.3.4 einer räumlichen Ausreißerfilterung unterzogen. Dabei wird der in Abschnitt 3.2 weiterentwickelte Ansatz zur Detektion von Ausreißern anhand realer Massendaten erprobt. Zum Abschluss erfolgt in Unterkapitel 4.3.5 eine Interpretation und Wertung der qualitätsgesicherten PSI-Daten.

4.1 Analyse von GNSS-Daten

Die untersuchten GNSS-Referenzstationen dienen zusammen mit den GGPs der physikalischen Realisierung des ETRS89 in der Bundesrepublik Deutschland (AdV, 2017). Um den amtlichen geodätischen Raumbezug dauerhaft repräsentieren zu können, sind die RSP möglichst standsicher gegründet und erfüllen ideale Bedingungen für den ungestörten Empfang der GNSS-Satellitensignale. Zur Qualitätssicherung werden die Koordinaten dieser Festpunkte von den Bundesländern und dem BKG permanent in einem Monitoring überprüft. Aus den resultierenden Koordinatenzeitreihen lassen sich schließlich Aussagen zur Stabilität der Erdoberfläche und möglichen Bodenbewegungen mit Bezug auf den Referenzrahmen ETRS89/DREF91 (Realisierung 2016) ableiten.

4.1.1 Prozesskette für das Koordinatenmonitoring des Referenzstationsnetzes

Das Koordinatenmonitoring der GNSS-Referenzstationen wurde 2008 von der AdV als Bestandteil des Qualitätsmanagements von SAPOS eingeführt (Jahn u. a., 2011b). Seitdem werden die Beobachtungen sämtlicher Referenzstationen der Länder und des BKG kontinuierlich im Postprocessing ausgewertet, woraus wöchentliche Koordinatenlösungen des Referenzstationsnetzes (RSN) hervorgehen. Mit dieser qualitätssichernden Maßnahme soll die Homogenität der amtlichen Koordinaten der RSPs gewährleistet und deren Bewegungsverhalten überwacht werden. Zeitreihenanalysen des Koordinatenmonitorings ergaben jedoch, dass weder das vereinbarte Auswertekonzept zur GNSS-Prozessierung bundesweit umgesetzt noch die gestellten Genauigkeitsanforderungen erfüllt wurden (Jahn, 2015b; Brockmeyer u. a., 2018). Diese Erkenntnis veranlasste den Arbeitskreis Raumbezug der AdV im Jahr 2016 zur Gründung der Projektgruppe „RSN-Monitoring“, um Vorschläge zur Verbesserung des länderübergreifenden SAPOS-Koordinatenmonitorings zu erarbeiten. Dieses Gremium entwickelte die in Abbildung 4.1 dargestellte Prozesskette zur GNSS-Auswertung des bundesweiten RSN, die seit dem 01.01.2019 einheitlich von den Ländern und dem BKG angewendet wird. Die kontinuierlich fortgeschriebene technische Richtlinie des RSN-Monitorings dokumentiert für die einzelnen Rechenstellen das erstellte Auswertekonzept, auf dessen Kernpunkte im Folgenden näher eingegangen wird (AdV, 2022).

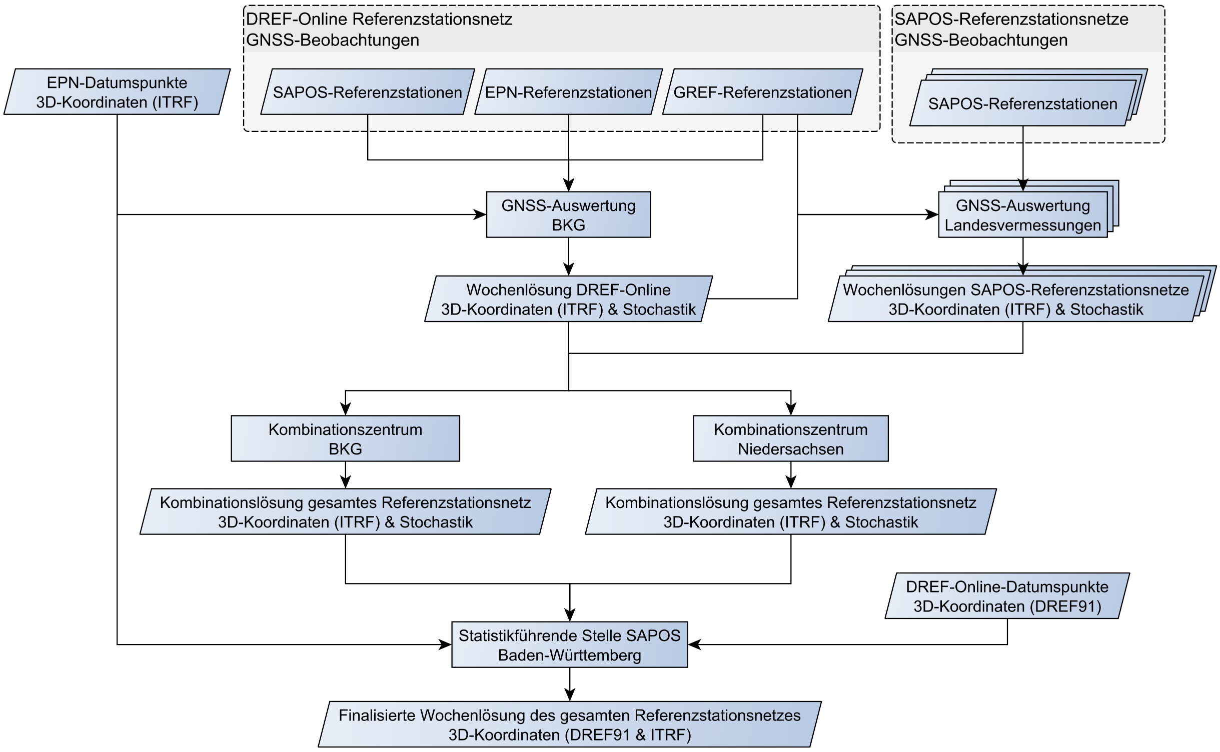


Abbildung 4.1: *Prozesskette zur GNSS-Prozessierung des bundesweiten Referenzstationsnetzes*

Das BKG übernimmt die tägliche GNSS-Auswertung des DREF-Online Netzes, welches aus ausgewählten SAPOS, GREF und EPN-Referenzstationen besteht. Für die prozessierten RSPs werden also jeden Tag geometrische 3D-Koordinaten mit zugehörigen Kovarianzen bestimmt, wobei die einbezogenen EPN-Stationen den Anschluss an das ITRF2014 sicherstellen. Je GPS-Woche werden anschließend die Tageslösungen unter Berücksichtigung der Stochastik zu Wochenlösungen zusammengefasst.

Für das SAPOS-Referenzstationsnetz sind die Länder zuständig, weshalb jede Landesvermessung eine separate Auswertung zur Positionsbestimmung ihrer RSPs durchführt. Zusätzlich werden auf Länderseite ausgewählte GREF-Stationen ausgewertet, um die spätere Lagerung auf den DREF-Online Rahmen zu ermöglichen. Die Referenzstationen in Bremen und Hamburg werden dabei in den Prozessierungen von Niedersachsen bzw. Schleswig-Holstein aufgenommen. In den Rechenstellen der Länder werden ebenfalls die GNSS-Beobachtungen eines Tages gemeinsam prozessiert und die resultierenden Koordinatensätze einer GPS-Woche zusammengefasst. Zur konsistenten Datumsdefinition dienen die zugehörigen Wochenlösungen des DREF-Online Netzes, sodass auch die SAPOS-Stationen im ITRF2014 frei gelagert sind.

Die 15 Rechenstellen (14 Länder und das BKG) setzen zur jeweiligen GNSS-Auswertung die folgenden Softwarepakete ein[1]:

- Bernese GNSS Software, Universität Bern (Dach u. a., 2015),
- GNSMART, Geo++ GmbH (Geo++, 2022) und
- WaSoft, Lambert Wanninger (Wanninger, 2022)

[1] In Niedersachsen wurde das SAPOS-Koordinatenmonitoring bis zum 16.01.2022 (GPS-Woche: 2193) mit der Software GNSMART prozessiert. Seitdem wird WaSoft zur GNSS-Auswertung eingesetzt.

Um vergleichbare Ergebnisse in der Positionsbestimmung der Referenzstationen zu erzielen, sind in der technischen Richtlinie des RSN-Monitorings verschiedene Rahmenbedingungen zur GNSS-Prozessierung vorgegeben (AdV, 2022). In Tabelle 4.1 sind die Kernparameter der getroffenen Vorgaben aufgelistet.

Tabelle 4.1: *Vorgaben zur GNSS-Prozessierung (AdV, 2022)*

Beobachtungssysteme	GPS, GLONASS, Galileo (optional)
Beobachtungsdauer	24 h (0:00:00 - 23:59:59)
Beobachtungsintervall	Mindestens 30 s
Elevationsmaske	3°
Ephemeriden	IGS, CODE[2] (final orbits)
Erdrotationsparameter	IGS, CODE (final product)
Troposphärenmodell	Global-Mapping Function (GMF) oder Vienna-Mapping Function (VMF)
Troposphärenschätzung	Zenith Path Delay (ZPD), horizontale Gradienten (optional)
Antennenkalibrierung	Individuelle Kalibrierung der Phasenzentrums-Variationen (PCV)

Die AdV beauftragte das BKG und das Land Niedersachsen mit der Einrichtung von zwei unabhängigen Kombinationszentren. Zielsetzung ist die Zusammenführung des DREF-Online Netzes mit den SAPOS-Referenzstationsnetzen der Länder, sodass zwei homogene Koordinatensätze für alle beobachteten RSPs entstehen. Da sich die abgeschätzten Genauigkeitsangaben je nach Teilnetz z.T. deutlich unterscheiden, erfolgt die wöchentliche Berechnung einer Kombinationslösung unter Verwendung einer Varianzkomponentenschätzung. Für diese Prozedur setzen die Kombinationszentren die unterschiedlichen Softwarepakete GNSMART und Bernese ein, wodurch sich die hervorgehenden Koordinatensätze gegenseitig kontrollieren lassen. Diese Validierung wird von der statistikführenden Stelle SAPOS in Baden-Württemberg durchgeführt. Wenn die beiden Kombinationslösungen keine signifikanten Diskrepanzen aufweisen, dann werden sie schließlich zu finalisierte Wochenlösungen vereinigt. Der resultierende Koordinatensatz wird abschließend mittels sieben Parameter Helmert-Transformation auf die prädizierten ITRF2014-Koordinaten der EPN-Anschlusspunkte gelagert. Dadurch stehen jede Woche für alle beobachteten GNSS-Referenzstationen präzise und validierte Koordinaten im ITRF2014 zur Verfügung.

Der ITRF2014 ist die Realisierung des global definierten Referenzsystems ITRS, sodass die Koordinatenzeitreihen der prozessierten Referenzstationen vorwiegend den Drift der eurasischen Platte zeigen (siehe auch Abschnitt 2.1.1). Das primäre Ziel des RSN-Monitorings ist jedoch die Erfassung relativer Stationsbewegungen innerhalb Deutschlands, weshalb die finalisierten Kombinationslösungen in den Referenzrahmen ETRS89/DREF91 (Realisierung 2016) transformiert werden. Für den Übergang von dem globalen in das nationale Bezugssystem bestimmt die statistikführende Stelle SAPOS jede Woche die erforderlichen sieben Parameter einer Helmert-Transformation.

Das ETRS89 als Zielsystem des RSN-Monitiorings wurde ursprünglich durch 29 Datumspunkte realisiert, die Teil der GNSS-Kampagne 2008 waren und in der anschließenden Auswertung amtliche Koordinaten erhalten haben (Brockmeyer u. a., 2018, S. 18). Die getroffene Datumsfestlegung geht auf ein Projekt zwischen der niedersächsischen Landesvermessung und der BGR zurück, in dem die datumsgebenden Referenzstationen nach folgenden Kriterien ausgewählt wurden (Brockmeyer u. a., 2018, S.14 ff.):

[2]CODE: Center for Orbit Determination in Europe (Universität Bern)

- Ein Datumspunkt ist Teil des DREF-Online Netzes.
- Ein Datumspunkt befindet sich in stabilen Gebiet und weist kein auffälliges (periodisches) Bewegungsverhalten auf.
- Bodenstationen sind als potentielle Datumspunkte zu bevorzugen.
- Die ausgewählten Datumspunkte sollen für eine optimale Netzgeometrie gleichmäßig über Deutschland verteilt sein.

Um die Eignung von Referenzstationen als Datumspunkte im ETRS89/DREF91 zu prüfen, wurden Informationen der Stationsbetreiber und von den AdV Projektgruppen „RSN-Monitoring“ sowie „Stabilität der Festpunktfelder“ (2008-2011) ausgewertet. Des Weiteren hat die BGR alle DREF-Online Stationen anhand von PSI-Daten des BBD unabhängig begutachtet (Kalia, 2018).

Nach der GNSS-Kampagne im Jahr 2008 haben das BKG und die Länder bei Bedarf das Referenzstationsnetz aktualisiert, indem sie Hardware ausgetauscht oder bestehende Stationen durch neue ersetzt haben. Diese Aktivitäten führen dazu, dass die seinerzeit bestimmten amtlichen Koordinaten nicht mehr mit sogenannten „technischen Koordinaten“ aktueller Netzlösungen übereinstimmen. Wenn beispielsweise ein Antennenwechsel an einem Datumspunkt erfolgt, wird daher ab diesen Zeitpunkt für die veränderte Referenzstation eine neue Referenzkoordinate auf Grundlage des übrigen RSN eingerechnet. Auf diese Weise bleibt die Homogenität des Koordinatensatzes der Anschlusspunkte im ETRS89/DREF91 (Realisierung 2016) erhalten und es können neue (bodengebundene) Referenzstationen zur Datumsdefinition hinzugefügt werden. Dadurch erfolgt mittlerweile die Transformation zwischen dem globalen und nationalen Referenzrahmen auf Grundlage von 50 Datumspunkten, die zur Übersicht in Anhang A.1 dargestellt sind (Stand: 11.07.2021).

4.1.2 Datengrundlage

Als Datengrundlage zur kinematischen Bewegungsmodellierung von GNSS-Referenzstationen liegen in dieser Arbeit bis zum 11.07.2021 (GPS-Woche: 2166) wöchentliche Koordinatensätze für das RSN vor. Die ausgewerteten Wochenlösungen sind frei und konsistent im ETRS89/DREF91 (Realisierung 2016) gelagert, wobei keine zugehörigen stochastischen Informationen zur Verfügung stehen. Damit Diskontinuitäten im Bewegungsverlauf von Referenzstationen in der Zeitreihenanalyse berücksichtigt und interpretiert werden können, sind von den Stationsbetreibern die vorgenommenen Änderungen bezüglich Hardware und GNSS-Auswertung dokumentiert.

Zur Übersicht zeigt Abbildung 4.2 alle verfügbaren RSPs, die am 01.01.2021 (GPS-Woche: 2138) aktiv waren und einen Beobachtungszeitraum von mindestens drei Jahren abdecken. Die beiden genannten Kriterien werden in dieser Arbeit von insgesamt 291 Referenzstationen erfüllt, wobei sich die gewählte Mindestlaufzeit an den Analysen des EPN-Netzes orientiert (Kenyeres u. a., 2019). Mit dem Ziel zur Ableitung von 3D-Geschwindigkeiten, werden nachfolgend die Koordinatenzeitreihen der selektierten Stationen in kinematischen Bewegungsanalysen untersucht.

Anhand von Abbildung 4.2 ist erkennbar, dass die verfügbaren Datensätze der Referenzstationen häufig einen längeren Beobachtungszeitraum abdecken als die vorausgesetzte Mindestlaufzeit. Abgesehen von wenigen neu eingerichteten Stationen, gehen beispielsweise in Niedersachsen die Koordinatenzeitreihen bis auf den 01.01.2008 zurück. Jedoch wird die abgestimmte Prozesskette des RSN-Monitorings erst seit dem Jahr 2019 einheitlich umgesetzt (siehe Abschnitt 4.1.1). Die vorherigen GNSS-Auswertungen wurden in den Ländern nicht nach gemeinsamen Auswertestandards durchgeführt, sodass die Koordinatenzeitreihen für länderübergreifende Analysen zunächst ungeeignet waren. Um dennoch bundesweite Bewegungsuntersuchungen der Referenzstationen anstellen zu können, wurden im Rahmen dieser Arbeit die verfügbaren freien Wochenlösungen der Referenzstationsnetze aus den einzelnen Ländern gesammelt und aufbereitet. Da in Schleswig-Holstein und Mecklenburg-Vorpommern keine Auswerteergebnisse vorlagen, haben die beiden Landesvermessungen ein Reprocessing ihrer GNSS-Stationen durchgeführt und die resultierenden Koordinatenzeitreihen bereitgestellt. Nachdem aus allen Ländern die freien Koordinatenlösungen ihrer RSPs vorlagen, erfolgte je Netz und Wochenlösung eine sieben Parameter Helmert-Transformation in den DREF-Online Referenzrahmen. Dieses übergeordneten RSN wurde ebenfalls von dem BKG einem Reprocessing unterzogen, sodass vom 01.01.2000 (GPS-Woche: 1043) bis zum 29.01.2017 (GPS-Woche: 1933) im ITRF2008 gelagerte Koordinatensätze von insgesamt 103 Referenzstationen zur Verfügung stehen (Romanyuk, 2018). Die neueren Netzlösungen stammen aus den routiniert durchgeführten GNSS-Auswertungen und sind an das ITRF2014 angeschlossen. Das DREF-Online Netz wurde schließlich als Grundlage für die sieben Parameter Helmert-Transformation zur Überführung der Koordinatenzeitreihen von den globalen Bezugssystemen in das ETRS89/DREF91 (Realisierung 2016) verwendet. Die Vorgehensweise zur Datumsfestlegung stimmt dabei mit der seit 2019 gültigen technischen Richtlinie des RSN-Monitorings überein (siehe auch Abschnitt 4.1.1). Die Wochenlösungen des ehemaligen, inhomogenen RSN-Monitorings wurden also an den Ergebnissen der erneuerten Prozesskette angeglichen, sodass die Koordinatenzeitreihen mit gleichbleibender Qualität einen Beobachtungszeitraum von mehreren Jahren abdecken. In der AdV werden die durchgeführten Maßnahmen zur Angleichung des Koordinatenmonitorings auch unter dem Begriff „Harmonisierungs-Projekt“ zusammengefasst.

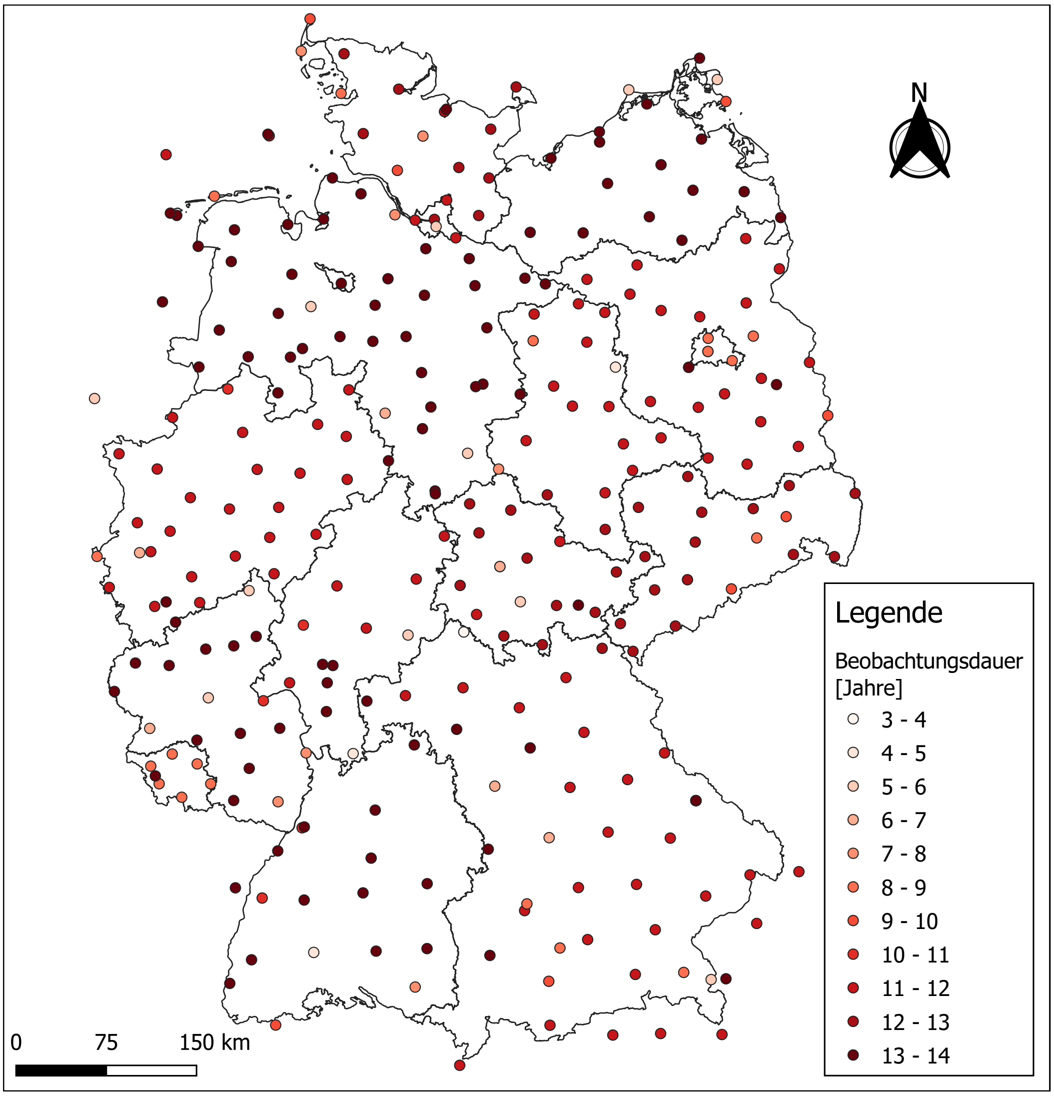


Abbildung 4.2: *Verfügbare Referenzstationen, die am 01.01.2021 (GPS-Woche: 2138) aktiv waren und eine Beobachtungsdauer von über drei Jahren aufweisen*

Bevor die Wochenlösungen der Referenzstationen in die kinematische Bewegungsanalyse eingehen, werden die kartesischen Koordinaten als UTM-Koordinaten abgebildet und zugehörige ellipsoidische Höhen berechnet. Zudem werden die umgeformten Wochenlösungen mit den (amtlichen) Soll-Koordinaten der Referenzstationen zur Differenz gebracht, sodass die Zeitreihen von stabilen Stationen theoretisch um den Wert Null streuen und sich leicht darstellen lassen. Dabei wird im bundesweiten RSN-Monitoring und in dieser Arbeit die GPS-Woche als Zeitangabe für einen Koordinatensatz der GNSS-Referenzstationen verwendet. Mit dieser Datenbasis lassen sich nun interpretierbare 3D-Geschwindigkeiten in vertikaler und horizontaler Richtung ableiten.

Abbildung 4.3 zeigt die exemplarische Zeitreihe der berechneten Koordinatendifferenzen für die niedersächsische Referenzstation Rotenburg (0655). Der Bewegungsverlauf dieser Station lässt insbesondere in der Horizontalkomponente saisonale Einflüsse erkennen, während die ellipsoidische Höhe einen systematisch wirkenden Trend aufweist. Zudem führt der Antennenwechsel am 03.08.2011 (GPS-Woche: 1647) zu einem deutlich sichtbaren Zeitreihensprung in der Nord- bzw. Höhenkomponente. Allgemein setzt sich also die Koordinatenzeitreihe einer GNSS-Referenzstation aus einem Trend, saisonalen Anteilen, Diskontinuitäten und zufälligen Koordinatenänderungen zusammen.

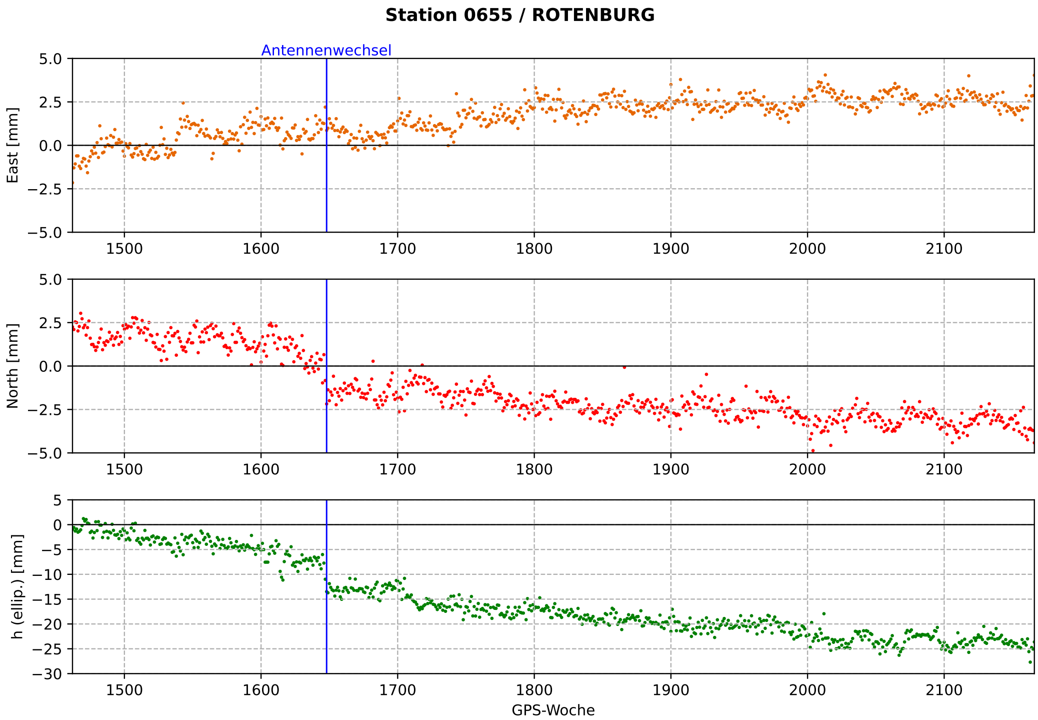


Abbildung 4.3: *Koordinatenzeitreihe der GNSS-Referenzstation Rotenburg (0655)*

4.1.3 Ausreißerfilterung

Bevor die kinematische Bewegungsanalyse der GNSS-Referenzstationen beginnt, werden die Koordinatenzeitreihen einer Ausreißerfilterung unterzogen. Das Ziel besteht in der automatisierten Detektion grober Ausreißer, sodass sie von den weiteren Prozessierungen zur Bewegungsmodellierung der RSPs ausgeschlossen werden können. Dazu wird ein kontinuierliches Bewegungsverhalten einer Referenzstation angenommen, sodass sich die Koordinaten in einem eng begrenzten Zeitraum ähneln und vorhandene Variationen durch zufälliges Messrauschen entstehen. Wenn nun einzelne Wochenlösungen von dieser Erwartung extrem abweichen, dann werden sie als zeitliche Ausreißer klassifiziert. Die getroffene Grundannahme berücksichtigt jedoch keine Diskontinuitäten im Bewegungsverlauf, wodurch die Ausreißerfilterung unmittelbar vor und nach einem Zeitreihensprung nur eingeschränkt möglich ist.

Sowohl die zeitliche als auch räumliche Ausreißeranalyse haben die Detektion auffälliger Messwerte zum Ziel, die sich signifikant von den Beobachtungen in der Umgebung unterscheiden (siehe auch Abschnitt 3.2). Dadurch lassen sich die in Abschnitt 3.2 vorgestellten Algorithmen leicht auf Koordinatenzeitreihen übertragen. Als Abänderung werden nun die zeitlich benachbarten Beobachtungen in Beziehung gesetzt und verglichen.

Im Folgenden wird die Zeitreihe $z(t) = \{z(t_i), i = 1, ..., n\}$ als Realisierung eines Zufallsprozesses interpretiert, wobei $z(t_i)$ stellvertretend für eine Koordinatenkomponente zum Zeitpunkt t_i steht. Um Ausreißer im Datensatz $z(t)$ zu detektieren, wird jede Beobachtung $z(t_i)$ mit der zugehörigen Nachbarschaftsfunktion $g(t_i)$ verglichen:

$$\Delta z(t_i) = z(t_i) - g(t_i) \tag{4.1}$$

Der Wert von $g(t_i)$ leitet sich aus den kurz vor und nach t_i erfassten Messwerten ab, wobei $z(t_i)$ selbst nicht in die Nachbarschaftsfunktion eingeht. Zielsetzung von $g(t_i)$ ist die Approximation des Trend- und Signalanteils der zugrundeliegenden Zeitreihe, sodass in den Abweichungen $\Delta z(t_i)$ aus Gleichung 4.1 lediglich das zufällige Rauschen verbleibt. Auffällig große Diskrepanzen deuten dabei auf grobe Ausreißer hin.

In Analogie zur räumlichen Ausreißeranalyse in Abschnitt 3.2 wird zur Detektion zeitlicher Ausreißer ebenfalls eine robuste IDW-Interpolation unter Verwendung der Jackknife-Methode eingesetzt. Dazu werden zunächst aus der Zeitreihe $z(t)$ jeweils zwei Beobachtungen vor und nach dem zu überprüfenden Messwert $z(t_i)$ als Vergleichsdaten $z'(t) = \{z(t_{i-2}), z(t_{i-1}), z(t_{i+1}), z(t_{i+2})\}$ selektiert. Im Randbereich einer Zeitreihe kann allerdings nur ein reduzierter Datensatz $z'(t)$ verwendet werden. Auf Grundlage von $z'(t)$ ergibt sich aus der IDW-Interpolation ein Modellwert zum Zeitpunkt t_i zu:

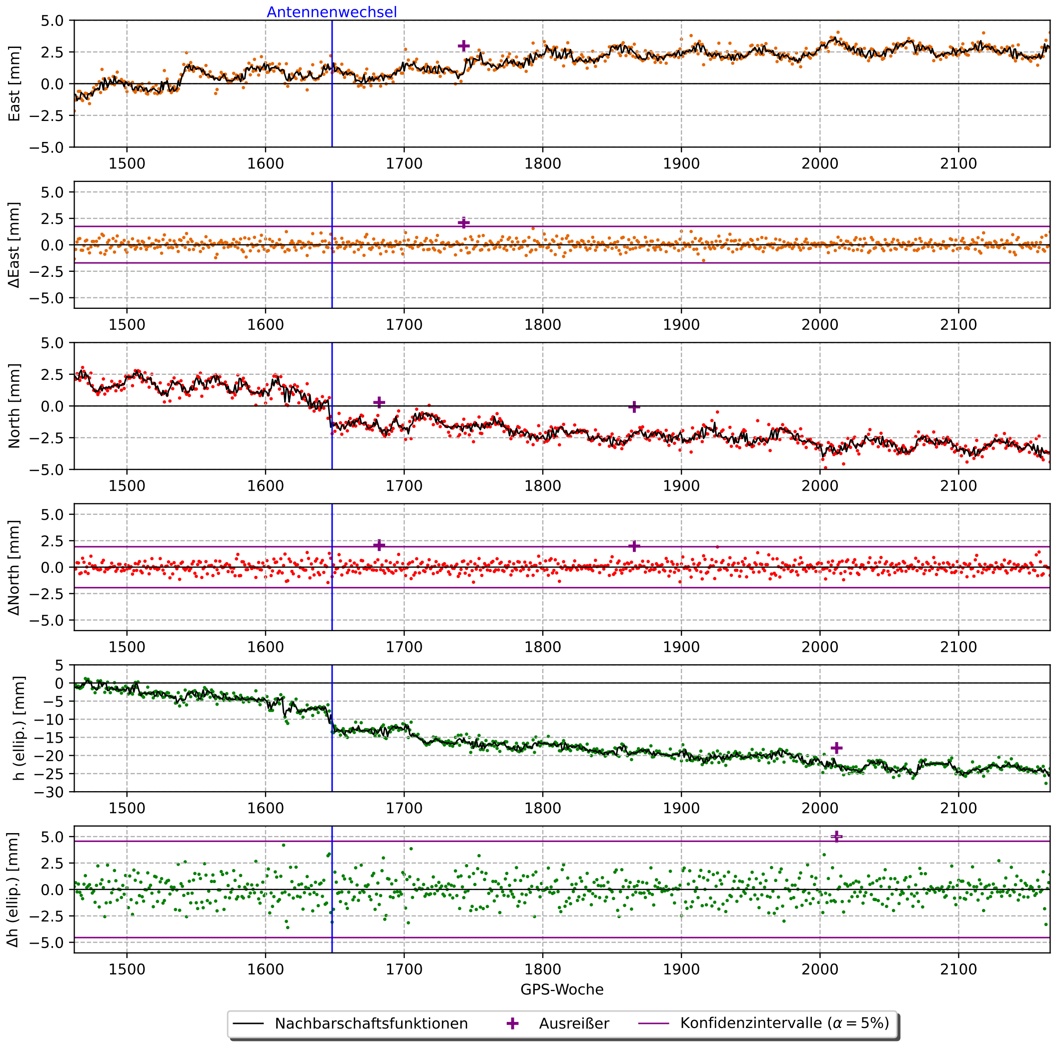
$$g^{(*)}(t_i) = \sum_{j=1}^{4} w_j \cdot z'(t_j) \qquad w_j = \frac{d_j^{-1}}{\sum_{j=1}^{4} d_j^{-1}} \qquad d_j = |t_i - t_j| \tag{4.2}$$

Mithilfe der Jackknife-Methode wird anschließend diejenige Beobachtung in $z'(t)$ bestimmt, die den größten Einfluss auf $g^{(*)}(t_i)$ ausübt (siehe auch Abschnitt 3.5.2). Dazu wird iterativ aus dem Vergleichsdatensatz $z'(t)$ ein Messwert zur Interpolation ausgelassen, wodurch sich vier unterschiedliche Modellwerte ergeben:

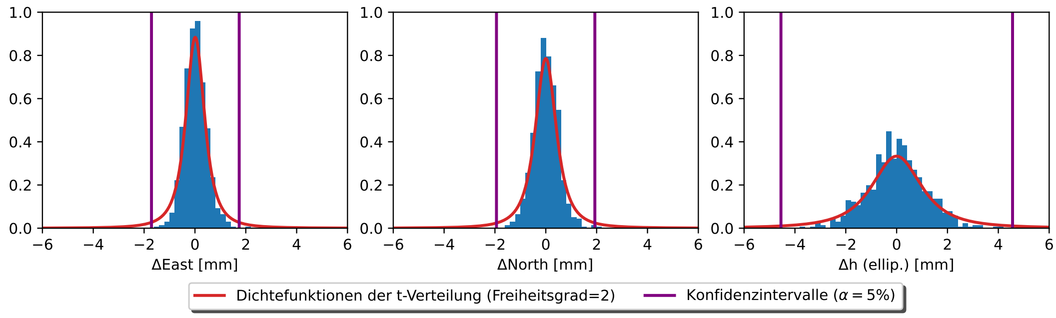
$$g^{(k)}(t_i) = \sum_{j \neq k} w_j \cdot z'(t_j) \qquad w_j = \frac{d_j^{-1}}{\sum_{j \neq k} d_j^{-1}} \qquad \text{mit: } k = 1, ..., 4 \tag{4.3}$$

Die absolute Differenz $|g^{(k)}(t_i) - g^{(*)}(t_i)|$ ist ein Maß für den Einfluss der Beobachtung $z'(t_k)$ auf den Interpolationswert $g^{(*)}(t_i)$ (vgl. Liu u. a., 2001). Wenn sich dabei eine große Abweichung ergibt, dann deutet dies auf einen ggf. vorhanden Ausreißer im Vergleichsdatensatz $z'(t)$ hin. Daher wird die Beobachtung mit der größten Diskrepanz zur robusten Bestimmung der Nachbarschaftsfunktion $g(t_i)$ ausgelassen. Der entfernte Messwert ist dabei mit dem Index k_1 gekennzeichnet:

$$g(t_i) = \sum_{j \neq k_1} w_j \cdot z'(t_j) \qquad w_j = \frac{d_j^{-1}}{\sum_{j \neq k_1} d_j^{-1}} \tag{4.4}$$



(a) *Koordinatenzeitreihen, Nachbarschaftsfunktionen und deren Abweichungen zueinander*



(b) *Histogramme der Abweichungen zwischen Beobachtungen und Nachbarschaftsfunktionen*

Abbildung 4.4: *Ausreißerfilterung der GNSS-Referenzstation Rotenburg (0655)*

Mit dem Ziel, statistisch signifikante Abweichungen $\Delta z(t_i)$ zwischen tatsächlicher Beobachtung und Nachbarschaftsfunktion als Ausreißer aufzuspüren, lassen sich die Gleichungen 3.24 bis 3.31 aus der räumlichen Ausreißeranalyse anwenden. Um den Ansatz aus Abschnitt 3.2 auf Zeitreihen übertragen zu können, sind lediglich die raumbezogenen Diskrepanzen $\Delta z(\mathbf{x})$ durch die zeitbezogenen Abweichungen $\Delta z(t)$ aus Formel 4.1 zu ersetzen. Die weitere Vorgehensweise bleibt unverändert, sodass mit dem beschriebenen Winsorization-Verfahren der Mittelwert $\Delta \bar{z}_w$ und die Varianz s_w^2 als Verteilungsparameter von $\Delta z(t)$ robust geschätzt werden. Hieraus lassen sich schließlich

Testgrößen für die Beobachtungen ableiten, sodass Ausreißer im statistischen Hypothesentest bei einer vorgegebenen Irrtumswahrscheinlichkeit α ermittelt werden können. Zudem ergeben sich die Grenzen des Konfidenzintervalls aus dem Quantil der t-Verteilung, dem Mittelwert $\Delta\overline{z}_w$ und der Standardabweichung s_w der Zeitreihe zu (Niemeier, 2008, S. 95 f.):

$$\text{untere Grenze: } CI_{unter} = \Delta\overline{z}_w - s_w \cdot t_{f,1-\frac{\alpha}{2}} \tag{4.5}$$

$$\text{obere Grenze: } CI_{oben} = \Delta\overline{z}_w + s_w \cdot t_{f,1-\frac{\alpha}{2}} \tag{4.6}$$

Die Abweichungen $\Delta z(t_i)$ variieren mit einer Wahrscheinlichkeit von $1-\alpha$ innerhalb dieser Grenzwerte, wobei außerhalb des Intervalls liegende Beobachtungen als Ausreißer eingestuft werden. Ähnlich wie in Dorndorf u. a. (2023) ergibt sich zur Berechnung des Konfidenzintervalls und der Testgrößen im Hypothesentest ein niedriger Freiheitsgrad von $f = 2$, da die Nachbarschaftsfunktion in Gleichung 4.4 auf drei Beobachtungen basiert (Alkhatib u. a., 2018; Kargoll u. a., 2020).

In dieser Arbeit wird im Hypothesentest zur Detektion von Ausreißern in Koordinatenzeitreihen der Referenzstationen eine Irrtumswahrscheinlichkeit von $\alpha = 5\%$ angesetzt. Abbildung 4.4 zeigt zur Verdeutlichung das exemplarische Ergebnis einer Ausreißerfilterung für die GNSS-Referenzstation Rotenburg (0655). Dabei bilden die Zeitreihen von ΔEast, ΔNorth sowie Δh (ellip.) die Abweichungen zwischen Beobachtungen und Nachbarschaftsfunktionen $g(t)$ ab, welche um den Wert Null streuen und das zufällige Messrauschen widerspiegeln. Ergänzend sind diese Diskrepanzen in Abbildung 4.4b als Histogramme dargestellt, wobei die ellipsoidische Höhe eine deutlich größere Messunsicherheit als die beiden Lagekomponenten aufweist. So ergibt sich für die Höhe eine Standardabweichung von $s_w = 1,06$ mm, während für die East- und North-Koordinaten eine Streuung von $s_w = 0,40$ mm bzw. $s_w = 0,45$ mm ermittelt wird. Diese verschiedenen Präzisionsmaße resultieren aus der Geometrie der GNSS-Satelliten, wodurch sich die Genauigkeiten der Vertikal- und Horizontalkomponenten um etwa den Faktor zwei unterscheiden (Torge und Müller, 2012, S. 144).

Die detektierten Ausreißer sind in Abbildung 4.4a als Kreuze gekennzeichnet und liegen folglich außerhalb der jeweiligen Konfidenzintervalle. Sobald der Algorithmus einen auffälligen Messwert in einer Koordinatenkomponente detektiert, wird die betroffene Wochenlösung aus der kinematischen Bewegungsmodellierung des RSP ausgeschlossen. In dem gezeigten Beispiel der Referenzstation Rotenburg (0655) werden also vor dem Modellierungsprozess insgesamt vier 3D-Koordinaten entfernt. Die Anzahl der detektierten Ausreißer in den Koordinatenzeitreihen ist für jede untersuchte GNSS-Referenzstation in der Tabelle A.1 aufgelistet.

4.1.4 Zeitreihenanalyse

Die Zielsetzung der Zeitreihenanalyse ist die Berechnung eines Bewegungsmodells für jede GNSS-Referenzstation, die einen Beobachtungszeitraum von mindestens drei Jahren abdeckt. Hierzu dienen die von Ausreißern bereinigten Koordinatenzeitreihen als Datengrundlage (siehe auch Abschnitt 4.1.3). Um den Bewegungsverlauf einer Referenzstation durch eine deterministische Funktion zu approximieren, wird in dieser Arbeit das kinematische Modell 3.6 angesetzt. Die Modellierung erfolgt separat nach den drei Koordinatenkomponenten, wobei die jeweiligen Modellparameter zur Trendbeschreibung des Bewegungsvorgangs in einer Ausgleichung bestimmt werden. Das kinematisch Modell bezieht sich dabei auf die Referenzepoche t_0, die als mittlere Beobachtungsepoche einer Zeitreihe festgelegt ist. Da keine Informationen zur Genauigkeit der eingehenden Koordinatenlösungen vorliegen, wird das stochastische Modell mit $\mathbf{P} = \mathbf{E}$ durch eine Einheitsmatrix definiert. Es wird also die vereinfachte Annahme getroffen, dass die einzelnen Wochenlösungen des RSN ein gleichbleibendes Genauigkeitsniveau und keine stochastischen Abhängigkeiten untereinander aufweisen. Weiterführende Informationen bezüglich zeitabhängiger Korrelationen in Koordinatenzeitreihen und deren Berücksichtigung im GMM sind beispielsweise in Leinen u. a. (2013); Saleh und Becker (2013); Kargoll u. a. (2020, 2021) zu finden.

Das kinematische Modell 3.6 setzt sich aus einem Zeitpolynom, harmonischen Schwingungen und zeitabhängigen Offsets zusammen, was die Beschreibung von Positionsänderungen einzelner Objektpunkte ermöglicht. Je nach räumlicher Lage werden die GNSS-Referenzstationen von unterschiedlichen Deformationsvorgängen der Erdoberfläche beeinflusst, weshalb deren Bewegungsverhalten eine individuelle Modellierung bedarf. Die Herausforderung besteht also darin, das kinematische Modell 3.6 optimal zu konfigurieren, ohne dabei eine Über- oder Unterparametrisierung vorzunehmen. Um diese Aufgabenstellung zu lösen, wird in dieser Arbeit die iterative Modellerweiterung aus Abschnitt 3.1.1 eingesetzt.

Im ersten Schritt der Modellkonfiguration werden die GNSS-Referenzstationen als stabil angenommen. Zur Approximation der Koordinatenzeitreihen reichen demzufolge in Gleichung 3.6 die Referenzstelle z_0 zum Zeitpunkt t_0 und die Offsetparameter von ggf. vorhandenen Diskontinuitäten aus. Um die Zeitreihensprünge berücksichtigen zu können, werden Offsetparameter zu Zeitpunkten dokumentierter Hardwareänderungen, wie. z.B. Antennenwechsel, eingeführt. Zusätzlich werden die vorliegenden Koordinatenzeitreihen einer visuellen Kontrolle unterzogen, da nicht alle sichtbaren Diskontinuitäten aus den Dokumentationen der Stationsbetreibern hervorgehen.

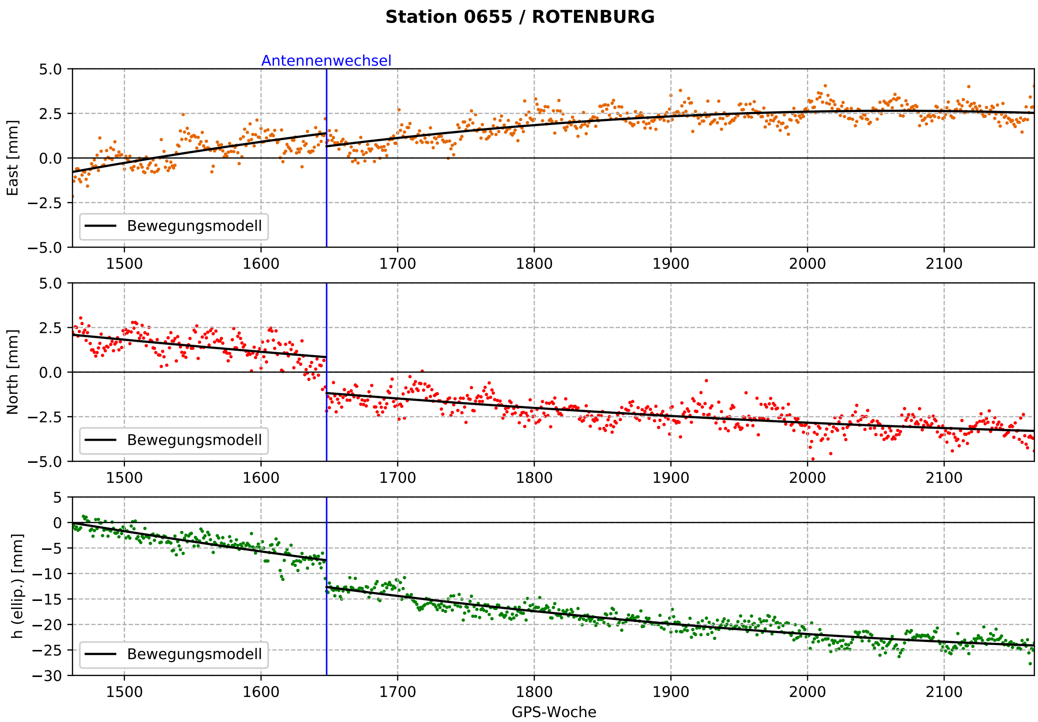
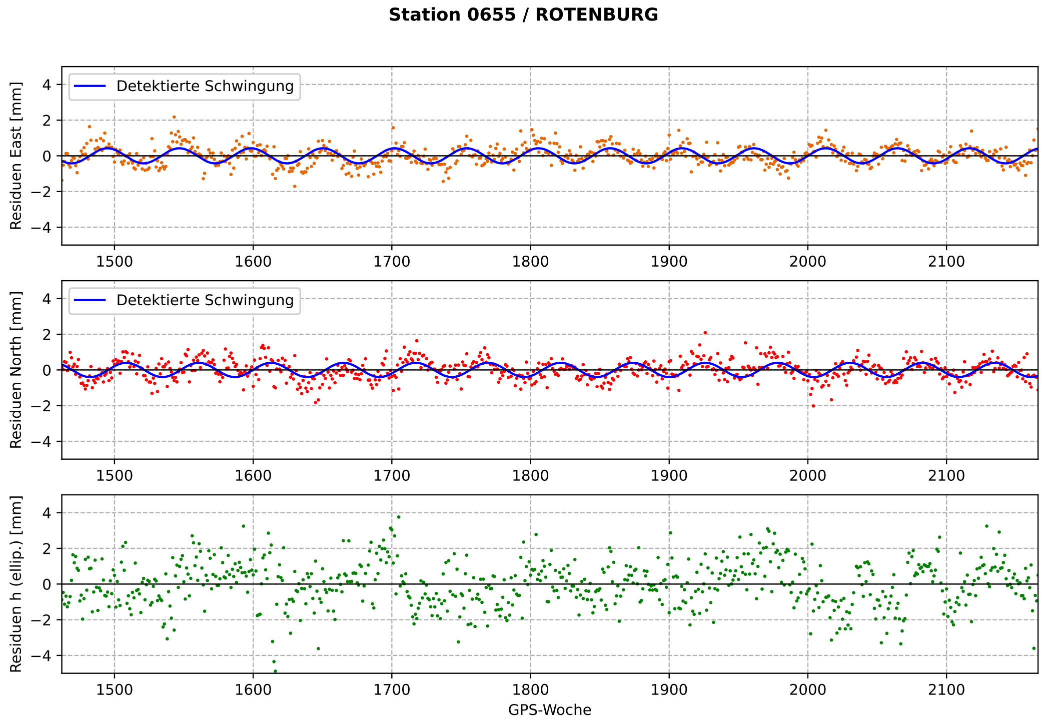
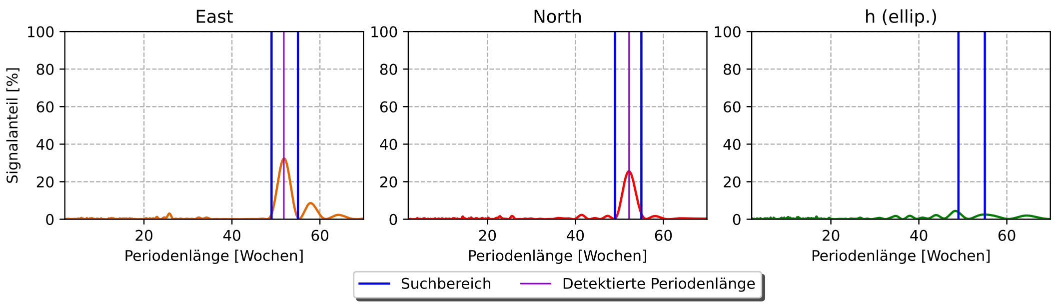


Abbildung 4.5: *Zeitpolynome für die Koordinatenzeitreihe der Referenzstation Rotenburg (0655)*

Nach Definition des Ausgangsmodells, wird der Grad des Zeitpolynoms in Gleichung 3.6 iterativ erhöht, bis der Signifikanztest in Abschnitt 3.1.1 bei einer Irrtumswahrscheinlichkeit von $\alpha = 1\%$ keine Verbesserung des Bewegungsmodells feststellt. Damit in der Ausgleichung keine numerische Instabilität des Normalgleichungssystems entsteht, wird die Iteration bei einem maximalen Polynomgrad von $g = 10$ begrenzt (vgl. Caspary und Wichmann, 2007, S. 124 ff.). Abbildung 4.5 zeigt das Ergebnis der iterativen Erweiterung der Zeitpolynome für die GNSS-Referenzstation Rotenburg (0655). In allen drei Koordinatenkomponenten wird mit dem signifikanten Polynomgrad $g = 2$ ein quadratisches Bewegungsverhalten detektiert. Des Weiteren wird zum Zeitpunkt des Antennenwechsels eine deutlich sichtbare Diskontinuität im Bewegungsmodell geschätzt. Die signifikanten Polynomgrade von allen untersuchten GNSS-Referenzstationen lassen sich aus Tabelle A.1 entnehmen. Dabei weisen ca. 85% der analysierten RSPs in mindestens einer Koordinatenkomponente einen Grad von $g > 1$ auf. Das Bewegungsverhalten der meisten GNSS-Referenzstationen ist also zeitabhängig und bleibt nicht konstant linear.



(a) *Residuen und detektierte Jahresgänge in den Lagekomponenten*



(b) *Periodogramme zur Verdeutlichung vorhandener Periodizitäten im Datenmaterial*

Abbildung 4.6: *LSSA für die Residuen der Referenzstation Rotenburg (0655)*

Nachdem für die Referenzstationen die signifikanten Polynomgrade in Gleichung 3.6 geschätzt wurden, gehen aus den Ausgleichungen die verbleibenden Residuen hervor. Diese Diskrepanzen zwischen Zeitpolynomen und Beobachtungen bilden die Datengrundlage zur Analyse periodischer Bewegungsanteile. Dazu wird die in Abschnitt 3.1.2 erläuterte LSSA eingesetzt, mit dessen Hilfe sich vorhandene Periodizitäten im Datenmaterial durch ein Periodogramm aufdecken lassen (Vaníček, 1969). Zur Erstellung des Diagramms werden zunächst die Periodenlängen λ_i im Bereich zwischen 2 und 70 Wochen mit einer Auflösung von $\Delta\lambda = 0,1$ Wochen abgetastet und die Kreisfrequenzen $\omega_i = 2\pi/\lambda_i$ gebildet. Danach lassen sich die zugehörigen Amplituden A_i und Phasenverschiebungen φ_i als Schwingungsparameter im GMM bestimmen. Die Gleichung 3.19 ergibt ergänzend den prozentualen Anteil der jeweiligen Schwingung am Gesamtsignal der zugrundeliegenden Residuenzeitreihe. Wenn sich die Periodendauer der Schwingung mit dem größten Signalanteil im Intervall zwischen 49 und 55 Wochen befindet, deutet dies auf einen Jahresgang in der Koordinatenzeitreihe hin. Dieses Verhalten der Referenzstationen lässt sich häufig auf die Temperaturunterschiede zwischen den Jahreszeiten zurückführen, da beispielsweise die Vermarkungsträger einer thermischen Expansion unterliegen (Wanninger u. a., 2009, S. 134 ff.). In dieser Arbeit werden daher nur plausible Jahresgänge als periodische Bewegungsanteile im kinematischen Modell 3.6 zugelassen. Der statistische Signifikanztest in Abschnitt 3.1.1 entscheidet schließlich mit einer Irrtumswahrscheinlichkeit von $\alpha = 1\%$, ob die detektierte Schwingung zur Verbesserung des Bewegungsmodells aufgenommen oder verworfen wird.

Abbildung 4.6 zeigt zur Verdeutlichung das exemplarische Ergebnis der LSSA für die Residuen der Referenzstation Rotenburg (0655). Die beiden Lagekoordinaten weisen in den Periodogrammen einen erhöhten Signalanteil im festgelegten Suchintervall (49-55 Wochen) auf, während in der Höhenkomponente keine dominante Schwingung erkennbar ist. Der statistische Signifikanztest bestätigt die detektierten Jahresgänge, sodass diese saisonalen Bewegungsanteile dem kinematischen Modell der Referenzstation Rotenburg hinzugefügt werden. In Teilabbildung 4.6a sind die Residuenzeitreihen zusammen mit den signifikanten Schwingungsfunktionen dargestellt, wodurch die vorhandenen Periodizitäten in den beiden Lagekoordinaten deutlich sichtbar werden. Die Höhe weist ebenfalls einen verbliebenen Signalanteil auf, der jedoch einem stochastischen Muster folgt und sich nicht durch eine harmonische Schwingung beschreiben lässt.

In Tabelle A.1 sind die geschätzten Amplituden und Periodenlängen für alle untersuchten GNSS-Referenzstationen aufgelistet. Dabei zeigt sich, dass die RSPs in den Lagekoordinaten und der ellipsoidischen Höhe zu ca. 98% bzw. 72% einen signifikanten Jahresgang aufweisen. Es enthalten also fast alle analysierten Koordinatenzeitreihen einen saisonalen Bewegungsanteil, wobei für die Höhe weniger Schwingungen als für die Lage detektiert werden.

Das kinematische Bewegungsmodell der exemplarischen Referenzstaton Rotenburg (0655) setzt sich aus einem Zeitpolynom, einem Offset zur Berücksichtigung des Antennenwechsel und den Jahresgängen der Lagekomponenten zusammen. In den Ausgleichungen zur Bestimmung der Bewegungsparameter ergeben sich die einzelnen a posteriori Standardabweichungen[3] zu $\hat{\sigma}_{0,East} = 0,43$ mm, $\hat{\sigma}_{0,North} = 0,48$ mm und $\hat{\sigma}_{0,h} = 1,27$ mm. Die geschätzten Präzisionsangaben der Zeitreihenanalyse sind konsistent mit den berechneten Standardabweichungen aus der Ausreißerfilterung (siehe Abschnitt 4.1.3). Da die Satellitengeometrie des Beobachtungssystems eine höhere Messunsicherheit in der Vertikalkomponente verursachst, unterscheiden sich die geschätzten Präzisionen in Lage und Höhe. Zur Vollständigkeit sind in Tabelle A.1 von allen analysierten Referenzstationen die geschätzten a posteriori Standardabweichungen aus den Ausgleichungen zur Bestimmung der Bewegungsmodelle zu finden.

Abbildung 4.7 zeigt für die Referenzstation Rotenburg (0655) das vollständige Bewegungsmodell, wobei zusätzlich ein Konfidenzintervall als Präzisionsangabe für den approximierten Bewegungsverlauf dargestellt ist. Die wahren Modellwerte liegen also mit einer Wahrscheinlichkeit von 99% in dem angegebenen Vertrauensbereich, welcher mit der Block-Bootstrapping-Methode bestimmt wird (siehe Abschnitt 3.5.3). Dieses rechenintensive Simulationsverfahren findet Anwendung, da das vereinfachte stochastische Modell durch Vernachlässigung vorhandener Korrelationen in der Ausgleichung zu unrealistisch kleinen Standardabweichungen der Bewegungsparameter führt (vgl. Fuhrmann, 2016, S. 106). Um die Präzision des approximierten Bewegungsverlaufs abschätzen zu können, werden insgesamt $b = 2000$ Modellsimulationen durchgeführt. Dazu erfolgt eine Segmentierung der n Abweichungen zwischen Bewegungsmodell und Beobachtungen, sodass in einem Block $n/10$ zeitlich zusammenhängende Residuen enthalten sind. Anschließend werden 10 Residuen-

[3] Die a posteriori Standardabweichung $\hat{\sigma}_0$ besitzt per Definition keine Einheit. Da im stochastischen Modell eine Einheitsmatrix angesetzt wurde, kann $\hat{\sigma}_0$ jedoch als Präzisionsmaß einer Beobachtung interpretiert werden.

Blöcke zufällig gezogen und auf die Schätzwerte des kinematischen Bewegungsmodells addiert, wodurch ein Trainingsdatensatz für die Modellsimulation entsteht. Durch die Blockbildung bleiben vorhandene Autokorrelationen der Koordinatenzeitreihen im Trainingsdatensatz erhalten, sodass sie in der Block-Bootstrapping-Methode berücksichtigt werden.

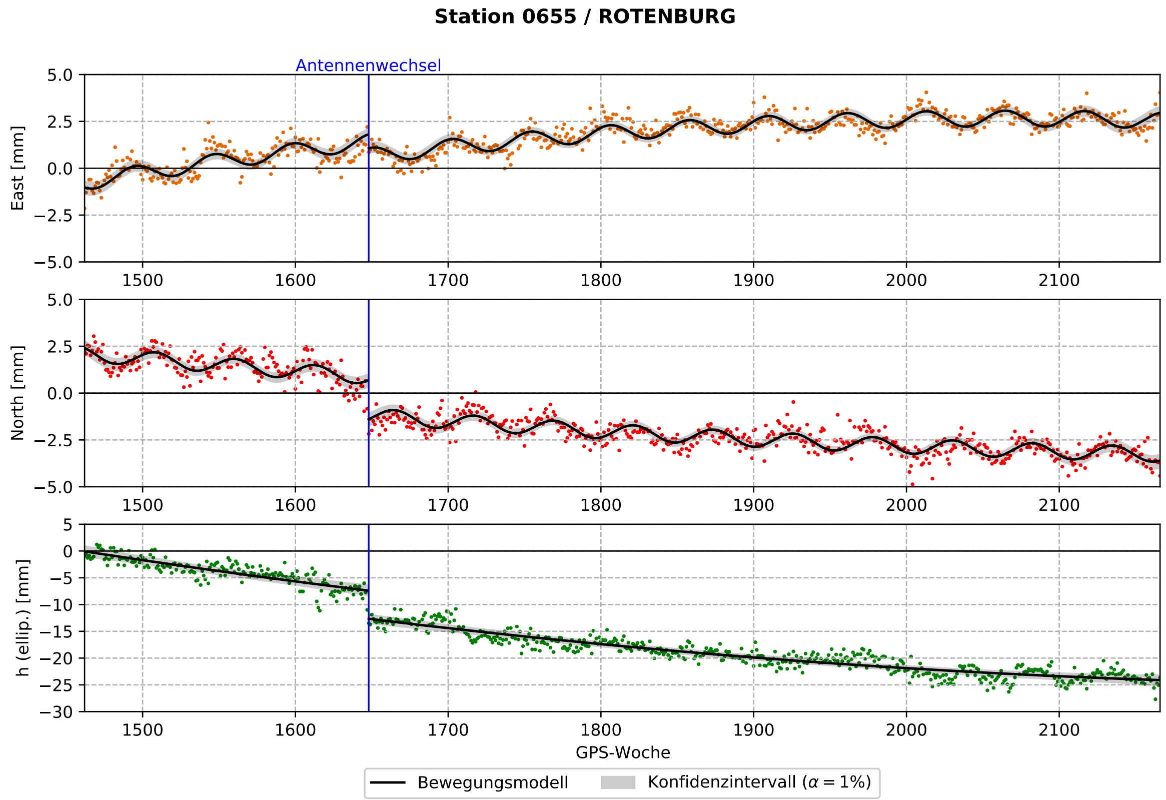
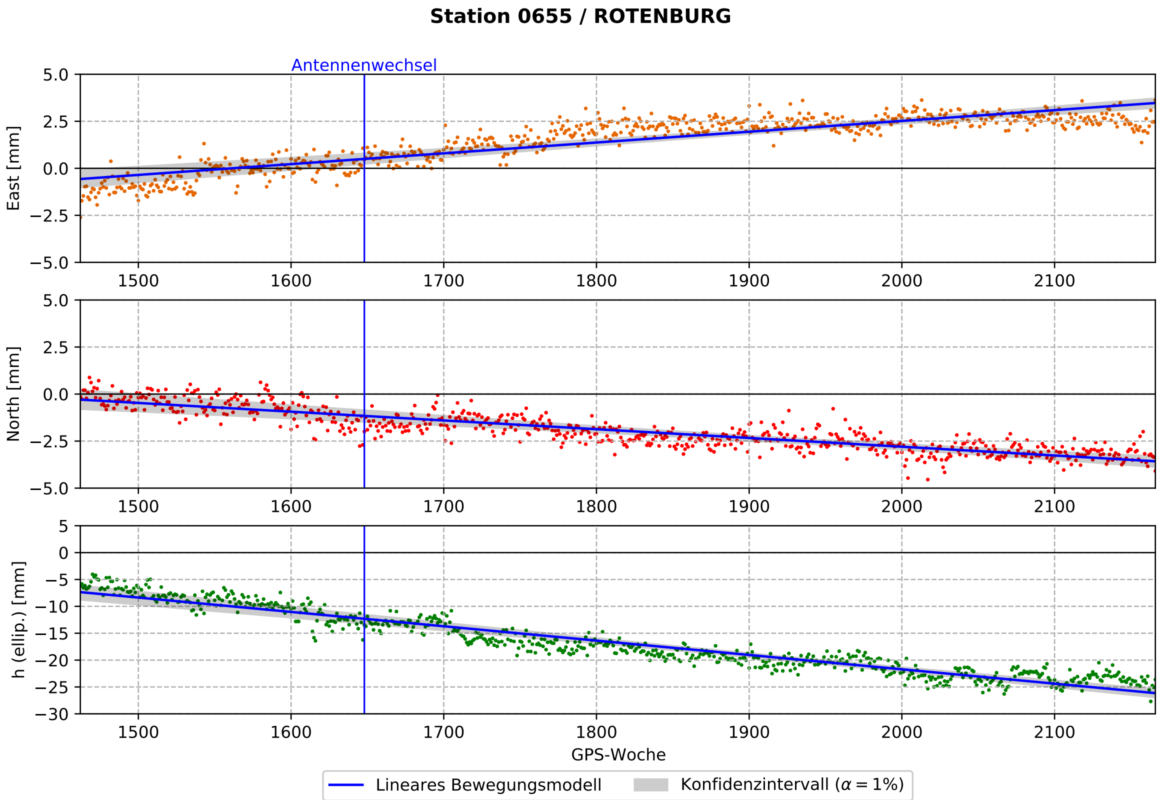


Abbildung 4.7: *Vollständiges Bewegungsmodell der Referenzstation Rotenburg (0655)*

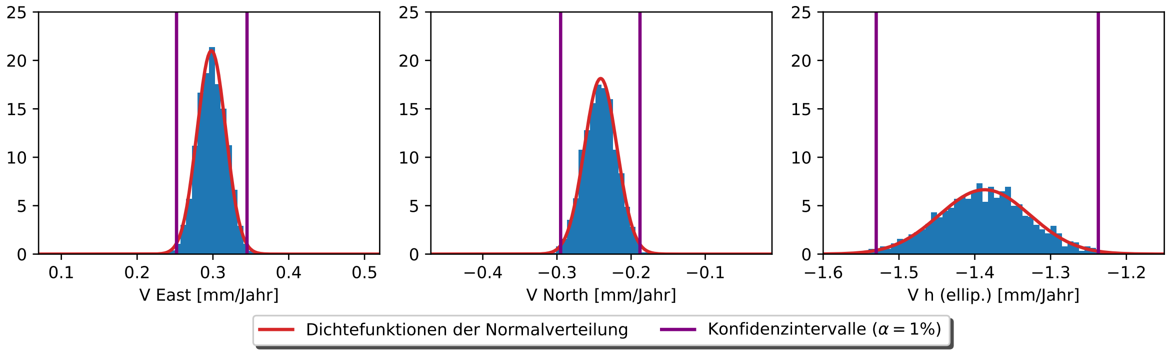
4.1.5 Berechnung von 3D-Geschwindigkeiten

In den Koordinatenzeitreihen der GNSS-Referenzstationen überlagern sich Veränderungen der Erdoberfläche mit stationsabhängigen Einflüssen, wie z.B. Antennenwechsel und Gebäudebewegungen. Um eine plausible 3D-Geschwindigkeit für einen RSP ableiten zu können, sind zunächst die letzteren „scheinbaren“ Positionsänderungen von den tatsächlich ablaufende Bodenbewegungen zu trennen. Dazu wird auf das kinematische Bewegungsmodell aus der Zeitreihenanalyse zurückgegriffen (siehe Abschnitt 4.1.4). Indem die geschätzten Offsets und periodischen Jahresgänge als stationsabhängige Einflüsse von den Koordinatenlösungen abgezogen werden, verbleiben in den Zeitreihen die Bewegungen der Erdoberfläche. Zur Verdeutlichung zeigt Abbildung 4.8a die auf diese Weise bereinigte Koordinatenzeitreihe der exemplarischen Referenzstation Rotenburg (0655). Durch die vorgenommene Reduzierung ist weder ein Zeitreihensprung zum Zeitpunkt des Antennenwechsels noch ein saisonales Signal erkennbar, sodass sich die kontinuierlichen Bodenbewegungen in den Koordinatenlösungen abzeichnen.

Das Ziel besteht nun in der Berechnung linearer Geschwindigkeiten für die GNSS-Referenzstationen. Dabei ergibt sich die Schwierigkeit, dass die Bewegungsverläufe von den meisten Referenzstationen höhergradige Zeitpolynome zur Approximation erfordern und somit Geschwindigkeitsänderungen aufweisen (siehe Abschnitt 4.1.4). Abhilfe schaffen die ersten Ableitungen der angesetzten Zeitpolynome, mit deren Hilfe sich lineare Bewegungsraten als Funktionswerte zu einem vorgegebenen Zeitpunkt ermitteln lassen. Um einen aussagekräftigen Vergleich mit Geschwindigkeiten auf Basis anderer Messverfahren anstellen zu können, müssen deren Beobachtungen jedoch einen ähnlichen Zeitbereich wie die Koordinatenzeitreihen der GNSS-Referenzstationen abdecken. Diese Voraussetzung wird häufig nicht erfüllt, wie beispielsweise die verfügbare Datengrundlage des Nivellement in Abschnitt 4.2.2 zeigt.



(a) *Bereinigte Koordinatenzeitreihe und lineares Bewegungsmodell*



(b) *Simulierte Verteilungen der geschätzten Geschwindigkeiten*

Abbildung 4.8: *Regressionsanalyse der Referenzstation Rotenburg (0655)*

Anstelle einer Geschwindigkeit zu einem bestimmten Zeitpunkt wird daher in dieser Arbeit ein langfristiger Bewegungstrend über den gesamten Beobachtungszeitraum der jeweiligen Referenzstation ermittelt. Dazu wird ein Zeitpolynom mit dem Grad $g = 1$ als lineares Bewegungsmodell angesetzt, wobei zur Ausgleichung der Polynomkoeffizienten die von stationsabhängigen Einflüssen bereinigten Koordinatenzeitreihen als Grundlage dienen. In Abbildung 4.8a sind die bestimmten Ausgleichsgeraden für die Zeitreihen der Referenzstation Rotenburg (0655) als Beispiel dargestellt. Aus den Steigungen dieser Geraden ergeben sich schließlich die geschätzten Geschwindigkeiten

$\hat{V}_{East} = 0,30$ mm/Jahr, $\hat{V}_{North} = -0,24$ mm/Jahr und $\hat{V}_h = -1,39$ mm/Jahr für die jeweiligen Koordinatenkomponenten.

Um die Präzision eines linearen Bewegungsmodells einer GNSS-Referenzstation beurteilen zu können, wird die Block-Bootstrapping-Methode angewendet (siehe Abschnitt 3.5.3). Zur Generierung der benötigten Trainingsdatensätze werden die Residuen aus der Zeitreihenanalyse herangezogen (siehe Abschnitt 4.1.4). Durch Addition der Schätzwerte des vollständigen Bewegungsmodells mit 10 zufällig gezogenen Residuen-Blöcken ergibt sich eine simulierte Koordinatenzeitreihe. Auf diese Weise variieren in den insgesamt 2000 durchgeführten Simulationen die Eingangsdaten der kinematischen Modellierung, die bereinigten Koordinatenzeitreihen und folglich auch die langfristigen linearen Bewegungstrends. In Abbildung 4.8b sind die unterschiedlichen Geschwindigkeiten aus den Modellsimulationen für die Referenzstation Rotenburg (0655) als Histogramme dargestellt. Es zeigt sich, dass die geschätzten Bewegungsraten der Normalverteilung folgen, deren Verteilungsparameter (Mittelwert und Varianz) aus den Gleichungen 3.84 und 3.85 hervorgehen. Hieraus ergeben sich für die Geschwindigkeiten der einzelnen Koordinatenkomponenten die Standardabweichungen von $\hat{\sigma}_{\hat{V},East} = 0,02$ mm/Jahr, $\hat{\sigma}_{\hat{V},North} = 0,02$ mm/Jahr und $\hat{\sigma}_{\hat{V},h} = 0,06$ mm/Jahr. In diesem Beispiel verursachen die simulierten Messunsicherheiten kaum Variationen in den Steigungen der überbestimmten Ausgleichsgeraden, sodass sich die linearen Bewegungstrends mit hoher Präzision berechnen lassen. Zur Vollständigkeit sind in Tabelle A.1 die abgeleiteten Geschwindigkeiten mit zugehörigen Standardabweichungen für alle analysierten GNSS-Referenzstationen aufgelistet.

Des Weiteren werden mit der Block-Bootstrapping-Methode die Konfidenzintervalle der linearen Bewegungsmodelle bestimmt, sodass ein Signifikantest der geschätzten Geschwindigkeiten erfolgen kann (siehe Abschnitt 3.5.3). Zur Berechnung der Vertrauensbereiche wird in dieser Arbeit eine Irrtumswahrscheinlichkeit von $\alpha = 1\%$ angesetzt. Wenn ein Konfidenzintervall nicht den Wert Null einschließt, wird für die geprüfte Referenzstation eine signifikante Bewegung angenommen. Zur Verdeutlichung sind in Abbildung 4.8b für die Referenzstation Rotenburg (0655) die ausgeglichenen Bewegungsraten mit den zugehörigen Vertrauensbereichen dargestellt. In keinem der gezeigten Intervalle ist der Wert Null enthalten, sodass die Station in allen drei Koordinatenkomponenten signifikante Bewegungen aufweist. Zudem sind in Abbildung 4.8a die berechneten Konfidenzintervalle für die Funktionswerte der Ausgleichsgeraden eingezeichnet. Die linearen Bewegungsmodelle aus den durchgeführten Simulationen variieren also zwischen den Ober- und Untergrenzen der dargestellten Unsicherheitsbänder. Anhand des gezeigten Beispiels wird deutlich, dass die Konfidenzintervalle in der Zeitreihenmitte am schmalsten sind und zum Anfang bzw. Ende der Messwerterfassung breiter werden. Dieses Verhalten ist auf die Wahl der Referenzepoche t_0 des kinematischen Bewegungsmodells zurückzuführen, welche als mittlere Beobachtungsepoche einer Zeitreihe festgelegt ist. Je weiter sich der approximierte Bewegungsverlauf von der Referenzepoche t_0 entfernt, desto mehr wirken sich Unsicherheiten in den Steigungen der Ausgleichsgeraden aus.

4.1.6 Interpretation und Wertung

Die 3D-Geschwindigkeiten der insgesamt 291 untersuchten GNSS-Referenzstation beziehen sich auf den Referenzrahmen ETRS89/DREF91 (Realisierung 2016) und werden in dieser Arbeit anhand von Übersichtsgrafiken interpretiert. Auf diese Weise lassen sich räumliche Zusammenhänge visuell detektieren und es wird ein Überblick über die Bewegungen innerhalb der Bundesrepublik Deutschland gegeben. Da die Referenzstationen untereinander einen durchschnittlichen Abstand von ca. 50 km aufweisen, lassen sich lediglich großräumige Deformationen der Erdoberfläche erfassen. Lokale Bodenbewegungen mit einer Ausdehnung von unter 100 km können nur durch einzelne Referenzstationen registriert werden, sodass deren räumliche Abgrenzung nicht möglich ist.

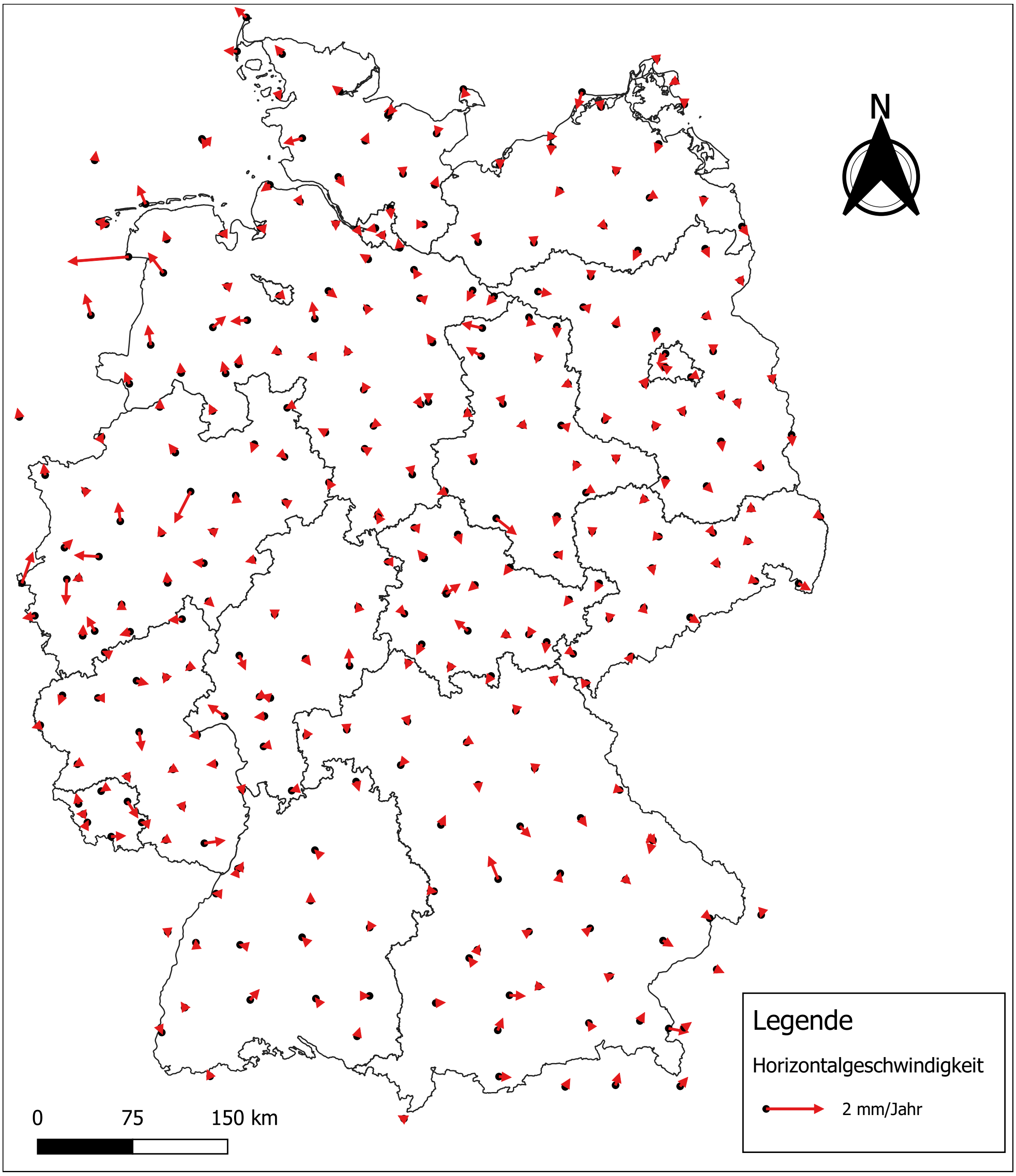


Abbildung 4.9: *Horizontalgeschwindigkeiten der analysierten GNSS-Referenzstationen*

Abbildung 4.9 stellt die abgeleiteten Horizontalgeschwindigkeiten der GNSS-Referenzstationen als Vektoren dar, die keinem erkennbaren Bewegungsmuster folgen. Die Beträge der Lageverschiebungen unterschreiten zu 89% einen Grenzwert von 0,5 mm/Jahr, sodass die RSPs mehrheitlich eine hohe Stabilität aufweisen. Nur einzelne Stationen lassen größere Bewegungen erkennen, die durch lokale Deformationen der Erdoberfläche oder Veränderungen des Vermarkungsträgers hervorgerufen werden. So wird für die Referenzstation Emden (0647) die maximale Horizontalgeschwindigkeit von 2,12 mm/Jahr in westliche Richtung berechnet, was auf die Auswirkung des angrenzenden Groninger Gasfeldes zurückzuführen ist (NAM, 2020; Brockmeyer, 2013). Obwohl anhand der gezeigten Vektoren kaum Lageverschiebungen erkennbar sind, können dennoch für insgesamt 81% der untersuchten RSPs signifikante Bewegungen mit einer Irrtumswahrscheinlichkeit von $\alpha = 1\%$ festgestellt werden (siehe Abbildung A.2). Die vielen detektierten Referenzstationen sind auf die verfügbaren langen Koordinatenzeitreihen zurückzuführen. Dadurch wird die präzise Ableitung von Geschwindigkeiten ermöglicht, sodass bereits kleinste Bewegungstrends als signifikant eingestuft werden.

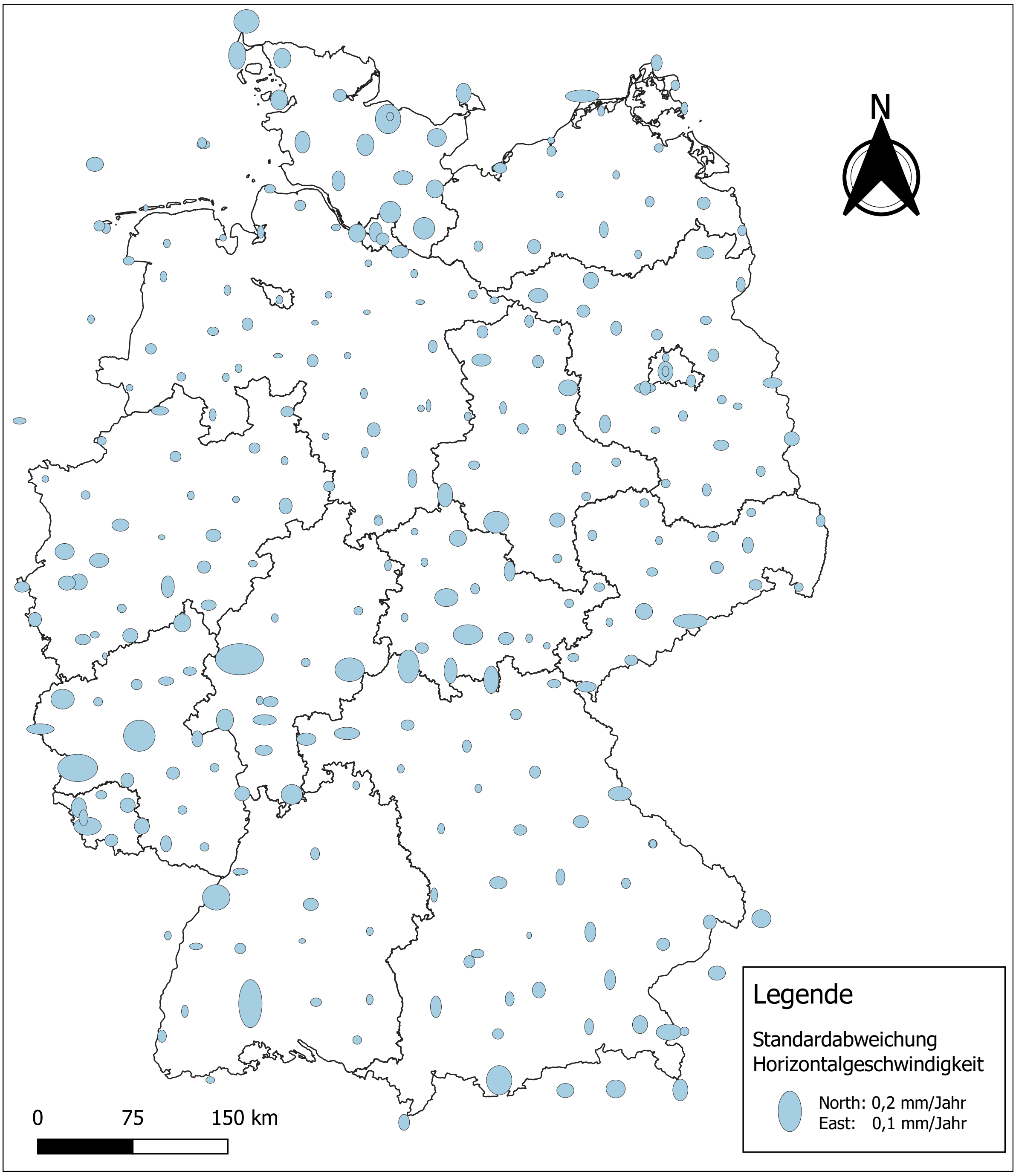


Abbildung 4.10: *Standardabweichungen von den Horizontalgeschwindigkeiten der analysierten GNSS-Referenzstationen*

Die mit der Block-Bootstrapping Methode bestimmten Standardabweichungen für die Horizontalgeschwindigkeiten sind in Abbildung 4.10 als Ellipsen dargestellt. Insgesamt zeigt sich bei der mittleren Standardabweichung von $\overline{\sigma}_{\hat{V},East} = \overline{\sigma}_{\hat{V},North} = 0,05$ mm/Jahr eine sehr hohe Präzision in den abgeleiteten Bewegungsraten der beiden Lagekomponenten. Die berechneten Genauigkeitsmaße sind im Wesentlichen abhängig von der Länge und Streuung einer Koordinatenzeitreihe. Die vereinzelten großen Ellipsen in Abbildung 4.10 sind also häufig durch verhältnismäßig kurze Beobachtungszeiträume begründet (vgl. auch Abbildung 4.2). Trotz GNSS-Reprocessing weisen die wöchentlichen Koordinatenlösungen in Schleswig-Holstein eine erhöhte Streuung auf, was zu auffällig hohen Unsicherheiten in den Horizontalgeschwindigkeiten führt.

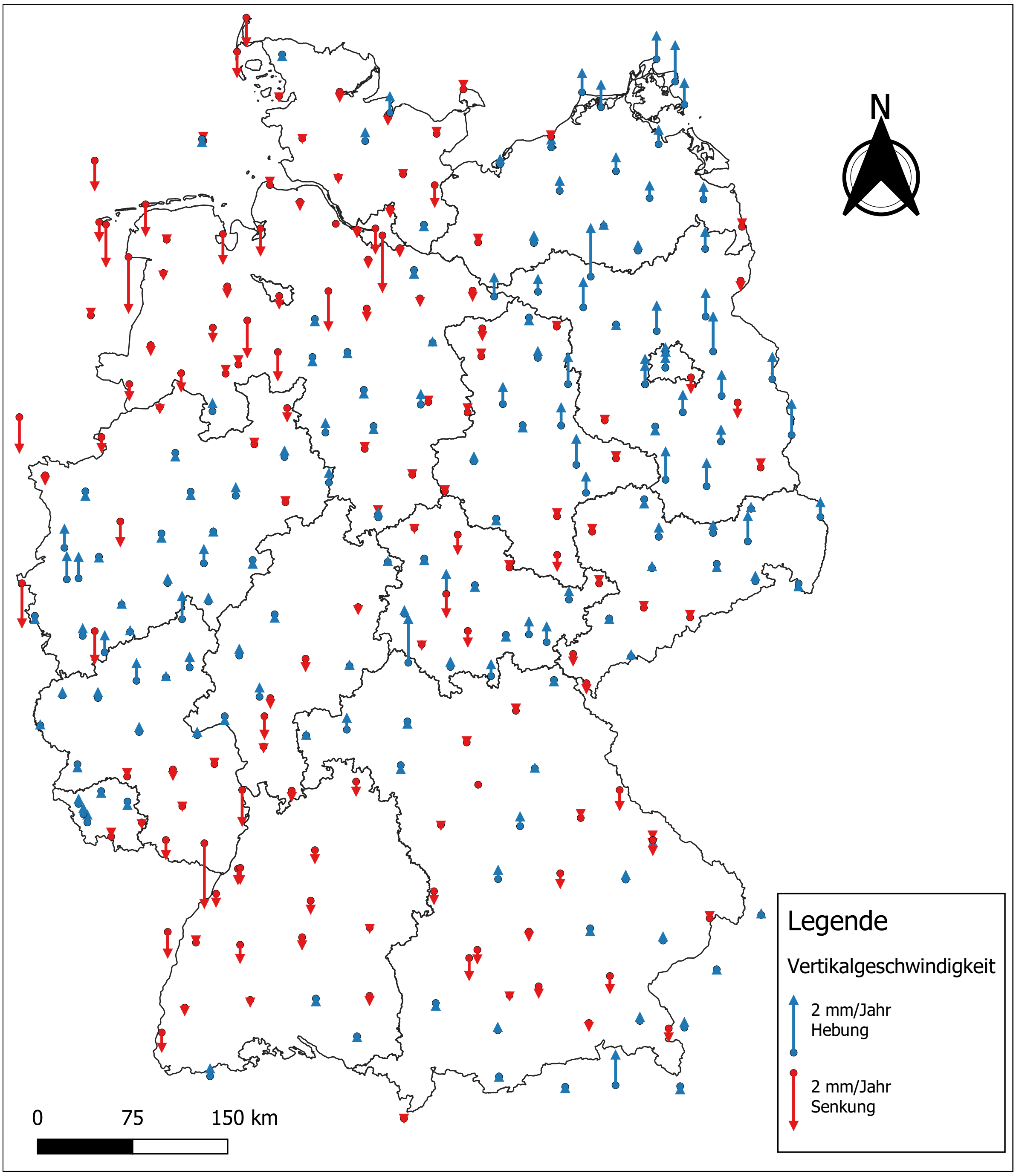


Abbildung 4.11: *Vertikalgeschwindigkeiten der analysierten GNSS-Referenzstationen*

Die Beträge der berechneten Vertikalgeschwindigkeiten liegen zu 65% unter dem Grenzwert von 0,5 mm/Jahr, wodurch die Referenzstationen ebenfalls eine beachtliche Höhenstabilität aufweisen. Dennoch sind in Abbildung 4.11 größere Vertikalbewegungen einzelner RSPs sichtbar, die beispielsweise durch lokale Bodenbewegungen verursacht werden. So wird die maximale Vertikalgeschwindigkeit von -2,27 mm/Jahr für die Referenzstation Landau 2 (0533) berechnet. Darüber hinaus zeigen sich auch systematische Höhenänderungen, die mit bekannten geogenen Bewegungsprozessen in Verbindung gebracht werden können. Die Hebungen in Mecklenburg-Vorpommern deuten beispielsweise auf die Ausläufer der fennoskandinavischen Landhebung hin (Vestøl u. a., 2019).

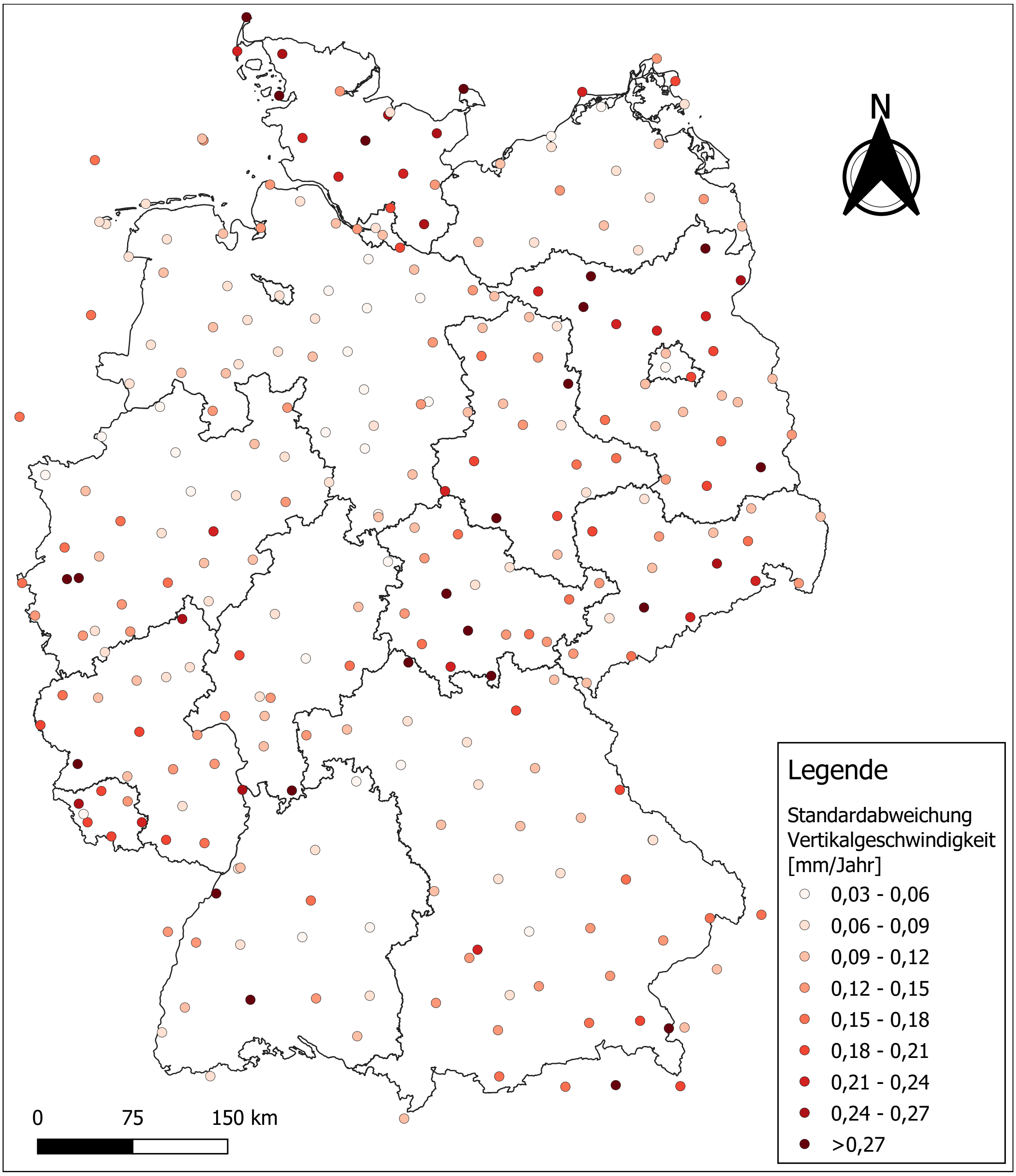


Abbildung 4.12: *Standardabweichungen von den Vertikalgeschwindigkeiten der analysierten GNSS-Referenzstationen*

Des Weiteren könnten mögliche Aktivitäten des Oberrheingrabens zu den Senkungen in Baden-Württemberg, Rheinland-Pfalz und Hessen führen (Fuhrmann, 2016; Zippelt, 1988). Obwohl in Kreemer u. a. (2020) deutliche Hebungen für den Bereich der Eifel erfasst wurden, geht dieser Bewegungsprozess nur ansatzweise aus den Daten der analysierten Referenzstationen hervor. Im Gegensatz dazu werden in dieser Arbeit großräumige Vertikalbewegungen in Brandenburg, Sachsen-Anhalt und Sachsen erfasst, die sich jedoch nicht durch bekannte geologische Prozesse erklären lassen. Auch wenn die Untersuchung von Piña-Valdés u. a. (2022) diese Bewegungstendenzen grundsätzlich bestätigt, können verbliebene Systematiken in den GNSS-Prozessierungen als Grund für die Höhenänderungen nicht ausgeschlossen werden. Weiterhin lassen sich in Abbildung 4.11 keine auffälligen Vertikalbewegungen im Bereich der Alpen erkennen. Dies führt bei der vorliegenden Datengrundlage zur Annahme, dass Süddeutschland nicht im Einflussbereich der vorhandenen Alpenhebung liegt (vgl. Sánchez u. a., 2018).

Der Signifikanztest ergibt mit einer Irrtumswahrscheinlichkeit von $\alpha = 1\%$, dass insgesamt 51% der untersuchten GNSS-Referenzstationen signifikante Vertikalgeschwindigkeiten aufweisen. Um räumliche Zusammenhänge besser erkennen zu können, zeigt Abbildung A.3 die Höhenänderungen der detektierten RSPs als Vektorgrafik. Die dargestellten Vektoren verdeutlichen, dass die zuvor beschriebenen großräumigen Bewegungsmuster als signifikant eingestuft werden. Damit sind die geschätzten Vertikalgeschwindigkeiten in diesen Clustern zu groß, um als zufällig gelten zu können. Auch in Niedersachsen werden z.T. größere Senkungen erfasst, die in der geologischen Bodenregion des Küstenholozäns oder im Beeinflussungsbereich von Bergbaugebieten auftreten (vgl. NIBIS® Kartenserver, 2021a,b).

Abbildung 4.12 zeigt farblich kodiert die mit der Block-Bootstrapping-Methode bestimmten Standardabweichungen der Vertikalgeschwindigkeiten. Die dargestellten Unsicherheiten betragen im Mittel $\overline{\sigma}_{\hat{V},h} = 0,15$ mm/Jahr, womit auch die Höhenänderungen der Referenzstationen präzise geschätzt werden. Dennoch unterscheiden sich die Standardabweichungen der Horizontal- und Vertikalgeschwindigkeiten durchschnittlich um den Faktor drei. Dabei wird die vergleichsweise erhöhte Unsicherheit in der Vertikalkomponente bekanntlich durch die Beobachtungsgeometrie der GNSS-Satelliten verursacht (Torge und Müller, 2012, S. 144). Die auffällig großen Standardabweichungen der Höhenänderungen in Abbildung 4.12 sind, wie auch bei der Horizontalkomponente, auf kurze oder stark streuende Koordinatenzeitreihen zurückzuführen (vgl. auch Abbildung 4.2).

4.2 Analyse von Nivellementdaten

Die Bewegungsanalyse von Höhenfestpunkten (HFP) basiert auf ein mehrfach beobachtetes Nivellementnetz. Dabei lässt sich jedem gemessenen Höhenunterschied zwischen zwei Festpunkten der zugehörige Erfassungszeitpunkt zuordnen. Um aus dieser Datengrundlage Vertikalbewegungen der Erdoberfläche ableiten zu können, existieren verschiedene Modellansätze, die in Holdahl (1978) kurz zusammengefasst werden. Konzeptionell wird dabei zwischen zwei Ausgleichungsmodellen unterschieden:

(a) **statische Höhenausgleichung**
In diesem klassischen Modellansatz werden die nivellierten Höhenunterschiede in einem eng begrenzten Zeitraum vereinfachend zu epochengleichen Beobachtungen zusammengefasst. Dadurch entsteht je Beobachtungsepoche ein zusammenhängendes Nivellementnetz, das zur Höhenbestimmung der enthaltenen HFP separat ausgeglichen wird. Die resultierenden Höhen aus unterschiedlichen Epochen werden anschließend für jeden HFP als Zeitreihe aufgetragen, sodass sich hieraus Vertikalbewegungen ableiten lassen. Dies erlaubt auch die Beschreibung eines unregelmäßigen Bewegungsvorgangs, ohne dass ein Konfigurationsdefekt im Nivellementnetz entsteht. Insbesondere bei anthropogenen Bodenbewegungsgebieten erweist sich diese Eigenschaft als Vorteil, da hier häufig zeitlich variierende Vertikalbewegungen auftreten (siehe auch Abschnitt 2.2.1). Dieses unregelmäßige Bewegungsverhalten lässt sich z.B. in Bergbaugebieten auf jährlich unterschiedliche Förderungsvolumen der Lagerstätten zurückführen. In Halsig u. a. (2013) ist eine exemplarische Auswertung zur Erfassung von Bodenbewegungen unter Verwendung der statischen Höhenausgleichung zu finden.

(b) **kinematische Höhenausgleichung**
In dem kinematischen Ausgleichungsmodell wird der exakte Erfassungszeitpunkt von den nivellierten Höhenunterschieden berücksichtigt und ein Bewegungsmodell für jeden HFP eingeführt. Um die unbekannten Höhen und Bewegungsparameter zu bestimmen, gehen die verfügbaren Beobachtungen in eine gemeinsame Ausgleichung ein. Dadurch lassen sich Vertikalbewegungen auch für Nivellementnetze ableiten, die über größere Zeiträume realisiert wurden. Diese Möglichkeit ist besonders bei großräumigen Netzen von Vorteil, da eine vollständige Netzmessung oft Jahre oder Jahrzehnte in Anspruch nimmt. So wurden von Fuhrmann u. a. (2014b,a) beispielsweise die Vertikalbewegungen im Bereich des Oberrheingrabens unter Verwendung der kinematischen Höhenausgleichung berechnet.

In dieser Arbeit erstreckt sich das Untersuchungsgebiet über die gesamte niedersächsische Landesfläche. Die beobachteten Höhenunterschiede auf den Haupt- und Verdichtungslinien des großräumigen DHHN dienen dabei als Datengrundlage. Eine Messkampagne zur vollständigen Beobachtung des Netzes dauert mehrere Jahre. So wurden z.B. die Wiederholungsmessungen des AdV-Projektes zur Erneuerung des DHHN zwischen den Jahren 2004 bis 2013 durchgeführt (AdV, 2018). Im statischen Modellansatz werden alle erfassten Höhenunterschiede in diesem Zeitraum gemeinsam ausgeglichen und die exakten Messungszeitpunkte vernachlässigt, sodass sich für jeden HFP im Nivellementnetz eine Höhe bestimmen lässt. Tatsächlich ablaufende Bodenbewegungen während einer Beobachtungsepoche bleiben durch diese Vereinfachung jedoch unberücksichtigt und können die Höhenbestimmung verfälschen (Leonhard, 1988, S. 14 ff.). Der Höhenvergleich zwischen unterschiedlichen Epochen ist also mit systematischen Einflüssen behaftet, wodurch die statische Höhenausgleichung nicht zur großräumigen Erfassung von Bodenbewegungen geeignet ist. Zudem werden in dem statischen Modellansatz zwangsläufig die Wiederholungsmessungen einzelner Netzteile vernachlässigt, die sich nicht den Beobachtungsepochen des DHHN zuordnen lassen. Daher wird in dieser Arbeit der kinematische Modellansatz zur Ableitung von Vertikalbewegungen verwendet. Diese Methode berücksichtigt den genauen Erfassungszeitpunkt eines Höhenunterschieds und kann dadurch auf das räumlich und zeitlich heterogen gemessene Nivellementnetz angewandt werden.

4.2.1 Modellansatz der kinematischen Höhenausgleichung

Das Ziel der kinematischen Höhenausgleichung besteht darin, die vorhandenen Vertikalbewegungen der Erdoberfläche im Bereich eines Nivellementnetzes so detailliert wie möglich abzuleiten. Um diese Zielsetzung zu erreichen, wird für jeden beobachteten HFP ein individuelles Bewegungsmodell eingeführt (siehe Abschnitt 3.1). Zur optimalen Beschreibung des Bewegungsverhaltens können dabei grundsätzlich alle Parameter aus dem kinematischen Modell 3.6 verwendet werden. Die verfügbare Datengrundlage ist jedoch wegen des aufwendigen Messverfahrens häufig begrenzt, sodass lediglich vereinfachte Modellansätze in der Ausgleichung lösbar sind. Daher reduzieren sich die nachfolgenden Ausführungen auf ein lineares Bewegungsverhalten der HFPs, was zur Beobachtungsgleichung (nach Schlatter, 2013, S. 14):

$$\Delta h_i + v_i = H_k + V_k \Delta t_i - H_j - V_j \Delta t_i \qquad \text{mit: } \Delta t_i = t_i - t_0 \tag{4.7}$$

führt. In diesem funktionalen Modell gilt:

Δh_i	Gemessener Höhenunterschied zwischen HFP j und k zum Zeitpunkt t_i
v_i	Verbesserung des gemessenen Höhenunterschieds
H_j, H_k	Unbekannte Höhen der HFP j und k zur Referenzepoche t_0
V_j, V_k	Unbekannte Geschwindigkeiten der HFP j und k
t_0	Referenzepoche, auf die sich die Höhen der HFP beziehen
t_i	Erfassungszeitpunkt des Höhenunterschieds Δh_i

Obwohl es sich bei der Gleichung 4.7 um ein lineares Modell handelt, werden in der üblichen Praxis dennoch Näherungswerte für die unbekannten Parameter eingeführt (Zippelt, 1988, S. 29 ff.; Leonhard, 1988, S. 48 ff.):

$$H_j = H_j^{(0)} + \Delta H_j \qquad V_j = V_j^{(0)} + \Delta V_j \qquad H_k = H_k^{(0)} + \Delta H_k \qquad V_k = V_k^{(0)} + \Delta V_k \tag{4.8}$$

mit:

$$V_j^{(0)} = 0 \qquad\qquad V_k^{(0)} = 0 \tag{4.9}$$

Unter Verwendung von näherungsweise bekannten Höhen $H_j^{(0)}, H_k^{(0)}$ aus vorherigen Auswertungen und den Geschwindigkeiten $V_j^{(0)}, V_k^{(0)}$ reduziert sich Beobachtungsgleichung 4.7 zu:

$$l_i + v_i = \Delta H_k + \Delta V_k \Delta t_i - \Delta H_j - \Delta V_j \Delta t_i \tag{4.10}$$

wobei:

$$l_i = \Delta h_i - (H_k^{(0)} + V_k^{(0)} \Delta t_i - H_j^{(0)} - V_j^{(0)} \Delta t_i) \tag{4.11}$$

Die Gleichung 4.10 bildet die Grundlage für eine Ausgleichung nach dem GMM, womit die unbekannten Parameter $\Delta H_j, \Delta V_j, \Delta H_k, \Delta V_k$ als Zuschläge auf die Näherungswerte bestimmt werden (siehe auch Abschnitt 2.6.2). Dabei ergibt sich das funktionale Modell zu:

$$\mathbf{l} + \mathbf{v} = \mathbf{A}\mathbf{x} \tag{4.12}$$

mit:

$$\mathbf{A}_i = \begin{array}{c} \begin{array}{ccccccccc} \frac{\partial l_i}{\partial \Delta H_1} & \frac{\partial l_i}{\partial \Delta V_1} & \cdots & \frac{\partial l_i}{\partial \Delta H_j} & \frac{\partial l_i}{\partial \Delta V_j} & \frac{\partial l_i}{\partial \Delta H_k} & \frac{\partial l_i}{\partial \Delta V_k} & \cdots & \frac{\partial l_i}{\partial \Delta H_m} & \frac{\partial l_i}{\partial \Delta V_m} \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 & \cdots & -1 & -\Delta t_i & 1 & \Delta t_i & \cdots & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{array} \tag{4.13}$$

$$\mathbf{X}^{(0)} = \begin{bmatrix} H_1^{(0)} & V_1^{(0)} & \cdots & H_m^{(0)} & V_m^{(0)} \end{bmatrix}^T \tag{4.14}$$

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} \Delta H_1 & \Delta V_1 & \cdots & \Delta H_m & \Delta V_m \end{bmatrix}^T \tag{4.15}$$

$$\mathbf{X} = \mathbf{X}^{(0)} + \mathbf{x} = \begin{bmatrix} H_1 & V_1 & \cdots & H_m & V_m \end{bmatrix}^T \tag{4.16}$$

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} \Delta h_1 & \cdots & \Delta h_n \end{bmatrix}^T \tag{4.17}$$

$$\mathbf{l} = \mathbf{L} - \mathbf{A}\mathbf{X}^{(0)} = \begin{bmatrix} l_1 & \cdots & l_n \end{bmatrix}^T \tag{4.18}$$

In diesem Zusammenhang kennzeichnet $\mathbf{A}_i$ eine exemplarische Zeile der Designmatrix $\mathbf{A}$, welche die partiellen Ableitungen nach den unbekannten Parametern der Beobachtungsgleichung 4.10 enthält. Dabei wird die Anzahl der beobachteten HFPs und der gemessenen Höhenunterschiede mit m bzw. n angegeben.

Die gemessenen und gekürzten Höhenunterschiede im Vektor $\mathbf{L}$ bzw. $\mathbf{l}$ sind mit unvermeidbaren Messunsicherheiten behaftet, die sich aus zufälligen und systematischen Anteilen zusammensetzen. So können beispielsweise unzureichende Kalibrierungen der Nivellierlatten oder das Erdmagnetfeld zu systematisch beeinflussten Messwerterfassungen führen (Fuhrmann und Zippelt, 2013, S. 20 f.). Daher wird in der Parameterschätzung zur Berücksichtigung der Unsicherheiten die Kovarianzmatrix der Beobachtungen $\mathbf{\Sigma_{ll}}$ als stochastisches Modell eingeführt (siehe Abschnitt 2.6.2):

$$\mathbf{\Sigma_{ll}} = \sigma_0^2 \mathbf{Q_{ll}} \qquad\qquad \mathbf{P} = \mathbf{Q_{ll}}^{-1} \tag{4.19}$$

mit:

$$\mathbf{\Sigma_{ll}} = \mathrm{diag}(\sigma^2_{l_1}, ..., \sigma^2_{l_n}) \tag{4.20}$$

Da im Regelfall keine Informationen zu Korrelationen zwischen nivellierten Höhenunterschieden vorliegen, wird mit Gleichung 4.20 die Modellannahme von unabhängigen Beobachtungen getroffen. Demzufolge ist lediglich die Hauptdiagonale der Kovarianzmatrix $\mathbf{\Sigma_{ll}}$ mit den Varianzen der Beobachtungen $\sigma^2_{l_i}$ besetzt. Weiterführende aber nicht verwendete Ansätze zur Abschätzung räumlicher Korrelationen zwischen nivellierten Höhenunterschieden sind beispielsweise in Lucht (1983) zu finden. Um die Genauigkeit von einzelnen Messungen abschätzen zu können, werden z.B. in Zippelt (1988, S. 56 ff.) verschiedene stochastische Modellansätze vorgestellt. Wie sich jedoch in Untersuchungen von Fuhrmann und Zippelt (2013, S. 27 f.) herausstellte, hat die Modellierung von systematischen Messunsicherheiten keinen signifikanten Einfluss auf die Parameterschätzung. Daher reduziert sich die Varianz von Beobachtungen auf zufällige Abweichungen, was zu folgendem Zusammenhang führt (Zippelt, 1988, S. 57 ff.):

$$\sigma^2_{l_i} = \sigma^2_l s_i + 2\sigma^2_{ZH} \tag{4.21}$$

wobei:

σ^2_l	Auf einen Kilometer Messweg normierte Varianz
s_i	Messweg zwischen HFP j und k
σ^2_{ZH}	Varianz der zufälligen Höhenänderung eines HFP (Punktunruhe)

Demnach setzt sich die Varianz eines gemessen Höhenunterschieds $\sigma^2_{l_i}$ aus einem entfernungsabhängigen und einem konstanten Anteil zusammen. Die eingeführte Höhenänderung σ^2_{ZH} wird auch als Punktunruhe bezeichnet, womit sich zufällige Eigenbewegungen eines HFP beschreiben lassen (Zippelt, 1988, S. 57 f.; Leonhard, 1988, S. 80 f.). Als Ursachen können beispielsweise Grundwasserschwankungen, Temperaturänderungen (Messungen zu unterschiedliche Jahreszeiten) oder fehlerhafte Lattenaufstellungen genannt werden. Zur Vereinfachung wird für alle HFP eine vergleichbare Punktunruhe angenommen, wodurch mit dem Anfangs- und Endpunkt einer Nivellementstrecke σ^2_{ZH} doppelt in Gleichung 4.21 enthalten ist. Insbesondere gemessene Höhenunterschiede entlang sehr kurzer Messwege erhalten dadurch eine realistische Genauigkeitseinschätzung, da ohne zufälliger Höhenänderung ein streckenproportionaler Ansatz zu optimistische Varianzen liefern würde.

Um aus $\mathbf{\Sigma_{ll}}$ die Gewichtsmatrix $\mathbf{P}$ für die Ausgleichung abzuleiten, wird nach Gleichung 4.19 ein vorgezogener a priori Varianzfaktor σ^2_0 benötigt. In der Auswertung eines Nivellementnetzes wird für diesen Faktor üblicherweise eine normierte Grundgenauigkeit der Beobachtungen auf einen Kilometer Messweg angesetzt (Zippelt und Vatter, 2016, S. 37 ff.). Häufig erfolgt daher die Festlegung von σ^2_0 anhand eines durchschnittlichen Streckenwiderspruchs oder eines Schleifenschlussfehlers (Kahmen, 2006, S. 446 ff.).

Die beobachteten Höhenunterschiede Δh_i legen als relative Messgrößen lediglich die innere Geometrie eines Nivellementnetzes fest (Niemeier, 2008, S. 224 ff.). Dadurch sind jedoch keine Rückschlüsse auf das absolute Niveau der Höhen und Geschwindigkeiten möglich, sodass sich zunächst zwei freie Datumsparameter in der kinematischen Höhenausgleichung ergeben. In dieser Arbeit werden die beiden fehlenden Parameter zur eindeutigen Referenzierung eines Nivellementnetzes als

- Höhendatum und
- Geschwindigkeitsdatum

bezeichnet. Die Höhenfestpunkte könnten also im Bergland oder auf Meeresniveau liegen und zudem eine gemeinsame Vertikalbewegung aufweisen, ohne dass sich dies auf die innere Netzgeometrie auswirkt. Um dennoch Schätzwerte $\hat{\mathbf{x}}$ in einem übergeordneten Höhenbezugssystem ableiten zu können, sind ergänzende Informationen zum geodätischen Datum erforderlich. Diese Anforderung wird bereits durch Vorgabe einer bekannten Höhe und Geschwindigkeit eines beobachteten HFP erfüllt, sodass sich damit ein Nivellementnetz eindeutig referenzieren lässt. Eine ausführliche Beschreibung zur Datumsdefinition in der kinematischen Höhenausgleichung ist z.B. in Zippelt (1988, S. 34 ff.) zu finden.

Im Folgenden wird das geodätische Datum mit Hilfe der sogenannten weichen Lagerung auf das Nivellementnetz übertragen (Niemeier, 2008, S. 259 f.). Dazu werden die Höhen und Geschwindigkeiten von vorgegebenen Datumspunkten als zusätzliche Beobachtungen im GMM aufgenommen. Wenn beispielsweise die beiden HFP j und k zur Definition der freien Datumsparameter ausgewählt werden, erweitern sich die Designmatrix $\mathbf{A}$ und der verkürzte Beobachtungsvektor $\mathbf{l}$ zu:

$$\mathbf{A} = \begin{array}{c} \begin{array}{cccccccccc} \frac{\partial l_i}{\partial \Delta H_1} & \frac{\partial l_i}{\partial \Delta V_1} & \cdots & \frac{\partial l_i}{\partial \Delta H_j} & \frac{\partial l_i}{\partial \Delta V_j} & \frac{\partial l_i}{\partial \Delta H_k} & \frac{\partial l_i}{\partial \Delta V_k} & \cdots & \frac{\partial l_i}{\partial \Delta H_m} & \frac{\partial l_i}{\partial \Delta V_m} \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 & \cdots & -1 & -\Delta t_i & 1 & \Delta t_i & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{array} \tag{4.22}$$

$$\mathbf{l} = \begin{bmatrix} l_1 & \cdots & l_n & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T \tag{4.23}$$

Dadurch werden die Unbekannten $\Delta H_j, \Delta V_j, \Delta H_k, \Delta V_k$ als fingierte Beobachtungen mit dem Wert Null im funktionalen Modell integriert. Es wird also angenommen, dass die eingeführten Näherungswerte der HFP j und k keine Zuschläge in der Parameterschätzung erhalten, wodurch sie die Höhenlage und das Niveau der Geschwindigkeiten des Nivellementnetzes festlegen. Die verwendeten Näherungswerte können jedoch nicht als fehlerfrei betrachtet werden, sodass eine zusätzliche Ergänzung des stochastischen Modells mit zugehörigen Genauigkeitsinformationen erforderlich ist:

$$\mathbf{\Sigma_{ll}} = \mathrm{diag}(\sigma^2_{l_1}, ..., \sigma^2_{l_n}, \sigma^2_{\Delta H_j}, \sigma^2_{\Delta V_j}, \sigma^2_{\Delta H_k}, \sigma^2_{\Delta V_k}) \tag{4.24}$$

Wie anhand dieser Kovarianzmatrix ersichtlich, werden keine Korrelationen zwischen den Höhen und Geschwindigkeiten der Datumspunkte untereinander sowie zu den beobachteten Höhenunterschieden angenommen. Somit ist lediglich die Hauptdiagonale von $\mathbf{\Sigma_{ll}}$ mit entsprechenden Varianzen besetzt. Dabei lässt sich der Einfluss der Datumspunkte auf die innere Netzgeometrie über die Beobachtungsgenauigkeiten $\sigma^2_{\Delta H_j}, \sigma^2_{\Delta V_j}, \sigma^2_{\Delta H_k}, \sigma^2_{\Delta V_k}$ steuern (Niemeier, 2008, S. 260). Je kleiner diese Varianzen, desto mehr passt sich das Nivellementnetz den vorgegebenen Höhen und Geschwindigkeiten an.

Das funktionale und stochastische Modell in Gleichung 4.22 bis 4.24 bilden die Grundlage zur Parameterschätzung nach der Methode der kleinsten Quadrate. Wie in Abschnitt 2.6.2 beschrieben, lassen sich mit diesem Verfahren die unbekannten Parameter in $\hat{\mathbf{x}}$, die zugehörige Kovarianzmatrix $\hat{\mathbf{\Sigma}}_{\hat{\mathbf{x}}\hat{\mathbf{x}}}$ und der a posteriori Varianzfaktor $\hat{\sigma}^2_0$ bestimmen. Mit Hilfe der resultierenden Genauigkeitsinformationen kann schließlich die geschätzte Geschwindigkeit eines HFP auf statistische Signifikanz geprüft werden (Zippelt und Vatter, 2016, S. 44 f.). Dazu wird mit der Nullhypothese H_0 angenommen, dass der zu prüfende HFP über den Beobachtungszeitraum stabil ist. Als Alternativhypothese H_A erfolgt hingegen die Annahme, dass der untersuchte HFP im Einflussbereich von Vertikalbewegungen der Erdoberfläche liegt und somit eine Geschwindigkeit aufweist. Um zu ermitteln welche von den beiden Hypothesen zutrifft, wird unter Verwendung des Bewegungsparameters $\hat{V}_j$ und der Standardabweichung $\hat{\sigma}_{\hat{V}_j}$ die t-verteilte Testgröße T_j gebildet (Caspary und Wichmann, 2007, S. 241 ff.):

$$H_0: \quad V_j = 0 \qquad\qquad H_A: \quad V_j \neq 0 \tag{4.25}$$

$$T_j = \frac{\hat{V}_j}{\hat{\sigma}_{\hat{V}_j}} \sim \ t_f \quad |H_0 \tag{4.26}$$

$$H_0 \text{ annehmen:} \quad t_{f,\frac{\alpha}{2}} \leq T_j \leq t_{f,1-\frac{\alpha}{2}} \tag{4.27}$$

$$H_0 \text{ verwerfen:} \quad T_j < t_{f,\frac{\alpha}{2}} \text{ oder } T_j > t_{f,1-\frac{\alpha}{2}} \tag{4.28}$$

Sollte T_j innerhalb der Quantile $t_{f,\frac{\alpha}{2}}$ und $t_{f,1-\frac{\alpha}{2}}$ der t-Verteilung liegen, so wird die Nullhypothese mit einer vorgegebenen Irrtumswahrscheinlichkeit α angenommen. Bei einer Testgröße außerhalb des Annahmebereiches wird ein HFP der Alternativhypothese zugeordnet, womit eine signifikante Vertikalbewegung vorliegt. Der benötigte Freiheitsgrad $f = n - u + b$ des GMM ergibt sich aus der Anzahl an gemessenen Höhenunterschieden n, den Beobachtungen zur Definition des geodätischen Datums b und den geschätzten Unbekannten u. Die beschriebene Testprozedur kann auf alle HFPs des ausgeglichenen Nivellementnetzes angewendet werden.

4.2.2 Datengrundlage

Als Datengrundlage zur Bestimmung von Vertikalbewegungen der Erdoberfläche liegen insgesamt 87.860 gemessene Höhenunterschiede auf den Haupt- und Verdichtungslinien des DHHN vor, die einen Zeitraum von 1925 bis 2021 abdecken. Jede Beobachtung wurde mittels Präzisionsnivellement erfasst, wobei sich die verwendeten Messinstrumente über die letzten 100 Jahre weiterentwickelten. So kamen in Niedersachsen bis zum Jahr 1971[4] ausschließlich Libellennivelliere zum Einsatz, die von Nivellieren mit einem eingebauten Kompensator zur vereinfachten Horizontierung abgelöst wurden (Kulle, 2018). Der Übergang zu den bis heute verwendeten Digitalnivellieren erfolgte schließlich ab 1993 (Lembrecht, 2022).

Die zur Verfügung stehenden Beobachtungen stammen aus vorherigen Auswertungen, in denen die originären Lattenablesungen an den Wechselpunkten entlang der Nivellementstrecken zusammengefasst wurden. Durch Anbringung instrumenteller Korrekturen erfolgte dabei eine Verbesserung der Rohmessungen, sodass beispielsweise Lattenkalibrierungen und ggf. die Einwirkung der Lufttemperatur auf die Messwerterfassung berücksichtigt wurden. Im Gegensatz dazu wird der Einfluss des Erdschwerfeldes auf die nivellierten Höhenunterschiede vernachlässigt, was sich nach Zippelt und Vatter (2016, S. 28 ff.) nur gering auf die zu bestimmenden Vertikalbewegungen der Höhenfestpunkte auswirkt. Zur Begründung sei die folgende Ausgangsüberlegung gegeben (Zippelt und Vatter, 2016, S. 28): Bei ähnlichen Messwegen werden nahezu die gleichen Schwerekorrekturen an die Beobachtungen aus verschiedenen Epochen angebracht. Das Erdschwerefeld verursacht also kaum zeitliche Änderungen zwischen den gemessenen Höhenunterschieden, sodass dieser Einfluss auf abgeleitete Vertikalbewegungen vernachlässigt werden kann.

Jedem gemessenen Höhenunterschied Δh_i wird zur kinematischen Höhenausgleichung der Erfassungszeitpunkt t_i und die Länge des Messweges s_i zugeordnet. Zudem werden alle beobachteten Höhenfestpunkte georeferenziert, sodass sich der Ortsbezug für die vorliegenden Messungen herstellen lässt. Die hierzu erforderlichen Koordinaten stammen vorrangig aus AFIS. Sollten historische Festpunkte jedoch nicht mehr im aktuellen amtlichen Nachweis geführt werden, dann wird auf die wiederhergestellte IKÜS-Datenbank zurückgegriffen (Wanninger u. a., 2009, S. 157 ff.). Fehlende oder nicht plausible Punktlagen erfordern eine aufwändige Digitalisierung, sodass Koordinaten von

[4] Am 03.12.1970 wurde von der niedersächsischen Landesvermessung das erste ZEISS Ni-1 beschafft (Kulle, 2018).

Festpunkten anhand historischer Einmessungsskizzen, Lagebeschreibungen, Straßenbezeichnungen und Linienverläufen rekonstruiert werden.

Die Abbildung 4.13 gibt eine Übersicht über das zur Verfügung stehende Nivellementnetz, das insgesamt 25.372 Höhenfestpunkte umfasst. In dieser Grafik wird eine Unterscheidung zwischen mehrfach und einfach beobachteten Festpunkten vorgenommen, wobei die Messungen innerhalb eines Jahres zu einer Beobachtungsepoche zusammenfasst werden. Für die ca. 58% blau dargestellten Punkte fehlen also Wiederholungsmessungen, sodass sich dafür keine Vertikalbewegungen berechnen lassen. Als Gründe für die fehlenden Mehrfachbestimmungen sind beispielsweise unterschiedliche strategische Ausrichtungen der niedersächsischen Landesvermessung, geänderte Linienverläufe oder beschädigte bzw. zerstörte Vermarkungsträger zu nennen. So wurde von der AdV (2004, Anlage 1, A 12-2.5.2) auf Grundlage einer Umfrage in den Ländern ein durchschnittlicher Verfall von 1% bis 3% pro Jahr für das deutsche Höhennetz abgeschätzt.

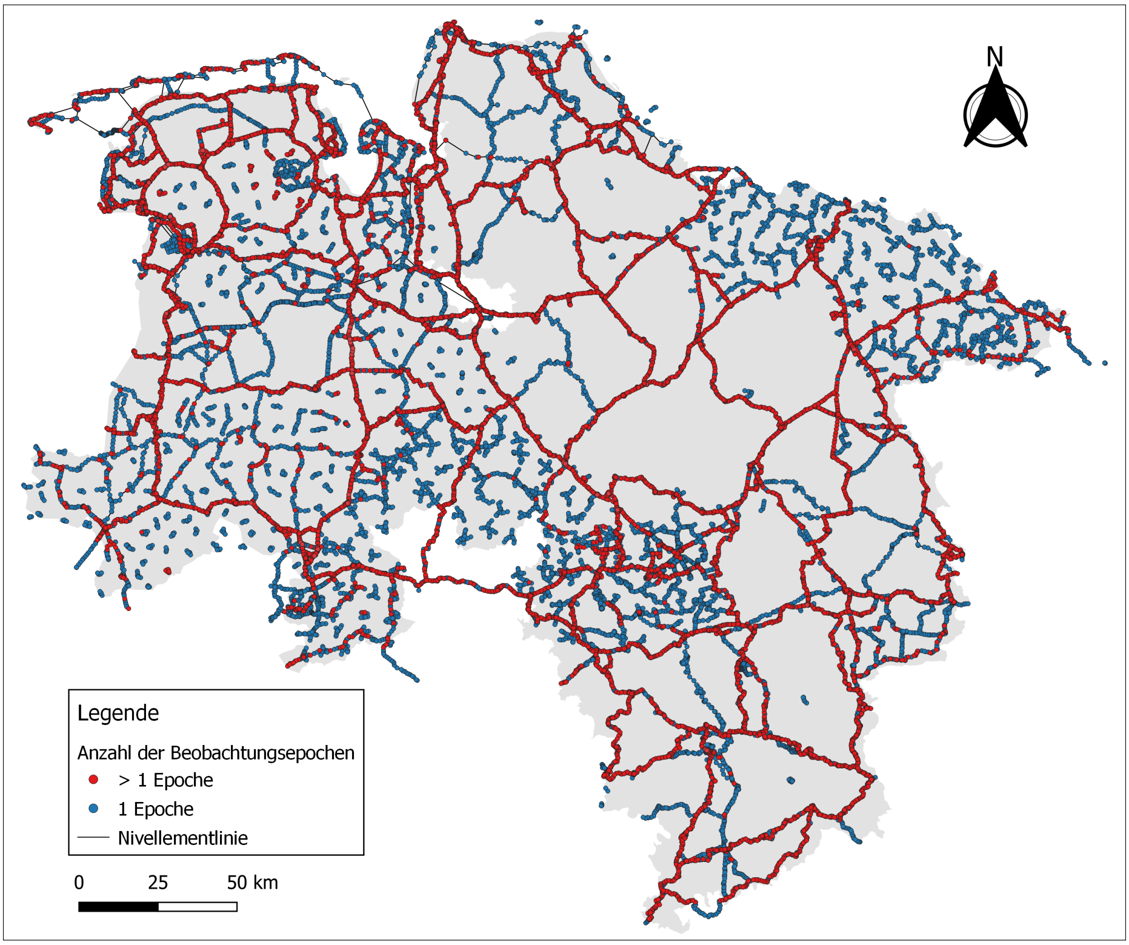


Abbildung 4.13: *Nivellementnetz als Datengrundlage zur Ableitung von Vertikalbewegungen*

Die zeitliche Verteilung der nivellierten Höhenunterschiede wird im Histogramm 4.14 dargestellt, worin die Beobachtungsepochen großräumiger Netzmessungen deutlich erkennbar und farblich gekennzeichnet sind. Die ältesten Messungen von 1925 bis 1932 wurden hauptsächlich zur Einrichtung des Nordseeküsten-Nivellements (NKN) durchgeführt, wobei die Linienverzeichnisse mit den ursprünglichen Beobachtungen und topographische Punkteinmessungen durch Kriegseinwirkung verloren gingen (AdV, 1960, S. 10). Erhalten geblieben ist lediglich eine Niederschrift des damaligen Reichsamtes für Landesaufnahme, worin beobachtete und ausgeglichene Höhenunterschiede zwischen Knotenpunkten, Schleifenwidersprüche, frei ausgeglichene Höhen sowie das zugehörige

Höhenverzeichnis dokumentiert sind (Reichsamt für Landesaufnahme, 1932). Anhand dieser Angaben ließen sich die Doppelmessungen des NKN I im Rahmen der Arbeit von Leonhard (1988, S. 119 f. und S. 147) wiederherstellen. Die rekonstruierten Beobachtungen wurden mit den zugehörigen Messungsjahren in der späteren IKÜS-Datenbank gespeichert und konnten hieraus für diese Arbeit übernommen werden (Wanninger u. a., 2009, S. 125 ff.).

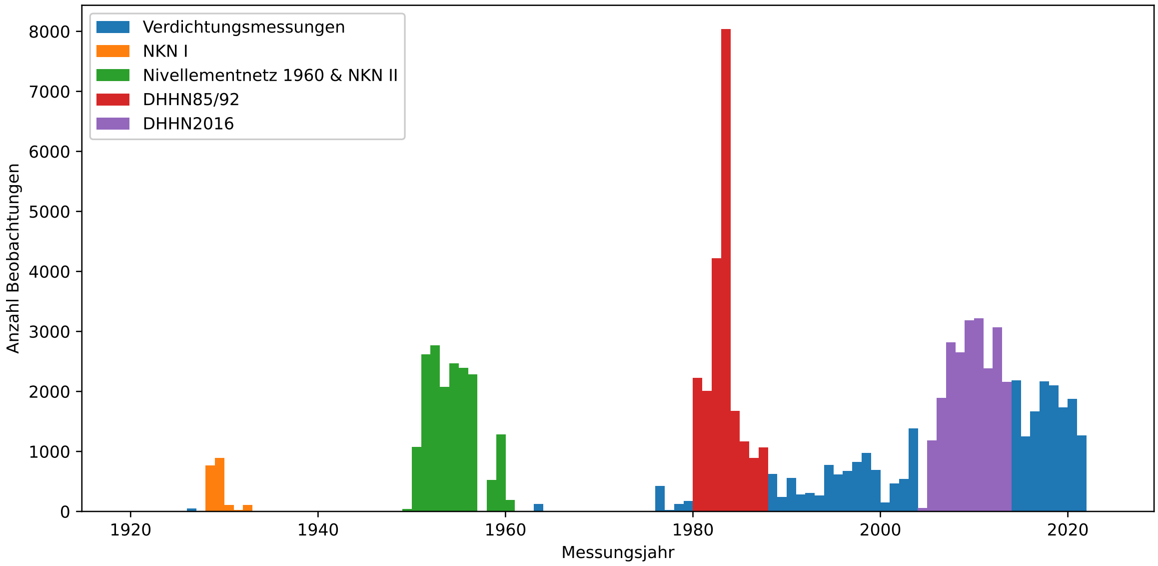


Abbildung 4.14: *Zeitliche Verteilung der nivellierten Höhenunterschiede*

Im Herbst 1949 begann die niedersächsische Landesvermessung neue Nivellementgruppen einzurichten, die mit der ersten Wiederholungsmessung des NKN und der Erneuerung des DHHN beauftragt wurden (AdV, 1960, S. 13). Bereits 1960 waren die Messungen auf den Linien 1. Ordnung abgeschlossen, sodass weitere Verdichtungsmessungen folgen konnten (AdV, 1975, Anhang III, S. 14 ff.). Die erfassten Beobachtungen gingen in das sogenannte Nivellementnetz 1960 ein, welches den einheitlichen Höhenbezug in dem damaligen West-Deutschland realisierte. Für die vorliegende Arbeit wurden ausgewählte Linienverzeichnisse aus den Jahren 1949 bis 1963 von der niedersächsischen Landesvermessung digitalisiert, sodass zur Analyse von Vertikalbewegungen nivellierte Einzelmessungen vorliegen. Das Messungsdatum einer Beobachtung wurde dabei auf die Monatsangabe gerundet.

Seit 1976 liegen in Niedersachsen sämtliche Einzelmessungen in digitaler Form vor und können grundsätzlich zur kinematischen Höhenausgleichung genutzt werden. Das Erfassungsdatum ist dabei auf den Tag genau dokumentiert. Neben verschiedenen Verdichtungsmessungen beinhalten diese Daten auch die Beobachtungen von bundesweiten Messkampagnen zur Erneuerung des DHHN. Somit sind z.B. die Wiederholungsmessungen zwischen den Jahren 1980 und 1987 verfügbar, die in die Realisierung des DHHN85/92 mündeten (AdV, 1993). Zudem kann auf die beobachteten Höhenunterschiede über den Zeitraum von 2004 bis 2013 zugegriffen werden, die als Grundlage für das aktuelle DHHN2016 dienten (AdV, 2018). In den beiden bundesweiten Messkampagnen wurden ebenfalls Linien des NKN-Netzes wiederholt beobachtet.

4.2.3 Datenaufbereitung

Die kinematische Höhenausgleichung in Abschnitt 4.2.1 setzt voraus, dass die gemessenen Höhenunterschiede ein zusammenhängendes Nivellementnetz bilden und alle zugehörigen HFPs wiederholt beobachtet wurden. Wie Abbildung 4.13 erkennen lässt, erfüllt die vorliegende Datengrundlage zunächst nicht die genannten Bedingungen. Dies hat in der gemeinsamen Ausgleichung aller verfügbaren Beobachtungen einen Konfigurationsdefekt zur Folge, sodass sich die unbekannten Bewegungsparameter der einzelnen HFPs nicht bestimmen lassen. Um dennoch Vertikalbewegungen der Erdoberfläche ableiten zu können, ist daher eine Netzanalyse und Aufbereitung des Datenmaterials erforderlich.

Im ersten Schritt der Datenaufbereitung werden die Beobachtungen des größten zusammenhängenden Teilnetzes aus dem Gesamtdatensatz herausgelöst und nach Kalenderjahren gruppiert. Die in einem Jahr gemessenen Höhenunterschiede bilden also jeweils eine Beobachtungsepoche. Sollten innerhalb einer Epoche mehrfache Einzelmessungen gleicher Messungsrichtung zwischen identischen HFPs vorliegen, so erfolgt eine Mittelbildung dieser Beobachtungen. Wie in der Nivellementauswertung allgemein üblich, werden anschließend die Hin- und Rückmessungen zu Doppelmessungen zusammengefasst und die zugehörigen Streckenwidersprüche zur Genauigkeitsbeurteilung gebildet:

$$\Delta h_i = \frac{\Delta h_{j,k}^{(i)} - \Delta h_{k,j}^{(i)}}{2} \qquad d_i = \frac{\Delta h_{j,k}^{(i)} + \Delta h_{k,j}^{(i)}}{2} \tag{4.29}$$

wobei:

Δh_i	Doppelmessung zwischen HFP j und k zum Zeitpunkt t_i
$\Delta h_{j,k}^{(i)}, \Delta h_{k,j}^{(i)}$	Hin- und Rückmessung zwischen HFP j und k zum Zeitpunkt t_i
d_i	Streckenwiderspruch zwischen den Einzelmessungen $\Delta h_{j,k}^{(i)}$ und $\Delta h_{k,j}^{(i)}$

Wenn sich die Erfassungszeitpunkte und Messwege der Hin- und Rückmessungen zwischen zwei HFPs unterscheiden, dann werden auch diese Angaben für die betreffende Doppelmessung gemittelt. Anhand der abgeleiteten Streckenwidersprüche d_i und den zugehörigen Messwegen s_i lässt sich schließlich für jede Beobachtungsepoche die auf 1 km Doppelnivellement normierte Standardabweichung abschätzen (Kahmen, 2006, S. 447):

$$\sigma_{\Delta h} = \sqrt{\frac{1}{4n} \sum_{i=1}^{n} \frac{d_i^2}{s_i}} \qquad \text{mit: } n = \text{Anzahl der Einzelmessungen pro Jahr} \tag{4.30}$$

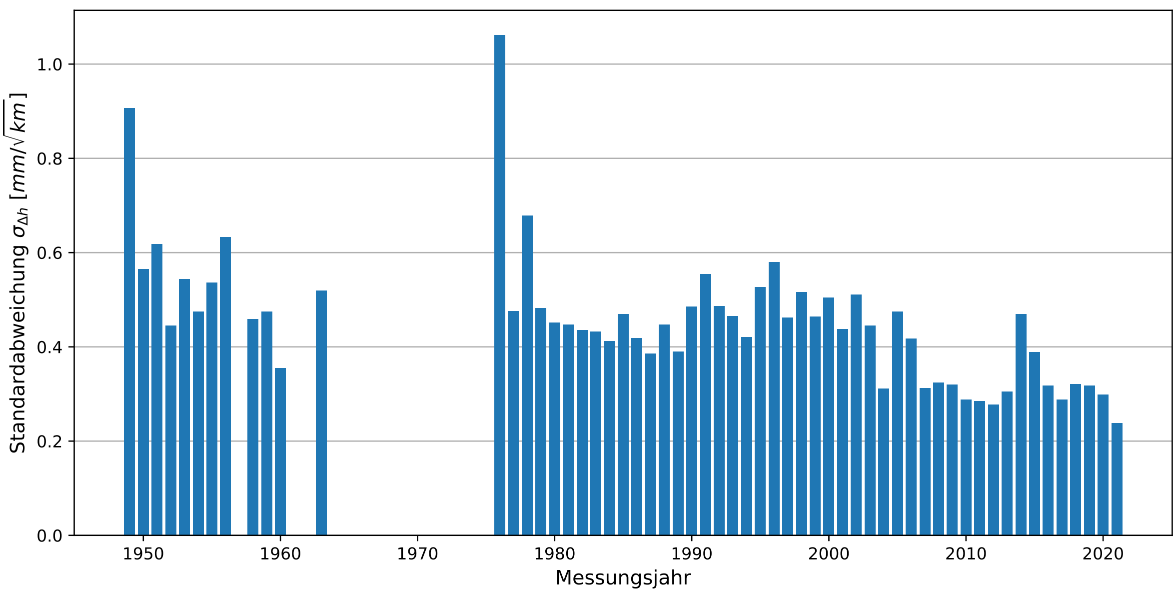


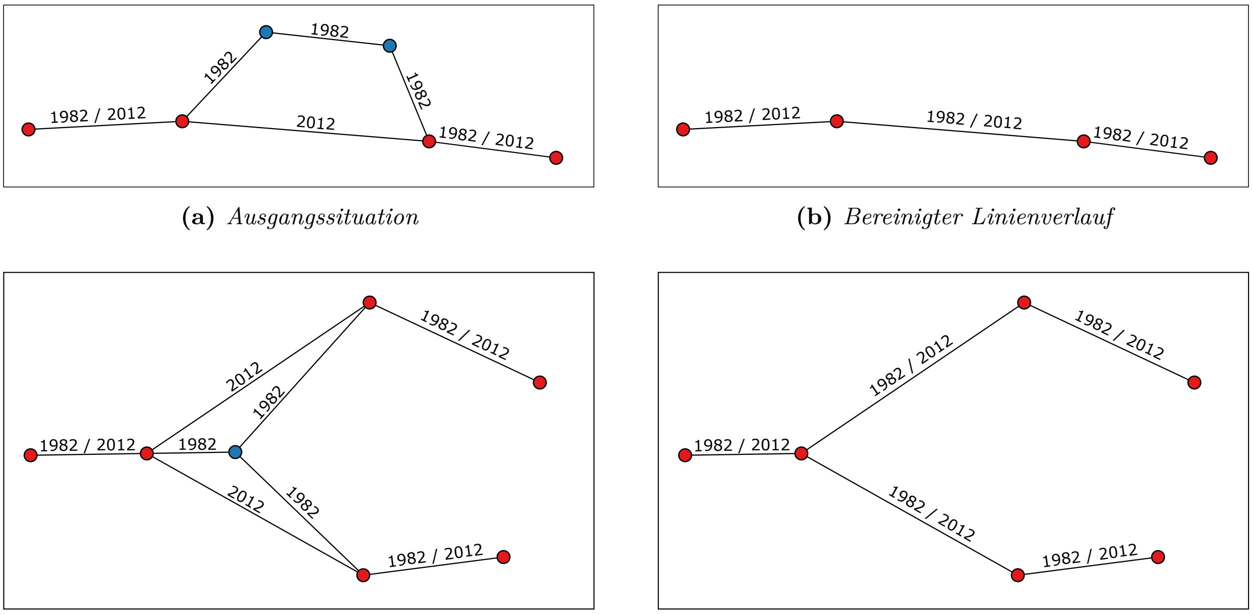
Abbildung 4.15: *Zeitliche Verteilung der Standardabweichungen des Doppelnivellements*

Abbildung 4.15 zeigt die zeitliche Verteilung der berechneten Standardabweichungen, wobei sich mit den Jahren tendenziell eine steigende Messpräzision abzeichnet. Für die Beobachtungen zwischen den Jahren 1925 und 1932 können keine Genauigkeitsangaben abgeleitet werden, da über diesen Zeitraum nur rekonstruierte Doppelmessungen vorliegen (siehe Abschnitt 4.2.2). Aus der Dokumentation des NKN I lässt sich jedoch $\sigma_{\Delta h}$ mit $0,35 \text{ mm}/\sqrt{\text{km}}$ entnehmen (Reichsamt für Landesaufnahme, 1932, S. 58 f.). Zur Vollständigkeit sind im Anhang A.2 die Messungsjahre mit den zugehörigen $\sigma_{\Delta h}$ aufgelistet. Sollten nun alle verfügbaren Streckenwidersprüche unabhängig vom Erfassungszeitpunkt in die Gleichung 4.30 eingehen, ergibt sich für die Doppelmessungen die mittlere Grundgenauigkeit von $\sigma_{\Delta h} = 0,41 \text{ mm}/\sqrt{\text{km}}$.

Obwohl alle vorliegenden Beobachtungen aus vorherigen Auswertungen stammen, werden zur Vermeidung grober Fehler die gemessenen Höhenunterschiede einer zusätzlichen Plausibilisierung unterzogen. Sofern verfügbar, dienen im Wesentlichen die folgenden Kenngrößen zur Prüfung der Messwerte:

- Streckenwiderspruch zwischen Hin- und Rückmessung,
- Differenz zwischen Doppelmessung und berechneten Höhenunterschied auf Basis bekannter Höhen aus dem amtlichen Nachweis und
- Differenz zwischen Messweg und gerechneter Strecke aus Koordinaten der HFPs.

Wenn sich in den automatisierten Kontrollen auffällige Diskrepanzen ergeben, dann erfolgt eine manuelle Überprüfung der betroffenen Messungselemente. Dazu werden beispielsweise originäre Linienverzeichnisse und Einmessungsskizzen von HFPs gesichtet, womit sich Digitalisierungsfehler und Punktverwechselungen korrigieren lassen.



(a) *Ausgangssituation* **(b)** *Bereinigter Linienverlauf*

(c) *Ausgangssituation* **(d)** *Bereinigter Linienverlauf*

Abbildung 4.16: *Zusammenfassung einfach gemessener Nivellementstrecken zwischen wiederholt beobachteten HFPs*

Nachdem die ausgewerteten Doppelmessungen ein zusammenhängendes Nivellementnetz bildeten, wurden die enthaltenen HFPs ohne Wiederholungsmessung entfernt. Die Prozedur beginnt mit der Entnahme von einfach beobachteten Linien, die nicht Teil einer geschlossenen Schleife und somit polar am Nivellementnetz angeschlossen sind. Danach werden verbliebene Festpunkte ohne Wiederholungsmessung als Wechselpunkte betrachtet und Nivellementstrecken zwischen mehrfach beobachteten HFPs zusammengefasst. Im Rahmen dieser Arbeit erfolgt eine automatisierte Bearbeitung von einfach gemessenen Festpunkten, an denen maximal drei Nivellementlinien zusammenlaufen. Sollten Knotenpunkte mit nur einer Beobachtungsepoche hingegen Teil von mehreren Nivellementstrecken sein, dann erfordert dies aufgrund entstehender Mehrdeutigkeiten eine manuelle Zusammenfassung der Messungselemente. Zur Verdeutlichung zeigt Abbildung 4.16 zwei Ausgangssituationen und die zugehörigen bereinigten Linienverläufe. In den dargestellten Beispielen sind die blau abgebildeten HFPs lediglich in der Beobachtungsepoche 1982 enthalten und werden daher zur Ableitung von Vertikalbewegungen aus dem Datensatz entfernt. Dabei wird zur Auflösung des einfach beobachteten Knotenpunktes in Abbildung 4.16c der kürzeste Linienabschnitt dupliziert und mit den längeren beiden Nivellementstrecken vereinigt.

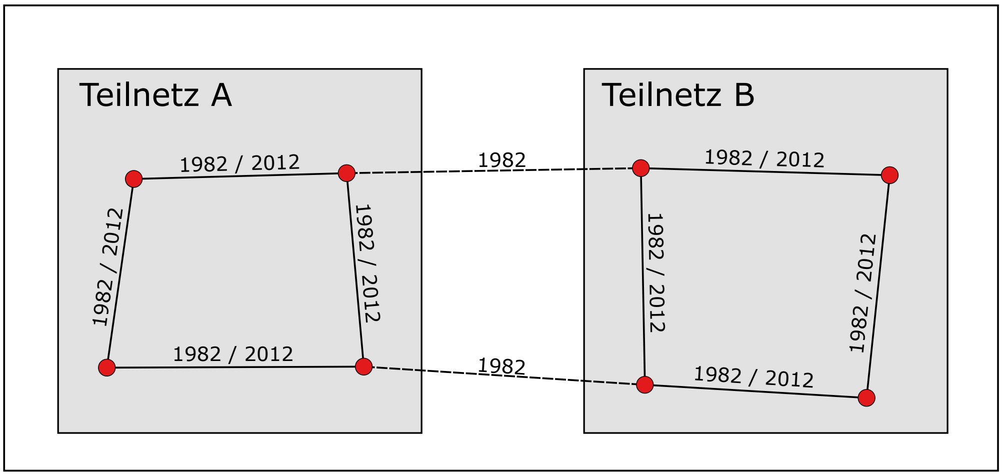


Abbildung 4.17: *Wiederholt beobachtetes Nivellementnetz mit Konfigurationsdefekt in der kinematischen Höhenausgleichung*

Auch wenn alle HFPs in einem Nivellementnetz wiederholt beobachtet wurden, kann in der kinematischen Höhenausgleichung dennoch ein Konfigurationdefekt durch einen nicht ausreichenden Netzverband entstehen (Leonhard, 1988, S. 53). Zur Erklärung sei das konstruierte Netz in Abbildung 4.17 gegeben, in dem alle Festpunkte in den Jahren 1982 und 2012 beobachtet wurden. Die Messungen bilden in diesem Beispiel die zwei Teilnetze A und B, welche nur durch zwei Nivellementstrecken aus dem Jahr 1982 verbunden sind. Diese Verbindungslinien reichen jedoch nicht aus, um das Niveau der Höhen und Geschwindigkeiten als geodätisches Datum von einem Teilnetz auf das andere zu übertragen. Die Teilnetze A und B können dadurch nur separat zur Bestimmung vertikaler Bewegungen genutzt werden, wobei die kinematische Höhenausgleichung des gesamten Nivellementnetzes grundsätzlich nicht möglich ist.

Im Rahmen dieser Arbeit wurde das von Leonhard (1988, S. 56 ff.) entwickelte Blockverfahren zur Lösbarkeitsanalyse eines wiederholt gemessenen Nivellementnetzes implementiert. Mit diesem Verfahren lassen sich die beobachteten HFPs den separat lösbaren Teilnetzen innerhalb des Gesamtdatensatzes zuordnen. Die gemessenen Höhenunterschiede des größten Beobachtungsblocks bilden schließlich die Datengrundlage zur kinematischen Höhenausgleichung. Auf Grundlage des verfügbaren Nivellementnetzes lassen sich somit vertikale Geschwindigkeiten von insgesamt 9.897 Festpunkten in Niedersachsen berechnen. Dieses Teilnetz umfasst 29.086 Doppelmessungen und ist in Abbildung 4.18 dargestellt. Anhand der farblichen Abstufungen werden die zeitlichen Abstände zwischen der ersten und letzten Beobachtungsepoche eines HFP verdeutlicht.

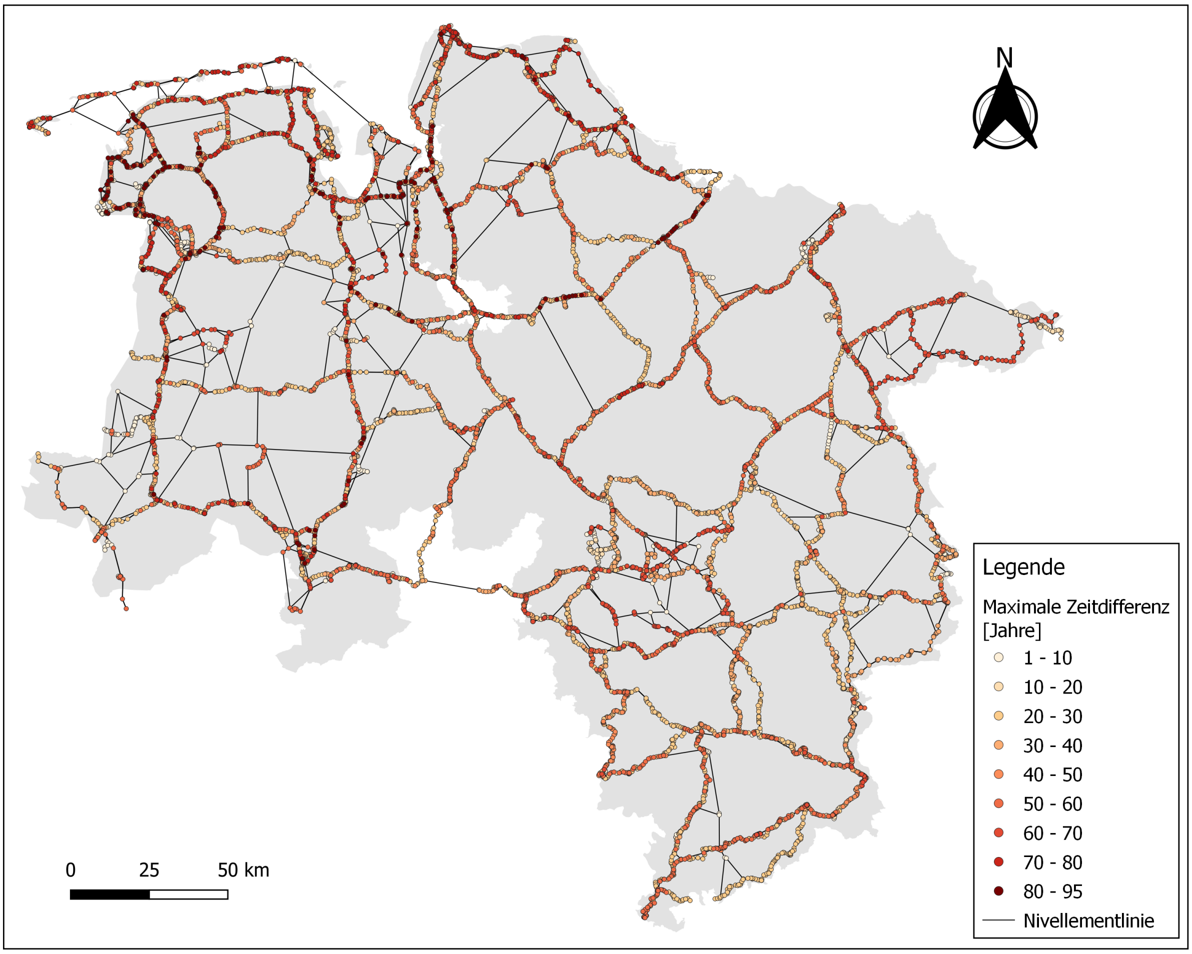


Abbildung 4.18: *Aufbereitetes Nivellementnetz als Datengrundlage für die kinematische Höhenausgleichung*

4.2.4 Berechnung von Vertikalgeschwindigkeiten

Die aufbereiteten Doppelmessungen aus Abschnitt 4.2.3 werden als Datengrundlage für die kinematische Höhenausgleichung verwendet, um die Höhen und Vertikalgeschwindigkeiten der HFPs zu berechnen. Im Ausgleichungsprozess sind zunächst Näherungswerte für die unbekannten Modellparameter erforderlich, weshalb die gespeicherten Höhen aus dem AFIS und sämtliche Geschwindigkeiten mit 0,00 mm/Jahr eingeführt werden (siehe Gleichungen 4.8 bis 4.11). Sollten Festpunkte nicht im amtlichen Nachweis geführt werden, so erfolgt zur näherungsweisen Höhenbestimmung eine Einrechnung zwischen bekannten HFPs. Des Weiteren wird im funktionalen Modell 4.7 die Referenzepoche $t_0 = 1974,08$ als mittlere Beobachtungsepoche der Nivellementdaten eingeführt, um die Konditionsverbesserung und Reduzierung von Rundungsfehlern im Ausgleichungsprozess zu fördern (Fuhrmann, 2016, S. 61 f.). Die Wahl der Referenzepoche ist dabei für die linearen Geschwindigkeiten unerheblich, während sich die ausgeglichenen Höhen auf den Zeitpunkt t_0 beziehen.

Um die Messunsicherheiten der nivellierten Höhenunterschiede zu berücksichtigen, werden die Varianzen der Beobachtungen mithilfe von Gleichung 4.21 abgeschätzt und zur Definition des stochastischen Modells verwendet. Dabei wird die auf einen Kilometer Doppelnivellement normierte Varianz aus dem jeweiligen Messungsjahr angesetzt, sodass sich in Kombination mit dem Messweg der entfernungsabhängige Fehleranteil berechnen lässt (siehe auch Abschnitt 4.2.3). In Anlehnung an Zippelt und Vatter (2016, S. 39) sowie Leonhard (1988, S. 129) wird zur Varianzabschätzung der Beobachtungen zusätzlich die konstante Punktunruhe von $\sigma_{ZH} = 0,5$ mm festgelegt. Unter Verwendung der a priori Standardabweichung $\sigma_0 = 0,41$ mm$/\sqrt{\text{km}}$ als mittlere Grundgenauigkeit der Doppelmessungen, geht schließlich aus Gleichung 4.19 die Gewichtsmatrix der Beobachtungen für die Ausgleichung hervor.

Das Ergebnis einer kinematischen Höhenausgleichung wird maßgeblich von der getroffenen Datumsdefinition beeinflusst, da sich die resultierenden Höhen und Geschwindigkeiten der HFPs auf die gewählten Datumspunkte beziehen. Um geeignete Festpunkte für die Datumsfestlegung zu finden, werden im Rahmen dieser Arbeit zunächst UFs als potentielle Datumspunkte in einer Vorauswahl zusammengestellt. Diese Vermarkungen befinden sich zur ursprünglichen Sicherung des Höhenbezugssystems in geologisch stabilen Gebieten und liegen zum Schutz vor äußerer Beschädigung ca. 1 m unterhalb der Tagesoberfläche. Aufgrund ihrer herausragenden Bedeutung sind diese HFPs in vielen Beobachtungsepochen enthalten und weisen zudem eine lange Zeitbasis auf, sodass ein redundanter Anschluss an das Nivellementnetz vorliegt. Als weiteres Kriterium sollten die Datumspunkte geometrisch über das Untersuchgebiet verteilt sein, weil sich nur unter dieser Voraussetzung eventuelle Eigenschwingungen des Netzes durch die weiche Lagerung dämpfen lassen (Zippelt und Vatter, 2016, S. 120). Zudem wird dadurch eine homogene Genauigkeitssituation der geschätzten Höhen und Geschwindigkeiten geschaffen.

Unter Berücksichtigung der zuvor genannten Kriterien werden in dieser Arbeit die UFs mit den Ortsbezeichnungen Wallenhorst, Kakenstorf und Dannhausen als Datumspunkte zur kinematischen Höhenausgleichung ausgewählt (siehe Tabelle 4.2). Anhand zusätzlicher Informationen zu ingenieurgeologischen Prozessen prüfte und bestätigte das Landesamt für Bergbau, Energie und Geologie (LBEG) unabhängig die Stabilität dieser Festpunkte, was die getroffene Datumsfestlegung unterstützt (Schindewolf, 2022). Die weiche Lagerung des Nivellementnetzes erfolgt unter Verwendung der Näherungswerte aus Tabelle 4.2, wobei für die Höhen und Geschwindigkeiten die Standardabweichungen von $1,00$ mm bzw. $0,05$ mm/Jahr angesetzt werden. Darüber hinaus konnten auch kinematische Höhenausgleichungen mit alternativen Datumsfestlegungen durchgeführt werden, dessen Ergebnisse aus einer Teilspurminimierung und Lagerung auf die UF Wallenhorst zur Vollständigkeit im Anhang A.2 dargestellt sind.

Tabelle 4.2: *Näherungswerte und Metainformation zu den eingeführten Datumspunkten*

PKN	Ort	Höhe [m]	Geschwindigkeit [mm/Jahr]	Erste Messung [Jahr]	Letzte Messung [Jahr]	Epochen
3614900502	Wallenhorst	84,530	0,00	1928	2021	6
2624900501	Kakenstorf	41,196	0,00	1929	2012	5
4126900501	Dannhausen	215,106	0,00	1958	2011	4

Das Ergebnis der kinematischen Höhenausgleichung zeigt zunächst kein plausibles Bewegungsverhalten der Erdoberfläche, was auf unregelmäßige Höhenänderungen einzelner HFPs zurückzuführen ist (vgl. Abbildung A.4). Das verwendete lineare Bewegungsmodell ist also nicht für jeden Festpunkt geeignet, was verzerrte Geschwindigkeitsschätzungen in Bereichen variierender Oberflächendeformationen zur Folge hat. Unstimmigkeiten in der getroffenen Modellannahme können weit in das Nivellementnetz ausstrahlen, sodass die Schätzwerte von HFPs in großräumigen Netzteile systematisch beeinflusst werden. Um diesem Effekt entgegenzuwirken, werden bekannte Abgrenzungsbereiche anthropogener Bodenbewegungsgebieten aus vorherigen Untersuchungen der niedersächsischen Landesvermessung herangezogen (siehe auch Abschnitt 2.2.2). Mit diesen Informationen lassen sich HFPs selektieren, die beispielsweise in Bergbaugebieten liegen und in Beobachtungsepochen vor Beginn des Bewegungsprozesses enthalten sind. Je Messungsjahr werden die nivellierten Höhenunterschiede vor den Bergbauaktivitäten zu langen Nivellemenstrecken zusammengefasst, sodass sie über Bodenbewegungsgebiete hinausgehen. Historische Messungen werden also in solchen Bereichen

„überbrückt", wodurch dort lediglich Beobachtungen verbleiben, die von aktuellen Deformationen der Erdoberfläche beeinflusst sind.

Neben den Abgrenzungsbereichen bekannter Bodenbewegungsgebiete haben sich ergänzende Informationen aus dem amtlichen Nachweis als äußerst nützlich erwiesen, womit sich weitere HFPs mit unregelmäßigen Eigenbewegungen aufdecken ließen. Häufige Ursachen des nicht-linearen Bewegungsverhaltens sind individuelle Veränderungen durch Beschädigung, Schiefstellung, lokale Instabilität oder eine mit der Zeit abklingende Setzung des Vermarkungsträgers. Die Höhenänderungen von betroffenen Festpunkten lassen sich nicht mit dem linearen Modellansatz der kinematischen Höhenausgleichung beschreiben, weshalb die zugehörigen Beobachtungen je Messungsjahr zusammengefasst werden. HFPs mit einem unregelmäßigen oder nicht plausiblen Bewegungsverhalten werden also in dieser Arbeit als Wechselpunkte behandelt und zur finalen Berechnung von Vertikalgeschwindigkeiten ausgeschlossen. Insgesamt werden auf diese Weise 505 Festpunkte aus dem Datenmaterial entfernt, die aus den genannten Gründen nicht-lineare Höhenänderungen aufweisen.

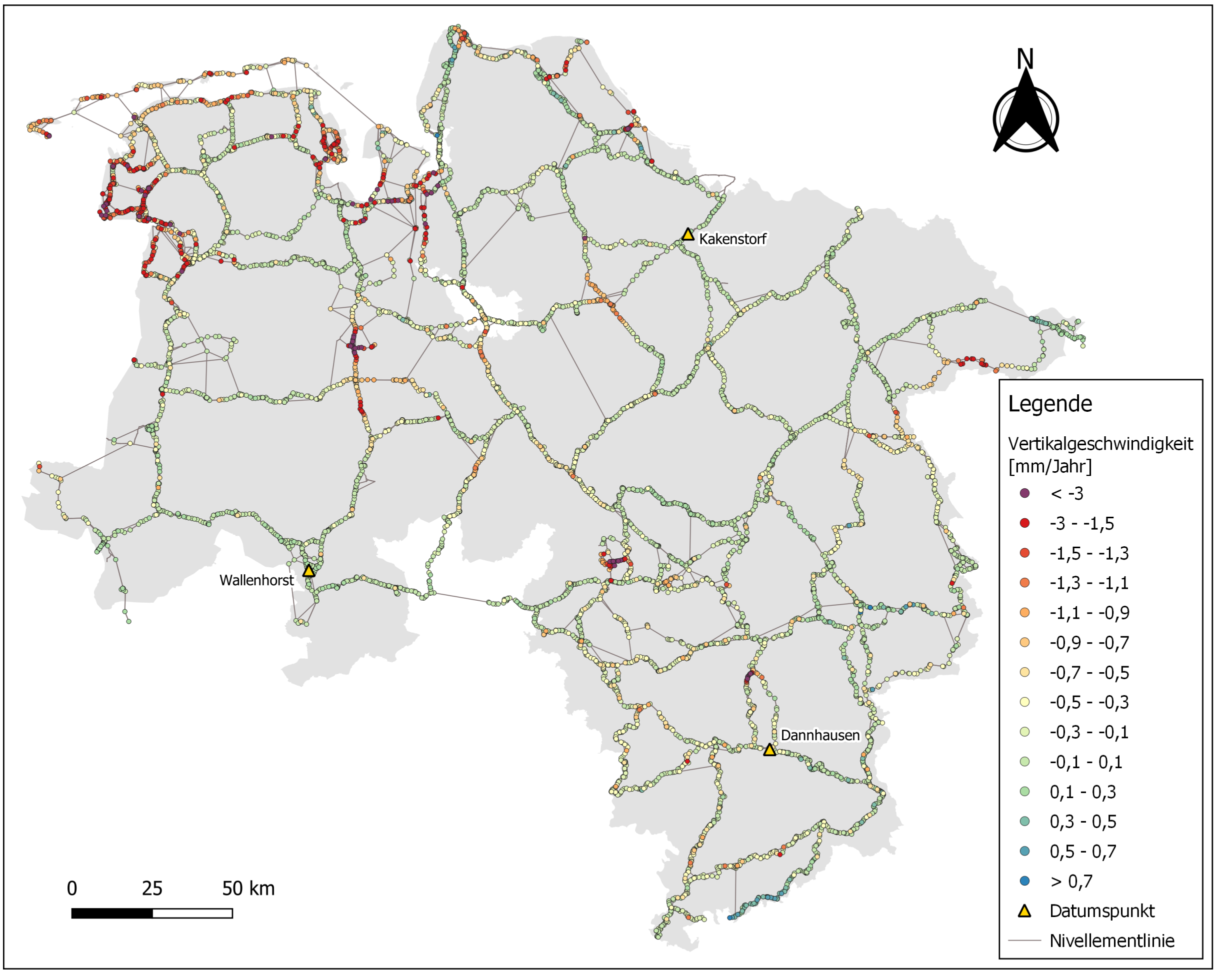


Abbildung 4.19: *Vertikalgeschwindigkeiten im niedersächsischen Nivellementnetz*

Obwohl die Doppelmessungen in Abschnitt 4.2.3 einer umfassenden Kontrolle auf grobe Fehler unterzogen wurden, entstehen in der kinematischen Höhenausgleichung auf einzelnen Linienabschnitten große Residuen bis zu ca. $\pm 0,5$ m. Damit fehlerhafte Beobachtungen die Berechnung vertikaler Geschwindigkeiten nicht verfälschen, werden im Rahmen dieser Arbeit alle Residuen größer als 1 cm manuell überprüft. Zu diesem Zweck wurden sukzessiv 77 kinematische Netzausgleichungen durchgeführt und insgesamt 1.347 auffällige Messungen aus dem Datensatz entfernt. Die detektierten Beobachtung lassen entweder einen offensichtlichen Fehler vermuten oder haben aufgrund nicht-linearer Bewegungen einzelner Festpunkte große Residuen erhalten. Diese aufwändige Vorgehensweise kann nicht durch statistische Ausreißertest ersetzt und automatisiert werden, da die Beobachtungen z.T. sehr kleine Redundanzanteile aufweisen und somit schlecht kontrolliert sind (vgl. Niemeier, 2008, S. 291 ff.).

In der finalen kinematischen Höhenausgleichung werden vertikale Geschwindigkeiten und Höhen von insgesamt 9.392 HFPs bestimmt, wobei nach abschließender Datenkontrolle 27.739 Doppelmessungen als Grundlage dienen. Damit ergeben sich im GMM 18.784 unbekannte Modellparameter, was mit 6 ergänzenden Datumsgleichungen zu einem Freiheitsgrad von $f = 8.961$ führt. Nach der Ausgleichung geht aus den geschätzten Residuen eine a posteriori Standardabweichung von $\hat{\sigma}_0 = 0,84\ \text{mm}/\sqrt{\text{km}}$ hervor. Damit ist die geschätzte Standardabweichung ca. doppelt so groß, wie die aus Streckenwidersprüchen abgeleitete Grundgenauigkeit der Doppelmessungen ($\sigma_{\Delta h} = 0,41\ \text{mm}/\sqrt{\text{km}}$). Dieser auffällige Unterschied lässt sich auf die vorgenommenen Vereinfachungen des stochastischen und des funktionalen Modells zurückführen. So werden räumliche Korrelationen zwischen den Beobachtungen in der Ausgleichung vernachlässigt, was nach Lucht (1983) zu einem erhöhten $\hat{\sigma}_0$ führt. Auch das funktionale Modell approximiert lediglich das tatsächliche Bewegungsverhalten der HFPs, sodass Modellunstimmigkeiten zusätzlich in die Residuen eingehen.

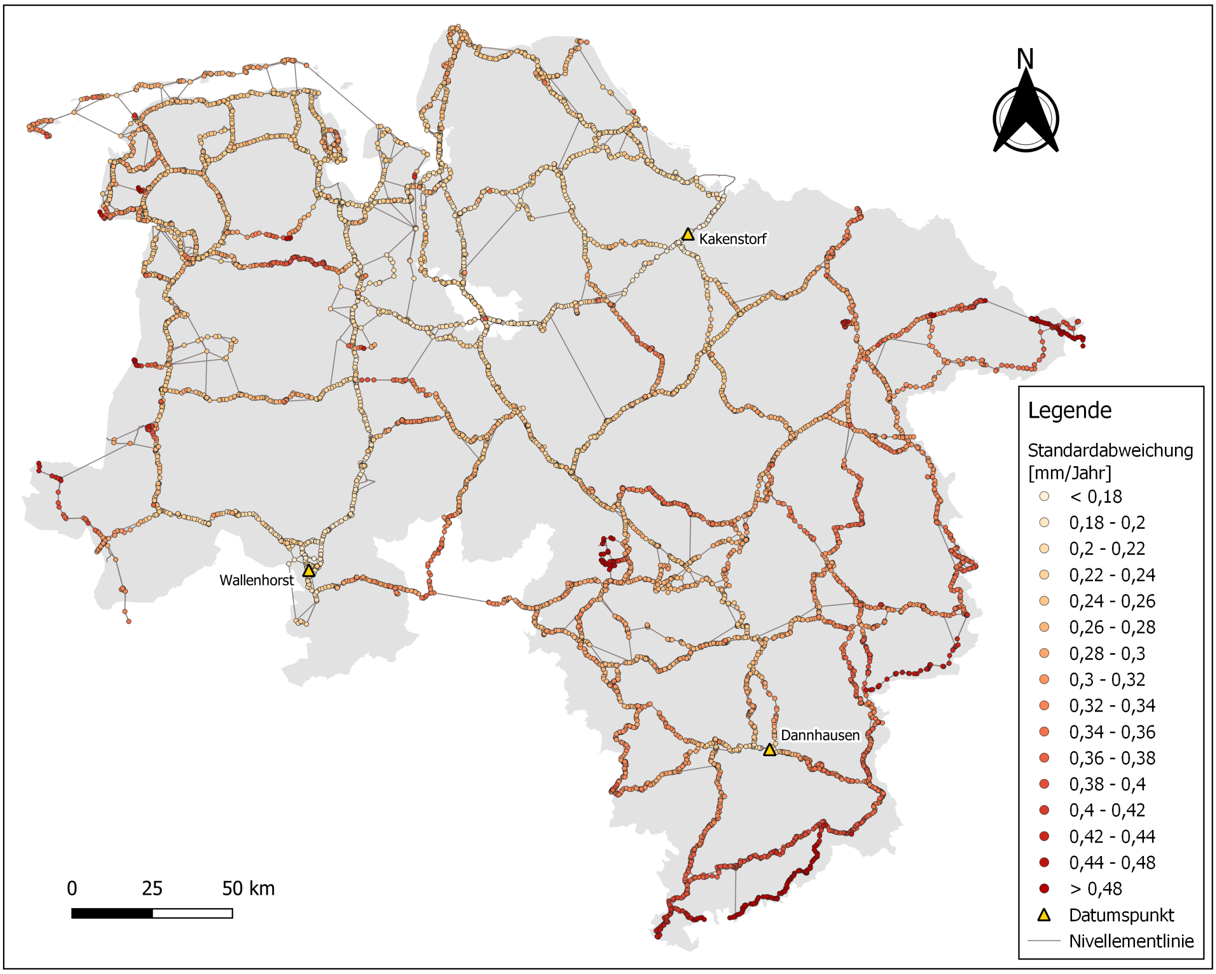


Abbildung 4.20: *Standardabweichungen der Vertikalgeschwindigkeiten im niedersächsischen Nivellementnetz*

Abbildung 4.19 zeigt farblich kodiert die berechneten Vertikalgeschwindigkeiten im niedersächsischen Nivellementnetz. Um möglichst realistische Einblicke in das Bewegungsverhalten der Erdoberfläche über einen langen Zeitraum zu erhalten, werden nur HFPs dargestellt, deren Beobachtungen über 10 Jahre auseinanderliegen. Zudem ist jeder Festpunkt in mindestens einem Nivellement nach 1978 enthalten, sodass mit diesem Kriterium vor langer Zeit ausgefallene HFPs ausgeblendet werden. Anhand der dargestellten Grafik 4.19 wird deutlich, dass die berechneten Vertikalbewegungen überwiegend in einem kleinen Wertebereich liegen und keinen übergeordneten Trend aufweisen. Des Weiteren werden lokale Bodenbewegungen im Bereich der Nordseeküste, in der Nähe von Flussmündungen und auf einzelnen Linienabschnitten im Binnenland sichtbar, was mit dem Ergebnis von Leonhard (1988, S 119 ff.) grundsätzlich übereinstimmt. Demnach lässt sich mit der verwendeten Datengrundlage die systematische Verkippung in Nord-Südrichtung zwischen den statisch ausgeglichenen Höhen des DHHN92 und DHHN2016 im Bereich Niedersachsen nicht bestätigen (AdV, 2018, S. 227 ff.).

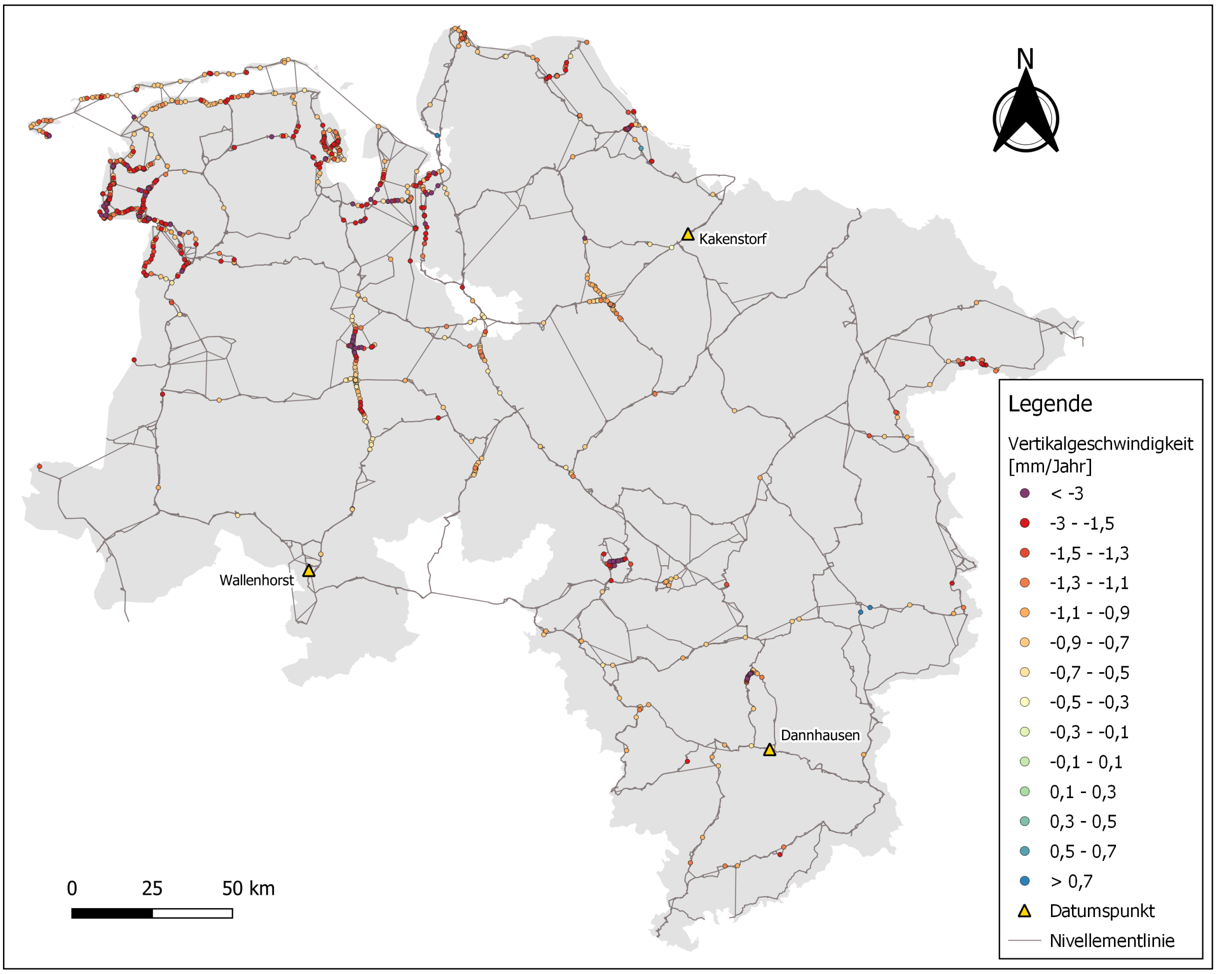


Abbildung 4.21: *Signifikate Vertikalgeschwindigkeiten im niedersächsischen Nivellementnetz mit 1% Irrtumswahrscheinlichkeit*

Zur Genauigkeitsbeurteilung der berechneten Vertikalgeschwindigkeiten stellt Abbildung 4.20 die zugehörigen Standardabweichungen dar, die in einem Wertebereich zwischen $0,16$ mm/Jahr und $2,20$ mm/Jahr liegen. Allgemein zeigt sich aufgrund der getroffenen Datumsfestlegung eine homogene Genauigkeitssituation im Nivellementnetz, sodass die Entfernungsabhängigkeit zu den eingeführten Datumspunkten nur eine untergeordnete Rolle einnimmt. Höhere Unsicherheiten erhalten Schätzwerte entlang polarer Linienzüge, was deren fehlende Kontrolle durch eine Überbestimmung unterstreicht. Allerdings sind auch im südlichen und östlichen Netzteil sowie auf einzelnen Linien geschlossener Schleifen tendenziell erhöhte Unsicherheiten erkennbar. Im Vergleich zu Abbildung 4.18 zeigt sich an dieser Stelle die hohe Abhängigkeit der Standardabweichung einer Vertikalgeschwindigkeit vom Abstand zwischen erster und letzter Messung eines HFPs. Begünstigt durch historische Messungen des NKN I sind dadurch die geschätzten Bewegungsraten im Westen und Norden von Niedersachsen mit geringeren Unsicherheiten behaftet.

Die Standardabweichungen werden zum statistischen Signifikanztest der berechneten Vertikalgeschwindigkeiten in den Gleichungen 4.25 bis 4.28 verwendet. Mit einer Irrtumswahrscheinlichkeit von $\alpha = 1\%$ weisen insgesamt ca. 11% der untersuchten HFPs signifikante Bewegungen auf, die in Abbildung 4.21 dargestellt sind. Als Ergebnis des Signifikanztests treten Deformationen der Erdoberfläche überwiegend in Küstennähe auf, während nur wenige Linienabschnitte und Einzelpunkte im Binnenland von Bodenbewegungen beeinflusst werden.

4.2.5 Interpretation und Wertung

Im vorherigen Abschnitt 4.2.4 werden die berechneten Vertikalgeschwindigkeiten aus der kinematischen Höhenausgleichung vorgestellt, ohne dabei auf mögliche Ursachen der Bewegungsprozesse einzugehen. Um die erzielten Ergebnisse abschließend auf Plausibilität zu prüfen und interpretieren zu können, ist jedoch eine interdisziplinäre Sichtweise auf die Geschwindigkeiten erforderlich. Ziel ist dabei, den Auslöser für die erkennbaren Höhenänderungen im Nivellementnetz herauszufinden. Zu diesem Zweck werden im Folgenden die vertikalen Geschwindigkeiten gemeinsam mit anderen Fachdaten analysiert und vorhandene Zusammenhänge verdeutlicht.

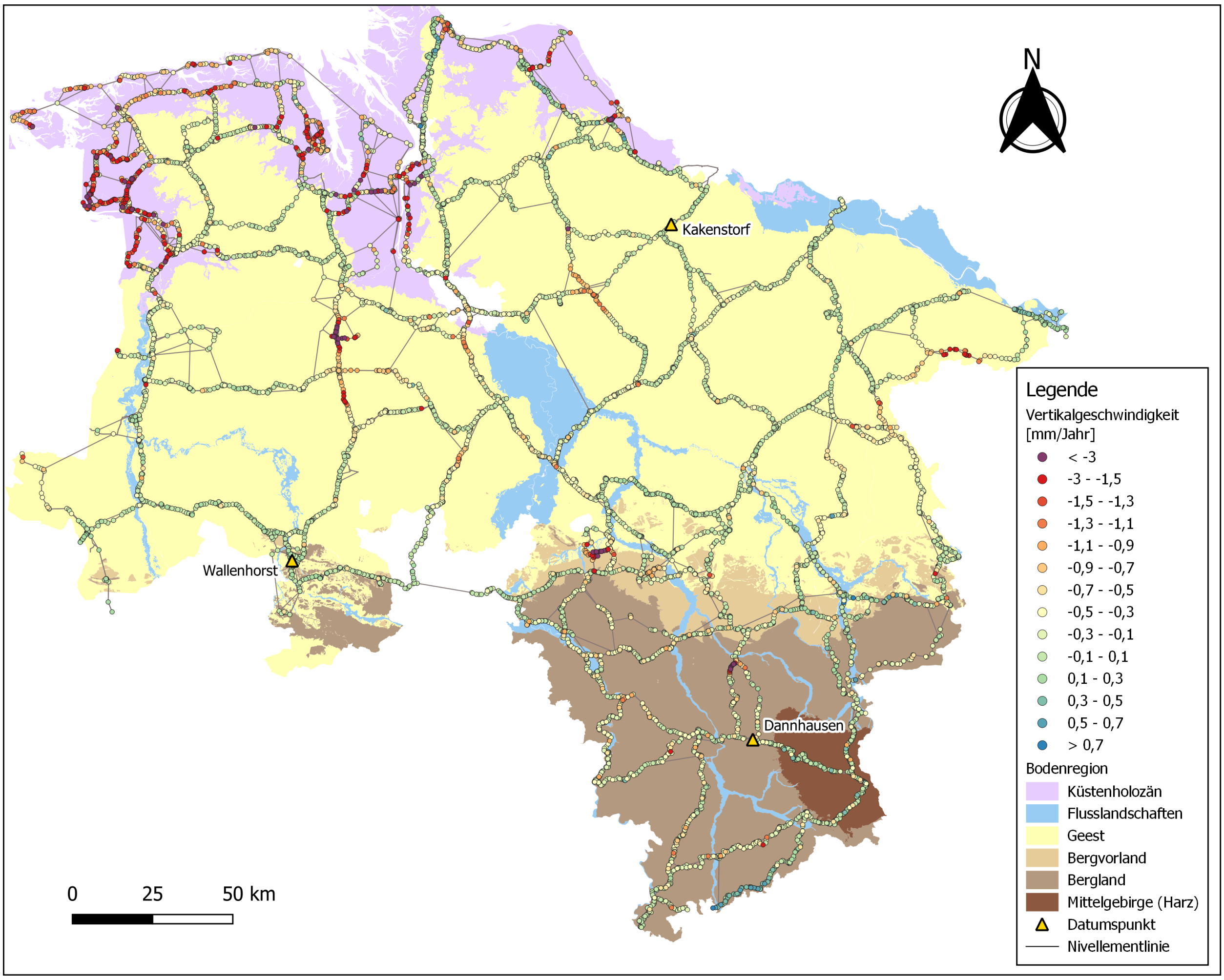


Abbildung 4.22: *Vertikalgeschwindigkeiten in Zusammenhang mit geologischen Bodenregionen (vgl. NIBIS® Kartenserver, 2021b)*

In Abbildung 4.22 sind die berechneten Vertikalgeschwindigkeiten mit geologischen Bodenregionen hinterlegt, wo Senkungen der Erdoberfläche häufig im Bereich des Küstenholozäns auftreten (vgl. NIBIS® Kartenserver, 2021b). Im Gengensatz dazu lassen die übrigen großräumigen Bodenbeschaffenheiten keinen Zusammenhang mit Bodenbewegungen vermuten. Der statistische Signifikanztest ergibt mit einer Irrtumswahrscheinlichkeit von $\alpha = 1\%$, dass in Gebieten des Küstenholozäns ca. 43% der HFPs signifikante Höhenänderungen aufweisen. Besonders deutliche Senkungen sind dabei im ostfriesischen Küstenbereich, in der Wesermarsch und in der Umgebung des Jadebusens erkennbar.

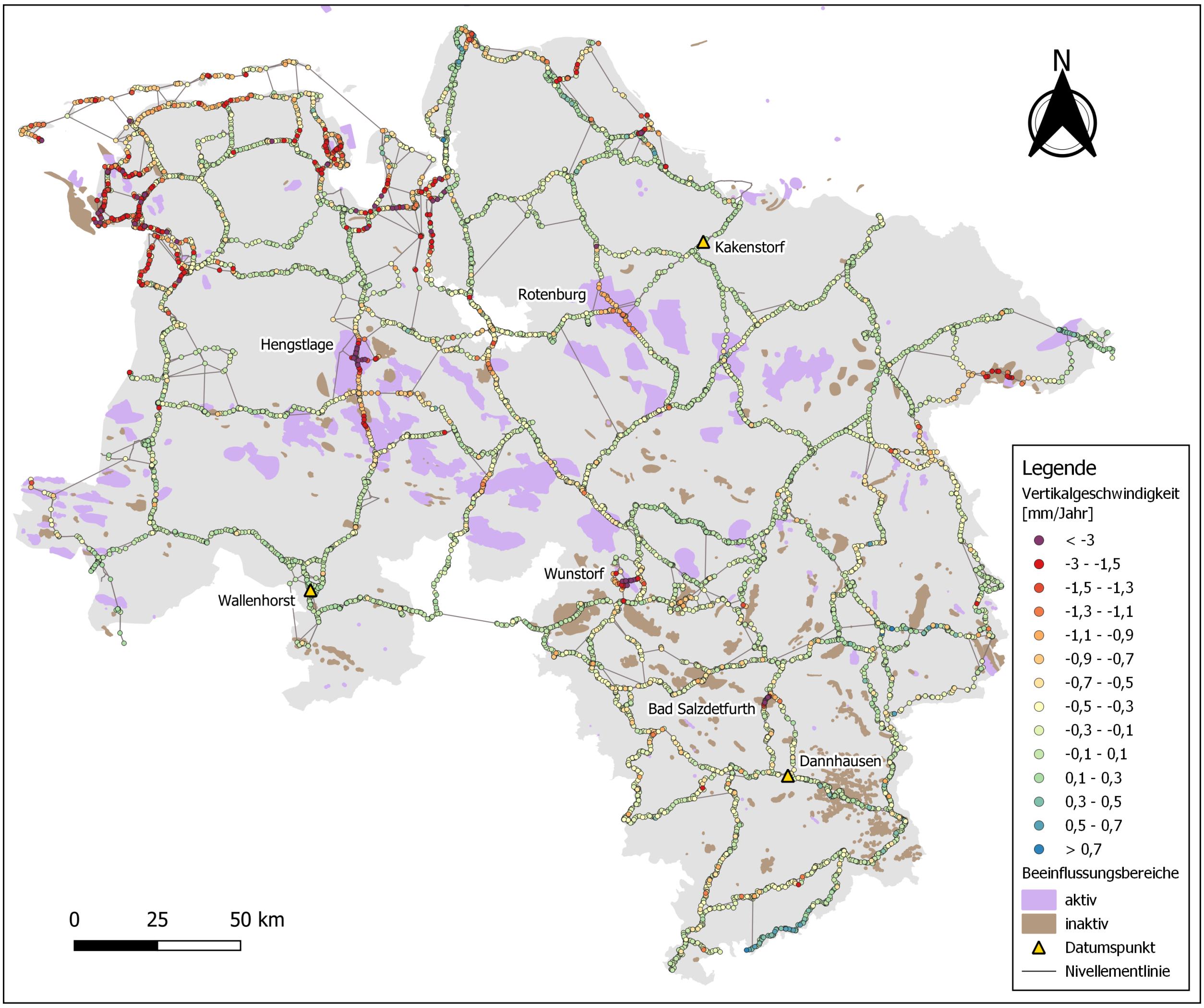


Abbildung 4.23: *Vertikalgeschwindigkeiten in Zusammenhang mit Beeinflussungsbereichen von Bergbau (vgl. NIBIS® Kartenserver, 2021a)*

Abgesehen von den beschriebenen Bewegungsstrukturen im Küstenbereich, weisen auch einzelne Linienabschnitte im Binnenland Höhenänderungen auf. Abbildung 4.23 zeigt, dass diese lokalen Bodenbewegungsgebiete häufig in Zusammenhang mit Bergbauaktivitäten stehen und somit anthropogen verursacht werden (vgl. NIBIS® Kartenserver, 2021a). Des Weiteren wird deutlich, dass sich die Vertikalgeschwindigkeiten je nach Bergbaugebiet in ihrer Größenordnung unterscheiden. Aufgrund von Erdgasförderung senkt sich beispielsweise die Erdoberfläche bei Hengstlage um maximal 7,42 mm/Jahr, während für den Raum Rotenburg Setzungen von höchstens 1,25 mm/Jahr abgeschätzt werden. Es sei darauf hingewiesen, dass auch inaktive Bergbaugebiete über einen gewissen Zeitraum nach Betriebsende die Tagesoberfläche beeinflussen können. Dieses Verhalten lässt sich z.B. anhand der Höhenänderungen im Bereich Wunstorf und Bad Salzdetfurth beobachten.

In der Einrichtung und Pflege des niedersächsischen Nivellementnetzes besitzen die UFs und tief gegründeten RFs eine besondere Bedeutung, da sie häufig als Datumspunkte bzw. lokale Anschlusspunkte verwendet werden. Diese HFPs sind aufgrund ihrer Vermarkungsart und geologischen Standortauswahl so angelegt worden, dass sie über lange Zeit stabil bleiben und möglichst keinen Setzungen der obereren Erdschichten folgen. Wenn diese Festpunkte dennoch Höhenänderungen aufweisen, dann deutet dies auf vorhandene Krustenbewegungen hin, die auch in tieferen Erdschichten messbar sind.

In der kinematischen Höhenausgleichung werden Vertikalgeschwindigkeiten von 359 UFs und RFs bestimmt, wobei letztere je nach Bodenbeschaffenheit in mindestens 5 m tiefen Erdschichten gegründet sind. Die Abbildung 4.24 zeigt ein überwiegend stabiles Verhalten dieser Festpunkte mit nur lokal auftretenden Senkungen. So weisen bei einer Irrtumswahrscheinlichkeit von $\alpha = 1\%$ nur ca. 10% der UFs und tief gegründeten RFs signifikante Höhenänderungen auf. Diese Festpunkte liegen mit wenigen Ausnahmen in Bergbaugebieten oder im Bereich des Dollarts, wobei das angrenzende Groninger Gasfeld auch hier einen anthropogenen Bewegungsvorgang vermuten lässt (NAM, 2020). Für die übrigen tief gegründeten HFPs wird eine durchschnittliche Vertikalgeschwindigkeit von 0,19 mm/Jahr berechnet, was ihre angenommene Stabilität über einen langen Zeitraum bestätigt. Somit zeigt der durchgeführte Signifikanztest, dass sich in Niedersachsen mit der vorliegenden Datengrundlage keine Krustenbewegungen nachweisen lassen und geogene Bodenbewegungen lediglich durch Setzungen der oberen Erdschichten hervorgerufen werden.

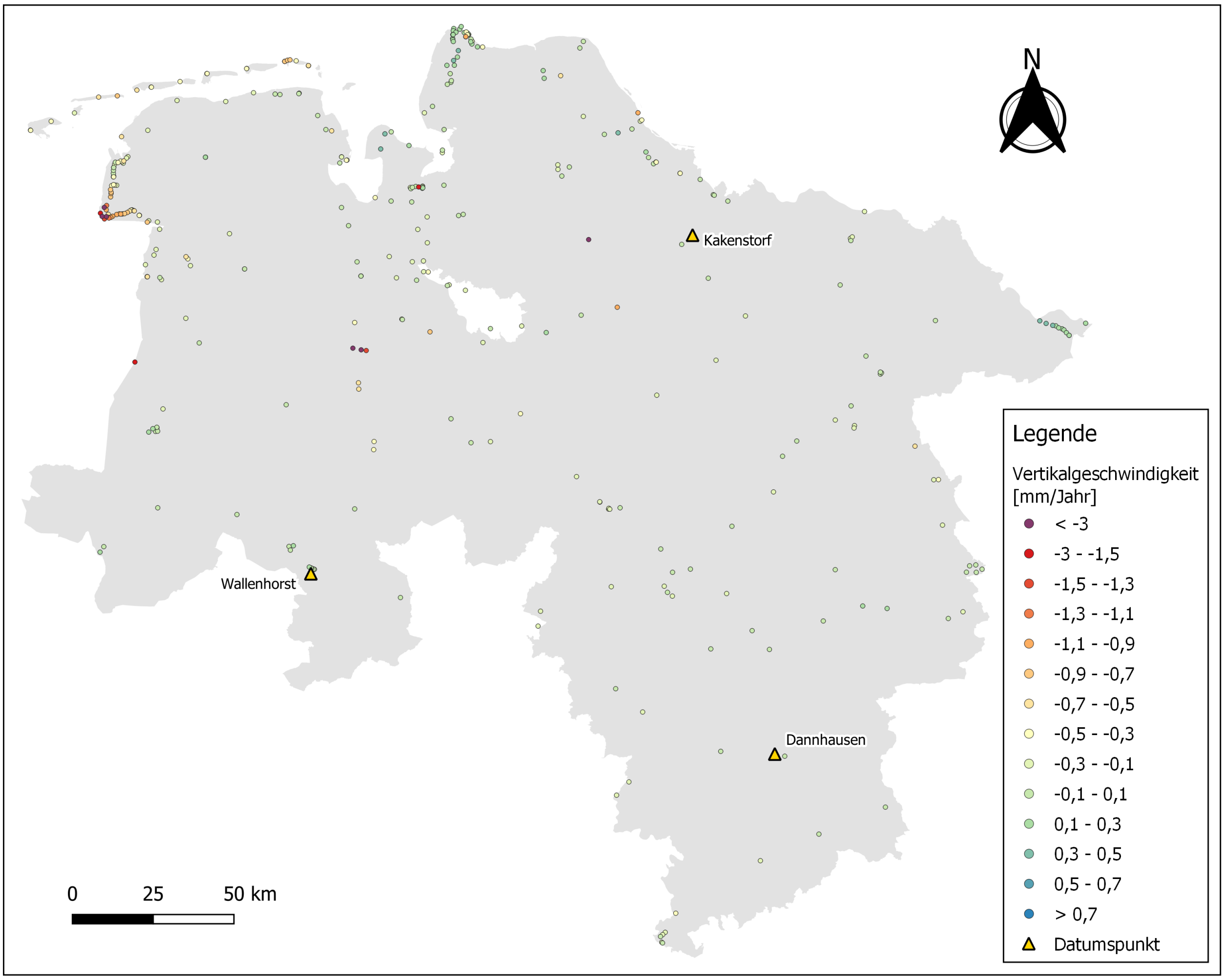


Abbildung 4.24: *Vertikalgeschwindigkeiten von UFs und tief gegründeten RFs*

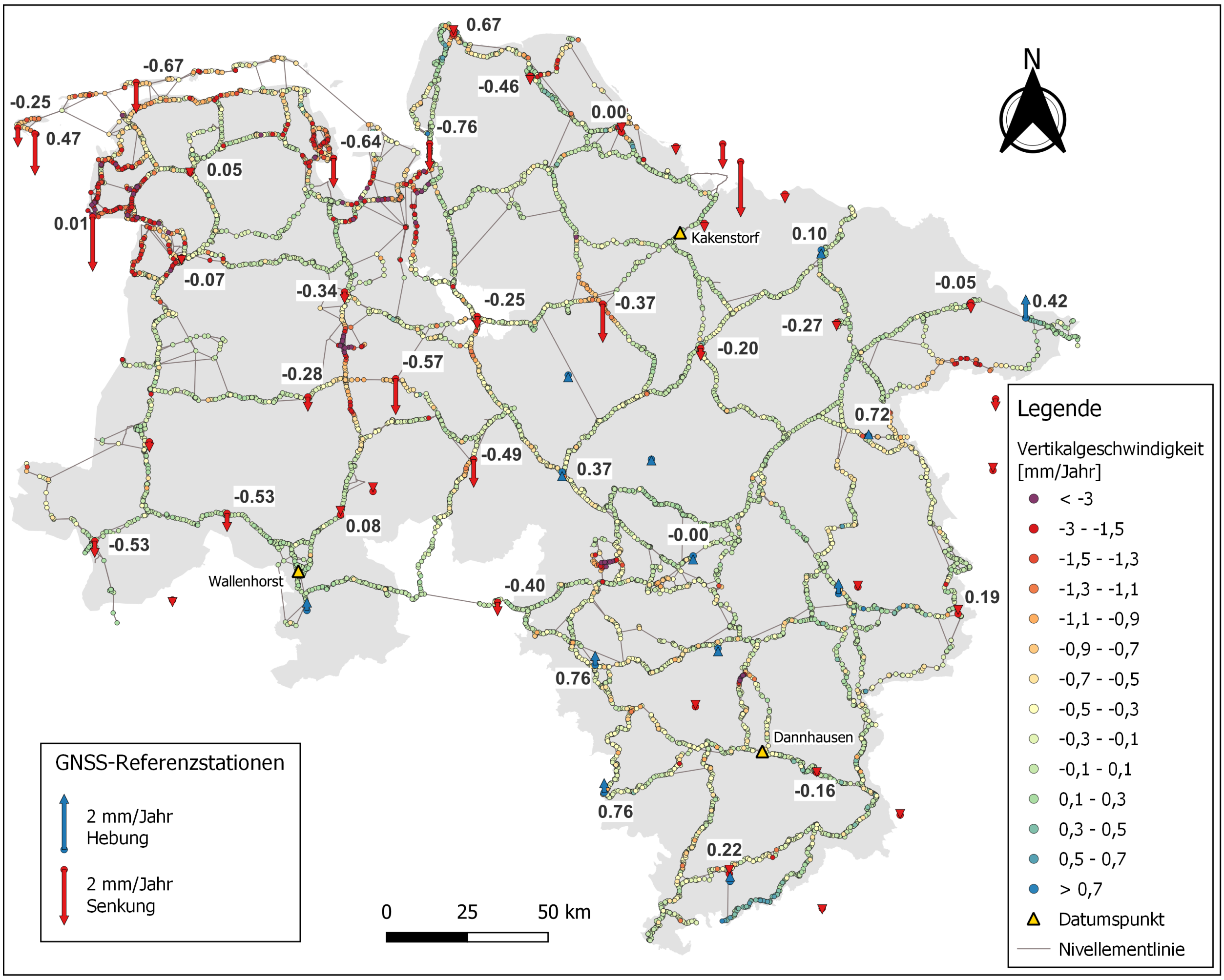


Abbildung 4.25: *Differenzen zwischen den finalen Vertikalgeschwindigkeiten aus Nivellement und GNSS-Daten*

In Abbildung 4.25 sind die berechneten Vertikalgeschwindigkeiten auf Grundlage der verfügbaren Daten aus Nivellement und GNSS zur Validierung gemeinsam dargestellt. Der visuelle Vergleich zeigt zwischen den unabhängig bestimmten Höhenänderungen keine systematischen Diskrepanzen. In Küstennähe und im Beeinflussungsbereich von Bergbauaktivitäten sind übereinstimmend größere Senkungen erkennbar. Häufig befinden sich die GNSS-Referenzstationen in unmittelbarer Nähe zu den Nivellementlinien, was die Berechnung numerischer Abweichungen zwischen den geschätzten Bewegungsraten erlaubt. Eine Referenzstation lässt sich jedoch nicht physisch einem zugehörigen HFP zuordnen, weshalb die Vertikalgeschwindigkeiten des Nivellementnetzes im Umkreis von 1 km um einen RSP gemittelt werden. Aus diesen durchschnittlichen Höhenbewegungen der HFPs und den Vertikalgeschwindigkeiten der Referenzstationen resultieren die Differenzen $\hat{d} = \hat{V}_{GNSS} - \hat{V}_{Niv}$ im Wertebereich von $\pm 0{,}76$ mm/Jahr (vgl. Abbildung 4.25). Die berechneten Abweichungen zwischen den unabhängigen Messverfahren führen zu einem RMSE-Wert von $0{,}43$ mm/Jahr, welcher die äußere Genauigkeit der geschätzten Vertikalgeschwindigkeiten angibt. Diese Genauigkeitseinschätzung entspricht in etwa den Standardabweichungen der analysierten Höhenänderungen aus Nivellement und GNSS, sodass die vorhandenen Differenzen vermutlich durch zufälliges Messrauschen verursacht werden (siehe Abbildung 4.12 und 4.20). Die Vertikalgeschwindigkeiten sind also konsistent auf stabile Bereiche der Erdoberfläche referenziert, obwohl die konkrete Datumsfestlegung in den beiden Beobachtungssystemen unterschiedlich erfolgt (vgl. Abschnitt 4.1.1 und 4.2.4).

Zusammenfassend zeigen die berechneten Vertikalgeschwindigkeiten ein plausibles Bild, worin auch räumliche Muster von langsam ablaufenden Bewegungsvorgängen sichtbar werden. Die kinematische Höhenausgleichung ermöglicht also die gemeinsame Analyse von gemessenen Höhenunterschieden aus unterschiedlichen Beobachtungsepochen und liefert Geschwindigkeitsinformationen mit einer Standardabweichung von bis zu $0,16$ mm/Jahr. Wie die Abbildungen 4.18 und 4.20 im Vergleich zeigen, wird diese hohe Präzision insbesondere durch digitalisierte historische Messungen unterstützt, da sich hieraus eine lange Zeitbasis für die einzelnen HFPs ergibt. Der lineare Modellansatz führt allerdings bei Festpunkten mit einem unregelmäßigen Bewegungsverhalten zu verzerrten Geschwindigkeitsschätzungen, die weit in das Nivellementnetz ausstrahlen und das Gesamtergebnis verfälschen können. Dieses Problem ließ sich in dieser Arbeit nur durch Zusammenfassen von gemessenen Höhenunterschieden zu betroffenen HFPs lösen, da die vorliegende Netzkonfiguration kein kinematisches Bewegungsmodell höheren Polynomgrads erlaubt. Diese Prozedur erfordert jedoch ein umfangreiches Vorwissen bezüglich vorhandener Bodenbewegungen und zu Einzelpunkten, die ein nicht-lineares Bewegungsverhalten aufweisen.

4.3 Analyse von PSI-Daten

Die wiederholten Radaraufnahmen des gleichen Ausschnitts der Erdoberfläche bilden die Grundlage zur zeitlich und räumlich hochaufgelösten Erfassung von Bodenbewegungen. Um aus satellitengestützten Radardaten Deformationen der Tagesoberfläche ableiten zu können, wurden konzeptionell unterschiedliche Auswertetechniken entwickelt (siehe Abschnitt 2.3.3). Das DInSAR Verfahren setzt eine flächendeckend hohe Kohärenz zwischen zwei Radarszenen voraus, die aufgrund von Vegetationsänderungen im ländlich geprägten Bundesland Niedersachsen nicht erwartet wird. Damit ist diese Methode zur Beobachtung von Bodenbewegungen im vorgegebenen Untersuchungsgebiet ungeeignet. Um dennoch Verformungen der Tagesoberfläche unter Verwendung von Radardaten zu erfassen, wird daher in dieser Arbeit die PSI-Methode genutzt (Ferretti u. a., 2001). Dieses Verfahren benötigt von einem Ausschnitt der Erdoberfläche mehrere Radarszenen, die in einem sogenannten Stack oder Stapel gemeinsam analysiert werden. Dadurch lassen sich Deformationszeitreihen und Geschwindigkeiten für diejenigen Objekte ermitteln, die als persistente Reflektoren (PS) des Radarsignals in den Szenen des untersuchten Stacks erkennbar sind.

4.3.1 Datengrundlage

Im April 2014 und 2016 wurden die baugleichen Radarsatelliten Sentinel-1A bzw. Sentinel-1B gestartet, welche Teil des Erdbeobachtungsprogramms Copernicus der Europäischen Union sind (European Space Agency, 2022). Ausgestattet mit einem C-Band SAR-Instrument, bewegen sich die Satelliten in aufsteigender und absteigender Richtung auf polarnahen Umlaufbahnen um die Erde. Aufgrund der Erdrotation ergeben sich dabei in einem Zyklus von 12 bzw. 6 Tagen wiederholte Radaraufnahmen des gleichen Ausschnitts der Tagesoberfläche. Im sogenannten Interferometric Wide Swath Aufnahmemodus wird von den Satelliten ein ca. 250 km breiter Streifen der Erdoberfläche erfasst, wobei die geometrische Auflösung einer Radarszene 5 m in Azimutrichtung und 20 m in Entfernungsrichtung (LOS) beträgt.

Die BGR betreibt auf Grundlage der kostenfrei verfügbaren Radaraufnahmen der Sentinel-1 Satelliten den BBD (siehe Abschnitt 2.5). Dazu werden die Radardaten in einem Wide-Area PSI Ansatz prozessiert, woraus die benötigten Bewegungsinformationen zur Erdoberfläche der Bundesrepublik Deutschland hervorgehen (Kalia u. a., 2021; Adam u. a., 2013). Im ersten Schritt erfolgt die separate PSI-Prozessierung mehrerer SAR-Stacks unterschiedlicher Orbits. Anschließend werden die resultierenden Bewegungsraten und Zeitreihen der detektierten PS unter Verwendung unabhängiger Geschwindigkeiten von GNSS-Referenzstationen kalibriert. Die bundesweiten Bewegungsinformationen des BBD werden also an die Geschwindigkeiten der verfügbaren Referenzstationen angepasst und somit bestmöglich konsistent referenziert.

Für diese Arbeit wurden von der BGR die prozessierten Bewegungsinformationen des BBD im Bereich der niedersächsischen Landesfläche als Datengrundlage zur Verfügung gestellt. Insgesamt umfasst der Datensatz 13.874.990 detektierte Rückstreuer des Radarsignals, die aus 17 analysierten SAR-Stacks aufsteigender und absteigender Orbits stammen. Jedem PS sind dabei die folgenden Informationen zugeordnet, die im weiteren Verlauf dieser Arbeit verwendet werden:

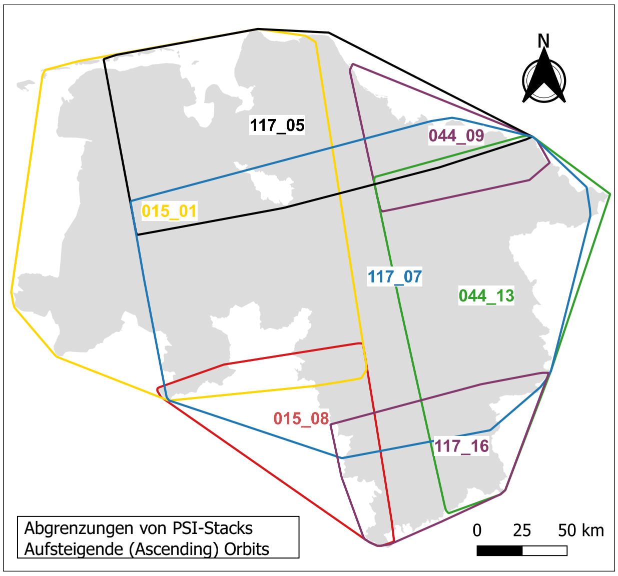
- Eindeutige ID
- UTM-Koordinaten
- Relative Orbitnummer des Sentinel-1 SAR-Stacks
- Normierter Vektor in LOS-Richtung des Satelliten $\mathbf{e}_{LOS} = \begin{bmatrix} e_{East} & e_{North} & e_h \end{bmatrix}$ mit $|\mathbf{e}_{LOS}| = 1$
- 1D Entfernungsänderungen zum Satelliten als Zeitreihe
- Mittlere Geschwindigkeit in LOS-Richtung des Satelliten

Mit diesen Angaben lässt sich ein PS eindeutig identifizieren, georeferenzieren und dem zugehörigen Sentinel-1 SAR-Stack zuordnen. Der normierte Vektor $\mathbf{e}_{LOS}$ gibt die Richtung des reflektierten Radarsignals zum Satelliten an und wird zur Zerlegung der LOS-Geschwindigkeit in horizontale und vertikale Bewegungsanteile benötigt (siehe Abschnitt 6.3). Des Weiteren sind im Datensatz die 1D Entfernungsänderungen zwischen den detektierten PS und dem Satelliten als Zeitreihen enthalten. Sie beschreiben die Bewegungsverläufe der reflektierenden Objekte auf der Tagesoberfläche und bilden die Datengrundlage zur kinematischen Modellierung in Abschnitt 4.3.2. Mit dessen Hilfe wird schließlich für jeden PS der lineare Bewegungstrend abgeleitet (siehe Abschnitt 4.3.3). Die von der BGR bereitgestellten mittleren Geschwindigkeiten in LOS-Richtung des Satelliten werden in dieser Arbeit als Näherungswerte betrachtet und nur zu Visualisierungszwecken verwendet.

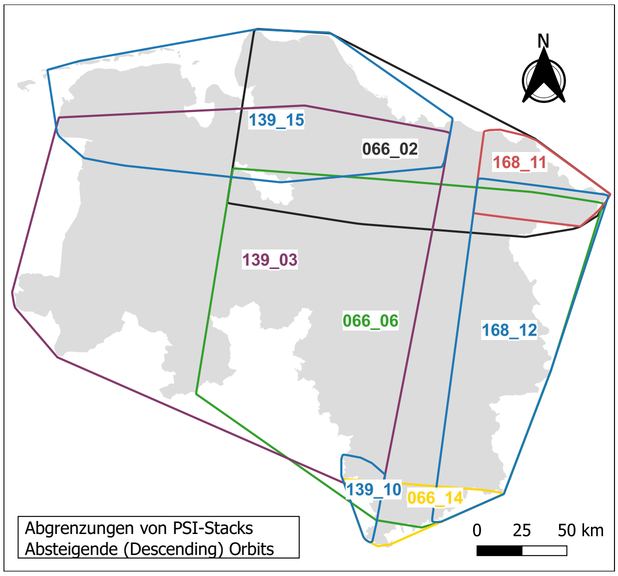
Abbildung 4.26 zeigt zur Übersicht die räumlichen Abgrenzungsbereiche der verfügbaren SAR-Stacks, wobei eine Unterscheidung zwischen Radaraufnahmen aufsteigender und absteigender Orbits vorgenommen wird. Die dargestellten Polygone bilden vereinfachend die konvexen Hüllen um die PSI-Daten der jeweiligen Stapelauswertungen. Dabei sind die von der BGR bereitgestellten Bewegungsinformationen auf die niedersächsische Landesfläche begrenzt, sodass beispielsweise in Bremen keine Beobachtungen vorliegen. Die Bezeichnungen der gezeigten SAR-Stacks setzen sich aus der relativen Orbitnummer des Sentinel-1 Satelliten und einer automatisch vergebenen Datenbank-ID zusammen.[5]

Wie in Abbildung 4.26 zu erkennen ist, wird die gesamte niedersächsische Landesfläche durch Radaraufnahmen aufsteigender und absteigender Orbits erfasst. Einzige Ausnahme stellte die Insel Borkum dar, für die keine PSI-Daten vorliegen. Anhand der Grafik wird weiterhin die unterschiedliche räumliche Ausdehnung der prozessierten Radarszenen ersichtlich, wodurch die Anzahl der detektierten PS je Stapelauswertung deutlich variiert. So gehen beispielsweise aus der größten PSI-Prozessierung des Stabels 117_07 insgesamt 2.414.361 Rückstreuer des Radarsignals hervor. Im Gegensatz dazu enthalten die bereitgestellten SAR-Stack 168_04 und 044_17 weniger als 3.500 PS, sodass sie aufgrund der geringen Größe nicht in Abbildung 4.26 dargestellt sind. Die PSI-Daten dieser Stapelauswertungen decken jedoch in der Nähe von Göttingen einen kleinen Abschnitt der Landesgrenze zwischen Niedersachsen und Thüringen ab.

[5] Die Bezeichnung „015_01“ setzt sich z.B. aus der rel. Orbitnummer „015“ und der Datenbank-ID „01“ zusammen.



(a) *Aufsteigende (Ascending) Orbits*



(b) *Absteigende (Descending) Orbits*

Abbildung 4.26: *Abgrenzungsbereiche der verfügbaren SAR-Stacks von Sentinel-1 Radaraufnahmen*

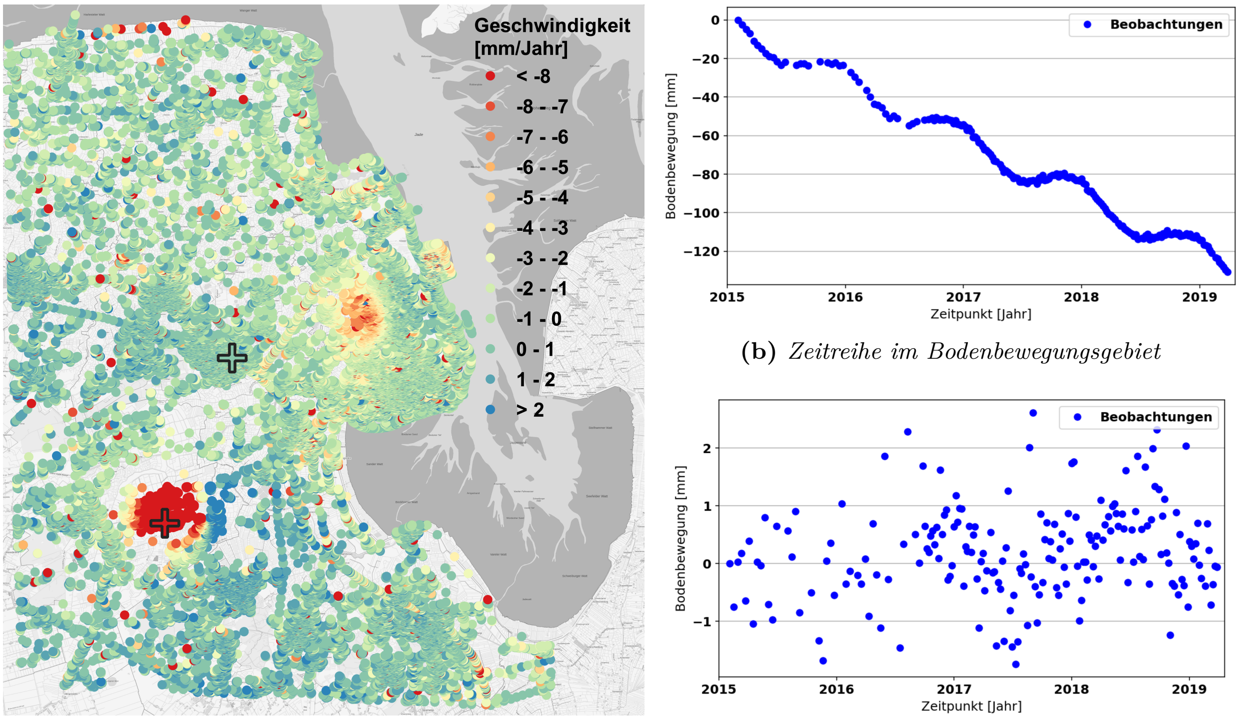
In die Auswertung des SAR-Stacks 015_01 sind 189 Radarszenen eingegangen, die einen Beobachtungszeitraum vom 03.02.2015 bis zum 26.03.2019 abdecken. Zur PSI-Prozessierung wurde dabei die Aufnahme am 31.10.2016 als Masterszene ausgewählt. Im Vergleich dazu beginnen die Radaraufnahmen der übrigen SAR-Stacks bereits im Oktober 2014 und enden ebenfalls im März 2019, wobei die Anzahl der Szenen je Stapelauswertung variiert. Mit insgesamt 205 und 172 Radaraufnahmen umfasst der Stack 066_06 die meisten bzw. 117_05 die wenigsten Beobachtungsepochen. Zur Vollständigkeit sind in Tabelle A.3 die Metadaten zu allen verfügbaren Stapelauswertungen aufgelistet.

4.3.2 Zeitreihenanalyse

Das Ziel der Zeitreihenanalyse besteht in der Berechnung eines kinematischen Bewegungsmodells für jeden persistenten Rückstreuer der bereitgestellten PSI-Prozessierung. Als Datengrundlage dienen die Entfernungsänderungen zwischen einem PS und dem Radarsatelliten in LOS-Richtung. Zur Verdeutlichung der Charakteristik von PSI-Daten zeigt Abbildung 4.27a farblich kodiert die näherungsweise bekannten Bewegungsraten im Küstenbereich bei Wilhelmshaven. Die dargestellten Bewegungsinformationen stammen dabei aus dem SAR-Stack 015_01. Die Farben Rot und Blau kennzeichnen in der Grafik diejenigen PS, deren Entfernungen zum Radarsatelliten größer bzw. kleiner werden. Im Gengensatz dazu bleiben grün eingefärbte Bereiche über den gesamten Beobachtungszeitraum stabil. Das rote und grüne Kreuz in Grafik 4.27a geben die Positionen der PS an, deren Zeitreihen in Abbildung 4.27b bzw. 4.27c dargestellt sind. Die Reflektoren des Radarsignals werden also je nach räumliche Lage durch unterschiedliche Deformationsprozesse der Erdoberfläche beeinflusst.

Um den individuellen Bewegungsverlauf eines PS zu approximieren, wird in dieser Arbeit die von Koppmann (2020) und Brockmeyer u. a. (2021) entwickelte Methodik verwendet. Dabei werden die beobachteten Entfernungsänderungen zwischen einem Objektpunkt auf der Erde und dem Satelliten durch die Gleichung 3.6 beschrieben. Als Referenzepoche t_0 wird in diesem Zusammenhang die Mitte des Beobachtungsintervalls von dem zu analysierenden PS festgelegt. Die Parameterschätzung des kinematischen Modells erfolgt schließlich mit der Methode der kleinsten Quadrate (siehe Abschnitt 2.6.2). Da keine Genauigkeitsinformationen zu den eingehenden Beobachtungen vorliegen, definiert die Einheitsmatrix das stochastische Modell mit $\mathbf{P} = \mathbf{E}$. Um in der kinematischen

Modellierung auch die Autokorrelation einer PS-Zeitreihe berücksichtigen zu können, sei auf den Beitrag von Omidalizarandi u. a. (2023) verwiesen.



(a) *Bewegungsraten in LOS-Richtung*

(b) *Zeitreihe im Bodenbewegungsgebiet*

(c) *Zeitreihe in stabiler Umgebung*

Abbildung 4.27: *PSI-Daten für das exemplarische Gebiet Wilhelmshaven (Koppmann, 2020, S.34)*

Das kinematische Modell 3.6 beschreibt den Bewegungsverlauf eines PS durch ein Zeitpolynom, harmonische Schwingungen und zeitabhängige Offsets. Hieraus ergibt sich die Aufgabe das Bewegungsmodell optimal zu konfigurieren, ohne dabei eine Über- oder Unterparametrisierung vorzunehmen. Zu Beginn der Modellkonfiguration wird angenommen, dass ein PS über den gesamten Beobachtungszeitraum stabil bleibt und keine Diskontinuitäten im Ablauf der Zeit aufweist. Folglich lassen sich die Beobachtungen der Entfernungsänderung zwischen einem Objektpunkt und dem Radarsatellit durch einen konstanten Schätzwert $\hat{z}_0$ beschreiben, was dem Polynomgrad $g = 0$ entspricht. Anschließend wird in Gleichung 3.6 der Grad des Zeitpolynoms iterativ erhöht, bis der Signifikanztest in Abschnitt 3.1.1 keine Verbesserung des kinematischen Bewegungsmodells feststellt. Dabei wird in dieser Arbeit eine Irrtumswahrscheinlichkeit von $\alpha = 1\%$ angesetzt.

Das Histogramm 4.28 stellt die prozentuale Häufigkeit der signifikanten Polynomgrade zur Beschreibung der verfügbaren PS-Zeitreihen dar. Anhand dieser Abbildung zeigt sich, dass die iterative Modellerweiterung zu 94% Polynomgrade von $g < 3$ detektiert und kaum Zeitpolynome höheren Grades als signifikant einstuft. Die meisten PS auf der Tagesoberfläche lassen also keine mehrfachen Richtungswechsel im langfristigen Bewegungsverlauf erkennen. Abgesehen von anthropogen verursachten Bodenbewegungen sind in Niedersachsen keine hochfrequenten Bewegungsvorgänge bekannt, sodass die iterative Modellerweiterung ein plausibles Ergebnis zeigt. Für 43% der untersuchten Rückstreuer des Radarsiganls ergibt sich der Polynomgrad zu $g = 0$, sodass diese Objektpunkte keine Bewegungen aufweisen. Die PS mit Zeitpolynomen höheren Grades bilden wie erwartet räumliche Cluster in lokal begrenzten Bodenbewegungsgebieten (vgl. Brockmeyer u. a., 2021; Koppmann, 2020; Busch und Linke, 2014).

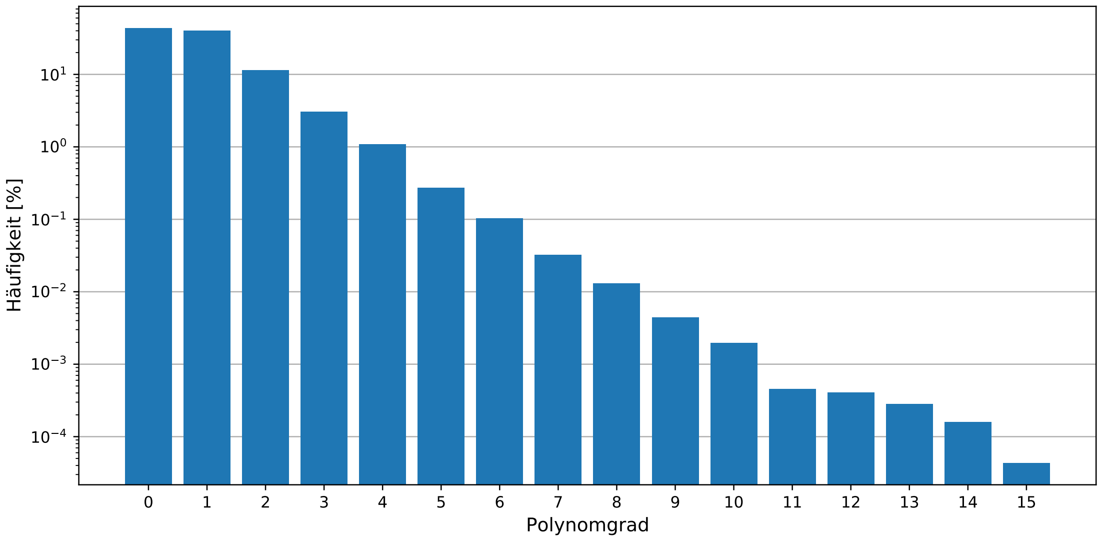
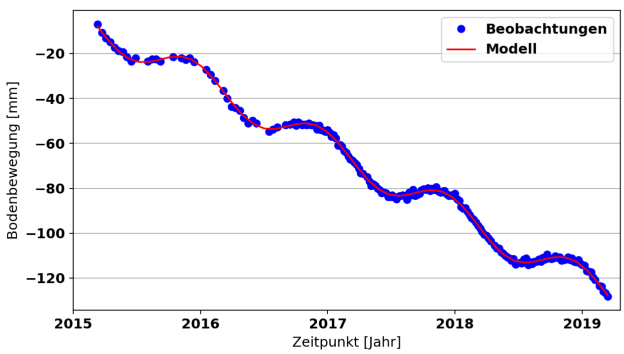
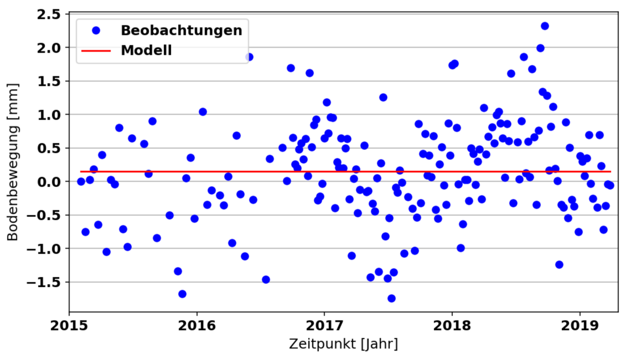


Abbildung 4.28: *Signifikante Polynomgrade zur Beschreibung der PS-Zeitreihen*

Die eingangs gezeigte Abbildung 4.27b macht deutlich, dass in den Zeitreihen der PS überlagernde Schwingungen enthalten sein können. Häufig zeichnet sich in den Beobachtungen ein Jahresgang ab, der z.B. durch saisonale Temperaturänderungen, Schwankungen des Grundwassers und Rohstoffspeicherung in Kavernen verursacht wird. Nach Ausgleichung der Zeitpolynome werden daher die verbleibenden Residuen einer Frequenzanalyse unterzogen, um vorhandene Periodizitäten in den PSI-Daten festzustellen. Je Zeitreihe wird dazu ein Lomb-Scargel Periodogramm erstellt, womit sich nach Koppmann (2020, S. 42 ff.) und Brockmeyer u. a. (2021) dominante Schwingungen in den Beobachtungen erkennen lassen (VanderPlas, 2018). Mit der eingesetzten Methodik konnten in dieser Arbeit insgesamt 422.112 PS detektiert werden, die einen saisonalen Bewegungsverlauf aufweisen. Dies entspricht ca. 3% der Gesamtdaten. Wenn ein periodisches Signal erfasst wurde, dann wird das kinematische Modell 3.6 um die entsprechende Schwingungskomponente ergänzt und die Modellparameter in einer gemeinsamen Ausgleichung bestimmt. Zur Verdeutlichung zeigt Abbildung 4.29 die auf diese Weise geschätzten Bewegungsmodelle mit den zugehörigen Zeitreihen von zwei exemplarischen Reflektoren des Radarsignals. Für den persistenten Rückstreuer im Bodenbewegungsgebiet setzt sich das kinematische Modell aus einem Zeitpolynom mit dem Grad $g = 1$ und einem detektierten Jahresgang zusammen. Im Vergleich dazu weist der PS in stabiler Umgebung nur kleine Bewegungsbeträge auf, sodass die iterative Modellerweiterung lediglich einen konstanten Schätzwert $\hat{z}_0$ zur Approximation der Zeitreihe als signifikant einstuft.



(a) *Bodenbewegungsgebiet*



(b) *Stabile Umgebung*

Abbildung 4.29: *Bewegungsmodelle nach Analyse der PS-Zeitreihen (Koppmann, 2020, S. 45)*

Nachdem für jeden PS in der iterativen Modellerweiterung das kinematische Bewegungsmodell bestimmt wurde, geht aus den verbliebenen Residuen nach Gleichung 2.18 der jeweilige a posteriori Varianzfaktor $\hat{\sigma}_0^2$ hervor. Diese Kenngröße besitzt per Definition keine Einheit, kann jedoch aufgrund der vereinfachten Gewichtsmatrix $\mathbf{P}$ im GMM als Präzisionsmaß einer Beobachtung interpretiert werden. Die abgeleitete Standardabweichung der Gewichtseinheit $\hat{\sigma}_0$ eignet sich also zur Detektion stark streuender PS-Zeitreihen, die keine vertrauenswürdigen Bewegungsinformationen liefern (vgl. Busch und Linke, 2014). Im Sinne der Qualitätssicherung werden von den weiteren Modellierungen und Interpretationen diejenigen Rückstreuer ausgeschlossen, deren Standardabweichungen $\hat{\sigma}_0$ in Anlehnung an Brockmeyer u. a. (2020, 2021) den Grenzwert von 6 mm überschreiten. Die Größenordnung des angesetzten Schwellenwertes wurde empirisch ermittelt, da sich die Standardabweichungen $\hat{\sigma}_0$ der PS-Zeitreihen keiner statistischen Verteilung zuordnen lassen (vgl. Busch und Linke, 2014; Yin, 2020). Nach der Zeitreihenanalyse weisen die Beobachtungen der verfügbaren SAR-Stacks schließlich ein vergleichbares Genauigkeitsniveau auf.

Mit der beschriebenen Methodik werden insgesamt 63.698 Rückstreuer in den PSI-Auswertungen als Ausreißer klassifiziert, was ca. 0,5% der vorliegenden Datengrundlage ausmacht. Die detektieren PS mit stark streuenden Zeitreihen verteilen sich dabei gleichmäßig auf die untersuchten SAR-Stacks. So werden in den Stapelauswertungen „117_05“ und „044_17“ maximal 0,7% der enthaltenen Datenpunkte als Ausreißer eingestuft. Zur Vollständigkeit sind in Tabelle A.4 für jeden analysierten SAR-Stack die Anzahl und prozentuale Häufigkeit der detektierten Ausreißer aufgelistet.

4.3.3 Berechnung von LOS-Geschwindigkeiten

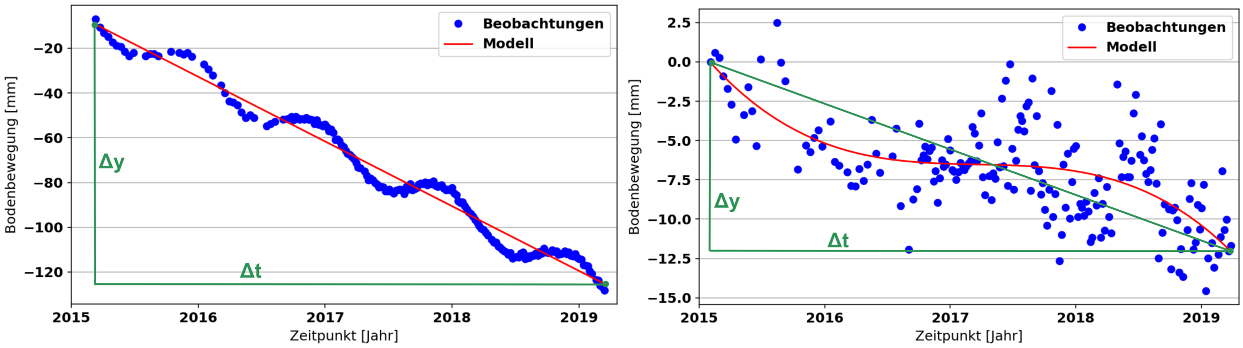
Die Geschwindigkeiten der PS in LOS-Richtung der Radarsatelliten werden auf Grundlage der jeweiligen kinematischen Bewegungsmodelle bestimmt (siehe auch Abschnitt 4.3.2). Zielsetzung ist die Ableitung des langfristigen Bewegungstrends für jeden Rückstreuer in den Radarszenen. Die mittleren Geschwindigkeiten der PS stellen eine bestmögliche Vergleichbarkeit mit anderen Beobachtungssystemen her, deren Messepochen von den Aufnahmezeitpunkten der Radarsatelliten abweichen. Dennoch ist der Vergleich zwischen Geschwindigkeiten über unterschiedliche Zeiträume nicht zulässig, wenn die Objektpunkte auf der Erdoberfläche langfristig ihren Bewegungstrend ändern. In dieser Arbeit unterscheiden sich beispielsweise die Beobachtungszeiträume des Nivellement deutlich von den Aufnahmezeitpunkten der Sentinel-1 Satelliten (vgl. Abschnitt 4.2.2).

Zur Geschwindigkeitsberechnung der einzelnen PS werden ausschließlich die bestimmten Zeitpolynome aus der zuvor beschriebenen iterativen Modellerweiterung herangezogen. Wenn dabei ein konstanter Schätzwert zur Approximation der Zeitreihe eines persistenten Rückstreuers angesetzt wird, dann erfolgt nachträglich die Parameterschätzung eines Zeitpolynoms mit dem Grad $g = 1$. Die ggf. vorhandenen Schwingungskomponenten in den jeweiligen kinematischen Bewegungsmodellen tragen nicht zur Berechnung des langfristigen Bewegungstrends bei.

Es ergibt sich nun die Schwierigkeit lineare Geschwindigkeiten für PS abzuleiten, deren Bewegungsverläufe Zeitpolynome höheren Grades zur Approximation erfordern. Eine ähnliche Fragestellung wird bereits zur Untersuchung des Bewegungsverhaltens von GNSS-Referenzstationen in Abschnitt 4.1.5 behandelt. Jedoch erfolgt in dieser Arbeit die Bestimmung der Bewegungstrends von PS nach der Methodik von Busch und Linke (2014). Dazu werden von einem Reflektor des Radarsignals zunächst die Zeitpunkte der ersten und letzten Aufnahme t_1 bzw. t_n selektiert. Für diese beiden Beobachtungsepochen lässt sich unter Verwendung der zeitabhängigen Polynomfunktion $f(t_i)$ aus der Zeitreihenanalyse jeweils ein Modellwert ableiten. Die Differenz zwischen diesen Schätzwerten im Verhältnis zum Beobachtungszeitraum Δt ergibt schließlich die Geschwindigkeit V eines PS:

$$V = \frac{f(t_n) - f(t_1)}{t_n - t_1} = \frac{\Delta y}{\Delta t} \tag{4.31}$$

Um die Vorgehensweise zur Geschwindigkeitsberechnung zu verdeutlichen, zeigt Abbildung 4.30 von zwei exemplarischen PS die Zeitreihen. Darin sind in rot die Modellwerte der jeweiligen Polynomfunktion dargestellt, die im Rahmen der Zeitreihenanalyse in Abschnitt 4.3.2 festgelegt wurden. Mithilfe des abgebildeten grünen Steigungsdreicks lässt sich auch bei höhergradigen Zeitpolynomen der langfristige Bewegungstrend nach Gleichung 4.31 abschätzen.



(a) *Zeitpolynom mit dem Grad g=1* **(b)** *Zeitpolynom mit dem Grad g=3*

Abbildung 4.30: *Bewegungstrends aus verschiedenen Zeitpolynomen (Koppmann, 2020, S. 47)*

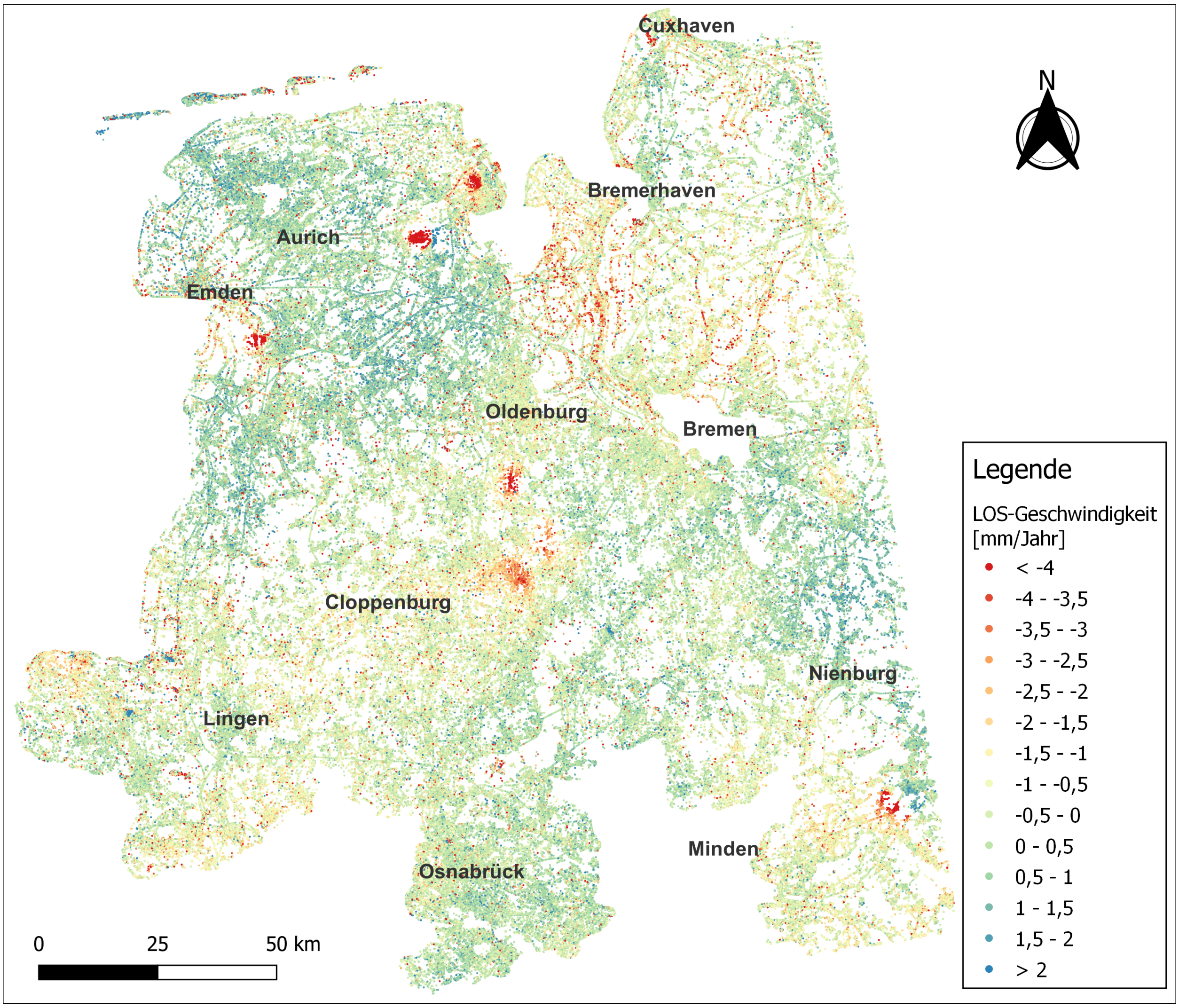


Abbildung 4.31: *Mittlere LOS-Geschwindigkeiten des SAR-Stacks 015_01*

Abbildung 4.31 zeigt farblich kodiert die berechneten mittleren LOS-Geschwindigkeiten der persistenten Rückstreuer des beispielhaften SAR-Stacks 015_01. Darin sind nur die Bewegungstrends der PS dargestellt, die in Abschnitt 4.3.2 nicht als Ausreißer klassifiziert wurden. Aus dem abgebildeten PSI-Datensatz gehen rötlich eingefärbte Bodenbewegungsgebiete hervor, die eine lokale Ausdehnung aufweisen. Zudem sind inmitten stabiler Bereiche auch einzelne PS sichtbar, die auf Bewegungen individueller Objekte auf der Tagesoberfläche hindeuten.

4.3.4 Räumliche Ausreißerfilterung

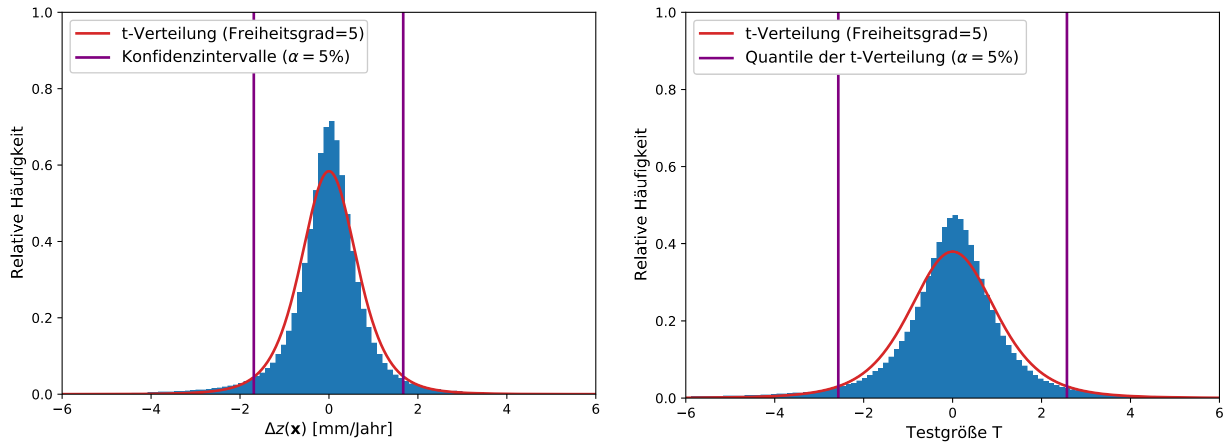
In dieser Arbeit werden Bodenbewegungen als räumlich zusammenhängende Bewegungsvorgänge definiert, die innerhalb eines flächenhaften Ausschnitts an der Tagesoberfläche auftreten (siehe Abschnitt 2.2). Veränderungen einzelner Objekte widersprechen dieser Festlegung, sodass sich beispielsweise Setzungen individueller Gebäude nicht dem Phänomen der Bodenbewegung zuordnen lassen. Gemäß dieser Betrachtungsweise besteht das Ziel der räumlichen Ausreißerfilterung in der Detektion von PS, deren Geschwindigkeiten von dem Bewegungsverhalten der jeweiligen Umgebung extrem abweichen.

Um individuelle Punktbewegungen aus den massenhaften PSI-Daten automatisiert herauszulösen, wird die räumliche Ausreißeranalyse aus dem Abschnitt 3.2 angewendet. Dieses Verfahren basiert auf dem Vergleich zwischen der Geschwindigkeit eines PS und den Bewegungen in der umliegenden Nachbarschaft. Wenn dabei große Unstimmigkeiten auftreten, dann deutet dies auf vorhandene Ausreißer hin. Die räumliche Ausreißeranalyse erfolgt separat nach den SAR-Stacks, was im Wesentlichen zwei Gründe hat. Zum einen sind die LOS-Geschwindigkeiten von PS geometrisch nicht miteinander vergleichbar, wenn die Radarszenen der Stapelauswertungen von unterschiedlichen Satellitenpositionen aufgenommen wurden. Zum andern erfolgte die PSI-Prozessierung der SAR-Stacks getrennt voneinander, sodass sich die enthaltenen (systematischen) Messunsicherheiten je Auswertung unterscheiden können.

Mit den Gleichungen 3.20 bis 3.23 lassen sich die ortsabhängigen Abweichungen $\Delta z(\mathbf{x})$ zwischen den Geschwindigkeiten der zu prüfenden PS und den jeweiligen Nachbarschaftsfunktionen bestimmen. Der Mittelwert $\Delta\overline{z}_w$ und die Varianz s_w^2 des Datensatzes $\Delta z(\mathbf{x})$ werden mit dem Winsorization-Verfahren nach den Formeln 3.24 und 3.25 robust geschätzt. Aus diesen Verteilungsparametern und der jeweiligen Abweichung $\Delta z(\mathbf{x}_i)$ leitet sich schließlich die t-verteilte Testgröße T_i ab. Sie dient im statistischen Hypothesentest zur Entscheidungsfindung, ob ein PS dem erwarteten Bewegungsverhalten entspricht oder als räumlicher Ausreißer klassifiziert wird. Dabei wird in dieser Arbeit eine (erhöhte) Irrtumswahrscheinlichkeit von $\alpha = 5\%$ angesetzt, wodurch sich das Messrauschen in den Massendaten für den weiteren Modellierungsprozess reduzieren lässt.

Das Histogramm 4.32a zeigt für den SAR-Stack 015_01 die relativen Häufigkeiten der Differenzen zwischen den Geschwindigkeiten der PS und den jeweiligen Nachbarschaftsfunktionen. Aus der Gleichung 3.20 gehen Diskrepanzen im Wertebereich von -94,6 mm/Jahr bis 84,5 mm/Jahr hervor, die zur besseren Übersicht jedoch nicht vollständig abgebildet sind. Damit extreme Abweichungen im Datensatz $\Delta z(\mathbf{x})$ die Parameterschätzung zur Beschreibung der t-Verteilung nicht verzerren, werden 7,4% und 6,0% der Daten am linken bzw. rechten Probenrand als grobe Ausreißer betrachtet. Die angegebenen Prozentsätze wurden aus den Bedingungen 3.26 und 3.27 abgeleitet, womit sich im Winsorization-Verfahren die r-Parameter zu $r_1 = 153.652$ und $r_2 = 124.582$ ergeben. Die Prozedur führt schließlich zu einer Standardabweichung von $s_w = 0,65$ mm/Jahr, welche die räumliche Streuung der LOS-Geschwindigkeiten dicht benachbarter Messpunkte angibt. Zur Vollständigkeit sind in Tabelle A.4 die berechneten Standardabweichungen für alle verfügbaren SAR-Stacks aufgelistet. Dabei weisen die PSI-Daten der Stapelauswertung 117_05 mit $s_w = 0,77$ mm/Jahr die höchste räumliche Streuung auf.

Für den exemplarischen SAR-Stack 015_01 sind die relativen Häufigkeiten der abgeleiteten Testgrößen im Historgramm 4.32b dargestellt. Als räumliche Ausreißer werden diejenigen PS klassifiziert, deren Testwerte außerhalb der Quantile $t_{f,\frac{\alpha}{2}}$ und $t_{f,1-\frac{\alpha}{2}}$ der t-Verteilung mit einem Freiheitsgrad von $f = 5$ liegen. Im PSI-Datensatz 015_01 betrifft dies insgesamt 166.313 persistente Rückstreuer, was ca. 8,0% der enthaltenen LOS-Geschwindigkeiten entspricht. Aus Tabelle A.4 lässt sich für jeden untersuchten SAR-Stack die Anzahl der detektierten Ausreißer und deren prozentuale Anteil an den Gesamtdaten entnehmen. Dabei treten räumliche Ausreißer in den unterschiedlichen PSI-Datensätzen mit einer vergleichbaren relativen Häufigkeit auf.



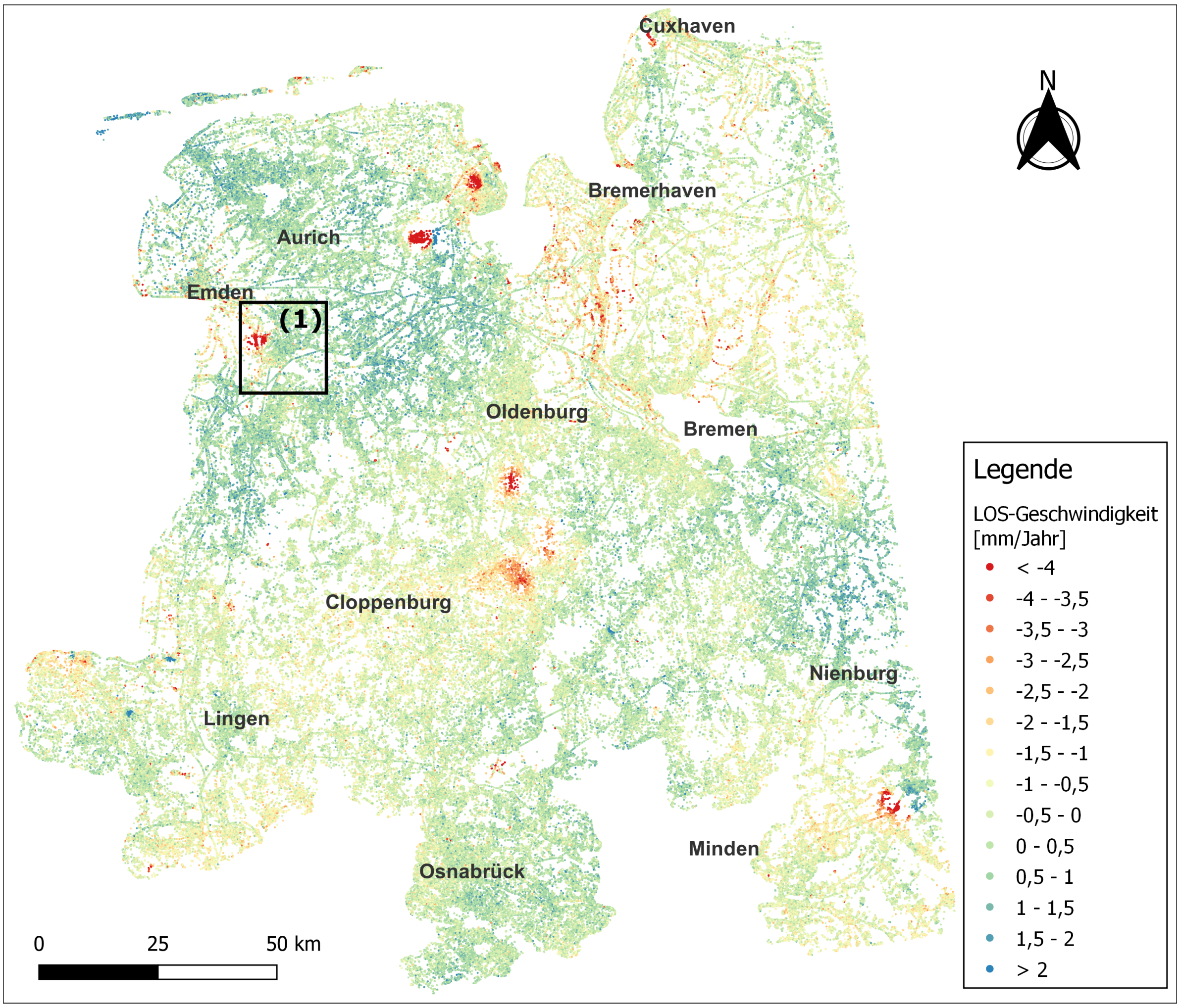
(a) *Abweichungen zwischen LOS-Geschwindigkeiten und Nachbarschaftsfunktionen*

(b) *Testgrößen im Hypothesentest*

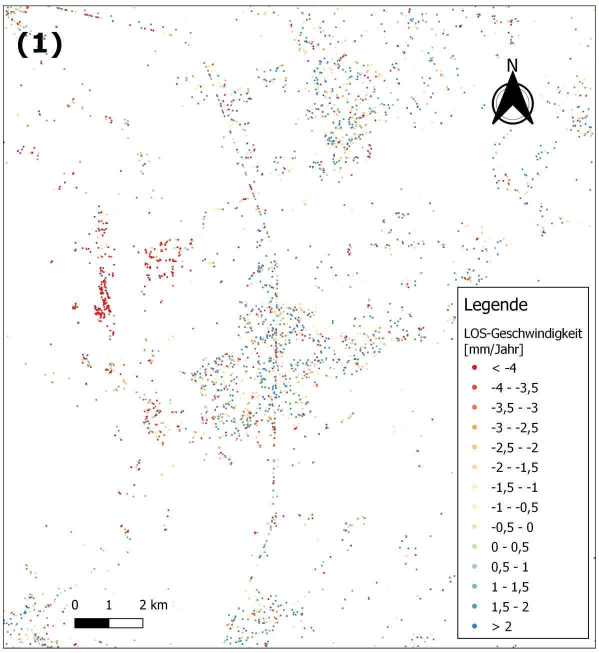
Abbildung 4.32: *Häufigkeitsverteilungen zur Detektion räumlicher Ausreißer im SAR-Stack 015_01*

Abbildung 4.33 zeigt für den exemplarischen SAR-Stack 015_01 das Ergebnis der räumlichen Ausreißerfilterung. Deutlich erkennbar lassen sich mit der vorgestellten Methodik die individuellen Punktbewegungen aus dem Eingangsdatensatz entfernen, sodass das räumliche Rauschen der Beobachtungen reduziert wird (vgl. Abbildung 4.31). Im gefilterten PSI-Datensatz verbleiben also LOS-Geschwindigkeiten, die flächenhafte Bodenbewegungen widerspiegeln. Die detektierten Ausreißer weisen hingegen ein zufälliges Muster auf und sind in Abbildung A.9 dargestellt. Allerdings sind auch nach der Filterung kleinräumige Bewegungscluster vorhanden, da sich die zugehörigen PS in der Ausreißerdetektion gegenseitig kontrollierten. Es kann nicht ausgeschlossen werden, dass es sich hierbei um Veränderungen großer Objekte auf der Tagesoberfläche handelt. Dies kann jedoch nur im Einzelfall geprüft werden, wobei sich Luftbilder als hilfreiche Informationsquelle erwiesen haben.

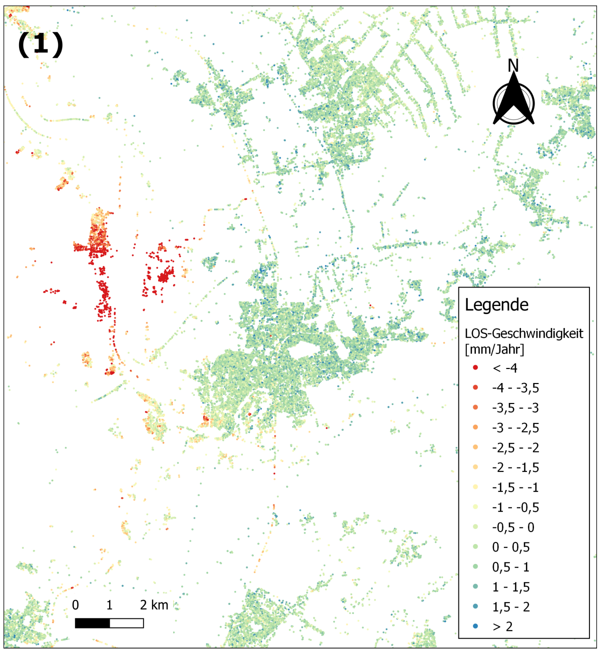
Die Abbildungen 4.33b und 4.33c zeigen für den Bereich des Bodenbewegungsgebietes Jemgum in Ostfriesland die detektierten räumlichen Ausreißer bzw. die gefilterten LOS-Geschwindigkeiten. Im direkten Vergleich der Datensätze wird deutlich, dass im grün gekennzeichneten stabilen Stadtgebiet Leer überwiegend Einzelpunkte als Ausreißer klassifiziert wurden. Im Gegensatz dazu werden inmitten des abgebildeten Bodenbewegungsgebietes vergleichsweise viele PS als auffällige Messungen detektiert. Dieses Filterergebnis lässt sich auf andere PSI-Daten übertragen und deutet darauf hin, dass die beobachteten Bewegungsraten in Deformationsbereichen der Erdoberfläche mehr streuen als in stabilen Gebieten. Die geprüften Abweichungen $\Delta z(\mathbf{x})$ zwischen LOS-Geschwindigkeiten und Nachbarschaftsfunktionen sind also ortsabhängig, womit in lokalen Gebieten die angenommene Stationarität 1. Ordnung nicht gilt (siehe Abschnitt 2.6.1).



(a) *Gefilterte LOS-Geschwindigkeiten des gesamten SAR-Stacks*



(b) *Ausschnitt des Bodenbewegungsgebietes Jemgum (Räumliche Ausreißer)*



(c) *Ausschnitt des Bodenbewegungsgebietes Jemgum (Gefilterte LOS-Geschwindigkeiten)*

Abbildung 4.33: *Ergebnis der räumlichen Ausreißerfilterung für den SAR-Stack 015_01*

4.3.5 Interpretation und Wertung

Die satellitengestützte Radarinterferometrie ermöglicht die räumlich und zeitlich hochauflösende Erfassung von Bewegungsprozessen der Erdoberfläche (siehe Abschnitt 2.3.3). Bezogen auf die Blickrichtung der Satelliten lassen sich mit dem PSI-Verfahren die 1D-Entfernungsänderungen und Geschwindigkeiten von Reflektoren des Radarsignals ermitteln. Die erfassten Bewegungen der persistenten Rückstreuer sind also abhängig von der jeweiligen Satellitenposition und können nicht geometrisch als Hebungen, Senkungen oder horizontale Verschiebungen der Tagesoberfläche interpretiert werden. Demzufolge sind die beobachteten LOS-Geschwindigkeiten nicht direkt mit unabhängigen Bewegungsraten auf Grundlage anderer Messverfahren vergleichbar.

Für diese Arbeit wurde von der BGR die PSI-Prozessierung des BBD im Bereich der niedersächsischen Landesfläche als Datengrundlage zur Verfügung gestellt. Nachdem alle vorliegenden Beobachtungen einer zeitlichen und räumlichen Ausreißerfilterung unterzogen wurden, verbleiben insgesamt 12.725.797 qualitätsgesicherte PS im Datensatz. Der Anteil an detektierten Ausreißern liegt bei 8,3%. Bedingt durch das Beobachtungssystem bilden die Reflektoren des Radarsignals Cluster in urbanen Bereichen, während in ländlich geprägten Gebieten vergleichsweise wenig Rückstreuer vorhanden sind (vgl. Abschnitt 2.3.3). Diese Eigenschaft des PSI-Verfahrens lässt sich gut anhand des exemplarischen SAR-Stacks 015_01 in Abbildungen 4.33 wiedererkennen. Obwohl zwischen den unregelmäßig verteilten PS größere Beobachtungslücken vorhanden sind, werden Deformationen im Untersuchungsgebiet mit hoher räumlicher Auflösung erfasst. Eine vergleichbare Informationsdichte zu Bodenbewegungen lässt sich mit terrestrischen Messverfahren unmöglich generieren, sodass die Radarinterferometrie als Fernerkundungsverfahren neue Einblicke in das Verhalten der Erdoberfläche gibt.

Insgesamt überschreiten 2,1% der Rückstreuer im qualitätsgesicherten PSI-Datensatz die Geschwindigkeit von 2 mm/Jahr. Der festgelegte Grenzwert entspricht ca. der dreifachen Standardabweichung s_w, die in der räumlichen Ausreißerfilterung als Präzisionsangabe für die Bewegungsraten der PS ermittelt wurde (siehe Abschnitt 4.3.4). Es zeigen also nur wenige Reflektoren des Radarsignals signifikante Deformationen der Tagesoberfläche. Wie anhand von Abbildung 4.33 ersichtlich ist, bilden die Objektpunkte mit größeren Geschwindigkeiten als der angesetzte Grenzwert räumliche Cluster. Die betroffenen Bereiche stehen dabei häufig in Zusammenhang mit lokalen Bergbauaktivitäten (NIBIS® Kartenserver, 2021a). Der gezeigte SAR-Stack 015_01 weist zudem auffällig große LOS-Geschwindigkeiten in der Wesermarsch auf, sodass dort eine Korrelation mit der Bodenregion des Küstenholozäns erkennbar ist (NIBIS® Kartenserver, 2021b).

Neben den signifikanten, vorwiegend lokalen Deformationen der Erdoberfläche sind in Abbildung 4.33a auch großräumige Bewegungsmuster sichtbar. Obwohl diese langwelligen Signale den Grenzwert von 2 mm/Jahr häufig nicht überschreiten, lassen sie sich dennoch in allen verfügbaren SAR-Stacks beobachteten. In dem gezeigten PSI-Datensatz 015_01 sind beispielsweise bei Aurich und Cloppenburg positive bzw. negative Bewegungsraten erkennbar, die sich über größere Bereiche erstrecken. Die genannten Gebiete weisen Geschwindigkeiten von über 1 mm/Jahr auf, wobei sich die Bewegungsprozesse nicht plausibel erklären lassen. So kann z.B. kein Zusammenhang mit den örtlichen Bodenregionen festgestellt werden (NIBIS® Kartenserver, 2021b). Zudem zeigt sich auch keine Übereinstimmung mit unabhängigen Geschwindigkeiten aus den Messverfahren GNSS und Nivellement (vgl. Abschnitt 4.1.6 und 4.2.5). Die großräumigen und nicht erklärbaren Bewegungsmuster in den PSI-Daten werden daher in dieser Arbeit als systematische Messunsicherheiten aufgefasst, die z.B. durch atmosphärische Restfehler in der PSI-Prozessierung entstehen können (Parizzi u. a., 2020; Crosetto u. a., 2016).

5 Flächenhafte Modellierung von PSI-Daten

Bodenbewegungen sind nach der Definition in Abschnitt 2.2 grundsätzlich ein flächenhaftes Phänomen. Je nach Auslöser beeinflussen die Bewegungsvorgänge unterschiedlich große Gebiete der Tagesoberfläche, wobei die zeitlichen und betragsmäßigen Deformationsraten häufig variieren. Messtechnisch bedingt lassen sich die Verformungen der Erdoberfläche jedoch nur an diskreten Objektpunkten erfassen, wodurch das Bewegungsverhalten zwischen den Stützstellen unbekannt ist. Um dennoch Bodenbewegungen flächenhaft beschreiben zu können, werden in diesem Kapitel die unterschiedlichen Modellansätze der Multilevel B-Spline Approximation (MBA), Ordinary Kriging und Regressions-Kriging behandelt. Als Datengrundlage dienen massenhafte PSI-Daten, die bereits in Abschnitt 4.3 einer zeitlichen und räumlichen Ausreißerfilterung unterzogen wurden. Das Ziel besteht darin, für jeden verfügbaren SAR-Stack ein optimales Bewegungsmodell aus den unregelmäßig verteilten LOS-Geschwindigkeiten zu generieren. Zur flächenhaften Approximation der Stützstellen werden Modellwerte und zugehörige Standardabweichungen in einem regelmäßigen Raster geschätzt, wobei die Gitterweite in dieser Arbeit 200 m $\times$ 200 m beträgt. Ein resultierendes Modell kann also nach dem Abtasttheorem nur Bewegungsstrukturen ab einer räumlichen Ausdehnung von 400 m auflösen (Meier und Borkowski, 2011, S. 93 ff.). Um zusätzlich die durchschnittliche Modellpräzision beurteilen zu können, werden für jedes Bewegungsmodell der Modellfehler und der Prädiktionsfehler durch eine Kreuzvalidierung bestimmt (Esbensen, 2001).

Zu Beginn wird in Unterkapitel 5.1 das Verfahren der MBA zur Modellierung von PSI-Daten beschrieben (Lee u. a., 1997; Mohammadivojdan u. a., 2021). Abschnitt 5.1.1 stellt die entwickelte Strategie zur Auswahl einer optimalen Modellkonfiguration vor, womit sich eine Über- bzw. Unterparametrisierung der flächenhaften Approximation vermeiden lässt. Nachdem die Modellkomplexität festgelegt wurde, geht der anschließende Abschnitt 5.1.2 auf das Bewegungsmodell eines exemplarischen SAR-Stacks ein. Die Standardabweichungen der flächenhaften Modelle werden schließlich durch mehrfache Simulation unter Verwendung des klassischen Bootstrapping-Verfahrens abgeschätzt (siehe Abschnitt 3.5.3).

Zielsetzung in Unterkapitel 5.2 ist die Berechnung flächenhafter Bewegungsmodelle unter Verwendung von Ordinary Kriging (Webster und Oliver, 2001). Dazu werden die PSI-Daten zunächst in Abschnitt 5.2.1 einer räumlichen Strukturanalyse unterzogen, woraus die experimentellen und theoretischen Variogramme hervorgehen. Sie bilden die Grundlage zur Modellierung mittels Ordinary Kriging und beschreiben die räumliche Korrelation zwischen den Beobachtungen. In Abschnitt 5.2.2 werden für einen beispielhaften SAR-Stack das Bewegungsmodell und die zugehörigen Standardabweichungen vorgestellt. Um die Präzision der flächenhaften Approximation möglichst realistisch beurteilen zu können, wird in dieser Arbeit Jackknife als Simulationsverfahren eingesetzt (siehe Abschnitt 3.5.2).

Das Unterkapitel 5.3 widmet sich der flächenhaften Modellierung von LOS-Geschwindigkeiten mittels Regressions-Kriging. Der in Abschnitt 3.4.4 weiterentwickelte Modellansatz wird in dieser Arbeit erstmalig auf PSI-Daten angewendet und basiert auf der separaten Approximation des Trend- bzw. Signalanteils. Zunächst erfolgt in Abschnitt 5.3.1 die deterministische Trendmodellierung unter Verwendung einer MBA, wobei die Standardabweichungen mit dem klassischen Bootstrapping-Ansatz bestimmt werden. Nachdem die Trendfunktion von den Beobachtungen abgespalten wurde, gehen die verbleibenden Residuen in die stochastische Modellierung mittels Ordinary Kriging ein. Die flächenhafte Approximation der Signalkomponente wird in Abschnitt 5.3.2 beschrieben, wobei die Modellunsicherheiten mit dem Jackknife-Verfahren abgeschätzt werden. Der Abschnitt 5.3.3 führt schließlich die separat bestimmten Trend- und Signalanteile zusammen, woraus das finale Bewegungsmodell mit zugehörigen Standardabweichungen hervorgeht. Zur Verdeutlichung wird die Prozedur anhand eines exemplarischen SAR-Stacks erläutert.

Zum Abschluss wird in Abschnitt 5.4 ein Methodenvergleich vorgenommen. Anhand verschieden berechneter Bewegungsmodelle für einen beispielhaften SAR-Stack werden Gemeinsamkeiten und Unterschiede zwischen den Modellansätzen hervorgehoben. Die gezogenen Rückschlüsse münden schließlich in einer Empfehlung zur optimalen Modellierung von PSI-Daten. Die gewonnenen Erkenntnisse lassen sich auf beliebige Massendaten mit einem 2D-Raumbezug übertragen.

5.1 Multilevel B-Spline Approximation

Zielsetzung der MBA ist die Definition einer Funktion $f(x, y)$ des Ortes (x, y), die ein räumliches Phänomen kontinuierlich beschreibt (siehe Abschnitt 3.3). Es handelt sich also um einen deterministischen Modellansatz, womit der Trendanteil aus Werten an unregelmäßig verteilten Stützstellen flächenhaft rekonstruiert wird. Die unbekannten Funktionsparameter von $f(x, y)$ lassen sich unter Verwendung der optimierten Algorithmen 1 und 2 effizient bestimmen, sodass auch große Datenmengen prozessiert werden können (Lee u. a., 1997). Dadurch ist die MBA prädestiniert, um ein flächenhaftes Bewegungsmodell aus massenhaften LOS-Geschwindigkeiten einer PSI-Auswertung abzuleiten. Das Verfahren wurde beispielsweise von Mohammadivojdan u. a. (2021) zur Modellierung von Bodenbewegungen in einem lokal begrenzten Untersuchungsgebiet eingesetzt, wobei Daten der satellitengestützten Radarinterferometrie als Grundlage dienten.

5.1.1 Modellkonfiguration

Der Detailgrad einer flächenhaften Modellierung lässt sich in der MBA über das Kontrollgitter Φ_0 eines Ausgangsmodells und der Anzahl h an Hierarchiestufen (Level) steuern (siehe Abschnitt 3.3.2). Je höher die Gitterauflösung von Φ_0, desto mehr passt sich im ersten Level die zugehörige B-Spline Fläche den Datenpunkten an. Wenn nur wenige Knotenpunkte in Φ_0 enthalten sind, dann ist also das Ausgangsmodell durch einen glatten räumlichen Verlauf charakterisiert. Die iterative Erhöhung der Hierarchiestufen führt zu einer sukzessiven Verfeinerung des flächenhaften Modells, sodass auch kleinräumige Strukturen aufgelöst werden können. Es ergibt sich nun die Herausforderung zur optimalen Modellkonfiguration, wobei die gesuchte Funktion $f(x, y)$ keine Über- bzw. Unterparametrierung aufweist. Das Ziel besteht also in der bestmöglichen Approximation unregelmäßig verteilter Datenpunkte, ohne das zufällige Rauschen der Messwerte in der Modellfläche abzubilden.

Zu Beginn der flächenhaften Modellierung von LOS-Geschwindigkeiten eines PSI-Datensatzes werden die beiden Parameter m und n festgelegt. Sie bestimmen die Auflösung des Kontrollgitters $\Phi_0 = \{\phi_{ij}, i = -1, .., m+1, j = -1, .., n+1\}$ der ersten Hierarchiestufe $h = 0$. Dazu wird die räumliche Ausdehnung eines SAR-Stacks in X- und Y-Richtung bestimmt, woraus sich die Koordinaten (X_{min}, Y_{min}) und (X_{max}, Y_{max}) des minimal umgebenen Rechtecks ableiten. Durch Vorgabe einer metrischen Rasterauflösung $\Delta\phi$ ergeben sich die ganzzahligen Parameter m und n zu:

$$m \approx \frac{X_{max} - X_{min}}{\Delta\phi} \qquad\qquad n \approx \frac{Y_{max} - Y_{min}}{\Delta\phi} \tag{5.1}$$

In dieser Arbeit wird eine Gitterauflösung von $\Delta\phi = 10$ km festgelegt, sodass die einzelnen PS in der Modellierung einen lokalen Bereich von 40 km $\times$ 40 km beeinflussen (vgl. Abschnitt 3.3.1). Demnach weist das Ausgangsmodell im ersten Level der MBA einen glatten Verlauf auf, wodurch sich großräumige Bewegungsstrukturen abbilden lassen. Aus den Gleichungen 5.1 gehen für den exemplarischen SAR-Stack 015_01 die Parameter $m = 20$ und $n = 21$ hervor, wobei Abbildung 4.33a die zugrunde liegenden LOS-Geschwindigkeiten zeigt. Zur Vollständigkeit sind in Tabelle B.1 für alle verfügbaren PSI-Stapel die zugehörigen Konfigurationen der Kontrollgitter Φ_0 aufgelistet.

Nachdem die Ausgangsmodelle in der MBA definiert wurden, stellt sich im weiteren Modellierungsprozess die Frage nach der Anzahl an benötigten Hierarchiestufen h. Um diese Fragestellung zu beantworten, wird zur Modellierung der PSI-Datensätze zunächst ein maximales Level von $h = 9$ angesetzt. Anschließend werden im Algorithmus 2 alle Hierarchiestufen von 0 bis 9 iterativ durchlaufen und die zugehörigen Approximationsflächen bestimmt. Für jedes berechnete Modell wird zusätzlich der jeweilige Modellfehler $\hat{\sigma}_M$ und Prädiktionsfehler $\hat{\sigma}_P$ abgeleitet (siehe Abschnitt 3.5.1). Dabei geht das Präzisionsmaß $\hat{\sigma}_P$ aus einer Kreuzvalidierung hervor, die auf $d = 5$ gleichgroße Testdatensätze basiert.

Abbildung 5.1 zeigt für den beispielhaften SAR-Stack 015_01 die berechneten Modell- und Prädiktionsfehler in Abhängigkeit zu den angesetzten Hierarchiestufen in der MBA. Mit steigendem Level nimmt die Modellkomplexität zu, sodass $\hat{\sigma}_P$ zunächst sinkt und im Bereich der Überparametrisierung wieder anwächst. Dabei ergibt sich der kleinste Prädiktionsfehler bei der Hierarchiestufe 6 zu $\hat{\sigma}_P = 0,60$ mm/Jahr. Diese Modellkonfiguration führt also nach der Kreuzvalidierung zu einer optimalen Approximation der räumlichen Strukturen in den Beobachtungen, ohne das zufällige Messrauschen abzubilden. Im Gegensatz zu $\hat{\sigma}_P$ wird der Modellfehler $\hat{\sigma}_M$ kontinuierlich kleiner, da sich die flächenhafte Funktion $f(x, y)$ mit jedem zusätzlichen Level den Datenpunkten weiter annähert. Der Modellfehler ist demnach nicht als Kriterium zur Modellauswahl im Verfahren der MBA geeignet.

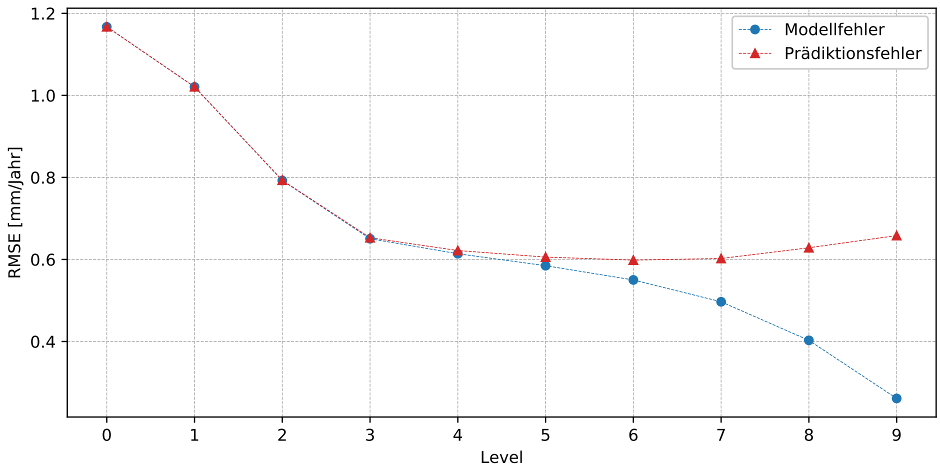


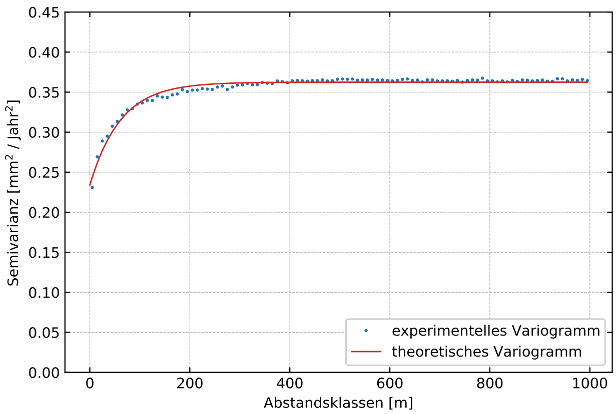
Abbildung 5.1: *Verläufe des Prädiktions- und Modellfehlers für den SAR-Stack 015_01*

Wie in Abbildung 5.1 ersichtlich, sind die Prädiktionsfehler zwischen den Hierarchiestufen 4 bis 7 kaum zu unterscheiden. Nach der Kreuzvalidierung stehen also mehrere mögliche Modellkonfigurationen zur Auswahl, die eine optimale flächenhafte Approximation der Datenpunkte erwarten lassen (vgl. Esbensen und Geladi, 2010, S. 171 f.). Um eine Überparametrisierung der Modellierung zu vermeiden, wird in dieser Arbeit die Modellkomplexität durch das Level mit dem kleinsten Prädiktionsfehler begrenzt. In dem gezeigten Beispiel des SAR-Stacks 015_01 kommen also nur die Hierarchiestufen 4 bis 6 als optimale Modellkonfigurationen in Frage.

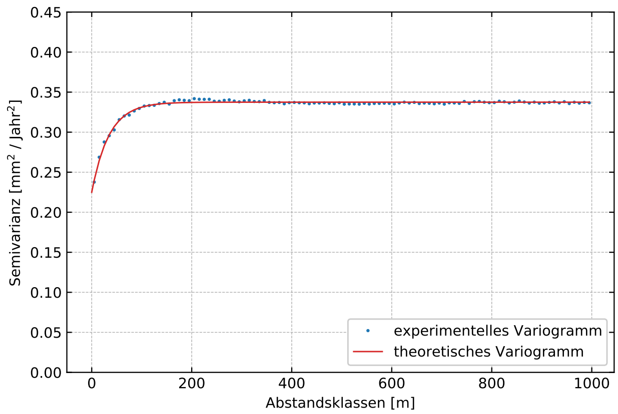
Zur objektiven Entscheidungsfindung, welches dieser Modelle den flächenhaften Trendanteil in den PSI-Daten bestmöglich abbildet, werden die jeweiligen Residuen einer räumlichen Strukturanalyse unterzogen. Dazu gehen die Abweichungen zwischen der Approximationsfunktion $f(x, y)$ und den

Beobachtungen in die Berechnung eines experimentellen Variogramms ein, wobei die Abstandsklassen h_l einen Intervall von 10 m aufweisen (siehe Abschnitt 3.4.1). Die resultierenden Semivarianzen $\hat{\gamma}(h_l)$ bilden nach Abschnitt 3.4.2 die Grundlage zur Ableitung einer theoretischen Variogrammfunktion. Die ausgeglichene Korrelationslänge $\hat{a}$ gibt Auskunft über verbleibende räumliche Strukturen in den Residuen, die mit der angesetzten Modellkomplexität vernachlässigt werden. Damit ein Modell möglichst alle Bewegungsmuster in den Eingangsdaten abbildet, sollten demzufolge keine räumlichen Korrelationen im Variogramm erkennbar sein.

Abbildung 5.2 zeigt die berechneten Variogramme für den beispielhaften SAR-Stack 015_01, wobei eine Unterscheidung zwischen den Hierarchiestufen 4 und 5 vorgenommen wird. Anhand der dargestellten Semivarianzen lässt sich erkennen, dass im Level 4 der MBA räumliche Strukturen mit einer Korrelationslänge von $\hat{a} = 184$ m in den Residuen verbleiben. Die Modellkomplexität reicht also nicht aus, um diese kleinräumigen Muster in der flächenhaften Approximation beschreiben zu können. Das Variogramm der nächsten Hierarchiestufe 5 lässt nur sehr kleine räumliche Strukturen in den Diskrepanzen zwischen Beobachtungen und Modellfläche erkennen. Die abgeleitete Korrelationslänge verkürzt sich auf $\hat{a} = 103$ m, wodurch die Bewegungsmuster in den LOS-Geschwindigkeiten der PSI-Daten mit ausreichender Auflösung abgebildet werden. Eine weitere Erhöhung der Modellkomplexität könnte zu einer Überparametrisierung der Approximationsfunktion $f(x, y)$ führen, sodass keine Verbesserung des Modells im Level 6 zu erwarten ist.



(a) *Level 4*

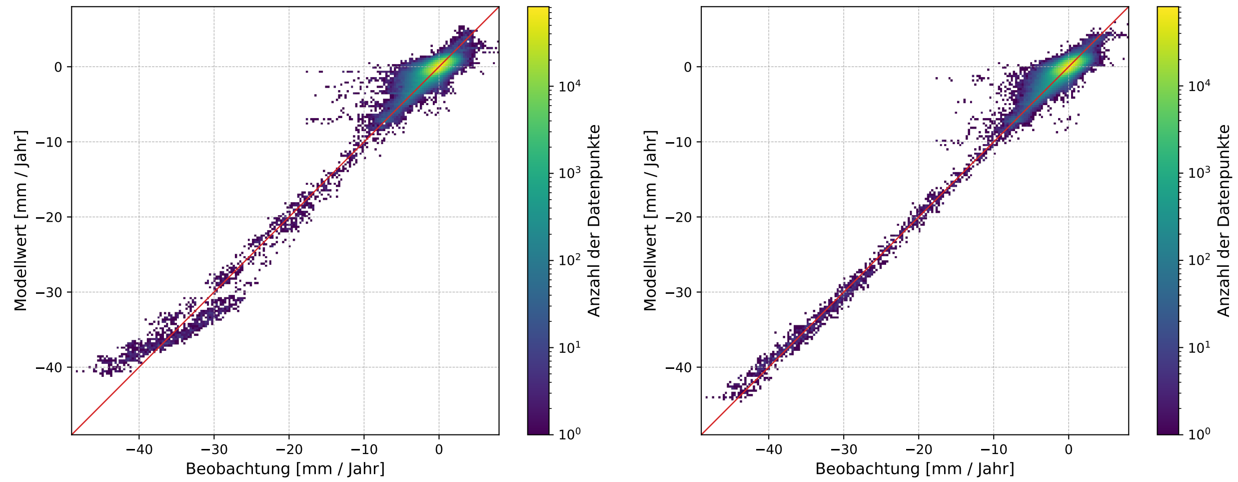


(b) *Level 5*

Abbildung 5.2: *Räumliche Strukturanalyse der Modellresiduen unterschiedlicher MBA*

Zum Abschluss der Modellkonfiguration werden die Ergebnisse aus der durchgeführten Kreuzvalidierung näher untersucht. Dazu werden die prädizierten und tatsächlichen LOS-Geschwindigkeiten in einem Diagramm gegeneinander aufgetragen, sodass sich bei einem theoretischen Prädiktionsfehler von $\sigma_P = 0,00$ mm/Jahr eine Gerade im 45°-Winkel ergibt. Abbildung 5.3 zeigt die erstellten Diagramme für den exemplarischen SAR-Stacks 015_01, wobei die Hierarchiestufen 4 und 5 in der MBA angesetzt wurden. Um die Verteilung der massenhaften Datenpunkte besser erkennen zu können, sind sie als farblich kodiertes 2D-Histogramm dargestellt. Zudem ist in den beiden Grafiken der ideale Stützstellenverlauf als rote Diagonale gekennzeichnet. Es ist erkennbar, dass im Level 4 der MBA ein systematischer Fehler im Bereich großer Geschwindigkeiten verbleibt. Dieses Verhalten ist in der Hierarchiestufe 5 nicht zu beobachten, wodurch die Erweiterung der Modellkomplexität zur verbesserten Approximation extremer Bewegungsraten beiträgt (siehe Abbildung 5.3b).

Die beschriebenen Untersuchungen zeigen, dass die LOS-Geschwindigkeiten des exemplarischen SAR-Stacks 015_01 durch eine MBA mit 5 Hierarchiestufen bestmöglich modelliert werden. An dieser Stelle sei noch einmal hervorgehoben, dass die alleinige Kreuzvalidierung nicht zur optimalen Konfiguration einer MBA ausreicht und zu einer Überparametrisierung der Approximationsfunkti-



(a) *Prädiktionsfehler im Level 4* **(b)** *Prädiktionsfehler im Level 5*

Abbildung 5.3: *Vergleich zwischen Beobachtungen und Modellwerten unterschiedlicher MBA*

on $f(x, y)$ führen kann. Zur Vollständigkeit sind in Tabelle B.1 für alle verfügbaren PSI-Datensätze die ermittelten Level zur Modellkonfiguration der jeweiligen MBA aufgelistet.

5.1.2 Flächenhaftes Bewegungsmodell

Die finale Approximationsfunktion $f(x, y)$ wird durch das Kontrollgitter Ψ_h definiert, wobei h die Anzahl an Hierarchiestufen in der MBA angibt (siehe Abschnitt 3.3.2). Mit diesem deterministischen Modellansatz lässt sich der Trendanteil in den LOS-Geschwindigkeiten an beliebigen Orten im Aufnahmebereich der Radardaten prädizieren. Die Approximationsfunktion $f(x, y)$ ermöglicht also die Berechnung von Modellwerten an Positionen eines regelmäßigen Rasters, sodass ein flächenhaftes Bewegungsmodell für einen SAR-Stack generiert werden kann.

Abbildung 5.4 zeigt für den exemplarischen SAR-Stack 015_01 das (unkalibrierte) Bewegungsmodell aus der MBA, wobei die von Ausreißern bereinigten PSI-Daten als Datengrundlage dienen (siehe Abschnitt 4.3.4). In dem abgebildeten flächenhaften Modell der LOS-Geschwindigkeiten sind mehrere Bewegungsmuster erkennbar, die sich z.T. überlagern und unterschiedlich große Bereiche der Erdoberfläche beeinflussen. Die Umgebungen von Aurich und Cloppenburg weisen z.B. regionale Deformationen auf, die vermutlich durch systematische Messunsicherheiten im Beobachtungssystem verursacht werden (vgl. Abschnitt 4.3.5). Außerdem bilden sich im Modell lokale Bodenbewegungsgebiete ab, die mit verhältnismäßig großen Geschwindigkeitsbeträgen im Einflussbereich von Bergbauaktivitäten liegen (vgl. NIBIS® Kartenserver, 2021a). Die Approximationsfläche wird zusätzlich von hochfrequenten Bewegungen überlagert, die eine Ausdehnung von unter 1 km aufweisen (siehe auch Abbildung 5.20a). Diese Strukturen werden häufig durch räumlich isolierte PS hervorgerufen, da sie aufgrund fehlender Beobachtungen in der Nachbarschaft einen größeren Bereich im Bewegungsmodell beeinflussen können. Dennoch ist die Approximationsfläche durch einen glatten Verlauf gekennzeichnet, sodass zufälliges Messrauschen der Stützstellen gedämpft wird.

Der Modellfehler gibt die durchschnittliche Streuung der Stützstellen um die Approximationsfläche an und beläuft sich für den beispielhaften SAR-Stack 015_01 auf $\hat{\sigma}_M = 0{,}58$ mm/Jahr (siehe Abschnitt 3.5.1). Um die Abweichungen zwischen zukünftigen Beobachtungen unter Wiederholungsbedingungen und prädizierten Modellwerten einschätzen zu können, wird der mittlere Prädiktionsfehler durch eine Kreuzvalidierung bestimmt. Dazu werden die verfügbaren Stützstellen in $d = 5$ gleichgroße Testdatensätze aufgeteilt und jeweils eine Modellfläche aus den komplementären Trainingsdaten (80% des Gesamtdatensatzes) berechnet (vgl. Abschnitt 3.5.1). Die resultieren-

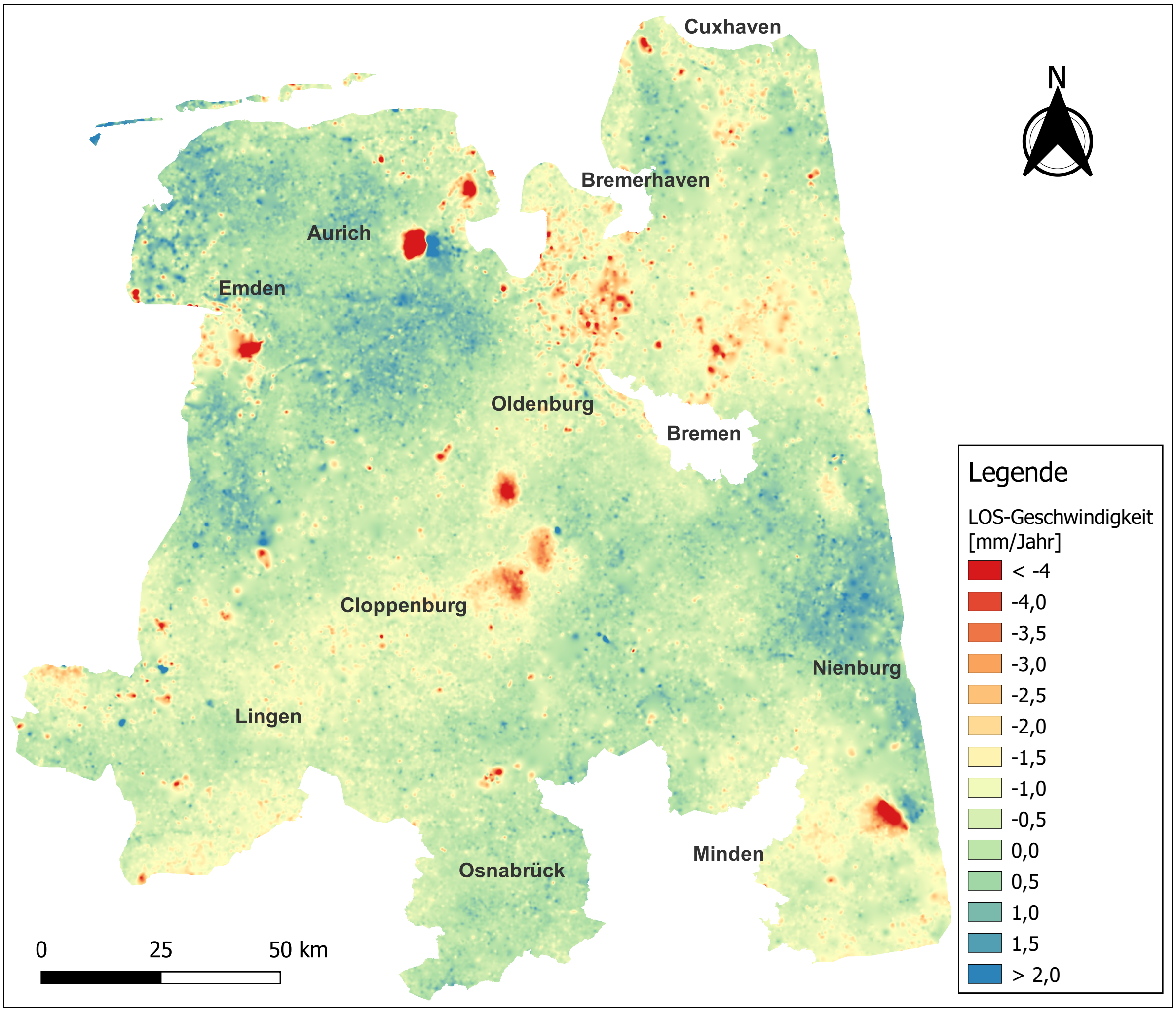


Abbildung 5.4: *Unkalibriertes Bewegungsmodell für den SAR-Stack 015_01 aus der MBA*

den Modelle werden mit den zugehörigen Testdaten verglichen, woraus sich für den beispielhaften SAR-Stack 015_01 ein Prädiktionsfehler von $\hat{\sigma}_P = 0,61$ mm/Jahr ergibt. Die abgeleiteten Präzisionsmaße $\hat{\sigma}_M$ und $\hat{\sigma}_P$ sind in ihrer Größenordnung kaum zu unterscheiden, sodass beide Angaben maßgeblich das zufällige Messrauschen der PSI-Daten beschreiben. Insbesondere der Prädiktionsfehler darf daher nicht als allgemeingültige Genauigkeit von Modellprognosen fehlinterpretiert werden. Zur Vollständigkeit sind in Tabelle B.1 für alle verfügbaren SAR-Stacks die Prädiktions- und Modellfehler von den flächenhaften Approximationen zu finden. Die Präzisionsangaben zu den einzelnen Bewegungsmodellen weisen eine ähnliche Größenordnung auf, wodurch sich das vergleichbare Messrauschen der jeweiligen SAR-Stacks widerspiegelt (vgl. Abschnitt 4.3.4). Nur für das Modell des PSI-Datensatzes 117_05 wird mit $\hat{\sigma}_P = 0,72$ mm/Jahr und $\hat{\sigma}_M = 0,70$ mm/Jahr ein leicht erhöhter Prädiktions- bzw. Modellfehler bestimmt.

Die beiden Präzisionsmaße $\hat{\sigma}_M$ und $\hat{\sigma}_P$ geben die durchschnittliche Modellqualität einer MBA an. Lokales Messrauschen der Stützstellen, Datenlücken und die angesetzte Modellkomplexität lassen jedoch eine ortsabhängige Präzision der geschätzten Approximationswerte erwarten. Um die Modellpräzision flächenhaft beurteilen zu können, werden für alle Rasterpunkte eines Bewegungsmodells zugehörige Standardabweichungen benötigt. Damit diese Werte bei einer MBA realistisch abgeschätzt werden, müssen die existierenden Korrelationen zwischen den hierarchischen B-Spline Flächen in eine Varianzfortpflanzung eingehen (Nuckelt, 2007, S. 70 f.). Dazu sind jedoch insbesondere bei Massendaten erhebliche Rechenressourcen erforderlich. Um diesen Umstand zu umgehen, verwendeten Mohammadivojdan u. a. (2021) erstmalig Bootstrapping zur Genauigkeitsbeurteilung eines Bewegungsmodells, welches aus PSI-Daten abgeleitet wurde (vgl. Abschnitt 3.5.3). Dieser Simulationsansatz ermöglicht bei großen Datensätzen die Berechnung von flächenhaften Standardabweichungen und wird daher in dieser Arbeit zur Beurteilung der Präzision einer MBA eingesetzt.

In Abbildung 5.5 sind für den exemplarischen SAR-Stacks 015_01 die Standardabweichungen von den geschätzten Modellwerten dargestellt. Um die Präzisionsmaße der Approximationsfläche zu bestimmen, werden im Verfahren des Bootstrappings insgesamt $b = 500$ Trainingsdatensätze zufällig generiert (siehe Abschnitt 3.5.3). Jeder Datensatz geht in eine separate MBA ein, wobei sich die flächenhaften Standardabweichungen aus den Variationen der jeweiligen Bewegungsmodelle nach Gleichung 3.85 ergeben.

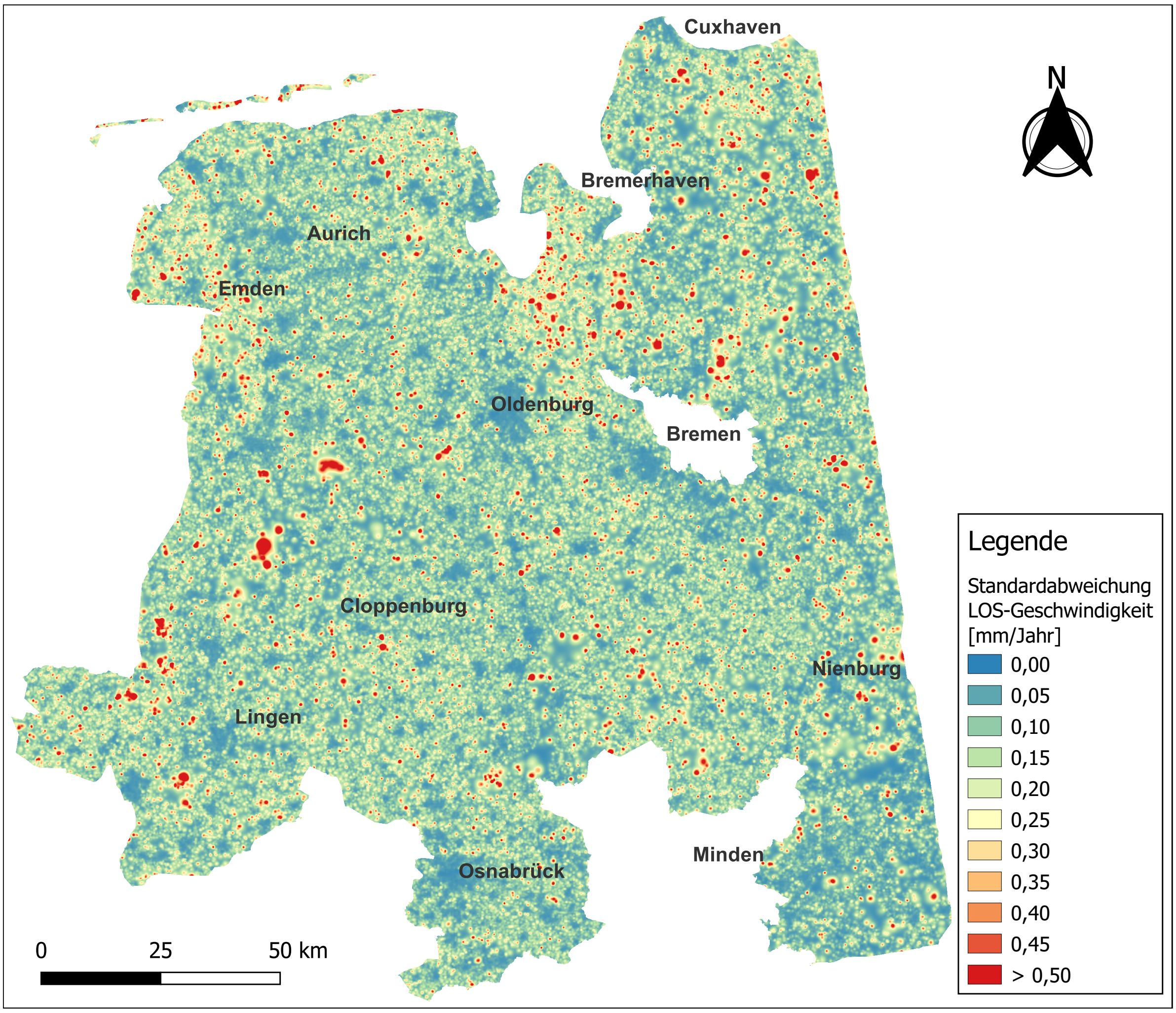


Abbildung 5.5: *Standardabweichungen des unkalibrierten Bewegungsmodells für den SAR-Stack 015_01 aus der MBA*

Anhand von Abbildung 5.5 wird ersichtlich, dass die geschätzten Modellunsicherheiten lokal sehr unterschiedlich sind. In urbanen Bereichen führt die hohe Stützstellendichte zu einer extremen Überbestimmung der Approximation, sodass dort kleine Standardabweichungen aus den Modellsimulationen hervorgehen. Im gezeigten SAR-Stack ist dieses Verhalten besonders in den Stadtgebieten von Osnabrück und Oldenburg erkennbar. Dagegen sind im ländlichen Bereich hohe Modellunsicherheiten vorhanden, wo verhältnismäßig wenig konstante Reflektoren des Radarsignals in der PSI-Prozessierung detektiert wurden. Wenn sich im Modell die Bewegungen räumlich isolierter PS als lokale Bodenbewegungsgebiete abbilden, dann erhalten diese Bereiche aufgrund geringer oder fehlender Redundanz große Standardabweichungen (siehe auch Abbildung 5.20b). In Gebieten mit Datenlücken liefert Bootstrapping jedoch unrealistisch kleine Modellunsicherheiten, weil dort keine Trainingsdaten im Simulationsprozess generiert werden.

5.2 Ordinary Kriging

Ordinary Kriging ist ein geostatistisches Verfahren, mit dessen Hilfe sich ein räumliches Phänomen an beliebigen Positionen prädizieren lässt (siehe Abschnitt 3.4). Der Modellansatz reduziert sich allerdings auf die flächenhafte Approximation des stochastischen Signals, sodass kein Trendanteil in den eingehenden Stützstellen enthalten sein darf. Die Beiträge von Fuhrmann (2016, S. 155 ff.), Brockmeyer (2019) sowie Brockmeyer u. a. (2020) zeigen exemplarische Modellierungen von Bodenbewegungen unter Verwendung von Ordinary Kriging, wobei massenhafte PSI-Daten als Grundlage dienten.

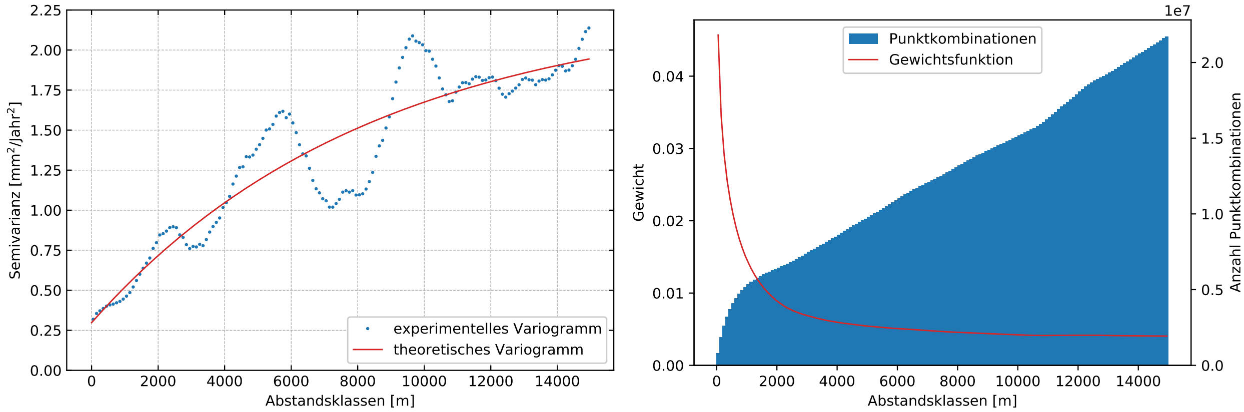
5.2.1 Räumliche Strukturanalyse

Zur flächenhaften Approximation von Bodenbewegungen werden die PSI-Daten zunächst einer räumlichen Strukturanalyse unterzogen. Zielsetzung ist die Erfassung und Beschreibung vorhandener Korrelationen zwischen den LOS-Geschwindigkeiten innerhalb eines SAR-Stacks. Im ersten Schritt gehen dazu die Bewegungsraten der PS in die Berechnung eines experimentellen Variogramms ein (siehe Abschnitt 3.4.1). Auf dieser Grundlage wird schließlich eine theoretische Variogrammfunktion bestimmt, woraus sich Semivarianzen für beliebige Distanzen zwischen zwei Stützstellen im Untersuchungsgebiet ableiten lassen (siehe Abschnitt 3.4.2).

In dieser Arbeit enthält der größte SAR-Stack über 2 Mio. persistente Rückstreuer des Radarsignals, sodass die experimentelle Variogrammberechnung eine rechenintensive Aufgabe darstellt. Daher erfolgt zunächst eine Reduzierung des Ausgangsdatensatzes, indem 25% der verfügbaren PS zufällig gezogen werden. Diese gehen zur räumlichen Strukturanalyse in den Algorithmus 3 (Abschnitt 3.4.1) ein, welcher die effiziente Verarbeitung von Massendaten ermöglicht. Dabei werden zur Berechnung der mittleren Semivarianzen $\hat{\gamma}(h_l)$ insgesamt $k = 150$ Abstandsklassen h_l gebildet, die jeweils einen Intervall von 100 m abdecken. Mit diesen Vorgaben lassen sich also räumliche Korrelationen bis zu einer maximalen Distanz von 14.950 m zwischen den Stützstellen aufdecken.

Abbildung 5.6a zeigt für den exemplarischen SAR-Stack 015_01 das berechnete experimentelle Variogramm. Der Verlauf von den mittleren Semivarianzen $\hat{\gamma}(h_l)$ erreicht bei großen Abstandsklassen keinen eindeutigen Grenzwert, was nach Oliver und Webster (2014) auf einen übergeordneten Trend im analysierten Datensatz hindeutet. Zudem sind im experimentellen Variogramm (periodische) Richtungsänderungen erkennbar, die von kleinräumigen Trends in den Stützstellen verursacht werden können. Dieser sogenannte „Locheffekt“ kann beispielsweise durch lokale Bodenbewegungsgebiete entstehen, die sich in den PSI-Daten als regelmäßig-systematische Strukturen abzeichnen. Das experimentelle Variogramm lässt also eine vorhandene Trendkomponente im beispielhaften SAR-Stack 015_01 erkennen, womit die theoretische Voraussetzung zur flächenhaften Modellierung mittels Ordinary Kriging nicht erfüllt ist (siehe Abschnitt 3.4.3).

Die Parameter der theoretischen Variogrammfunktion werden nach der Methodik in Abschnitt 3.4.2 durch einen Ausgleichungsprozess ermittelt, wobei die Semivarianzen $\hat{\gamma}(h_l)$ als Beobachtungen dienen. Um das Gewicht p_l von $\hat{\gamma}(h_l)$ im GMM festzulegen, wird die Einflussfunktion 3.56 von Zhang u. a. (1995) herangezogen. Abbildung 5.6b zeigt für den exemplarischen SAR-Stack 015_01 die angesetzte Gewichtsfunktion. Bei steigenden Abstandsklassen wird der Einfluss von den Beobachtungen auf die Parameterschätzung reduziert, wodurch sich das theoretische Variogramm den



(a) *Experimentelles und theoretisches Variogramm*

(b) *Gewichtsfunktion zur Ausgleichung des theoretischen Variogramms*

Abbildung 5.6: *Räumliche Strukturanalyse für den exemplarischen SAR-Stack 015_01*

Semivarianzen $\hat{\gamma}(h_l)$ im Nahbereich optimal anpassen kann. Im Gegensatz dazu wächst die Anzahl der Punktkombinationen $N(h_l)$ mit den Abstandsklassen an, da sich der geometrische Suchbereich nach potentiellen Stützstellenpaaren bei zunehmenden Distanzen vergrößert.

Die Semivarianzen $\hat{\gamma}(h_l)$ des beispielhaften SAR-Stacks 015_01 werden durch eine Exponentialfunktion nach Gleichung 3.55 mit $\alpha = 1$ bestmöglich approximiert. Das theoretische Variogramm ist in Abbildung 5.6a dargestellt, wobei die Ausgleichung zu folgenden Parametern des funktionalen Modells führt:

- Nugget-Varianz $\hat{c}_0 = 0,30\ \text{mm}^2/\text{Jahr}^2$
- Partielle Sill-Varianz $\hat{c} = 1,88\ \text{mm}^2/\text{Jahr}^2$
- Korrelationslänge $\hat{a} = 24.334,5\ \text{m}$

Die Nugget-Varianz gibt das Rauschen der Beobachtungen im Nahbereich an und kann als Kenngröße für die Präzision der LOS-Geschwindigkeiten einer PSI-Auswertung aufgefasst werden. Einen deutlich größeren Wert nimmt die partielle Sill-Varianz an, welche die räumliche Variabilität der Stützstellen im Untersuchungsgebiet ausdrückt. Mit einer Korrelationslänge von $\hat{a} = 24.334,5$ m sind auch weit auseinanderliegende Beobachtungen korreliert, was auf die vorhandene Trendkomponente in den PSI-Daten zurückzuführen ist. Zur Vollständigkeit lassen sich aus Tabelle B.2 die ausgeglichenen Parameter der theoretischen Variogramme für alle verfügbaren SAR-Stacks entnehmen. Am häufigsten wird das Stable Modell mit $\alpha = 1$ zur stochastischen Beschreibung räumlicher Strukturen ausgewählt.

5.2.2 Flächenhaftes Bewegungsmodell

Das theoretische Variogramm bildet die Grundlage zur flächenhaften Approximation der LOS-Geschwindigkeiten eines SAR-Stacks mittels Ordinary Kriging (siehe Abschnitt 3.4.3). Die Variogrammfunktion ermöglicht die stochastische Beschreibung räumlicher Strukturen im Datensatz $z(\mathbf{x})$ und wird zur Definition des sogenannten Kriging-Gleichungssystems 3.67 benötigt. Mit den resultierenden Gewichten λ_i und der Gleichung 3.57 lässt sich ein Modellwert $\hat{z}(\mathbf{x}_0)$ an einer beliebigen Position $\mathbf{x}_0$ berechnen, wobei insgesamt $n = 1.500$ benachbarte Beobachtungen einbezogen werden. Die Reduzierung der Stützstellen auf das Umfeld von $\mathbf{x}_0$ ist erforderlich, um die massenhaften PSI-Daten im Modellierungsprozess bewältigen zu können.

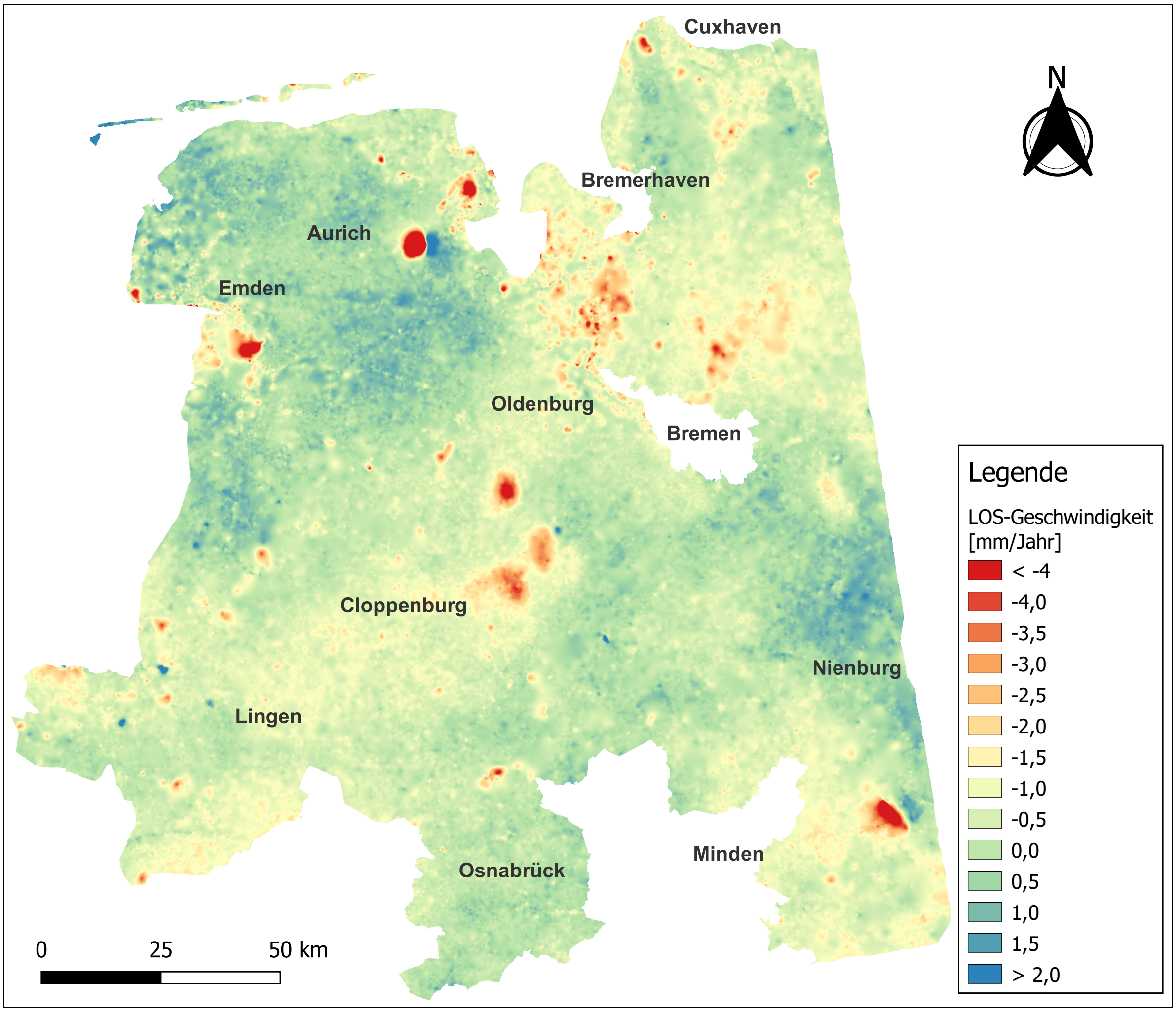


Abbildung 5.7: *Unkalibriertes Bewegungsmodell für den SAR-Stack 015_01 aus Ordinary Kriging*

Wie in Abschnitt 3.4.3 beschrieben, erfolgt zur Auswahl der Stützstellen eine Unterscheidung zwischen dem Nahbereich und Fernbereich einer Modellstelle $\mathbf{x}_0$ (siehe Abbildung 3.8). In dieser Arbeit definiert ein 8 km $\times$ 8 km Quadrat den Nahbereich, wobei in den jeweiligen Sektoren die nächsten Nachbarn zu $\mathbf{x}_0$ als Beobachtungen ausgewählt werden. Wenn in dieser unmittelbaren Nachbarschaft zur Modellstelle nicht die geforderten 1.500 Messwerte enthalten sind, dann erfolgt die Entnahme der noch fehlenden Stützstellen aus dem Fernbereich. Dazu wird zunächst ein regelmäßiges Raster mit einer Gitterauflösung von 200 m $\times$ 200 m gebildet und aus jeder Rasterzelle eine Beobachtung zufällig gezogen, sodass sich der Eingangsdatensatz $z(\mathbf{x})$ reduziert. Es werden also räumliche Cluster in den PSI-Daten ausgedünnt, während isolierte PS als wertvolle Informationen in der Modellierung erhalten bleiben. Dadurch lässt sich mit nur wenigen Stützstellen eine verhältnismäßig große Fläche im Fernbereich abdecken, was glättend auf die Approximation der LOS-Geschwindigkeiten wirkt.

In Abbildung 5.7 ist das (unkalibrierte) Bewegungsmodell für den exemplarischen SAR-Stack 015_01 dargestellt, welches unter Verwendung von Ordinary Kriging berechnet wurde. Das gezeigte Modell bildet sowohl regionale als auch lokale Bewegungsmuster ab, die sich z.T. überlagern und unterschiedliche Geschwindigkeitsbeträge aufweisen. Obwohl das angesetzte theoretische Variogramm aus Abschnitt 5.2.1 eine Korrelationslänge von $\hat{a} = 24.334,5$ m besitzt, werden in der flächenhaften Approximation feinere räumliche Strukturen aufgelöst. Diese Modelleigenschaft ist darauf zurückzuführen, dass bei Ordinary Kriging dicht benachbarte Beobachtungen zu einer Modellstelle $\mathbf{x}_0$ ein höheres Gewicht erhalten als weit entfernte Messpunkte. Dennoch wird das zufällige Messrauschen der zugrunde liegenden PSI-Daten gedämpft, wodurch das gezeigte Modell grundsätzlich einen glatten Verlauf aufweist.

Zur Modellvalidierung wurde für den beispielhaften SAR-Stack 015_01 ein mittlerer Modellfehler von $\hat{\sigma}_M = 0,54$ mm/Jahr und ein Prädiktionsfehler von $\hat{\sigma}_P = 0,59$ mm/Jahr bestimmt (siehe Abschnitt 3.5.1). Beide Angaben unterscheiden sich in ihrer Größenordnung nur geringfügig, sodass die Präzisionsmaße im Wesentlichen die zufälligen Messunsicherheiten der Stützstellen widerspiegeln. Dabei geht der durchschnittliche Prädiktionsfehler $\hat{\sigma}_P$ aus einer Kreuzvalidierung hervor, die auf $d = 5$ gleichgroße Testdatensätze $z'(\mathbf{x})$ basiert. Zur Vollständigkeit sind in Tabelle B.2 die berechneten Präzisionsangaben für alle verfügbaren PSI-Datensätze aufgelistet. Die Modell- und Prädiktionsfehler sind untereinander vergleichbar, wobei lediglich der SAR-Stack 117_05 mit $\hat{\sigma}_M = 0,66$ mm/Jahr und $\hat{\sigma}_P = 0,71$ mm/Jahr durch erhöhte Unsicherheiten auffällt.

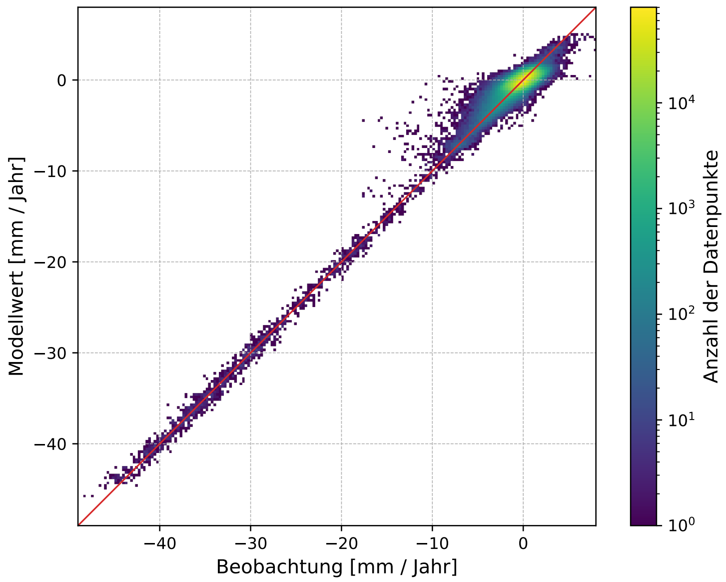


Abbildung 5.8: *Vergleich zwischen Beobachtungen und Modellwerten aus Ordinary Kriging*

Um die Modellkomplexität zu prüfen, werden die Modellwerte aus der Kreuzvalidierung gegen die Beobachtungen der Testdatensätze in einem Diagramm aufgetragen. Abbildung 5.8 zeigt die beobachteten LOS-Geschwindigkeiten des SAR-Stacks 015_01 und die Schätzwerte aus Ordinary Kriging, wobei die rote Diagonale den idealen Verlauf der abgebildeten Stützstellen kennzeichnet. Es lässt sich erkennen, dass die Bewegungsraten der PS mit dem berechneten Modell übereinstimmen und nur zufällige Diskrepanzen verbleiben. Die Komplexität des Bewegungsmodells reicht also aus, um selbst große Geschwindigkeitsbeträge flächenhaft beschreiben zu können.

Unter Verwendung von Ordinary Kriging lässt sich zu jedem Modellwert $\hat{z}(\mathbf{x}_0)$ die zugehörige Varianz σ^2_{OK} mit Gleichung 3.69 abschätzen. Diese sogenannte Kriging-Varianz ist jedoch ausschließlich von dem angesetzten theoretischen Variogramm und der lokalen Stützstellendichte abhängig (Journel, 1986, S. 135). Um zusätzlich den Einfluss der einzelnen Messwerte auf die flächenhafte Approximation berücksichtigen zu können, wird in dieser Arbeit die Jackknife-Methode zur Beurteilung der Modellpräzision eingesetzt (siehe Abschnitt 3.5.2). Im Gegensatz dazu ist die alternative Methode des klassischen Bootstrappings für die Abschätzung der Modellqualität ungeeignet, da in eine Modellsimulation einzelne Beobachtungen mehrfach eingehen können (siehe Abschnitt 3.5.3). Dieser Umstand lässt ein singuläres Kriging-Gleichungssystem 3.67 durch linear abhängige Zeilen entstehen, sodass die unbekannten Gewichte λ_i nicht eindeutig lösbar sind.

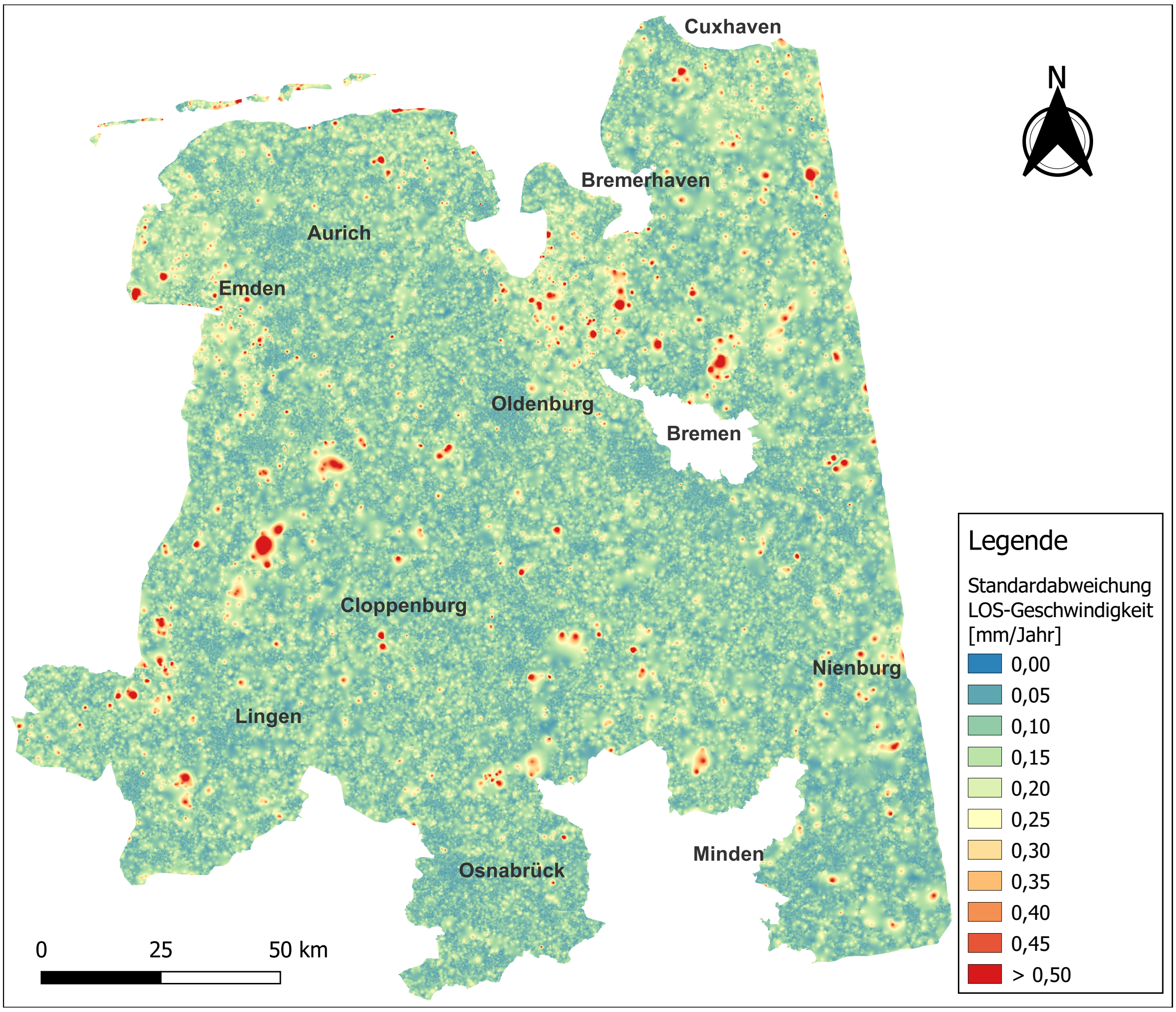


Abbildung 5.9: *Standardabweichungen des unkalibrierten Bewegungsmodells für den SAR-Stack 015_01 aus Ordinary Kriging*

Abbildung 5.9 zeigt die geschätzten Standardabweichungen $\hat{\sigma}_{Jack}$ für das (unkalibrierte) flächenhafte Bewegungsmodell des exemplarischen SAR-Stacks 015_01. Zur Berechnung werden insgesamt 50 unterschiedliche Trainingsdaten nach der Methodik in Abschnitt 3.5.2 gebildet. Als Grundlage dienen $b = 10$ zufällig angeordnete Kopien des Datensatzes $z(\mathbf{x})$, die jeweils in $d = 5$ gleichgroße Segmente eingeteilt werden. Jeder Trainingsdatensatz geht in eine separate Modellierung ein, wobei sich die Standardabweichungen aus den Modellvariationen nach Gleichung 3.82 ergeben.

Wie Abbildung 5.9 erkennen lässt, weisen die Modellunsicherheiten lokale Unterschiede auf. Einen wesentlichen Einfluss auf die Standardabweichungen nimmt die lokale Stützstellendichte, sodass in urbanen Bereichen mit vielen PS eine hohe Präzision des Modells abgeschätzt wird (siehe auch Abbildung 5.20d). In ländlichen Gebieten mit wenigen Reflektoren des Radarsignals ergeben sich hingegen erhöhte Modellunsicherheiten. Dies gilt insbesondere dann, wenn sich die flächenhafte Approximation räumlich isolierten Stützstellen mit größeren LOS-Geschwindigkeiten anpasst. Im Unterschied dazu werden für das Bewegungsmodell in Bereichen von Datenlücken verhältnismäßig hohe Präzisionen geschätzt. Die Modellunsicherheiten entsprechen in diesen Gebieten nicht den Erwartungen und sind mit Vorsicht zu betrachten, weil dort aufgrund fehlender Beobachtungen keine Trainingsdaten erstellt werden. Die unterschiedlichen Modellsimulationen variieren daher nur geringfügig, was zu einer optimistischen Einschätzung der Modellpräzision führt.

5.3 Regressions-Kriging

Viele räumliche Phänomene weisen einen übergeordneten Trend auf, der von einer stochastischen Signalkomponente überlagert wird. Um beide Anteile in der flächenhaften Approximation eines ortsbezogenen Datensatzes $z(\mathbf{x})$ individuell berücksichtigen zu können, stellten Odeh u. a. (1995) sowie Hengl u. a. (2004, 2007) den ganzheitlichen Modellansatz des Regressions-Krigings vor. In dieser zweistufigen Methode wird zunächst ein separates Trendmodell geschätzt und von den verfügbaren Beobachtungen abgespalten (siehe Abschnitt 3.4.4). Die resultierenden Residuen bilden die Datengrundlage zur räumlichen Strukturanalyse und werden danach unter Verwendung von Ordinary Kriging flächenhaft approximiert. Das entstehende Signalmodell wird abschließend mit der geschätzten Trendfunktion zusammengeführt, wodurch sich das finale Modell zur kontinuierlichen Beschreibung des räumlichen Phänomens ergibt.

5.3.1 Trendmodell

Zur flächenhaften Modellierung von Bodenbewegungen wird im Verfahren des Regressions-Krigings zunächst ein Trendmodell bestimmt (siehe Abschnitt 3.4.4). Dazu erfolgt in dieser Arbeit eine separate MBA der LOS-Geschwindigkeiten eines SAR-Stacks. Das Ziel besteht also in der Ableitung einer deterministischen Funktion $f(x, y)$, die den Trendanteil an beliebigen Positionen (x, y) im Untersuchungsgebiet beschreibt.

Zu Beginn stellt sich die Frage nach einer optimalen Modellkonfiguration der MBA, sodass die ortsabhängige Funktion $f(x, y)$ lediglich den Trend der PSI-Daten abbildet. Das Modell sollte also einen glatten räumlichen Verlauf aufweisen und die feinen Strukturen im Datensatz nicht auflösen. Zur Approximation der Stützstellen werden im Verfahren der MBA zunächst die ganzzahligen Parameter m und n benötigt, welche das Kontrollgitter Φ_0 eines Ausgangsmodells definieren (siehe Abschnitt 3.3.2). Dazu werden in dieser Arbeit die erforderlichen Vorgaben zur Gitterauflösung von Φ_0 aus dem Abschnitt 5.1.1 übernommen, sodass die B-Spline Fläche in der ersten Hierarchiestufe $h = 0$ nur großräumige Bewegungsstrukturen abbildet. Zum Beispiel wird das Kontrollgitter Φ_0 des SAR-Stacks 015_01 über die Parameter $m = 20$ und $n = 21$ festgelegt.

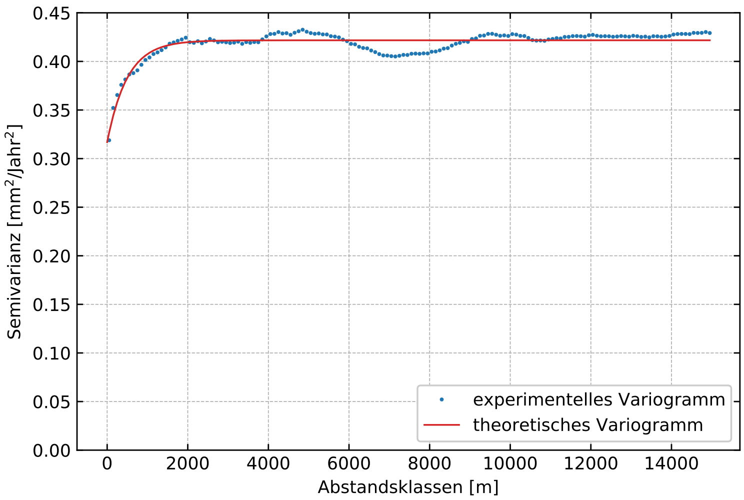


Abbildung 5.10: *Räumliche Strukturanalyse des SAR-Stacks 015_01 nach der Trendabspaltung*

Die benötigte Anzahl an Hierarchiestufen h in der MBA wird zur Trendmodellierung iterativ bestimmt. Die Prozedur beginnt mit dem ersten Level $h = 0$, indem das zugehörige Ausgangsmodell von den PSI-Daten abgespalten wird. Danach gehen die Residuen in die Berechnung eines experimentellen Variogramms ein, wobei insgesamt $k = 150$ Abstandsklassen h_l in einem Intervall von

100 m gebildet werden (siehe Abschnitt 3.4.1). Auf Grundlage der mittleren Semivarianzen $\hat{\gamma}(h_l)$ erfolgt nach Abschnitt 3.4.2 die automatisierte Bestimmung einer theoretischen Variogrammfunktion. Wenn anhand der räumlichen Strukturanalyse ein verbleibender Trendanteil in den untersuchten Residuen erkennbar ist, wird die MBA in der nächsten Iteration um eine Hierarchiestufe h erweitert. Die Prozedur endet, wenn das experimentelle Variogramm keine großen Fluktuationen mehr aufweist und ab einer gewissen Abstandsklasse einen Grenzwert erreicht.

Um den Trendanteil des beispielhaften SAR-Stacks 015_01 zu modellieren, ergibt sich nach der oben beschriebenen Methodik in der MBA ein Level von $h = 3$. In Abbildung 5.10 ist das Ergebnis der räumlichen Strukturanalyse von den verbleibenden Residuen dargestellt. Das gezeigte experimentelle Variogramm erreicht bei höheren Abstandsklassen einen Grenzwert und es sind nur vernachlässigbare Richtungsänderungen im Verlauf der Semivarianzen $\hat{\gamma}(h_l)$ vorhanden. Als theoretisches Varigramm wird das Stable Modell mit $\alpha = 1$ nach Gleichung 3.55 ausgewählt, wobei der Ausgleichungsprozess zu folgenden Funktionsparametern führt:

- Nugget-Varianz $\hat{c}_0 = 0,32$ mm^2/Jahr^2
- Partielle Sill-Varianz $\hat{c} = 0,10$ mm^2/Jahr^2
- Korrelationslänge $\hat{a} = 1.821,0$ m

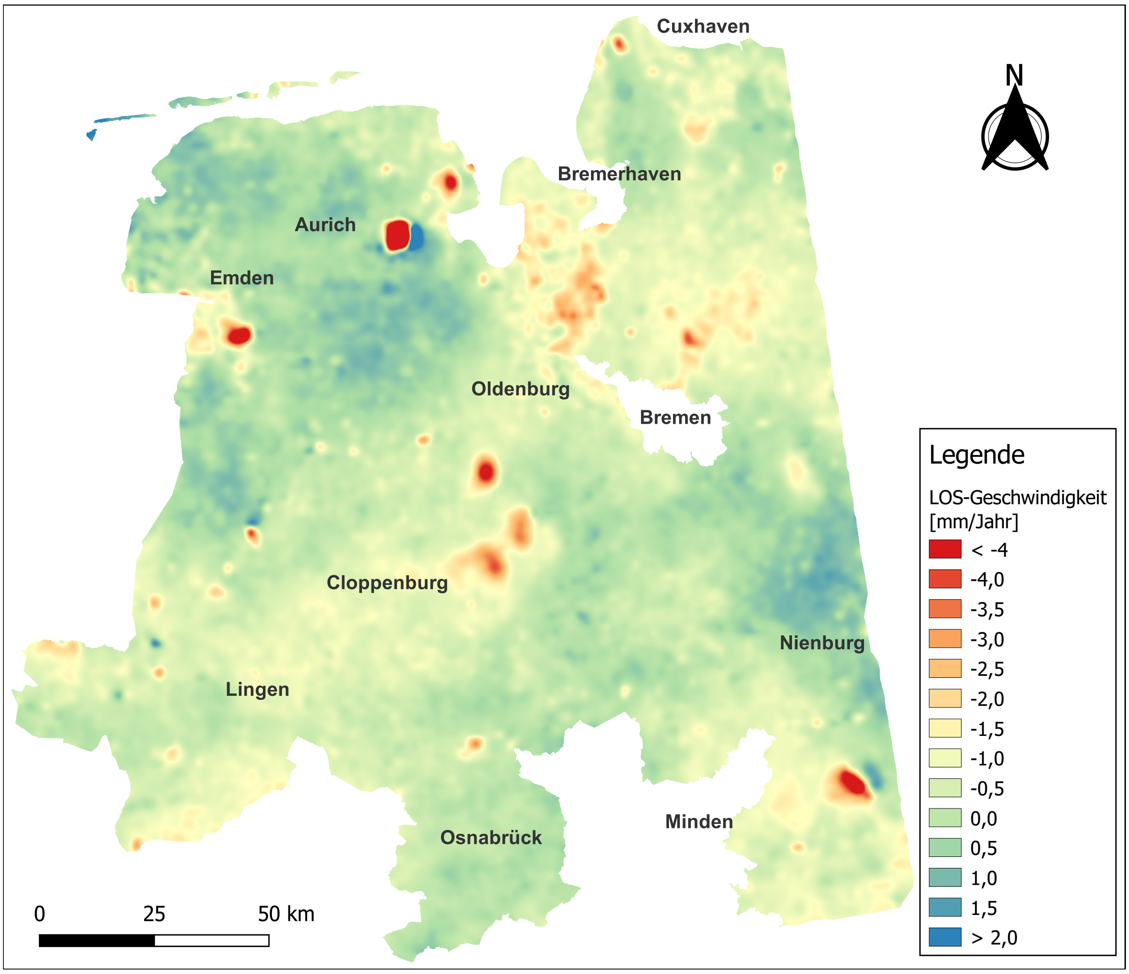


Abbildung 5.11: *Trendmodell für den SAR-Stack 015_01*

Im Vergleich zur Strukturanalyse des Originaldatensatzes in Abschnitt 5.2.1 können also die partielle Sill-Varianz $\hat{c}$ und die Korrelationslänge $\hat{a}$ durch die vorgenommene Trendabspaltung signifikant reduziert werden. Auch der Locheffekt im experimentellen Variogramm lässt sich deutlich dämpfen. Im Gegensatz dazu ist die Nugget-Varianz $\hat{c}_0$ unverändert geblieben, da die Trendreduzierung keinen Einfluss auf das zufällige Messrauschen der Beobachtungen nimmt. Aus Tabelle B.3 lassen sich die geschätzten Parameter der theoretischen Varigramme für alle verfügbaren PSI-Datensatze entnehmen. Zur stochastischen Beschreibung räumlicher Strukturen in den Residuen, wird am häufigsten das Stable Modell mit $\alpha = 1$ ausgewählt. Weiterhin sind in Tabelle B.3 die angesetzten Konfigurationen der MBA zur Trendmodellierung der einzelnen SAR-Stacks zu finden.

Abbildung 5.11 zeigt für den exemplarischen SAR-Stack 015_01 das Trendmodell, welches unter Verwendung einer MBA mit $h = 3$ Hierarchiestufen berechnet wurde. Dieses Modell lässt sowohl regionale als auch lokale Bewegungsmuster erkennen, wobei sich die zugehörigen Geschwindigkeitsbeträge unterscheiden. In der flächenhaften Approximation fehlen jedoch hochfrequente Strukturen, sodass sie durch einen glatten räumlichen Verlauf charakterisiert ist. Die angesetzte Modellkomplexität reicht also nicht aus, um feine Bewegungsmuster aufzulösen.

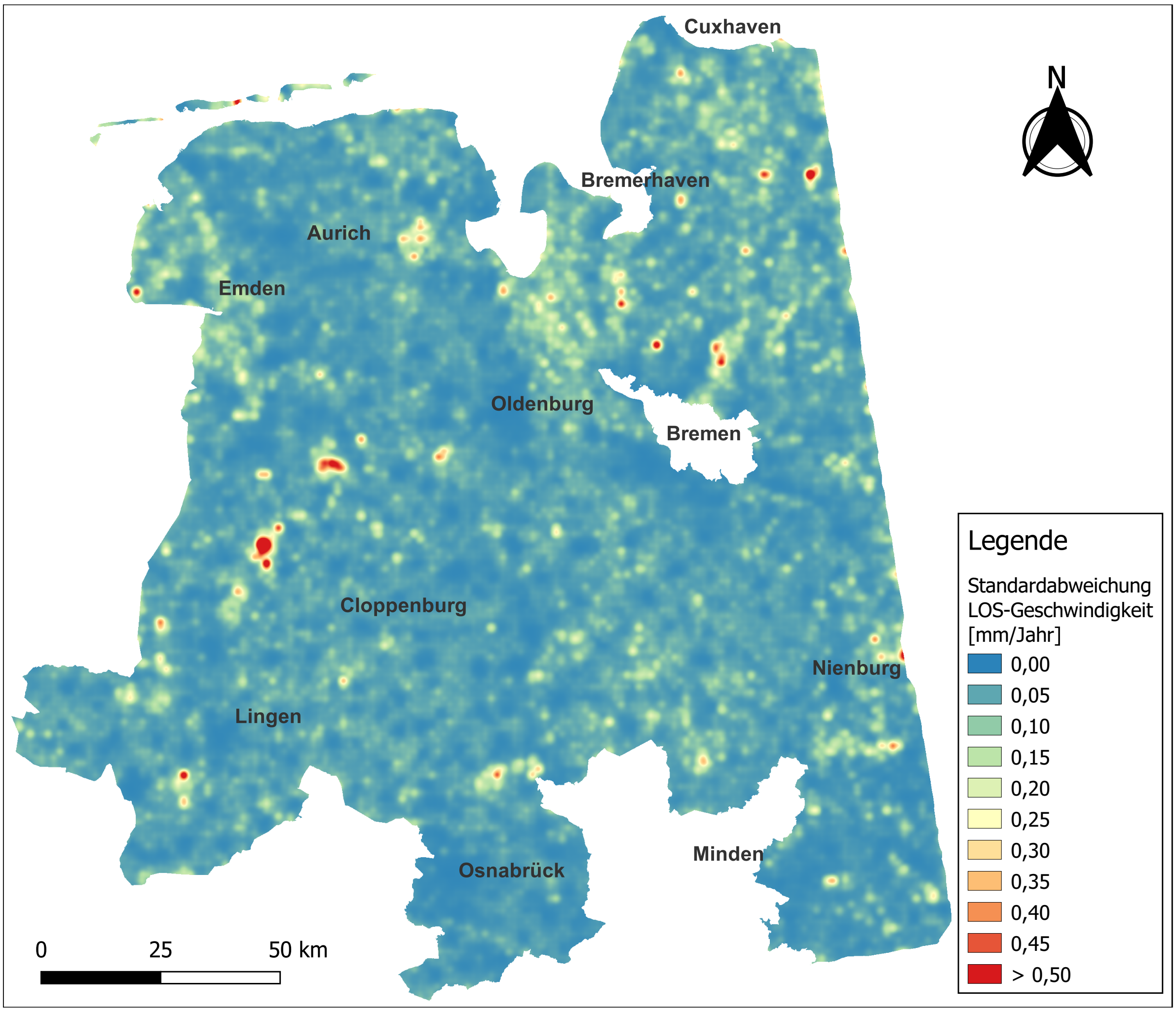


Abbildung 5.12: *Standardabweichungen des Trendmodells für den SAR-Stack 015_01*

Um die Präzision des Trendmodells flächenhaft beurteilen zu können, erfolgt unter Verwendung der Bootstrapping-Methode die Abschätzung zugehöriger Standardabweichungen (siehe Abschnitt 3.5.3). Dazu werden insgesamt $b = 500$ Modellsimulationen mit zufällig generierten Trainingsdaten durchgeführt. Die entstehenden Variationen zwischen den Simulationen führen zu den Standardabweichungen des Trendmodells, die in Abbildung 5.12 dargestellt sind. Anhand der gezeigten Modellunsicherheit lässt sich erkennen, dass die Trendfunktion allgemein sehr präzise geschätzt wird. Nur in lokal begrenzten Gebieten ergeben sich erhöhte Standardabweichungen, welche von räumlich isolierten Beobachtungen mit einem großen Einfluss auf die Approximationsfunktion hervorgerufen werden. Das insgesamt hohe Präzisionsniveau ist auf die verhältnismäßig geringe Modellkomplexität zurückzuführen, weil die Parameter der MBA durch die massenhaften PSI-Daten hochgradig überbestimmt sind. Zufällige und kleinräumige Variationen in den Eingangsdaten wirken sich somit nur gering auf die flächenhafte Approximation aus.

5.3.2 Signalmodell

Zu Beginn der Berechnung eines Signalmodells wird die in Abschnitt 5.3.1 bestimmte deterministische Trendfunktion von den PSI-Daten abgespalten. Die ortsbezogenen Residuen können als Realisierung eines stationären Zufallsprozesses aufgefasst werden und bilden die Datengrundlage zur flächenhaften Approximation mittels Ordinary Kriging. Das hierzu erforderliche theoretische Variogramm wurde bereits zur Auswahl eines geeigneten Trendmodells bestimmt und lässt sich aus Abschnitt 5.3.1 übernehmen.

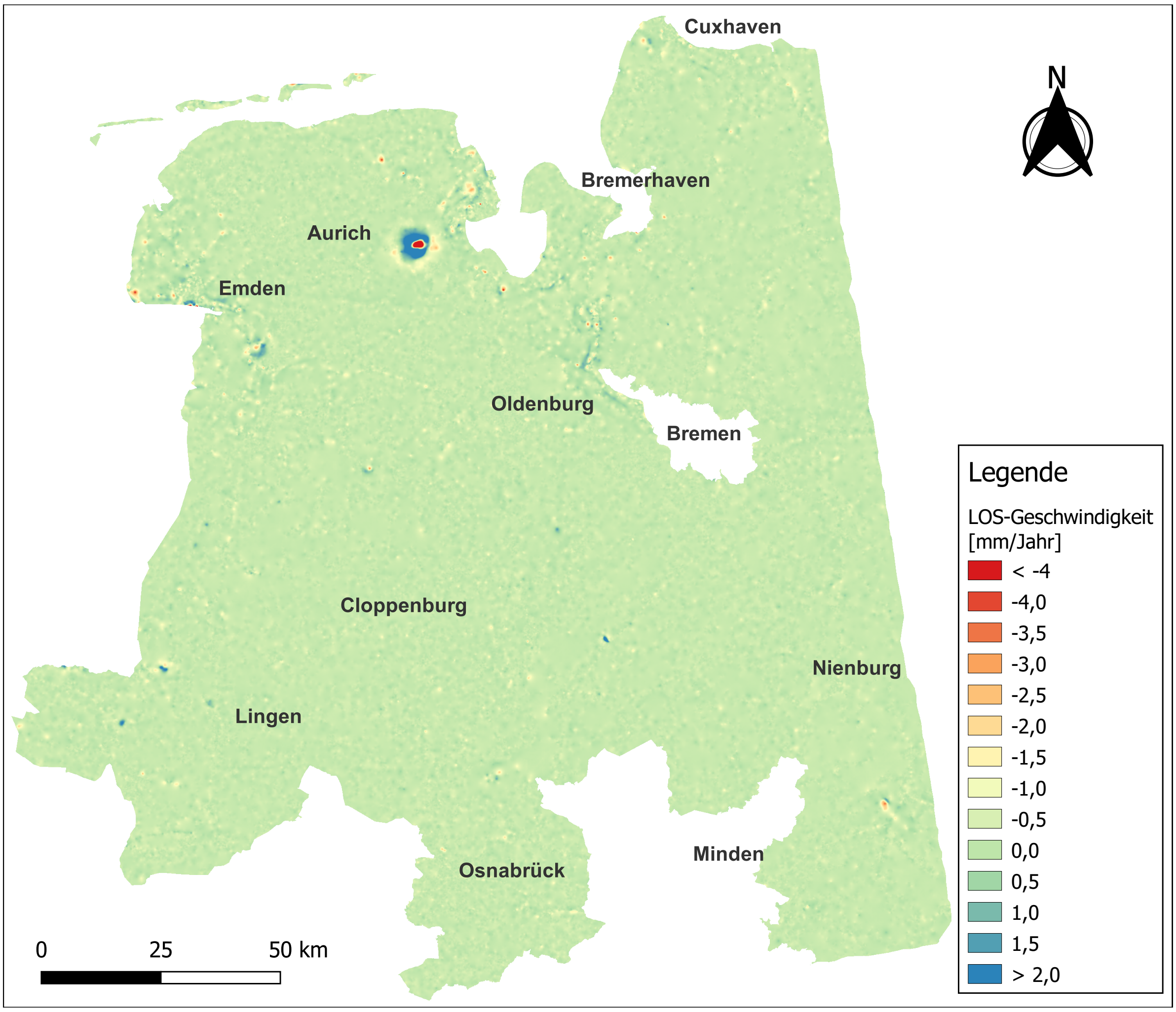


Abbildung 5.13: *Signalmodell für den SAR-Stack 015_01*

Um einen Modellwert $\hat{z}(\mathbf{x}_0)$ an einer beliebigen Position $\mathbf{x}_0$ im Untersuchungsgebiet berechnen zu können, wird das Kriging-Gleichungssystem 3.67 durch $n = 1.500$ Stützstellen aus der Umgebung von $\mathbf{x}_0$ definiert. In dieser Arbeit ist die Reduzierung der einbezogenen Messpunkte auf die Nachbarschaft von $\mathbf{x}_0$ erforderlich, damit sich die massenhaften PSI-Daten im stochastischen Modellansatz bewältigen lassen. Zur Auswahl der Stützstellen wird zwischen dem Nahbereich und Fernbereich einer Modellstelle $\mathbf{x}_0$ unterschieden, wobei die Vorgehensweise bereits in Abschnitt 5.2.2 ausführlich behandelt wurde.

Abbildung 5.13 zeigt für den beispielhaften SAR-Stack 015_01 das berechnete Signalmodell. Da von den ursprünglichen Beobachtungen die zugehörige Trendfunktion abgespalten wurde, sind in dem dargestellten Modell lediglich feine Bewegungsmuster erkennbar. Die flächenhafte Approximation weist stochastische Strukturen unterhalb der Korrelationslänge von $\hat{a} = 1.821$ m des angesetzten theoretischen Varigramms auf, wobei die geschätzten Geschwindigkeiten in einem kleinen Wertebereich liegen. Dieser hohe Detailgrad der Modellierung begründet sich durch den verhältnismäßig großen Einfluss der Stützstellen innerhalb des Nahbereichs einer Modellstelle $\mathbf{x}_0$ (siehe Abschnitt 3.4.3).

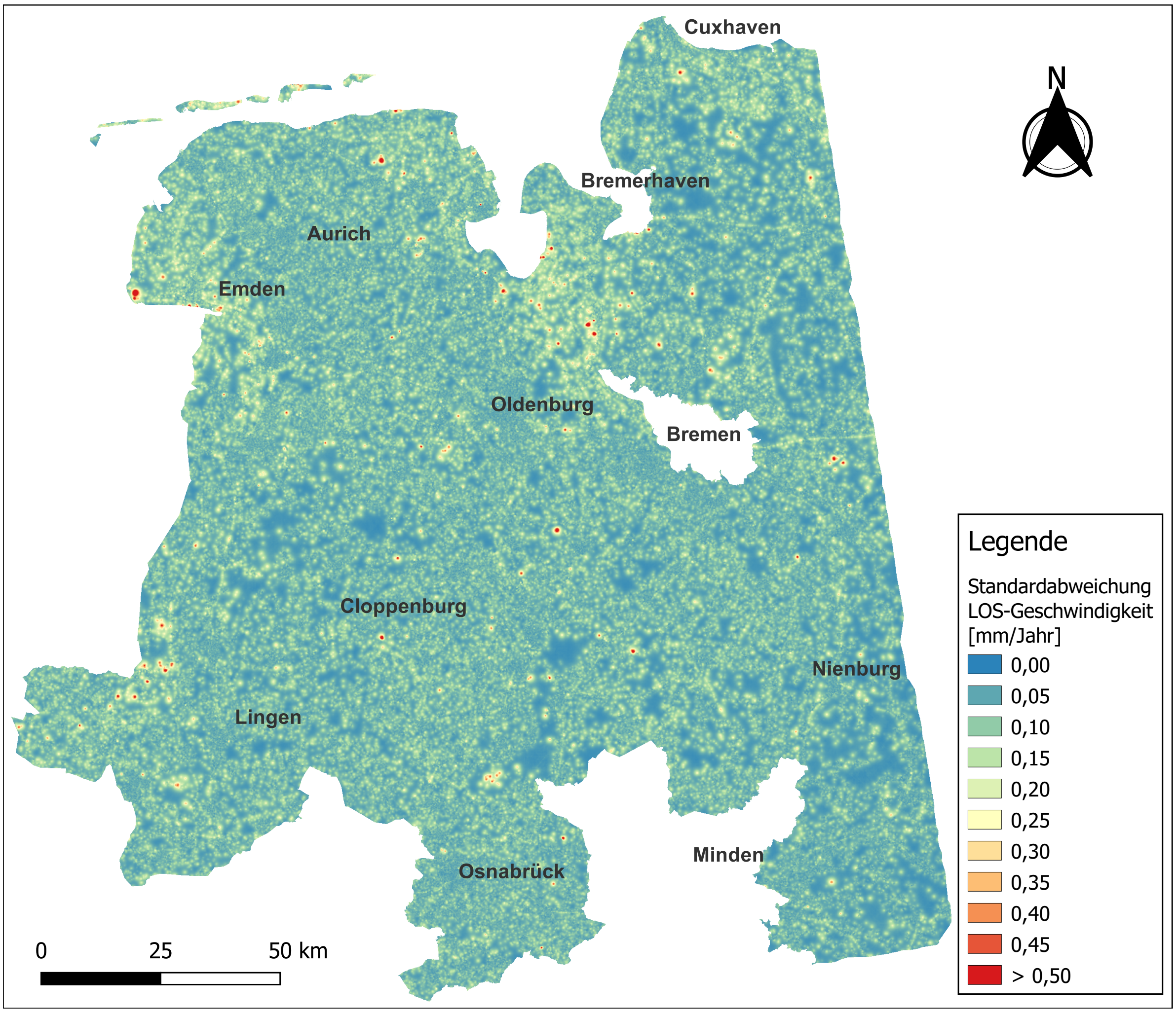


Abbildung 5.14: *Standardabweichungen des Signalmodells für den SAR-Stack 015_01*

Zur Beurteilung der Modellpräzision wird die Jackknife-Methode eingesetzt, womit sich die Einflüsse der theoretischen Variogrammfunktion, der lokalen Stützstellendichte und einzelner Beobachtungen auf die flächenhafte Approximation berücksichtigen lassen (siehe Abschnitt 3.5.2). Wie in Abschnitt 5.2.2 werden insgesamt 50 unterschiedliche Trainingsdaten zufällig generiert, die jeweils in separate Modellsimulationen münden. Auf Grundlage der entstehenden Variationen zwischen den flächenhaften Approximationen gehen aus Gleichung 3.82 schließlich die Standardabweichungen $\hat{\sigma}_{Jack}$ für das Signalmodell hervor. Abbildung 5.14 zeigt die berechneten Modellunsicherheiten für den exemplarischen SAR-Stack 015_01. Die abgebildeten Standardabweichungen lassen hochfrequente räumliche Strukturen erkennen, was den Einfluss der Stützstellen im Nahbereich einer Modellstelle $\mathbf{x}_0$ widerspiegelt. Variieren also die Beobachtungen in direkter Nachbarschaft von $\mathbf{x}_0$, dann wirkt sich dies unmittelbar auf den zugehörigen Schätzwert $\hat{z}(\mathbf{x}_0)$ aus. Im Gegensatz dazu werden in Bereichen von Datenlücken unrealistisch hohe Modellpräzisionen abgeschätzt, weil dort keine Trainingsdaten in den Modellsimulationen generiert werden. Der Einfluss umliegender Stützstellen ist auf solche Gebiete durch die kurze Korrelationslänge des theoretischen Variogramms äußerst gering, sodass in den Simulationen kaum Variationen entstehen können.

5.3.3 Flächenhaftes Bewegungsmodell

Der zweistufige Modellansatz des Regressions-Krigings basiert auf der separaten Modellierung des Trend- und Signalanteils in den verfügbaren PSI-Daten (siehe Abschnitt 5.3.1 bzw. 5.3.2). Die beiden Teilmodelle werden schließlich nach Gleichung 3.73 zusammengefasst, wodurch das finale Bewegungsmodell eines SAR-Stacks entsteht. Dabei beschreibt die Trendfunktion langwellige Bewegungsmuster, während das Signalmodell die flächenhafte Approximation um feine Strukturen ergänzt.

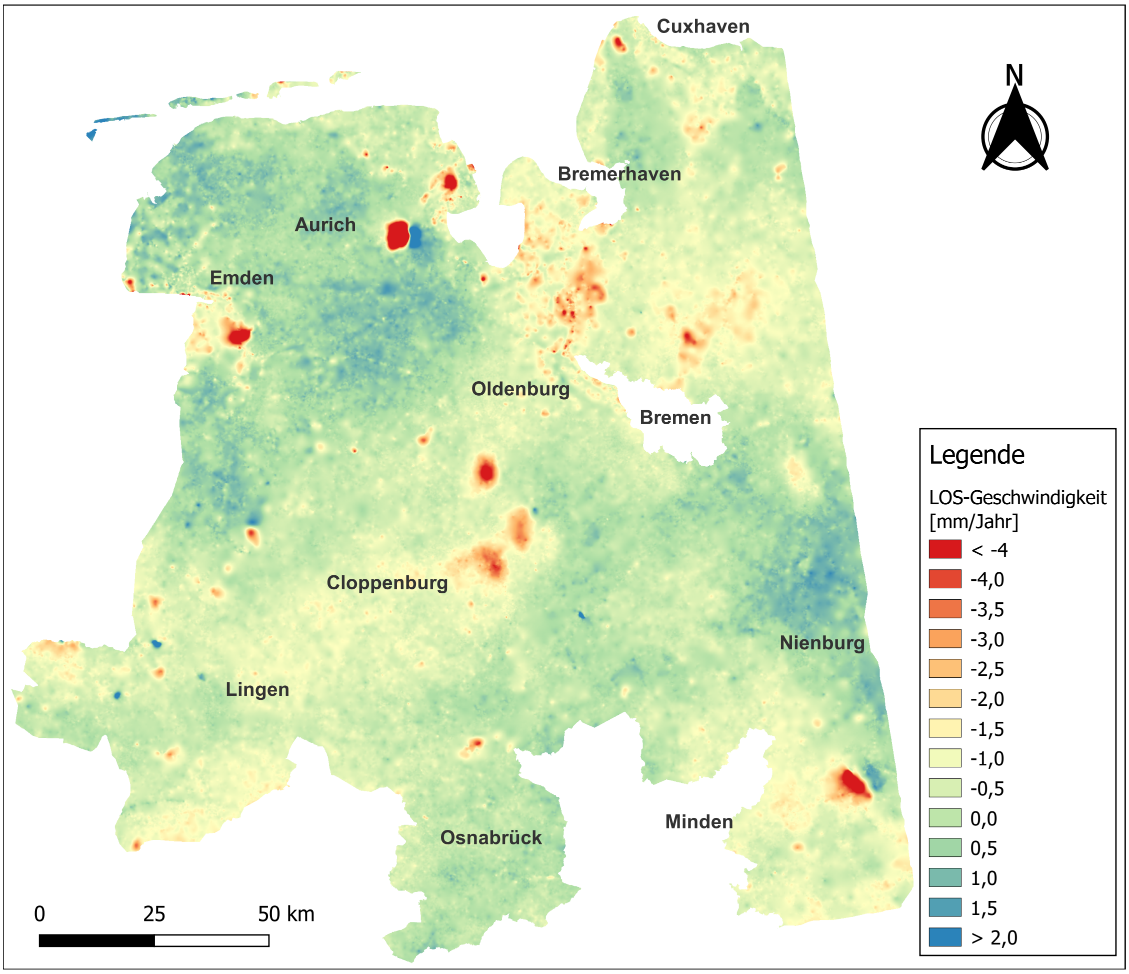


Abbildung 5.15: *Unkalibriertes Bewegungsmodell für den SAR-Stack 015_01 aus Regressions-Kriging*

In Abbildung 5.15 ist das unkalibrierte Bewegungsmodell für den exemplarischen SAR-Stack 015_01 dargestellt, welches unter Verwendung von Regressions-Kriging berechnet wurde. Das flächenhafte Modell der LOS-Geschwindigkeiten lässt verschiedene Bewegungsstrukturen erkennen, die sich betragsmäßig und in ihrer räumlichen Ausdehnung unterscheiden. Beispielsweise gehen aus dem Bewegungsmodell großräumige Geschwindigkeiten für die Umgebungen von Aurich und Cloppenburg hervor, die innerhalb eines kleinen Werteintervalls liegen. Im Einflussbereich von Bergbauaktivitäten werden hingegen lokale Bewegungsgebiete modelliert, die verhältnismäßig große Geschwindigkeitsbeträge aufweisen (vgl. NIBIS® Kartenserver, 2021a). Des Weiteren besitzt das Bewegungsmodell durch die separate Approximation des stochastischen Signalanteils einen hohen Detailgrad, wodurch sich auch feine Strukturen in den LOS-Geschwindigkeiten abbilden lassen. Dennoch weist das gezeigte Modell einen glatten räumlichen Verlauf auf, da der Einfluss des zufälligen Messrauschens durch die angesetzte Variogrammfunktion im Regressions-Kriging gedämpft wird.

Zur Modellvalidierung wurde für die flächenhafte Approximation des beispielhaften SAR-Stacks 015_01 ein durchschnittlicher Modellfehler von $\hat{\sigma}_M = 0,56$ mm/Jahr und ein Prädiktionsfehler von $\hat{\sigma}_P = 0,60$ mm/Jahr bestimmt (siehe Abschnitt 3.5.1). Um die Präzisionsangabe $\hat{\sigma}_P$ berechnen zu können, wurde eine Kreuzvalidierung auf Grundlage von $d = 5$ gleichgroßen Testdatensätzen durchgeführt. Die Größenordnungen von $\hat{\sigma}_M$ und $\hat{\sigma}_P$ sind kaum zu unterscheiden, sodass die abgeschätzten Präzisionsmaße im Wesentlichen das zufällige Messrauschen der Beobachtungen wiedergeben. Tabelle B.3 fasst die Angaben zur Modellvalidierung für alle verfügbaren SAR-Stacks zusammen, wobei die bestimmten Modell- und Prädiktionsfehler in ihrer Größenordnung vergleichbar sind. Nur das Bewegungsmodell des SAR-Stacks 117_05 weist mit $\hat{\sigma}_M = 0,68$ mm/Jahr und $\hat{\sigma}_P = 0,71$ mm/Jahr leicht erhöhte Fehlerwerte auf.

Um die Komplexität eines flächenhaften Bewegungsmodells zu prüfen, werden die prädizierten und tatsächlichen LOS-Geschwindigkeiten in einem Diagramm gegeneinander aufgetragen. Abbildung 5.16 zeigt für den exemplarischen SAR-Stack 015_01 das generierte 2D-Histogramm, wobei die rote Diagonale den idealen Stützstellenverlauf darstellt. Es wird deutlich, dass die Modellwerte mit den Beobachtungen grundsätzlich übereinstimmen und die vorhandenen Diskrepanzen im Bereich des zufälligen Messrauschens liegen. Die Modellkomplexität reicht also aus, um die LOS-Geschwindigkeiten ohne systematischen Fehler flächenhaft zu approximieren.

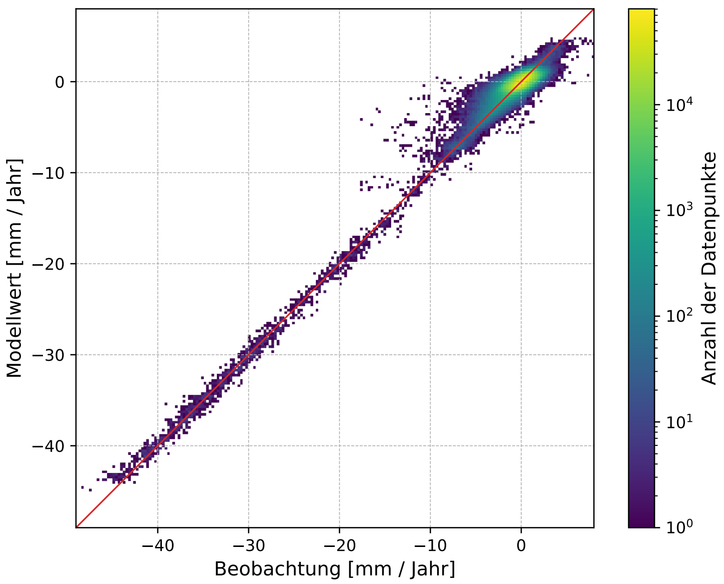


Abbildung 5.16: *Vergleich zwischen Beobachtungen und Modellwerten aus Regressions-Kriging*

Auf Grundlage der geschätzten Standardabweichungen des Trend- und Signalmodells gehen aus Gleichung 3.72 die Unsicherheiten für das finale Bewegungsmodell hervor. Abbildung 5.17 zeigt für den exemplarischen SAR-Stack 015_01 die berechneten Präzisionsangaben, womit sich die zufälligen Abweichungen des Modells flächenhaft beurteilen lassen. Die dargestellten Standardabweichungen weisen räumliche Strukturen auf, welche primär von der lokal unterschiedlichen Stützstellendichte verursacht werden (siehe auch Abbildung 5.20f). Die Modellpräzision nimmt zum Beispiel in urbanen Bereichen vergleichsweise kleine Werte an, weil dort die hohe Anzahl an Beobachtungen zu einer Überbestimmung der flächenhaften Approximation führt. Im Gegensatz dazu ergeben sich in ländlich geprägten Gebieten aufgrund weniger Stützstellen erhöhte Standardabweichungen für das Bewegungsmodell. Dabei entstehen besonders hohe Modellunsicherheiten im Einflussbereich von räumlich isolierten Messpunkten, die einen großen Geschwindigkeitsbetrag aufweisen. In Gebieten ohne Beobachtungen werden unrealistisch kleine Standardabweichungen für die flächenhafte Approximation abgeschätzt. Dieser Umstand ist darauf zurückzuführen, dass für die betroffenen Bereiche kaum Modellvariationen aus den Simulationen des Trend- und Signalmodells hervorgehen (siehe Abschnitt 5.3.1 bzw. 5.3.2).

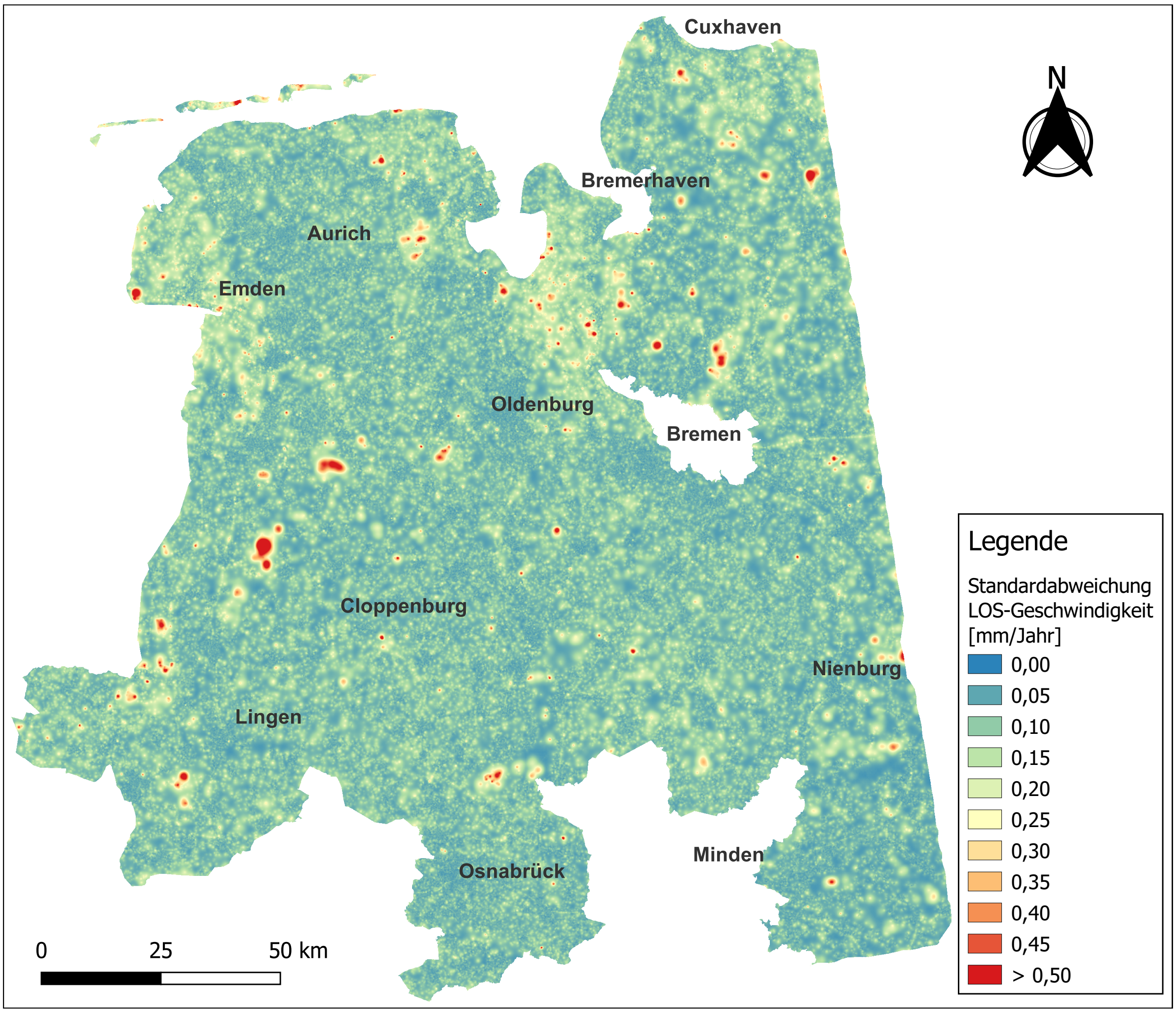


Abbildung 5.17: *Standardabweichungen des unkalibrierten Bewegungsmodells für den SAR-Stack 015_01 aus Regressions-Kriging*

5.4 Vergleich der Modellansätze

In den vorherigen Abschnitten 5.1 bis 5.3 wurden die MBA, Ordinary Kriging und Regressions-Kriging als Methoden zur flächenhaften Modellierung von PSI-Daten vorgestellt. Die resultierenden Bewegungsmodelle bilden sowohl regionale als auch lokale Deformationen der Erdoberfläche ab, wobei das zufällige Messrauschen der Beobachtungen gedämpft wird. Grundsätzlich werden also die gleichen räumlichen Strukturen aufgelöst, was sich auch in der inneren Validierung widerspiegelt. Somit ergeben sich bei den angewendeten Modellansätzen vergleichbare Modell- und Prädiktionsfehler, wobei Regressions-Kriging tendenziell die höchste durchschnittliche Präzision aufweist (vgl. Tabelle B.1, B.2 und B.3).

Um den hohen Detailgrad in der Bewegungsmodellierung zu erreichen, erfordert die MBA ein hochauflösendes Kontrollgitter Ψ. Zur flächenhaften Approximation des SAR-Stacks 015_01 werden beispielsweise 434.025 unbekannte Gitterpunkte bestimmt, womit die MBA eine sehr hohe Modellkomplexität aufweist. Im Vergleich dazu werden die beiden stochastischen Modellansätze über die Parameter der theoretischen Variogrammfunktion maßgeblich beeinflusst. Bei Regressions-Kriging kommt zur Trendabspaltung ergänzend das relativ grobe Kontrollgitter Ψ einer separaten MBA hinzu, welches z.B. für den SAR-Stack 015_01 nur 27.873 Gitterpunkte umfasst. Die Modellkomplexität der stochastischen Ansätze ist also vergleichsweise gering.

Um Unterschiede zwischen den jeweiligen Bewegungsmodellen hervorzuheben, werden für den exemplarischen SAR-Stack 015_01 die Differenzen gebildet. In den Abbildungen B.1, B.2 und B.3 sind die resultierenden Diskrepanzen flächenhaft dargestellt, welche hochfrequente räumliche Muster erkennen lassen. Die größten Modellabweichungen betragen ca. 4 mm/Jahr und ergeben sich im lokalen Bodenbewegungsgebiet Etzel bei Wilhelmshaven. Abbildung 5.18 zeigt die relative Häufigkeit der Differenzen, womit die statistische Verteilung verdeutlicht wird. Aus den dargestellten Histogrammen geht hervor, dass sich die Bewegungsmodelle nicht systematisch unterscheiden und fast alle Abweichungen im Wertebereich zwischen $\pm 0,5$ mm/Jahr liegen. Weiterhin lässt sich erkennen, dass die flächenhaften Approximationen aus Ordinary Kriging und Regressions-Kriging die höchsten Übereinstimmungen aufweisen. Die etwas größeren Differenzen zwischen der MBA und den geostatistischen Modellansätzen ergeben vergleichbare Histogramme.

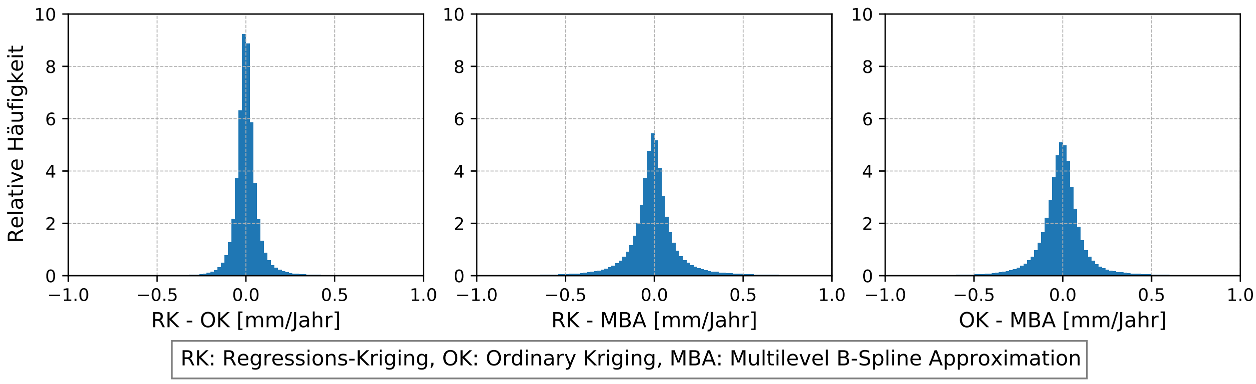


Abbildung 5.18: *Abweichungen zwischen den Bewegungsmodellen des SAR-Stacks 015_01*

Zur Beurteilung der Modellpräzision wurden mithilfe von Simulationsverfahren zu allen flächenhaften Bewegungsmodellen zugehörige Standardabweichungen bestimmt (siehe Abschnitt 5.1.2, 5.2.2 und 5.3.3). In Abbildung 5.19 sind diese zufälligen Unsicherheiten für den exemplarischen SAR-Stack 015_01 als Histogramme dargestellt, wobei zwischen den angewendeten Modellansätzen unterschieden wird. Die gezeigten Verteilungen der Standardabweichungen lassen erkennen, dass aus der Methode des Regressions-Krigings das Modell mit der höchsten (formalen) Präzision hervorgeht. Die nach links geneigten Histogramme sind darauf zurückzuführen, dass die Bewegungsmodelle grundsätzlich eine hohe Präzision aufweisen und nur in lokalen Gebieten große Standardabweichungen berechnet werden.

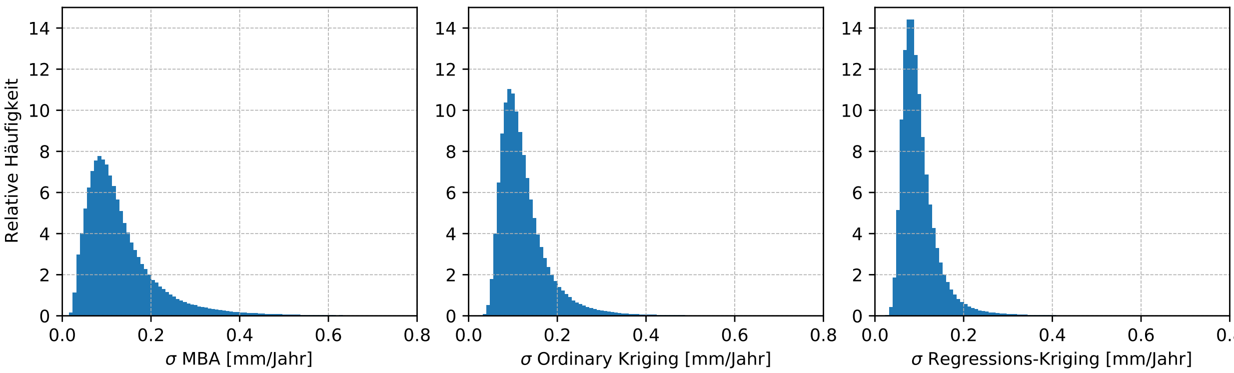


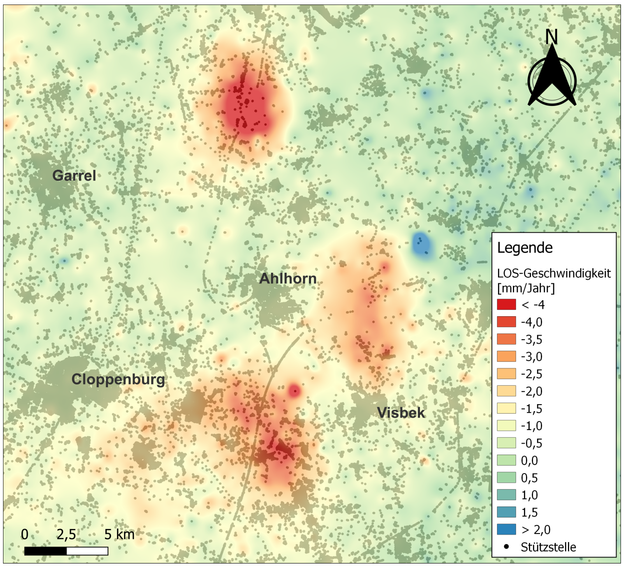
Abbildung 5.19: *Standardabweichungen der Bewegungsmodelle für den SAR-Stack 015_01*

Um einen tieferen Einblick in die berechneten Bewegungsmodelle und den zugehörigen Standardabweichungen zu geben, vergrößert Abbildung 5.20 einen Ausschnitt der Erdoberfläche innerhalb des SAR-Stacks 015_01. In dem gezeigten Gebiet liegen mehrere aktiv geförderte Erdgasfelder, sodass dort Bewegungsprozesse der Tagesoberfläche mit verhältnismäßig hohen Geschwindigkeiten ablaufen (vgl. NIBIS® Kartenserver, 2021a). Als Gemeinsamkeit weisen die flächenhaften Approximationen der PSI-Daten einen glatten räumlichen Verlauf auf, wobei insbesondere die Modelle aus Ordinary Kriging und Regressions-Kriging kaum zu unterscheiden sind (vgl. Teilabbildungen 5.20a, 5.20c und 5.20e). Im Gegensatz dazu lässt das Bewegungsmodell aus der MBA lokale Anomalien erkennen, die im Bereich räumlich isolierter Stützstellen auftreten. Der deterministische Modellansatz zeigt also eine Empfindlichkeit gegenüber Einzelpunkten, deren Geschwindigkeiten von den Messungen in der Umgebung abweichen. Besonders deutlich ist diese Eigenschaft im Einflussbereich des südlichen Bodenbewegungsgebietes zu beobachten.

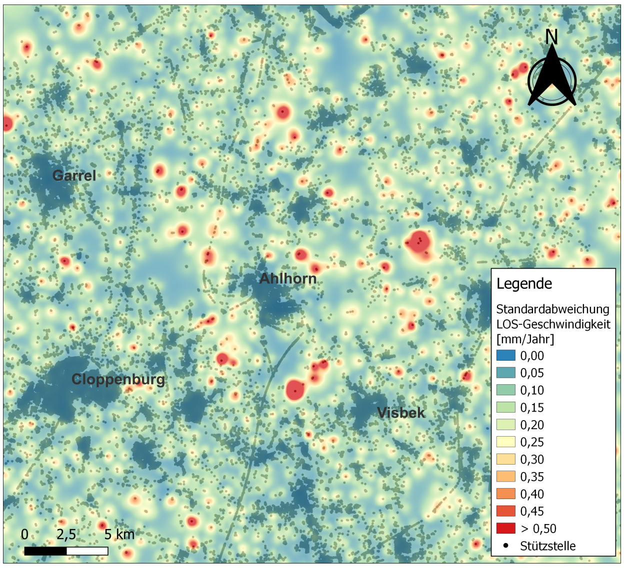
Der Einfluss räumlich isolierter Stützstellen auf die MBA ist ebenfalls in den Standardabweichungen des Bewegungsmodells zu erkennen (siehe Abbildung 5.20b). Die lokalen Anomalien in der flächenhaften Approximation sind häufig nicht überbestimmt, sodass sich für die betroffenen Bereiche große Modellvariationen in den durchgeführten Simulationen ergeben. Dies führt schließlich zu verhältnismäßig hohen Standardabweichungen in Gebieten mit geringer Stützstellendichte. Im Gegensatz dazu weisen die Modellunsicherheiten der flächenhaften Approximationen aus Ordinary Kriging und Regressions-Kriging eine deutlich geringere Abhängigkeit zu einzelnen Messpunkten auf (siehe Abbildungen 5.20d und 5.20f). Diese Eigenschaft ist darauf zurückzuführen, dass in den geostatistischen Modellansätzen der Einfluss von Einzelpunkten erheblich reduziert wird und sich dadurch in den Modellsimulationen nur kleine Variationen ergeben.

Unabhängig von dem verwendeten Modellansatz zeigen die abgebildeten Standardabweichungen, dass die Präzision der Bewegungsmodelle in Bereichen von Datenlücken sehr optimistisch eingeschätzt wird. Um auch dort realistische Modellunsicherheiten abschätzten zu können, werden im gesamten Untersuchungsgebiet Testdatensätze benötigt. Die Generierung dieser Daten erfordert jedoch eine Weiterentwickelung der verwendeten Simulationsverfahren in den Abschnitten 3.5.2 und 3.5.3, was zukünftigen Arbeiten vorbehalten bleibt.

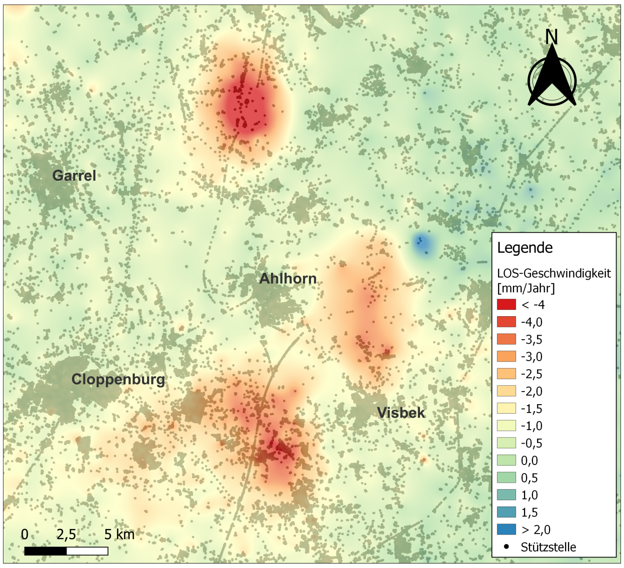
Abschließend stellt sich die Frage, welche vorgestellte Methode die massenhaften PSI-Daten zu einem optimalen Bewegungsmodell überführt. Um darauf eine Antwort geben zu können, wurden die unterschiedlichen Modellansätze anhand des beispielhaften SAR-Stacks 015_01 erläutert und die flächenhaften Approximationen untereinander verglichen. Dabei stellte sich heraus, dass die MBA und das Ordinary Kriging jeweils einen entscheidenden Nachteil besitzen. Der zuerst genannte deterministische Modellansatz reagiert sehr empfindlich auf räumlich isolierte Stützstellen, was hochfrequente Anomalien im Bewegungsmodell verursacht. Für die stochastische Modellie-



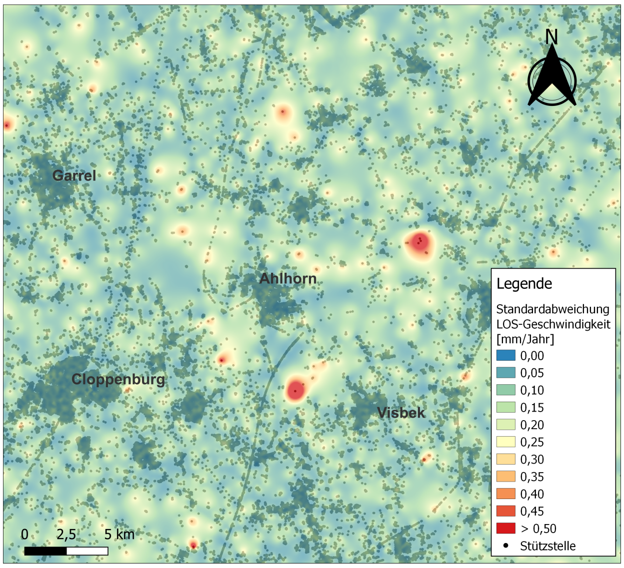
(a) *MBA - Bewegungsmodell*



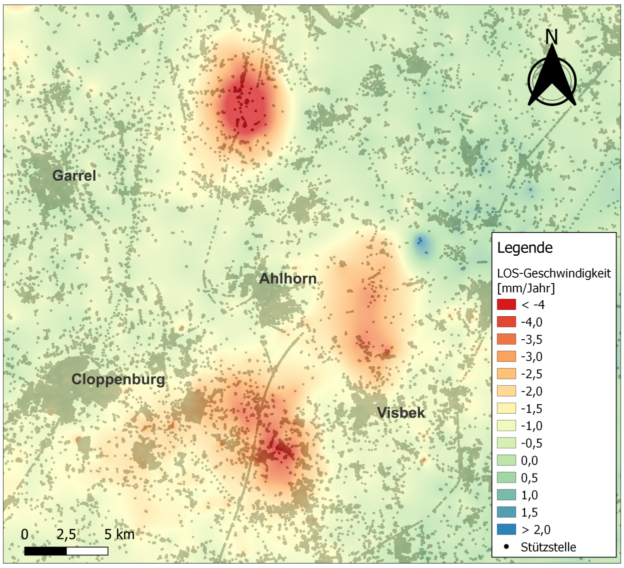
(b) *MBA - Modellpräzision*



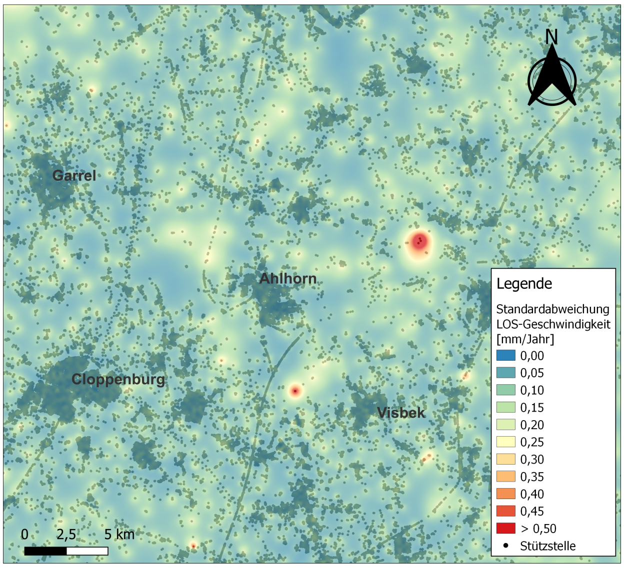
(c) *Ordinary Kriging - Bewegungsmodell*



(d) *Ordinary Kriging - Modellpräzision*



(e) *Regressions-Kriging - Bewegungsmodell*



(f) *Regressions-Kriging - Modellpräzision*

Abbildung 5.20: *Methodenvergleich für einen exemplarischen Ausschnitt des SAR-Stacks 015_01* rung mittels Ordinary Kriging fehlt allerdings die theoretische Voraussetzung, weil die räumliche Strukturanalyse in Abschnitt 5.2.1 einen Trendanteil im untersuchten Beispieldatensatz aufdeckte. Der Modellansatz des Regressions-Krigings dämpft den Einfluss von einzelnen Beobachtungen, wodurch das resultierende Bewegungsmodell nur geringe räumliche Anomalien aufweist. Durch die separate Betrachtungsweise des Trend- und Signalanteils in den Beobachtungen ist zudem die theoretische Voraussetzung zur stochastischen Modellierung erfüllt. Um aus PSI-Daten ein flächenhaftes Bewegungsmodell zu berechnen, kann also Regressions-Kriging als bevorzugte Methode empfohlen werden. Allerdings sei darauf hingewiesen, dass dieses Verfahren die meisten Stellgrößen besitzt und durch die stochastische Modellierung hohe Rechenressourcen erfordert. Die flächenhaften Approximationen mittels Ordinary Kriging und Regressions-Kriging wurden daher auf dem Clustersystem der Leibniz Universität IT-Services (LUIS) durchgeführt.

6 Berechnung eines niedersächsischen Bodenbewegungsmodells

Zur Erfassung von Veränderungen der Tagesoberfläche wurden in dieser Arbeit die heterogenen Beobachtungen von den Messverfahren der satellitengestützten Radarinterferometrie, dem GNSS und Nivellement analysiert. In diesem Kapitel erfolgt schließlich die Kombination der verfügbaren Bewegungsinformationen, wobei die Vorzüge von den unterschiedlichen Beobachtungssystemen genutzt werden. Zielsetzung ist die Berechnung eines hochaufgelösten und konsistent referenzierten Bodenbewegungsmodells für die niedersächsische Landesfläche.

Als Grundlage dienen die flächenhaften Bewegungsmodelle, die in Abschnitt 5.3 aus massenhaften PSI-Daten unter Verwendung von Regressions-Kriging berechnet wurden. Die modellierten Geschwindigkeiten beziehen sich auf die Blickrichtung (LOS) der Sentinel-1 Satelliten, weshalb kein direkter Vergleich mit unabhängigen Bewegungsinformationen aus GNSS und Nivellement zulässig ist. Zu Beginn widmet sich daher der Abschnitt 6.1 der Aufnahmegeometrie von Radarsatelliten, wobei der mathematische Zusammenhang zwischen der messbaren LOS-Geschwindigkeit und der interpretierbaren 3D-Bewegung eines Objektpunktes hergestellt wird (Yin, 2020; Yin und Busch, 2018).

Die LOS-Geschwindigkeiten der unterschiedlichen SAR-Stacks sind nicht konsistent referenziert und durch langwellige Messunsicherheiten aus der PSI-Prozessierung verfälscht (Parizzi u. a., 2020; Crosetto u. a., 2016; Fuhrmann u. a., 2015; Hung u. a., 2011; Cuenca u. a., 2011). Um die vorhandenen Systematiken zu reduzieren, wird in Unterkapitel 6.2 die geodätische Modellkalibrierung vorgestellt. Zunächst werden in Abschnitt 6.2.1 die Geschwindigkeiten im Nivellementnetz und der GNSS-Referenzstationen auf die Blickrichtung des Satelliten projiziert und die Differenzen zu den Radar basierten Bewegungsmodellen gebildet. Anschließend gehen die resultierenden Diskrepanzen in eine flächenhafte Approximation unter Verwendung von Ordinary Kriging ein, sodass je SAR-Stack ein Korrektionsmodell zur Verfügung steht (siehe Abschnitt 6.2.2). Die Korrektionen werden schließlich in Abschnitt 6.2.3 an die Bewegungsmodelle angebracht, wodurch eine Anpassung an das konsistente Geschwindigkeitsniveau der HFP und RSP erfolgt. Zur Veranschaulichung wird die Prozedur der geodätischen Modellkalibrierung anhand eines exemplarischen SAR-Stacks ausführlich erläutert.

In Unterkapitel 6.3 werden die kalibrierten Bewegungsmodelle der SAR-Stacks unter Verwendung der Aufnahmegeometrie von den Radarsatelliten zusammengeführt. Der Abschnitt 6.3.1 beschreibt zunächst die Methodik, wie sich die LOS-Geschwindigkeiten in interpretierbare Bewegungen vertikaler und horizontaler Ost-West Richtung zerlegen lassen (Yin, 2020; Fuhrmann und Garthwaite, 2019). Darüber hinaus wird ein Simulationsansatz zur Abschätzung der zugehörigen Genauigkeiten vorgestellt. Die Abschnitte 6.3.2 und 6.3.3 gehen anschließend auf die modellierten Vertikal- bzw. Horizontalbewegungen im Bereich der niedersächsischen Landesfläche ein. Zum Abschluss erfolgt in Unterkapitel 6.3.4 eine Interpretation und Bewertung des berechneten Bodenbewegungsmodells, indem die erfassten Deformationen der Tagesoberfläche mit interdisziplinären Fachdaten verglichen werden. Außerdem wird für die approximierten Vertikal- und Horizontalbewegungen jeweils eine durchschnittliche Modellpräzision ermittelt.

6.1 Aufnahmegeometrie von Radarsatelliten

Radarsatelliten können Veränderungen der Tagesoberfläche grundsätzlich nur entlang der Blickrichtung (LOS) des Sensors erfassen. Abbildung 6.1 veranschaulicht die Aufnahmegeometrie des Messsystems und beschreibt die einzelnen Bewegungskomponenten eines beobachteten Punktes (Yin, 2020; Yin und Busch, 2018). Dazu wird ein lokales 3D-Koordinatensystem definiert, dessen Ursprung durch einen aufgenommenen Objektpunkt auf der Erdoberfläche repräsentiert wird. Die North-Achse ist zum geographischen Nordpol ausgerichtet während die Normale eines Bezugsellipsoids die Zenitrichtung festlegt. Das rechtshändige Koordinatensystem wird schließlich durch die East-Achse vervollständigt. In dem gezeigten System lässt sich eine Punktbewegung durch den Geschwindigkeitsvektor **V** mit den Komponenten V_{East}, V_{North} und V_h eindeutig beschreiben. Die von dem Radarsatelliten messbare Objektbewegung V_{LOS} ergibt sich aus der orthogonalen Projektion des Vektors **V** auf die Blickrichtung des Sensors. Die beobachtete Geschwindigkeit V_{LOS} ist also abhängig von der Position des Satelliten, sodass kein direkter Vergleich mit Bewegungsraten aus anderen Messverfahren zulässig ist.

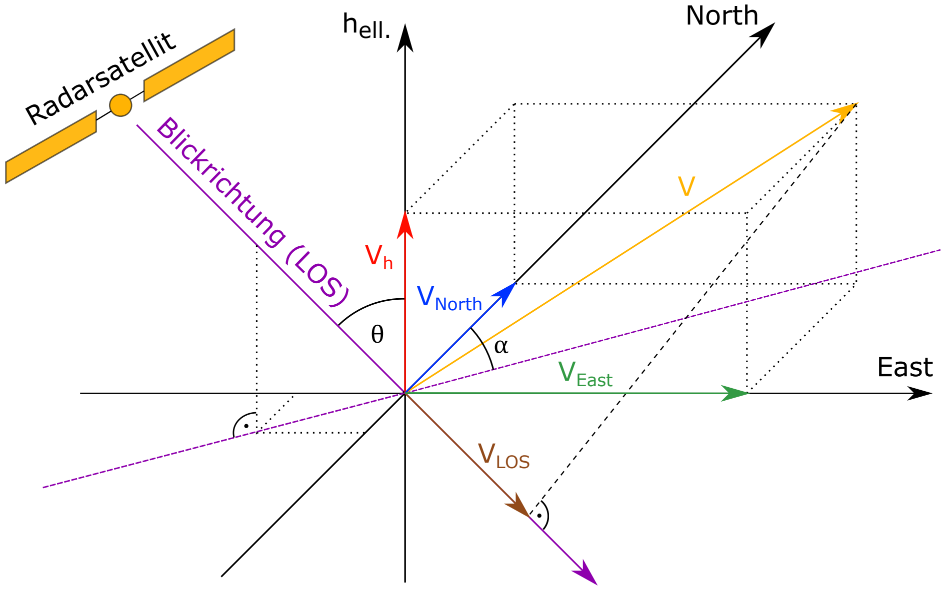


Abbildung 6.1: *Projektion einer 3D-Bewegung auf die LOS-Richtung (vgl. Yin, 2020, S. 43)*

Um eine Beziehung zwischen dem 3D-Bewegungsvektor **V** eines Objektpunktes und der messbaren LOS-Geschwindigkeit V_{LOS} herzustellen, gilt der folgende Zusammenhang (Hanssen, 2001, S. 162 f.; Yin, 2020, S. 45.):

$$V_{LOS} = V_h \cdot \cos\theta - (V_{North} \cdot \cos\alpha + V_{East} \cdot \sin\alpha) \cdot \sin\theta \tag{6.1}$$

Die einzelnen Bewegungskomponenten V_{East}, V_{North} und V_h lassen sich also auf die Blickrichtung des Satelliten projizieren, welche in Gleichung 6.1 durch die Winkel α und θ definiert ist. Wie in Abbildung 6.1 dargestellt, entspricht das Azimut der Blickrichtung α dem Winkel zwischen der North-Achse und der in die Horizontalebene projizierten LOS-Richtung des Sensors. Der Einfallswinkel des Radarsignals θ ergibt sich zwischen der lokalen Ellipsoidnormalen eines aufgenommen Objektpunktes und der Blicklinie des Satelliten. Vertiefende Informationen zur Aufnahmegeometrie von Radarsatelliten und der geometrischen Bedeutung der messbaren LOS-Punktbewegung können z.B. in Yin (2020, S. 35 ff.) nachgelesen werden.

Die BGR stellte für diese Arbeit die Datensätze aus den PSI-Prozessierungen unterschiedlicher SAR-Stacks zur Verfügung (siehe Abschnitt 4.3.1). Dabei ist jedem Reflektor des Radarsignals der normierte Vektor in LOS-Richtung des Satelliten $\mathbf{e}_{LOS}$ zugeordnet, woraus sich die Winkel α und θ ableiten lassen. Daher werden das Azimut der Blickrichtung α und der Einfallswinkel θ als vorgegebene Messgrößen betrachtet.

Das Azimut der Blickrichtung α ist für die PS nahezu konstant, was auf die gleichbleibende polarnahe Umlaufbahn der Sentinel-1 Satelliten zurückgeführt werden kann (Yin, 2020, S. 37 ff.). Wenn ein Objektpunkt von einem aufsteigenden (ascending) Radarsatelliten erfasst wird, dann nimmt α durch den rechts blickenden Sensor einen Wert von ca. 80° an. Bei Aufnahmen von einem absteigenden (descending) Orbit beläuft sich der Winkel α hingegen auf ca. 280°. Im Gegensatz dazu weisen die Einfallswinkel θ des Radarsignals durch den 250 km breiten Aufnahmestreifen verhältnismäßig große Variationen auf. In der vorliegenden Datengrundlage beträgt θ im Mittel 38,7°, wobei die Winkel einen Wertebereich von 30,6° bis 45,7° abdecken.

6.2 Geodätische Modellkalibrierung

Die PSI-Methode ist ein Fernerkundungsverfahren zur Erfassung relativer Objektbewegungen innerhalb einer aufgenommenen Radarszene (siehe Abschnitt 2.3.3). In diesem Ansatz wird ein persistenter Reflektor des Radarsignals als stabiler Referenzpunkt angenommen, worauf sich die LOS-Geschwindigkeiten der übrigen PS beziehen. Dadurch sind jedoch die Bewegungsraten aus unterschiedlichen SAR-Stacks nicht konsistent referenziert, sodass zur gemeinsamen Analyse vereinfachende Annahmen erforderlich sind. Zusätzlich ergibt sich bei großen Untersuchungsgebieten die Schwierigkeit, dass die LOS-Geschwindigkeiten aus einer PSI-Auswertung langwelligen Messunsicherheiten unterliegen (Parizzi u. a., 2020; Crosetto u. a., 2016). Diese systematischen Fehler können z.B. durch residuale Effekte des Orbits oder der Atmosphäre hervorgerufen werden (Fuhrmann u. a., 2015).

Die Bewegungsmodelle in Kapitel 5 wurden auf Grundlage von LOS-Geschwindigkeiten einer PSI-Auswertung berechnet. Demzufolge sind die flächenhaften Approximationen nicht konsistent referenziert und bilden die langwelligen Messunsicherheiten der Eingangsdaten ab. Daher erfolgt in dieser Arbeit eine geodätische Modellkalibrierung, welche die Einführung eines einheitlichen Geschwindigkeitsdatums und die Reduzierung systematischer Fehler ermöglicht (Fuhrmann u. a., 2015; Hung u. a., 2011; Cuenca u. a., 2011). Als Referenzdaten dienen Bewegungen physischer Festpunkte auf der Erdoberfläche, die unter Verwendung von GNSS und Nivellement mit übergeordneter Genauigkeit bestimmt wurden (siehe Abschnitt 4.1 und 4.2). Das Ziel der Kalibrierung besteht nun darin, die Bewegungsmodelle der einzelnen SAR-Stacks an das Geschwindigkeitsniveau der GNSS-Referenzstationen (RSP) und Höhenfestpunkte (HFP) anzupassen. Der Ablauf einer Modellkalibrierung wird in den Abschnitten 6.2.1 bis 6.2.3 ausführlich behandelt und gliedert sich in die folgenden Teilprozesse:

1. Projektion der Referenzgeschwindigkeiten auf die Blickrichtung des Radarsatelliten. Dadurch ergeben sich für die GNSS-Referenzstationen und Höhenfestpunkte die Messgrößen $V_{Referenz}$,
2. Bestimmung der Korrektionswerte $V_{Korrektion} = V_{Referenz} - V_{Modell}$. Dabei gibt V_{Modell} die LOS-Geschwindigkeit aus einem radarbasierten Bewegungsmodell an,
3. Flächenhafte Approximation von $V_{Korrektion}$, woraus das Modell $V_{Korrektionsmodell}$ hervorgeht,
4. Modellkalibrierung durch $V_{Kalibriertes\ Modell} = V_{Modell} + V_{Korrektionsmodell}$.

6.2.1 Bestimmung von Korrektionswerten

Im ersten Schritt der geodätischen Modellkalibrierung werden für jeden SAR-Stack zugehörige Korrektionswerte bestimmt. Sie beschreiben die systematischen Modellfehler und die Datumsunterschiede zwischen den verschiedenen PSI-Stapelauswertungen. Zur Berechnung der Korrektionen sind unabhängige Geschwindigkeiten erforderlich, die in dieser Arbeit unter Verwendung von GNSS und Nivellement mit einer übergeordneten Genauigkeit ermittelt wurden (siehe Abschnitt 4.1 und 4.2). Die verfügbaren Referenzgeschwindigkeiten werden mit Gleichung 6.1 auf die Blickrichtung der Radarsatelliten projiziert, woraus sich die Messgrößen $V_{Referenz}$ für die RSP und HFP ergeben. Die Transformation erfordert für jeden Referenzpunkt das Azimut der Blickrichtung α und den Einfallswinkel θ, weshalb diese Angaben von dem nächstgelegenen PS übernommen werden. Von den HFP sind jedoch nur die Vertikalbewegungen V_h bekannt, sodass zur Projektion auf die Blickrichtung des Radarsatelliten mögliche Horizontalbewegungen vernachlässigt werden. Für diese Festpunkte erfolgt also die vereinfachende Annahme von $V_{East} = 0,0$ mm/Jahr und $V_{North} = 0,0$ mm/Jahr. Im Gegensatz dazu wird von den GNSS-Referenzstationen das vollständige 3D-Bewegungsverhalten erfasst, wodurch beim Übergang zu LOS-Geschwindigkeiten kein Projektionsfehler in Gleichung 6.1 entsteht.

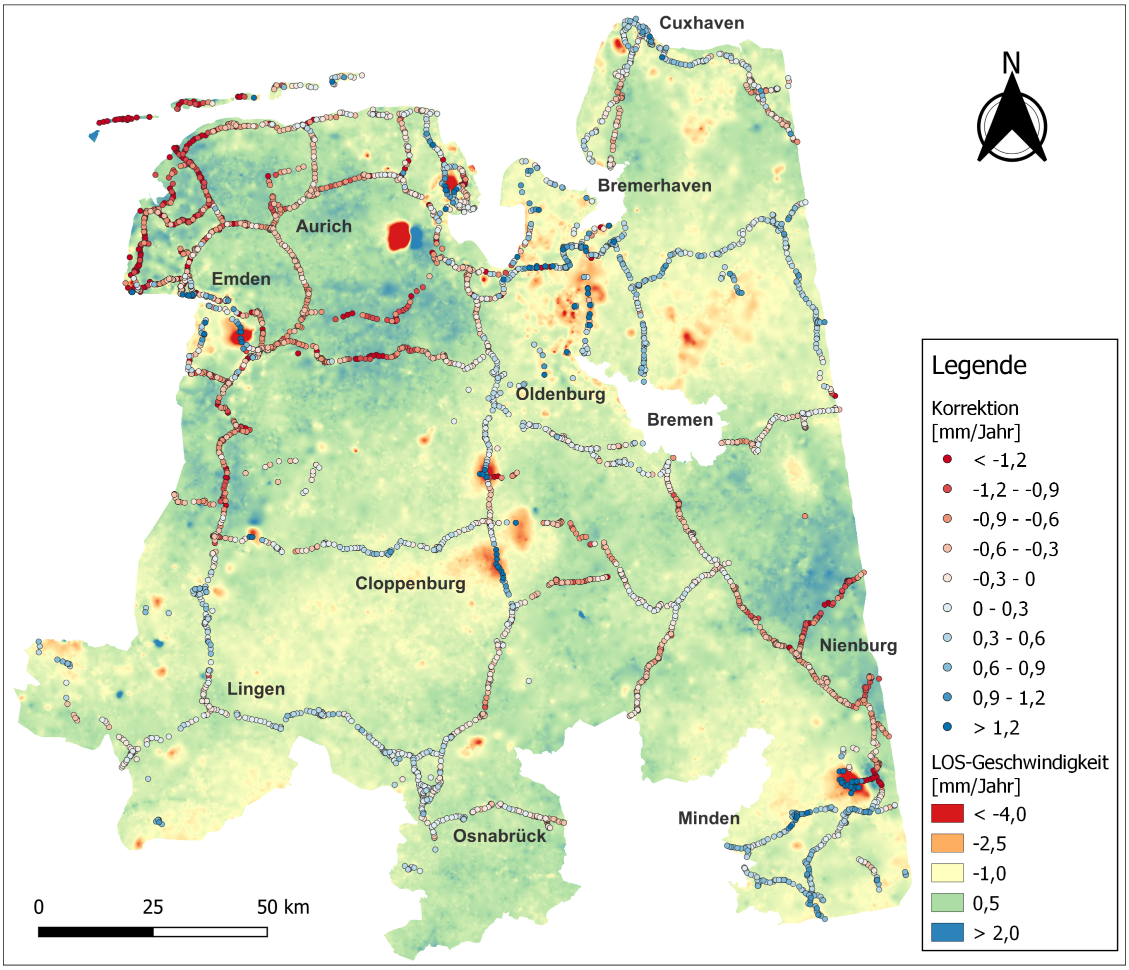


Abbildung 6.2: *Bewegungsmodell und Korrektionen für den exemplarischen SAR-Stack 015_01*

Die Korrektionswerte eines SAR-Stacks ergeben sich aus den Differenzen zwischen dem Bewegungsmodell V_{Modell} und den in die LOS-Richtung projizierten Referenzgeschwindigkeiten $V_{Referenz}$:

$$V_{Korrektion} = V_{Referenz} - V_{Modell} \tag{6.2}$$

Abbildung 6.2 zeigt die flächenhafte Approximation der LOS-Geschwindigkeiten des exemplarischen SAR-Stacks 015_01 und die aus Gleichung 6.2 hervorgehenden Korrektionen. Im Nivellementnetz werden großräumige Abweichungen zwischen den terrestrisch bestimmten Referenzgeschwindigkeiten und den modellierten PSI-Daten sichtbar. Diese Systematiken sind vermutlich auf verbliebene

Restfehler in der PSI-Prozessierung zurückzuführen und erfordern eine Korrektur des Bewegungsmodells (Crosetto u. a., 2016). Des Weiteren ergeben sich im Bereich lokaler Bodenbewegungsgebiete verhältnismäßig große Differenzen zwischen den Referenzgeschwindigkeiten der HFP und den flächenhaft approximierten LOS-Geschwindigkeiten der PS. Diese Diskrepanzen können im Einflussbereich von Bergbauaktivitäten durch das nicht-lineare Bewegungsverhalten der Tagesoberfläche entstehen, weil die Radaraufnahmen und das Nivellement unterschiedliche Messungsintervalle abdecken. Außerdem gehen mit anthropogenen Höhenänderungen häufig Horizontalverschiebungen einher, die zur Projektion der Vertikalbewegungen auf die LOS-Richtung vernachlässigt werden (siehe Abschnitt 2.2). Dieser Umstand kann zu erheblichen Projektionsfehler führen, sodass die Referenzgeschwindigkeiten der HFP nicht mit PSI-Daten vergleichbar sind.

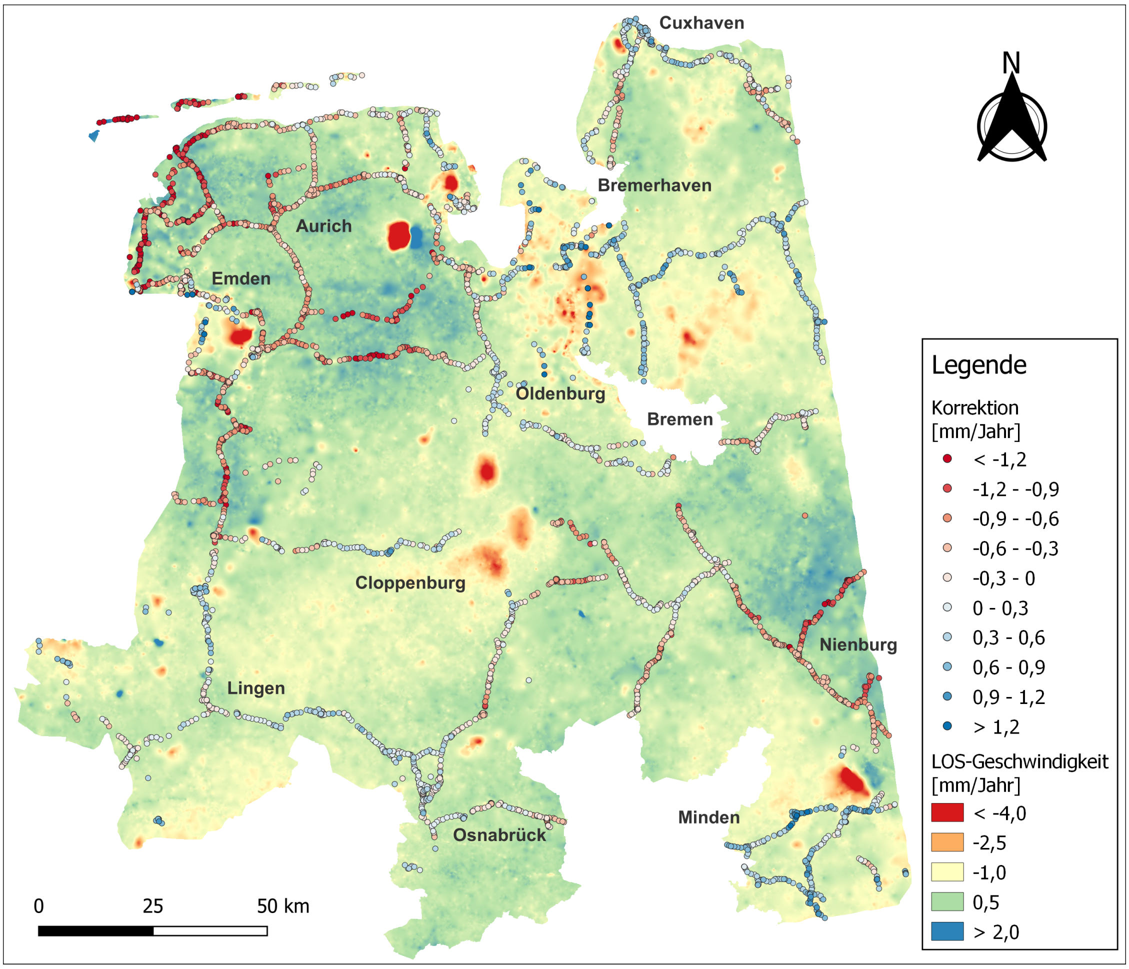


Abbildung 6.3: *Modell und geprüfte Korrektionen für den exemplarischen SAR-Stack 015_01*

In dieser Arbeit werden also im Einflussbereich von Bergbauaktivitäten mittels Radarinterferometrie und Nivellement unterschiedliche Bewegungssignale der Tagesoberfläche erfasst. Um die geodätische Modellkalibrierung durch diese Unstimmigkeit nicht zu beeinflussen, werden die Korrektionswerte in anthropogenen Bodenbewegungsgebieten entfernt. Die verbleibenden Abweichungen zwischen den Referenzgeschwindigkeiten und dem Bewegungsmodell gehen schließlich in eine räumliche Ausreißerfilterung ein (siehe Abschnitt 3.2). Um auffällige Beobachtungen im Datensatz automatisiert zu detektieren, wird im Signifikanztest eine Irrtumswahrscheinlichkeit von $\alpha = 5\%$ angesetzt. Die 181 detektierte Ausreißer im beispielhaften SAR-Stack 015_01 sind häufig auf individuelle Punktbewegungen im Nivellementnetz oder auf lokale Unsicherheiten im Bewegungsmodell zurückzuführen. Sie werden daher nicht als Korrektionen in der geodätischen Modellkalibrierung verwendet.

In Abbildung 6.3 sind für den exemplarischen SAR-Stack 015_01 das flächenhafte Bewegungsmodell und die geprüften Abweichungen zu den Referenzgeschwindigkeiten dargestellt. Die HFP im Einflussbereich von Bergbauaktivitäten und die detektierten räumlichen Ausreißer wurden entfernt, sodass insgesamt 3.880 Korrektionswerte zur geodätischen Modellkalibrierung verbleiben. Der gezeigte Beispieldatensatz bildet nur langwellige Abweichungen zwischen dem Bewegungsmodell und den Referenzgeschwindigkeiten ab, wodurch die systematischen Fehler in der PSI-Auswertung deutlich werden. Die Korrektionen weisen keinen übergeordneten Trend auf, sodass sich sowohl die LOS-Geschwindigkeiten der PS als auch die terrestrisch bestimmten Vergleichsdaten auf stabile Teile der Erdoberfläche beziehen. Zur Vollständigkeit sind in Tabelle C.1 für alle verfügbaren SAR-Stacks die Anzahl der geprüften Korrektionswerte bzw. der detektierten Ausreißer aufgelistet. Die Datensätze 168_04 und 044_17 können im Rahmen dieser Arbeit nicht kalibriert werden, da innerhalb der jeweiligen Radaraufnahmen keine Referenzgeschwindigkeiten von HFP oder GNSS-Referenzstationen vorliegen. Die beiden SAR-Stacks werden daher von dem weiteren Modellierungsprozess ausgeschlossen.

6.2.2 Flächenhaftes Korrektionsmodell

In dieser Arbeit werden die Referenzgeschwindigkeiten des Nivellementnetzes und der GNSS-Referenzstationen genutzt, um systematische Fehler in den radarbasierten Bewegungsmodellen aufzudecken (siehe Abschnitt 6.2.1). Zur geodätischen Modellkalibrierung gehen die abgeleiteten Korrektionen in einer flächenhaften Approximation unter Verwendung von Ordinary Kriging ein. Zielsetzung ist die Berechnung kontinuierlicher Verbesserungen für die jeweiligen SAR-Stacks. Weil die Abweichungen zwischen den Referenzgeschwindigkeiten und Bewegungsmodellen keinen übergeordneten Trend enthalten, können sie als Realisierung eines stationären Zufallsprozesses interpretiert werden. Somit sind die theoretischen Voraussetzungen zur stochastischen Modellierung mittels Ordinary Kriging erfüllt (siehe Abschnitt 3.4).

Um flächenhafte Verbesserungen für ein Bewegungsmodell zu bestimmen, werden die Abweichungen $V_{Korrektion}$ zunächst einer räumlichen Strukturanalyse unterzogen. Das Ziel besteht in der Erfassung und Beschreibung vorhandener Korrelationen zwischen den geprüften Korrektionswerten innerhalb eines SAR-Stacks. Auf Grundlage der Abweichungen $V_{Korrektion}$ werden experimentelle Semivarianzen berechnet, die zur automatisierten Ableitung eines theoretischen Variogramms dienen (siehe Abschnitt 3.4.1 und 3.4.2). Die geschätzten Parameter der Variogrammfunktion geben Auskunft über die räumlichen Strukturen der langwelligen Messunsicherheiten in den PSI-Daten. Mit der Nugget-Varianz $\hat{c}_0$ werden die zufälligen Abweichungen zwischen den Referenzgeschwindigkeiten und einem Bewegungsmodell abgeschätzt. Die Sill-Varianz $\hat{c} + \hat{c}_0$ gibt die durchschnittliche Variabilität zwischen den unabhängigen Messverfahren an und lässt sich daher als Maß für die äußere Genauigkeit der PSI-Daten interpretieren. Schließlich gibt die Korrelationslänge $\hat{a}$ Auskunft über die räumliche Ausdehnung der systematischen Fehler in den LOS-Geschwindigkeiten.

Abbildung 6.4 zeigt das experimentelle und theoretische Variogramm für die Korrektionswerte des beispielhaften SAR-Stacks 015_01. Nach der Methodik in Abschnitt 3.4.2 wird das Stable Modell mit $\alpha = 1$ als optimale Variogrammfunktion ausgewählt, wobei der Ausgleichungprozess die folgenden Funktionsparameter ergibt:

$$\hat{c}_0 = 0{,}05 \text{ mm}^2/\text{Jahr}^2 \qquad \hat{c} = 0{,}40 \text{ mm}^2/\text{Jahr}^2 \qquad \hat{a} = 116.613{,}0 \text{ m}$$

Demnach bilden die Abweichungen zwischen den Referenzgeschwindigkeiten und dem Bewegungsmodell großräumige Strukturen, die auf systematische Fehler in den PSI-Daten hindeuten. Die geringe Nugget-Varianz ist auf die hohe Präzision des Modells und der terrestrisch bestimmten Vergleichsdaten zurückzuführen, sodass sich kaum zufällige Variationen im Nahbereich der HFP und RSP ergeben. In Tabelle C.1 sind die bestimmten Variogrammparameter für die Korrektionswerte von allen analysierten SAR-Stacks zusammengestellt.

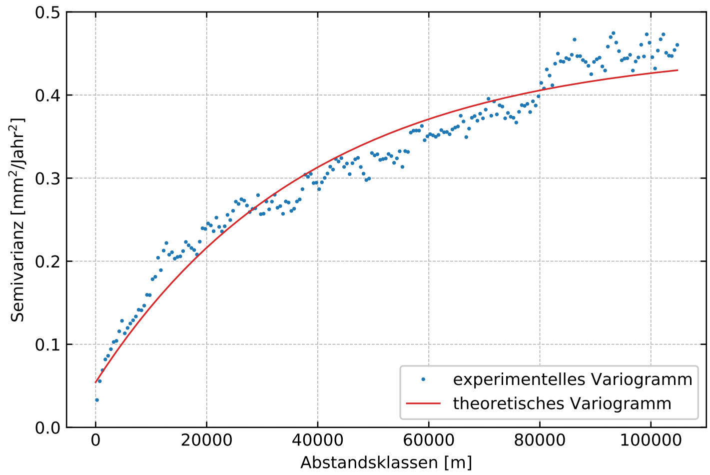


Abbildung 6.4: *Räumliche Strukturanalyse der Korrektionswerte des SAR-Stacks 015_01*

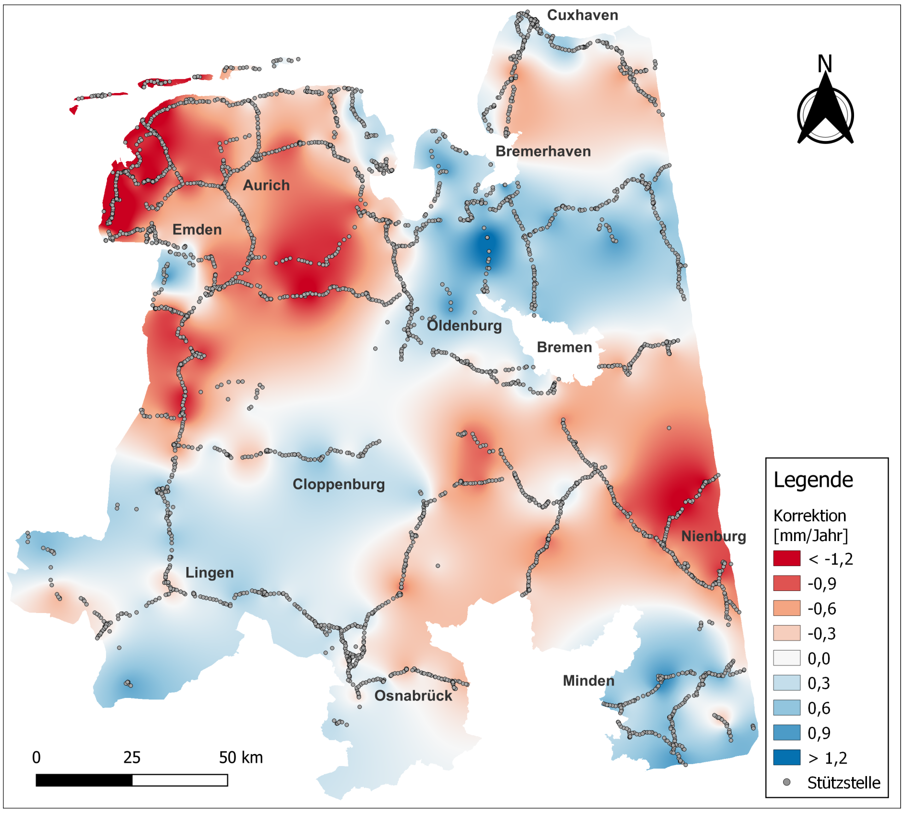


Abbildung 6.5: *Flächenhaftes Korrektionsmodell für den beispielhaften SAR-Stack 015_01*

Das theoretische Variogramm bildet die Grundlage zur flächenhaften Approximation der unregelmäßig verteilten Korrektionen unter Verwendung von Ordinary Kriging (siehe Abschnitt 3.4.3). Innerhalb eines SAR-Stacks liegt nur eine begrenzte Anzahl an HFP und GNSS-Referenzstationen vor, sodass alle verfügbaren Stützstellen zur Berechnung eines Modellwertes $V_{Korrektionsmodell}(\mathbf{x}_0)$ an der Position $\mathbf{x}_0$ einbezogen werden können. Es ist also keine Reduzierung des Datensatzes zur rechentechnischen Optimierung des Modellansatzes erforderlich. Abbildung 6.5 zeigt für den beispielhaften SAR-Stack 015_01 das Korrektionsmodell zusammen mit den eingegangenen Stützstellen.

Die flächenhafte Approximation der Korrektionswerte ist durch einen glatten räumlichen Verlauf gekennzeichnet und bildet die langwelligen Strukturen des analysierten Datensatzes ab.

In Abbildung 6.6 sind für das Korrektionsmodell des SAR-Stacks 015_01 die zugehörigen Standardabweichungen dargestellt, welche sich aus der Kriging-Varianz nach Gleichung 3.69 ergeben. Die geschätzte Modellpräzision ist also von der angesetzten Variogrammfunktion und der geometrischen Stützstellenverteilung abgängig, wobei der Einfluss einzelner Messungen auf das Modell vernachlässigt wird (Journel, 1986, S. 135). Dabei gilt der Grundsatz: Je weiter die Abstände zwischen einem Modellwert $V_{Korrektionsmodell}(\mathbf{x}_0)$ und den nächsten Beobachtungen, desto höher ist die zugehörige Standardabweichung. Folglich werden die größten Unsicherheiten des Korrektionsmodells in der Mitte der Nivellementschleifen abgeschätzt.

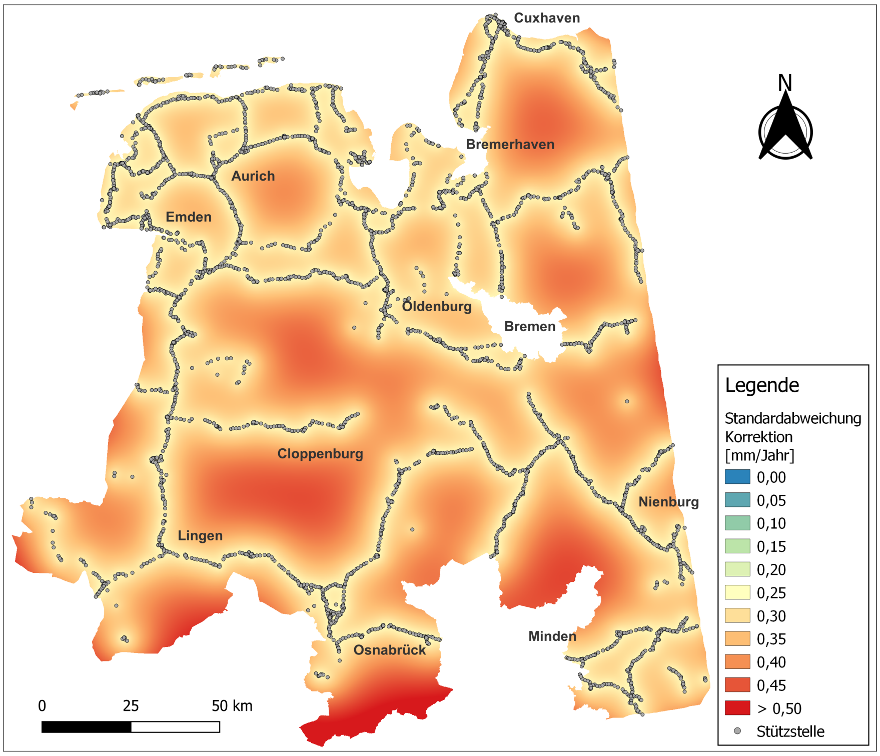


Abbildung 6.6: *Standardabweichungen für das flächenhafte Korrektionsmodell des beispielhaften SAR-Stacks 015_01*

6.2.3 Kalibriertes Bewegungsmodell

Zielsetzung der geodätischen Kalibrierung ist die Anpassung der radarbasierten Bewegungsmodelle an das übergeordnete Geschwindigkeitsniveau der HFP und GNSS-Referenzstationen. Mit Hilfe der Referenzgeschwindigkeiten von den physischen Festpunkten auf der Erdoberfläche wurden Korrektionen für die SAR-Stacks bestimmt und flächenhaft approximiert (siehe Abschnitt 6.2.1 und 6.2.2). Die resultierenden Korrektionsmodelle beschreiben die langwelligen Messunsicherheiten in den vorliegenden PSI-Daten und ermöglichen die Einführung eines einheitlichen Geschwindigkeitsdatums. Zur geodätischen Modellkalibrierung werden schließlich die flächenhaften Korrektionen $V_{Korrektionsmodell}$ als Verbesserungen an das zugehörige Bewegungsmodell V_{Modell} angebracht:

$$V_{Kalibriertes\ Modell} = V_{Modell} + V_{Korrektionsmodell} \tag{6.3}$$

Abbildung 6.7 zeigt das kalibrierte Bewegungsmodell für den SAR-Stack 015_01. Die angebrachten Korrektionen reduzieren die systematischen Fehler aus der PSI-Auswertung, sodass im Vergleich zum unkalibrierten Modell keine großräumigen Bewegungsmuster erkennbar sind (vgl. Abbildung 5.15). Beispielsweise konnten die nicht plausiblen Bewegungen im Bereich Ostfrieslands korrigiert werden, wodurch sich die Geest bei Aurich, wie erwartet, als stabiles Gebiet abzeichnet (vgl. Abbildung 4.22). Die flächenhafte Approximation der LOS-Geschwindigkeiten bildet also nur lokale Deformationen der Tagesoberfläche mit einer hohen räumlichen Auflösung ab. Das kalibrierte Bewegungsmodell bezieht sich dabei auf das übergeordnete Geschwindigkeitsdatum der terrestrisch bestimmten HFP und RSP.

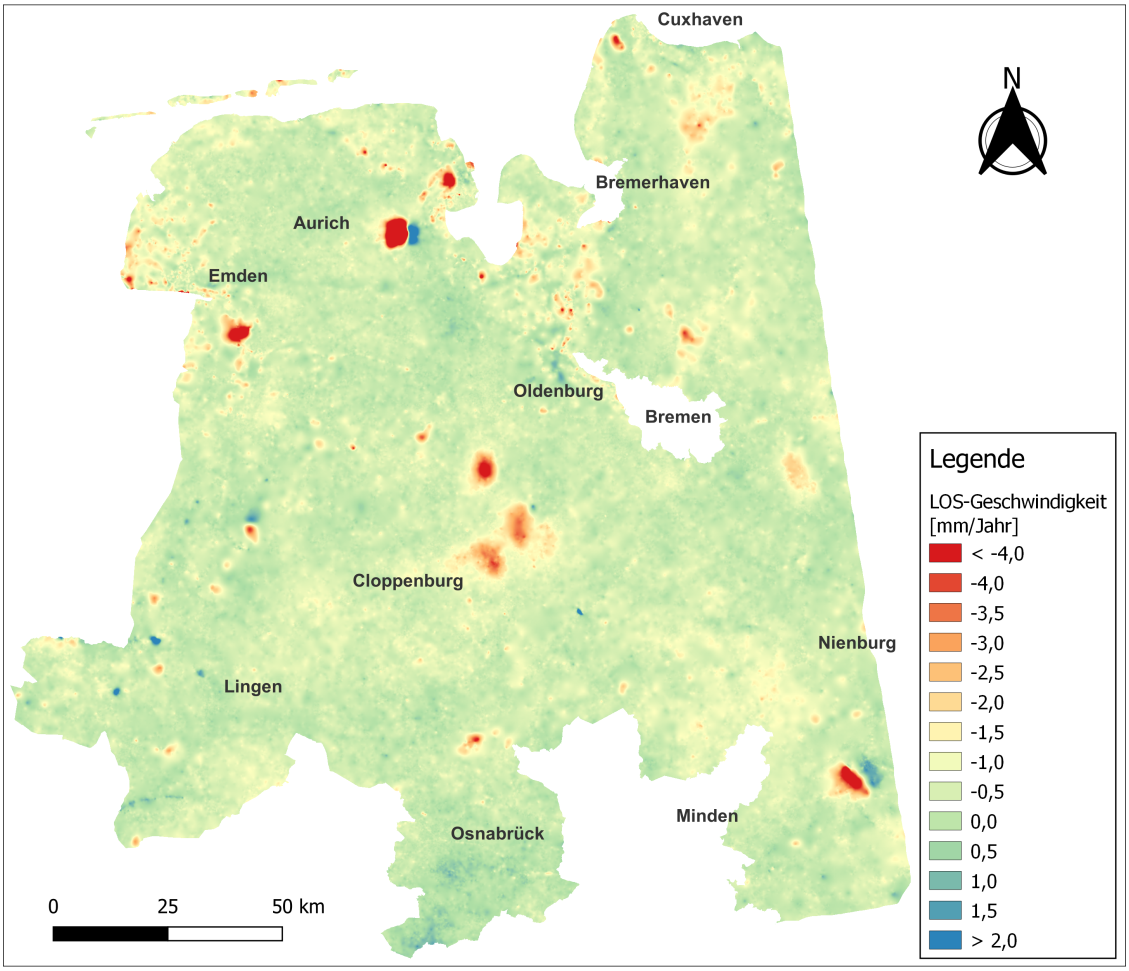


Abbildung 6.7: *Kalibriertes Bewegungsmodell für den SAR-Stack 015_01*

Nach Gleichung 6.3 setzt sich das kalibrierte Bewegungsmodell aus der flächenhaften Approximation der PSI-Daten und den zugehörigen Korrektionswerten zusammen. Um die Genauigkeit realistisch abschätzen zu können, sind daher die Unsicherheiten beider Modelle unter Anwendung des Varianzfortpflanzungsgesetzes zu berücksichtigen (Niemeier, 2008, S. 72 ff.):

$$\sigma^2\{V_{Kalibriertes\ Modell}\} = \underbrace{\sigma^2\{V_{Modell}\}}_{\text{Innere Genauigkeit}} + \underbrace{\sigma^2\{V_{Korrektionsmodell}\}}_{\text{Äußere Genauigkeit}} \tag{6.4}$$

In Gleichung 6.4 kennzeichnet $\sigma^2\{V_{Modell}\}$ die innere Genauigkeit des flächenhaften Bewegungsmodells, die unter Verwendung mehrfacher Modellsimulationen bestimmt wurde (siehe Abschnitt 5.3). Diese Unsicherheit wird von der lokal unterschiedlichen Stützstellendichte der vorliegenden PSI-Daten maßgeblich beeinflusst. Im Gegensatz dazu basiert die Kriging-Varianz des Korrektionsmodells $\sigma^2\{V_{Korrektionsmodell}\}$ auf dem Vergleich von unabhängig beobachteten Bewegungen der Erdoberfläche (siehe Abschnitt 6.2.2). Dadurch lassen sich sowohl zufällige als auch systematische Fehler in den Messungen aufdecken, sodass $\sigma^2\{V_{Korrektionsmodell}\}$ als äußere Genauigkeit des kalibrierten Bewegungsmodells interpretiert werden kann. Zur Vereinfachung erfolgt eine Vernachlässigung bestehender Korrelationen zwischen V_{Modell} und $V_{Korrektionsmodell}$.

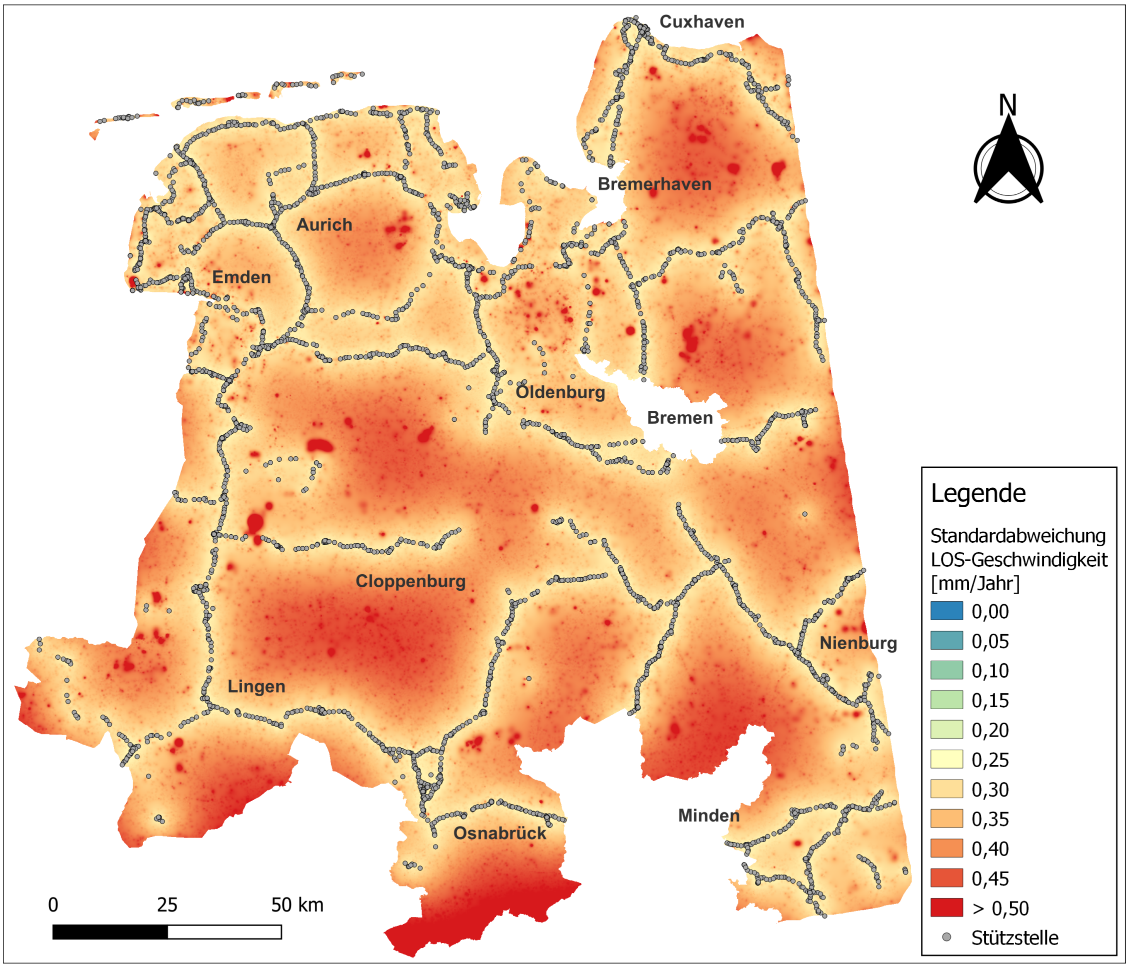


Abbildung 6.8: *Standardabweichungen für das kalibrierte Bewegungsmodell des SAR-Stacks 015_01*

Abbildung 6.8 zeigt für den SAR-Stack 015_01 die Standardabweichungen des kalibrierten Bewegungsmodells und die eingegangenen Stützstellen der Korrektionen. Die langwelligen Strukturen weisen eine Abhängigkeit zu dem Nivellementnetz und den GNSS-Referenzstationen auf, wodurch sich die äußere Modellgenauigkeit widerspiegelt. Die Unsicherheiten des Bewegungsmodells wachsen also in Bereichen ohne unabhängig bestimmte Korrektionswerte an. Darüber hinaus lassen sich anhand der gezeigten Standardabweichungen hochfrequente Unsicherheitsanteile erkennen, welche von der variierenden inneren Modellgenauigkeit hervorgerufen werden (siehe Abschnitt 5.3.3). Wenn beispielsweise räumlich isolierte Messpunkte die flächenhafte Approximation der LOS-Geschwindigkeiten stark beeinflussen, dann erhalten betroffene Bereiche aufgrund geringer Redundanz eine hohe Modellunsicherheit.

6.3 Trennung der Bodenbewegungskomponenten

Das Ziel dieser Arbeit besteht in der Berechnung eines hochaufgelösten und konsistent referenzierten Bodenbewegungsmodells für die niedersächsische Landesfläche. Als Datengrundlage dienen die kalibrierten Bewegungsmodelle aus Abschnitt 6.2.3, welche eine regelmäßige Rasterstruktur mit einer räumlichen Auflösung von 200 m × 200 m aufweisen. Die Modelle unterschiedlicher SAR-Stacks lassen sich schließlich über identische Rasterpunkte kombinieren (Brockmeyer u. a., 2021). Unter Verwendung der Aufnahmegeometrie von den Radarsatelliten können die LOS-Geschwindigkeiten in interpretierbare Bewegungen vertikaler und horizontaler Ost-West Richtung zerlegt werden (Yin, 2020; Fuhrmann und Garthwaite, 2019).

6.3.1 Methodik

Die niedersächsische Landesfläche wird von den Sentinel-1 Satelliten aus unterschiedlichen Blickrichtungen aufgenommen, wodurch sich die Bewegungsmodelle der verfügbaren SAR-Stack überlappen (siehe Abbildung 4.26). Somit liegen an den Rasterpunkten mehrere LOS-Geschwindigkeiten V_{LOS} vor, die von verschiedenen Satellitenpositionen erfasst wurden. Zur Verdeutlichung vergrößert Abbildung 6.9 das Bodenbewegungsgebiet bei Wunstorf, welches in Radaraufnahmen von einem auf- und absteigenden Orbit enthalten ist. In diesem Beispiel liegen also an den Gitterpunkten des regelmäßigen Modellrasters zwei unabhängige LOS-Bewegungen vor, die aufgrund der Aufnahmegeometrie völlig unterschiedliche Werte annehmen können.

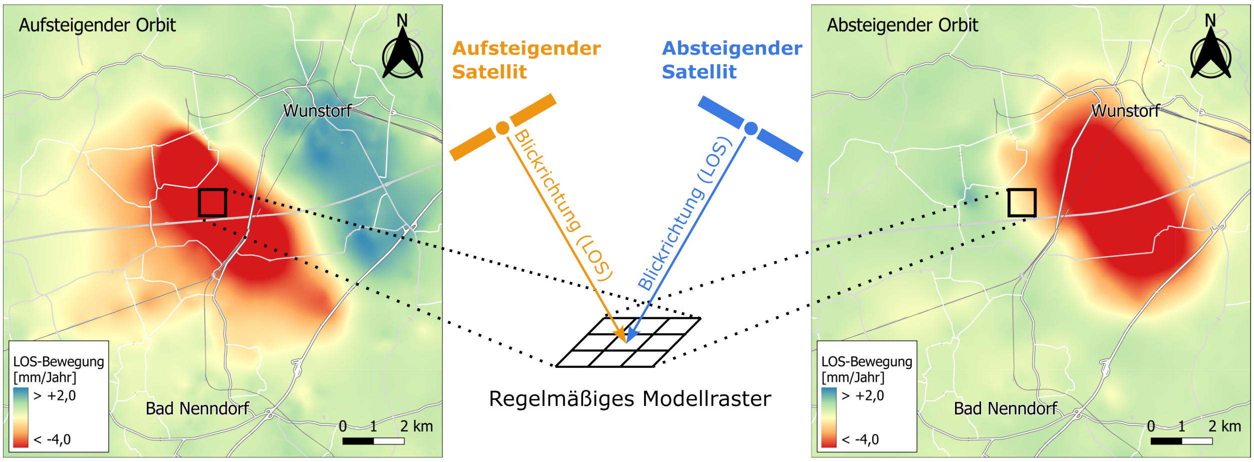


Abbildung 6.9: *Aufnahmegeometrie von auf- und absteigenden Radarsatelliten*

Um die LOS-Geschwindigkeiten V_{LOS} mit dem 3D-Bewegungsverhalten der Tagesoberfläche in Beziehung zu setzen, wird die Gleichung 6.1 als funktionales Modell verwendet. Daraus geht das folgende lineare Gleichungssystem hervor, welches theoretisch drei LOS-Messungen zur Lösung der unbekannten Geschwindigkeitsparameter V_{East}, V_{North} und V_h erfordert (Yin, 2020, S. 48):

$$\begin{bmatrix} V_{LOS,1} \\ V_{LOS,2} \\ V_{LOS,3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sin\theta_1 \cdot \sin\alpha_1 & -\sin\theta_1 \cdot \cos\alpha_1 & \cos\theta_1 \\ -\sin\theta_2 \cdot \sin\alpha_2 & -\sin\theta_2 \cdot \cos\alpha_2 & \cos\theta_2 \\ -\sin\theta_3 \cdot \sin\alpha_3 & -\sin\theta_3 \cdot \cos\alpha_3 & \cos\theta_3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_{East} \\ V_{North} \\ V_h \end{bmatrix} \tag{6.5}$$

Die Sentinel-1 Satelliten bewegen sich in aufsteigender und absteigender Richtung auf polarnahen Umlaufbahnen um die Erde. Aufgrund der Erdrotation ergeben sich dabei Aufnahmen von der Tagesoberfläche aus annähernd gegenüberliegenden Blickrichtungen (Yin und Busch, 2018). Messtechnisch bedingt wird ein Untersuchungsgebiet also immer von östlichen oder westlichen Satellitenpositionen erfasst, wodurch sich Verschiebungen in Nord-Süd Richtung kaum beobachten lassen (Samsonov und d'Oreye, 2012, S. 1097). Diese Aufnahmegeometrie verursacht ein schlecht konditionierten Gleichungssystem 6.5, sodass bereits kleine Fehler in den LOS-Beobachtungen die Berechnung der Parameter V_{East}, V_{North} und V_h erheblich verfälschen könnten (Fuhrmann und Garthwaite, 2019). Um diesem Effekt entgegenzuwirken und einen möglichen geometrischen Defekt abzuwenden, wird die Geschwindigkeit V_{North} üblicherweise nicht aus Radardaten abgeleitet. Mit der vereinfachenden Annahme von $V_{North} = 0,0$ mm/Jahr ergibt sich das reduzierte funktionale

Modell zu:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} V_{LOS,1} \\ \vdots \\ V_{LOS,n} \end{bmatrix}}_{\mathbf{l}} + \mathbf{v} = \underbrace{\begin{bmatrix} -\sin\theta_1 \cdot \sin\alpha_1 & \cos\theta_1 \\ \vdots & \vdots \\ -\sin\theta_n \cdot \sin\alpha_n & \cos\theta_n \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} V_{East} \\ V_h \end{bmatrix}}_{\mathbf{x}} \tag{6.6}$$

Um das Gleichungssystem 6.6 lösen zu können, sind mindestens zwei unabhängige LOS-Geschwindigkeiten V_{LOS} erforderlich, die von einem aufsteigenden und absteigenden Satelliten erfasst wurden (Fuhrmann und Garthwaite, 2019). Die gemessenen Bewegungen in Blickrichtung des Radarsatelliten sind im Beobachtungsvektor $\mathbf{l}$ enthalten und beziehen sich auf einen gemeinsamen Rasterpunkt in den Bewegungsmodellen der vorliegenden SAR-Stacks. Die Messungen und zugehörigen Residuen in $\mathbf{l}$ bzw. $\mathbf{v}$ werden durch die Multiplikation der Designmatrix $\mathbf{A}$ mit dem Parametervektor $\mathbf{x}$ ausgedrückt. Unter Verwendung der Methode der kleinsten Quadrate erfolgt schließlich die Parameterschätzung der unbekannten Geschwindigkeiten $\hat{V}_{East}$ und $\hat{V}_h$ (siehe Abschnitt 2.6.2). Um die zufälligen Messunsicherheiten von $\mathbf{l}$ in der Ausgleichung zu berücksichtigen, wird die Kovarianzmatrix der Beobachtungen $\mathbf{\Sigma_{ll}}$ als stochastisches Modell eingeführt:

$$\mathbf{\Sigma_{ll}} = \sigma_0^2 \mathbf{Q_{ll}} \qquad \mathbf{P} = \mathbf{Q_{ll}}^{-1} \tag{6.7}$$

mit:

$$\mathbf{\Sigma_{ll}} = \begin{bmatrix} \sigma^2_{V_{LOS,1}} & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \sigma^2_{V_{LOS,n}} \end{bmatrix} \tag{6.8}$$

Da keine Informationen zu Korrelationen zwischen den PSI-Daten der unterschiedlichen SAR-Stacks vorliegen, wird mit Gleichung 6.8 die Modellannahme von unabhängigen Beobachtungen getroffen. Daher ist lediglich die Hauptdiagonale der Kovarianzmatrix $\mathbf{\Sigma_{ll}}$ mit den Varianzen $\sigma^2_{V_{LOS}}$ der beobachteten LOS-Geschwindigkeiten besetzt. Die benötigten Genauigkeitsangaben leiten sich dabei aus Gleichung 6.4 ab und repräsentieren somit die Varianzen der kalibrierten Bewegungsmodelle (siehe Abschnitt 6.2.3). Um die Gewichtsmatrix $\mathbf{P}$ für den Ausgleichungsprozess zu bestimmen, wird in dieser Arbeit der vorgezogene a priori Varianzfaktor mit $\sigma_0^2 = 1$ festgelegt.

Grundsätzlich lässt sich mit der Methode der kleinsten Quadrate für den geschätzten Parametervektor $\hat{\mathbf{x}}$ die zugehörige Kovarianzmatrix $\hat{\mathbf{\Sigma}}_{\hat{\mathbf{x}}\hat{\mathbf{x}}}$ ermitteln, was jedoch die Ableitung des a posteriori Varianzfaktors $\hat{\sigma}_0^2$ voraussetzt (siehe Gleichung 2.18 und 2.19). In dieser Arbeit wird die niedersächsische Landesfläche von durchschnittlich $n = 4$ Radarszenen erfasst, wodurch das angesetzte GMM häufig einen Freiheitsgrad $f \leq 2$ aufweist. Aufgrund dieser geringen Überbestimmung ist eine zuverlässige Schätzung des a posteriori Varianzfaktors $\hat{\sigma}_0^2$ nicht möglich (Niemeier, 2008, S. 165). Um dennoch eine Genauigkeitsbeurteilung der ausgeglichenen Geschwindigkeitsparameter $\hat{V}_{East}$ und $\hat{V}_h$ vornehmen zu können, werden die Standardabweichungen $\hat{\sigma}_{\hat{V},East}$ bzw. $\hat{\sigma}_{\hat{V},h}$ mit einer vereinfachten Methode des Residuen-Bootstrappings bestimmt (Wehrens u. a., 2000, S. 47 f.). Um die benötigten Trainingsdaten (Pseudobeobachtungen) simulieren zu können, wird dabei das zufällige Messrauschen der LOS-Geschwindigkeiten als normalverteilt angenommen. Der Algorithmus 4 beschreibt den Ablauf dieser Prozedur, wobei insgesamt $b = 1000$ Modellsimulationen durchgeführt werden. Die wiederholte Parameterschätzung auf Grundlage eines variierenden Beobachtungsvektors $\mathbf{l}$ ermöglicht Rückschlüsse zur statistischen Verteilung von $\hat{\mathbf{x}}$, sodass sich die Standardabweichungen $\hat{\sigma}_{\hat{V},East}$ und $\hat{\sigma}_{\hat{V},h}$ bestimmen lassen.

Algorithmus 4 Bootstrapping zur Abschätzung von $\hat{\sigma}_{\hat{V},East}$ und $\hat{\sigma}_{\hat{V},h}$

Input:
LOS-Geschwindigkeiten: $\mathbf{l} = \begin{bmatrix} V_{LOS,1} & \dots & V_{LOS,n} \end{bmatrix}^T$
Varianzen der LOS-Geschwindigkeiten: $\begin{bmatrix} \sigma^2_{V_{LOS,1}} & \dots & \sigma^2_{V_{LOS,n}} \end{bmatrix}$
Output:
Standardabweichungen zu den Schätzwerten des Parametervektors $\hat{\mathbf{x}}$: $\hat{\sigma}_{\hat{V}_{East}}$ und $\hat{\sigma}_{\hat{V}_h}$

Initialisiere die Designmatrix $\mathbf{A}$ und Gewichtsmatrix $\mathbf{P}$ aus Gleichung 6.6 bzw. 6.7
for $j = 1, ..., b$ **do**
Generiere eine neue Realisierung des Beobachtungsvektors $\mathbf{l}$:
$\mathbf{l}_j = \begin{bmatrix} V_{LOS,1} + e_1 & \dots & V_{LOS,n} + e_n \end{bmatrix}^T$ mit: $e_i \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2_{V_{LOS,i}})$
Parameterschätzung: $\hat{\mathbf{x}}_j = \begin{bmatrix} \hat{V}_{East,j} & \hat{V}_{h,j} \end{bmatrix}^T = (\mathbf{A}^T\mathbf{P}\mathbf{A})^{-1} \cdot \mathbf{A}^T\mathbf{P}\mathbf{l}_j$
end for

Berechne Standardabweichungen zu den Schätzwerten des Parametervektors $\hat{\mathbf{x}}$:
$\hat{\sigma}_{\hat{V},East} = \sqrt{\frac{1}{b-1}\sum_{j=1}^{b}(\hat{V}_{East,j} - \hat{V}_{East,B})^2}$ mit: $\hat{V}_{East,B} = \frac{1}{b}\sum_{j=1}^{b}\hat{V}_{East,j}$
$\hat{\sigma}_{\hat{V},h} = \sqrt{\frac{1}{b-1}\sum_{j=1}^{b}(\hat{V}_{h,j} - \hat{V}_{h,B})^2}$ mit: $\hat{V}_{h,B} = \frac{1}{b}\sum_{j=1}^{b}\hat{V}_{h,j}$

6.3.2 Flächenhafte Vertikalbewegungen

Als Datengrundlage stehen in dieser Arbeit insgesamt 15 geodätisch kalibrierte Bewegungsmodelle zur Verfügung, welche die Deformationen innerhalb der jeweiligen SAR-Stacks abbilden (siehe Abbildung 4.26). Die LOS-Geschwindigkeiten der Tagesoberfläche wurden von sieben aufsteigenden und acht absteigenden Orbits der Sentinel-1 Satelliten beobachtet. Unter Verwendung dieser Aufnahmegeometrie erfolgt die Kombination der kalibrierten Bewegungsmodelle, sodass sich nach der Methodik in Abschnitt 6.3.1 horizontale und vertikale Geschwindigkeiten bestimmen lassen. Die resultierenden Bewegungsraten sind aufgrund der geodätischen Modellkalibrierung einheitlich referenziert und beziehen sich auf das konsistente Geschwindigkeitsdatum der terrestrisch bestimmten HFP und RSP.

Als zentrales Ergebnis zeigt Abbildung 6.10 die geschätzten Vertikalgeschwindigkeiten $\hat{V}_h$ im Bereich der niedersächsischen Landesfläche. Die flächenhafte Approximation der Höhenänderungen besitzt einen glatten räumlichen Verlauf, wodurch das zufällige Messrauschen der eingegangenen Beobachtungen gedämpft wird. Im Rahmen der geodätischen Modellkalibrierung werden systematische Fehler aus den PSI-Prozessierungen reduziert, sodass im dargestellten Bewegungsmodell keine unstetigen Übergänge zwischen den einzelnen SAR-Stacks erkennbar sind (siehe auch Abschnitt 6.2). Die Beträge der erfassten Vertikalbewegungen unterschreiten zu 95,3% den Grenzwert von 1,0 mm/Jahr, wodurch die Tagesoberfläche in Niedersachsen grundsätzlich eine hohe Stabilität aufweist. Größere Bewegungsbeträge bis zu 54,7 mm/Jahr sind auf lokale Gebiete begrenzt und zeichnen sich hauptsächlich als Senkungen ab. Nur im Bereich der Nordseeküste und in der Nähe von Flussmündungen können großräumige Bewegungen beobachtet werden, wobei die Abbildung 6.10 keinen übergeordneten Trend in den flächenhaft approximierten Vertikalgeschwindigkeiten erkennen lässt.

Um die Genauigkeit der modellierten Vertikalbewegungen flächenhaft beurteilen zu können, werden die zugehörigen Standardabweichungen $\hat{\sigma}_{\hat{V},h}$ nach der Methodik in Abschnitt 6.3.1 geschätzt. Abbildung 6.11 stellt die bestimmten Modellunsicherheiten dar, die aus den mehrfachen Modellsimulationen hervorgehen. Die Standabweichungen der approximierten Vertikalgeschwindigkeiten

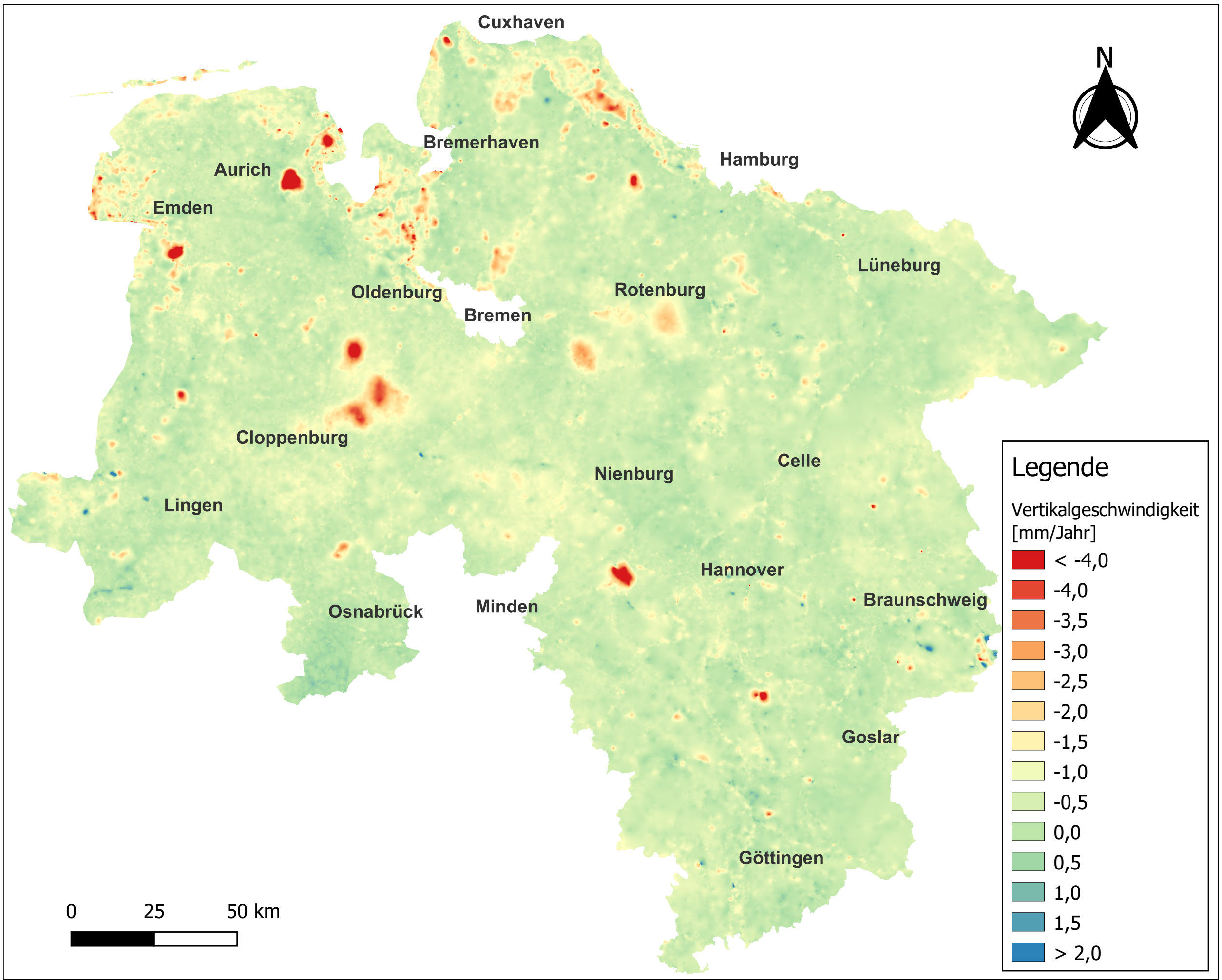


Abbildung 6.10: *Niedersächsisches Bodenbewegungsmodell - Vertikalbewegungen*

liegen in einem Wertebereich zwischen $0,09$ mm/Jahr und $2,10$ mm/Jahr. Dabei ergibt sich der Mittelwert zu $\overline{\sigma}_{\hat{V},h} = 0,21$ mm/Jahr, womit die hohe Genauigkeit des Bodenbewegungsmodells deutlich wird. Anhand von Abbildung 6.11 lässt sich erkennen, dass die Modellunsicherheiten räumliche Strukturen bilden und eine Abhängigkeit zu den einbezogenen HFP und RSP aufweisen. Die Bewegungen im Nivellementnetz und an den GNSS-Referenzstationen dienen in der geodätischen Modellkalibrierung als Referenzgeschwindigkeiten, um Korrektionen für die Radar basierten Bewegungsmodelle zu bestimmen (siehe Abschnitt 6.2). Je weniger HFP und RSP zur lokalen Kalibrierung vorliegen, desto unsicherer lassen sich die systematischen Fehler aus den PSI-Auswertungen beschreiben. Dementsprechend ergeben sich für die approximierten Vertikalgeschwindigkeiten im Bereich terrestrisch beobachteter Referenzpunkte die höchsten Genauigkeiten. Im Gegensatz dazu treten mitten in Nivellementschleifen tendenziell erhöhte Modellunsicherheiten auf. Die größten Standardabweichungen ergeben sich jedoch in kleinräumigen Gebieten und sind auf einzelne persistente Rückstreuer im PSI-Datensatz zurückzuführen, welche die flächenhafte Approximation lokal stark beeinflussen (siehe Abschnitt 5.3.3).

Wie in Abbildung 6.11 zu erkennen, bilden die Standardabweichungen der modellierten Vertikalgeschwindigkeiten regelmäßige Streifenmuster. Diese Systematik ist auf die räumlichen Abgrenzungsbereiche der verfügbaren SAR-Stacks zurückzuführen, da sich am Übergang der Radarszenen die Redundanz im Gleichungssystem 6.6 abrupt ändert (siehe Abbildung C.1). Für das Emsland liegen beispielsweise nur zwei PSI-Datensätze von einem aufsteigenden und absteigenden Orbit vor, sodass das angesetzte GMM ohne Überbestimmung gelöst wird. Als Folge dessen ergeben sich dort höhere

Modellunsicherheiten als in Gebieten, die von mehreren SAR-Stacks abgedeckt werden. Insgesamt zeigt sich eine deutliche Genauigkeitssteigerung in den geschätzten Höhenänderungen, wenn das Gleichungssystem 6.6 einen Freiheitsgrad von $f \geq 2$ aufweist.

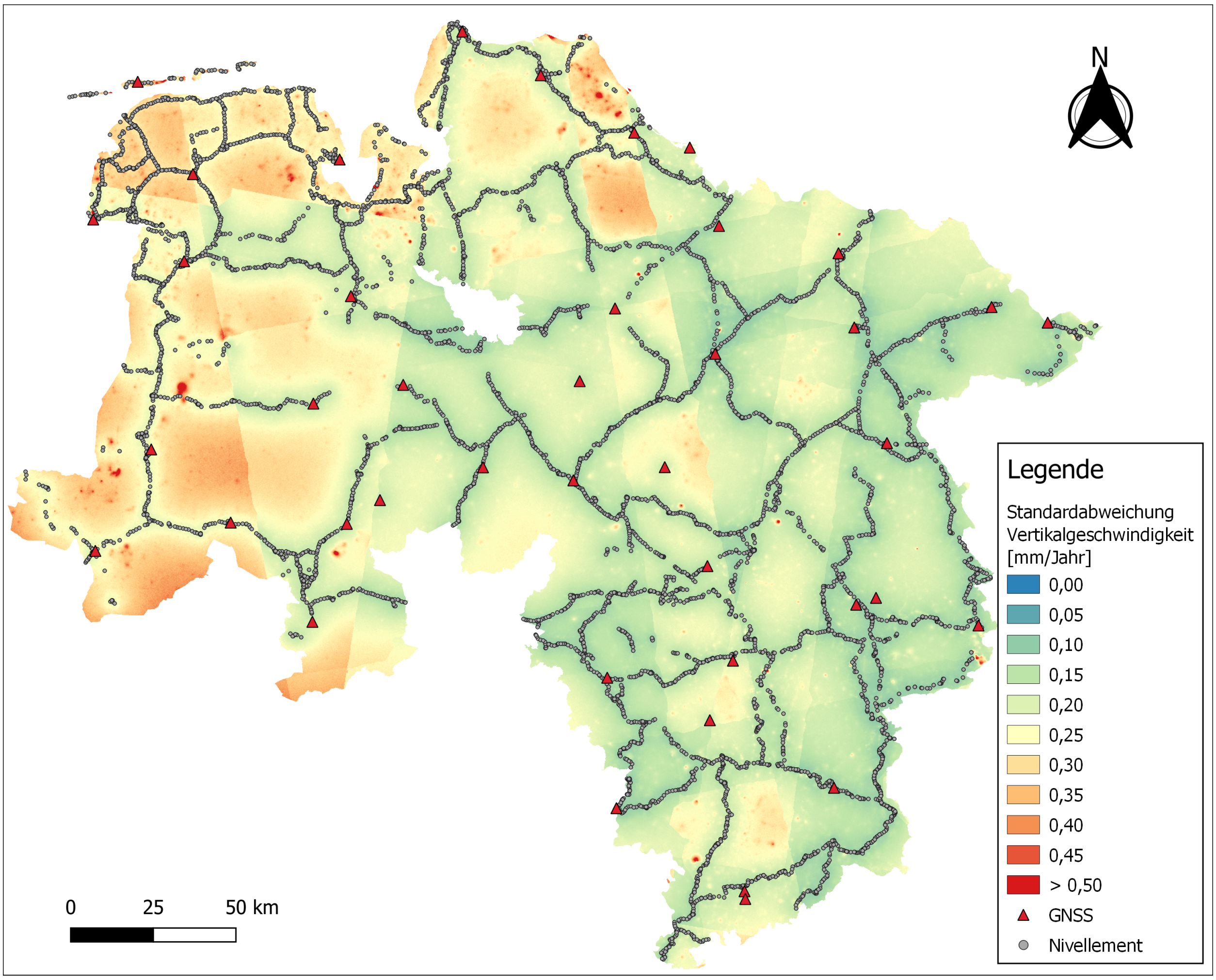


Abbildung 6.11: *Standardabweichungen zu den modellierten Vertikalbewegungen*

6.3.3 Flächenhafte Horizontalbewegungen

Der Abschnitt 6.3.1 beschreibt die Methodik, wie sich die Aufnahmegeometrie der Radarsatelliten zur Erfassung von interpretierbaren Vertikal- und Horizontalbewegungen verwenden lässt. Die auf diese Weise berechneten Geschwindigkeiten in Ost-West-Richtung $\hat{V}_{East}$ sind in Abbildung 6.12 für die niedersächsische Landesfläche dargestellt. Dabei kennzeichnen rote Bereiche horizontale Verschiebungen in Richtung Westen, während sich die Tagesoberfläche in blauen Gebieten nach Osten bewegt. Die gezeigten Horizontalgeschwindigkeiten liegen in einem Werteintervall zwischen $-20,4$ mm/Jahr und $25,1$ mm/Jahr, wobei die Bewegungsbeträge zu 99,0% den Grenzwert von $1,0$ mm/Jahr unterschreiten. Somit nehmen die horizontalen Verschiebungen betragsmäßig kleinere Werte als die geschätzten Vertikalbewegungen an (vgl. Abschnitt 6.3.2). Anhand von Abbildung 6.12 wird deutlich, dass größere Bewegungsraten in Ost-West-Richtung lediglich auf lokale Bodenbewegungsgebiete begrenzt sind. In den betroffenen Bereichen treten häufig Verschiebungen in entgegengesetzter Richtung auf, wodurch Pressungen und Zerrungen der Erdoberfläche hervorgerufen werden könnten (siehe Abschnitt 2.2.1). Die geschätzten horizontalen Deformationen weisen keinen übergeordneten Trend auf und lassen keine verbliebenen Systematiken aus der PSI-Prozessierung erkennen.

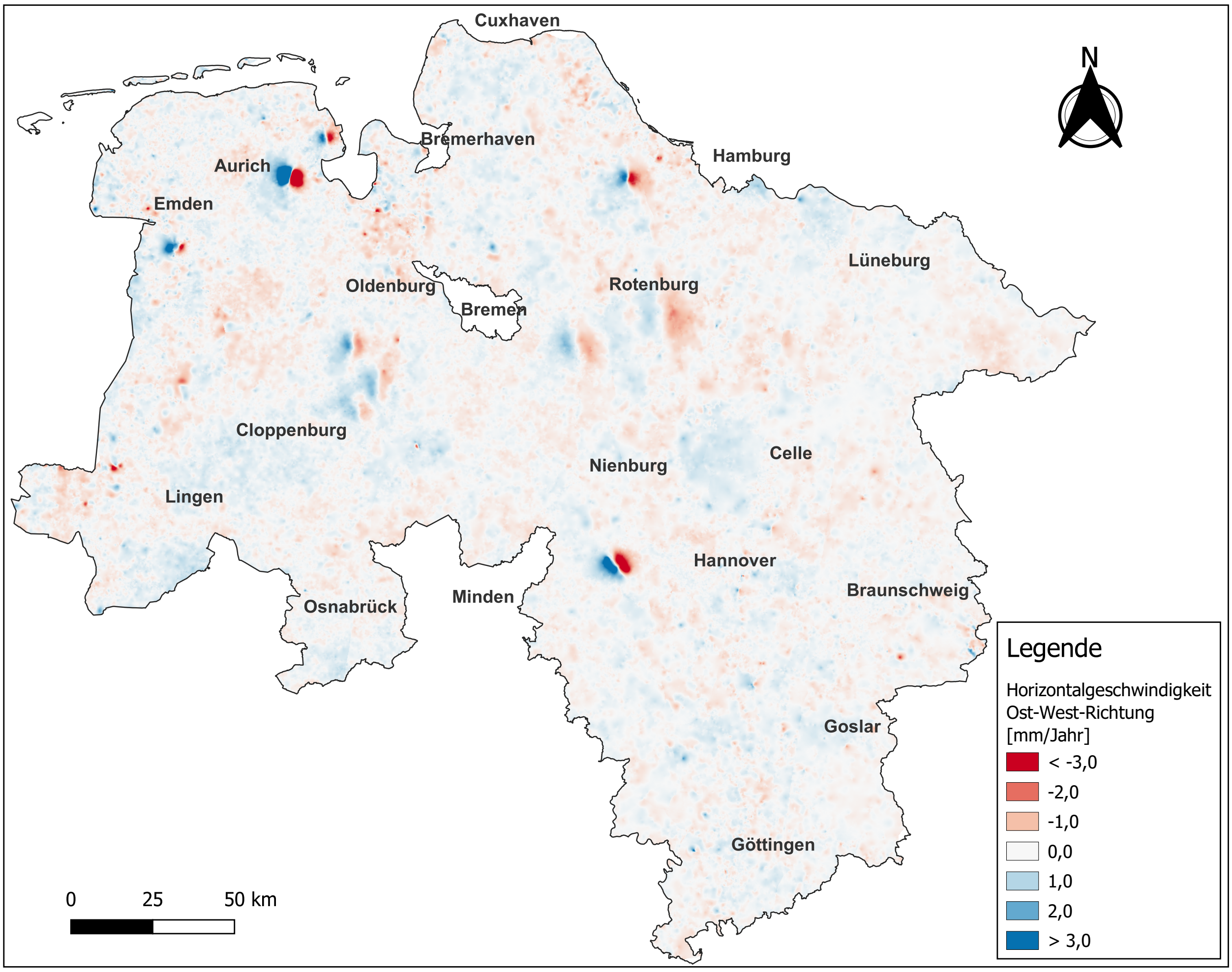


Abbildung 6.12: *Niedersächsisches Bodenbewegungsmodell - Horizontalbewegungen*

Um die Genauigkeit der approximierten Horizontalgeschwindigkeiten zu beurteilen, werden die zugehörigen Modellunsicherheiten $\hat{\sigma}_{\hat{V},East}$ nach der Methodik in Abschnitt 6.3.1 geschätzt. Abbildung 6.13 zeigt die resultierenden Standardabweichungen, die in einem Wertebereich zwischen $0,10$ mm/Jahr und $2,61$ mm/Jahr liegen. Der Mittelwert ergibt sich zu $\overline{\sigma}_{\hat{V},East} = 0,26$ mm/Jahr, womit die modellierten Verschiebungen in Ost-West-Richtung grundsätzlich eine hohe Genauigkeit aufweisen. Im Nahbereich des Nivellementnetzes und der GNSS-Referenzstationen können die horizontalen Bewegungen besonders genau modelliert werden, während in Bereichen ohne terrestrisch bestimmter Festpunkte erhöhte Modellunsicherheiten auftreten. Dieser Effekt spiegelt die äußere Modellgenauigkeit wider, weil sich die möglichen systematischen Fehler der PSI-Daten innerhalb von Nivellementschleifen nur unsicher beschreiben lassen (siehe Abschnitt 6.2). Des Weiteren sind in den gezeigten Standardabweichungen der Horizontalbewegungen regelmäßige Streifenmuster erkennbar, die von den räumlichen Abgrenzungsbereichen der verfügbaren SAR-Stacks verursacht werden. Der Übergang zwischen den Radarszenen führt zu abrupten Änderungen des Freiheitsgrades im Gleichungssystem 6.6, was sich auf die Genauigkeit der Schätzwerte $\hat{V}_{East}$ auswirkt (siehe Abbildung C.2). Dabei gilt der Grundsatz: Je höher die Überbestimmung des angesetzten GMM, desto genauer wird die Parameterschätzung. Dementsprechend ergeben sich im westlichen Niedersachsen auffällig hohe Standardabweichungen, weil dort die Horizontalbewegungen ohne redundante Beobachtungen berechnet wurden. Die größten Modellunsicherheiten treten jedoch in kleinräumigen Gebieten auf, in denen nur wenige Bewegungsinformationen aus dem verfügbaren PSI-Datensatz vorliegen (siehe auch Abschnitt 5.3.3).

Im Verglich zu den Vertikalbewegungen sind die horizontalen Verschiebungen in Ost-West-Richtung mit einer etwas höheren Modellunsicherheit behaftet (vgl. Abbildung 6.11 und 6.13). Dieser Effekt ist auf den steilen Einfallswinkel θ des Radarsignals zurückzuführen, welcher in der vorliegenden Datengrundlage einen Durchschnittswert von 38,7° annimmt (siehe Abschnitt 6.1). Dadurch ergibt sich für die Sentinel-1 Satelliten eine Aufnahmegeometrie, die besonders empfindlich auf Höhenänderungen der Tagesoberfläche reagiert (Yin, 2020, S. 45 ff.).

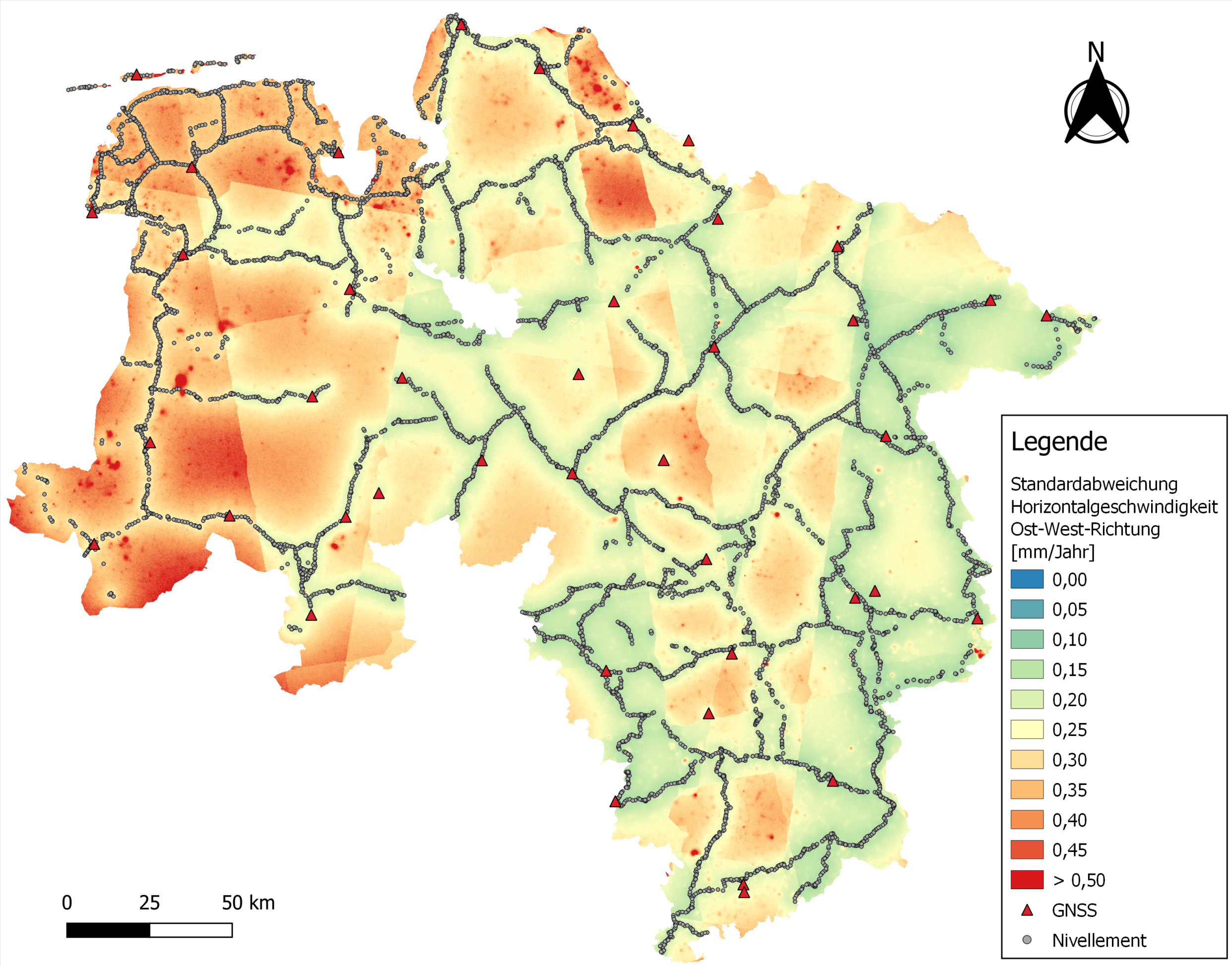


Abbildung 6.13: *Standardabweichungen zu den modellierten Horizontalbewegungen*

6.3.4 Interpretation und Wertung

Die beiden vorherigen Abschnitte 6.3.2 und 6.3.3 stellten die geschätzten Vertikal- bzw. Horizontalgeschwindigkeiten als niedersächsisches Bodenbewegungsmodell vor. Dabei wurden jedoch noch keine Beziehungen zwischen den erfassten Bewegungsvorgängen und möglichen Ursachen hergestellt. Um die modellierten Deformationen der Tagesoberfläche abschließend auf Plausibilität zu prüfen und interpretieren zu können, ist eine interdisziplinäre Analyse mit unterschiedlichen Fachdaten erforderlich. In dieser Arbeit erfolgt daher ein Abgleich mit den geologischen Bodenregionen und bekannten Einflussbereichen aktiven Bergbaus (NIBIS® Kartenserver, 2021a,b). Zielsetzung ist die Identifikation der Auslöser von den ablaufenden Bewegungsprozessen der Erdoberfläche.

Zur durchgreifenden Qualitätskontrolle werden unabhängige Bewegungsinformationen benötigt, die nicht in den Modellierungsprozess eingingen und eine übergeordnete Genauigkeit aufweisen. In der

Validierung des Bewegungsmodells stellte sich jedoch heraus, dass die gespeicherten Zeitreihen im AFIS sehr heterogene Beobachtungsintervalle abdecken. Zudem sind die abgeleiteten Geschwindigkeiten aus dem amtlichen Nachweis nicht streng konsistent referenziert und enthalten Systematiken durch individuelle Auswerteentscheidungen. Aufgrund dieser Defizite sind die unabhängigen Bewegungsinformationen aus AFIS nicht immer zur Validierung des niedersächsischen Bodenbewegungsmodells geeignet. Um dennoch die Genauigkeit der modellierten Vertikal- und Horizontalgeschwindigkeiten abschätzen zu können, werden die bestimmten Bewegungsraten aus der kinematischen Höhenausgleichung und der Zeitreihenanalyse des RSN-Monitorings verwendet (siehe Abschnitt 4.2 und 4.1). Weil diese Datensätze bereits in die geodätischen Modellkalibrierung eingingen, lässt sich damit lediglich die innere Modellgenauigkeit bestimmen.

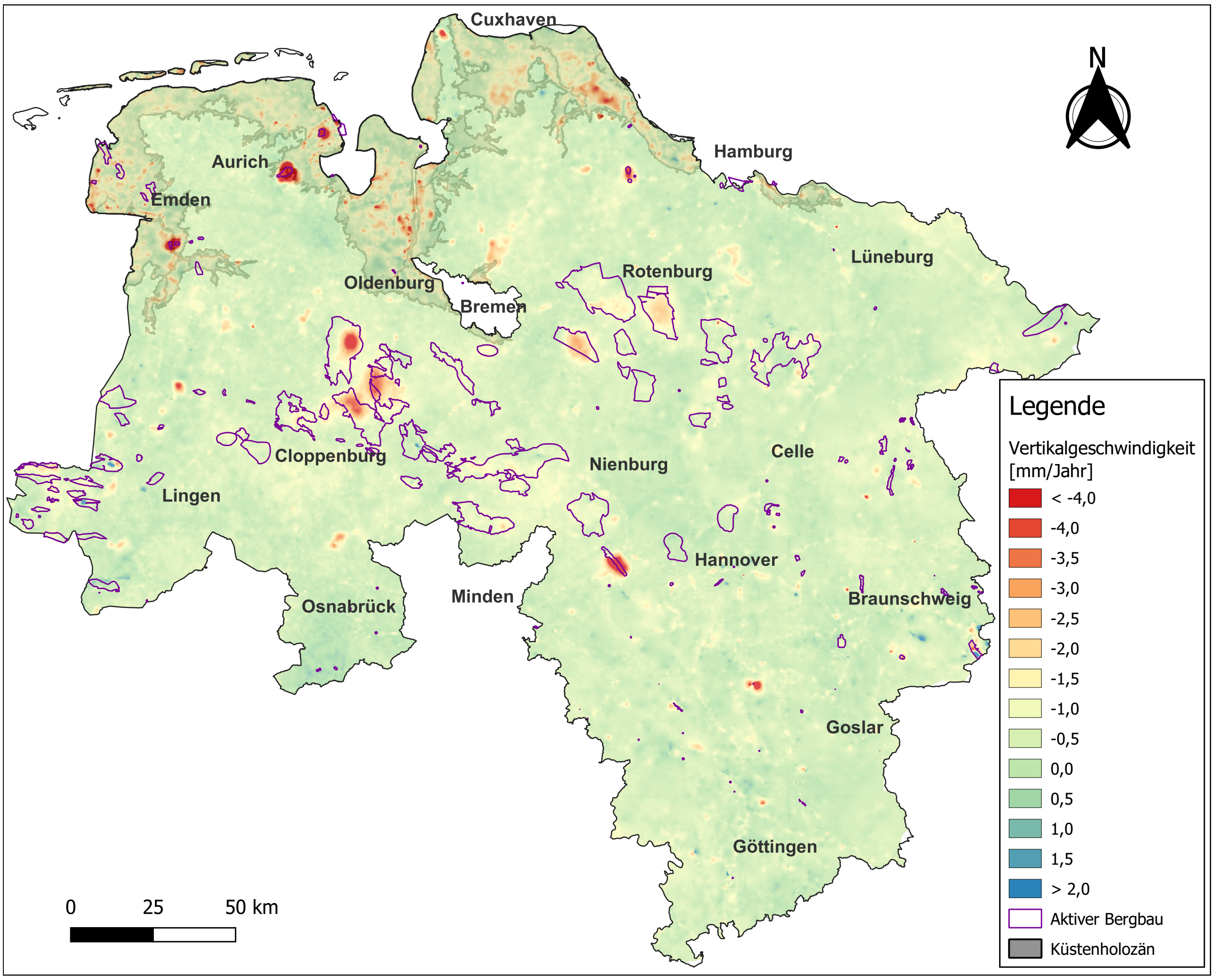


Abbildung 6.14: *Modellierte Vertikalbewegungen im Zusammenhang mit geologischen Fachdaten (vgl. NIBIS® Kartenserver, 2021a,b)*

Abbildung 6.14 zeigt die approximierten Vertikalgeschwindigkeiten, die Einwirkungsbereiche aktiven Bergbaus und die Bodenregion des Küstenholozäns. Anhand der gemeinsamen Darstellung lässt sich erkennen, dass die Bodenbewegungen in Küstennähe und im Bereich von Flussmündungen mit der regionalen Bodenbeschaffenheit in Zusammenhang stehen. Die Untersuchungen haben ergeben, dass sich die Fläche des Küstenholozäns zu ca. 22% mit einer Geschwindigkeit von mindestens 1,0 mm/Jahr senkt. Die modellierten Vertikalbewegungen sind in Küstennähe vermutlich auf Kompaktionen der obersten Erdschicht zurückzuführen, weil die tief gegründeten Rohrfestpunkte im analysierten Nivellementnetz keine auffälligen Höhenänderungen aufweisen (siehe Abschnitt 4.2.5). Mit den verwendeten Messverfahren lassen sich jedoch hauptsächlich Bewegungen von Objektpunkten auf der Erde erfassen. Kollektive Setzungen von Vermarkungsträgern oder der Infrastruktur könnten daher im gezeigten Bodenbewegungsmodell als flächenhafte Höhenänderungen erscheinen, obwohl die Tagesoberfläche stabil ist. Die Abbildung 6.14 zeigt weiterhin, dass die detektierten Bodenbewegungen im Binnenland häufig durch aktiven Bergbau hervorgerufen werden. Im Vergleich zu den natürlichen Senkungen im Küstenbereich nehmen die anthropogenen Höhenänderungen oftmals deutlich größere Geschwindigkeitsbeträge an.

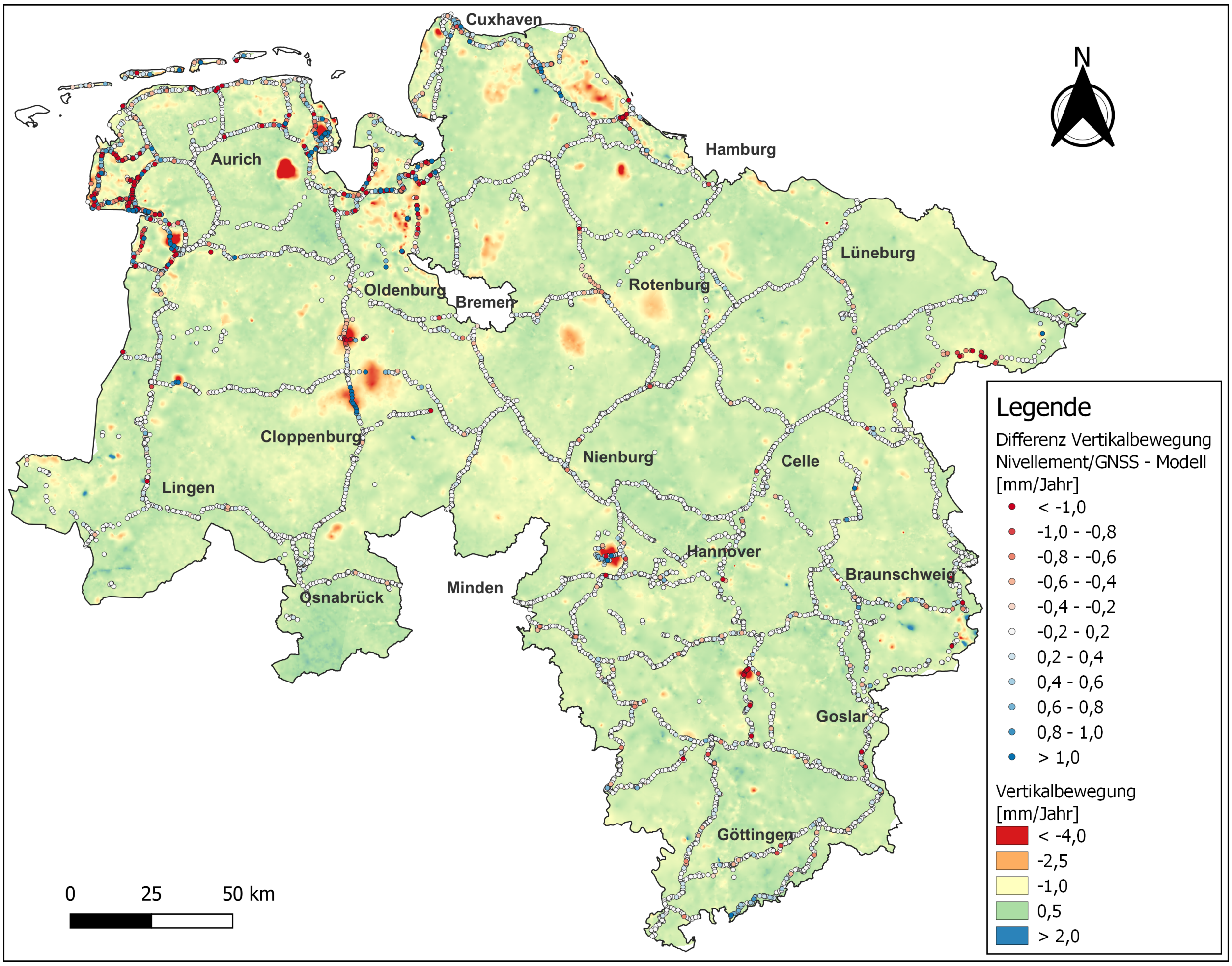


Abbildung 6.15: *Differenzen zwischen modellierten Vertikalbewegungen und Höhenänderungen aus Nivellement und GNSS*

Um die innere Modellgenauigkeit der approximierten Vertikalgeschwindigkeiten abschätzen zu können, werden die Differenzen zwischen dem Modell und den Höhenänderungen der HFP und RSP gebildet:

$$\hat{d}_{V_h} = \hat{V}_{h_{Niv,GNSS}} - \hat{V}_{h_{Modell}} \tag{6.9}$$

Abbildung 6.15 zeigt die hervorgehenden Diskrepanzen, die in einem Intervall zwischen -8,0 mm/Jahr und 7,8 mm/Jahr liegen. Anhand der Darstellung lassen sich im Küstenbereich größere Abweichungen zwischen den verglichenen Höhenänderungen erkennen, die häufig auf individuelle Bewegungen der HFP zurückzuführen sind. Zudem ergeben sich in anthropogenen Bodenbewegungsgebieten systematische Diskrepanzen, weil die verwendeten PSI-Daten und das Nivellement einen unterschiedlichen Beobachtungszeitraum abdecken. Im Beeinflussungsbereich von Bergbauaktivitäten treten also nicht-lineare Deformationen der Erdoberfläche auf. Die Differenzen $\hat{d}_{V_h}$ führen schließlich zu einem RMSE-Wert von $0,38$ mm/Jahr, was die hohe Präzision der approximierten Vertikalgeschwindigkeiten widerspiegelt. Zur Berechnung dieser Kenngröße wurden allerdings die Diskrepanzen im Einflussbereich von Bergbauaktivitäten ausgelassen, um die Abschätzung der inneren Modellgenauigkeit nicht systematisch zu verfälschen.

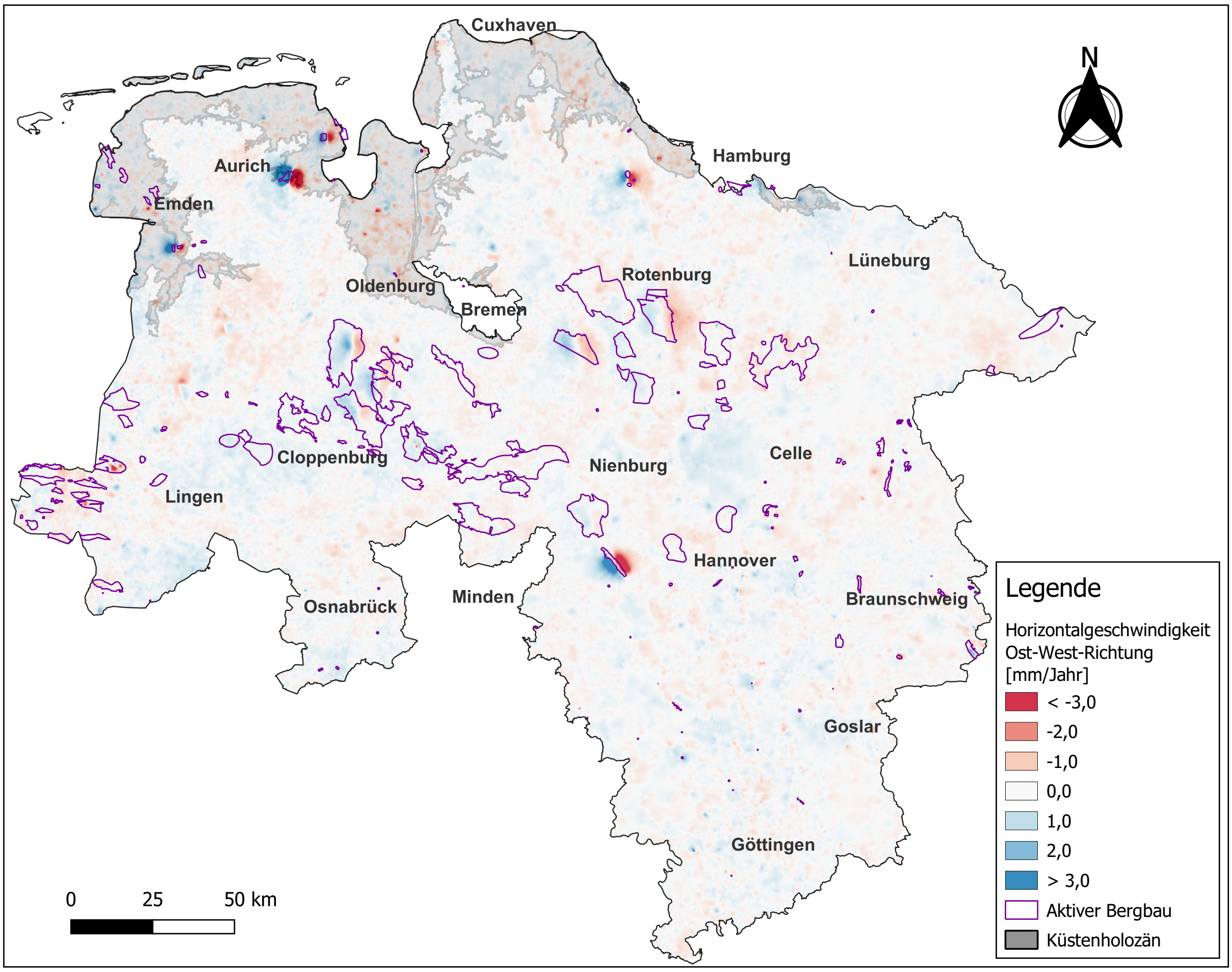


Abbildung 6.16: *Modellierte Horizontalbewegungen im Zusammenhang mit geologischen Fachdaten (vgl. NIBIS® Kartenserver, 2021a,b)*

In Abbildung 6.16 sind die modellierten Horizontalbewegungen, die Einwirkungsbereiche aktiven Bergbaus und die Bodenregion des Küstenholozäns gemeinsam dargestellt. In der gezeigten Grafik sind keine großräumigen Verschiebungen der Erdoberfläche im Küstenbereich erkennbar, womit ein Zusammenhang mit der regionalen Bodenbeschaffenheit ausgeschlossen werden kann. Die horizontalen Bodenbewegungen mit größeren Geschwindigkeitsbeträgen treten überwiegend in Bereichen aktiven Bergbaus auf, wobei die Verschiebungen in Richtung des „Abbauzentrums“ zeigen. Im Vergleich zu den vorhandenen Höhenänderungen wird tendenziell ein größerer Ausschnitt der Tagesoberfläche durch horizontalen Bewegungen beeinflusst, was die Untersuchungen von Pollmann (1990) grundsätzlich bestätigen.

Um die innere Modellgenauigkeit der horizontalen Verschiebungen in Ost-West-Richtung zu beurteilen, werden die Differenzen zu den Geschwindigkeiten der verfügbaren GNSS-Referenzstationen gebildet:

$$\hat{d}_{V_{East}} = \hat{V}_{East_{GNSS}} - \hat{V}_{East_{Modell}} \tag{6.10}$$

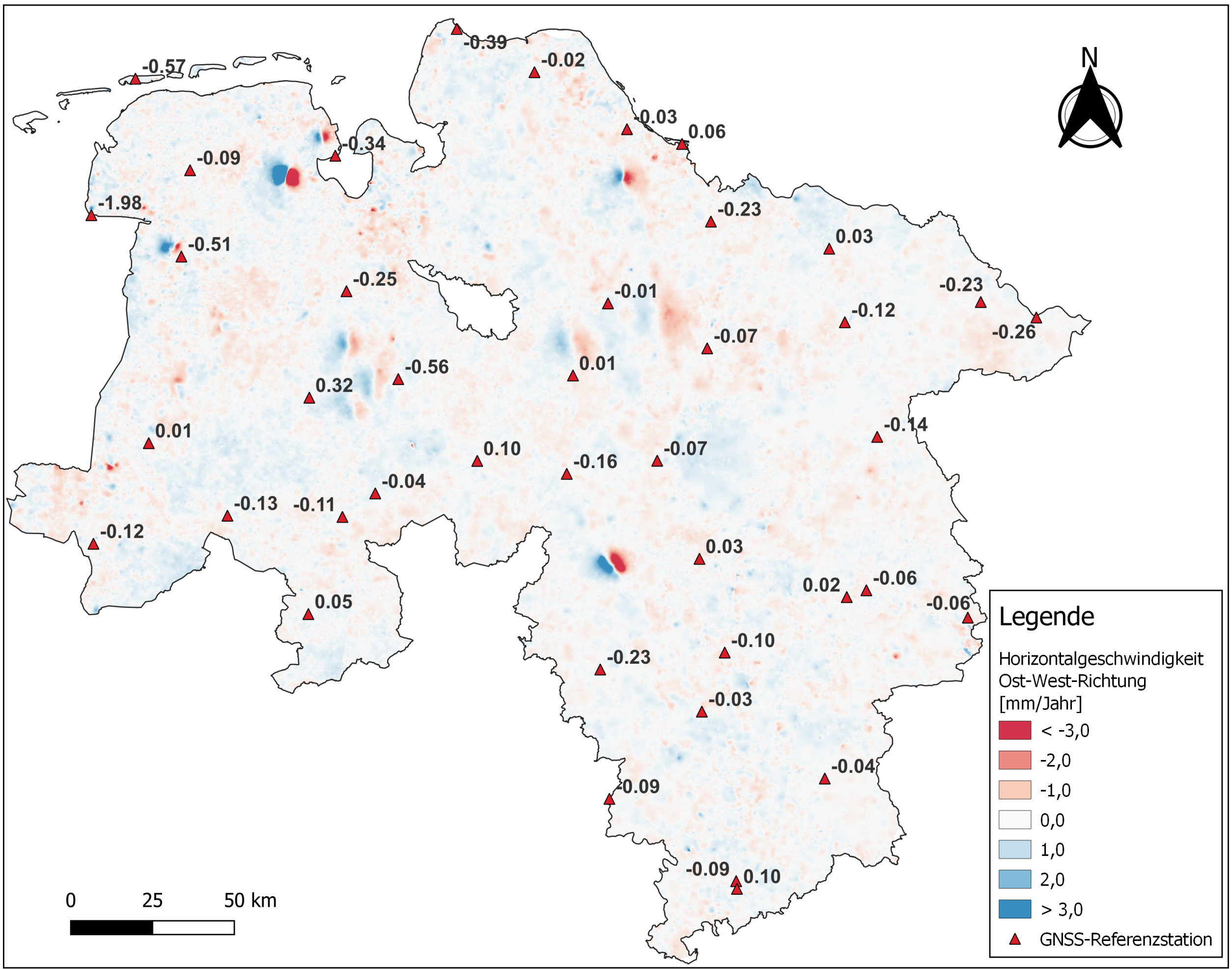


Abbildung 6.17: *Differenzen zwischen modellierten Horizontalbewegungen und Verschiebungen der GNSS-Referenzstationen*

In Abbildung 6.17 sind die GNSS-Referenzstationen mit den resultierenden Diskrepanzen beschriftet, welche in einem Wertebereich zwischen -1,98 mm/Jahr und 0,32 mm/Jahr liegen. Anhand der gezeigten Darstellung lässt sich kein übergeordneter Trend in den berechneten Differenzen erkennen, sodass sie eine zufällige Charakteristik aufweisen. Aus den Abweichungen $\hat{d}_{V_{East}}$ ergibt sich der RMSE-Wert zu $0,37$ mm/Jahr, womit die Horizontalbewegungen in Niedersachsen mit einer bisher unerreichten Genauigkeit flächenhaft modelliert werden. Die approximierten Verschiebungen und Vertikalbewegungen weisen vergleichbare Modellunsicherheiten auf, obwohl die Aufnahmegeometrie der Sentinel-1 Satelliten besonders sensitiv auf Höhenänderungen der Tagesoberfläche reagiert (Yin, 2020, S. 45 ff.). Bei dem vorgenommenen Vergleich ist jedoch zu bedenken, dass die Referenzgeschwindigkeiten aus Nivellement und GNSS nicht fehlerfrei sondern unterschiedlich präzise sind und sich die Untersuchungen nur auf wenige Orte in Niedersachsen beziehen.

7 Zusammenfassung und Ausblick

7.1 Zusammenfassung

In dieser Arbeit wird eine ganzheitliche Prozesskette zur flächenhaften Modellierung von Bodenbewegungen entwickelt und am Beispiel der niedersächsischen Landesfläche erprobt. Die vorgestellten Methoden lassen sich grundsätzlich auf beliebige Gebiete übertragen. Zielsetzung ist die Berechnung eines hochaufgelösten Bodenbewegungsmodells, welches regionale und lokale Veränderung der Tagesoberfläche abbildet. Dazu werden zunächst punktuelle Objektbewegungen unter Verwendung von GNSS, Nivellement und der satellitengestützten Radarinterferometrie in separaten Datenanalysen abgeleitet. Die resultierenden Geschwindigkeiten der Tagesoberfläche bilden die Grundlage zur flächenhaften Approximation von Bodenbewegungen, wobei die Vorzüge der jeweiligen Messverfahren genutzt werden.

Im Rahmen dieser Arbeit werden insgesamt 291 bundesweit verteilte GNSS-Referenzstationen auf ablaufende Bewegungsprozesse untersucht, wobei die präzisen Koordinatenzeitreihen des RSN-Monitorings der AdV als Grundlage dienen. Die wöchentlichen Koordinatensätze weisen einen Beobachtungszeitraum von 2008 bis 2021 auf und werden einer Zeitreihenanalyse unterzogen. Dabei erfolgt zunächst eine automatisierte Ausreißerfilterung, sodass fehlerhafte oder unplausible Beobachtungen die anschließende kinematische Bewegungsmodellierung nicht verfälschen. Die resultierenden Vertikalgeschwindigkeiten überschreiten zu 45% einen Grenzwert von 0,5 mm/Jahr und besitzen eine durchschnittliche Standardabweichung von $\overline{\sigma}_{\hat{V},h} = 0,15$ mm/Jahr. Grundsätzlich weisen die Referenzstationen eine beachtliche Höhenstabilität auf, wobei sich dennoch räumliche Bewegungsmuster der Erdoberfläche abzeichnen. Systematische Senkungen können z.B. im Bereich des Oberrheingrabens und in Niedersachsen festgestellt werden. Des Weiteren sind in Nordrhein-Westfalen, Rheinland-Pfalz, Mecklenburg-Vorpommern und Brandenburg großräumige Hebungen erkennbar. Die analysierten Horizontalbewegungen der GNSS-Referenzstationen zeigen hingegen keine großräumigen Bewegungsprozesse der Erdoberfläche. Nur 11% der Lageverschiebungen überschreiten den Grenzwert von 0,5 mm/Jahr, wobei die Geschwindigkeiten in East- und North-Richtung mittlere Standardabweichungen von $\overline{\sigma}_{\hat{V},East} = \overline{\sigma}_{\hat{V},North} = 0,05$ mm/Jahr aufweisen.

Um Vertikalbewegungen im niedersächsischen Nivellementnetz ableiten zu können, werden Höhenmessungen auf den Haupt- und Verdichtungslinien des DHHN aufbereitet. Die verfügbare Datengrundlage umfasst einen Beobachtungszeitraum von 1925 bis 2021 und wird erstmalig in einer kinematischen Höhenausgleichung gemeinsam analysiert. Insgesamt können für 9.392 HFP zugehörige Vertikalgeschwindigkeiten bestimmt werden, die nur zu 18% einen Grenzwert von 0,5 mm/Jahr überschreiten. Die ausgeglichenen Höhenbewegungen weisen eine durchschnittliche Standardabweichung von $\overline{\sigma}_{\hat{V},h} = 0,28$ mm/Jahr auf, wobei diese hohe Präzision nur unter Verwendung historischer Messungen erzielt werden konnte. Um Bewegungen im Nivellementnetz nachweisen zu können, werden die Vertikalgeschwindigkeiten einem statistischen Signifikanztest unterzogen. Demnach zeigen ca. 11% der untersuchten HFP signifikante Höhenänderungen, wobei eine Irrtumswahrscheinlichkeit von 1% angesetzt wurde. Die detektierten Bewegungen treten vorwiegend in der Bodenregion des Küstenholozäns und im Einflussbereich von Bergbauaktivitäten auf. Zur Validierung erfolgt ein Vergleich zwischen den Vertikalbewegungen der HFP und GNSS-Referenzstationen, wobei sich aus den Differenzen ein RMSE-Wert von $0,43$ mm/Jahr als mittlere Abweichung ergibt. Die Höhenänderungen aus den beiden unabhängigen Messverfahren weisen also eine hohe Übereinstimmung auf.

Als weiteres Messverfahren wird die satellitengestützte Radarinterferometrie eingesetzt, womit sich Bodenbewegungen außerhalb geodätischer Festpunktfelder beobachten lassen. Die Untersuchungen basieren auf einem PSI-Datensatz, welcher von der BGR zur Verfügung gestellt wurde. Unter Verwendung von Aufnahmen der Sentinel-1 Satelliten konnten ca. 14 Mio. Bewegungszeitreihen von Reflektoren des Radarsignals erfasst werden, die einen Beobachtungszeitraum von 2015 bis 2019 abdecken. Die verfügbaren Entfernungsänderungen zwischen der Tagesoberfläche und dem Radarsensor bilden die Grundlage zur kinematischen Bewegungsmodellierung. Die resultierenden Objektgeschwindigkeiten in Blickrichtung (LOS) des Satelliten werden anschließend einer automatisierten Ausreißerfilterung unterzogen. Zielsetzung ist die Detektion räumlicher und zeitlicher Ausreißer, die auf fehlerhafte Beobachtungen oder individuelle Punktbewegungen zurückzuführen sind. Insgesamt werden in dieser Arbeit ca. 8% des untersuchten Datensatzes als fehlerhafte Messungen klassifiziert. Die LOS-Geschwindigkeiten des qualitätsgesicherten PSI-Datensatzes überschreiten zu ca. 2% einen Grenzwert von 2 mm/Jahr und weisen eine mittlere Standardabweichung von $\overline{\sigma}_{\hat{V},LOS} = 0,63$ mm/Jahr auf. Die Präzisionsangabe wurde dabei im Rahmen der Ausreißerfilterung geschätzt. In den Bewegungsdaten zeichnen sich lokale Deformationen der Erdoberfläche ab, die oft im Einflussbereich von Bergbauaktivitäten liegen. Zudem sind regionale Bewegungsmuster mit kleinen Geschwindigkeitsbeträgen sichtbar, deren Auslöser häufig nicht festgestellt werden können. Vermutlich handelt es sich dabei um systematische Fehler aus der PSI-Prozessierung, zumal die regionalen Bewegungen mit den Erkenntnissen aus vorherigen Studien nicht übereinstimmen.

Die LOS-Geschwindigkeiten des qualitätsgesicherten PSI-Datensatzes bilden die Grundlage zur flächenhaften Approximation von Bodenbewegungen, wobei die Modellansätze der MBA, Ordinary Kriging und Regressions-Kriging verwendet werden. In dieser Arbeit führen die verschiedenen Ansätze zu ähnlichen Bewegungsmodellen, die durch einen glatten räumlichen Verlauf charakterisiert sind. Die Untersuchungen zeigen allerdings, dass die deterministische MBA sehr empfindlich auf räumliche Einzelpunkte reagiert, wodurch lokale Anomalien im Bewegungsmodell entstehen. Der Einfluss solcher Stützstellen wird bei Ordinary Kriging und Regressions-Kriging hingegen gedämpft. Im zuerst genannten Modellansatz erfolgt die Annahme, dass der Eingangsdatensatz lediglich einen stochastischen Signalanteil enthält. Die räumliche Strukturanalyse der PSI-Daten zeigt jedoch einen vorhandenen Trendanteil, womit die theoretische Voraussetzung für Ordinary Kriging nicht erfüllt ist. Dieser Nachteil wird von der Methode des Regressions-Kriging umgangen, indem zunächst eine Trendabspaltung erfolgt. Die verbleibenden Residuen dienen als Grundlage zur stochastischen Modellierung des Signalanteils. Aus der Kombination des Trend- und Signalmodells geht schließlich die flächenhafte Approximation der PSI-Daten hervor. Es kann also die erste Forschungshypothese dieser Arbeit angenommen werden:

Die Kombination aus einer flächenhaften Trend- und Signalmodellierung führt bei Anwendung auf PSI-Daten zu einer höheren Modellqualität, als die ausschließliche Betrachtung einer der beiden Modellkomponenten.

Die Bewegungsmodelle der jeweiligen SAR-Stacks bilden neben den Deformationen der Erdoberfläche auch systematische Fehler aus der PSI-Prozessierung ab. Daher erfolgt eine geodätische Kalibrierung, wobei die flächenhaften Modelle an die Geschwindigkeiten der Höhenfestpunkte und GNSS-Referenzstationen angepasst werden. Es stellt sich heraus, dass die systematischen Fehler in den PSI-Daten eine Korrelationslänge bis zu ca. 120 km aufweisen und mittlere Werte von ca. $\pm 0,54$ mm/Jahr annehmen. Die Kombination der kalibrierten Bewegungsmodelle erfolgt unter Nutzung der Aufnahmegeometrie von den Radarsatelliten, wobei die LOS-Geschwindigkeiten in Vertikal- und Horizontalbewegungen (Ost-West-Richtung) zerlegt werden. Die Standardabweichungen der geschätzten Höhenänderungen und Lageverschiebungen betragen im Mittel $\overline{\sigma}_{\hat{V},h} = 0,21$ mm/Jahr bzw. $\overline{\sigma}_{\hat{V},East} = 0,26$ mm/Jahr. Das resultierende Bodenbewegungsmodell von Niedersachsen weist also eine bisher unerreichte Genauigkeit auf und gibt neue Einblicke in das Bewegungsverhalten der Tagesoberfläche. Aus dem Modell gehen Setzungen in Küstennähe und im Bereich von Flussmündungen hervor, die mit der regionalen Bodenbeschaffenheit in Verbindung gebracht werden können. Die Fläche des Küstenholozäns senkt sich demnach zu ca. 22%, wobei die Bewegungen einen Grenzwert von 1,0 mm/Jahr überschreiten. Weiterhin können durch das hochaufgelöste Bewegungsmodell lokale Deformationen im Binnenland abgegrenzt werden, die häufig in Zusammenhang mit Bergbauaktivitäten stehen. In diesen Bereichen treten sowohl Höhenänderungen als auch Lageverschiebungen in Ost-West-Richtung auf. Großräumige Horizontalbewegungen können allerdings nicht festgestellt werden, womit sich der Einfluss regionaler Bodenbeschaffenheiten ausschließen lässt. Unter Verwendung von GNSS, Nivellement und PSI-Daten kann also ein konsistentes Bodenbewegungsmodell abgeleitet werden, das selbst kleine Bewegungen der Tagesoberfläche plausibel abbildet. Somit kann auch die zweite Forschungshypothese dieser Arbeit angenommen werden:

Unter Verwendung von GNSS und Nivellement lassen sich systematische Fehler in PSI-Daten reduzieren, wodurch die Genauigkeit eines resultierenden Bodenbewegungsmodells gesteigert wird.

7.2 Ausblick

Die niedersächsische Landesvermessung beabsichtigt zukünftig einen Bodenbewegungsdienst zu betreiben. Als Grundlage dient die entwickelte Prozesskette zur Modellierung von Bodenbewegungen, sodass flächenhafte Bewegungsinformationen in graphischer und numerischer Form angeboten werden können. Die Bereitstellungskomponente des Dienstes wird durch eine Web-Schnittstelle realisiert, welche dem Nutzer die Möglichkeit zur Interaktion gibt. Unter Verwendung eines hochaufgelösten Modells lassen sich beispielsweise Bewegungen und zugehörige Standardabweichungen entlang von Profillinien abrufen. Zusätzlich werden Abgrenzungsbereiche von Bodenbewegungsgebieten dargestellt und mit Informationen, wie z.B. Beginn und möglicher Auslöser des Bewegungsprozesses, ergänzt.

Die erste Version des niedersächsischen Dienstes basiert auf dem Bewegungsmodell, welches im Rahmen dieser Arbeit berechnet wurde. Die flächenhafte Approximation von PSI-Daten erfolgte unter Verwendung von Regressions-Kriging, wobei die Modellunsicherheiten mithilfe der Jackknife-Methode geschätzt wurden. Das eingesetzte Resampling-Verfahren erfordert durch Veränderungen im Kriging-Gleichungssystem hohe Rechenressourcen, sodass die Standardabweichungen nur aus 50 Modellsimulationen abgeleitet werden konnten. Um die Präzision eines Modellwertes auf Grundlage einer höheren Anzahl an Simulationen effektiv zu bestimmen, könnte künftig Residuen-Bootstrapping eingesetzt werden (Wehrens u. a., 2000, S. 47 f.). Dieses Verfahren bietet den Vorteil, dass die räumliche Verteilung der Stützstellen zur Erstellung eines Trainingsdatensatzes nicht verändert wird. Dadurch ist lediglich eine einmalige Lösung des Kriging-Gleichungssystems erforderlich, die für beliebig viele Modellsimulationen verwendet werden kann.

Bodenbewegungen sind im räumlichen und zeitlichen Zusammenhang zu betrachten. Insbesondere anthropogene Deformationen können über die Zeit stark variieren, da sich beispielsweise veränderte Förderungsvolumen einer Lagerstätte auf das Bewegungsverhalten der Erdoberfläche auswirken. Um in einem Bodenbewegungsdienst zuverlässige Informationen bereitstellen zu können, sind daher regelmäßige Aktualisierungen des zugrunde liegenden Bewegungsmodells erforderlich. Zukünftig könnten dabei die Radardaten der geplanten Satelliten Sentinel-1 C und Sentinel-1 D verwendet werden, welche das Erdbeobachtungsprogramm Copernicus der Europäischen Union erweitern (European Space Agency, 2022). Die flächenhafte Modellierung von Bodenbewegungen könnte außerdem durch hochaufgelöste Radardaten der TerraSAR-X und TanDEM-X Satelliten unterstützt werden (Buckreuss u. a., 2018).

Um die Zuverlässigkeit eines Bodenbewegungsmodells zu gewährleisten, ist eine durchgreifende Validierung erforderlich. Dazu werden unabhängige Bewegungsinformationen benötigt, die noch nicht im Modellierungsprozess einbezogen wurden und eine übergeordnete Genauigkeit aufweisen. Im Jahr 2008 wurde das bundesweite GGP-Rahmennetz zur Realisierung des integrierten geodätischen Raumbezugs eingerichtet und in der GNSS-Kampagne 2021 wiederholt beobachtet (Feldmann-Westendorff u. a., 2016). Mit dem Ziel mögliche Veränderungen der Erdoberfläche im Bereich der Bundesrepublik Deutschland zu detektieren, werden die beiden Koordinatenlösungen künftig verglichen. Die hervorgehenden 3D-Bewegungen könnten zur Validierung bestehender Bodenbewegungsmodelle beitragen oder als Referenzdaten in die geodätische Kalibrierung von PSI-Auswertungen einfließen.

Zur geodätischen Kalibrierung von PSI-Daten wird in dieser Arbeit die Annahme getroffen, dass benachbarte Höhenfestpunkte, GNSS-Referenzstationen und Reflektoren des Radarsignals den gleichen Oberflächenbewegungen unterliegen. Bei diesem Ansatz werden jedoch individuelle Veränderungen von den Vermarkungsträgern und den reflektierenden Objekten auf der Tagesoberfläche vernachlässigt. Um eine physische Verbindung zwischen den unterschiedlichen Messverfahren herzustellen, könnten zukünftig Corner-Reflektoren oder aktive Transponder verwendet werden (Mahapatra u. a., 2017). Diese künstlichen Rückstreuer des Radarsignal lassen sich in der PSI-Prozessierung eindeutig identifizieren, sodass ein Vergleich mit terrestrisch erfassten Bewegungsdaten möglich ist. Zu diesem Zweck wurden bereits von den Ländern und dem BKG ausgewählte GNSS-Referenzstationen mit Corner-Reflektoren ausgestattet.

Die entwickelte Prozesskette zur flächenhaften Modellierung von Bodenbewegungen basiert gegenwärtig auf GNSS, Nivellement und der satellitengestützten Radarinterferometrie. Aufgrund der heterogenen Datengrundlage erfolgt eine separate Datenanalyse der unterschiedlichen Messverfahren, sodass weitere Beobachtungssysteme leicht ergänzt werden können. Insbesondere wiederholtes Airborne Laserscanning könnte den flächenhaften Modellierungsprozess mit wertvollen Informationen unterstützten. Es lassen sich z.B. Vertikalbewegungen aus den Differenzen zwischen zwei digitalen Geländemodellen (DGM) ableiten, dessen Messdaten zu unterschiedlichen Zeitpunkten erfasst wurden. Allerdings können aufgrund der begrenzten Genauigkeit nur große Höhenänderungen im dm-Bereich detektiert werden (Zheng u. a., 2022). Ein anderer Ansatz zur Erfassung von 3D-Objektgeschwindigkeiten wurde von Zieher u. a. (2019) vorgestellt. Dabei werden aus den Punktwolken der Laserscanns die Gebäudedächer extrahiert und deren Verschiebungen zwischen zwei Aufnahmezeitpunkten ermittelt. Unter Verwendung dieser Informationen könnte die bestehende Prozesskette weiterentwickelt werden, sodass sich flächenhafte 3D-Bewegungsmodelle der Erdoberfläche berechnen lassen.

A Kinematische Bewegungsanalyse von Objektpunkten

A.1 Analyse von GNSS-Daten

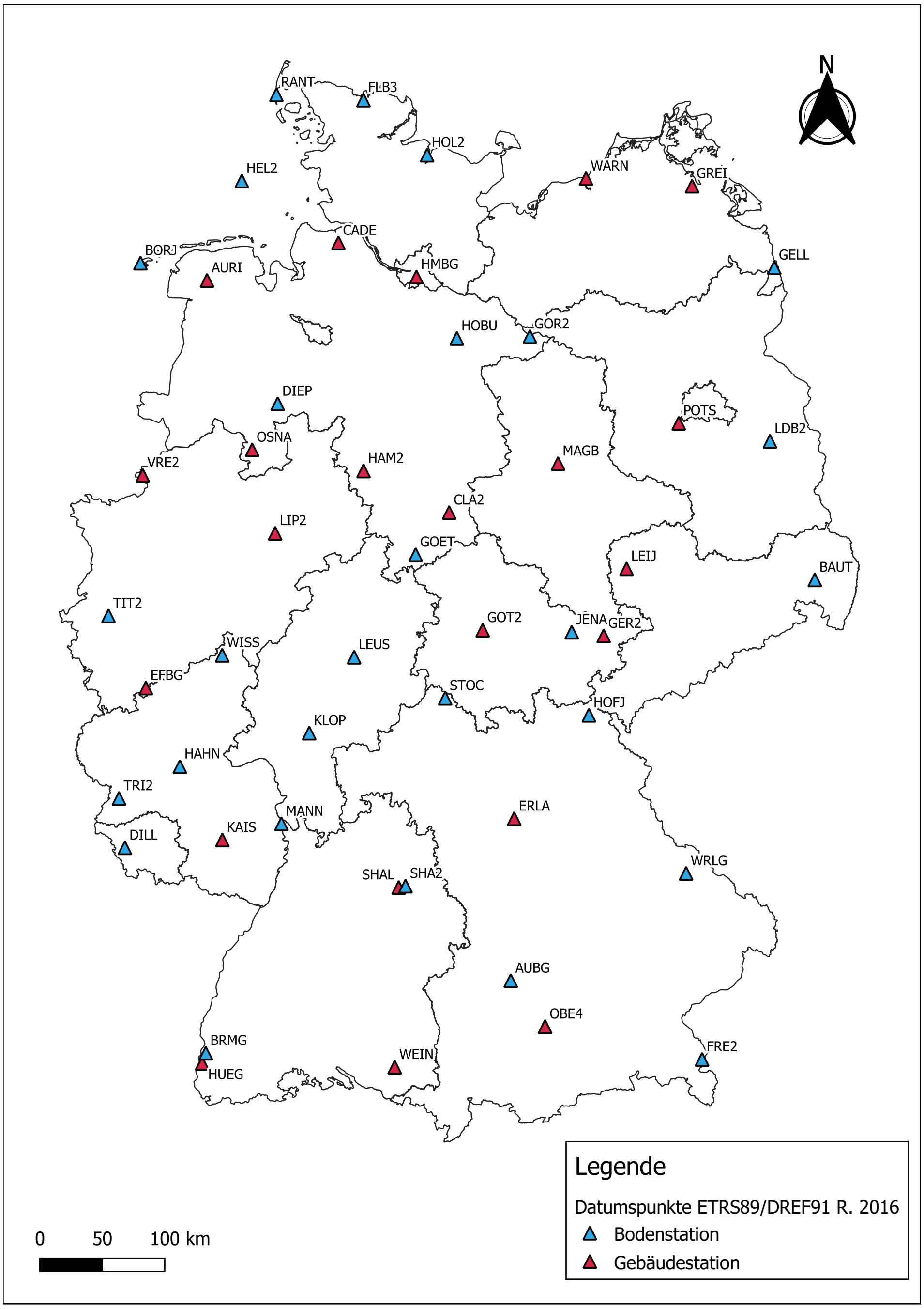


Abbildung A.1: *Datumsstationen zur Transformation zwischen ITRF2014 und ETRS89/DREF91 (Realisierung 2016) (Stand: 11.07.2021)*

Tabelle A.1: *Ergebnisse aus den kinematischen Bewegungsanalysen der GNSS-Referenzstationen*

ID	Koordinaten [°]		[Jahre]	Geschwindigkeit / STD [mm/Jahr]			Standardabweichung $\hat{\sigma}_0$ [mm]			Polynomgrad			Amplitude [mm]			Periodenlänge [Wochen]			Ausreißer
	Länge	Breite	Zeitbasis	East	North	h	East	North	h	East	North	h	East	North	h	East	North	h	
0003	13,4832	52,1659	11,6	0,07 / 0,03	-0,16 / 0,04	0,77 / 0,12	0,41	0,60	1,63	2	3	3	0,65	1,04	0,87	52,2	51,8	52,6	7
0006	13,8678	53,3121	11,6	0,15 / 0,07	-0,31 / 0,05	0,76 / 0,28	0,68	0,71	2,81	1	1	1	1,90	0,36	0,00	52,2	51,9	0,0	9
0007	12,3922	52,9480	11,6	-0,09 / 0,05	0,02 / 0,05	1,04 / 0,29	0,57	0,62	2,30	0	0	1	0,87	0,30	0,77	52,3	52,9	52,9	12
0008	13,2373	52,7522	11,6	-0,09 / 0,04	-0,39 / 0,04	1,05 / 0,24	0,41	0,48	1,99	1	4	1	0,00	0,27	0,00	0,0	49,8	0,0	14
0012	13,8995	51,9410	11,6	0,06 / 0,06	-0,35 / 0,04	0,58 / 0,18	0,55	0,50	1,62	0	4	2	0,44	0,40	0,43	51,9	51,4	51,2	8
0013	13,2389	51,6948	11,6	-0,05 / 0,03	-0,32 / 0,03	1,15 / 0,13	0,40	0,43	1,85	1	1	4	0,27	0,18	0,95	51,9	51,1	51,7	10
0014	14,3312	51,7368	11,6	0,08 / 0,03	-0,11 / 0,04	-0,02 / 0,30	0,45	0,54	2,36	1	2	0	0,32	0,31	1,49	52,1	51,9	52,5	11
0015	12,4976	53,1630	11,6	-0,01 / 0,06	-0,12 / 0,07	1,85 / 0,33	0,52	0,74	2,62	4	0	1	0,39	1,10	1,06	52,4	52,1	49,9	12
0017	14,2582	53,0695	11,6	0,10 / 0,03	-0,20 / 0,06	-0,36 / 0,27	0,54	0,75	2,60	1	1	7	0,00	0,54	0,00	0,0	52,1	0,0	7
0018	12,7662	52,8145	11,6	0,09 / 0,04	0,29 / 0,06	0,15 / 0,22	0,45	0,66	2,07	3	2	0	0,23	1,08	1,96	49,7	51,5	52,7	10
0019	13,9425	52,2635	11,6	0,06 / 0,03	-0,17 / 0,03	0,90 / 0,12	0,54	0,60	1,68	0	1	2	1,29	0,64	0,57	52,0	52,6	53,8	7
0020	13,1556	52,0772	11,6	-0,08 / 0,03	-0,18 / 0,02	0,03 / 0,12	0,39	0,46	1,48	4	2	6	0,00	0,26	0,00	0,0	51,6	0,0	2
0021	13,7018	51,6314	11,6	0,22 / 0,03	-0,23 / 0,05	0,97 / 0,20	0,54	0,69	1,90	1	1	2	1,00	1,00	1,10	52,1	52,1	52,8	5
0022	14,5412	52,3562	11,6	0,03 / 0,08	-0,19 / 0,04	0,94 / 0,12	0,65	0,56	1,75	0	4	2	0,54	0,73	0,55	52,8	52,5	52,2	6
0023	12,5792	52,1396	11,6	-0,07 / 0,04	-0,12 / 0,08	-0,15 / 0,17	0,58	0,67	1,61	1	0	0	0,89	2,08	0,85	52,5	52,1	51,3	12
0024	13,8196	52,8327	11,6	-0,17 / 0,04	-0,05 / 0,03	0,98 / 0,22	0,44	0,57	2,19	4	0	4	0,17	0,00	0,00	53,1	0,0	0,0	13
0025	11,8679	53,0723	11,5	0,48 / 0,08	-0,09 / 0,06	0,61 / 0,24	0,62	0,85	2,39	4	2	2	0,87	0,86	0,87	51,6	52,1	52,9	10
0026	14,7130	51,9503	9,4	0,03 / 0,06	-0,39 / 0,06	1,25 / 0,14	0,55	0,70	1,80	0	1	3	0,51	0,71	1,03	52,6	51,9	52,6	6
0027	13,8793	52,5822	8,2	0,00 / 0,04	-0,10 / 0,05	1,38 / 0,21	0,46	0,60	1,75	0	2	3	0,00	0,84	0,96	0,0	52,5	52,9	8
0028	13,0661	52,3793	4,0	0,07 / 0,09	-0,14 / 0,04	1,05 / 0,22	0,50	0,43	1,52	0	1	1	0,44	0,27	0,00	53,3	53,6	0,0	5
0077	11,7505	52,8926	11,6	-0,01 / 0,03	0,04 / 0,05	0,07 / 0,11	0,60	0,70	2,15	0	0	0	0,66	0,97	0,83	52,1	52,2	54,2	19
0079	11,8357	52,6038	11,6	-0,07 / 0,04	-0,20 / 0,05	0,40 / 0,15	0,49	0,45	1,89	2	5	1	0,19	0,31	1,16	51,0	52,6	53,4	17
0082	12,3242	51,6318	11,5	-0,05 / 0,03	-0,03 / 0,03	0,73 / 0,09	0,46	0,61	1,95	1	3	3	0,35	0,97	0,00	51,4	52,3	0,0	6
0083	11,0558	51,8833	11,6	0,02 / 0,04	-0,08 / 0,03	0,34 / 0,19	0,47	0,52	1,95	0	1	2	0,33	0,74	0,95	52,7	52,6	53,1	23
0084	11,2906	51,4738	12,6	0,71 / 0,11	-0,57 / 0,10	0,10 / 0,28	0,96	0,71	2,28	1	5	3	0,70	0,30	0,00	53,7	54,2	0,0	24
0090	12,6858	51,8645	11,6	0,00 / 0,03	-0,21 / 0,03	-0,09 / 0,18	0,53	0,54	2,18	0	5	8	0,00	0,35	1,13	0,0	52,0	52,4	16
0092	12,0720	52,8200	11,6	0,00 / 0,02	-0,39 / 0,03	-0,14 / 0,08	0,49	0,58	2,15	2	3	1	0,34	0,32	0,67	50,9	53,4	49,0	9
0094	11,9670	51,1999	12,6	-0,15 / 0,03	0,01 / 0,03	-0,58 / 0,11	0,42	0,51	1,82	5	0	5	0,26	0,57	0,00	51,2	52,1	0,0	15
0095	12,0733	52,1162	11,6	-0,04 / 0,03	0,01 / 0,04	0,80 / 0,09	0,51	0,46	1,61	0	3	10	0,62	0,22	0,00	52,3	53,4	0,0	16
0097	12,2284	51,8329	11,6	-0,12 / 0,03	-0,22 / 0,05	1,07 / 0,18	0,54	0,58	1,81	1	1	3	1,30	1,13	1,06	52,0	52,2	52,3	19
0098	11,6303	52,1300	11,6	-0,22 / 0,04	-0,05 / 0,04	0,09 / 0,14	0,59	0,49	1,60	3	0	0	0,96	0,44	1,33	53,0	53,5	52,4	5

Tabelle geht auf der nächsten Seite weiter

Fortsetzung von **Tabelle A.1**

ID	Koordinaten [°]		[Jahre]	Geschwindigkeit / STD [mm/Jahr]			Standardabweichung $\hat{\sigma}_0$ [mm]			Polynomgrad			Amplitude [mm]			Periodenlänge [Wochen]			Ausreißer
	Länge	Breite	Zeitbasis	East	North	h	East	North	h	East	North	h	East	North	h	East	North	h	
0099	11,1991	52,8272	11,6	-0,72 / 0,04	0,16 / 0,05	-0,44 / 0,10	0,55	0,61	1,86	2	3	1	0,67	1,46	0,63	51,7	52,1	53,9	14
0100	11,4101	52,2844	11,5	0,02 / 0,02	-0,06 / 0,05	0,76 / 0,11	0,41	0,54	1,56	2	1	4	0,00	0,00	0,00	0,0	0,0	0,0	11
0101	11,9833	51,4737	11,6	-0,09 / 0,06	-0,36 / 0,06	-0,06 / 0,21	0,67	0,49	2,05	0	5	0	1,57	0,30	0,00	52,1	50,7	0,0	11
0102	10,7155	51,6763	7,3	-0,28 / 0,06	-0,11 / 0,11	-0,13 / 0,24	0,43	0,76	2,28	3	1	3	0,36	0,36	1,48	53,5	52,5	50,3	10
0103	12,1735	52,4084	4,6	-0,23 / 0,08	-0,10 / 0,07	1,11 / 0,33	0,40	0,42	1,52	2	1	1	0,70	0,00	0,00	52,7	0,0	0,0	3
0132	12,9129	50,7960	12,8	0,04 / 0,07	0,16 / 0,07	-0,10 / 0,39	0,65	1,39	3,05	0	0	0	0,00	4,37	0,00	0,0	52,3	0,0	26
0133	12,3741	51,3540	12,8	-0,01 / 0,03	-0,19 / 0,04	-0,07 / 0,19	0,73	0,78	2,59	0	6	0	0,69	0,00	0,00	52,2	0,0	0,0	20
0136	12,9828	51,5655	12,8	-0,17 / 0,03	-0,17 / 0,03	0,02 / 0,09	0,55	0,68	1,99	5	4	3	0,00	0,96	0,58	0,0	52,3	53,5	11
0139	14,9657	51,3549	12,8	0,11 / 0,03	-0,07 / 0,05	0,68 / 0,10	0,63	0,69	2,02	3	3	5	0,78	0,39	0,00	52,3	52,6	0,0	11
0140	13,0286	51,0735	12,8	0,07 / 0,04	-0,25 / 0,03	0,24 / 0,11	0,53	0,57	1,92	4	4	5	0,22	0,52	0,00	51,8	52,0	0,0	12
0142	13,7408	51,2971	12,8	0,08 / 0,04	-0,09 / 0,04	0,44 / 0,12	0,57	0,62	1,80	4	2	6	0,58	0,43	0,00	52,3	52,5	0,0	11
0143	12,5203	50,7323	12,8	-0,04 / 0,02	-0,16 / 0,03	0,15 / 0,07	0,78	0,73	2,04	1	2	2	0,36	0,91	0,83	53,0	52,4	49,2	22
0144	12,7430	50,4550	12,8	0,08 / 0,05	0,12 / 0,04	0,24 / 0,18	0,70	0,93	2,65	1	1	3	0,41	1,35	1,24	53,4	52,2	53,0	10
0145	12,2339	50,2810	12,8	0,16 / 0,08	0,02 / 0,04	-0,38 / 0,11	1,62	0,81	2,41	1	0	3	3,46	1,08	0,00	52,3	53,4	0,0	13
0147	14,6615	50,8970	12,8	0,42 / 0,03	-0,24 / 0,03	0,07 / 0,13	0,91	0,98	2,70	1	1	0	0,87	0,52	0,97	52,2	51,4	49,5	25
0148	12,1005	50,4924	12,8	0,07 / 0,04	-0,05 / 0,03	-0,43 / 0,15	0,58	0,71	2,16	4	2	3	0,37	1,16	0,50	52,2	52,1	49,6	16
0149	14,1793	50,9356	12,8	0,12 / 0,05	-0,04 / 0,04	0,35 / 0,22	0,55	0,69	2,64	1	0	1	0,00	0,81	0,00	0,0	52,1	0,0	8
0151	13,1256	51,2933	12,8	0,14 / 0,02	-0,02 / 0,03	0,49 / 0,13	0,50	0,64	2,21	2	2	3	0,00	0,43	0,94	0,0	52,5	52,9	10
0153	14,1883	51,4505	12,1	-0,01 / 0,03	0,22 / 0,03	0,23 / 0,10	0,57	0,74	2,07	0	3	6	0,25	0,64	0,00	52,3	52,2	0,0	7
0154	14,1259	51,2210	9,6	0,20 / 0,04	-0,05 / 0,07	1,05 / 0,18	0,57	0,67	1,93	6	5	5	0,68	0,56	0,00	51,7	52,5	0,0	3
0156	13,4237	50,7089	9,2	0,34 / 0,15	-0,20 / 0,06	-0,08 / 0,23	1,08	0,65	2,26	1	2	0	2,52	0,48	0,94	52,3	52,1	52,8	5
0157	13,7596	51,0769	8,1	0,12 / 0,05	-0,15 / 0,05	0,05 / 0,25	0,47	0,57	1,93	1	2	0	0,28	0,51	0,00	51,8	52,8	0,0	7
0196	10,7033	50,9474	12,6	0,00 / 0,06	0,34 / 0,04	0,86 / 0,06	1,14	1,03	2,57	0	2	6	1,03	1,19	0,00	53,3	51,9	0,0	9
0198	10,4166	50,5932	11,7	-0,18 / 0,05	-0,37 / 0,04	-0,21 / 0,17	0,42	0,51	1,75	1	5	2	0,28	0,00	1,19	51,5	0,0	50,6	12
0200	10,8493	51,3671	12,6	0,13 / 0,07	-0,34 / 0,07	-0,71 / 0,16	0,63	0,64	2,00	2	2	5	0,24	0,39	0,97	50,0	53,7	50,6	11
0204	12,4255	50,9844	12,6	-0,15 / 0,04	-0,30 / 0,03	-0,05 / 0,13	0,61	0,49	1,90	6	3	3	1,72	0,00	0,77	52,2	0,0	49,6	16
0209	11,0282	51,0052	12,6	-0,23 / 0,03	-0,21 / 0,04	0,11 / 0,07	0,62	0,75	1,75	1	1	2	0,92	1,11	0,91	52,2	52,2	53,3	14
0211	11,8107	50,5839	12,6	-0,06 / 0,02	-0,39 / 0,02	0,71 / 0,14	0,55	0,50	1,77	2	1	3	0,75	0,37	0,00	52,1	52,5	0,0	15
0212	10,7312	50,4280	12,6	-0,11 / 0,05	-0,19 / 0,12	0,35 / 0,24	0,48	0,93	2,46	8	2	1	0,14	1,68	0,00	54,8	52,1	0,0	15
0214	10,4641	51,2027	12,6	-0,23 / 0,02	0,29 / 0,03	0,11 / 0,13	0,55	0,53	1,93	2	2	5	0,52	0,26	0,97	52,6	53,3	53,0	11
0215	11,1799	50,3557	12,6	-0,19 / 0,06	-0,28 / 0,13	0,58 / 0,34	0,75	1,45	3,05	2	2	1	0,54	0,00	1,32	51,5	0,0	54,1	26
0216	10,2291	50,8125	12,6	0,05 / 0,02	-0,05 / 0,03	0,29 / 0,14	0,51	0,82	2,14	2	1	4	0,22	0,61	1,47	51,7	52,5	53,0	10

Tabelle geht auf der nächsten Seite weiter

Fortsetzung von **Tabelle A.1**

ID	Koordinaten [°]		[Jahre]	Geschwindigkeit / STD [mm/Jahr]			Standardabweichung $\hat{\sigma}_0$ [mm]			Polynomgrad			Amplitude [mm]			Periodenlänge [Wochen]			Ausreißer
	Länge	Breite	Zeitbasis	East	North	h	East	North	h	East	North	h	East	North	h	East	North	h	
0218	10,3590	51,4211	12,6	-0,15 / 0,02	0,02 / 0,02	-0,20 / 0,10	0,49	0,61	2,15	2	2	7	0,30	0,27	0,89	51,9	53,7	54,5	9
0219	11,3589	50,6451	12,6	0,19 / 0,06	-0,11 / 0,05	0,11 / 0,13	0,83	0,75	2,26	1	2	2	1,19	0,00	0,88	52,2	0,0	50,0	6
0220	12,0789	50,8788	12,3	-0,18 / 0,03	-0,23 / 0,03	0,46 / 0,16	0,51	0,41	1,51	1	3	4	1,26	0,14	0,79	52,2	53,8	51,2	5
0221	11,4230	51,1226	11,7	-0,20 / 0,04	-0,27 / 0,09	-0,09 / 0,09	0,59	1,19	1,74	4	0	1	1,59	3,85	0,97	52,2	52,2	53,4	2
0222	10,7036	50,9477	6,3	0,49 / 0,10	0,35 / 0,08	-0,84 / 0,38	0,43	0,50	1,80	5	1	1	0,26	0,86	0,95	49,2	51,7	50,8	3
0223	10,9350	50,6810	6,0	-0,46 / 0,13	0,38 / 0,09	-0,57 / 0,28	0,82	0,93	2,20	1	1	1	0,00	0,50	2,06	0,0	52,7	51,4	2
0256	11,5901	48,1411	11,6	0,22 / 0,05	-0,04 / 0,07	-0,42 / 0,15	0,56	0,55	1,75	2	2	1	0,71	0,47	1,02	52,6	52,7	53,3	7
0257	12,5657	48,8742	11,6	0,18 / 0,03	-0,16 / 0,04	0,33 / 0,18	0,43	0,43	1,87	2	2	1	0,32	0,42	0,90	53,3	52,4	49,6	4
0258	11,5061	48,5321	11,6	0,12 / 0,01	0,07 / 0,02	-0,34 / 0,06	0,39	0,47	1,64	6	7	3	0,00	0,31	0,78	0,0	51,9	52,3	5
0259	10,8934	48,3713	11,6	-0,03 / 0,04	0,04 / 0,05	-0,79 / 0,15	0,48	0,54	1,81	6	0	2	0,34	0,79	0,86	52,6	52,6	52,3	4
0260	11,0046	49,5865	13,4	0,04 / 0,02	-0,27 / 0,03	0,00 / 0,08	0,42	0,47	1,51	1	4	0	0,52	0,79	0,00	52,5	52,2	0,0	19
0261	13,4433	48,5684	11,6	0,06 / 0,05	-0,05 / 0,06	-0,09 / 0,17	0,62	0,56	2,35	2	2	0	0,50	0,64	0,67	52,9	52,1	54,2	3
0264	12,3502	48,1951	11,5	0,16 / 0,04	0,07 / 0,09	-0,62 / 0,14	0,45	0,60	1,88	1	0	1	0,60	0,63	0,79	51,7	52,3	54,4	10
0265	12,9327	48,4286	11,5	0,36 / 0,05	-0,21 / 0,05	0,31 / 0,14	0,66	0,60	2,38	4	2	1	1,35	0,00	2,60	52,5	0,0	52,2	5
0266	12,1612	48,5397	11,6	0,06 / 0,04	0,05 / 0,09	0,07 / 0,14	0,69	1,02	1,92	0	0	0	1,14	1,66	0,80	52,1	52,2	54,4	8
0267	10,8909	49,8890	11,6	-0,13 / 0,03	-0,08 / 0,05	-0,13 / 0,07	0,38	0,63	1,40	4	0	1	0,57	1,31	0,60	52,1	52,1	52,6	5
0268	10,1616	49,7370	13,6	-0,04 / 0,02	-0,05 / 0,03	0,03 / 0,05	0,42	0,52	1,49	1	0	0	0,81	1,48	0,59	52,4	52,4	51,2	14
0272	12,1070	47,8676	11,6	-0,05 / 0,03	0,08 / 0,07	-0,30 / 0,17	0,43	0,78	1,95	2	2	4	0,18	0,79	0,91	51,9	52,5	54,9	4
0273	10,4941	48,0420	13,0	0,34 / 0,04	0,02 / 0,10	0,07 / 0,15	0,51	0,87	2,43	3	0	0	0,55	0,00	0,00	52,8	0,0	0,0	18
0276	10,4987	48,8365	13,6	0,11 / 0,02	-0,02 / 0,06	-0,47 / 0,10	0,45	0,72	1,98	3	2	4	0,49	0,00	0,70	52,2	0,0	53,0	13
0278	11,8638	48,9385	11,6	0,01 / 0,03	0,04 / 0,07	-0,54 / 0,09	0,45	0,73	1,68	0	0	2	0,84	0,99	0,53	51,9	52,3	54,2	10
0279	11,4475	49,2826	11,6	0,37 / 0,05	-0,38 / 0,04	0,51 / 0,11	0,58	0,43	1,78	1	2	2	0,91	0,30	0,00	51,7	53,3	0,0	7
0280	12,1089	49,3256	11,6	0,21 / 0,06	-0,30 / 0,05	-0,02 / 0,11	0,54	0,52	1,83	1	2	0	0,43	0,34	0,00	52,1	52,3	0,0	6
0281	12,5455	49,5119	11,6	0,14 / 0,10	-0,04 / 0,06	-0,72 / 0,21	0,75	0,59	2,19	0	0	1	0,70	0,45	0,00	51,7	52,2	0,0	7
0282	11,6292	49,6904	11,6	-0,02 / 0,04	-0,18 / 0,05	0,19 / 0,12	0,44	0,58	1,51	0	1	6	0,16	1,00	1,27	51,4	51,9	51,9	18
0284	11,4426	50,1038	11,6	-0,04 / 0,04	-0,15 / 0,04	-0,09 / 0,19	0,42	0,46	1,78	4	2	0	0,60	0,19	0,00	52,1	52,3	0,0	3
0285	11,1427	47,5093	11,6	0,43 / 0,11	-0,03 / 0,14	0,16 / 0,17	1,27	1,22	2,58	1	0	0	1,97	1,10	1,55	52,1	52,2	51,0	17
0287	9,1256	49,9539	13,0	-0,09 / 0,08	-0,15 / 0,05	0,19 / 0,14	0,70	0,50	1,77	2	2	2	1,17	0,00	0,80	52,1	0,0	53,4	11
0288	9,5732	49,9935	11,6	0,01 / 0,11	-0,14 / 0,05	0,58 / 0,10	0,71	0,51	2,02	0	2	4	0,21	0,56	0,00	51,5	52,7	0,0	5
0289	10,2426	50,0473	11,6	0,05 / 0,05	-0,15 / 0,04	0,09 / 0,07	0,47	0,38	1,51	0	2	2	0,59	0,32	1,18	52,2	51,6	52,5	4
0295	11,8759	50,3129	12,6	0,03 / 0,05	-0,21 / 0,03	0,12 / 0,11	0,51	0,52	1,48	3	1	0	0,25	0,00	0,00	52,0	0,0	0,0	16
0296	12,6456	47,8667	9,0	0,17 / 0,06	0,30 / 0,08	0,31 / 0,19	0,47	0,56	1,86	3	3	1	0,39	0,75	1,14	50,4	52,2	52,7	6

Tabelle geht auf der nächsten Seite weiter

Fortsetzung von **Tabelle A.1**

	Koordinaten [°]		[Jahre]	Geschwindigkeit / STD [mm/Jahr]			Standardabweichung $\hat{\sigma}_0$ [mm]			Polynomgrad			Amplitude [mm]			Periodenlänge [Wochen]			
ID	Länge	Breite	Zeitbasis	East	North	h	East	North	h	East	North	h	East	North	h	East	North	h	Ausreißer
0297	10,2630	50,4641	3,3	-0,09 / 0,09	-0,23 / 0,16	1,69 / 0,33	0,38	0,55	1,61	0	0	2	0,00	0,00	0,00	0,0	0,0	0,0	1
0384	9,1709	48,7795	13,6	-0,01 / 0,06	0,28 / 0,05	-0,48 / 0,17	0,55	0,69	1,50	0	5	1	0,56	1,33	1,04	52,3	52,0	52,2	7
0386	9,2183	49,1385	13,6	-0,02 / 0,03	0,02 / 0,05	-0,48 / 0,09	0,45	0,63	1,59	1	0	3	0,31	0,91	1,45	52,3	52,0	52,5	7
0388	8,1126	48,8301	13,6	-0,13 / 0,12	0,01 / 0,12	-0,48 / 0,28	1,16	1,02	2,18	1	0	1	1,70	2,68	3,29	52,3	52,6	52,5	26
0391	9,8024	48,5857	13,6	-0,08 / 0,02	-0,14 / 0,03	-0,21 / 0,06	0,47	0,63	1,48	2	1	2	0,84	1,71	0,80	52,1	52,2	51,2	19
0392	9,6708	49,6243	13,6	0,11 / 0,02	-0,34 / 0,03	-0,52 / 0,05	0,46	0,44	1,13	1	5	3	1,50	0,29	0,50	52,4	51,7	51,6	16
0396	9,7932	48,1001	13,6	0,01 / 0,02	0,00 / 0,04	-0,35 / 0,07	0,39	0,66	1,61	0	0	1	0,33	1,56	0,49	52,4	52,1	51,5	8
0397	9,2239	48,0836	13,6	-0,03 / 0,04	0,04 / 0,03	0,07 / 0,15	0,37	0,42	1,55	0	2	4	0,14	0,52	0,38	52,4	52,2	50,6	10
0398	8,4158	48,4645	13,6	-0,04 / 0,04	0,01 / 0,04	-0,66 / 0,08	0,88	0,64	2,38	0	0	2	1,56	0,71	1,22	52,3	52,4	52,3	4
0400	9,0784	48,5195	13,6	-0,01 / 0,02	0,01 / 0,01	-0,45 / 0,05	0,48	0,43	1,42	0	2	7	0,22	0,00	0,00	53,3	0,0	0,0	8
0401	7,8340	48,0132	13,6	-0,13 / 0,02	0,20 / 0,05	-0,29 / 0,11	0,44	0,53	1,85	3	7	1	0,13	0,30	1,64	50,2	52,8	52,0	8
0403	8,3861	49,0049	10,8	0,02 / 0,02	0,05 / 0,02	-0,56 / 0,07	0,33	0,37	1,29	7	1	1	0,14	0,39	0,79	52,9	52,5	51,8	4
0404	7,9432	48,4762	10,7	-0,01 / 0,05	0,11 / 0,02	-0,09 / 0,14	0,53	0,41	1,73	0	3	0	0,37	0,52	0,00	52,1	52,3	0,0	9
0405	8,4250	49,5651	8,0	0,05 / 0,06	-0,17 / 0,06	-1,27 / 0,25	0,56	0,55	1,86	0	1	2	0,29	0,47	1,81	54,5	51,8	52,5	2
0406	9,6571	47,8133	7,4	0,10 / 0,03	0,31 / 0,03	0,14 / 0,11	0,40	0,38	1,26	1	3	0	0,68	0,26	0,79	51,8	53,7	52,3	5
0448	8,2267	50,0881	11,7	-0,59 / 0,07	0,40 / 0,10	0,03 / 0,13	0,62	0,81	1,70	4	4	0	0,91	0,00	0,94	52,0	0,0	53,8	7
0450	8,6568	49,8750	13,0	-0,08 / 0,07	-0,02 / 0,04	-0,23 / 0,12	0,63	0,45	1,62	2	3	2	0,79	0,22	1,57	52,6	53,2	53,1	6
0451	8,7299	50,2198	13,6	-0,32 / 0,06	0,09 / 0,04	-0,37 / 0,14	0,48	0,49	1,77	6	1	1	0,00	0,30	0,00	0,0	52,5	0,0	13
0453	8,7747	50,8150	11,7	0,00 / 0,02	-0,18 / 0,03	0,05 / 0,09	0,37	0,46	1,55	3	1	0	0,36	0,66	0,68	53,0	52,3	51,7	11
0456	9,7115	50,8641	11,7	-0,06 / 0,03	0,17 / 0,03	-0,27 / 0,10	0,50	0,52	1,62	1	4	1	0,34	0,61	1,20	51,7	51,9	51,2	1
0457	10,0512	51,1829	11,7	-0,15 / 0,02	0,00 / 0,04	0,20 / 0,06	0,61	0,78	1,43	1	0	1	0,35	0,66	1,07	50,2	52,4	52,3	2
0459	9,1203	50,4993	11,7	0,18 / 0,03	-0,24 / 0,03	-0,46 / 0,06	0,39	0,45	1,73	4	3	1	0,27	0,00	0,00	50,6	0,0	0,0	8
0464	8,3815	50,5205	10,8	0,22 / 0,22	-0,51 / 0,15	0,40 / 0,20	2,22	1,54	2,72	1	1	2	3,35	0,00	3,61	51,6	0,0	52,5	25
0467	9,6091	50,4463	5,8	-0,03 / 0,13	0,60 / 0,11	0,21 / 0,17	0,54	0,59	1,40	0	1	0	0,95	0,00	0,00	52,7	0,0	0,0	0
0468	8,9664	49,5614	4,4	-0,06 / 0,09	-0,02 / 0,09	-0,39 / 0,31	0,68	0,43	1,44	0	2	3	2,05	0,00	0,00	52,4	0,0	0,0	3
0512	7,5697	50,3583	13,6	-0,09 / 0,06	-0,21 / 0,03	0,21 / 0,08	0,96	0,65	2,08	2	3	4	0,69	0,46	3,28	52,7	53,6	52,3	7
0513	7,2431	50,3293	13,6	0,42 / 0,04	-0,12 / 0,04	0,78 / 0,10	0,57	0,60	1,82	10	6	1	0,28	0,24	1,55	52,0	52,9	52,2	13
0519	6,8212	50,1999	13,6	-0,10 / 0,03	0,00 / 0,03	0,37 / 0,11	0,51	0,55	1,50	1	4	3	0,17	0,56	1,14	51,4	52,7	52,5	8
0522	7,6025	49,2021	13,6	-0,18 / 0,04	-0,09 / 0,07	-0,69 / 0,21	0,53	0,78	2,34	1	0	2	0,37	0,68	1,17	52,8	52,2	52,4	19
0523	7,7740	49,4441	13,6	0,08 / 0,03	-0,20 / 0,03	-0,18 / 0,07	0,42	0,59	1,44	4	3	3	0,16	0,74	1,23	52,6	52,1	52,1	13
0526	6,4275	50,2101	13,6	-0,13 / 0,10	-0,34 / 0,09	0,28 / 0,18	0,85	0,82	2,35	4	2	1	0,57	0,91	1,63	52,1	52,1	53,2	31
0527	7,1658	49,6475	13,6	0,10 / 0,05	-0,21 / 0,06	-0,05 / 0,11	0,57	0,60	1,82	4	2	3	0,44	0,72	1,06	51,2	52,2	52,9	13

Tabelle geht auf der nächsten Seite weiter

Fortsetzung von **Tabelle A.1**

	Koordinaten [°]		[Jahre]	Geschwindigkeit / STD [mm/Jahr]			Standardabweichung $\hat{\sigma}_0$ [mm]			Polynomgrad			Amplitude [mm]			Periodenlänge [Wochen]			
ID	Länge	Breite	Zeitbasis	East	North	h	East	North	h	East	North	h	East	North	h	East	North	h	Ausreißer
0528	7,6653	49,7049	13,6	-0,18 / 0,05	-0,11 / 0,05	-0,39 / 0,15	0,53	0,53	1,81	3	4	2	0,66	0,00	1,20	52,7	0,0	52,3	17
0529	8,1187	49,7474	13,6	-0,28 / 0,03	-0,03 / 0,03	-0,12 / 0,13	0,60	0,75	2,06	1	3	0	0,95	1,26	0,00	51,5	52,0	0,0	75
0530	7,8306	50,4316	13,6	-0,15 / 0,05	-0,12 / 0,03	0,54 / 0,08	0,79	0,59	2,20	2	1	1	2,13	0,56	1,71	52,2	51,9	52,2	15
0531	6,1949	49,9921	13,6	-0,29 / 0,12	-0,09 / 0,04	0,20 / 0,19	1,34	0,69	2,45	0	0	0	5,28	1,09	2,16	52,3	52,3	52,4	5
0532	7,9253	49,9516	10,5	-0,28 / 0,04	-0,04 / 0,07	0,28 / 0,14	0,48	0,68	1,67	2	0	1	0,72	1,20	0,00	51,8	52,2	0,0	4
0533	8,1093	49,1979	7,1	0,73 / 0,03	0,10 / 0,03	-2,27 / 0,17	0,65	0,59	2,06	2	2	2	0,00	0,51	1,50	0,0	53,9	54,0	0
0534	6,6182	49,7253	6,7	-0,14 / 0,18	-0,08 / 0,13	0,06 / 0,55	0,77	0,67	2,71	0	0	0	0,70	0,00	0,00	53,8	0,0	0,0	8
0535	7,7375	50,7734	5,9	-0,48 / 0,07	-0,04 / 0,08	0,98 / 0,25	0,38	0,52	1,61	1	0	1	0,00	0,29	0,00	0,0	52,3	0,0	4
0536	7,2859	49,9659	5,6	0,10 / 0,14	-0,66 / 0,15	0,34 / 0,20	0,71	0,78	1,62	3	1	1	0,85	1,19	1,93	52,5	51,7	52,2	9
0641	8,7010	53,8647	13,5	-0,31 / 0,04	-0,23 / 0,03	-0,05 / 0,13	0,69	0,74	1,72	1	1	3	0,36	1,14	0,00	52,8	52,4	0,0	1
0642	8,0476	52,2547	13,5	-0,12 / 0,02	0,24 / 0,05	0,45 / 0,14	0,40	0,48	1,38	1	6	1	0,25	0,32	0,42	52,9	53,0	52,3	6
0645	7,4446	53,2300	13,5	-0,53 / 0,02	0,70 / 0,04	-0,25 / 0,12	0,42	0,58	1,39	3	4	1	0,31	0,00	0,75	51,1	0,0	52,1	9
0646	7,4760	53,4674	13,5	-0,10 / 0,02	0,30 / 0,03	-0,16 / 0,09	0,44	0,61	1,35	4	3	4	0,25	0,31	1,15	51,1	52,9	52,4	2
0647	7,0275	53,3374	13,5	-2,11 / 0,04	-0,17 / 0,03	-1,96 / 0,07	0,74	0,62	1,43	3	1	3	2,38	1,45	1,53	52,1	52,1	52,2	2
0648	8,1438	53,5140	13,5	-0,18 / 0,02	0,00 / 0,02	-1,06 / 0,10	0,56	0,61	1,31	1	0	3	0,26	0,39	0,63	50,8	52,6	52,5	3
0650	9,9475	51,5213	13,5	-0,17 / 0,02	-0,11 / 0,02	-0,02 / 0,06	0,72	0,68	1,85	1	1	0	0,61	0,58	0,79	52,2	52,7	52,6	6
0652	9,8047	51,9879	13,5	-0,11 / 0,02	0,07 / 0,04	-0,10 / 0,05	0,72	0,83	1,29	1	1	3	1,43	1,84	0,49	52,2	52,2	52,9	4
0653	10,4763	53,0506	13,5	-0,10 / 0,03	0,03 / 0,01	-0,29 / 0,04	0,53	0,51	1,26	1	1	4	0,57	0,61	0,71	51,9	52,1	52,8	3
0655	9,3968	53,1109	13,5	0,30 / 0,02	-0,24 / 0,02	-1,39 / 0,06	0,43	0,48	1,27	2	2	2	0,42	0,40	0,00	51,8	52,2	0,0	4
0656	8,2022	53,1423	13,5	-0,19 / 0,02	0,06 / 0,04	-0,41 / 0,08	0,45	0,88	1,27	2	0	1	0,22	1,87	1,48	53,8	52,4	52,0	4
0658	7,0774	52,4360	13,5	-0,16 / 0,02	0,41 / 0,02	-0,59 / 0,07	0,53	0,67	1,56	4	1	2	0,80	1,24	0,00	52,3	52,0	0,0	1
0659	8,0390	52,8488	13,5	0,45 / 0,04	0,39 / 0,03	-0,52 / 0,10	0,39	0,49	1,16	1	3	3	0,40	0,36	0,64	52,3	51,8	52,1	4
0660	10,4117	53,2535	13,5	-0,03 / 0,02	0,05 / 0,03	0,04 / 0,12	0,56	0,72	1,97	4	1	0	0,48	1,29	0,73	52,3	52,2	54,7	3
0661	9,8473	52,9852	13,5	-0,11 / 0,02	0,14 / 0,01	-0,45 / 0,04	0,42	0,50	1,16	4	1	3	0,28	0,00	0,00	52,4	0,0	0,0	0
0663	9,9097	52,1493	13,5	-0,09 / 0,05	-0,08 / 0,06	0,06 / 0,09	0,67	0,99	1,58	5	1	2	0,48	1,02	0,00	51,7	52,3	0,0	9
0664	9,0621	53,7463	13,5	0,09 / 0,04	-0,14 / 0,04	-0,31 / 0,09	0,56	0,65	1,54	2	1	1	0,30	0,31	0,62	52,6	52,2	50,8	10
0665	9,6155	52,6780	13,5	-0,09 / 0,02	0,22 / 0,02	0,12 / 0,04	0,49	0,51	1,12	2	2	2	1,05	0,21	0,38	52,1	54,0	53,6	10
0666	9,2064	52,6434	13,5	-0,19 / 0,04	-0,01 / 0,05	0,02 / 0,10	0,48	0,75	1,60	5	0	0	0,36	0,94	0,88	52,4	52,0	52,5	12
0668	8,1953	52,5225	13,5	-0,12 / 0,02	0,42 / 0,03	-0,03 / 0,12	0,40	0,57	1,65	4	1	0	0,16	0,53	0,00	52,9	52,4	0,0	6
0672	10,9994	52,2319	13,5	-0,01 / 0,02	0,18 / 0,03	-0,02 / 0,12	0,63	0,70	1,96	0	3	0	0,35	1,46	0,89	52,4	52,2	52,5	3
0677	9,2359	52,9135	13,5	-0,10 / 0,02	0,59 / 0,01	0,09 / 0,08	0,49	0,42	1,77	3	3	2	0,59	0,15	1,02	52,3	54,3	51,5	5
0678	10,6121	52,7342	13,5	-0,21 / 0,03	0,30 / 0,05	0,21 / 0,14	0,44	0,57	1,78	7	5	4	0,30	0,00	1,99	51,9	0,0	52,5	3

Tabelle geht auf der nächsten Seite weiter

Fortsetzung von **Tabelle A.1**

ID	Koordinaten [°]		[Jahre]	Geschwindigkeit / STD [mm/Jahr]			Standardabweichung $\hat{\sigma}_0$ [mm]			Polynomgrad			Amplitude [mm]			Periodenlänge [Wochen]			
	Länge	Breite	Zeitbasis	East	North	h	East	North	h	East	North	h	East	North	h	East	North	h	Ausreißer
0679	11,0984	53,0969	13,5	-0,20 / 0,03	-0,38 / 0,03	-0,38 / 0,14	0,60	0,53	1,36	1	4	6	0,00	0,13	0,63	0,0	52,5	49,6	4
0680	9,8713	53,3330	13,5	-0,29 / 0,02	0,18 / 0,02	-0,31 / 0,06	0,51	0,60	1,33	2	3	4	0,34	0,57	0,59	51,6	52,5	54,0	2
0681	9,3910	51,7505	13,5	-0,07 / 0,04	0,12 / 0,04	0,51 / 0,07	0,85	0,64	1,64	1	4	4	0,69	0,74	0,83	52,6	52,4	51,6	3
0683	7,3155	52,7159	13,5	-0,10 / 0,04	0,69 / 0,04	-0,37 / 0,08	0,58	0,64	1,32	1	5	3	0,28	0,39	1,03	52,4	53,1	51,8	5
0684	7,6774	52,5213	13,5	-0,04 / 0,03	0,35 / 0,03	-0,66 / 0,11	0,50	0,48	1,34	0	1	2	0,67	0,13	0,45	52,2	54,2	53,5	6
0686	10,5482	52,3137	13,5	0,00 / 0,01	-0,04 / 0,05	-0,12 / 0,03	0,42	0,85	1,19	0	0	3	0,27	2,42	0,84	53,8	52,3	52,5	5
0687	6,7474	53,5637	13,5	0,12 / 0,03	0,02 / 0,04	-1,49 / 0,07	0,67	1,08	1,37	4	0	7	0,32	2,53	0,85	51,2	52,0	51,6	6
0688	9,8015	52,4075	13,5	-0,07 / 0,02	-0,12 / 0,04	0,04 / 0,06	0,44	0,65	1,30	1	1	2	0,69	0,94	0,66	52,3	52,1	52,6	2
0689	8,8019	52,6790	13,5	0,15 / 0,03	-0,09 / 0,01	-1,01 / 0,07	0,90	0,59	1,27	1	1	1	2,49	1,26	0,00	52,1	52,1	0,0	2
0702	6,5878	54,0148	11,4	0,05 / 0,07	0,32 / 0,06	-1,06 / 0,16	1,48	1,11	2,73	0	1	2	0,89	0,78	2,26	52,3	52,0	52,0	5
0704	9,5487	54,5271	12,6	-0,26 / 0,05	0,20 / 0,05	-0,37 / 0,13	0,53	0,53	1,62	2	1	3	0,56	0,50	0,51	52,7	52,2	52,4	8
0705	10,3028	53,9359	12,6	0,01 / 0,08	-0,10 / 0,06	-0,16 / 0,24	0,58	0,50	1,93	0	2	0	0,39	0,36	0,65	52,5	53,1	52,8	11
0706	10,1321	54,3555	12,6	0,14 / 0,11	0,37 / 0,14	-0,35 / 0,25	0,92	1,15	2,18	4	2	2	1,16	0,62	0,00	51,7	52,4	0,0	8
0709	9,0914	54,1964	12,6	-0,65 / 0,06	-0,18 / 0,10	-0,18 / 0,22	0,60	0,78	1,90	2	1	0	0,51	0,55	0,00	52,4	52,4	0,0	5
0710	8,8444	54,7929	12,6	-0,25 / 0,07	0,31 / 0,09	0,11 / 0,25	0,80	0,71	2,55	3	3	0	0,00	0,00	0,00	0,0	0,0	0,0	35
0711	10,7184	54,2170	12,6	-0,03 / 0,08	-0,09 / 0,08	-0,10 / 0,27	0,61	0,64	1,97	0	0	0	0,90	0,72	0,83	52,4	52,5	52,7	9
0713	10,5406	53,5742	12,6	0,08 / 0,09	0,00 / 0,10	0,11 / 0,26	0,56	0,53	1,88	0	0	0	0,24	0,00	0,57	52,3	0,0	50,6	24
0714	7,8931	54,1745	12,6	-0,07 / 0,05	0,01 / 0,03	-0,03 / 0,15	0,48	0,56	2,41	4	0	0	0,22	0,69	0,57	53,3	51,8	50,7	4
0715	10,6805	53,8529	12,6	0,11 / 0,07	0,30 / 0,08	-0,78 / 0,15	0,75	0,65	1,79	1	3	3	0,45	0,96	1,11	53,8	52,0	52,5	8
0719	11,0581	54,5273	12,6	-0,02 / 0,06	0,06 / 0,09	-0,01 / 0,31	0,51	0,64	2,45	0	0	0	0,33	0,38	0,83	52,0	52,3	52,1	8
0721	8,4007	55,0525	9,4	-0,40 / 0,11	0,35 / 0,11	-1,02 / 0,65	0,64	0,70	3,28	2	1	1	0,23	0,29	0,00	54,5	52,4	0,0	3
0722	8,8078	54,4965	8,9	0,06 / 0,07	-0,16 / 0,09	-0,21 / 0,29	0,50	0,52	1,90	0	0	0	0,62	0,77	0,00	52,0	51,2	0,0	7
0723	9,8523	54,1747	7,2	0,12 / 0,07	0,28 / 0,10	0,47 / 0,32	0,54	0,68	1,90	2	0	1	0,68	1,26	0,59	52,9	51,6	53,5	4
0724	8,2907	54,8105	7,2	-0,46 / 0,07	0,03 / 0,13	-0,91 / 0,22	0,47	0,59	2,08	4	0	4	0,00	0,22	0,00	0,0	50,9	0,0	1
0771	12,7238	54,3604	13,6	0,03 / 0,02	-0,12 / 0,04	0,95 / 0,06	0,35	0,57	1,69	4	1	5	0,17	0,84	0,83	52,2	52,2	52,0	5
0773	12,0982	54,0929	13,6	-0,02 / 0,03	-0,28 / 0,04	0,44 / 0,07	0,41	0,46	1,58	0	5	3	0,36	0,28	0,33	52,6	52,2	52,4	11
0775	13,3939	54,0751	13,6	-0,12 / 0,03	-0,32 / 0,03	0,67 / 0,10	0,44	0,78	1,70	1	1	1	0,63	0,44	0,51	52,8	52,1	51,4	13
0779	11,4734	53,9869	13,6	0,00 / 0,05	-0,18 / 0,04	0,35 / 0,10	0,53	0,50	1,82	0	1	1	1,34	0,19	0,55	52,3	52,4	51,8	5
0783	12,8627	53,9014	13,6	-0,03 / 0,02	-0,19 / 0,03	0,65 / 0,07	0,37	0,52	1,50	1	5	3	0,30	0,23	0,42	51,8	51,7	51,3	3
0785	12,1761	53,7818	13,6	-0,16 / 0,02	-0,22 / 0,02	0,52 / 0,13	0,49	0,45	1,76	1	6	1	1,31	0,41	0,74	52,3	52,2	51,0	6
0787	13,8884	53,6626	13,6	-0,04 / 0,05	-0,26 / 0,05	0,60 / 0,14	0,42	0,70	1,69	0	1	6	0,31	1,05	0,00	52,7	52,1	0,0	8
0789	13,2464	53,6977	13,6	-0,08 / 0,03	-0,05 / 0,04	0,60 / 0,08	0,42	0,55	1,53	1	1	2	0,26	0,53	0,00	53,1	52,0	0,0	6

Tabelle geht auf der nächsten Seite weiter

Fortsetzung von **Tabelle A.1**

ID	Koordinaten [°]		[Jahre]	Geschwindigkeit / STD [mm/Jahr]			Standardabweichung $\hat{\sigma}_0$ [mm]			Polynomgrad			Amplitude [mm]			Periodenlänge [Wochen]			Ausreißer
	Länge	Breite	Zeitbasis	East	North	h	East	North	h	East	North	h	East	North	h	East	North	h	
0791	12,6807	53,5183	13,6	0,13 / 0,03	-0,13 / 0,07	0,21 / 0,10	0,48	0,94	1,52	4	0	1	1,01	2,19	0,44	52,1	52,0	51,8	11
0793	11,8430	53,4203	13,6	0,01 / 0,05	-0,12 / 0,06	0,42 / 0,07	0,70	0,73	1,43	0	1	3	2,84	1,84	0,71	52,3	52,3	50,9	11
0795	11,1806	53,4382	13,6	0,01 / 0,03	-0,03 / 0,04	-0,04 / 0,10	0,58	0,49	1,57	0	0	0	1,36	0,61	0,00	52,1	51,9	0,0	5
0797	13,0721	53,3297	13,6	-0,17 / 0,02	-0,35 / 0,03	0,36 / 0,09	0,36	0,55	1,50	1	2	1	0,28	0,29	0,00	51,8	51,2	0,0	13
0799	13,4333	54,6790	13,6	0,03 / 0,04	-0,21 / 0,07	0,98 / 0,13	0,52	0,76	2,33	0	1	1	0,40	0,44	0,95	52,9	52,8	52,4	7
0801	13,7353	54,3433	9,9	0,00 / 0,02	-0,14 / 0,05	0,92 / 0,09	0,39	0,56	2,00	0	2	4	0,00	0,94	0,00	0,0	52,5	0,0	0
0803	12,5023	54,4726	5,3	-0,19 / 0,15	-0,59 / 0,05	0,84 / 0,22	0,54	0,54	1,91	4	3	2	0,97	0,00	0,80	51,5	0,0	50,9	9
0832	9,9838	53,5513	12,6	-0,33 / 0,05	-0,07 / 0,09	-0,90 / 0,09	0,62	1,27	1,46	7	0	4	0,30	2,88	1,05	51,7	52,2	52,3	1
0835	10,1421	53,6936	11,8	0,04 / 0,09	-0,37 / 0,10	-0,33 / 0,21	0,62	0,68	1,80	0	1	2	0,58	0,27	0,00	52,5	52,8	0,0	16
0836	9,7424	53,5472	11,5	0,16 / 0,07	-0,22 / 0,08	-0,29 / 0,14	0,50	0,59	1,76	1	1	2	0,24	0,32	0,00	53,8	52,9	0,0	17
0837	10,2481	53,4108	11,8	-0,06 / 0,07	0,33 / 0,05	-0,32 / 0,21	0,48	0,50	2,42	5	4	2	0,34	0,25	2,08	51,7	54,6	52,4	20
0896	13,3122	52,4893	11,6	-0,31 / 0,06	0,17 / 0,09	0,87 / 0,13	1,08	1,26	1,83	4	1	1	1,45	2,03	1,53	52,1	52,4	51,8	15
0897	13,3249	52,5872	8,9	-0,28 / 0,02	-0,33 / 0,03	0,24 / 0,10	0,40	0,52	1,81	6	3	1	0,31	0,53	2,23	52,2	50,8	51,8	5
0898	13,6022	52,4097	8,9	-0,08 / 0,03	-0,03 / 0,05	-0,57 / 0,20	0,49	0,58	1,79	1	0	1	0,46	0,00	1,05	52,8	0,0	51,5	1
0928	7,3362	49,3236	8,8	-0,05 / 0,06	0,01 / 0,07	-0,23 / 0,23	0,40	0,49	1,59	0	0	0	0,26	0,37	0,79	52,2	52,0	54,1	5
0929	6,6440	49,4434	8,8	-0,09 / 0,06	0,37 / 0,09	0,34 / 0,27	0,53	0,57	1,72	0	1	2	0,65	1,04	0,85	52,2	52,1	52,6	15
0930	7,0086	49,2177	8,8	0,51 / 0,05	0,03 / 0,05	-0,03 / 0,19	0,40	0,44	1,51	2	0	0	0,33	0,23	0,00	51,7	52,3	0,0	5
0931	6,7460	49,3137	8,8	0,04 / 0,12	0,08 / 0,08	0,44 / 0,19	0,60	0,46	1,71	3	3	1	0,00	0,13	0,00	0,0	49,4	0,0	6
0932	7,1757	49,4700	8,8	0,37 / 0,06	-0,58 / 0,06	0,05 / 0,13	0,53	0,49	1,55	1	3	0	0,76	0,18	1,02	51,8	51,1	53,5	2
0934	6,8861	49,5388	8,8	-0,03 / 0,04	-0,02 / 0,03	0,11 / 0,21	0,45	0,47	1,86	0	0	0	0,28	0,28	0,00	51,7	52,3	0,0	7
0994	8,5919	53,5572	13,5	-0,15 / 0,02	0,03 / 0,05	-0,97 / 0,14	0,45	0,60	1,53	4	2	2	0,15	0,26	0,64	51,0	52,0	49,6	7
0995	8,8165	53,0768	13,5	-0,16 / 0,02	-0,04 / 0,03	-0,46 / 0,07	0,40	0,51	1,26	2	1	2	0,46	0,27	0,47	51,8	53,7	53,0	4
1072	11,1770	52,6284	8,8	-0,52 / 0,08	0,31 / 0,05	-0,07 / 0,18	1,28	0,53	1,86	1	1	0	1,49	0,51	0,00	51,5	53,5	0,0	23
1271	11,1431	47,8382	9,2	0,18 / 0,04	0,43 / 0,04	0,28 / 0,13	0,49	0,46	1,78	3	4	1	0,22	0,39	0,85	52,7	51,8	54,0	7
1275	10,5883	49,3068	6,1	0,16 / 0,02	0,34 / 0,04	-0,19 / 0,11	0,30	0,47	1,31	6	1	1	0,40	0,95	1,67	53,8	52,9	53,1	6
1277	11,1924	48,9117	6,4	-0,33 / 0,07	0,80 / 0,05	0,49 / 0,09	0,45	0,38	1,56	1	1	1	0,60	0,36	0,83	51,9	52,7	50,5	4
1291	12,9454	47,8034	5,1	0,70 / 0,11	-0,13 / 0,07	-0,48 / 0,43	0,45	0,42	2,18	3	3	5	0,31	0,00	1,20	54,9	0,0	51,2	2
1402	8,5276	48,0731	4,6	0,32 / 0,10	0,37 / 0,24	-0,26 / 0,36	0,50	0,90	1,46	1	0	0	0,00	0,95	0,60	0,0	52,9	51,6	2
1651	10,3462	51,7992	5,4	0,01 / 0,03	-0,04 / 0,08	-0,15 / 0,11	0,60	0,67	1,54	0	0	0	0,54	0,31	0,00	52,7	53,8	0,0	3
1657	9,3534	52,1059	7,0	-0,26 / 0,02	0,14 / 0,02	0,50 / 0,05	0,43	0,58	1,42	1	4	2	0,32	0,34	1,15	53,0	52,4	53,7	1
1662	9,4890	53,5889	7,4	0,00 / 0,03	-0,24 / 0,02	0,00 / 0,10	0,68	0,51	1,45	0	1	0	0,26	0,80	0,00	52,5	52,7	0,0	3
1670	7,2140	53,7152	8,7	-0,27 / 0,01	0,65 / 0,02	-1,12 / 0,08	0,42	0,62	1,57	6	2	1	0,00	0,00	0,00	0,0	0,0	0,0	2

Tabelle geht auf der nächsten Seite weiter

Fortsetzung von **Tabelle A.1**

ID	Koordinaten [°] Länge	Breite	[Jahre] Zeitbasis	Geschwindigkeit / STD [mm/Jahr] East	North	h	Standardabweichung $\hat{\sigma}_0$ [mm] East	North	h	Polynomgrad East	North	h	Amplitude [mm] East	North	h	Periodenlänge [Wochen] East	North	h	Ausreißer
1675	8,4420	52,9024	5,6	-0,58 / 0,04	-0,04 / 0,05	-1,30 / 0,07	0,45	0,60	0,96	1	0	3	0,00	1,47	0,00	0,0	52,2	0,0	4
1708	9,5235	53,9202	9,4	0,22 / 0,05	-0,33 / 0,09	-0,23 / 0,22	0,59	0,79	2,47	1	1	0	0,27	0,67	0,00	52,3	52,5	0,0	4
2576	7,1588	50,6760	11,7	-0,36 / 0,06	-0,12 / 0,06	0,22 / 0,14	0,69	0,66	1,82	1	2	0	1,14	1,01	1,68	52,2	52,5	52,5	1
2577	6,7856	51,2034	11,3	-0,86 / 0,08	0,05 / 0,06	0,14 / 0,10	1,23	1,12	2,14	2	0	2	0,94	0,00	2,16	51,7	0,0	54,7	0
2578	6,6081	51,6648	11,7	-0,15 / 0,03	0,15 / 0,03	0,01 / 0,10	0,77	0,89	2,46	2	3	2	0,00	0,76	2,83	0,0	52,2	52,5	6
2579	6,3922	51,2587	11,7	0,29 / 0,08	0,29 / 0,07	0,83 / 0,18	1,25	0,88	2,60	1	2	2	1,14	1,16	2,51	52,0	52,7	52,3	8
2582	7,0161	51,4585	11,7	-0,08 / 0,07	0,65 / 0,05	-0,89 / 0,17	1,08	0,93	2,19	0	2	1	2,12	0,73	3,29	52,4	52,0	51,9	1
2585	7,4868	51,3804	11,7	-0,10 / 0,02	0,25 / 0,01	0,02 / 0,07	0,80	0,86	1,79	2	1	0	1,32	0,61	1,54	52,2	51,6	51,9	3
2587	7,6269	51,9550	11,7	-0,23 / 0,04	0,31 / 0,04	0,04 / 0,05	0,67	0,86	1,61	4	3	0	0,00	1,03	2,07	0,0	52,2	52,3	1
2588	8,0749	51,3989	11,7	-0,20 / 0,06	0,08 / 0,05	0,17 / 0,23	0,84	0,77	2,06	1	1	0	0,75	0,70	2,42	52,6	51,9	52,0	2
2590	6,7736	52,0538	11,7	0,07 / 0,03	0,14 / 0,03	-0,55 / 0,04	0,49	0,60	1,60	3	2	2	0,72	0,57	1,27	52,3	52,2	51,9	1
2591	6,0884	50,7679	11,7	-0,43 / 0,05	-0,09 / 0,06	0,05 / 0,13	1,12	1,06	2,45	6	1	0	1,35	1,99	4,43	52,5	51,8	52,4	0
2592	6,6307	50,6379	11,7	0,02 / 0,06	0,38 / 0,04	0,43 / 0,14	0,81	0,71	2,02	0	3	1	0,55	0,55	1,29	51,6	52,2	52,7	1
2593	8,9121	52,2813	11,7	-0,06 / 0,05	-0,03 / 0,04	-0,49 / 0,13	0,72	0,79	2,01	4	0	3	0,34	0,87	1,30	49,4	51,7	52,4	4
2594	7,5680	51,0291	11,7	-0,04 / 0,05	0,37 / 0,10	0,32 / 0,18	0,70	1,12	2,21	0	2	1	0,00	0,49	1,70	0,0	53,8	53,2	6
2596	8,5238	51,2002	11,7	-0,25 / 0,03	-0,07 / 0,02	0,04 / 0,11	0,68	0,65	1,89	2	5	0	0,94	0,79	0,59	52,5	52,5	50,4	10
2597	8,8937	51,6113	11,7	-0,14 / 0,05	0,08 / 0,07	-0,13 / 0,15	0,85	0,86	2,09	1	4	4	0,87	1,18	2,35	53,1	53,0	53,0	7
2598	8,5343	52,0222	11,7	-0,11 / 0,04	-0,30 / 0,04	-0,11 / 0,11	1,06	0,99	1,83	2	2	0	2,21	0,59	2,18	52,3	54,3	52,1	3
2600	8,3264	51,6558	11,7	-0,01 / 0,02	0,08 / 0,02	0,46 / 0,07	0,55	0,56	1,54	0	3	6	0,76	0,72	0,88	51,7	52,8	51,9	4
2602	8,8818	51,9328	11,7	0,08 / 0,02	-0,07 / 0,03	0,39 / 0,08	0,80	1,08	2,06	1	1	2	0,82	0,52	0,00	52,3	52,5	0,0	1
2603	7,9728	51,1731	11,7	-0,39 / 0,05	0,04 / 0,05	0,66 / 0,11	0,68	0,84	1,89	3	0	2	0,00	1,35	1,50	0,0	52,3	51,5	6
2615	6,5639	51,0458	11,7	-0,21 / 0,07	-0,09 / 0,07	0,91 / 0,30	0,90	0,83	2,35	2	0	4	0,55	0,70	1,27	51,3	54,4	53,2	3
2616	7,8104	51,6803	11,7	-0,56 / 0,02	-1,09 / 0,03	0,05 / 0,04	0,67	1,01	1,65	2	3	3	0,51	0,88	1,68	53,5	53,7	52,7	4
2622	8,0302	50,9024	11,7	0,20 / 0,06	-0,19 / 0,04	0,30 / 0,08	0,61	0,57	1,35	4	4	2	0,00	0,00	0,75	0,0	0,0	52,1	3
2623	6,1422	51,7684	11,7	-0,06 / 0,02	0,40 / 0,02	-0,35 / 0,05	0,66	0,60	1,78	4	4	3	0,00	0,40	0,63	0,0	53,1	53,1	4
2624	7,0564	50,8676	11,7	0,00 / 0,03	0,15 / 0,03	0,20 / 0,13	0,53	0,53	1,85	2	4	1	0,37	0,35	1,57	51,2	52,9	52,5	1
2625	5,9289	50,9955	8,5	0,38 / 0,06	1,08 / 0,04	-1,56 / 0,16	0,82	0,68	2,16	1	1	3	0,00	0,36	0,00	0,0	52,9	0,0	3
3599	7,4371	52,2772	10,9	0,01 / 0,07	0,28 / 0,03	-0,24 / 0,05	1,00	0,70	1,69	0	3	1	0,99	0,64	1,32	51,8	51,9	51,9	8
9146	13,4864	48,2034	11,5	0,26 / 0,07	-0,12 / 0,06	0,16 / 0,12	0,79	0,65	2,59	1	1	2	1,45	0,99	1,02	52,4	52,3	52,9	8
9147	13,9954	48,5698	11,6	-0,03 / 0,08	-0,10 / 0,08	0,22 / 0,16	0,82	0,75	2,79	0	1	1	0,70	0,40	1,21	51,9	51,6	53,7	6
9157	13,0342	47,3891	11,3	0,27 / 0,06	0,32 / 0,10	0,06 / 0,19	0,77	0,94	3,57	2	2	2	0,50	0,84	1,95	52,0	52,2	50,5	13
9182	12,3595	47,4182	11,6	0,14 / 0,08	0,43 / 0,08	1,23 / 0,44	0,61	0,69	3,54	1	3	1	0,00	0,47	2,23	0,0	52,2	53,6	20

Tabelle geht auf der nächsten Seite weiter

Fortsetzung von **Tabelle A.1**

ID	Koordinaten [°]		[Jahre]	Geschwindigkeit / STD [mm/Jahr]			Standardabweichung $\hat{\sigma}_0$ [mm]			Polynomgrad			Amplitude [mm]			Periodenlänge [Wochen]			Ausreißer
	Länge	Breite	Zeitbasis	East	North	h	East	North	h	East	North	h	East	North	h	East	North	h	
9183	11,8323	47,4211	11,6	0,17 / 0,07	0,29 / 0,06	0,12 / 0,17	0,89	0,85	3,02	2	2	0	1,47	0,60	1,39	51,8	52,2	50,4	12
9195	10,1391	47,2241	11,6	-0,21 / 0,04	0,11 / 0,07	-0,17 / 0,10	0,67	0,98	2,67	2	2	0	0,33	0,00	0,00	52,4	0,0	0,0	6
AUBG	10,9213	48,4213	8,5	0,08 / 0,05	0,18 / 0,03	-0,50 / 0,23	0,47	0,32	1,98	3	4	1	0,00	0,32	1,21	0,0	51,7	54,9	3
BADH	8,6098	50,2280	13,6	-0,13 / 0,02	-0,08 / 0,03	0,49 / 0,09	0,64	0,54	2,14	1	4	1	0,26	0,16	1,60	49,8	53,8	52,7	7
BORJ	6,6664	53,5789	13,6	-0,15 / 0,04	0,02 / 0,04	-0,69 / 0,08	0,37	0,51	1,33	3	0	2	0,29	0,53	0,74	52,2	52,3	52,9	2
DIEP	8,3422	52,5881	13,6	0,09 / 0,02	0,35 / 0,03	-0,02 / 0,08	0,30	0,40	1,15	2	4	0	0,00	0,00	0,53	0,0	0,0	52,3	11
DILL	6,6997	49,3716	13,6	-0,24 / 0,03	0,01 / 0,07	0,38 / 0,06	0,45	0,62	1,26	2	0	1	1,11	0,37	1,02	52,1	52,7	52,5	5
EFBG	6,8819	50,5253	13,6	-0,09 / 0,01	0,04 / 0,02	0,76 / 0,08	0,51	0,53	1,97	3	2	3	0,34	0,42	1,73	53,4	51,8	52,8	15
ENTZ	7,6399	48,5494	13,6	0,02 / 0,02	-0,20 / 0,03	-0,92 / 0,14	0,44	0,47	1,93	0	2	2	0,33	0,70	0,61	52,4	52,3	53,6	5
EUSK	6,7635	50,6741	13,6	-0,27 / 0,03	0,50 / 0,02	-1,16 / 0,08	0,50	0,43	1,74	2	6	3	0,25	0,23	1,42	52,9	53,5	52,4	7
EXZE	13,3122	52,4893	8,9	-0,12 / 0,02	0,09 / 0,04	0,50 / 0,04	0,61	0,71	1,37	3	1	8	1,10	1,10	1,46	51,6	51,9	50,4	2
FFMJ	8,6650	50,0906	13,6	-0,35 / 0,10	-0,04 / 0,04	-0,81 / 0,12	0,70	0,64	1,67	6	0	2	0,36	0,84	1,47	51,2	52,7	52,0	5
FRI3	8,1116	47,5274	9,8	-0,11 / 0,03	0,24 / 0,02	0,44 / 0,08	0,69	0,82	1,71	1	6	2	0,32	0,54	0,92	51,5	51,9	52,8	16
GELL	14,3218	53,4503	13,6	0,22 / 0,03	-0,32 / 0,04	-0,05 / 0,11	0,49	0,62	1,41	1	2	0	0,29	0,33	0,58	52,0	49,3	51,3	7
GOET	9,9506	51,5002	13,6	-0,08 / 0,03	0,13 / 0,03	0,34 / 0,12	0,46	0,37	1,47	2	5	2	0,00	0,16	0,52	0,0	51,9	52,1	10
GOR2	11,3496	53,0497	13,1	-0,26 / 0,03	-0,31 / 0,02	0,83 / 0,10	0,42	0,37	1,53	2	3	6	0,26	0,23	0,00	52,7	51,9	0,0	5
HEL2	7,8765	54,1863	13,6	-0,02 / 0,03	0,03 / 0,04	0,07 / 0,12	0,49	0,53	2,36	0	1	0	0,20	0,25	0,76	50,9	50,3	52,5	17
HMBG	10,0040	53,4978	6,0	-0,24 / 0,05	0,00 / 0,05	-1,99 / 0,11	0,58	0,45	1,24	1	0	2	1,13	0,33	1,09	52,1	52,9	53,8	3
HOL2	10,1568	54,3729	13,6	-0,08 / 0,02	-0,10 / 0,03	0,74 / 0,07	0,42	0,39	1,44	2	10	1	0,21	0,52	0,49	52,4	52,0	52,5	3
HUEG	7,5962	47,8339	13,6	0,03 / 0,03	-0,07 / 0,05	-0,70 / 0,07	0,71	0,63	1,36	0	1	3	0,00	0,74	0,39	0,0	52,3	54,0	4
KARL	8,4113	49,0112	13,6	0,11 / 0,06	0,21 / 0,02	-0,58 / 0,11	0,82	0,58	1,58	1	2	2	1,64	1,19	0,89	52,2	52,1	52,2	9
KOS1	5,8182	52,1734	5,3	-0,07 / 0,05	0,31 / 0,02	-1,26 / 0,17	0,70	0,41	1,75	0	2	1	1,96	0,33	1,69	51,6	52,2	53,2	2
LDB2	14,1209	52,2091	13,6	0,07 / 0,03	-0,23 / 0,02	-0,55 / 0,12	0,72	0,55	1,59	1	1	1	0,00	0,64	0,59	0,0	50,7	51,0	14
MOX2	11,6162	50,6422	13,6	-0,06 / 0,02	-0,10 / 0,03	0,62 / 0,18	0,58	0,73	2,82	1	1	1	0,00	0,43	0,83	0,0	52,7	54,2	32
OBE4	11,2779	48,0848	8,7	0,56 / 0,03	-0,03 / 0,06	-0,21 / 0,07	0,64	0,77	2,13	4	0	3	0,35	0,00	1,40	52,6	0,0	52,0	29
POTS	13,0661	52,3793	13,6	0,04 / 0,04	-0,18 / 0,06	0,81 / 0,12	0,55	0,68	1,45	0	4	3	0,00	0,45	0,37	0,0	51,9	52,8	46
PTBB	10,4597	52,2962	13,6	0,07 / 0,02	-0,09 / 0,02	0,53 / 0,14	0,43	0,59	2,16	4	1	3	0,34	1,27	2,28	52,8	52,0	52,3	10
SAS2	13,6431	54,5110	5,4	-0,21 / 0,03	-0,12 / 0,04	1,43 / 0,20	0,61	0,57	2,58	1	3	2	0,00	0,34	0,00	0,0	49,5	0,0	1
SBG2	13,1104	47,8034	13,5	0,25 / 0,03	0,19 / 0,03	0,36 / 0,10	0,59	0,47	2,17	1	5	2	0,00	0,30	1,60	0,0	52,2	53,2	37
TIT2	6,4316	51,0352	6,6	-0,04 / 0,07	-0,89 / 0,06	0,97 / 0,29	0,37	0,41	1,55	0	6	1	0,33	0,23	1,28	50,0	52,7	52,9	1
WARN	12,1014	54,1698	13,6	0,21 / 0,02	-0,01 / 0,02	-0,13 / 0,05	0,37	0,52	1,50	7	0	4	0,48	0,69	0,50	51,8	51,8	52,2	1
WRLG	12,8757	49,1450	6,3	-0,12 / 0,02	-0,48 / 0,03	-0,27 / 0,17	0,31	0,35	1,94	1	2	1	0,20	0,15	0,00	51,9	52,3	0,0	13

Tabelle geht auf der nächsten Seite weiter

Fortsetzung von **Tabelle A.1**

ID	Koordinaten [°]		[Jahre]	Geschwindigkeit / STD [mm/Jahr]			Standardabweichung $\hat{\sigma}_0$ [mm]			Polynomgrad			Amplitude [mm]			Periodenlänge [Wochen]			Ausreißer
	Länge	Breite	Zeitbasis	East	North	h	East	North	h	East	North	h	East	North	h	East	North	h	
WSRT	6,6045	52,9146	13,6	-0,21 / 0,02	0,74 / 0,03	-0,07 / 0,17	0,35	0,51	2,01	4	4	0	0,24	0,27	0,88	49,8	52,8	52,5	2
WT21	12,8765	49,1451	12,2	0,14 / 0,03	-0,08 / 0,03	-0,01 / 0,06	0,45	0,52	1,78	5	2	0	0,36	0,00	0,80	52,0	0,0	50,3	13
WTZR	12,8789	49,1442	13,6	0,13 / 0,02	-0,04 / 0,02	0,10 / 0,06	0,40	0,40	1,56	4	2	2	0,34	0,28	0,55	52,3	51,8	53,2	12
WTZZ	12,8789	49,1442	13,6	0,10 / 0,02	-0,15 / 0,03	-0,54 / 0,07	0,39	0,37	1,57	3	4	2	0,64	0,14	0,00	52,3	52,2	0,0	15

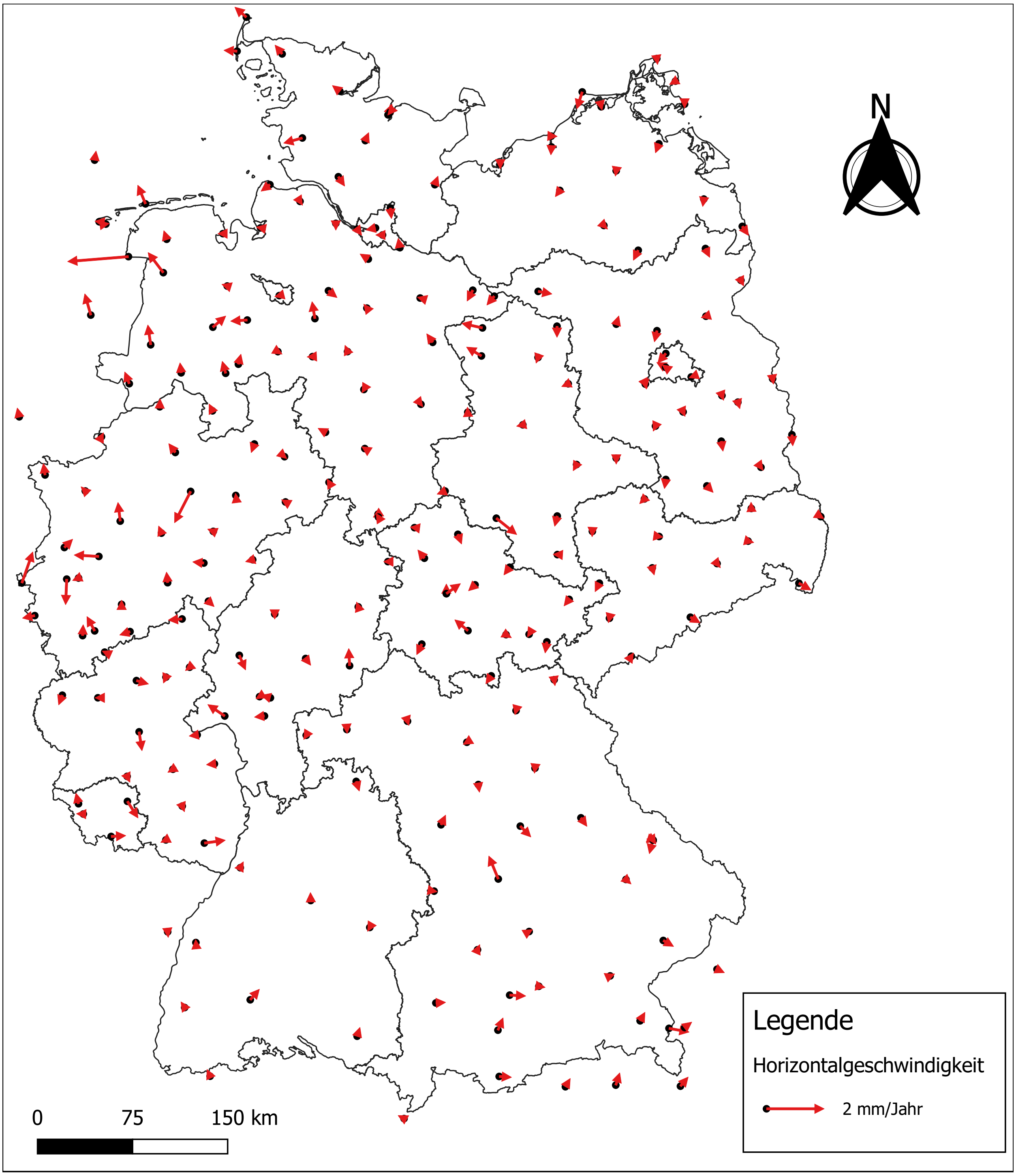


Abbildung A.2: *Signifikante Horizontalgeschwindigkeiten der GNSS-Referenzstationen mit 1% Irrtumswahrscheinlichkeit*

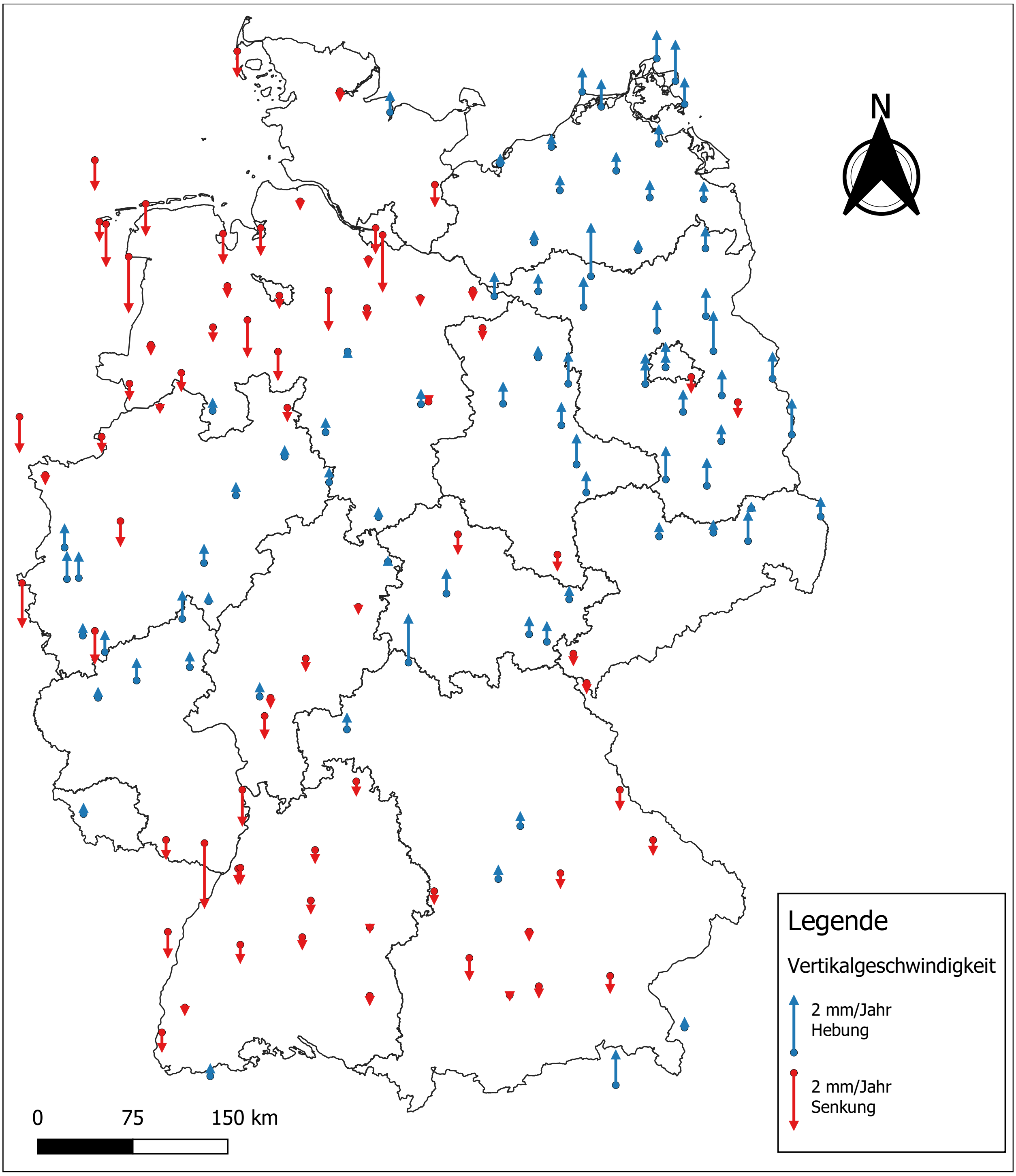


Abbildung A.3: *Signifikante Vertikalgeschwindigkeiten der GNSS-Referenzstationen mit 1% Irrtumswahrscheinlichkeit*

A.2 Analyse von Nivellementdaten

Tabelle A.2: *Standardabweichungen für 1 km Doppelnivellement aus Streckenwidersprüchen*

Jahr	Anzahl Doppelmessungen	Standardabweichung $\sigma_{\Delta h}$ $[mm/\sqrt{km}]$
1925	3	-
1926	46	-
1928	767	-
1929	890	-
1930	102	-
1931	19	-
1932	102	-
1949	17	0,907
1950	548	0,565
1951	1318	0,618
1952	1418	0,445
1953	1169	0,544
1954	1248	0,475
1955	1221	0,536
1956	1139	0,633
1958	262	0,459
1959	654	0,475
1960	93	0,355
1963	63	0,519
1976	210	1,061
1977	9	0,476
1978	61	0,679
1979	85	0,482
1980	1111	0,451
1981	1004	0,447
1982	2107	0,436
1983	4013	0,432
1984	839	0,412
1985	604	0,469
1986	445	0,419
1987	524	0,386
1988	305	0,447
1989	116	0,390
1990	274	0,485
1991	126	0,554
1992	129	0,486
1993	126	0,465
1994	380	0,421
1995	282	0,527
1996	332	0,580
1997	405	0,462
1998	461	0,516
1999	328	0,464
2000	71	0,504
2001	232	0,438
2002	259	0,511

Tabelle geht auf der nächsten Seite weiter

Fortsetzung von **Tabelle A.2**

Jahr	Anzahl Doppelmessungen	Standardabweichung $\sigma_{\Delta h}$ $[\mathrm{mm}/\sqrt{\mathrm{km}}]$
2003	647	0,445
2004	26	0,311
2005	590	0,475
2006	840	0,418
2007	1301	0,312
2008	1145	0,324
2009	1522	0,320
2010	1543	0,288
2011	1154	0,285
2012	1483	0,277
2013	800	0,305
2014	868	0,469
2015	494	0,389
2016	672	0,318
2017	841	0,288
2018	1050	0,321
2019	865	0,318
2020	940	0,299
2021	621	0,238

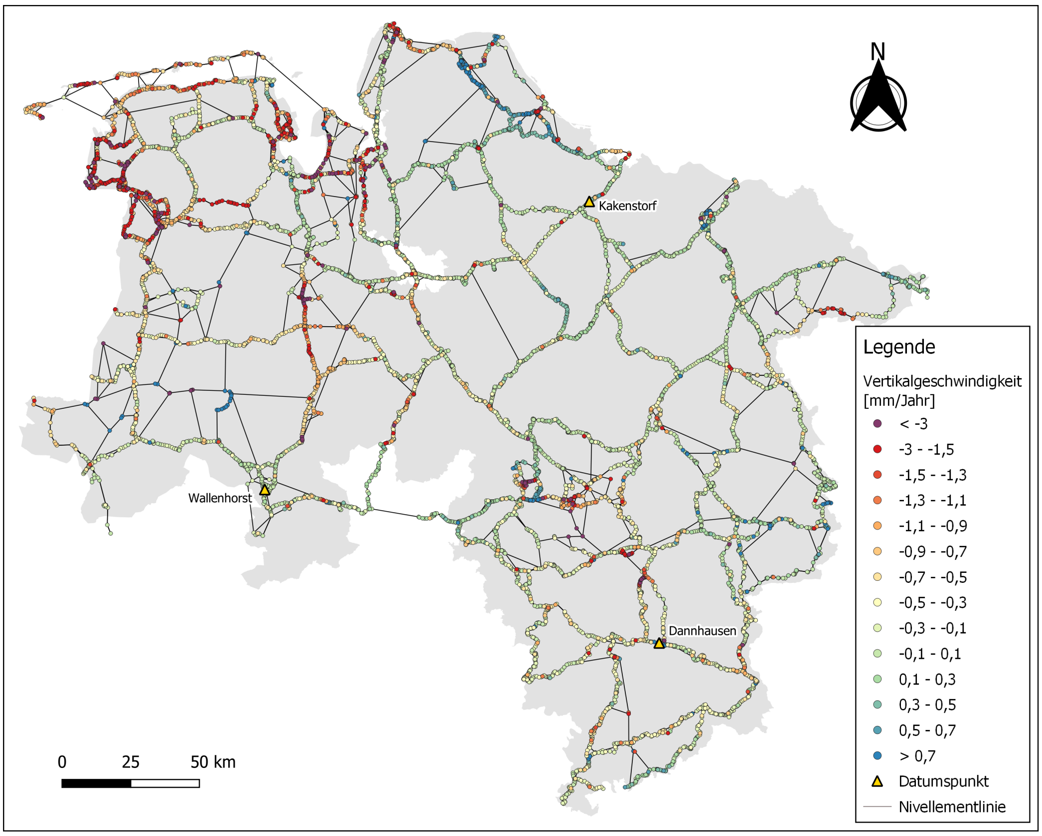


Abbildung A.4: *Vertikalgeschwindigkeiten im niedersächsischen Nivellementnetz ohne detaillierte Datenaufbereitung und Entfernung grober Ausreißer*

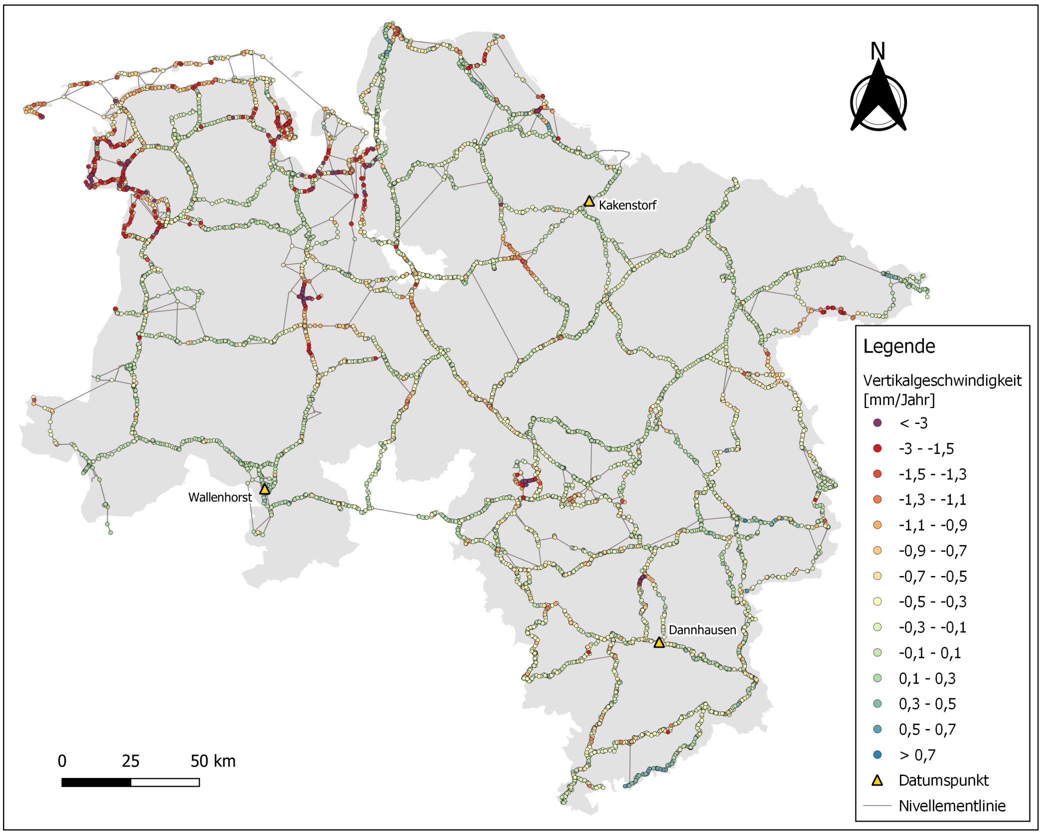


Abbildung A.5: *Vertikalgeschwindigkeiten im niedersächsischen Nivellementnetz unter Verwendung einer Teilspurminimierung mit drei Datumspunkten*

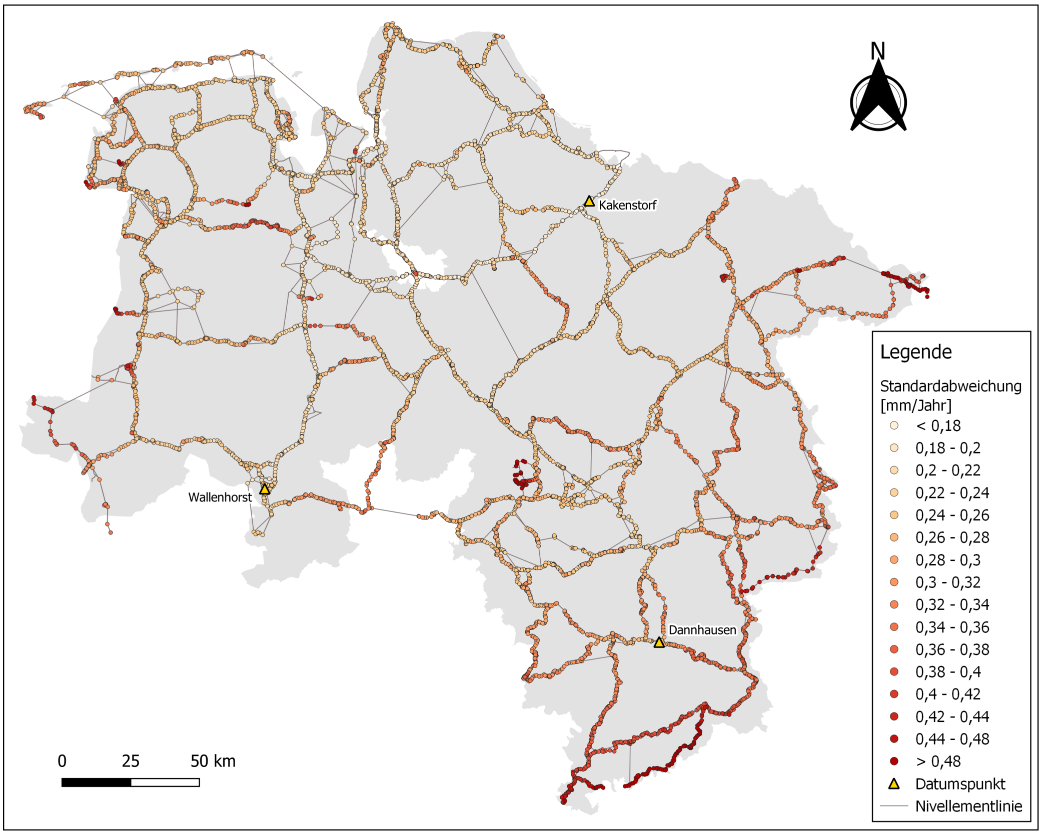


Abbildung A.6: *Standardabweichungen der Vertikalgeschwindigkeiten im niedersächsischen Nivellementnetz unter Verwendung einer Teilspurminimierung mit drei Datumspunkten*

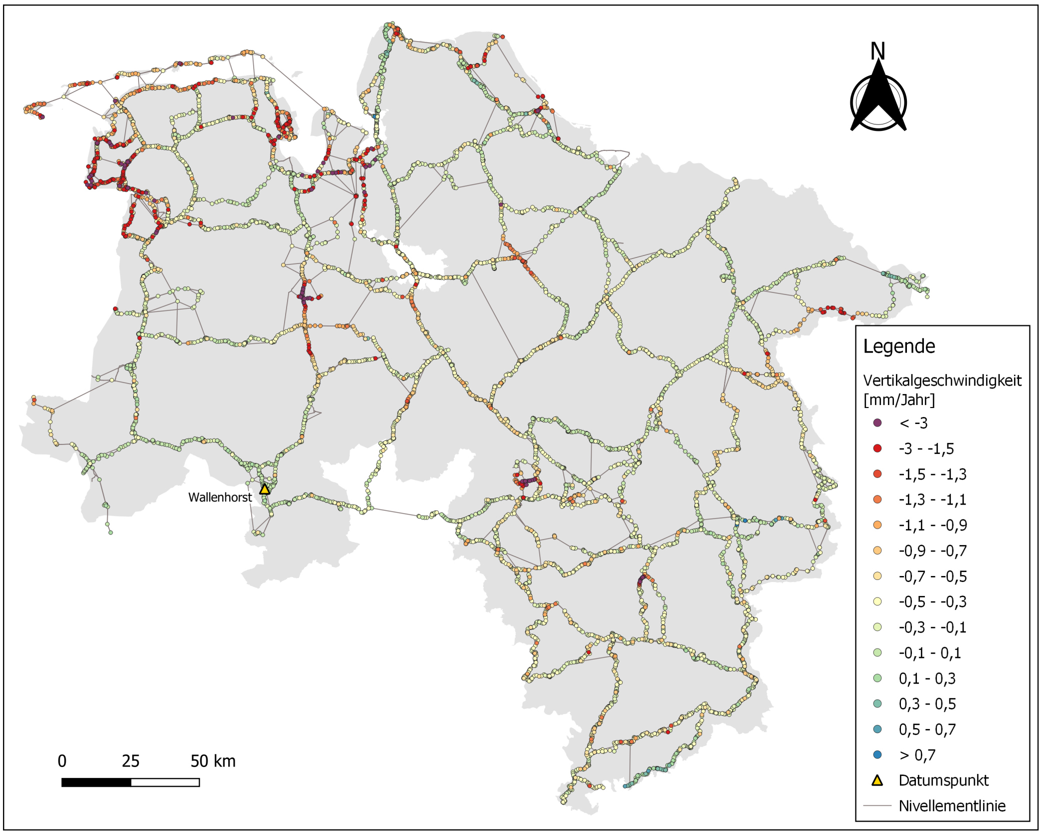


Abbildung A.7: *Vertikalgeschwindigkeiten im niedersächsischen Nivellementnetz durch Lagerung auf die UF Wallenhorst*

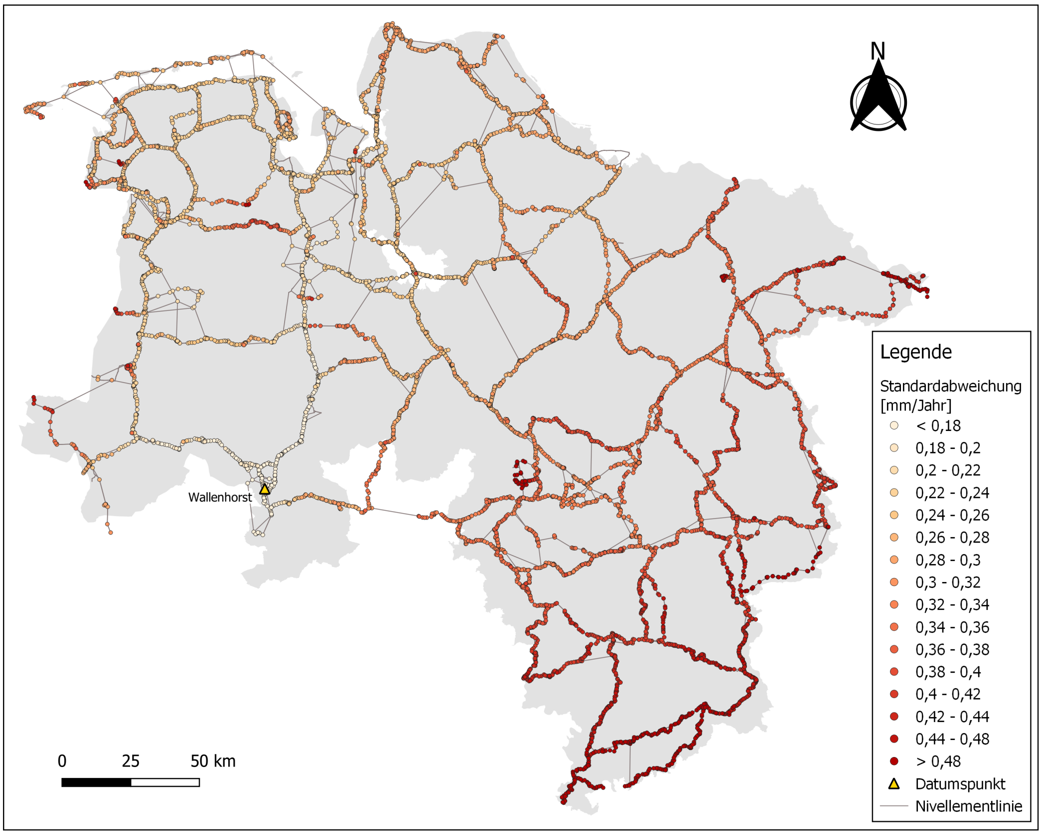


Abbildung A.8: *Standardabweichungen der Vertikalgeschwindigkeiten im niedersächsischen Nivellementnetz durch Lagerung auf die UF Wallenhorst*

A.3 Analyse von PSI-Daten

Tabelle A.3: *Metainformationen zu den PSI-Daten*

Stack	Orbit	Radaraufnahmen [Anzahl]	Erste Aufnahme [Datum]	Letzte Aufnahme [Datum]	Masterszene [Datum]	PS [Anzahl]
015_01	ASCE	189	2015-02-03	2019-03-26	2016-10-31	2088651
066_02	DESC	185	2014-10-10	2019-03-30	2016-11-04	816931
139_03	DESC	198	2014-10-15	2019-03-29	2016-10-16	2289658
168_04	DESC	194	2014-10-17	2019-03-31	2016-10-30	1527
117_05	ASCE	172	2014-10-13	2019-03-27	2016-10-08	1029707
066_06	DESC	205	2014-10-10	2019-03-30	2016-11-04	2021074
117_07	ASCE	196	2014-10-13	2019-03-27	2016-09-20	2414361
015_08	ASCE	188	2014-12-05	2019-03-26	2016-10-31	216826
044_09	ASCE	198	2014-10-20	2019-03-28	2016-10-21	256623
139_10	DESC	190	2014-10-15	2019-03-29	2016-10-16	22287
168_11	DESC	175	2014-10-17	2019-03-31	2016-10-30	79442
168_12	DESC	201	2014-10-17	2019-03-31	2016-10-30	551595
044_13	ASCE	200	2014-10-20	2019-03-28	2016-10-21	852137
066_14	DESC	196	2014-10-10	2019-03-30	2016-11-04	85139
139_15	DESC	198	2014-10-15	2019-03-29	2016-10-16	797947
117_16	ASCE	198	2014-10-13	2019-03-27	2016-09-20	347929
044_17	ASCE	189	2014-10-20	2019-03-28	2016-10-21	3156

Tabelle A.4: *Analyseergebnisse der PSI-Daten*

Stack	Orbit	Ausreißer Zeitreihen		Räumliche Ausreißer		Räumliche Streuung
		[Anzahl]	Häufigkeit [%]	[Anzahl]	Häufigkeit [%]	s_w [mm/Jahr]
015_01	ASCE	12279	0,6	166313	8,0	0,65
066_02	DESC	4090	0,5	68320	8,4	0,64
139_03	DESC	7902	0,3	174922	7,6	0,61
168_04	DESC	6	0,4	113	7,4	0,60
117_05	ASCE	6984	0,7	84498	8,2	0,77
066_06	DESC	7607	0,4	154810	7,7	0,58
117_07	ASCE	11331	0,5	187865	7,8	0,62
015_08	ASCE	1360	0,6	16448	7,6	0,59
044_09	ASCE	1160	0,5	19896	7,8	0,67
139_10	DESC	96	0,4	1586	7,1	0,60
168_11	DESC	453	0,6	6111	7,7	0,68
168_12	DESC	1829	0,3	42749	7,8	0,59
044_13	ASCE	3565	0,4	65115	7,6	0,63
066_14	DESC	334	0,4	6374	7,5	0,57
139_15	DESC	3054	0,4	63788	8,0	0,66
117_16	ASCE	1627	0,5	26395	7,6	0,59
044_17	ASCE	21	0,7	210	6,7	0,60

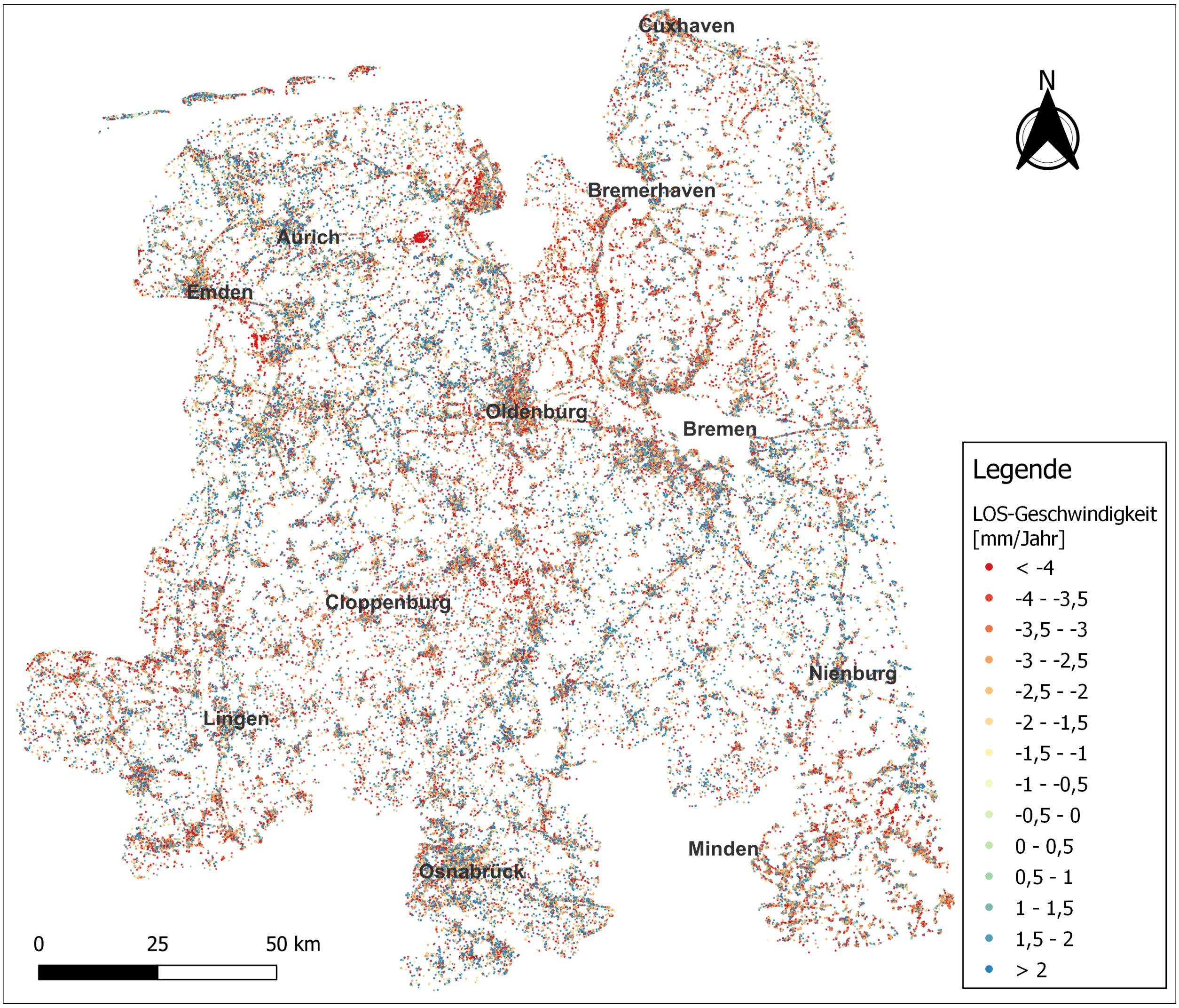


Abbildung A.9: *Detektierte räumliche Ausreißer im SAR-Stack 015_01*

B Flächenhafte Modellierung von PSI-Daten

B.1 Multilevel B-Spline Approximation

Tabelle B.1: *Konfiguration der MBA und die Präzision flächenhafter Bewegungsmodelle*

Stack	**Orbit**	**Kontrollgitter Φ_0**		**Level**	**Modellfehler**	**Prädiktionsfehler**
		m	n	h	$\hat{\sigma}_M$ [mm/Jahr]	$\hat{\sigma}_P$ [mm/Jahr]
015_01	ASCE	20	21	5	$0,58$	$0,61$
066_02	DESC	21	12	5	$0,58$	$0,60$
139_03	DESC	24	22	4	$0,56$	$0,60$
168_04	DESC	1	1	1	$0,58$	$0,58$
117_05	ASCE	24	11	5	$0,70$	$0,72$
066_06	DESC	23	20	4	$0,54$	$0,54$
117_07	ASCE	26	19	4	$0,56$	$0,57$
015_08	ASCE	13	11	4	$0,53$	$0,54$
044_09	ASCE	11	8	5	$0,61$	$0,63$
139_10	DESC	2	5	4	$0,55$	$0,56$
168_11	DESC	8	5	4	$0,60$	$0,61$
168_12	DESC	10	19	5	$0,53$	$0,54$
044_13	ASCE	13	21	5	$0,56$	$0,58$
066_14	DESC	9	4	5	$0,51$	$0,52$
139_15	DESC	23	9	5	$0,62$	$0,64$
117_16	ASCE	12	10	5	$0,52$	$0,54$
044_17	ASCE	3	11	5	$0,53$	$0,54$

B.2 Ordinary Kriging

Tabelle B.2: *Konfiguration von Ordinary Kriging und Präzisionsangaben zu den flächenhaften Bewegungsmodellen*

Stack	Orbit	Theoretisches Variogramm				Modellpräzision	
		Variogrammfunktion	Nugget-Varianz $\hat{c}_0$ [mm^2/Jahr^2]	Partielle Sill-Varianz $\hat{c}$ [mm^2/Jahr^2]	Korrelationslänge $\hat{a}$ [m]	Modellfehler $\hat{\sigma}_M$ [mm/Jahr]	Prädiktionsfehler $\hat{\sigma}_P$ [mm/Jahr]
015_01	ASCE	Stable Modell, $\alpha = 1$	0,30	1,88	24.334,5	$0,54$	$0,59$
066_02	DESC	Stable Modell, $\alpha = 1$	0,32	0,21	9.394,5	$0,57$	$0,59$
139_03	DESC	Stable Modell, $\alpha = 1$	0,29	0,21	12.102,0	$0,54$	$0,56$
168_04	DESC	Sphärisches Modell	0,27	0,07	218,5	$0,52$	$0,54$
117_05	ASCE	Stable Modell, $\alpha = 1$	0,44	2,14	29.946,0	$0,66$	$0,71$
066_06	DESC	Stable Modell, $\alpha = 1$	0,26	0,19	14.266,5	$0,51$	$0,53$
117_07	ASCE	Stable Modell, $\alpha = 1$	0,30	0,22	16.441,5	$0,55$	$0,56$
015_08	ASCE	Stable Modell, $\alpha = 1$	0,27	0,13	11.037,0	$0,52$	$0,53$
044_09	ASCE	Stable Modell, $\alpha = 1$	0,36	0,19	6.672,0	$0,61$	$0,63$
139_10	DESC	Stable Modell, $\alpha = 1$	0,27	0,13	6.571,5	$0,53$	$0,55$
168_11	DESC	Stable Modell, $\alpha = 1$	0,34	0,13	16.014,0	$0,60$	$0,62$
168_12	DESC	Stable Modell, $\alpha = 1$	0,27	0,11	8.532,0	$0,52$	$0,54$
044_13	ASCE	Stable Modell, $\alpha = 1$	0,30	0,14	5.838,0	$0,55$	$0,58$
066_14	DESC	Stable Modell, $\alpha = 1$	0,23	0,14	3.190,5	$0,49$	$0,51$
139_15	DESC	Stable Modell, $\alpha = 1$	0,36	3,08	33.394,5	$0,57$	$0,62$
117_16	ASCE	Stable Modell, $\alpha = 1$	0,25	0,13	4.161,0	$0,51$	$0,54$
044_17	ASCE	Sphärisches Modell	0,28	0,04	351,0	$0,53$	$0,54$

B.3 Regressions-Kriging

Tabelle B.3: *Konfiguration von Regressions-Kriging und Präzisionsangaben zu den flächenhaften Bewegungsmodellen*

Stack	Orbit	Trendmodell (MBA)			Theoretisches Variogramm (nach Trendabspaltung)				Modellpräzision	
		Kontrollgitter Φ_0		Level	Variogrammfunktion	Nugget-Varianz	Partielle Sill-Varianz	Korrelationslänge	Modellfehler	Prädiktionsfehler
		m	n	h		$\hat{c}_0$ [mm^2/Jahr^2]	$\hat{c}$ [mm^2/Jahr^2]	$\hat{a}$ [m]	$\hat{\sigma}_M$ [mm/Jahr]	$\hat{\sigma}_P$ [mm/Jahr]
015_01	ASCE	20	21	3	Stable Modell, $\alpha = 1,0$	0,32	0,10	1.821,0	$0,56$	$0,60$
066_02	DESC	21	12	0	Stable Modell, $\alpha = 1,0$	0,31	0,18	5.859,0	$0,56$	$0,59$
139_03	DESC	24	22	0	Sphärisches Modell	0,29	0,13	4.618,0	$0,54$	$0,56$
168_04	DESC	1	1	0	Kubisches Modell	0,24	0,07	490,5	$0,50$	$0,53$
117_05	ASCE	24	11	3	Stable Modell, $\alpha = 1,0$	0,46	0,15	3.150,0	$0,68$	$0,71$
066_06	DESC	23	20	1	Stable Modell, $\alpha = 1,0$	0,25	0,10	3.316,5	$0,50$	$0,52$
117_07	ASCE	26	19	1	Stable Modell, $\alpha = 1,0$	0,29	0,10	4.207,5	$0,54$	$0,56$
015_08	ASCE	13	11	0	Stable Modell, $\alpha = 1,0$	0,26	0,10	6.291,0	$0,51$	$0,53$
044_09	ASCE	11	8	1	Stable Modell, $\alpha = 1,1$	0,34	0,11	2.276,4	$0,59$	$0,62$
139_10	DESC	2	5	0	Stable Modell, $\alpha = 1,0$	0,27	0,11	7.770,0	$0,53$	$0,55$
168_11	DESC	8	5	0	Stable Modell, $\alpha = 1,0$	0,34	0,08	7.485,0	$0,59$	$0,61$
168_12	DESC	10	19	0	Stable Modell, $\alpha = 1,0$	0,26	0,10	3.928,5	$0,52$	$0,54$
044_13	ASCE	13	21	0	Stable Modell, $\alpha = 1,0$	0,29	0,13	3.229,5	$0,54$	$0,57$
066_14	DESC	9	4	0	Stable Modell, $\alpha = 1,1$	0,24	0,11	2.610,3	$0,49$	$0,51$
139_15	DESC	23	9	3	Stable Modell, $\alpha = 1,0$	0,35	0,19	3.060,0	$0,58$	$0,62$
117_16	ASCE	12	10	0	Sphärisches Modell	0,25	0,10	2.251,0	$0,51$	$0,54$
044_17	ASCE	3	11	1	Sphärisches Modell	0,28	0,04	1.159,0	$0,52$	$0,54$

B.4 Vergleich der Modellansätze

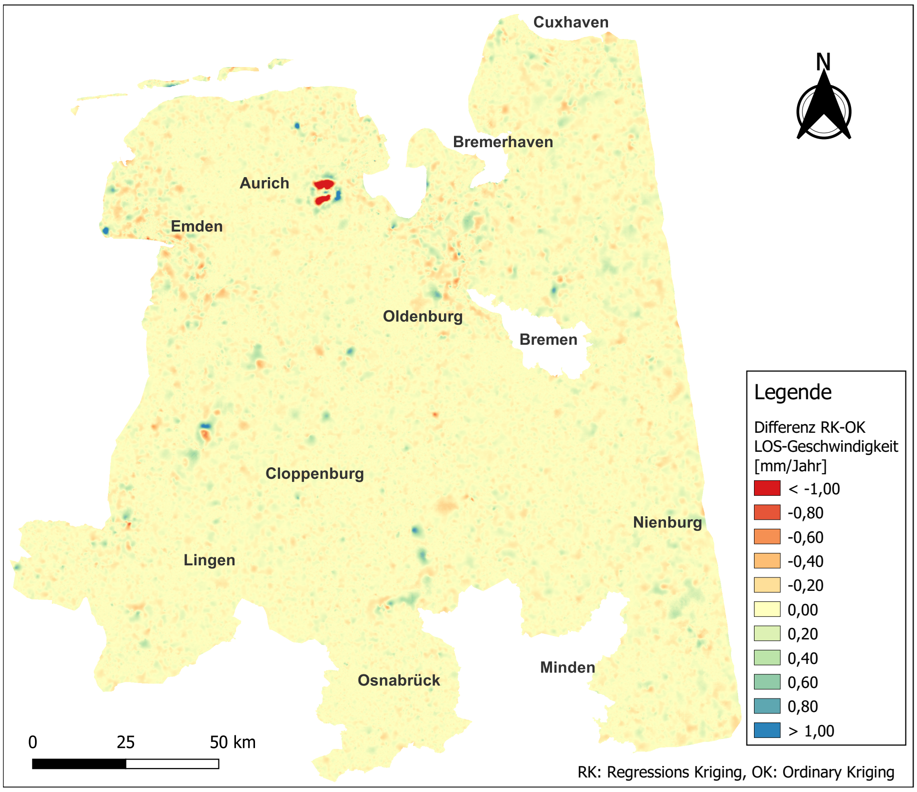


Abbildung B.1: *Differenzen zwischen Regressions- und Ordinary Kriging für den SAR-Stack 015_01*

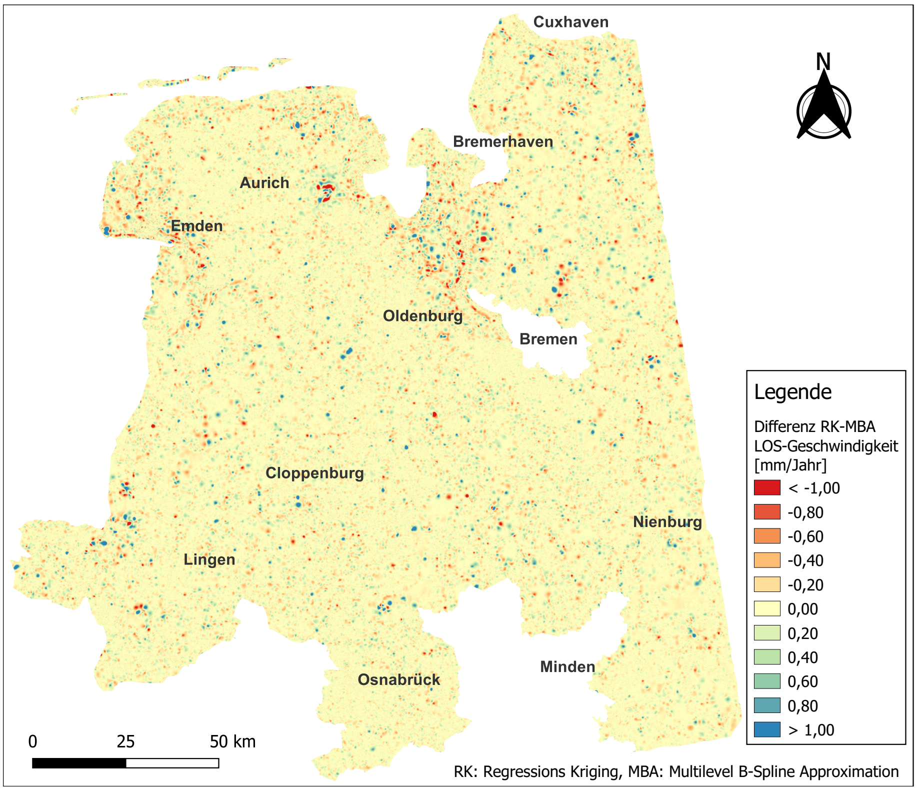


Abbildung B.2: *Differenzen zwischen Regressions-Kriging und MBA für den SAR-Stack 015_01*

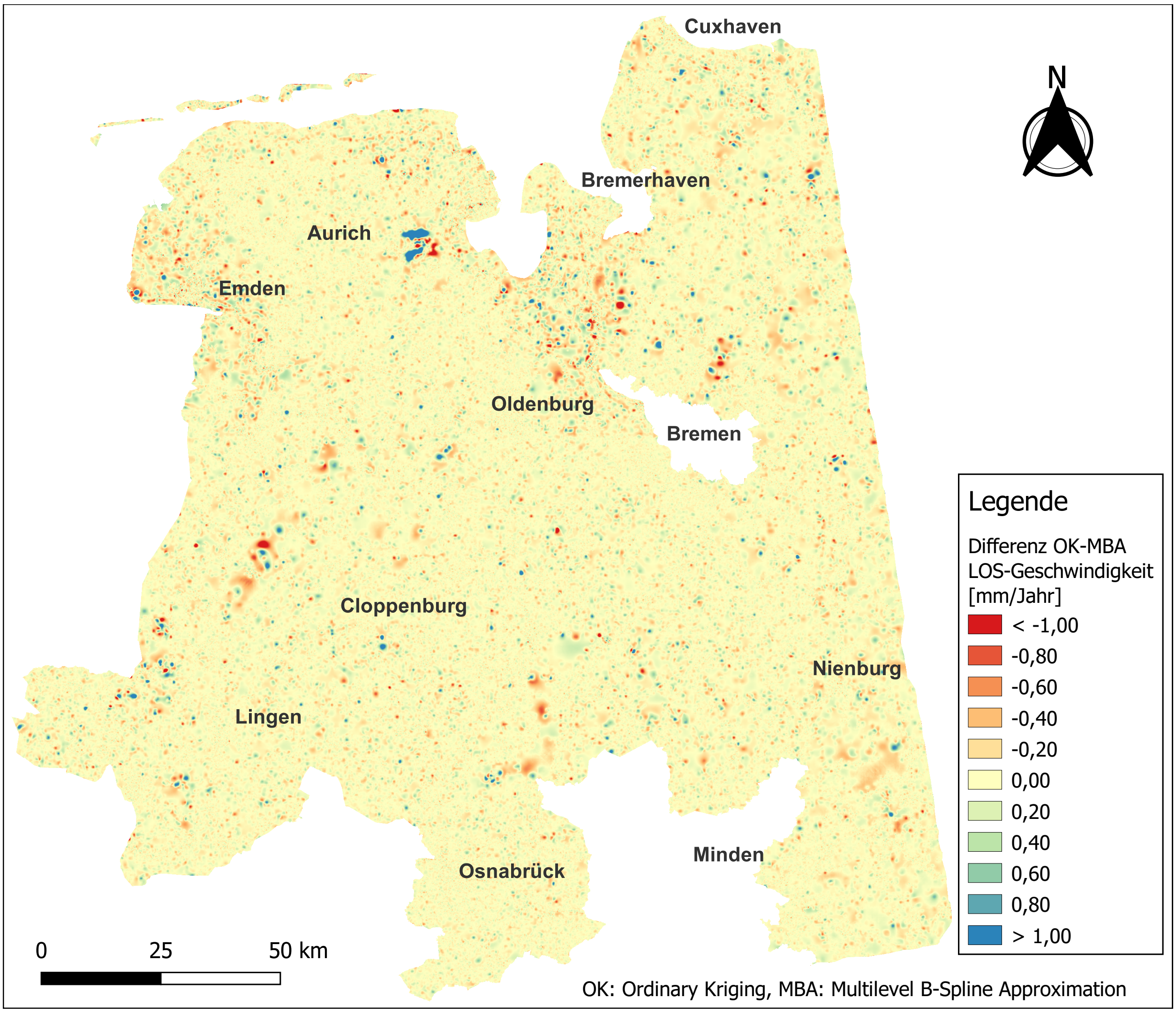


Abbildung B.3: *Differenzen zwischen Ordinary Kriging und MBA für den SAR-Stack 015_01*

C Berechnung eines niedersächsischen Bodenbewegungsmodells

C.1 Geodätische Modellkalibrierung

Tabelle C.1: *Konfiguration von Ordinary Kriging zur Berechnung flächenhafter Korrektionsmodelle*

Stack	**Orbit**	**Theoretisches Variogramm**				**Datenpunkte mit Korrektionen (HFP und RSP)**	
		Variogrammfunktion	**Nugget-Varianz** $\hat{c}_0$ [$mm^2/Jahr^2$]	**Partielle Sill-Varianz** $\hat{c}$ [$mm^2/Jahr^2$]	**Korrelationslänge** $\hat{a}$ [m]	**Geprüft** [Anzahl]	**Räumliche Ausreißer** [Anzahl]
015_01	ASCE	Stable Modell, $\alpha = 1,0$	0,05	0,40	116.613,0	3.880	181
066_02	DESC	Stable Modell, $\alpha = 1,0$	0,03	0,14	78.873,0	1.742	56
139_03	DESC	Sphärisches Modell	0,03	0,29	67.826,0	3.634	160
117_05	ASCE	Sphärisches Modell	0,03	0,79	52.851,5	2.069	100
066_06	DESC	Stable Modell, $\alpha = 1,0$	0,02	0,16	64.339,5	3.837	60
117_07	ASCE	Stable Modell, $\alpha = 1,0$	0,02	0,26	65.326,5	3.980	56
015_08	ASCE	Stable Modell, $\alpha = 1,0$	0,02	0,16	47.881,5	554	6
044_09	ASCE	Sphärisches Modell	0,02	0,09	14.420,0	385	11
139_10	DESC	Stable Modell, $\alpha = 1,9$	0,02	0,21	10.518,0	81	0
168_11	DESC	Stable Modell, $\alpha = 1,6$	0,01	0,28	67.060,7	216	6
168_12	DESC	Stable Modell, $\alpha = 1,2$	0,01	0,43	126.006,6	1.264	28
044_13	ASCE	Sphärisches Modell	0,02	0,16	40.401,5	1.916	30
066_14	DESC	Sphärisches Modell	0,01	0,06	4.776,5	236	1
139_15	DESC	Stable Modell, $\alpha = 1,1$	0,09	0,66	243.656,9	2.265	105
117_16	ASCE	Stable Modell, $\alpha = 1,2$	0,03	0,48	136.767,0	1.049	22

C.2 Trennung der Bodenbewegungskomponenten

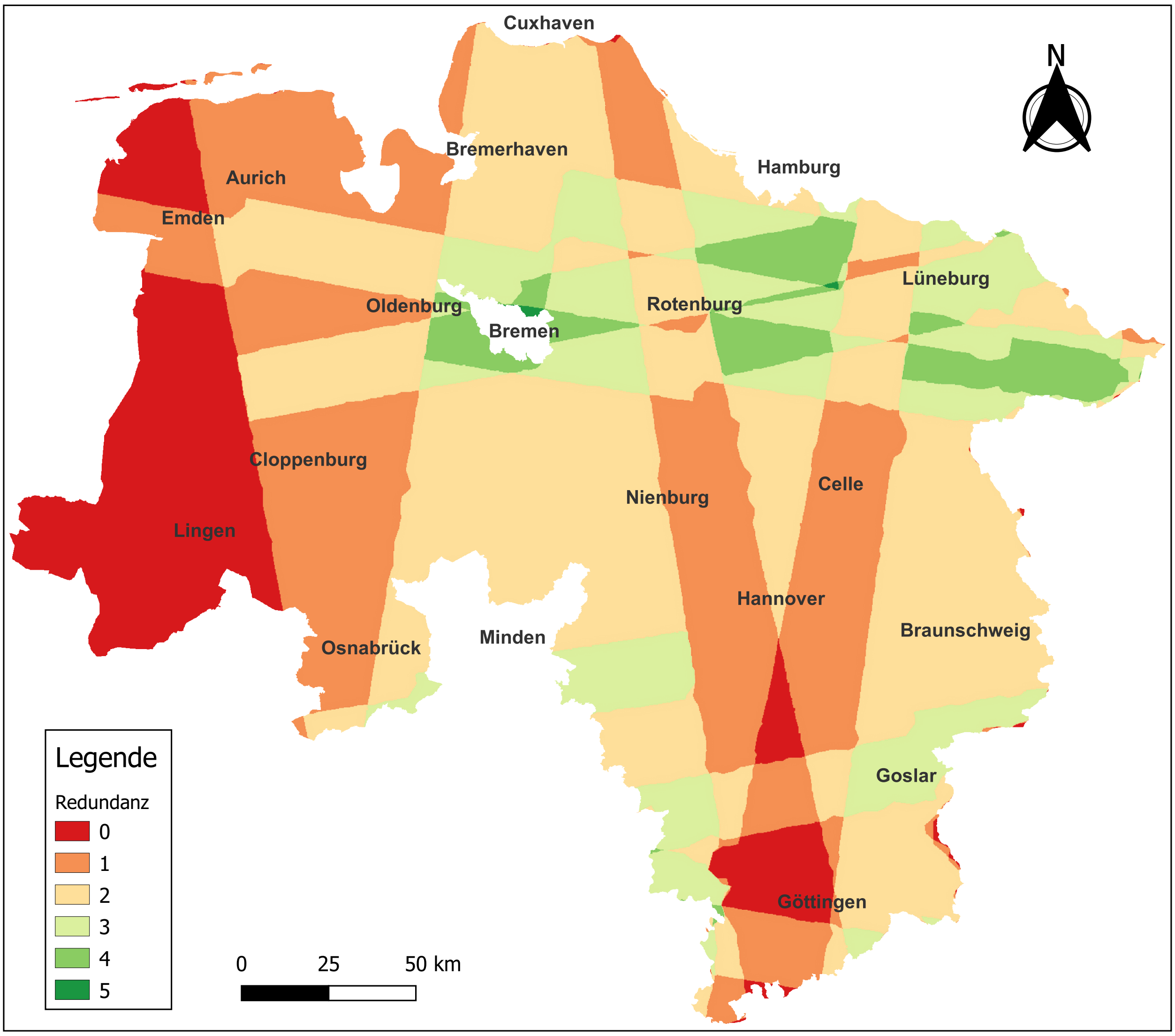


Abbildung C.1: *Redundanz im Ausgleichungsprozess zur Bestimmung der Vertikal- und Horizontalbewegungen*

Literaturverzeichnis

[Adam u. a. 2000] Adam, Josef ; Augath, Wolfgang ; Boucher, Claude ; Bruyninx, Carine ; Dunkley, Paul ; Gubler, Erich ; Gurtner, Werner ; Hornik, Helmut ; Marel, Hans V. D. ; Schlüter, Wolfgang ; Seeger, Hermann ; Vermeer, Martin ; Zieliński, Janusz B.: The European Reference System coming of age. In: Schwarz, K.-P. (Hrsg.): *Geodesy Beyond 2000 - The Challenges of the First Decade. International Association of Geodesy Symposia* Bd. 121. Springer Berlin Heidelberg, 2000, S. 47–54

[Adam u. a. 2013] Adam, Nico ; Gonzalez, Fernando R. ; Parizzi, Alessandro ; Brcic, Ramon: Wide area Persistent Scatterer Interferometry: Current developments, algorithms and examples. In: *2013 IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium - IGARSS*. Melbourne, Australia : IEEE, jul 2013, S. 1857–1860

[AdV 1960] AdV: *Die Wiederholung des deutschen Nordseeküsten-Nivellements in den Jahren 1949-1955 (1959) und der Vergleich mit der ersten Messung in den Jahren 1928-1931 (1937)*. 1960

[AdV 1975] AdV: *Nivellementnetz 1960*. München : Bayerisches Landesvermessungsamt, 1975

[AdV 1993] AdV: *Die Wiederholungsmessungen 1980 bis 1985 im deutschen Haupthöhennetz und das Haupthöhennetz 1985 der Bundesrepublik Deutschland*. München : Bayerisches Landesvermessungsamt, 1993

[AdV 2004] AdV: *Vorbericht der Projektgruppe "Erneuerung des DHHN" - A 12-2.5.1*. Schwerin, Juni 2004

[AdV 2017] AdV: *Richtlinie für den einheitlichen integrierten geodätischen Raumbezug des amtlichen Vermessungswesens in der Bundesrepublik Deutschland (Rili-RB-AdV)*. 3, Mai 2017

[AdV 2018] AdV: *Die Erneuerung des Deutschen Haupthöhennetzes und der einheitliche integrierte geodätische Raumbezug 2016*. Oktober 2018

[AdV 2022] AdV: *Technische Richtlinie für das Koordinatenmonitoring des Referenzstationsnetzes im einheitlichen integrierten geodätischen Raumbezug (RSN-Monitoring)*. 1.3. März 2022

[Aggarwal 2013] Aggarwal, Charu C.: *Outlier Analysis*. New York : Springer-Verlag GmbH, Januar 2013. – ISBN 9781461463962

[Akin und Siemes 1988] Akin, Hikmet ; Siemes, Heinrich: *Praktische Geostatistik - Eine Einführung für den Bergbau und die Geowissenschaften*. Berlin Heidelberg : Springer, 1988

[Alkhatib u. a. 2018] Alkhatib, Hamza ; Kargoll, Boris ; Paffenholz, Jens-André: Further Results on a Robust Multivariate Time Series Analysis in Nonlinear Models with Autoregressive and t-Distributed Errors. In: *Time Series Analysis and Forecasting*. Springer International Publishing, 2018, S. 25–38

[Altamimi 2018] Altamimi, Zuheir: *EUREF Rechnical Note 1: Relationship and Transformation between the International and European Terrestrial Reference Systes*. IGN (Veranst.), Juni 2018

[Altamimi u. a. 2016] Altamimi, Zuheir ; Rebischung, Paul ; Métivier, Laurent ; Collilieux, Xavier: ITRF2014: A new release of the International Terrestrial Reference Frame modeling nonlinear station motions. In: *Journal of Geophysical Research: Solid Earth* 121 (2016), aug, Nr. 8, S. 6109–6131

[Angermann u. a. 2021] Angermann, Detlef ; Pail, Roland ; Seitz, Florian ; Hugentobler, Urs: *Mission Erde*. Springer-Verlag GmbH, April 2021. – ISBN 3662623374

[Anselin 1995] Anselin, Luc: Local Indicators of Spatial Association-LISA. In: *Geographical Analysis* 27 (1995), April, Nr. 2, S. 93–115

[Armstrong 1998] Armstrong, Margaret: *Basic Linear Geostatistics*. Berlin Heidelberg : Springer, September 1998. – ISBN 3540618457

[Barnett und Lewis 1994] Barnett, V. ; Lewis, T.: *Outliers In Statistical Data*. 3. Chichester, England New York : John Wiley & Sons, April 1994. – ISBN 0471930946

[Bartelme 2006] Bartelme, Norbert: *Geoinformatik*. 4. Berlin, Heidelberg : Springer-Verlag, August 2006. – ISBN 9783540272014

[Bauer 2011] Bauer, Manfred: *Vermessung und Ortung mit Satelliten : globale Navigationssatellitensysteme (GNSS) und andere satellitengestützte Navigationssysteme*. 6. Berlin : Wichmann, 2011. – ISBN 9783879074822

[Beckers u. a. 2005] Beckers, Hanno ; Behnke, Klaus ; Derenbach, Heinrich ; Faulhaber, Uwe ; Ihde, Johannes ; Irsen, Wolfgang ; Lotze, Jürgen ; Strerath, Martin: Diagnoseausgleichung SAPOS - Homogenisierung des Raumbezugs im System ETRS89 in Deutschland. In: *zfv – Zeitschrift für Geodäsie, Geoinformation und Landmanagement* (2005), Nr. 4, S. 203–205

[Berardino u. a. 2002] Berardino, Paolo ; Fornaro, Gianfranco ; Lanari, Riccardo ; Sansosti, Eugenio: A new algorithm for surface deformation monitoring based on small baseline differential SAR interferograms. In: *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing* 40 (2002), nov, Nr. 11, S. 2375–2383

[BGR 2023] BGR: *https://bodenbewegungsdienst.bgr.de*. Letzter Zugriff: 30.03.2023. März 2023

[Brockmeyer 2013] Brockmeyer, Marco: Untersuchung von Bodenbewegungen mit GNSS-Messungen im Bereich der SAPOS-Referenzstation Emden. In: *VDVmagazin* (2013), Nr. 5, S. 382–386

[Brockmeyer 2019] Brockmeyer, Marco: Daten der Landesvermessung zur räumlichen Interpolation von Bodenbewegungen. Hannover, 2019 (Tagungsband GeoMonitoring)

[Brockmeyer u. a. 2021] Brockmeyer, Marco ; Koppmann, Vanessa ; Schnack, Christian ; Jahn, Cord-Hinrich ; Alkhatib, Hamza ; Neumann, Ingo: Flächenhafte Analyse von PSI-Daten für die qualitätsgesicherte Modellierung von Bodenbewegungen in Niedersachsen. In: *avn - Allgemeine Vermessungs-Nachrichten* 128 (2021), Nr. 5, S. 227–236

[Brockmeyer u. a. 2018] Brockmeyer, Marco ; Pape, Werner ; Jahn, Cord-Hinrich: *Prozessierung von GNSS-Stationsgeschwindigkeiten und Zeitreihen basierend auf RINEX-Daten permanenter SAPOS-Referenzstationen*. Projektbericht. Mai 2018

[Brockmeyer u. a. 2020] Brockmeyer, Marco ; Schnack, Christan ; Jahn, Cord-Hinrich: Datenanalyse und flächenhafte Modellierung der PSI-Informationen des BodenBewegungsdienst Deutschlands für die Landesfläche Niedersachsens. In: *zfv – Zeitschrift für Geodäsie, Geoinformation und Landmanagement* (2020), S. 154–167. – ISSN 1618-8950

[Buckreuss u. a. 2018] Buckreuss, Stefan ; Schättler, Birgit ; Fritz, Thomas ; Mittermayer, Josef ; Kahle, Ralph ; Maurer, Edith ; Böer, Johannes ; Bachmann, Markus ; Mrowka, Falk ; Schwarz, Egbert ; Breit, Helko ; Steinbrecher, Ulrich: Ten Years of TerraSAR-X Operations. In: *Remote Sensing* 10 (2018), jun, Nr. 873

[Bundesministerium für Wirtschaft und Energie 2020] Bundesministerium für Wirtschaft und Energie: *Verordnung über markscheiderische Arbeiten und Beobachtungen der Oberfläche (Markscheider-Bergverordnung - MarkschBergV).* Juli 2020

[Busch und Linke 2014] Busch, Wolfgang ; Linke, Janette: Räumliche Höhenänderungsanalyse auf Grundlage einer automatisierten Ausgleichung massenhaft vorliegender PSI-Zeitreihen mittels orthogonaler Polynome. In: *avn - Allgemeine Vermessungs-Nachrichten* 121 (2014), Nr. 8-9, S. 298–310

[Caspary und Wichmann 2007] Caspary, Wilhelm ; Wichmann, Klaus: *Auswertung von Messdaten.* München / Wien : De Gruyter Oldenbourg, Mai 2007. – ISBN 3486583514

[Chen u. a. 2007] Chen, Dechang ; Lu, Chang-Tien ; Kou, Yufeng ; Chen, Feng: On Detecting Spatial Outliers. In: *GeoInformatica* 12 (2007), oct, Nr. 4, S. 455–475

[Chilés und Delfiner 1999] Chilés, Jean-Paul ; Delfiner, Pierre: *Geostatistics - Modeling Spatial Uncertainty.* New York : John Wiley & Sons, 1999. – ISBN 0-471-08315-1

[Crosetto u. a. 2021a] Crosetto, M. ; Solari, L. ; Balasis-Levinsen, J. ; Bateson, L. ; Casagli, N. ; Frei, M. ; Oyen, A. ; Moldestad, D. A. ; Mróz, M.: Deformation monitoring at european scale: The Copernicus Ground Motion Service. In: *The International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences* XLIII-B3-2021 (2021), jun, S. 141–146

[Crosetto u. a. 2016] Crosetto, Michele ; Monserrat, Oriol ; Cuevas-González, María ; Devanthéry, Núria ; Crippa, Bruno: Persistent Scatterer Interferometry: A review. In: *ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing* 115 (2016), may, S. 78–89

[Crosetto u. a. 2021b] Crosetto, Michele ; Solari, Lorenzo ; Frei, Michaela ; Balasis-Levinsen, Joanna ; Moldestad, Dag A. ; Oyen, Anneleen ; Casagli, Nicola ; Bateson, Luke ; Guerrieri, Luca ; Comerci, Valerio ; Mróz, Marek: *Validation of the EGMS Product Portfolio*, 2021

[Crosetto u. a. 2020] Crosetto, Michele ; Solari, Lorenzo ; Mróz, Marek ; Balasis-Levinsen, Joanna ; Casagli, Nicola ; Frei, Michaela ; Oyen, Anneleen ; Moldestad, Dag A. ; Bateson, Luke ; Guerrieri, Luca ; Comerci, Valerio ; Andersen, Henrik S.: The Evolution of Wide-Area DInSAR: From Regional and National Services to the European Ground Motion Service. In: *Remote Sensing* 12 (2020), Juni, Nr. 2043

[Cuenca u. a. 2011] Cuenca, Miguel C. ; Hanssen, Ramon ; Hooper, Andy ; Arikan, Mahmut: Surface deformation of the whole Netherlands after PSI analysis. Frascati, Italy, September 2011 (Proceedings Fringe 2011 Workshop)

[Dach u. a. 2015] Dach, Rolf ; Lutz, Simon ; Walser, Peter ; Pierre, Fridez: Bernese GNSS Software Version 5.2. (2015), November

[Dettmering u. a. 2021] Dettmering, Denise ; Müller, Felix L. ; Oelsmann, Julius ; Passaro, Marcello ; Schwatke, Christian ; Restano, Marco ; Benveniste, Jérôme ; Seitz, Florian: North SEAL: a new dataset of sea level changes in the North Sea from satellite altimetry. In: *Earth System Science Data* 13 (2021), aug, Nr. 8, S. 3733–3753

[Deutsches Institut für Normung e.V. 1995] Deutsches Institut für Normung e.V.: *DIN 1319-1:1995-01, Grundlagen der Meßtechnik - Teil1: Grundbegriffe.* 1995

[Deutsches Institut für Normung e.V. 1999] Deutsches Institut für Normung e.V.: *DIN 21917:1999-02, Bergmännisches Rißwerk Gebirgs- und Bodenbewegungen.* 1999

[Deutsches Institut für Normung e.V. 2010a] Deutsches Institut für Normung e.V.: *DIN 18709-4:2010-09, Begriffe, Kurzzeichen und Formelzeichen in der Geodäsie - Teil 4: Ausgleichungsrechnung und Statistik.* September 2010

[Deutsches Institut für Normung e.V. 2010b] Deutsches Institut für Normung e.V.: *DIN 18709-5:2010-09, Begriffe, Kurzzeichen und Formelzeichen in der Geodäsie - Teil 5: Auswertung kontinuierlicher Messreihen.* September 2010

[Deutsches Institut für Normung e.V. 2021] Deutsches Institut für Normung e.V.: *DIN 18709-6:2021-04, Begriffe, Kurzzeichen und Formelzeichen in der Geodäsie - Teil 6: Geodätische Bezugssysteme und Bezugsflächen.* April 2021

[Dorndorf u. a. 2023] Dorndorf, Alexander ; Kargoll, Boris ; Paffenholz, Jens-André ; Alkhatib, Hamza: Bayesian Robust Multivariate Time Series Analysis in Nonlinear Regression Models with Vector Autoregressive and t-Distributed Errors. In: *International Association of Geodesy Symposia.* Springer Berlin Heidelberg, 2023

[Drewes 2009] Drewes, Hermann: Reference Systems, Reference Frames, and the Geodetic Datum. In: Sideris, Michael G. (Hrsg.): *Observing our Changing Earth. International Association of Geodesy Symposia* Bd. 133. Heidelberg : Springer Berlin Heidelberg, 2009, S. 3–9

[Efron 1979] Efron, B.: Bootstrap Methods: Another Look at the Jackknife. In: *The Annals of Statistics* 7 (1979), jan, Nr. 1, S. 1–26

[EGMS 2023] EGMS: *https://egms.land.copernicus.eu.* Letzter Zugriff: 30.03.2023. März 2023

[Engeln-Müllges u. a. 2011] Engeln-Müllges, Gisela ; Niederdrenk, Klaus ; Wodicka, Reinhard: *Numerik-Algorithmen.* 10. Berlin Heidelberg : Springer, September 2011. – ISBN 3642134726

[Erol 2010] Erol, Bihter: Evaluation of High-Precision Sensors in Structural Monitoring. In: *Sensors* 10 (2010), dec, Nr. 12, S. 10803–10827

[Esbensen 2001] Esbensen, Kim: *Multivariate data analysis - in practice : an introduction to multivariate data analysis and experimental design.* 5. Oslo : Camo, 2001. – ISBN 8299333024

[Esbensen und Geladi 2010] Esbensen, Kim H. ; Geladi, Paul: Principles of Proper Validation: use and abuse of re-sampling for validation. In: *Journal of Chemometrics* 24 (2010), apr, Nr. 3-4, S. 168–187

[European Space Agency 2022] European Space Agency: *https://sentinels.copernicus.eu/web/sentinel/missions/sentinel-1.* Letzter Zugriff: 10.11.2022. November 2022

[Feldmann-Westendorff u. a. 2016] Feldmann-Westendorff, Uwe ; Liebsch, Gunter ; Sacher, Martina ; Müller, Jan ; Jahn, Cord-Hinrich ; Klein, Winfried ; Liebig, Anke ; Westphal, Kerstin: Das Projekt zur Erneuerung des DHHN: Ein Meilenstein zur Realisierung des integrierten Raumbezugs in Deutschland. In: *zfv – Zeitschrift für Geodäsie, Geoinformation und Landmanagement* (2016), Nr. 5, S. 354–367. – ISSN 1618-8950

[Ferretti u. a. 2001] Ferretti, Alessandro ; Prati, Claudio ; Rocca, Fabio: Permanent Scatterers in SAR Interferometry. In: *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing* 39 (2001), Nr. 1, S. 8–20

[Fuhrmann u. a. 2015] Fuhrmann, T. ; Cuenca, M. C. ; Knöpfler, A. ; Leijen, F.J. van ; Mayer, M. ; Westerhaus, M. ; Hanssen, R.F. ; Heck, B.: Estimation of small surface displacements in the Upper Rhine Graben area from a combined analysis of PS-InSAR, levelling and GNSS data. In: *Geophysical Journal International* 203 (2015), sep, Nr. 1, S. 614–631

[Fuhrmann 2016] Fuhrmann, Thomas: *Surface Displacements from Fusion of Geodetic Measurement Techniques Applied to the Upper Rhine Graben Area*, Dissertation, 2016

[Fuhrmann und Garthwaite 2019] Fuhrmann, Thomas ; Garthwaite, Matthew C.: Resolving Three-Dimensional Surface Motion with InSAR: Constraints from Multi-Geometry Data Fusion. In: *Remote Sensing* 11 (2019), jan, Nr. 3

[Fuhrmann u. a. 2014a] Fuhrmann, Thomas ; Westerhaus, Malte ; Zippelt, Karl ; Heck, Bernhard: Vertical displacement rates in the Upper Rhine Graben area derived from precise leveling. In: *Journal of Geodesy* 88 (2014), may, Nr. 8, S. 773–787

[Fuhrmann und Zippelt 2013] Fuhrmann, Thomas ; Zippelt, Karl: *Berechnung und Beurteilung rezenter vertikaler Oberflächenbewegungen abgeleitet aus wiederholten Präzisionsnivellements in den Regionen Nordschweiz und Südwestdeutschland.* Wettingen : Nagra, Februar 2013

[Fuhrmann u. a. 2014b] Fuhrmann, Thomas ; Zippelt, Karl ; Heck, Bernhard: Historische Nivellements aus Preußen und Baden und ihre Bedeutung für die Bestimmung von Vertikalbewegungen im Oberrheingrabengebiet. In: *zfv – Zeitschrift für Geodäsie, Geoinformation und Landmanagement* (2014), S. 389–397. – ISSN 1618-8950

[Gabriel u. a. 1989] Gabriel, Andrew K. ; Goldstein, Richard M. ; Zebker, Howard A.: Mapping small elevation changes over large areas: Differential radar interferometry. In: *Journal of Geophysical Research* 94 (1989), Nr. B7, S. 9183–9191

[Gefeller 2022] Gefeller, Vincent: *Bodenbewegungskataster der Landesvermessung NRW.* Persönliche Kommunikation. März 2022

[Gefeller u. a. 2020] Gefeller, Vincent ; Krickel, Bernd ; Riecken, Jens: Anwendung der Radarinterferometrie in der Landesvermessung NRW. Braunschweig, März 2020 (Tagungsband GeoMonitoring)

[Geo++ 2022] Geo++: *https://www.geopp.de.* Letzter Zugriff: 08.10.2022. Oktober 2022

[Ghitau 1970] Ghitau, Dumitru: *Modellbildung und Rechenpraxis bei der nivellitischen Bestimmung säkularer Landhebungen.* Bonn, Rheinischen Friedrich-Wilhelms-Universität Bonn, Dissertation, 1970

[Halsig u. a. 2013] Halsig, Sebastian ; Ernst, Andreas ; Schuh, Wolf-Dieter: Ausgleichung von Höhennetzen aus mehreren Epochen unter Berücksichtigung von Bodenbewegungen. In: *zfv – Zeitschrift für Geodäsie, Geoinformation und Landmanagement* (2013), Nr. 4, S. 288–296

[Hanssen 2001] Hanssen, Ramon F.: Radar Interferometry - Data Interpretation and Error Analysis. In: *Remote Sensing and Digital Image Processing.* Dordrecht : Springer, 2001

[Heck 2003] Heck, Bernhard: *Rechenverfahren und Auswertemodelle der Landesvermessung klassische und moderne Methoden.* 3. Heidelberg : Wichmann, 2003. – ISBN 3879073473

[Heckmann und Jahn 2014] Heckmann, Bernhard ; Jahn, Cord-Hinrich: Geodätischer Raumbezug. In: Kummer, Klaus (Hrsg.) ; Kötter, Theo (Hrsg.) ; Eichhorn, Andreas (Hrsg.): *Das deutsche Vermessungs- und Geoinformationswesen.* Berlin : Wichmann, 2014. – ISBN 9783879075478

[Heßelbarth 2011] Hesselbarth, Anja: *Statische und kinematische GNSS-Auswertung mittels Precise Point Postioning (PPP).* München, TU Dresden, Dissertation, 2011

[Heinrich 1992] Heinrich, Uwe: *Zur Methodik der räumlichen Interpolation mit geostatistischen Verfahren.* Wiesbaden : Deutscher Universitätsverlag, 1992

[Hengl u. a. 2007] Hengl, Tomislav ; Heuvelink, Gerard B. ; Rossiter, David G.: About regression-kriging: From equations to case studies. In: *Computers & Geosciences* 33 (2007), oct, Nr. 10, S. 1301–1315

[Hengl u. a. 2004] Hengl, Tomislav ; Heuvelink, Gerard B. ; Stein, Alfred: A generic framework for spatial prediction of soil variables based on regression-kriging. In: *Geoderma* 120 (2004), may, Nr. 1-2, S. 75–93

[Heunecke u. a. 2013] Heunecke, Otto ; Kuhlmann, Heiner ; Welsch, Walter ; Eichhorn, Andreas ; Neuner, Hans: Auswertung geodätischer Überwachungsmessungen. In: Möser, Michael (Hrsg.) ; Müller, Gerhard (Hrsg.) ; Schlemmer, Harald (Hrsg.): *Handbuch Ingenieurgeodäsie.* 2. Berlin : Wichmann, August 2013. – ISBN 3879074674

[Heunisch u. a. 2017] Heunisch, Carmen ; Caspers, Gerfried ; Elbracht, Jörg ; Langer, Alfred ; Röhling, Heinz-Gerd ; Schwarz, Carsten ; Streif, Hansjörg: Erdgeschichte von Niedersachsen. (2017)

[Holdahl 1978] Holdahl, Sandford H.: Models for Extracting Vertical Crustal Movements from Leveling Data. In: *Applications of geodesy to geodynamics.* Columbus, USA : Ohio State University, Oktober 1978, S. 183–190

[Hung u. a. 2011] Hung, Wei-Chia ; Hwang, Cheinway ; Chen, Yi-An ; Chang, Chung-Pai ; Yen, Jiun-Yee ; Hooper, Andrew ; Yang, Chin-Yi: Surface deformation from persistent scatterers SAR interferometry and fusion with leveling data: A case study over the Choushui River Alluvial Fan, Taiwan. In: *Remote Sensing of Environment* 115 (2011), apr, Nr. 4, S. 957–967

[Ilk 2021] Ilk, Karl H.: *Grundlagen der Physikalischen und Mathematischen Geodäsie - Modellbildung.* Springer Berlin Heidelberg, 2021

[Jahn 2015a] Jahn, Cord-Hinrich: Aktuelle Entwicklungen im geodätischen Raumbezug Deutschlands. Clausthal-Zellerfeld : TU Clausthal, Institut für Geotechnik und Markscheidewesen, 2015 (Tagungsband GeoMonitoring). – ISBN 393892408X

[Jahn 2015b] Jahn, Cord-Hinrich: *Einheitlichkeit / Uneinheitlichkeit im bundesweiten Koordinatenmonitoring der SAPOS-Referenzstationen.* Beitrag zum DHHN-Workshop in Köln. Dezember 2015

[Jahn u. a. 2011a] Jahn, Cord-Hinrich ; Feldmann-Westendorff, Uwe ; Grüner, Dieter ; Kulle, Ulrich ; Lembrecht, Peter: Die Erneuerung des Deutschen Haupthöhennetzes in Niedersachsen. In: *NaVKV* (2011), Dezember, Nr. 4, S. 3–26

[Jahn u. a. 2011b] Jahn, Cord-Hinrich ; Rubach, Jörg ; Elsner, Christian ; Schenk, Alexander ; Wagenführ, Petra ; Dick, Hans-Georg ; Brünner, Andreas: Das SAPOS-Qualitätsmanagement der Arbeitsgemeinschaft der Vermessungsverwaltungen der Länder der Bundesrepublik Deutschland. In: *zfv – Zeitschrift für Geodäsie, Geoinformation und Landmanagement* (2011), Nr. 3, S. 127–137

[Journel 1986] Journel, A. G.: Geostatistics: Models and tools for the earth sciences. In: *Mathematical Geology* 18 (1986), jan, Nr. 1, S. 119–140

[Kahmen 2006] Kahmen, Heribert: *Angewandte Geodäsie : Vermessungskunde*. 20. Berlin : Walter de Gruyter, 2006. – ISBN 9783110184648

[Kalia 2018] Kalia, Andre C.: *Überprüfung der Stabilität der DREFonline Stationen mit BBD Sentinel-1 PSI WAP Daten*. Persönliche Kommunikation. April 2018

[Kalia u. a. 2017] Kalia, Andre C. ; Frei, Michaela ; Lege, Thomas: A Copernicus downstream-service for the nationwide monitoring of surface displacements in Germany. In: *Remote Sensing of Environment* 202 (2017), dec, S. 234–249

[Kalia u. a. 2021] Kalia, Andre C. ; Frei, Michaela ; Thomas, Lege: BodenBewegungsdienst Deutschland (BBD): Konzept, Umsetzung und Service-Plattform. In: *zfv – Zeitschrift für Geodäsie, Geoinformation und Landmanagement* (2021), S. 273–279. – ISSN 1618-8950

[Kargoll u. a. 2021] Kargoll, Boris ; Dorndorf, Alexander ; Omidalizarandi, Mohammad ; Paffenholz, Jens-André ; Alkhatib, Hamza: Adjustment models for multivariate geodetic time series with vector-autoregressive errors. In: *Journal of Applied Geodesy* 15 (2021), may, Nr. 3, S. 243–267

[Kargoll u. a. 2020] Kargoll, Boris ; Kermarrec, Gaël ; Korte, Johannes ; Alkhatib, Hamza: Self-tuning robust adjustment within multivariate regression time series models with vector-autoregressive random errors. In: *Journal of Geodesy* 94 (2020), may, Nr. 5

[Kenyeres u. a. 2019] Kenyeres, Ambrus ; Bellet, J. G. ; Bruyninx, C. ; Caporali, A. ; Doncker, F. de ; Droscak, B. ; Duret, A. ; Franke, P. ; Georgiev, I. ; Bingley, R. ; Huisman, L. ; Jivall, L. ; Khoda, O. ; Kollo, K. ; Kurt, A. I. ; Lahtinen, S. ; Legrand, J. ; Magyar, B. ; Mesmaker, D. ; Morozova, K. ; Nágl, J. ; Özdemir, S. ; Papanikolaou, X. ; Parseliunas, E. ; Stangl, G. ; Ryczywolski, M. ; Tangen, O. B. ; Valdes, M. ; Zurutuza, J. ; Weber, M.: Regional integration of long-term national dense GNSS network solutions. In: *GPS Solutions* 23 (2019), oct, Nr. 4

[Koppmann 2020] Koppmann, Vanessa: *Erweiterung der raum-zeitlichen Analysen von InSAR-Daten zur getrennten Ableitung von Bodenbewegungen in vertikaler und horizontaler Richtung*. Hannover, Universität Hannover, Diplomarbeit, September 2020

[Kratzsch 2013] Kratzsch, Helmut: *Bergschadenkunde*. 6. Peine : Deutscher Markscheider-Verein e.V., 2013. – ISBN 3000016619

[Krawinkel u. a. 2014] Krawinkel, Thomas ; Lindenthal, Nico ; Schön, Steffen: Scheinbare Koordinatenänderungen von GPS-Referenzstationen: Einfluss von Auswertestrategien und Antennenwechseln. In: *zfv – Zeitschrift für Geodäsie, Geoinformation und Landmanagement* (2014), S. 252–263. – ISSN 1618-8950

[Kreemer u. a. 2020] Kreemer, Corné ; Blewitt, Geoffrey ; Davis, Paul M.: Geodetic evidence for a buoyant mantle plume beneath the Eifel volcanic area, NW Europe. In: *Geophysical Journal International* 222 (2020), may, Nr. 2, S. 1316–1332

[Kulle 2018] Kulle, Ulrich: *Nivellement der niedersächsischen Landesvermessung*. Persönliche Kommunikation. November 2018

[Larsen u. a. 2022] Larsen, Yngvar ; Marinkovic, Petar ; Kenyeres, Ambrus ; Tóth, Sándor: *GNSS Calibration Report*. EEA (Veranst.), Oktober 2022

[Lee u. a. 1997] Lee, Seungyong ; Wolberg, George ; Shin, Sung Y.: Scattered Data Interpolation with Multilevel B-Splines. In: *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics* 3 (1997), Nr. 3, S. 228–244

[Leinen u. a. 2013] Leinen, Stefan ; Becker, Matthias ; Läufer, Gwendolyn: Effect of stochastic model fitting on the significance of CORS coordinate time series parameters. In: *Journal of Applied Geodesy* 7 (2013), jan, Nr. 1, S. 21–37

[Lembrecht 2022] Lembrecht, Peter: *Die Verwendung von Digitalnivellieren in der niedersächsischen Landesvermessung*. Persönliche Kommunikation. August 2022

[Leonhard 1988] Leonhard, Thomas: *Zur Berechnung von Höhenänderungen in Norddeutschland – Modelldiskussion, Lösbarkeitsanalyse und numerische Ergebnisse*. Hannover, Universität Hannover, Dissertation, 1988

[Li und Maddala 1996] Li, Hongyi ; Maddala, G. S.: Bootstrapping time series models. In: *Econometric Reviews* 15 (1996), jan, Nr. 2, S. 115–158

[Li und Heap 2008] Li, Jin ; Heap, Andrew D.: *A review of spatial interpolation methods for environmental scientists*. Canberra : Geoscience Australia, 2008. – ISBN 9781921498282

[Lindstrot 1999] Lindstrot, Walter: *Das deutsche Referenznetz 1991*. Frankfurt am Main : Verlag des Bundesamtes für Kartographie und Geodäsie, 1999 (9). – ISBN 3886480933

[Liu u. a. 2001] Liu, Hongxing ; Jezek, Kenneth C. ; O'Kelly, Morton E.: Detecting outliers in irregularly distributed spatial data sets by locally adaptive and robust statistical analysis and GIS. In: *International Journal of Geographical Information Science* 15 (2001), dec, Nr. 8, S. 721–741

[Lösler u. a. 2018] Lösler, Michael ; Eschelbach, Cornelia ; Haas, Rüdiger: Bestimmung von Messunsicherheiten mittels Bootstrapping in der Formanalyse. In: *zfv – Zeitschrift für Geodäsie, Geoinformation und Landmanagement* 143 (2018), Nr. 4, S. 224–232

[Lu u. a. 2003] Lu, C.-T. ; Chen, D. ; Kou, Y.: Algorithms for spatial outlier detection. In: *Third IEEE International Conference on Data Mining*, IEEE Comput. Soc, 2003

[Lucht 1983] Lucht, Harald: Neighbourhood correlations among observations in levelling networks. In: Pelzer, H.; Niemeier W. (Hrsg.): *Precise Levelling - Contributions to the Workshop on Precise Levelling in Hannover*. Bonn : Dümmler Verlag, März 1983, S. 315–326

[LVGL 2023] LVGL: *https://geoportal.saarland.de/article/Bodenbewegungskataster/*. Letzter Zugriff: 30.03.2023. März 2023

[Mahapatra u. a. 2017] Mahapatra, Pooja ; Marel, Hans van der ; Leijen, Freek van ; Samiei-Esfahany, Sami ; Klees, Roland ; Hanssen, Ramon: InSAR datum connection using GNSS-augmented radar transponders. In: *Journal of Geodesy* 92 (2017), jun, Nr. 1, S. 21–32

[Meier und Borkowski 2011] Meier, Siegfried ; Borkowski, Andrzej: *Geometrie Stochastischer Signale*. Berlin/Boston : De Gruyter, Mai 2011. – ISBN 3110253216

[Mohammadivojdan u. a. 2020] Mohammadivojdan, Bahareh ; Alkhatib, Hamza ; Brockmeyer, Marco ; Jahn, Cord-Hinrich ; Neumann, Ingo: Surface Based Modelling of Ground Motion Areas in Lower Saxony, Hannover : Institutionelles Repositorium der Leibniz Universität Hannover, 2020 (Tagungsband GeoMonitoring)

[Mohammadivojdan u. a. 2021] Mohammadivojdan, Bahareh ; Brockmeyer, Marco ; Jahn, Cord-Hinrich ; Neumann, Ingo ; Alkhatib, Hamza: Regional Ground Movement Detection by Analysis and Modeling PSI Observations. In: *Remote Sensing* 13 (2021), jun, Nr. 12, S. 2246

[Montero u. a. 2015] MONTERO, José-María ; FERNÁNDEZ-AVILÉS, Gema ; MATEU, Jorge: *Spatial and Spatio-Temporal Geostatistical Modeling and Kriging*. John Wiley & Sons, August 2015. – ISBN 978-1-118-413180

[Moreira u. a. 2013] MOREIRA, Alberto ; PRATS-IRAOLA, Pau ; YOUNIS, Marwan ; KRIEGER, Gerhard ; HAJNSEK, Irena ; PAPATHANASSIOU, Konstantinos P.: A tutorial on synthetic aperture radar. In: *IEEE Geoscience and Remote Sensing Magazine* 1 (2013), mar, Nr. 1, S. 6–43

[NAM 2020] NAM: Bodemdaling door Aardgaswinning - Statusrapport 2020 en Prognose tot het jaar 2080. (2020), Dezember

[NIBIS® Kartenserver 2021a] NIBIS® KARTENSERVER: *Bergbau - Beeinflussungsbereiche*. Landesamt für Bergbau, Energie und Geologie (LBEG), Hannover. 2021

[NIBIS® Kartenserver 2021b] NIBIS® KARTENSERVER: *Bodenkarten von Niedersachsen*. Landesamt für Bergbau, Energie und Geologie (LBEG), Hannover. 2021

[Niemeier 2008] NIEMEIER, Wolfgang: *Ausgleichungsrechnung*. Hannover : Walter de Gruyter, jan 2008

[Niemeier u. a. 2022] NIEMEIER, Wolfgang ; RIEDEL, Anika ; TENGEN, Dieter ; RIEDEL, Björn ; GERKE, Markus: Bestimmung flächenhafter vertikaler Landbewegungen entlang der deutschen Nord- und Ostseeküste. In: *Die Küste* Bd. 91. Kuratorium für Forschung im Küsteningenieurwesen (Hrsg.), via Bundesanstalt für Wasserbau, 2022

[Nobakht-Ersi u. a. 2016] NOBAKHT-ERSI, Fereydoun ; GAMSE, Sonja ; SHARIFI, Mohammad A.: Identification of significant periodicities in daily GPS time series using least-squares spectral analysis. In: *Arabian Journal of Geosciences* 9 (2016), jun, Nr. 493 (2016)

[Nuckelt 2006] NUCKELT, André: Multilevel B-Spline Approximation zur Modellierung von Geschwindigkeitsfeldern. In: *zfv – Zeitschrift für Geodäsie, Geoinformation und Landmanagement* (2006), S. 207–215

[Nuckelt 2007] NUCKELT, André: *Dreidimensionale Plattenkinematik : Strainanalyse auf B-Spline-Approximationsflächen am Beispiel der Vrancea-Zone / Rumänien*. Karlsruhe : KIT Scientific Publishing, 2007. – ISBN 9783866441521

[Odeh u. a. 1995] ODEH, I.O.A. ; MCBRATNEY, A.B. ; CHITTLEBOROUGH, D.J.: Further results on prediction of soil properties from terrain attributes: heterotopic cokriging and regression-kriging. In: *Geoderma* 67 (1995), aug, Nr. 3-4, S. 215–226

[Oliver und Webster 2014] OLIVER, M.A. ; WEBSTER, R.: A tutorial guide to geostatistics: Computing and modelling variograms and kriging. In: *CATENA* 113 (2014), feb, S. 56–69

[Oliver und Webster 2015] OLIVER, Margaret A. ; WEBSTER, Richard: *Basic Steps in Geostatistics: The Variogram and Kriging*. Springer International Publishing, 2015

[Omidalizarandi u. a. 2023] OMIDALIZARANDI, Mohammad ; MOHAMMADIVOJDAN, Bahareh ; ALKHATIB, Hamza ; PAFFENHOLZ, Jens-André ; NEUMANN, Ingo: On the quality checking of persistent scatterer interferometry data by spatial-temporal modelling. In: *Journal of Applied Geodesy* 17 (2023), feb, Nr. 2

[Pagiatakis 1999] PAGIATAKIS, S. D.: Stochastic significance of peaks in the least-squares spectrum. In: *Journal of Geodesy* 73 (1999), mar, Nr. 2, S. 67–78

[Pardo-Igúzquiza 1999] PARDO-IGÚZQUIZA, Eulogio: VARFIT: a fortran-77 program for fitting variogram models by weighted least squares. In: *Computers & Geosciences* 25 (1999), apr, Nr. 3, S. 251–261

[Parizzi u. a. 2020] Parizzi, Alessandro ; Gonzalez, Fernando R. ; Brcic, Ramon: A Covariance-Based Approach to Merging InSAR and GNSS Displacement Rate Measurements. In: *Remote Sensing* 12 (2020), jan, Nr. 2, S. 300

[Petit und Luzum 2010] Petit, Gérard ; Luzum, Brian: *IERS Conventions (2010).* Verlag des Bundesamtes für Kartographie und Geodäsie, Frankfurt am Main: , 2010

[Piña-Valdés u. a. 2022] Piña-Valdés, Jesús ; Socquet, Anne ; Beauval, Céline ; Doin, Marie-Pierre ; D'Agostino, Nicola ; Shen, Zheng-Kang: 3D GNSS Velocity Field Sheds Light on the Deformation Mechanisms in Europe: Effects of the Vertical Crustal Motion on the Distribution of Seismicity. In: *Journal of Geophysical Research: Solid Earth* 127 (2022), may, Nr. 6

[Pollmann 1990] Pollmann, Heinz: Horizontale Punktbewegungen aus Messungen über Salzkavernen. In: *Das Markscheidewesen* 97 (1990), Nr. 1, S. 373–377

[Reichsamt für Landesaufnahme 1932] Reichsamt für Landesaufnahme: *Die Feineinwägungen zur Beobachtung säkularer Bodenbewegungen im Gebiet der deutschen Nordseeküste "Nordseeküsten-Nivellement" 1928-1931.* Berlin : Selbstverlag, 1932

[Riecken u. a. 2019] Riecken, Jens ; Krickel, Bernd ; Gefeller, Vincent ; Reifenrath, Peter: Nutzung der Radarinterferometrie im geodätischen Raumbezug. In: *zfv – Zeitschrift für Geodäsie, Geoinformation und Landmanagement* (2019), S. 354–361. – ISSN 1618-8950

[Riedel u. a. 2019] Riedel, A. ; Riedel, B. ; Tengen, D. ; Gerke, M.: Investigations on vertical land movements along the North Sea and Baltic Sea coast in Germany with PS Interferometry. In: *The International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences* XLII-2/W13 (2019), jun, S. 1945–1949

[Romanyuk 2018] Romanyuk, Tetyana: *Zeitreihenanalyse des GREF/DREF-online-Netzes.* Beitrag zum Workshop der PG SAPOS-Koordinatenmonitoring in Frankfurt a.M. April 2018

[Saleh und Becker 2013] Saleh, Mohamed ; Becker, Matthias: A new velocity field from the analysis of the Egyptian Permanent GPS Network (EPGN). In: *Arabian Journal of Geosciences* 7 (2013), oct, Nr. 11, S. 4665–4682

[Samsonov und d'Oreye 2012] Samsonov, Sergey ; d'Oreye, Nicolas: Multidimensional time-series analysis of ground deformation from multiple InSAR data sets applied to Virunga Volcanic Province. In: *Geophysical Journal International* 191 (2012), dec, Nr. 3, S. 1095–1108

[Sánchez u. a. 2018] Sánchez, Laura ; Völksen, Christof ; Sokolov, Alexandr ; Arenz, Herbert ; Seitz, Florian: Present-day surface deformation of the Alpine region inferred from geodetic techniques. In: *Earth System Science Data* 10 (2018), aug, Nr. 3, S. 1503–1526

[Schafmeister 1999] Schafmeister, Maria-Theresia: *Geostatistik für die hydrogeologische Praxis.* Berlin Heidelberg : Springer, September 1999. – ISBN 3540661808

[Schindewolf 2022] Schindewolf, Ayk: *Beurteilung der Datumspunkte für die kinematische Höhenausgleichung in Niedersachsen.* Persönliche Kommunikation. Juni 2022

[Schlatter 2013] Schlatter, Andreas: *Rezente vertikale Oberflächenbewegungen in der Nordschweiz und in Südwestdeutschland - Kineamtische Ausgleichung der Landesnivellementlinien CH/D.* Wettingen : Nagra, April 2013

[Schütte 1908] Schütte, Heinrich ; Oldenburger Verein für Altertumskunde und Landesgeschichte (Hrsg.): *Neuzeitliche Senkungserscheinungen an unserer Nordseeküste.* Oldenburg, 1908

[Seeber 2003] SEEBER, Günter: *Satellite Geodesy*. 2. Berlin : De Gruyter, Juni 2003. – ISBN 3110175495

[Shao und Tu 1995] SHAO, Jun ; TU, Dongsheng: *The Jackknife and Bootstrap*. New York : Springer, 1995

[Spreckels u. a. 2020] SPRECKELS, Volker ; BECHERT, Steffen ; SCHLIENKAMP, Andreas ; DROBNIEWSKI, Michael ; SCHULZ, Michael ; SCHÄFER, Florian ; KEMKES, Eva ; RÜFFER, Jürgen ; NIEMEIER, Wolfgang ; TENGEN, Dieter ; ENGEL, Thomas ; MÜLLER, Michael ; SCHMITT, Perdita: GNSS, Nivellement und Radar – einheitliche Multisensor-Referenzstationen zur Überwachung von Bodenbewegungen in ehemaligen Bergbaubereichen. Braunschweig, März 2020 (Tagungsband GeoMonitoring)

[Spreckels und Engel 2022] SPRECKELS, Volker ; ENGEL, Thomas: Set-up and application of multisensor-referencestations (MSST) for levelling, GNSS and InSAR in the former mining regions Saarland and Ruhrgebiet within Germany. Valencia, Spanien : Universitat Politècnica de València, Juni 2022 (Joint International Symposium on Deformation Monitoring (JISDM) 5), S. 645–651

[Strzelczyk u. a. 2009] STRZELCZYK, J. ; PORZYCKA, S. ; LESNIAK, A.: Analysis of ground deformations based on parallel geostatistical computations of PSInSAR data. In: *2009 17th International Conference on Geoinformatics*, IEEE, aug 2009

[Tengen 2010] TENGEN, Dieter: *Höhenänderungen im Bereich der niedersächsischen Nordseeküste bestimmt aus Nivellement- und GPS-Messungen*. Braunschweig, TU Braunschweig, Dissertation, 2010

[Teunissen und Montenbruck 2017] TEUNISSEN, Peter J. (Hrsg.) ; MONTENBRUCK, Oliver (Hrsg.): *Springer Handbook of Global Navigation Satellite Systems*. Springer International Publishing, 2017

[Tobler 1970] TOBLER, W. R.: A Computer Movie Simulating Urban Growth in the Detroit Region. In: *Economic Geography* 46 (1970), jun, S. 234

[Torge 2007] TORGE, Wolfgang: *Geschichte der Geodäsie in Deutschland*. Berlin : Walter de Gruyter, 2007. – ISBN 9783110190564

[Torge und Müller 2012] TORGE, Wolfgang ; MÜLLER, Jürgen: *Geodesy*. 4. Berlin, Boston : Walter de Gruyter, 2012. – ISBN 9783110207187

[VanderPlas 2018] VANDERPLAS, Jacob T.: Understanding the Lomb–Scargle Periodogram. In: *The Astrophysical Journal Supplement Series* 236 (2018), may, Nr. 1, S. 16

[Vaníček 1969] VANÍČEK, Petr: Approximate spectral analysis by least-squares fit. In: *Astrophysics and Space Science* 4 (1969), aug, Nr. 4, S. 387–391

[Vestøl u. a. 2019] VESTØL, Olav ; ÅGREN, Jonas ; STEFFEN, Holger ; KIERULF, Halfdan ; TARASOV, Lev: NKG2016LU: a new land uplift model for Fennoscandia and the Baltic Region. In: *Journal of Geodesy* 93 (2019), jul, Nr. 9, S. 1759–1779

[Wackernagel 2003] WACKERNAGEL, Hans: *Multivariate Geostatistics*. 3. Berlin Heidelberg : Springer, 2003

[Walter 2012] WALTER, Diana: *Systematische Einflüsse digitaler Höhenmodelle auf die Qualität radarinterferometrischer Bodenbewegungsmessungen*. Clausthal-Zellerfeld, TU Clausthal, Dissertation, 2012

[Wanninger 2022] WANNINGER, Lambert: *http://www.wasoft.de/.* Letzter Zugriff: 08.10.2022. Oktober 2022

[Wanninger u. a. 2009] WANNINGER, Lambert ; ROST, Christian ; SUDAU, Astrid ; WEISS, Robert ; NIEMEIER, Wolfgang ; TENGEN, Dieter ; HEINERT, Michaela ; JAHN, Cord-Hinrich ; HORST, Sebastian ; SCHENK, Alexander: Bestimmung von Höhenänderungen im Küstenbereich durch Kombination geodätischer Messtechniken. In: *Die Küste* Bd. 76. 2009, S. 121–180

[Wübbelmann 2005] WÜBBELMANN, Heinz: Küstensenkung - ja oder nein? Feinnivellements an der Nordseeküste seit 70 Jahren. In: OHLING, Christoph (Hrsg.): *Ostfriesland und das Land Oldenburg im Schutz der Deiche und weitere wasserhistorische Beiträge.* Siegburg : Books on Demand GmbH, März 2005 (6), S. 45–50. – ISBN 3833415037

[Wübbena 2001] WÜBBENA, Gerhard: Zur Modellierung von GNSS-Beobachtungen für die hochgenaue Positionsbestimmung. In: *Wissenschaftliche Arbeiten Fachrichtung Vermessungswesen an der Universität Hannover, Festschrift Prof. G. Seeber zum 60. Geburtstag* (2001), Nr. 239, S. 143–155

[Webster und Oliver 2001] WEBSTER, R ; OLIVER, M. A.: *Geostatistics for environmental scientists.* Chichester, England New York : John Wiley & Sons, 2001. – ISBN 0471965537

[Wehrens u. a. 2000] WEHRENS, Ron ; PUTTER, Hein ; BUYDENS, Lutgarde M.: The bootstrap: a tutorial. In: *Chemometrics and Intelligent Laboratory Systems* 54 (2000), dec, Nr. 1, S. 35–52

[Woodhouse 2006] WOODHOUSE, Iain H.: *Introduction to Microwave Remote Sensing.* Boca Raton, FL : CRC Press, 2006

[Xi 2017] XI, Furui: *Detektion von anormalen Zeitreihen an Persistent-Scatterer-Punkten im Zusammenhang mit der Ableitung flächenhafter Bodenbewegungen.* Clausthal, TU Clausthal, Dissertation, 2017

[Yin 2020] YIN, Xiaoxuan: *Einflüsse geometrischer Radar-Aufnahmekonstellationen auf die Qualität der kombinativ berechneten Bodenbewegungskomponenten.* Clausthal-Zellerfeld, TU Clausthal, Dissertation, 2020

[Yin und Busch 2018] YIN, Xiaoxuan ; BUSCH, Wolfgang: Nutzung der Sentinel-1 Aufnahmekonfigurationen zur Ableitung von Bodenbewegungskomponenten im Rahmen eines radarinterferometrischen Bodenbewegungsmonitorings. Clausthal-Zellerfeld, 2018 (Tagungsband GeoMonitoring), S. 119–138

[Zhang u. a. 1995] ZHANG, X.F. ; EIJKEREN, J.C.H. V. ; HEEMINK, A.W.: On the weighted least-squares method for fitting a semivariogram model. In: *Computers & Geosciences* 21 (1995), may, Nr. 4, S. 605–608

[Zheng u. a. 2022] ZHENG, Junliang ; YAO, Wanqiang ; LIN, Xiaohu ; MA, Bolin ; BAI, Lingxiao: An Accurate Digital Subsidence Model for Deformation Detection of Coal Mining Areas Using a UAV-Based LiDAR. In: *Remote Sensing* 14 (2022), jan, Nr. 421

[Zieher u. a. 2019] ZIEHER, T. ; BREMER, M. ; RUTZINGER, M. ; PFEIFFER, J. ; FRITZMANN, P. ; WICHMANN, V.: Assessment of landslide-induced displacement and deformation of above-ground objects using UAV-borne and airborne laser scanning data. In: *ISPRS Annals of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences* IV-2/W5 (2019), may, S. 461–467

[Zippelt 1988] ZIPPELT, Karl: *Modellbildung, Berechnungsstrategie und Beurteilung von Vertikalbewegungen unter Verwendung von Präzisionsnivellements.* München, Universität Fridericiana zu Karlsruhe, Dissertation, 1988

[Zippelt und Vatter 2016] Zippelt, Karl ; Vatter, David: *Pegelgestützte integrierte kinematische Analyse von rezenten Höhenänderungen am Rhein (PELIKAN)*. Koblenz : Bundesanstalt für Gewässerkunde, Januar 2016

[Zumberge u. a. 1997] Zumberge, J. F. ; Heflin, M. B. ; Jefferson, D. C. ; Watkins, M. M. ; Webb, F. H.: Precise point positioning for the efficient and robust analysis of GPS data from large networks. In: *Journal of Geophysical Research: Solid Earth* 102 (1997), mar, Nr. B3, S. 5005–5017

Abbildungsverzeichnis

Tabellenverzeichnis

Danksagung

Abschließend möchte ich mich bei allen Personen bedanken, die mich auf dem Weg zur Promotion begleitet und auf vielfältige Weise unterstützt haben.

Ein besonderer Dank gilt Herrn Prof. Dr.-Ing. Ingo Neumann, der mir die (externe) Promotion am Geodätischen Institut ermöglicht hat. Aus den intensiven Diskussionen konnte ich viel lernen, was maßgeblich zur Verbesserung dieser Dissertation beigetragen hat. Außerdem möchte ich mich bei den Referenten PD Dr.-Ing. Hamza Alkhatib, Prof. Dr.-Ing. habil. Hansjörg Kutterer und Prof. Dr.-Ing. habil. Jürgen Müller für die Gutachten und die hilfreichen Hinweise zu dieser Arbeit bedanken. Ganz besonders hervorheben möchte ich den Beitrag von Hamza, der mich über mehrere Jahre hinweg unterstützt und immer wieder neue fachliche Impulse gesetzt hat. Die zahlreichen Gespräche und Anregungen habe ich sehr geschätzt. Sie waren für mich in vielerlei Hinsicht sehr wertvoll! Ein weiterer Dank gilt Herrn Prof. Dr.-Ing. habil. Christian Heipke, der den Vorsitz der Promotionskommission übernommen hat.

Weiterhin möchte ich mich bei allen Kolleginnen und Kollegen im Fachbereich 23 des Landesamtes für Geoinformation und Landesvermessung Niedersachsen (LGLN) - Landesvermessung und Geobasisinformation sowie dem Direktor Herrn Peter Creuzer für die Unterstützung dieser Arbeit bedanken. Einen sehr großen Anteil am erfolgreichen Abschluss trägt Herr Dr.-Ing. Cord-Hinrich Jahn, der mich seit meiner Bachelorarbeit begleitet und zur Promotion ermutigt hat. Ich bin sehr dankbar für das Vertrauen, die guten Ratschläge und die Möglichkeit, mich intensiv mit der Thematik Bodenbewegungen zu beschäftigen. Außerdem möchte ich mich bei Dr.-Ing. Ilka von Gösseln, Franziska Hartmann, Dr.-Ing. Christian Hirt, Wilfried Hornburg, Falko John, Vanessa Koppmann, Peter Lembrecht, Maren Schmidt und Christian Schnack für die vielfältige Unterstützung ganz herzlich bedanken. Sie haben mir stets mit Rat und Tat zur Seite gestanden, immer ein offenes Ohr gehabt und häufig motivierende Worte gefunden.

Außerdem möchte ich allen Institutionen danken, die mit der Bereitstellung von Fachdaten zu dieser Arbeit beigetragen haben. An erster Stelle sei die BGR genannt, die PSI-Daten des BBD zur Verfügung gestellt hat. Meine große Wertschätzung gilt insbesondere Herrn Dr.-Ing. Andre Kalia, der in vielen Gesprächen wertvolle Hinweise zu den Datensätzen gab. Weiterhin danke ich dem BKG und den Ländern der AdV für die Bereitstellung der Daten des Koordinatenmonitorings ihrer GNSS-Referenzstationen. An dieser Stelle sei auch den Kolleginnen und Kollegen des LBEG für die intensiven Diskussionen und die geologischen Daten gedankt. Der interdisziplinäre Austausch eröffnete neue Sichtweisen und unterstützte die Interpretation der Ergebnisse dieser Arbeit. Ein weiterer Dank gilt dem Leibniz Universität IT-Services (LUIS) für den Zugang zum Clustersystem, womit die rechenintensiven Modellierungen erst ermöglicht wurden.

Ein letzter großer Dank geht an meine Familie, die mich auf dem langen Weg zur Promotion mit viel Geduld begleitet hat. Meine Eltern waren immer gute Ratgeber und haben mich ermutigt ein Studium der Geodäsie aufzunehmen, sodass ich mit ihrer Unterstützung meinen Weg gehen konnte. Einen sehr großen Anteil am Erfolg dieser Arbeit trägt meine Frau Paula, die mir oft den Rücken freigehalten und in schwierigen Zeiten immer die richtigen Worte gefunden hat. Unsere vielen Spaziergänge durch die Eilenriede, bei denen sie mir verständnisvoll zugehört und neue Kraft gegeben hat, bleiben sicher unvergessen. Vielen Dank!

Lebenslauf

Persönliche Angaben

Name:	Marco Brockmeyer
Geburtsdatum:	29.08.1988
Geburtsort:	Melle

Berufliche Laufbahn

seit 11.2014	LGLN, Landesvermessung und Geobasisinformation Geoinformatiker
08.2011- 09.2011	Vermessungsbüro Brunemann Mitarbeiter im Außendienst
07.2009- 09.2009	Stadtwerke Osnabrück AG Mitarbeiter im Außen- und Innendienst

Studium

03.2013- 10.2014	Jade-Hochschule Oldenburg Masterstudium: Geodäsie und Geoinformatik Abschluss: Master of Science
09.2009- 02.2013	Jade-Hochschule Oldenburg Bachelorstudium: Angewandte Geodäsie Abschluss: Bachelor of Science

Schul- und Berufsausbildung

08.2008- 06.2009	Fachoberschule Technik Osnabrück Abschluss: Fachhochschulreife
08.2005- 06.2008	Kataster- und Vermessungsamt der Stadt Bielefeld Abschluss: Vermessungstechniker
08.2001- 07.2005	Realschule Georgsmarienhütte Abschluss: Sekundarabschluss I

Wissenschaftliche Arbeiten der Fachrichtung Geodäsie und Geoinformatik der Leibniz Universität Hannover

(Eine vollständige Liste der Wiss. Arb. ist beim Geodätischen Institut, Nienburger Str. 1, 30167 Hannover erhältlich.)

Nr. 366	OMIDALIZARANDI, Mohammad:	Robust Deformation Monitoring of Bridge Structures Using MEMS Accelerometers and Image-Assisted Total Stations (Diss. 2020)
Nr. 367	ALKHATIB, Hamza:	Fortgeschrittene Methoden und Algorithmen für die computergestützte geodätische Datenanalyse (Habil. 2020)
Nr. 368	DARUGNA, Francesco:	Improving Smartphone-Based GNSS Positioning Using State Space Augmentation Techniques (Diss. 2021)
Nr. 369	CHEN, Lin:	Deep learning for feature based image matching (Diss. 2021)
Nr. 370	DBOUK, Hani:	Alternative Integrity Measures Based on Interval Analysis and Set Theory (Diss. 2021)
Nr. 371	CHENG, Hao:	Deep Learning of User Behavior in Shared Spaces (Diss. 2021)
Nr. 372	MUNDT Reinhard Walter:	Schätzung von Boden- und Gebäudewertanteilen aus Kaufpreisen bebauter Grundstücke (Diss. 2021)
Nr. 373	WANG, Xin:	Robust and Fast Global Image Orientation (Diss. 2021)
Nr. 374	REN, Le:	GPS-based Precise Absolute and Relative Kinematic Orbit Determination of Swarm Satellites under Challenging Ionospheric Conditions (Diss. 2021)
Nr. 375	XU, Wei:	Automatic Calibration of Finite Element Analysis Based on Geometric Boundary Models from Terrestrial Laser Scanning (Diss. 2021)
Nr. 376	FENG, Yu:	Extraction of Flood and Precipitation Observations from opportunistic Volunteered Geographic Information (Diss. 2021)
Nr. 377	YANG, Chun:	A hierarchical deep learning framework for the verification of geospatial databases (Diss. 2021)
Nr. 378	MEHLTRETTER, Max:	Uncertainty Estimation for Dense Stereo Matching using Bayesian Deep Learning (Diss. 2021)
Nr. 379	KAZIMI, Bashir:	Self Supervised Learning for Detection of Archaeological Monuments in LiDAR Data (Diss. 2021)
Nr. 380	PETERS, Torben:	Learning Multi-View 2D to 3D Label Transfer for Semi-Supervised Semantic Segmentation of Point Clouds (Diss. 2022)
Nr. 381	WASSINK, Martin:	Kommunal- und Regionalentwicklung durch Kooperation und Teilung von Verantwortung in ländlichen Räumen - eine multiperspektivische Untersuchung an Beispielen aus dem Raum Steinwald/Fichtelgebirge (Diss. 2022)
Nr. 382	GOLDSCHMIDT, Jürgen:	Die Berücksichtigung künftiger Entwicklungen bei der Verkehrswertermittlung (Diss 2022)
Nr. 383	KRUSE, Christian:	Impact maps from bomb craters detected in aerial wartime images using marked point processes (Diss. 2023)
Nr. 384	ZOURLIDOU, Stefania:	Traffic Regulation Recognition from GPS Data (Diss. 2023)
Nr. 385	SLEDZ, Artuom:	Thermal anomaly detection based on information fusion from optical and infrared images (Diss. 2023)
Nr. 386	WITTICH, Dennis:	Deep Domain Adaptation for the Pixel-wise Classification of Aerial and Satellite Images (Diss. 2023)
Nr. 387	SINGH, Vishwa Vijay:	Lunar Laser Ranging - Improved Modelling and Parameter Estimation (Diss. 2023)
Nr. 388	HARTMANN, Jens:	Hochgenaue 3D-Erfassung von Großstrukturen durch kinematisches terrestrisches Laserscanning (Diss. 2023)
Nr. 389	ZHUGE, Xia:	Characterizing slope instability kinematics by integrating multi-sensor satellite remote sensing observations (Diss. 2023)
Nr. 390	DOROZYNSKI, Mareike Marianne:	Image Classification and Retrieval in the Context of Silk Heritage using Deep Learning (Diss. 2023)
Nr. 391	KNABE, Annike:	New Concepts for Gravity Field Recovery using Satellites (Diss. 2023)
Nr. 392	KALIA, Andre:	Landslide activity detection based on nationwide Sentinel-1 PSI datasets (Diss. 2023)
Nr. 393	BROCKMEYER, Marco:	Modellierung von Bodenbewegungen anhand heterogener Messverfahren am Beispiel der niedersächsischen Landesfläche (Diss. 2024)